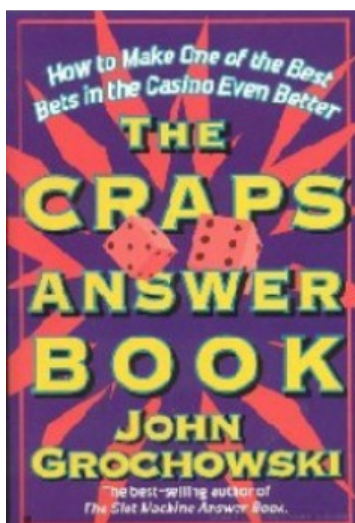


## Metódy riešenia úloh z pravdepodobnosti a štatistiky

### Domáca úloha 2

- Odvzdávanie: Osobne na začiatku cvičenia alebo mailom – odoslaným pred začiatkom cvičenia - na adresu [beata.ulohy@gmail.com](mailto:beata.ulohy@gmail.com) s predmetom pravdepodobnosť 2018 - DU2 – priezvisko. Formát predmetu aj mail je potrebné dodržať. V prípade odovzdávania mailom riešenia spíšte do textového súboru alebo ich odfoťte (dostatočne kvalitne, aby bol text čitateľný) a skonvertujte do pdf formátu (dá sa to spraviť aj online). Ak odovzdávate časť úlohy mailom a časť osobne, napíšte o tom poznámku do riešeni (napr. „zvyšok odovzdám osobne“ alebo „odkaz na výpočet v google dokumente je v maili“)
- Pri riešení domácich úloh môžete spolupracovať, ale výsledné riešenie musí napísať každý samostatne. Odpísané úlohy budú hodnotené 0 bodmi.
- Termín odovzdania tejto DÚ: **štvrtok 8. marca 2018 do začiatku cvičenia**
- “Plný počet” bodov za domácu úlohu je 60 – teda 3 príklady, môžete však získať aj viac ako 60 bodov. Do výpočtu priemeru aj do súťaže o hodnotenie A bez písomky sa počítajú všetky získané body.

#### Príklad 1 (20 bodov)



V jednej z kapitol knihy *The Craps Answer Book* odpovedá autor na otázky čitateľov. Jednou z nich je nasledovná modifikácia hry craps (pôvodná verzia je popísaná v príklade 1 slajdov k podmienenej pravdepodobnosti):

- Ak padne súčet 7, hráč okamžite vyhráva.
- Inak hádže ďalej, kým mu padne:
  - súčet 7 – vtedy prehráva
  - ten istý súčet ako v prvom kole – vtedy vyhráva

Odpadá teda možnosť okamžitej prehry, ale na druhej strane pri súčte 11 v prvom kole hráč nevyhráva hneď ale musí pokračovať.

Autor knihy píše: „*The game sounds like a great deal until you take a hard look on it.*“ Dokážte, že pravdepodobnosť výhry v tejto hre je menšia ako v pôvodnej hre craps.



### Príklad 2 (20 bodov, písomka z roku 2016)

Batožinu postupne prepravujú tri (poznajme, že nešikovné) letecké spoločnosti. Prvá stratí batožinu s pravdepodobnosťou 0,01. Druhá stratí batožinu s pravdepodobnosťou 0,02 (za predpokladu, že k nej batožina dorazila, teda že ju nestratila už prvá spoločnosť). Tretia stratí batožinu s pravdepodobnosťou 0,03 (znovu, samozrejme, za predpokladu, že k nej batožina dorazila).

Batožina sa stratila. S akou pravdepodobnosťou ju stratila  $i$ -ta spoločnosť ( $i = 1, 2, 3$ )?



designed by freepik.com

### Príklad 3 (20 bodov)

Vráťme sa k príkladu People vs. Collins z cvičenia. Predpokladajme, že je  $N$  dvojíc a pravdepodobnosť, že dvojica ma určité vlastnosti, sa rovná  $Pr = 1/N$ , a že splnenie týchto vlastností pre jednotlivé dvojice je nezávislé. V rozhodnutí súdu sa uvažuje takáto situácia, výpočet pravdepodobnosti, že existujú aspoň dve také dvojice za podmienky, že existuje aspoň jedna, a píše sa:

*We note parenthetically that if  $1/N = Pr$ , then as  $N$  increases indefinitely, the quotient in question approaches a limit of  $1 - e^{-Pr}$ , where "e" represents the transcendental number (approximately 2.71828) familiar in mathematics and physics.*

Vypočítajte hodnotu limity, ktorá je v tomto texte z rozhodnutia súdu vynechaná.



*Posledné dva príklady tejto DÚ zo zberky pre stredné školy, takže pravdepodobnosť ich úspešného vyriešenia by mala byť dosť vysoká. ;-)*

### Príklad 4 (20 bodov)

Před nástupem do nového zaměstnání musel David podstoupit preventivní prohlídku, jejíž součástí byl test na HIV. Podle údajů výrobce test odhalí přítomnost viru u nemocné osoby s pravděpodobností 99,90 % a s pravděpodobností 99,99 % dá negativní výsledek u osoby zdravé. Po vyhodnocení lékař Davidovi sdělil, že test mu vyšel pozitivní a že musí znovu na odber krve, aby se výsledek ověřil. Předpokládejme, že v České republice je virem HIV infikováno přibližně 0,01 % obyvatel.

- David se z hlediska rizika nákazy virem HIV považuje za průměrného Čecha. Jaká je po výsledku prvního testu pravděpodobnost, že má skutečně HIV?
- Představme si, že David žije od dětství pořádným životem v malé vesnici na Vysočině, kde je podle statistik čtyřikrát nižší výskyt HIV než v celé České republice. Jaká je nyní pravděpodobnost, že má skutečně HIV?
- Nyní si představme, že David v minulosti injekčně užíval drogy. Na internetu si najde statistiky, podle nichž je mezi injekčními uživateli drog 1 % HIV pozitivních. Jaká je v tomto případě pravděpodobnost, že je skutečně infikován virem HIV?

### **Příklad 5 (20 bodov)**

Ve městě provozují taxislužbu dvě společnosti. Jedna má 85 zelených automobilů, druhá má 15 modrých vozů. Jednoho zimního večera za tmy a v mlze srazil automobil taxislužby mladého muže. Ten později vypověděl, že automobil byl modrý. Policie vyzkoušela, nakolik je muž schopen rozeznat barvu v podobných podmínkách jako onoho večera, a zjistila, že barvu dokáže určit správně v 75 % případů. Jaká je na základě těchto informací pravděpodobnost, že byl muž skutečně sražen modrým vozem?



Zdroj obrázkov:

- <http://www.casinotop10.net/cartoon-casino-worker> (2016)
- [https://www.freepik.com/free-vector/travel-luggage\\_779139.htm](https://www.freepik.com/free-vector/travel-luggage_779139.htm)
- [https://www.freepik.com/free-photo/car-driving-in-the-snow\\_1180690.htm](https://www.freepik.com/free-photo/car-driving-in-the-snow_1180690.htm)