

**Metódy riešenia úloh z pravdepodobnosti a štatistiky**  
**Domáca úloha 1, termín odovzdania: 25. 2. 2019**

- Odovzdávanie:
  - Osobne na začiatku cvičenia alebo mailom – odoslaným pred začiatkom cvičenia – na adresu  

[beata.ulohy@gmail.com](mailto:beata.ulohy@gmail.com)

s predmetom (treba ho dodržať, maily sa podľa neho automaticky triedia)  
**pravdepodobnosť 2019 - DU1 – priezvisko**
  - V prípade odovzdávania mailom riešenia spíšte do textového súboru alebo ich odfoťte (dostatočne kvalitne, aby bol text čitateľný) a skonzertujte do pdf formátu (dá sa to spraviť aj online).
  - Ak odovzdávate časť úlohy mailom a časť osobne, napíšte o tom poznámku do riešenia (napr. text „zvyšok odovzdám osobne“ v maili, resp. poznámka „odkaz na výpočet v google dokumente je v maili“ v odovzdanom riešení)
- Pri riešení domácich úloh môžete spolupracovať, ale výsledné riešenie musí napísať každý samostatne. Odpísané úlohy budú hodnotené 0 bodmi
- Spolu s prvou domácou úlohou do mailu alebo na odovzdaný papier napíšte, akým spôsobom chcete mať zverejňované body na webe - meno a priezvisko alebo číselný kód (napíšte aký).
- Termín odovzdania tejto DÚ: **pondelok 25. februára 2019** do začiatku cvičenia
- “Plný počet” bodov za domácu úlohu je 60 – teda 3 príklady, môžete však získať aj viac ako 60 bodov. Do výpočtu priemeru aj do súťaže o hodnotenie A bez písomky sa počítajú všetky získané body

---

**Príklad 1 (20 bodov)**

Zdroj: *Kabinet matematických kuriozit profesora Stewarta*



„Koukám, že jste si pořídil kocoura,“ pravil pan Práza panu Vomáčkovi. „Ten roztomilý bílý ocas se mi opravdu moc líbí! Máte jich hodně?“

„Ani ne,“ odvětil pan Vomáčka. „Mladej Preclík támhle vodvedle jich má dvacet. To já jich mám mnohem míň.“

„Pořád jste mi neřekl, kolik těch kocourů vlastně máte!“

„Hele, já vám to řeknu takhle: když si vezmete z mého kocouřince libovolný dva kocoury, pak se pravděpodobnost, že budou voba mít bílý vocasy, rovná přesně jedný polovině.“

„Z toho ale přeci nemůžu poznat, kolik jich máte!“

„Ale jasně že jo.“

Kolik kocourů má pan Vomáčka a kolik z nich má bílé ocasy?

### **Príklad 2 (20 bodov)**

Vráťme sa k variantu hry Scrabble z cvičenia (v slajdoch príklad 2) a vypočítajme konkrétne číselné hodnoty pravdepodobností.

- Vypočítajte hodnotu pravdepodobnosti, že na začiatku hry bude potrebné výber písmen zopakovať, lebo nebude splnená podmienka „aspoň dve spoluhlásky a aspoň dve samohlásky“.
- V roku 2016, z ktorého sme mali hrací plán, najviac bodovalo slovo STARŠOU. Pred ďalším kolom sa použité písmená sa opäť nahradia novými, ktoré sa náhodne vyberú zo zostávajúcich. Vypočítajte pravdepodobnosť, že tento výber budeme musieť opakovať kvôli nesplneniu podmienky „aspoň dve spoluhlásky a aspoň dve samohlásky“.



Všeobecný výpočet z cvičenia môžete samozrejme použiť, ale treba ho vysvetliť „nanovo“, ako keby ste ho vysvetľovali niekomu, kto na cvičení nebol.

### **Nematematický bonus (1 bod<sup>1</sup>)**

Naštudujte si pravidlá hry Scrabble z poslednej strany tejto domácej úlohy a pošlite svoje slovo podľa uvedených pokynov, spolu s vypočítaným bodovým ziskom. 1 bod získa ten, koho slovo bude mať najvyššiu bodovú hodnotu. Ak budú mať toto slovo viacerí, 1 bod si rozdelia.

### **Príklad 3 (20 bodov)**

V triede je 25 žiakov. V posledný deň v škole pred prázdninami každý z nich prinesie do školy malý darček. Darčekom sa zabalia do rovnakých krabičiek a na konci vyučovania sa náhodne rozdelia medzi žiakov tejto triedy. Aká je stredná hodnota počtu žiakov, ktorí si domov odnesú vlastný darček?



1 Body za nematematické bonusy sa pripočítavajú na konci semestra k bodom získaným za domáce úlohy. Body z DÚ teda sú „priemer z úloh po vynechaní najslabšej“ + „súčet bodov z nematematických bonusov“. Do súťaže o hodnotenie A bez písomky sa počíta „súčet bodov z úloh“ + „súčet bodov z nematematických bonusov“.

#### **Príklad 4 (20 bodov)**

Uvažujme testovanie vzoriek krvi z cvičenia (príklad 4 v slajdoch), pričom sa použije nasledovný postup: Ľudia (celkovo ich je  $N$ , čo je daná konštanta) sa rozdelia do skupín po  $k$ . Predpokladajme, že ľudí je veľa, preto zanedbáme prípadnú neceločíselnosť a budeme pracovať s  $N/k$  skupinami, pričom v každej je  $k$  ľudí. V každej tejto skupine testujeme krv rovnakým postupom ako na cvičení. Očakávaný počet testov, ktoré sa budú robiť, tak závisí od pravdepodobnosti choroby  $p$  a od veľkosti skupiny  $k$ . Pre vašu hodnotu  $p$ , ktorá je uvedená v nasledujúcej tabuľke, vypočítajte optimálnu veľkosť skupiny, pri ktorej je očakávaný počet testov minimálny.

Uveďte:

- odvodenie optimalizačnej úlohy
- jej numerické riešenie
- priložte použitý kód, screenshot z wolframalpha.com, MS Office/Libre Office/Google spreadsheet a pod.

Meno	Parameter $p$
Martin Bohdal	0,01
Martin Častvan	0,005
Eva Gašparovičová	0,001
Erika Lettrichová	0,0005
Daniela Odlerová	0,0001
Jozef Alexander Páll	0,00005
Tereza Sládečková	0,00001
Ostatní (ktorí k dnešnému dňu nemajú predmet zapísaný v AISe, ale chcú odovzdať túto DÚ)	0,000005



#### **Príklad 5 (20 bodov)**



V istej firme sa pracuje každý deň v roku s výnimkou dní, v ktorých má niektorý zamestnanec narodeniny. Vtedy celá firma oslavuje a nepracuje sa.

Pre jednoduchosť zanedbajme priestupné roky (každý rok má teda 365 dní) a predpokladajme, že narodeniny majú počas roka rovnomerné rozdelenie a že firma nemá pred prijatím zamestnanca informáciu o dni jeho narodenia.

Koľko zamestnancov má mať firma, aby maximalizovala očakávaný počet odpracovaných dní všetkými zamestnancami počas roka?

Zdroj obrázkov:

[https://www.freepik.com/free-photo/letter-game\\_1330223.htm](https://www.freepik.com/free-photo/letter-game_1330223.htm)

[https://www.freepik.com/free-vector/hand-drawn-christmas-background-with-red-beige-gift-boxes\\_1446699.htm](https://www.freepik.com/free-vector/hand-drawn-christmas-background-with-red-beige-gift-boxes_1446699.htm)

[https://www.freepik.com/free-photo/test-tube-latex-glove\\_1093206.htm](https://www.freepik.com/free-photo/test-tube-latex-glove_1093206.htm)

[https://www.freepik.com/free-vector/birthday-cake-background-with-balloons-gifts\\_1189425.htm](https://www.freepik.com/free-vector/birthday-cake-background-with-balloons-gifts_1189425.htm)



# SCRABBLE

# PRAVIDLÁ HRY

1. Podstatou hry je zostaviť slovo z písmen, ktoré má hráč k dispozícii v zásobníku a dosiahnuť čo najvyššiu bodovú hodnotu.

2. Všetky písmená, ktoré sú ukladané v jednom ťahu (to znamená v jednom kole), musia byť ukladané **IBA V JEDNOM RIADKU, ČI STĽPCI** bez prerušenia tak, aby slovo smerovalo buď zľava doprava (v riadku) alebo zhora nadol (v stĺpci) - podobne ako v krížovke.

V jednom ťahu sa môžu použiť iba písmená zo zásobníka a každé z týchto písmen **IBA RAZ**.

3. **PLATNÉ SLOVÁ.** Pre účel našej hry sú to slová uvedené v **Pravidlách slovenského pravopisu, Veda, 1991, 1998 alebo 2000**. Môžu sa použiť iba slová, ktoré obsahuje **PRAVOPISNÝ A GRAMATICKÝ SLOVNÍK** - v PSP 1991 od strany 127, v PSP 1998 od strany 123, v PSP 2000 od strany 135. Prípustné sú písmená gréckej abecedy a solmizačné slabiky. Rovnaké slovo možno použiť v jednej hre opakovane.

Slová nemusia byť v základnom tvare. Môžu sa ohýbať, časovať, skloňovať ale nemožno urobiť podstatné meno zo slovesa, prídavné meno z podstatného mena a pod. **NEMÔŽU SA POUŽÍŤ ŽIADNE ZÁPORY A PREDPONY, POKIAL' NIE SÚ PRIAMO UVEDENÉ V SLOVNÍKOCH** (prvé časti slov), (napr. ne-, vy-, o-, za-, pri- od, nad, atď.).

Nemôžu sa použiť citoslovčia, skratky, slová, ktoré sa začínajú výhradne veľkými písmenami (vlastné mená), slová, pozostávajúce z jedného písmena a slová, na ktorých napísanie sú potrebné apostrofy a spojovníky.

4. Vytvorené nové slovo musí vždy nadväzovať na slová, ktoré sú už vytvorené na hracej ploche. Výnimkou je prvé kolo (pozri Pokyny pre 1. kolo).

5. **NOVÉ SLOVÁ SA TVORIA:**

a) priložením jedného alebo viacerých písmen k už vytvorenému slovu na ploche (na začiatok, na koniec alebo na oba konce slova);

b) priložením celého nového slova kolmo na už vytvorené slovo tak, aby sa v novom slove použilo jedno z jeho písmen alebo aby ho jedným svojím písmenom doplnilo;

c) priložením celého nového slova rovnobežne s existujúcim slovom na ploche tak, aby všetky susediace písmená vytvorili platné slová;

d) prepojením už vytvorených slov.

Slová v tom istom riadku alebo v tom istom stĺpci musia byť vždy oddelené aspoň jedným prázdny políčkou. Ak ktorékoľvek písmená susedia v rade vedľa seba (aj dve), musia spolu tvoriť platné slovo.

### AKO SPOČÍTAŤ BODY

6. Bodová hodnota každého písmena je vyznačená v pravom dolnom rohu. Výnimkou je žolík - ten sa môže použiť namiesto akéhokoľvek písmena, ale jeho bodová hodnota je nulová.

7. Skóre je súčtom bodov za všetky písmená vo všetkých platných slovách, ktoré hráč vytvoril v jednom ťahu, vrátane prípadných prémiei.

8. **PÍSMENOVÉ PRÉMIE.** Políčko (2P) zdvojnásobuje hodnotu písmena, ktoré na ňom leží a políčko (3P) strojnásobuje hodnotu písmena, ktoré na ňom leží.

9. **SLOVNÉ PRÉMIE.** Ak leží jedno písmeno slova na políčku (2S), súčet hodnôt za písmená v tomto slove sa vynásobí dvoma, ak leží jedno písmeno slova na políčku (3S), súčet hodnôt za písmená sa vynásobí tromi. Ak prípadnú v jednom slove dve písmená na políčka (2S), súčet bodov sa vynásobí štyrmi, ak ide o políčka (3S), súčet bodov za písmená sa vynásobí deviatimi.

10. Najprv sa spočítajú body za vytvorené slovo (slová) vrátane prípadných písmenových prémiei, potom body za slovné prémie.

11. Pravidlá o prémieach **PLATIA LEN PRI PRVOM POLOŽENÍ** písmena na prémieové políčko.

12. Ak v jednom ťahu vznikne viac slov (ale hráč vytvorí iba jedno slovo, ktoré vhodne umiestni), počíta sa bodová hodnota všetkých slov. Hodnota písmena, ktoré je spoločné pre dve slová, sa započíta pre obidve slová.

13. **MIMORIADNA PRÉMIA.** Ak hráč použije v jednom ťahu všetkých sedem písmen zo zásobníka, získa mimoriadnu prémieu 50 bodov. Táto prémiea sa pripočíta po sčítaní bodov a prémiei za vytvorené slová.

Súťaž bude mať 13 kôl (v každom nepárnom čísle). V každom kole budú dvaja hráči odmenení po 5 €. Na konci súťaže získa víťaz (ak budú na čele viacerí, bude vyžrebovaný) odmenu 10 €.

## POKYNY PRE 1. KOLO

Zo zásobníka utvorte slovo s čo najväčším počtom bodov. Toto slovo umiestnite na hrací plán tak, aby jedno z jeho písmen prechádzalo cez stredové políčko (H8).

Každý hráč môže k svojmu ťahu pripojiť jeden ťah náhradný. Riešenie nemusíte písať na hrací plán, stačí papier formátu korešpondenčného lístka. Na označenie prvého písmena slova použite písmená a číslice na obvode hracieho plánu. Slovo umiestnené vodorovne má najprv písmeno (napr. E7, H2), ak je prvá číslica, slovo je umiestnené zvisle (napr. 3C, 10H).

Svoje riešenie 1. kola posielajte na našu adresu **do 16. januára 2019 (streda)**. **POZOR** - termín nie je zhodný s termínom pre zaslanie ostatných riešení.

Stranu a hrací plán pripravil P.Zein.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
A	3S			2P				3S				2P			3S
B		2S				3P				3P				2S	
C			2S				2P		2P				2S		
D	2P			2S				2P				2S			2P
E					2S							2S			
F		3P				3P			3P					3P	
G			2P				2P	2P					2P		
H	3S		2P				2S				2P			2P	3S
I			2P					2P	2P				2P		
J		3P					3P				3P				3P
K					2S							2S			
L	2P			2S				2P				2S			2P
M			2S					2P	2P				2S		
N		2S					3P				3P			2S	
O	3S			2P				3S					2P		3S

2S dvakrát hodnota slova    3S trikrát hodnota slova    2P dvakrát hodnota písmena    3P trikrát hodnota písmena

Zásobník: **A**, **F**, **K**, **M**, **P**, **R**, **U**

MENO \_\_\_\_\_  
 ADRESA \_\_\_\_\_