

Metódy riešenia úloh z pravdepodobnosti a štatistiky

Domáca úloha 1

Odvzdávanie:

- Osobne na začiatku cvičenia alebo mailom – odoslaným pred začiatkom cvičenia - na adresu beata.ulohy@gmail.com s predmetom **pravdepodobnosť 2020 – DU1 – priezvisko**. Formát predmetu aj mail je potrebné dodržať.
- V prípade odovzdávania mailom riešenia spíšte do textového súboru alebo ich odfoťte (dostatočne kvalitne, aby bol text čitateľný) a skonvertujte do pdf formátu (dá sa to spraviť aj online).
- Ak odovzdávate časť úlohy mailom a časť osobne, napíšte o tom poznámku do riešenia (napr. „zvyšok odovzdám osobne“ alebo „odkaz na výpočet v google dokumente je v maili“)

Pri riešení domácich úloh môžete spolupracovať, ale výsledné riešenie musí napísať každý samostatne. Odpísané úlohy budú hodnotené 0 bodmi.

Termín odovzdania tejto DÚ: streda 26. februára 2020 do začiatku cvičenia

“Plný počet” bodov za domácu úlohu je 60 – teda 3 príklady. Môžete však získať aj viac ako 60 bodov, do výpočtu priemeru aj do súťaže o hodnotenie A bez písomky sa počítajú všetky získané body

Príklad 1 (20 bodov)

Zdroj: Kabinet matematických kuriozit profesora Stewarta

„Koukám, že jste si pořídil kocoura,“ pravil pan Práza panu Vomáčkovi. „Ten roztomilý bílý ocas se mi opravdu moc líbí! Máte jich hodně?“

„Ani ne,“ odpověděl pan Vomáčka. „Mladej Preclík támhle vodvedle jich má dvacet. To já jich mám mnohem míň.“

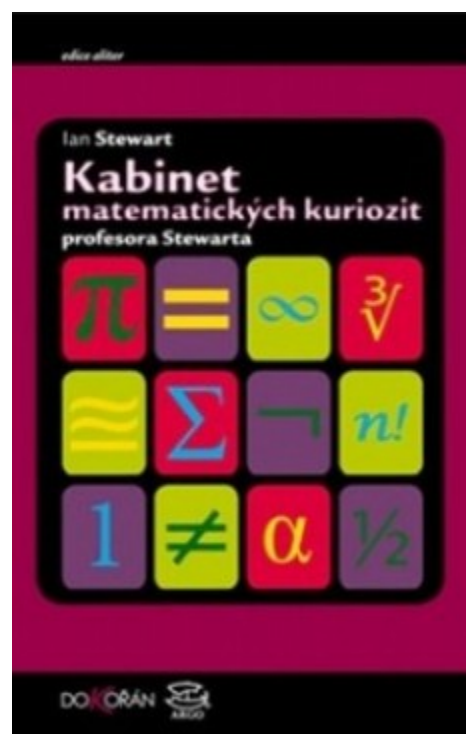
„Pořád jste mi neřekl, kolik těch kocourů vlastně máte!“

„Hele, já vám to řeknu takhle: když si vezmete z mého kocouřince libovolný dva kocoury, pak se pravděpodobnost, že budou voba mít bílývocasy, rovná přesně jedný polovině.“

„Z toho ale přeci nemůžu poznat, kolik jich máte!“

„Ale jasně že jo.“

Kolik kocourů má pan Vomáčka a kolik z nich má bílé ocasy?



Príklad 2 (20 bodov)

Uvažujme testovanie vzoriek krvi z cvičenia, pričom sa použije nasledovný postup: Ľudia (celkovo ich je N , čo je daná konštanta) sa rozdelia do skupín po k . Predpokladajme, že ľudí je veľa, preto zanedbáme prípadnú neceločíselnosť a budeme pracovať s N/k skupinami, pričom v každej je k ľudí. V každej tejto skupine testujeme krv rovnakým postupom ako na cvičení. Očakávaný počet testov, ktoré sa budú robiť, tak závisí od pravdepodobnosti choroby p a od veľkosti skupiny k . Pre

vašu hodnotu p , ktorá je uvedená v nasledujúcej tabuľke, vypočítajte optimálnu veľkosť skupiny, pri ktorej je očakávaný počet testov minimálny.

Uveďte:

- odvodenie optimalizačnej úlohy
- jej numerické riešenie
- priložte použitý kód, screenshot z wolframalpha.com, MS Office/Libre Office/Google spreadsheet a pod.

Meno	Parameter p
Cepka	0,01
Fajčíková	0,009
Filová	0,008
Fukasová	0,007
Gallóová	0,006
Hroncová	0,005
Chabroňová	0,004
Jankola	0,003
Psotová	0,002
Rakús	0,001
Rudolfová M.	0,0009
Rudolfová K.	0,0008
Sabolíková	0,0007
Starek	0,0006
Šimaliaková	0,0005
Tazberíková	0,0004
Ostatní (ak niekto nie je ešte k dnešnému dňu zapísaný v AIS-e)	0,0003



Príklad 3 (20 bodov)

V triede je 25 žiakov. V posledný deň v škole pred prázdninami každý z nich prinesie do školy malý darček. Darčeky sa zabalia do rovnakých krabičiek a na konci vyučovania sa náhodne rozdelia medzi žiakov tejto triedy. Aká je stredná hodnota počtu žiakov, ktorí si domov odnesú vlastný darček?

Príklad 4 (20 bodov)

V istej firme sa pracuje každý deň v roku s výnimkou dní, v ktorých má niektorý zamestnanec narodeniny. Vtedy celá firma oslavuje a nepracuje sa.

Pre jednoduchosť zanedbajme priestupné roky (každý rok má teda 365 dní) a predpokladajme, že narodeniny majú počas roka rovnomerné rozdelenie a že firma nemá pred prijatím zamestnanca informáciu o dni jeho narodenia.

Koľko zamestnancov má mať firma, aby maximalizovala očakávaný počet odpracovaných dní všetkými zamestnancami počas roka?



Príklad 5 (20 bodov)

Vráťme sa k prvému príkladu z cvičenia a vypočítajte strednú hodnotu miesta, na ktorom sa nachádza prvá písomka vo všeobecnom prípade, ak si písomku príde pozrieť k študentov z celkového počtu N . Pre prípad z cvičenia ($N = 20$, $k = 3$) dáva wolframalpha.com “podozrivo pekný” výsledok – zlomok $21/4$.

A screenshot of the WolframAlpha website. The search bar contains the input: $(\sum_{k=1}^{18} k \binom{20-k}{2}) / \binom{20}{3}$. Below the search bar, the input interpretation is shown as a mathematical expression. The result is displayed as $\frac{21}{4} = 5.25$. The website's logo and navigation links are visible at the top.

Vypočítajte strednú hodnotu vo všeobecnom prípade (5 bodov za výsledok z wolframalpha, plný počet za dôkaz).

Príklad 6 (20 bodov)

Vymyslite zadanie jednoduchého príkladu, ktorý využíva Bayesovu vetu. Príklad aj vyriešte. Zozbierané príklady sa použijú ako súčasť písomky podľa príkladu, ktorý sme počítali na cvičení.



Nematematický bonus (1 bod) Vráťme sa k variantu hry Scrabble z cvičenia, v ktorom každý skladá slovo z toho istého zásobníka písmen. Podľa súboru [*scrabble.pdf*](#) na stránke cvičení sa naštudujte pravidlá a bodovanie slov a pošlite svoje slovo podľa uvedených pokynov, spolu s vypočítaným bodovým ziskom. 1 bod získa ten, koho slovo bude mať najvyššiu bodovú hodnotu. Ak budú mať toto slovo viacerí, 1 bod si rozdelia.

Hodnotenie nematematických bonusov:

Body za nematematické bonusy sa pripočítavajú na konci semestra k bodom získaným za domáce úlohy. Body z DÚ teda sú „priemer z úloh po vynechaní najslabšej“ + „súčet bodov z nematematických bonusov“. Do súťaže o hodnotenie A bez písomky sa počíta „súčet bodov z úloh“ + „súčet bodov z nematematických bonusov“.