

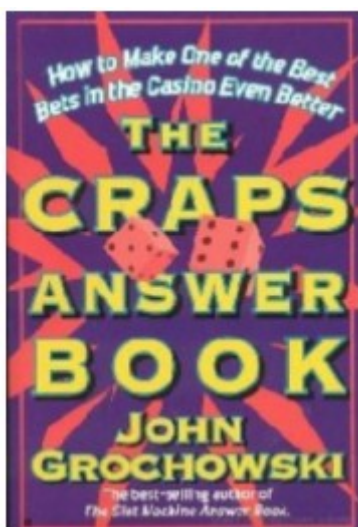
Metódy riešenia úloh z pravdepodobnosti a štatistiky
Domáca úloha 3, termín odovzdania: 11. 3. 2020

Odovzdávanie:

- Osobne na začiatku cvičenia alebo mailom – odoslaným pred začiatkom cvičenia – na adresu beata.ulohy@gmail.com s predmetom (treba ho dodržať, maily sa podľa neho automaticky triedia) **pravdepodobnosť 2020 - DU3 – priezvisko**
- V prípade odovzdávania mailom riešenia spíšte do textového súboru alebo ich odfoťte (dostatočne kvalitne, aby bol text čitateľný) a skonvertujte do pdf formátu (dá sa to spraviť aj online).
- Ak odovzdávate časť úlohy mailom a časť osobne, napíšte o tom poznámku do riešenia (napr. text „zvyšok odovzdám osobne“ v maili, resp. poznámka „odkaz na výpočet v google dokumente je v maili“ v odovzdanom riešení)

Ďalšie inštrukcie:

- Pri riešení domácich úloh môžete spolupracovať, ale výsledné riešenie musí napísať každý samostatne. Odpísané úlohy budú hodnotené 0 bodmi
- Termín odovzdania tejto DÚ: streda 11. marca 2020 do začiatku cvičenia
- “Plný počet” bodov za domácu úlohu je 60 – teda 3 príklady, môžete však získať aj viac ako 60 bodov. Do výpočtu priemeru aj do súťaže o hodnotenie A bez písomky sa počítajú všetky získané body



Príklad 1 (20 bodov)

V jednej z kapitol knihy *The Craps Answer Book* odpovedá autor na otázky čitateľov. Jednou z nich je nasledovná modifikácia hry craps (pôvodná verzia je popísaná v príklade 1 slajdov k podmienenej pravdepodobnosti):

- Ak padne súčet 7, hráč okamžite vyhráva.
- Inak hádže ďalej, kým mu padne:
 - súčet 7 – vtedy prehráva,
 - ten istý súčet ako v prvom kole – vtedy vyhráva.

Odpadá teda možnosť okamžitej prehry, ale na druhej strane pri súčte 11 v prvom kole hráč nevyhráva hneď ale musí pokračovať. Autor knihy píše: „*The game sounds like a great deal until you take a hard look on it.*“ Dokážte, že pravdepodobnosť výhry v tejto hre je menšia ako v pôvodnej hre craps.



Príklad 2 (20 bodov)

Vráťme sa k príkladu *People* vs. *Collins* z cvičenia. Predpokladajme, že je N dvojíc a pravdepodobnosť, že dvojica má určité vlastnosti, sa rovná $Pr = 1/N$, a že splnenie týchto vlastností pre jednotlivé dvojice je nezávislé. V rozhodnutí súdu sa uvažuje takáto situácia a výpočet pravdepodobnosti, že existujú aspoň dve také dvojice za podmienky, že existuje aspoň jedna. Píše sa:

We note parenthetically that if $1/N = Pr$, then as N increases indefinitely, the quotient in question approaches a limit of e^{-Pr} , where "e" represents the transcendental number (approximately 2.71828) familiar in mathematics and physics.

Vypočítajte hodnotu limity, ktorá v citáte hore z rozhodnutia súdu vynechaná (v pôvodnom texte, samozrejme, je).

Príklad 3 (20 bodov)

Hráči Adam, Boris a Cyril sa umiestnili v šachovom turnaji s rovnakým počtom bodov na prvom mieste. O celkovom víťazovi sa má rozhodnúť v dodatočných hrách. Za víťazstvo sa v nich dáva jeden bod, za remízu pol bodu a za prehru nič. Hry budú prebiehať nasledovne: Najskôr hráči zohrajú každý s každým po jednej hre. Ak niektorý z nich získa viac bodov ako obaja ostatní, stáva sa víťazom. Ak sa na prvom mieste mieste znovu umiestnia viacerí hráči, tí medzi sebou znovu zohrajú takéto kolo. Takto sa bude pokračovať, kým nebude určený víťaz.

Adam hrá šach dobre, ale opatrne. S Borisom ani s Cyrilom nikdy neprehrá, ale Borisa porazí len s pravdepodobnosťou 0,1 a Cyrila s pravdepodobnosťou 0,2. Stretnutie medzi Borisom a Cyrilom je dobrodružstvo a nikdy sa nekončí remízou. Boris v tejto hre zvíťazí s pravdepodobnosťou 0,6 a Cyril s pravdepodobnosťou 0,4. Výsledky jednotlivých hier sú nezávislé.



Aká je pre jednotlivých hráčov pravdepodobnosť, že sa stanú víťazmi turnaja?



Príklad 4 (20 bodov)

Pred vchodom do krčmy je nápis HAPPY HOUR, pričom každé písmeno je samostatne prilepené na vstupné dvere.

Domov odchádzajú dvaja opití kamaráti. Prvý z nich náhodne odlepí dve písmená (každá dvojica má rovnakú pravdepodobnosť). Jeho kamarát ich na prázdne miesta prilepí naspäť, ale nepozera sa na to, či dáva správne písmeno na správne miesto, lepí ich náhodne.

Aká je pravdepodobnosť, že text HAPPY HOUR zostane zachovaný?

Príklad 5 (20 bodov)

Dvaja krátkozrakí poľovníci sa vybrali na poľovačku a naraz vystrelili na jeleňa. Zo skúsenosti vedia, že prvý z nich v takejto situácii trafi s pravdepodobnosťou 0,20, druhý s pravdepodobnosťou 0.30 a ich úspešnosti sú nezávislé. Jeleň bol trafený jednou guľkou. Aká je pravdepodobnosť, že pochádzala od šikovnejšieho poľovníka?

Príklad 6 (20 bodov)

V meste sú dve taxislužby. Jedna má 85 zelených áut, druhá má 15 modrých áut. Počas jedného zimného hmlistého večera zrazil taxík mladého muža. Ten neskôr vypovedal, že auto bolo modré. Polícia vyskúšala, nakoľko je schopný rozoznať farbu v podobných podmienkach, ako boli v ten večer, a zistila, že farbu dokáže určiť správne v 75 percentách prípadov. Aká je na základe týchto informácií pravdepodobnosť, že muž bol naozaj zrazený modrým taxíkom?

