

Domáca úloha: Spojité náhodné vektory

Beáta Stehlíková, FMFI UK, 2020

Metódy riešenia úloh z pravdepodobnosti a štatistiky

Príklad 1 (20 bodov). V jednom z príkladov z cvičenia sme mali hustotu so "zvláštnou" konštantou $6/125000$:

- Fungovanie prístroja:
 - Skladá sa z dvoch častí
 - Ak sa niektorá z nich pokazí, prístroj prestane fungovať
 - Doba životnosti (v mesiacoch) týchto dvoch častí je náhodný vektor (X, Y) s hustotou

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{6}{125,000}(50 - x - y) & \text{pre } 0 < x < 50 - y < 50, \\ 0 & \text{inak} \end{cases}$$

Dokážte, že práve vďaka tejto konštante je funkcia $f(x, y)$ hustotou náhodnej premennej.

Príklad 2 (20 bodov). Uvažujme náhodný vektor z príkladu 1. Sú jeho zložky nezávislé? Svoju odpoveď dokážte.

Príklad 3 (20 bodov). Majme prístroj, ktorý sa obsahuje dve súčiastky. Najskôr sa na riadny chod prístroja používa druhá. V okamihu, keď sa pokazí, nastúpi do činnosti druhá. Keď sa pokazí aj tá, prístroj prestane fungovať. Životnosti jednotlivých častí prístroja sú nezávislé a majú exponenciálne rozdelenie so strednou hodnotou rovnou jednej hodine. Aká je pravdepodobnosť, že po dvoch hodinách prístroj ešte funguje?

Príklad 4 (20 bodov). Nech (A, B) je náhodný vektor s rovnomerným rozdelením na štvorci $[-5, 5] \times [-5, 5]$. Aká je pravdepodobnosť, že kvadratická rovnica $x^2 + Ax + B = 0$ nemá reálne korene?

Príklad 5 (20 bodov). Nech (A, B) je náhodný vektor s rovnomerným rozdelením na štvorci $[0, 1] \times [0, 1]$. Aká je pravdepodobnosť, že $AB > A + B$?