

## 1 Kombinatorická a geometrická pravdepodobnosť

**Príklad 1.1.** Hodíme súčasne dvomi kockami. Vypočítajte pravdepodobnosť, že  
**a)** Na oboch kockách padne rovnaký počet bodiek; **b)** Na prvej kocke padne viac bodiek ako na druhej.

**Príklad 1.2.** Hodíme súčasne desiatimi mincami. Vypočítajte pravdepodobnosť, že **a)** na piatich minciach padne znak; **b)** znak padne najviac na troch minciach.

**Príklad 1.3.** Máme balíček 32 sedmových kariet, ktorý náhodne premiešame. Určte pravdepodobnosť, že **a)** Na vrchu balíčka bude postupne srdcové, žaluďové, guľové a listové eso; **b)** Vrchné 4 karty balíčka budú všetky menšie ako desiatka.

**Príklad 1.4.** V nepriehľadnom vrecku máme 12 lístkov očíslovaných  $1, \dots, 12$ . Z týchto lístkov náhodne vyberieme tri. Vypočítajte pravdepodobnosť, že najväčšie z vybraných čísiel bude rovné 9.

**Príklad 1.5.** Vo vrecku máme 24 guľičiek, z toho 5 bielych, 8 modrých a 11 červených. Z vrecka vyberieme naraz 3 guľičky (t.j. spôsobom "bez návratu"). Určte pravdepodobnosť, že **a)** Všetky 3 budú biele; **b)** Dve budú červené a jedna bude modrá.

**Príklad 1.6.** Dvaja kolegovia A a B prídu do spoločnej kancelárie medzi ôsmou a štrnástou hodinou. (Predpokladáme, že A a B prichádzajú nezávisle na sebe a príchod každého z nich je rovnako pravdepodobný počas celého šesťhodinového intervalu.) Vieme, že A sa zdrží v kancelárii 1 hodinu a B sa zdrží 2 hodiny. Určte pravdepodobnosť, že B príde neskôr ako A, a zároveň sa A a B stretnú.

**Príklad 1.7.** V intervale  $(0, 1)$  zvolíme nezávisle rovnomerne náhodne tri čísla  $x, y, z$ . Nájdite pravdepodobnosť, že súčet týchto troch čísiel bude menší ako 1.

**Príklad\* 1.8** (Buffonova ihla). V rovine sú zakreslené rovnobežné priamky s rozstupmi  $L$ . Určte pravdepodobnosť toho, že ak na túto rovinu náhodne hodíme ihlu dĺžky  $l < L$ , tak pretne niektorú z priamok.

### Príklady na precvičenie

**Príklad 1.9.** Hodíme súčasne dvomi kockami. Vypočítajte pravdepodobnosť, že **a)** Na prvej kocke padne aspoň o dve body viac ako na druhej; **b)** Absolútna hodnota rozdielu bodov na kockách bude 0,1,2, alebo 3; **c)** Počet bodiek na druhej kocke bude celočíselným násobkom počtu bodiek na prvej kocke (t.j. výsledky budú napríklad  $(1, 5)$ ,  $(2, 2)$ ,  $(2, 4)$  a podobne).

**Príklad 1.10.** Hodíme súčasne desiatimi mincami. Vypočítajte pravdepodobnosť, že znak padne najmenej na štyroch a najviac na šiestich minciach.

**Príklad 1.11.** V nepriehľadnom vrečku máme 10 lístkov, z ktorých sú 3 čierne a 7 je bielych. Z vrečka postupne vyberieme všetky lístky, pričom ich budeme ukladať vedľa seba v takom poradí, v akom sme ich vyberali. Určte pravdepodobnosť toho, že všetky tri čierne lístky budú vedľa seba.

**Príklad 1.12.** Máme balíček 32 sedmových kariet, ktorý náhodne premiešame. Určte pravdepodobnosť, že **a)** Vrchné štyri karty balíčka budú mať rovnakú výšku (t.j. všetky budú sedmičky, alebo všetky budú osmičky a podobne); **b)** Medzi vrchnými šiestimi kartami budú presne dve esá (a štyri karty iné ako eso).

**Príklad 1.13.** V hre LOTO sa losuje 5 čísiel z 35. Vyhrávame cenu v I. poradí, ak vylosujú všetkých 5 nami tipovaných čísiel, v II. poradí ak uhádneme 4 čísla a v III. poradí ak uhádneme 3 čísla. Vypočítajte pravdepodobnosti výhier v jednotlivých poradiach.

**Príklad 1.14.** V urne máme  $a$  bielych a  $b$  čiernych guľôčok. Ťaháme dvakrát za sebou jednu guľôčku. Aká je pravdepodobnosť, že **a)** obidve guľôčky sú biele; **b)** aspoň jedna z vytiahnutých guľôčok je biela. Príklad vyriešte za predpokladu, že prvú vytiahnutú guľôčku už do urny nevraciam aj za predpokladu, že po prvom ťahu vrátíme guľôčku naspäť do urny.

**Príklad 1.15.** V nepriehľadnom vrečku máme 12 lístkov očíslovaných 1, ..., 12. Z týchto lístkov náhodne vyberieme tri. Vypočítajte pravdepodobnosť, že **a)** najväčšie z vybratých čísiel bude menšie ako 9; **b)** najmenšie z vybratých čísiel bude 4.

**Príklad 1.16.** V príklade 1.5 **a)** určte pravdepodobnosť, že všetky tri guľičky budú rôznej farby. **b)** Aká je pravdepodobnosť, že medzi desiatimi náhodne vybratými guľičkami budú 3 biele, 3 modré a 4 červené?

**Príklad 1.17.** V príklade 1.6 určte pravdepodobnosť, že **a)** A odíde z kancelárie skôr ako B; **b)** A príde do kancelárie neskôr ako B ale súčasne odíde z kancelárie skôr ako B.

**Príklad 1.18.** Na úsečke dĺžky 1 zvolíme rovnomerne náhodne dva body, ktoré nám rozbijú danú úsečku na tri segmenty. Nájdite pravdepodobnosť, že **a)** zo vzniknutých segmentov bude možné zložiť trojuholník; **b)** najkratší vzniknutý segment bude menší ako  $1/4$ ; **c)** najdlhší vzniknutý segment bude väčší ako  $1/2$ .

**Príklad 1.19.** Pravouhlá mriežka pozostáva z dvoch navzájom kolmých sústav rovnobežných priamok s rozstupom 2. Na túto rovinu hodíme kruh s priemerom 1. Vypočítajte pravdepodobnosť, že tento kruh **a)** prekryje niektorú z priamok; **b)** prekryje niektorý z priesečníc priamok?

**Príklad\* 1.20** (Buffonov kríž). V rovine sú zakreslené rovnobežné priamky s rozstupmi  $L$ . Vytvoríme kríž zvarením dvoch ihiel dĺžky  $l < L$  v ich stredoch navzájom kolmo. Vypočítajte pravdepodobnosť, že ak tento kríž náhodne hodíme na rovinu, tak pretne niektorú z priamok.