Hotellingov jednovýberový T^2-test: Nech $X_1, \ldots, X_n$ je náhodný výber z $N_p(\mu, \Sigma)$. Testujme hypotézu $H_0 : \mu = \mu_0$ oproti alternatíve $H_1 : \mu \in \mathbb{R}^p \setminus \{\mu_0\}$.

Za platnosti H_0 je:

$$S_0 = \frac{1}{n}(x - 1_n\mu_0^T)^T(x - 1_n\mu_0^T) = S + dd^T,$$

kde $d = \bar{x} - \mu_0$, a teda $l_0^* = l(\mu_0, S + dd^T)$.

Za platnosti H_1 máme $l_1^* = l(\bar{x}, S)$.

Potom

$$-2\log\lambda = 2(l_1^* - l_0^*) =$$

$$= -n\log\det(S) - n\mathrm{tr}(S^{-1}S) - n(\bar{x}-\bar{x})^T S^{-1}(\bar{x}-\bar{x}) + n\log\det(S+dd^T) + n\mathrm{tr}((S+dd^T)^{-1}S) +$$

$$+n(\bar{x} - \mu_0)^T(S + dd^T)^{-1}(\bar{x} - \mu_0) =$$

$$n\log\det(\frac{S + dd^T}{S}) + n\mathrm{tr}((S + dd^T)^{-1}S) + nd^t(S + dd^T)^{-1}d - np =$$

$$= n\log\det(\frac{S + dd^T}{S}) + n\mathrm{tr}((S + dd^T)^{-1}(dd^T + S)) - np =$$

$$= n\log\det(\frac{S + dd^T}{S}) = n\log\det(1 + S^{-1/2}dd^T S^{-1/2}) = n\log(1 + d^T S^{-1}d).$$

Táto štatistika je monotónna funkcia $(n-1)d^T S^{-1}d$, a teda $-2\log\lambda > k$ práve vtedy, keď $(n-1)d^T S^{-1}d > k'$. Ale keďže $(n-1)d^T S^{-1}d$ má Hotellingovo rozdelenie, potom

$$(n-1)(\bar{x} - \mu_0)^T S^{-1}(\bar{x} - \mu_0) \sim T^2(p, n-1)$$

alebo

$$\frac{n-p}{p}(\bar{x} - \mu_0)^T S^{-1}(\bar{x} - \mu_0) \sim F(p, n-p).$$

Asymptotický výsledok podľa Wilksovej vety:

$$n\log(1 + (\bar{x} - \mu_0)^T S^{-1}(\bar{x} - \mu_0)) \sim \chi_p^2$$