

Otázky na skúšku z predmetu “Regresné modely 2 (2-PMS-108)”

Radoslav Harman, KAMŠ, FMFI UK

6. mája 2019

1. Priestor $\mathfrak{X}$ bodov návrhu. Definícia exaktného návrhu experimentu a príklad pre model váženia. Definícia a zdôvodnenie aproximatívneho návrhu experimentu. Vlastnosti množiny Ξ aproximatívnych návrhov experimentov.
2. Informačná matica $M(\xi)$ návrhu experimentu ξ v lineárnom regresnom modeli s regresormi $\{f(x) : x \in \mathfrak{X}\}$. Základné vlastnosti funkcie $M : \Xi \rightarrow \mathbb{R}^{m \times m}$ a množiny informačných matíc $\mathcal{M} = \{M(\xi) : \xi \in \Xi\}$ v závislosti na vlastnostiach funkcie f a množiny $\mathfrak{X}$.
3. Konvexný obal množiny vektorov (resp. matíc). Carathéodoryho veta a jej dôsledok pre veľkosť nosiča aproximatívneho návrhu experimentu.
4. Kritérium optimality. Pojem optimálneho aproximatívneho a optimálneho exaktného návrhu. Porovnanie výpočtovej náročnosti problémov aproximatívneho a exaktného optimálneho návrhu. Základné myšlienky algoritmov na numerický výpočet týchto návrhov.
5. Najlepší nevychýlený lineárny odhad lineárnej kombinácie $h^T \theta$, kde $h \in \mathbb{R}^m$ a $\theta \in \mathbb{R}^m$ je parameter lineárneho regresného modelu. Definícia a štatistická interpretácia kritérií c -optimality a G -optimality.
6. Elipsoid koncentrácie $\mathcal{E}_\xi$, kde $\xi \in \Xi$, pojmy rovnomerne nie horší návrh, rovnomerne ekvivalentný návrh a rovnomerne lepší návrh. Ekvivalentné charakterizácie podmienky $\mathcal{E}_\xi \subseteq \mathcal{E}_\zeta$.
7. Objem elipsoidu koncentrácie $\mathcal{E}_\xi$ vyjadrený pomocou informačnej matice $M(\xi)$. Definícia a štatistická interpretácia kritéria D -optimality.

8. Vzťah dĺžok projekcií $\mathcal{E}_\xi$ a variancií (rozptylov) najlepších nevychýlených lineárnych odhadov lineárnej kombinácie $h^T\theta$, $h \in \mathbb{R}^m$. Definícia a štatistická interpretácia kritérií A a E -optimality.
9. Definícia Elfvingovej množiny $\mathcal{S}$. Význam návrhov η , pre ktoré $\{f(x) : \eta(x) > 0\} \subseteq \partial\mathcal{S}$. Znenie Elfvingovej vety.
10. Najdôležitejšie analytické vlastnosti kritéria D -optimality a D -optimálnej informačnej matice. To isté pre kritérium A -optimality.
11. Základné analytické vlastnosti kritéria c -optimality. Najdôležitejšie analytické vlastnosti kritérií E -optimality a G -optimality.
12. Definícia a základné vlastnosti smerovej derivácie kritéria (existencia a súvis s gradientom, pokiaľ tento gradient existuje). Smerová derivácia pre kritériá D - a A -optimality.
13. Nutné a postačujúce podmienky optimality návrhu experimentu, ich vyjdrenie pomocou smerovej derivácie a pomocou gradientu (ak existuje). Špecifikácia týchto podmienok pre kritériá D - a A -optimality. Veta o ekvivalencii aproximatívneho D - a G -optimálneho návrhu.
14. Veta, ktorá umožňuje oceniť, ako ďaleko je daný návrh od optimálneho návrhu. Veta o vzťahu nosiča Φ -optimálneho návrhu μ a množiny extrémálnych bodov funkcie $x \rightarrow f^T(x)\nabla\Phi[M(\mu)]f(x)$.
15. Základné myšlienky navrhovania experimentov v nelineárnom regresnom modeli.