

## 9 Limitné vety, Studentov $t$ -test

**Príklad 9.1.** Sformulujte zákon veľkých čísel. Čo hovorí ľudskou rečou? Vysvetlite fungovanie tohto zákona na príkladoch: a) Prečo zabezpečuje 0 v rulete ziskovosť kasína?

**Príklad 9.2.** Autobusom 39 včera cestovalo 1000 ľudí. Predpokladajme, že doba čakania na autobus 39 má neznáme rozdelenie so strednou hodnotou 3 minúty a disperziou 1,6 a že dĺžky čakania jednotlivých cestujúcich sú navzájom nezávislé. Pomocou centrálnej limitnej vety aproximujte pravdepodobnosť, že cestujúci včera celkovo čakali na autobus 39 viac ako 2 dni.

**Príklad 9.3** (Studentov  $t$ -test). Za účelom testovania špeciálnej váhy sme vykonali 10 nezávislých vážení závažia, ktorého hmotnosť je presne 1 gram. V každom vážení váha ukázala mierne odlišný výsledok. Z výsledkov sme vypočítali výberový priemer 1,004581 gramu a výberový rozptyl 0,000119  $g^2$ . Predpokladáme, že výsledky jednotlivých meraní majú normálne rozdelenie  $N(\mu, \sigma^2)$ . Vykonajte test hypotézy  $H_0 : \mu = 1$  voči  $H_1 : \mu \neq 1$  na hladine významnosti  $\alpha = 0,1$ . Vieme, že 5-percentná kritická hodnota Studentovho rozdelenia s 9-timi stupňami voľnosti je  $t_9(0,05) = 1,833$ .

### Príklady na precvičenie

**Príklad 9.4.** V prieskume sa agentúra nezávisle náhodne vybraných ľudí pýtala na dôležitú spoločenskú otázku typu áno/nie a zaznamenala aká časť ľudí odpovedala kladne (napr. 98% ľudí odpovedalo áno na otázku, či pokladajú krádež za odsúdeniahodný čin). Pomocou zákona veľkých čísel zdôvodnite, že pomer respondentov, ktorí odpovedali kladne sa s rastúcim počtom dotázaných ľudí blíži ku skutočnej podpore danej otázky v spoločnosti.

**Príklad 9.5.** Predpokladajme, že počet návštev webovej stránky za minútu má Poissonove rozdelenie s parametrom  $\lambda = 2$  (bez ohľadu na to, koľko je hodín) a že návštevy sú navzájom nezávislé. Pomocou normálneho rozdelenia aproximujte pravdepodobnosť, že za 1 deň stránku navštívi viac ako 3 000 ľudí.

**Príklad 9.6.** V roku 1882 vykonal Michelson 23 nezávislých meraní rýchlosti svetla, pričom priemer nameraných hodnôt bol  $\bar{x} = 299756,2$  km/s a výberový rozptyl meraní vyšiel  $S^2 = 11473,54$ . Môžeme predpokladať, že merania zodpovedali realizáciám nezávislých náhodných premenných s normálnym rozdelením  $N(\mu, \sigma^2)$ . Na hladine významnosti  $\alpha = 0,05$  testujte hypotézu, že Michelsonove merania neboli zaťažené výchylkou strednej hodnoty, t.j. testujte, že  $\mu = 299792,5$  km/s, čo je "presná" rýchlosť svetla určená modernými metódami. Poznáme kritickú hodnotu  $t_{22}(0,025) = 2,074$ . **Riešenie:** Hodnota testovacej štatistiky je  $-1,625$  a teda  $H_0$  nezamietame.