

10 Štatistika - Náhodné výbery

Príklad 10.1. Predpokladajme, že výšky študentov Matfyzu majú normálne rozdelenie. Odmerali sme výšku $n = 10$ nezávisle náhodne vybraných študentov Matfyzu. Výsledky meraní sú dané tabuľkou

č. študenta	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
výška [cm]	165	181	177	167	164	174	164	175	178	176

a) Určte realizáciu (hodnotu) výberového priemeru \bar{X} a realizáciu výberovej disperzie S^2 . b) Predpokladajme, že poznáme disperziu výšok študentov Matfyzu σ^2 , ktorá sa zhoduje s výberovou disperziou vypočítanou v časti a), t.j. $\sigma^2 = S^2$. Odvoďte a vyčíslite 95-percentný obojstranný interval spoľahlivosti pre priemernú výšku študentov Matfyzu.

Príklad 10.2. Uvažujme merania z Príkladu 1. Odhadnite ako by sa zmenil 95-percentný interval spoľahlivosti pre priemernú výšku študentov a potom ho vypočítajte, za predpokladu, že a) odmerali by sme výšku 100 študentov (a \bar{X} ani σ^2 sa nezmenili), b) vedeli by sme, že disperzia výšok študentov Matfyzu je $\sigma^2 = 25$ (a \bar{X} ani n sa nezmenili), c) výberový priemer by nám vyšiel $\bar{X} = 175$ (a n ani σ^2 sa nezmenili).

Príklad 10.3. Z príspevku verejnej mienky chceme zistiť, aké preferencie má istá politická strana. V prieskume (FOCUS, december 2016) uviedlo $n = 734$ respondentov, že by išlo voliť. Spomedzi týchto respondentov uviedlo 43, že by volilo danú politickú stranu. Predpokladajme, že každý občan by volil túto stranu s neznámou pravdepodobnosťou p a že občania sa správajú nezávisle, t.j. $X_i \sim \text{Alt}(p)$, $i = 1, \dots, n$, kde X_i značí, či i -ty respondent by volil danú stranu. a) Vypočítajte realizáciu \bar{X} a S^2 , t.j. priemernú podporu strany medzi respondentmi a disperziu tejto podpory. b) Predpokladajme, že $D(X_i) = S^2$, kde S^2 sme vypočítali v časti a). Pomocou centrálnej limitnej vety vypočítajte 95-percentný interval spoľahlivosti pre p .

Príklady na precvičenie

Príklad 10.4. Náhodne sme opravili 16 písomiek. Priemerný zisk bodov spomedzi týchto 16 písomiek bol 30 bodov. Predpokladajme, že počty bodov za písomku sú rozdelené normálne, s neznámou strednou hodnotou μ a známou disperziou $\sigma^2 = 150$. Určte 95-percentný obojstranný interval spoľahlivosti pre μ . **Riešenie:** (24; 36)

Príklad* 10.5. V roku 1882 vykonal Michelson $n = 23$ nezávislých meraní rýchlosti svetla, pričom priemer nameraných hodnôt bol $\bar{x} = 299756,2$ km/s a výberový rozptyl meraní vyšiel $S^2 = 11473,54$. Predpokladajme, že merania zodpovedali realizáciám nezávislých náhodných premenných s normálnym rozdelením $N(\mu, \sigma^2)$, kde μ a σ^2 sú neznáme parametre. Nájdite 95-percentný obojstranný interval spoľahlivosti pre μ . Pomôcka: Dá sa ukázať, že za daných predpokladov má náhodná premenná $\frac{\bar{X}-\mu}{S}\sqrt{n}$ studentovo rozdelenie s $n - 1$ stupňami voľnosti t_{n-1} . Vieme, že 2,5-percentná kritická hodnota rozdelenia t_{22} je 2,074. **Riešenie:** (299 708,8; 299 803,6)