

## 5 Náhodné vektory

**Príklad 5.1.** Nech  $U$  je  $m$ -rozmerný a  $V$  je  $n$ -rozmerný náhodný vektor. Uvažujme maticu  $\mathbf{A}$  typu  $p \times m$  a  $\mathbf{B}$  typu  $r \times n$ , a vektor  $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^p$ . Ukážte, že

a)  $Cov(\mathbf{A}U, \mathbf{B}V) = \mathbf{A}Cov(U, V)\mathbf{B}^T$ ,

b)  $Var(\mathbf{A}U + \mathbf{b}) = \mathbf{A}Var(U)\mathbf{A}^T$ .

**Príklad 5.2.** Nech  $Z \sim N_n(\mu, \Sigma)$ , pričom  $\Sigma$  je regulárna. Ukážte, že potom

a)  $\Sigma^{-1/2}(Z - \mu) \sim N_n(\mathbf{0}, \mathbf{I})$ ,

b)  $(Z - \mu)^T \Sigma^{-1} (Z - \mu) \sim \chi_n^2$ .

**Príklad 5.3.** Nech  $Z \sim N_n(\mathbf{0}, \mathbf{I})$  a nech  $\mathbf{K}$  je symetrická idempotentná matica. Dokážte, že  $Z^T \mathbf{K} Z \sim \chi_{\text{rank}(\mathbf{K})}^2$ .