

Maticová algebra pre štatistikov – motivácia a obsah

Motivácia

Použitie. S dátami typicky pracujeme ako s tabuľkami čísel (a teda ako s maticami) – či už sú to údaje o poistkách a poistencoch, návštevníkoch webovej stránky, preferenciách užívateľov Netflixu, alebo údaje o obrázkoch, na ktorých sa snažíme učiť stroje nachádzať ľudí. Preto aj algoritmy/modely/metódy pracujúce s dátami typicky veľmi intenzívne používajú matice. Schopnosť náležite pracovať s maticami je potom dôležitá, aby človek vedel napríklad:

- pochopiť jednotlivé metódy,
- vysporiadať sa s “neučebnicovými” situáciami,
- správne interpretovať výsledky,
- upravovať a vyvíjať metódy.

Príklady oblastí, kde sú matice značne užitočné, aj s názvami Bc/Mgr predmetov v zátvorke:

- Strojové učenie a veľarozmerná štatistika (Princípy dátovej vedy, Ekonometria, Viacrozmerné štatistické metódy, Regresné modely, Analýza zhlukov a klasifikácia dát, Strojové učenie, ...) – preto sú aj základy lineárnej algebry a matíc typickým začiatkom kníh o strojovom učení (napr. <https://www.deeplearningbook.org/>). To zahŕňa rôzne modely v poisťovníctve (modelovanie pravdepodobnosti poistnej udalosti, poistnej škody, frekvencie poistných udalostí, ...).
- Optimalizácia, teda algoritmická minimalizácia/maximalizácia nejakej hodnoty (Lineárne programovanie, Metódy voľnej optimalizácie, Optimalizačné a výpočtové metódy, Konvexná optimalizácia, Stochastické optimalizačné metódy).
- Siete/grafy (Veda o sieťach, Analýza sociálnych sietí).
- Markovovské procesy (Markovovské modely (1) a (2)).

Slovami študentov – komentáre z ankety k študijnému programu DAV (všetko LS 2022/2023):

- “Napríklad na také Metódy voľnej optimalizácie nemáme ako druháci absolutne dobre nastavené prerekvizity - hodila by sa minimálne povinná maticovka (ako ma človek sám vedieť, že by sa mu to na povinnom MVO mohlo zísť?)”
- “Oceňujem, že Matematická analýza (2) je už povinný predmet, avšak stále si myslím, že aj Maticová algebra pre štatistikov by mala byť povinná.”
- “Manipulácia s maticami je pomerne podstatná na viacerých predmetoch (lineárne programovanie, MVO), preto by som Maticovú algebru navrhol preradiť do povinných predmetov.”

Pravdepodobný obsah

Chronologická osnova je v infoliste https://sluzby.fmph.uniba.sk/infolist/sk/1-PMA-215_15.html. Hlavné oblasti, ktorým sa na predmete venujeme, sú:

1. Základná práca s maticami a vektormi a geometrický pohľad na ňu
 - násobenie vektorov a matíc, matica ako lineárne zobrazenie, blokové matice.
2. Riešenie systémov lineárnych rovníc
 - štyri základné priestory (stĺpcový, riadkový, nulový, ľavý nulový) a hodnosť matice, ich vzťah s riešením rovníc; LU rozklad: maticový pohľad na elimináciu.
3. “Riešenie” neriešiteľných systémov lineárnych rovníc
 - problém najmenších štvorcov, normálne rovnice, projekčné matice.
4. Dôležité triedy matíc
 - ortogonálne matice a QR rozklad: maticový pohľad na Gram-Schmidtovu ortogonalizáciu; permutačné matice; idempotentné a projekčné matice; pozitívne (semi)definitné matice.
5. Skoro inverzné matice:
 - Ľavé a pravé inverzné matice, zovšeobecnené inverzné matice, Mooreova-Penroseova pseudoinverzná matica.
6. Dôležité charakteristiky matíc
 - priestor matíc, maticová norma a stopa matice; determinant; vlastné čísla a vlastné vektory, spektrálny rozklad; singulárne čísla a vektory, singulárny rozklad.