Domáca úloha 2

1. Pre zvolený počet dát n a pre zvolený počet simulácií N (N aspoň 1000) zopakujte bod 2(b) z predchádzajúcej domácej úlohy: teda N-krát vygenerujte n realizácií z $Pois(\lambda)$ a vypočítajte ich priemer. Akurát, že tentokrát to spravte tromi rôznymi spôsobmi:

   (a) Klasickým for-cyklom, ktorý ide cez $1, \ldots, N$.

   (b) For-cyklus nahraďte vhodnou z funkcií, ktoré realizujú for-cyklus "jednoriadkovo": napr. `apply, replicate`.

   (c) Efektívne vektorizovane, čiže bez for cyklu a takisto bez funkcií, ktoré for-cyklus imitujú (`apply, replicate`). Takže použite maticové operácie, alebo špeciálne funkcie ako `colSums` apod.

   (Každý z vás už jeden z postupov (a), (b), (c) spravil v DÚ1.)

2. Porovnajte časy postupov z bodu 1 a okomentujte výsledok. Cieľ je, aby ste našli postup, ktorý je podstatne rýchlejší ako obyčajný for-cyklus z časti (a).

3. Naprogramujte (viacrozmernú) gradientnú metódu, teda naprogramujte funkciu, ktorej vstupmi budú:

   - f (funkcia, ktorú minimalizujeme)
   - x_0 (štartovací bod)
   - λ (fixná dĺžka kroku)

   a výstupmi:

   - x^* (lokálne minimum)
   - $f(x^*)$ (funkčná hodnota v x^*).

   Poznámky:

   - Samozrejme, môžete vychádzať z "manuálnej" verzie gradientnej metódy z hodiny (a ľubovoľne z nej môžete kopírovať).
   - Gradient počítajte numericky vnútri funkcie, neberte ho ako jeden zo vstupov.
   - Funkcie v Rku môžu mať priamočiaro ako vstup inú funkciu; funguje to rovnako ako s "normálnymi" vstupmi.

4. Aplikujte vašu funkciu z bodu 1 na nájdenie minima funkcie

   $$g(\mathbf{x}) = 100(x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2, \quad \text{pre } \mathbf{x} \in \mathbb{R}^2.$$

   V rozumnej miere analyzujte správanie vašej funkcie. Ako sa správa (rýchlosť, kvalita výstupu) pri rôznych hodnotách parametra λ a pri rôznych počiatočných bodoch? Nachádza spoľahlivo globálne optimum?

Bonus (2 body): Naprogramujte funkciu ako v časti 4, akurát v každom kroku bude λ_k počítaná ako optimálna dĺžka kroku (teda λ tentokrát nebude vstupom funkcie). Teda λ_k minimalizuje funkciu

$$a(\lambda) = f(x^{(k)} - \lambda \nabla f(x^{(k)}))$$

cez všetky λ v nejakom intervale, napr. $[0, 4]$. Porovnajte správanie tejto funkcie s funkciou z bodu 4. (Na minimalizáciu funkcie $a(\lambda)$ môžete použiť zabudované Rkovské funkcie.)