

10 Štatistika - Náhodné výbery

Príklad 10.1. Predpokladajme, že výšky študentov Matfyzu majú normálne rozdelenie. Odmerali sme výšku $n = 10$ nezávisle náhodne vybraných študentov Matfyzu. Výsledky meraní sú dané tabuľkou

č. študenta	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
výška [cm]	165	181	177	167	164	174	164	175	178	176

a) Určte realizáciu (hodnotu) výberového priemeru $\bar{X}$ a realizáciu výberovej disperzie S^2 . **b)** Predpokladajme, že poznáme disperziu výšok študentov Matfyzu σ^2 , ktorá sa zhoduje s výberovou disperziou vypočítanou v časti a), t.j. $\sigma^2 = S^2$. Odvoďte a vyčíslite 95-percentný obojstranný interval spoľahlivosti pre priemernú výšku študentov Matfyzu.

Príklad 10.2. Uvažujme merania z Príkladu 1. Odhadnite ako by sa zmenil 95-percentný interval spoľahlivosti pre priemernú výšku študentov a potom ho vypočítajte, za predpokladu, že **a)** odmerali by sme výšku 100 študentov (a $\bar{X}$ ani σ^2 sa nezmenili), **b)** vedeli by sme, že disperzia výšok študentov Matfyzu je $\sigma^2 = 25$ (a $\bar{X}$ ani n sa nezmenili), **c)** výberový priemer by nám vyšiel $\bar{X} = 175$ (a n ani σ^2 sa nezmenili).

Príklady na precvičenie

Príklad 10.3. Náhodne sme opravili 16 písomiek. Priemerný zisk bodov spomedzi týchto 16 písomiek bol 30 bodov. Predpokladajme, že počty bodov za písomku sú rozdelené normálne, s neznámou strednou hodnotou μ a známou disperziou $\sigma^2 = 150$. Určte 95-percentný obojstranný interval spoľahlivosti pre μ .

Príklad* 10.4. V roku 1882 vykonal Michelson $n = 23$ nezávislých meraní rýchlosti svetla, pričom priemer nameraných hodnôt bol $\bar{x} = 299756,2$ km/s a výberový rozptyl meraní vyšiel $S^2 = 11473,54$. Predpokladajme, že merania zodpovedali realizáciám nezávislých náhodných premenných s normálnym rozdelením $N(\mu, \sigma^2)$, kde μ a σ^2 sú neznáme parametre. Nájdite 95-percentný obojstranný interval spoľahlivosti pre μ . Pomôcka: Dá sa ukázať, že za daných predpokladov má náhodná premenná $\frac{\bar{X} - \mu}{S} \sqrt{n}$ studentovo rozdelenie s $n - 1$ stupňami voľnosti t_{n-1} . Vieme, že 2,5-percentná kritická hodnota rozdelenia t_{22} je 2,074.

Príklad 10.5. V prieskume verejnej mienky (FOCUS, november 2015) uviedlo $n = 762$ respondentov, že by išlo voliť. Spomedzi týchto respondentov uviedlo 40, že by volilo danú politickú stranu. Predpokladajme, že každý občan by volil túto

stranu s neznámou pravdepodobnosťou p a že občania sa správajú nezávisle, t.j. $X_i \sim \text{Alt}(p)$, $i = 1, \dots, n$, kde X_i značí, či i -ty respondent by volil danú stranu. **a)** Vypočítajte $\bar{X}$ a S^2 , t.j. priemernú podporu strany medzi respondentmi a disperziu tejto podpory. **b)** Predpokladajme, že $D(X_i) = S^2$, kde S^2 sme vypočítali v časti a). Pomocou centrálnej limitnej vety vypočítajte 95-percentný interval spoľahlivosti pre p .