0 Opakovanie

Príklad 0.1. Andrea organizuje na chate stretávku spolužiakov po 5 rokoch. Na facebookovej udalosti sa vyjadrilo 10 spolužiakov, že sa zúčastnia (Z), a siedmi sa vyjadrili, že majú záujem (M). Andrea predpokladá, že spolužiaci z kategórie Z naozaj prídu s pravdepodobnosťou $0,98$ a spolužiaci z kategórie M s pravdepodobnosťou $0,7$, a že všetci sa rozhodujú nezávisle. Koľko večerí má Andrea na chate objednať?

Príklad 0.2. Každý zo 116 študentov pravdepodobnosti a štatistiky hodí 80-krát kockou a vypočíta súčet svojich hodov. Ako bude vyzerať histogram súčtov? Vysvetlite.

Príklad 0.3 (Ako zakresliť hustotu $N(\mu, \sigma^2)$ pre danú σ^2)**.** Nech $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ a nech $f(x)$ je hustota X. **a)** Ukážte, že $x = \mu \pm \sigma$ sú inflexnými bodmi $f(x)$ (t.j. funkcia sa v nich mení z konkávnej na konvexnú alebo naopak). **b)** Ukážte, že X sa nachádza v intervale $(\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma)$ s pravdepodobnosťou väčšou ako 95% a v intervale $(\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma)$ s pravdepodobnosťou väčšou ako 99%.

Príklad 0.4. Novinári uverejnili článok 'Prečo bývajú bohatí a úspešní ľudia aj nečestní' (http://tech.sme.sk/c/20087852/preco-byvaju-bohati-a-uspesni-ludia-aj-necestni-tyzden-vo-vede.html, 6. 2. 2016). Ako mohli v článku

http://www.pnas.org/content/113/7/1754.abstract
http://www.pnas.org/content/113/7/1754.full.pdf

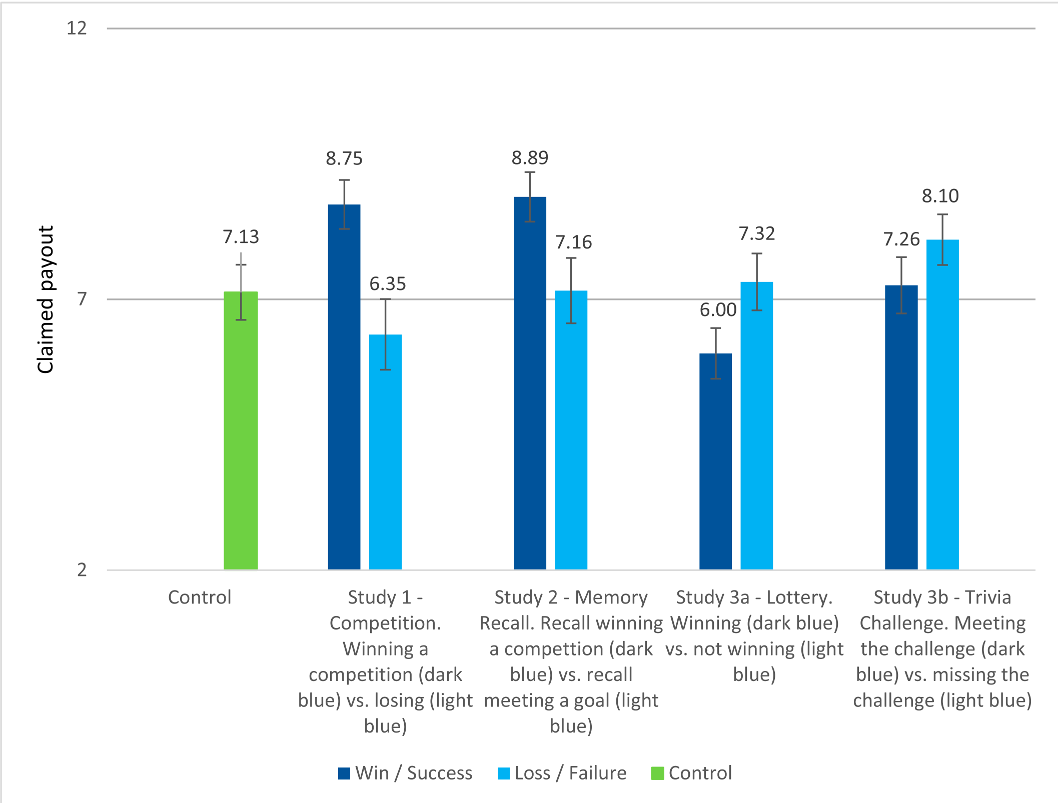
prísť k takému záveru? Ukážeme si to za zjednodušených predpokladov.

Výskumníci rozdelili skupinu ľudí na dvojice a každá dvojica hrala nasledovnú hru. V banku je 12 Eur, ktoré sa rozdelia medzi dvojicu. Jeden z dvojice ('hádzajúci') hodí dvoma kockami a nahlási súčet bodov X, ktoré hodil (mal by nahlásiť skutočný súčet, ale môže čokoľvek). Potom hádzajúci dostane X a druhý hráč zvyšok, t.j. $12 - X$. Vo výsledku výskumníkov zaujíma, nakoľko sa priemerná nahlásená hodnota X líši od očakávanej priemernej hodnoty. Celkovo bolo pre $n = 23$ dvojíc namerané $\bar{X} = 7,13$ a $S^2 = (2,46)^2$ (zelený stĺpec na obr. 1).

Predpokladajme, že $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$, $i = 1, \ldots, n$ a sú nezávislé. Pričom μ je neznámy priemerný počet nahlásených padnutých bodov a predpokladajme, že σ^2 je známa hodnota, rovná hodnote výberovej disperzie ($\sigma^2 = S^2$). Vypočítajte 95-percentný interval spoľahlivosti pre μ. Ak hodnota 7 (čo je priemerná hodnota, keby hráči nepodvádzali) nepadne do tohto intervalu, tak môžeme povedať, že hráči z danej skupiny podvádzali (prípadne si zámerne škodili).

V ďalšom experimente boli ľudia najprv rozdelení na 43 dvojíc a hrali v týchto dvojiciach úplne inú hru, nazvime ju predhra. Každý víťaz predhry dostal drobnú vecnú cenu a potom v iných dvojiciach hrali pôvodnú hru, popísanú vyššie. Tentokrát výskumníci sledovali aké boli priemerné hodnoty X pre výhercov z predhry a pre porazených z predhry. Pre $n_1 = 20$ víťazov boli celkové výsledky $\bar{X} = 8,75$ a $S^2 = (2,023)^2$ a pre $n_2 = 23$ porazených $\bar{X} = 6,35$ a $S^2 = (3,128)^2$ (tmavomodrý a bledomodrý stĺpec v Study 1 na obr. 1). Opäť zistite intervaly spoľahlivosti a overte, či v nich leží hodnota 7.

Pri všetkých troch skupinách sa výsledky zhodujú so zisteniami výskumníkov. (*Pozn.*: 1. V skutočnosti výskumníci používali mierne iný postup. 2. Intervaly okolo $\bar{X}$ ohraničené čiernymi čiarami na obr. 1 nie sú tie isté ako tie vypočítané v tomto príklade.)



Obr. 1: Výsledky experimentov. Výšky stĺpcov udávajú priemernú ohlásenú hodnotu X v prvom experimente (Control, zelená) a v druhom experimente (Study 1; tmavomodrá - víťazi predhry, bledomodrá - porazení v predhre)

Príklad 0.5 (du*)**.** Nech X je výsledok nasledujúcej hry: hodíme vyváženou mincou. Ak padne hlava, tak výsledok hry je 0. Ak padne znak, tak rovnomerne náhodne zvolíme číslo

na intervale $(0, 1)$ a toto číslo je výsledkom hry. **a)** Určte distribučnú funkciu $F(x)$. **b)** Ako by mohla vyzerať hustota $f(x)$, ak by sme jej povolili aj 'nekonečné' hodnoty? **c)** Určte $P(X = x)$ pre každé $x \in \mathbb{R}$. **d)** Je X diskrétna alebo spojitá náhodná premenná?
Pozn.: Pre formálne popísanie 'hustôt', ktoré zachycujú aj diskrétne javy, pozri Diracovu delta funkciu (Dirac delta function).