

3 Rozdelenia funkcií náhodných vektorov

Príklad 3.1. Nech X, Y sú nezávislé náhodné premenné s rozdelením $Exp(\lambda)$. Nájdite hustotu náhodnej premennej $X + Y$.

Príklad 3.2. Nech X, Y sú nezávislé náhodné premenné s rovnomerným rozdelením na intervale $(0, 1)$. Nájdite hustotu a strednú hodnotu náhodnej premennej XY .

Príklad 3.3. Nech X, Y sú kladné nezávislé spojité náhodné premenné. Vyjadrite hustotu náhodnej premennej XY pomocou hustôt náhodných premenných X a Y vzorcom analogickým ku konvolučnému vzorcu.

Príklady na precvičenie

Príklad 3.4. Nech X, Y sú nezávislé náhodné premenné s rovnomerným rozdelením na intervale $(0, 1)$. Nájdite hustotu, strednú hodnotu a disperziu nasledovných náhodných premenných **a)** $X + Y$; **b)** $X - Y$.

Príklad 3.5. Nech X, Y sú nezávislé náhodné premenné, pričom X má rovnomerné rozdelenie na intervale $(-1, 1)$ a Y má rovnomerné rozdelenie na intervale $(-2, 2)$. Nájdite hustotu, strednú hodnotu a disperziu náhodných premenných $X + Y$ a XY .

Príklad 3.6. Nech X a Y sú nezávislé náhodné premenné a nech $Z = X/Y$ (predpokladáme, že $\{\omega \mid Y(\omega) = 0\} = \emptyset$, t.j. Y sa nikdy nerovná nule). Nájdite distribučnú funkciu a hustotu náhodnej premennej Z pre prípady **a)** $X, Y \sim Exp(1)$; **b)** $X, Y \sim Rovn(0, 1)$. Pre-svedčte sa, že v ani jednom z týchto dvoch prípadov nemá náhodná premenná Z konečnú strednú hodnotu.