

8 Intervaly spoľahlivosti

Príklad 8.1. V roku 1882 vykonal Michelson 23 nezávislých meraní rýchlosti svetla, pričom priemer nameraných hodnôt bol $\bar{x} = 299756,2$ km/s a výberový rozptyl meraní vyšiel $s^2 = 11473,54$. Predpokladajme, že merania zodpovedali realizáciám nezávislých náhodných premenných s normálnym rozdelením $N(\mu, \sigma^2)$, kde μ a σ^2 sú neznáme parametre. Nájdite 95-percentný obojstranný interval spoľahlivosti pre μ . Vieme, že 2,5-percentná kritická hodnota rozdelenia t_{22} je 2,074.

Príklad 8.2. Merali sme priemer 150 súčiastok. Predpokladajme, že sledovaný znak má rozdelenie $N(\mu, \sigma^2)$, kde μ a σ^2 sú neznáme. Z výsledkov merania sme vypočítali výberový rozptyl 134,7. Určte realizáciu 99-percentného obojstranného intervalu spoľahlivosti pre σ^2 . Vieme, že 99,5-percentná kritická hodnota rozdelenia χ^2_{149} je 108,29 a 0,5-percentná kritická hodnota rozdelenia χ^2_{149} je 197,21.

Príklad 8.3. Nezávisle sme sledovali účinok dvoch protikorózných látok. Predpokladáme, že hodnoty korózie majú rozdelenie $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ po aplikácii prvej látky a $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ po aplikácii druhej látky, pričom nepoznáme ani jednu z hodnôt $\mu_1, \mu_2, \sigma_1, \sigma_2$. Prvú látku sme použili v 13 prípadoch a druhú v 11 prípadoch. Po stanovenej dobe sme zistili hodnoty korózie, kde pri prvej látke sme vypočítali priemernú hodnotu korózie $\bar{x}_1 = 82,4$ a výberovú disperziu $s_1^2 = 20$ a pri druhej látke $\bar{x}_2 = 80,9$ a $s_2^2 = 22$. Určte 95-percentný interval spoľahlivosti pre pomer variancií σ_1^2/σ_2^2 . Vieme, že kritické hodnoty Fisherovho rozdelenia $F_{10,12}$ sú $F_{10,12;0,975} = 0.2761$ a $F_{10,12;0,025} = 3.3735$.

Príklady na precvičenie

Príklad 8.4. Vykonali sme 10 nezávislých vážení istého objektu. V každom vážení váha ukázala mierne odlišný výsledok. Z výsledkov sme vypočítali výberový priemer 9,215 kg a výberový rozptyl 2,67 kg². Predpokladáme, že výsledky jednotlivých meraní majú normálne rozdelenie $N(\mu, \sigma^2)$. Nájdite 99-percentný obojstranný interval spoľahlivosti pre μ . Vieme, že 0,5-percentná kritická hodnota rozdelenia t_9 je 3,25.

Príklad 8.5. Z veľkého súboru rezistorov rovnakého typu a nominálnej hodnoty sme vybrali 16 kusov. Na základe dlhodobých skúseností môžeme predpokladať, že v základnom súbore majú hodnoty odporu rezistorov v $k\Omega$ rozdelenie $N(\mu, \sigma^2)$, avšak μ a σ^2 sú neznáme. Výberový priemer odporu vybratých rezistorov je 9,3 $k\Omega$ a výberový rozptyl 6,25 ($k\Omega$)².
a) Určte realizáciu 99-percentného obojstranného intervalu spoľahlivosti pre parameter μ ;
b) Určte realizáciu 99-percentného obojstranného intervalu spoľahlivosti pre parameter σ^2 .
 Potrebné kritické hodnoty sú nasledovné: $t_{15;0,005} = 2,95$, $\chi^2_{15;0,005} = 32,80$, $\chi^2_{15;0,995} = 4,60$.

Príklad 8.6. Semestrálnu písomku písali študenti z dvoch odborov. Po opravení 10 písomiek z každého odboru bol priemerný počet bodov 11,95 pre prvý odbor a 9,9 pre druhý

odbor. Výberová disperzia výsledkov bola 43,14 pre prvý odbor a 19,2 pre druhý odbor. Predpokladáme, že výsledky jednotlivých študentov sú navzájom nezávislé, že výsledky študentov z prvého odboru majú rozdelenie $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ a že výsledky študentov z druhého odboru majú rozdelenie $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ (parametre rozdelení sú neznáme). Vypočítajte, aký mohol byť skutočný vzťah medzi rozptýlenosťami výsledkov týchto odborov, t.j. určte 95%-ný interval spoľahlivosti pre σ_1^2/σ_2^2 . Príslušné kritické hodnoty získajte z tabuliek, alebo použitím vhodného softvéru.