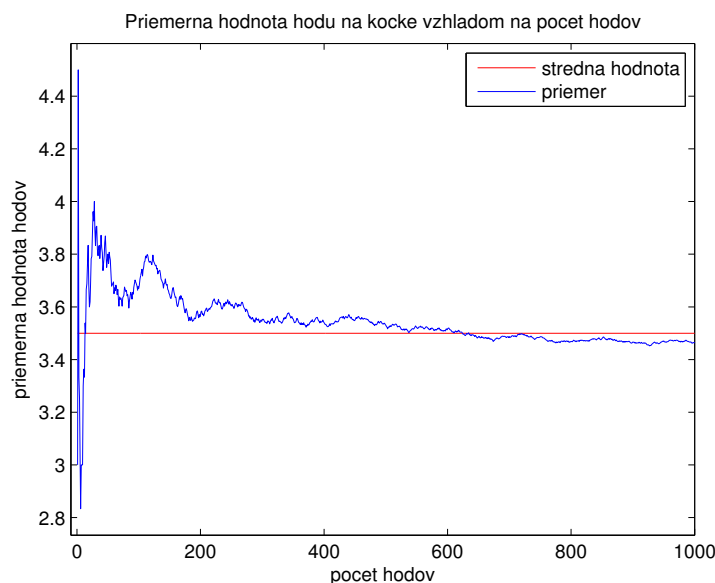


9 Limitné vety, Studentov t -test

Príklad 9.1. Sformulujte zákon veľkých čísel. Čo hovorí ľudskou rečou? **a)** S využitím tohto zákona vysvetlite, prečo zabezpečuje 0 v rulete ziskovosť kasína. **b)** Vysvetlite vývoj priemernej hodnoty, ktorá padla pri hode vyváženou kockou, vzhľadom na počet hodov, zakreslený na obrázku.



Príklad 9.2. Autobusom 39 včera cestovalo 1000 ľudí. Predpokladajme, že doba čakania na autobus 39 má neznáme rozdelenie so strednou hodnotou 3 minúty a disperziou 1,6 a že dĺžky čakania jednotlivých cestujúcich sú navzájom nezávislé. Pomocou centrálnej limitnej vety aproximujte pravdepodobnosť, že cestujúci včera celkovo čakali na autobus 39 viac ako 2 dni.

Príklad 9.3 (Studentov t -test). Za účelom testovania špeciálnej váhy sme vykonali 10 nezávislých vážení závažia, ktorého hmotnosť je presne 1 gram. V každom vážení váha ukázala mierne odlišný výsledok. Z výsledkov sme vypočítali výberový priemer 1,004581 gramu a výberový rozptyl 0,000119 g^2 . Predpokladáme, že výsledky jednotlivých meraní majú normálne rozdelenie $N(\mu, \sigma^2)$. Vykonajte test hypotézy $H_0 : \mu = 1$ voči $H_1 : \mu \neq 1$ na hladine významnosti $\alpha = 0,1$. Vieme, že 5-percentná kritická hodnota Studentovho rozdelenia s 9-timi stupňami voľnosti je $t_9(0,05) = 1,833$.

Príklady na precvičenie

Príklad 9.4. V prieskume sa agentúra nezávisle náhodne vybraných ľudí pýtala na dôležitú spoločenskú otázku typu áno/nie a zaznamenala aká časť ľudí odpovedala kladne (napr.

98% ľudí odpovedalo áno na otázku, či pokladajú krádež za odsúdeniahodný čin). Pomocou zákona veľkých čísel zdôvodnite, že pomer respondentov, ktorí odpovedali kladne sa s rastúcim počtom dotázaných ľudí blíži ku skutočnej podpore danej otázky v spoločnosti.

Príklad 9.5. Predpokladajme, že počet návštev webovej stránky za minútu má Poissonove rozdelenie s parametrom $\lambda = 2$ (bez ohľadu na to, koľko je hodín) a že návštevy sú navzájom nezávislé. Pomocou normálneho rozdelenia aproximujte pravdepodobnosť, že za 1 deň stránku navštívi viac ako 3 000 ľudí.

Príklad 9.6. V roku 1882 vykonal Michelson 23 nezávislých meraní rýchlosti svetla, pričom priemer nameraných hodnôt bol $\bar{x} = 299756,2$ km/s a výberový rozptyl meraní vyšiel $S^2 = 11473,54$. Môžeme predpokladať, že merania zodpovedali realizáciám nezávislých náhodných premenných s normálnym rozdelením $N(\mu, \sigma^2)$. Na hladine významnosti $\alpha = 0,05$ testujte hypotézu, že Michelsonove merania neboli zaťažené výchylkou strednej hodnoty, t.j. testujte, že $\mu = 299792,5$ km/s, čo je "presná" rýchlosť svetla určená modernými metódami. Poznáme kritickú hodnotu $t_{22}(0,025) = 2,074$.