

Príklady navyše

Príklad 1. Novinári uverejnili článok 'Prečo bývajú bohatí a úspešní ľudia aj nečestní' (<http://tech.sme.sk/c/20087852/preco-byvaju-bohati-a-uspesni-ludia-aj-necestni-tyzden-vo-vede.html>, 6. 2. 2016). Ako mohli v článku

<http://www.pnas.org/content/113/7/1754.abstract>

<http://www.pnas.org/content/113/7/1754.full.pdf>

prísť k takému záveru?

Výskumníci rozdelili skupinu ľudí na dvojice a každá dvojica hrala nasledovnú hru. V banku je 12 Eur, ktoré sa rozdelia medzi dvojicu. Jeden z dvojice ('hádzajúci') hodí dvoma kockami a nahlási súčet bodov X , ktoré hodil (mal by nahlásiť skutočný súčet, ale môže čokoľvek). Potom hádzajúci dostane X a druhý hráč zvyšok, t.j. $12 - X$. Vo výsledku výskumníkov zaujíma, nakoľko sa priemerná nahlásená hodnota X líši od očakávanej priemernej hodnoty. Celkovo bolo pre $n = 23$ dvojíc namerané $\bar{X} = 7,13$ a $S^2 = (2,46)^2$ (zelený stĺpec na obr. 1).

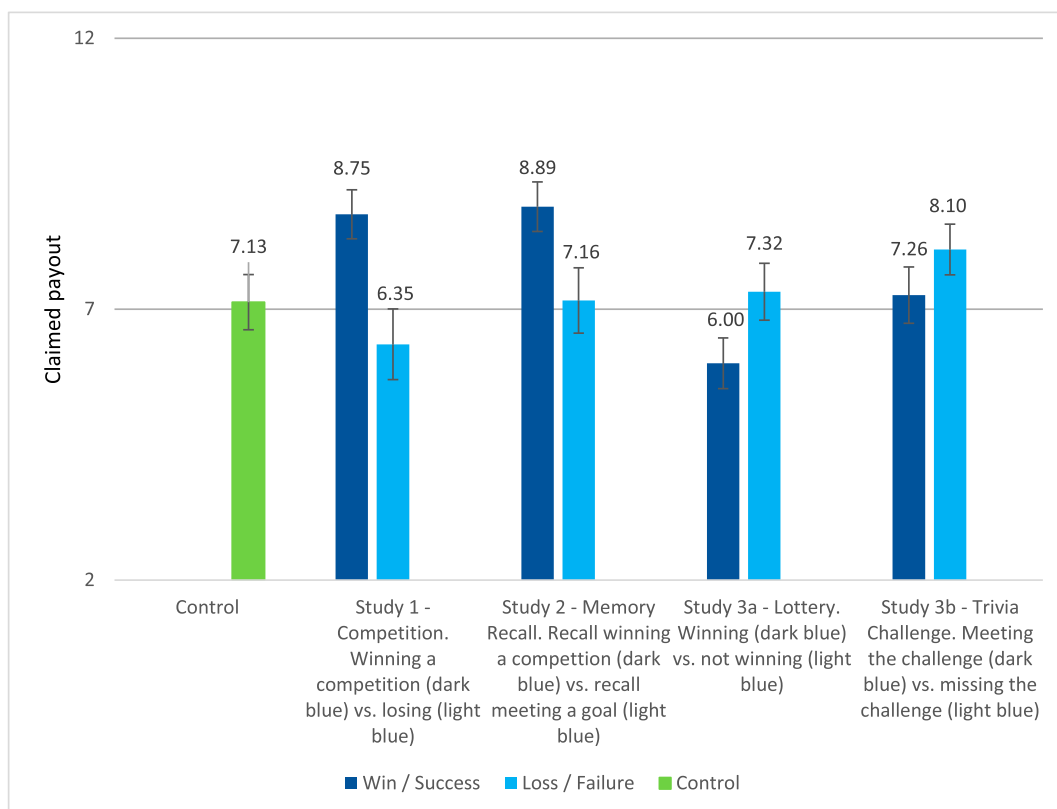
Predpokladajme, že nahlásené počty X_i majú rozdelenie $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$, $i = 1, \dots, n$ a sú nezávislé. Pričom μ a σ^2 sú neznáme. Testujte hypotézu, že hádzajúci nepodvádzali. Testujte teda $H_0 : \mu = 7$ oproti $H_1 : \mu \neq 7$ na hladine $\alpha = 5\%$.

V ďalšom experimente boli ľudia najprv rozdelení na 43 dvojíc a hrali v týchto dvojiciach úplne inú hru, nazvime ju predhra. Každý víťaz predhry dostal drobnú vecnú cenu a potom v iných dvojiciach hrali pôvodnú hru, popísanú vyššie. Tentokrát výskumníci sledovali, aké boli priemerné hodnoty X pre výhercov z predhry a pre porazených z predhry. Pre $n_1 = 20$ víťazov boli celkové výsledky $\bar{X} = 8,75$ a $S^2 = (2,023)^2$ a pre $n_2 = 23$ porazených $\bar{X} = 6,35$ a $S^2 = (3,128)^2$ (tmavomodrý a bledomodrý stĺpec v Study 1 na obr. 1). Opäť zistite, či jednotlivé skupiny podvádzali.

Pri všetkých troch skupinách sa výsledky zhodujú so zisteniami výskumníkov.

Príklad 2 (du*). Nech X je výsledok nasledujúcej hry: hodíme vyváženou mincou. Ak padne hlava, tak výsledok hry je 0. Ak padne znak, tak rovnomerne náhodne zvolíme číslo na intervale $(0, 1)$ a toto číslo je výsledkom hry. **a)** Určte distribučnú funkciu $F(x)$. **b)** Ako by mohla vyzeráť hustota $f(x)$, ak by sme jej povolili aj 'nekonečné' hodnoty? **c)** Určte $P(X = x)$ pre každé $x \in \mathbb{R}$. **d)** Je X diskrétna alebo spojitá náhodná premenná?

Pozn.: Pre formálne popísanie 'hustôt', ktoré zachycujú aj diskkrétne javy, pozri Diracovu delta funkciu (Dirac delta function).



Obr. 1: Výsledky experimentov. Výšky stĺpcov udávajú priemernú ohlásenú hodnotu X v prvom experimente (Control, zelená) a v druhom experimente (Study 1; tmavomodrá - víťazi predhry, bledomodrá - porazení v predhre)