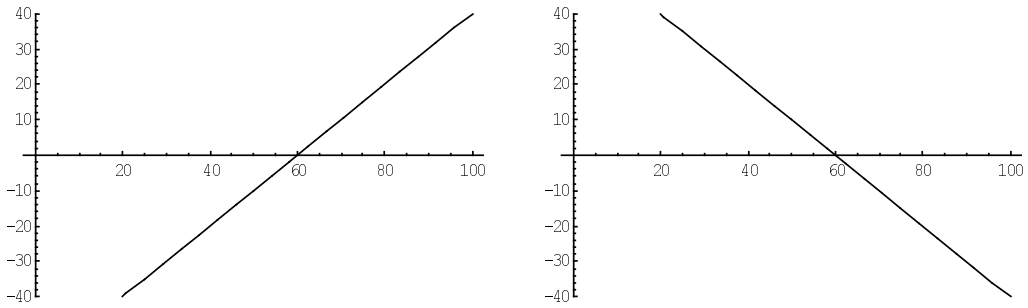
I. ZÁKLADNÉ TYPY DERIVÁTOV

Derivát (alebo tiež contingent claim) je cenný papier, ktorého hodnota závisí od nejakých iných premenných (tzv. *underlying instruments*). Najčastejšie sa ich cena odvádza od iných obchodovaných cenných papierov (akcie a pod.), kurzov cudzích mien a úrokov, avšak vo všeobecnosti môže závisieť od hocičoho – od teploty na severe Sibíre cez cenu vajec na trhu na Miletičovej ulici až po počet megabajtov dát stiahnutých z internetu za deň.

Deriváty sa vo svete obchodujú relatívne krátky čas a priebežne vznikajú ich nové typy podľa požiadaviek trhu. Na Slovensku sa mali v apríli roku 1998 začať obchodovať opcie a futures a Burze cenných papierov Bratislava. Ale podľa mojich informácií sa v dobe písania tejto práce ešte neobchodovali.

Veľmi jednoduchým prípadom derivátu je forward. Forward je kontrakt, kde sa jedna strana zaviaže kúpiť alebo predať underlying instrument (predpokladajme teraz pre jednoduchosť vyjadrovania, že je to akcia) druhej strane v stanovenom čase za stanovenú cenu. Kontrakt sa normálne uzatvára medzi dvoma finančnými inštitúciami alebo medzi finančnou inštitúciou a jej klientom. Forwardy sa nepredávajú na burze. Strana, ktorá sa zaviazala kúpiť akciu, je v tzv. *long pozícii*, druhá strana je v *short pozícii*. Stanovená cena sa nazýva *delivery price*. *Cena forwardu* (forward price) je definovaná ako taká delivery price, ktorá spôsobí, že kontrakt má nulovú cenu pre obe strany (presnejšie viď kapitolu III.1). Delivery price je na počiatku stanovená, forward price sa časom mení z dôvodu pohybu ceny akcie a krátiaceho sa termínu ukončenia kontraktu (tzv. *splatnosť*, maturity time; u opcií *expirácia*). Finančný tok, ktorý vznikne pri ukončení kontraktu v čase T sa nazýva *payoff* a graf tohto toku oproti cene akcie *payoff diagram*. Payoff pre long pozíciu forwardu je $S_T - K$, kde S_T je cena akcie v čase T a K je delivery price. Vyplýva to z toho, že kupujeme akciu hodnoty S_T za cenu K, teda zisk (strata) je $S_T - K$. Na nasledujúcich obrázkoch vidno payoff diagramy pre long aj short pozíciu:



Forwardy obchodované na burze sa nazývajú futures. Aby obchodovanie bolo možné, burzy si stanovujú určité štandardné vlastnosti kontraktu. Keďže sa vo futures kontrakte dve strany nepoznajú, burza ručí za jeho dokončenie a splnenie záväzkov. Futures sa často predávajú aj na rôzne tovary ako bravčovina, živý dobytok, cukor, vlna, meď, zlato a podobne. Jeden z najväčších rozdielov medzi futures a forwardmi je, že nie je presne stanovený čas nákupu resp. predaja, ale sa špecifikuje časové obdobie (často konkrétny mesiac), v ktorom sa kontrakt musí uzavrieť. Taktiež sa stanovuje veľkosť kontraktu (contract size), t.j. počet jednotiek underlying instrumentu, ktoré sú predmetom kontraktu. V prípade futures na tovary je potrebné stanoviť i miesto, kde prebehne predaj (nákup) kvôli dopravným nákladom, kvalitu tovaru atď. Ceny futures sú kótované na burze spôsobom, ktorý by mal byť ľahko pochopiteľný. Burza sa chráni voči riziku neschopnosti plnenia kontraktu niektorou stranou pomocou tzv. margins, čo sú účty, kde každá strana kontraktu zloží určitú vopred definovanú čiastku. Potom sa denne spočítavajú zisky a straty jednotlivých pozícií (marking to market) a tieto čiastky sa „prehadzujú“ medzi margin účtami, čiže strana, ktorá zaznamenala v daný deň stratu vyplatí adekvátnu čiastku rovnú výške straty druhej strane (pretože tá mala zasa presne taký istý zisk). Zodpovedá to tomu, že kontrakt sa každý deň zavrie a vypíše sa nový kontrakt s novou cenou. Zatvorenie pozície znamená pre long pozíciu vstup do short pozície v inom kontrakte na ten istý underlying instrument s tou istou dobou splatnosti. Pre short pozíciu je to zasa vstup do long pozície. Je zaujímavé, že väčšina kontraktov sa takto zatvára. Investor, ktorý zavrie svoju pozíciu má zisk alebo stratu vyplývajúcu z rozdielu medzi cenami futures v dobe, kedy vstúpil do prvého kontraktu a v dobe zatvorenia pozície.

Futures sa často používajú na hedging, t.j. na ochranu voči riziku. Predpokladajme, že nejaká firma musí v danom čase predať konkrétnu akciu. Táto firma môže vstúpiť do short pozície futures kontraktu na danú akciu a v dobe, keď musí akciu predať, pozíciu zavrie. Ak označíme S_1 cenu akcie a F_1 cenu futures v čase štartu hedgingu a S_2 cenu akcie a F_2 ich ceny v čase zatvorenia pozície, potom suma získaná pri predaji akcie je

$S_2 + F_1 - F_2$. Ak cena akcie klesne, firma stratí na cene akcie (lebo ju mohla predať na trhu hneď, peniaze investovať do bezrizikovej investície a tesne pred „núteným predajom“ ju zasa kúpiť), ale získala na rozdiele cien futures. Ak cena akcie stúpne, firma získa na jej predaji, ale stratí na futures. Tento typ hedgingu sa nazýva short hedge. Podobne, ak firma musí kúpiť akciu, môže spraviť long hedge tým, že vstúpi do long futures. Treba spomenúť, že hedging nezlepšuje platobnú bilanciu, ale jeho cieľom je urobiť výšku budúceho finančného toku istejšou. V praxi firma môže naraziť na problém nájdenia futures práve na ich akciu. Ak sa také neobchodujú, môže použiť futures na čo „najpríbuznejšiu“ akciu (v zmysle korelácie cien). Hedging sa dá ešte optimalizovať tým, že použijeme optimálny pomer akcií k futures kontraktom. Označme

- ΔS zmenu ceny akcie za obdobie ekvivalentné dĺžke trvania hedgingu
- ΔF zmenu ceny futures za to isté obdobie
- σ_S štandardnú odchýlku ΔS
- σ_F štandardnú odchýlku ΔF
- ρ korelačný koeficient medzi ΔS a ΔF
- h pomerný počet futures kontraktov ku počtu akcií (hedge ratio)

Potom zmena hodnoty pre short hedge je:

$$\Delta S - h\Delta F,$$

pre long hedge:

$$h\Delta F - \Delta S.$$

V oboch prípadoch je variancia tejto zmeny rovná:

$$v = \sigma_S^2 + h^2\sigma_F^2 - 2h\rho\sigma_S\sigma_F$$

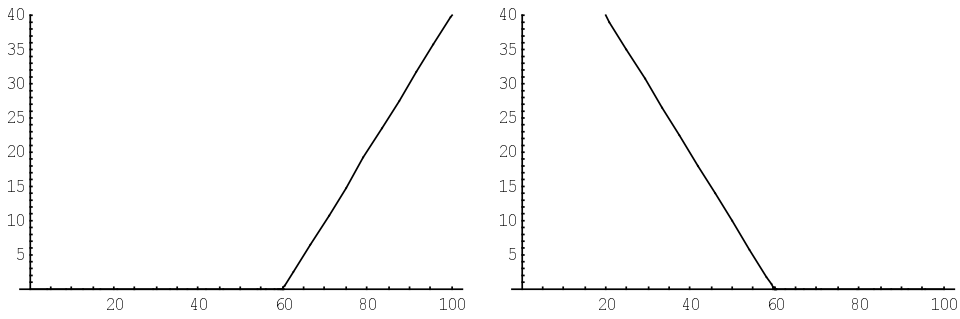
a teda

$$\frac{\partial v}{\partial h} = 2h\sigma_F^2 - 2\rho\sigma_F\sigma_S.$$

Keďže $\frac{\partial^2 v}{\partial h^2} > 0$, existuje globálne minimum v bode $h = \rho\frac{\sigma_S}{\sigma_F}$, čo je práve hľadaný optimálny pomer.

Opcie na akcie boli prvý krát predávané na organizovanej burze v roku 1973. Odvtedy sa objem ich predaja niekoľkonásobne zvýšil. Taktiež sa mnoho opcií predáva na OTC trhoch (viď ďalej). Poznáme dva základné typy opcií (*trieda*, option class). *Call* opcia dáva držiteľovi právo (ale nie povinnosť) kúpiť underlying instrument (zasa nech je to akcia) v stanovenom čase za stanovenú cenu. *Put* opcia dáva držiteľovi právo (a tiež nie

povinnosť) predať akciu v stanovenom čase za stanovenú cenu. Táto cena sa nazýva *expiračná cena* (exercise price, strike price), stanovený čas sa nazýva čas expirácie (expiration date, exercise date). *Americké* opcie je možné uplatniť hocikedy počas doby do expirácie, *európske* opcie iba v stanovenom dni. Rozlišovací znak medzi opciou a forwardom/futures je v tom, že opcia dáva držiteľovi právo a forward/futures povinnosť. Taktiež investora nestojí nič vstúpiť do forward/futures kontraktu, avšak za opciu si musí zaplatiť. Toto právo robí payoff (alebo expiračnú podmienku) opcie o niečo zložitejším. Zoberme si príklad držiteľa európskej call opcie. Ak cena akcie v dobe expirácie klesne pod strike, nemá zmysel opciu uplatniť, keď na trhu môžeme akciu kúpiť lacnejšie. Naopak, ak cena bude väčšia než strike, môžeme zarobiť uplatnením opcie a následným predajom akcie na trhu. Teda payoff držiteľa call opcie v dobe expirácie má tvar: $\max\{S_T - E, 0\}$, kde S_T je cena akcie v expiračnom čase T a E je strike price. Analogicky dostaneme payoff pre držiteľa put opcie: $\max\{E - S_T, 0\}$. Na obrázku dole môžeme vidieť priebehy týchto funkcií:



Tak, ako forward alebo futures, aj opcie majú dve opačné pozície. Držiteľ (kupca) opcie je v long pozícii, na druhej strane ten, čo vypísal (predal) opciu je v short pozícii (pre neho vyplýva z opčného kontraktu povinnosť voči držiteľovi opcie). Payoff short pozície je rovný mínus payoff z long pozície. O opciách hovoríme, že sú *in–the–money*, *at–the–money*, a *out–of–money*. Call opcia je in–the–money, keď je aktuálna cena akcie väčšia ako strike, at–the–money, keď je cena akcie rovná strike a out–of–money, keď je menšia. Pre put opciu je situácia opačná. *Vnútorná hodnota* opcie (intrinsic value) je pre call opciu definovaná ako $\max\{S_t - E, 0\}$ v čase *t*, pre put $\max\{E - S_t, 0\}$. Celkovú cenu opcie tvorí súčet vnútornej hodnoty a časovej hodnoty (time value), ktorá v sebe „skrýva“ možnosť priaznivého vývoja ceny underlying instrumentu v budúcnosti.

Opcie sa obchodujú na rôznych burzách. Ako underlying instrument sa najčastejšie používajú akcie, cudzia mena, rôzne akciové indexy a futures kontrakty. Futures kontrakt má normálne čas splatnosti krátko po expirácii futures opcie. Keď držiteľ call futures opcie túto uplatní, žiada od vypisovateľa long pozíciu v danom futures kontrakte plus finančnú kompenzáciu rovnú rozdielu medzi futures cenou a strike price. Držiteľ put futures opcie žiada short pozíciu plus rozdiel medzi strike a futures cenou. V oboch prípadoch môže pozície zavrieť a teda jeho payoff je rovnaký ako pre akcie s tým, že cenu akcie nahradí futures cena. Burzy sa chránia voči riziku nesplnenia záväzkov z vypisovaných opcií pomocou margins podobne ako pri futures.

Nie všetky opcie sú obchodované na burze. Alternatíva je tzv. over–the–counter market, kde obchodujú priamo finančné inštitúcie a firmy medzi sebou. Najčastejšie sa takto predávajú opcie na cudziu menu a úrok. Výhodou OTC obchodovania je, že dve strany vstupujúce do kontraktu sa môžu presne dohodnúť na expiračnom čase a strike price a nemusia sa prispôsobovať ponuke burzy. Prípadne sa môžu dohodnúť na ďalších špecifických vlastnostiach opcie. Napríklad bermudská opcia je niečo medzi európskou a americkou – uplatniť ju je možné len v stanovených dňoch.

Zaujímavou vlastnosťou európskych call a put opcií je, že jednu je možné simulovať pomocou druhej s použitím hotovosti a underlying instrumentu (napríklad akcie). Táto vlastnosť sa nazýva *put–call parita*. Predpokladajme dve portfólia: portfólio A pozostáva z európskej call opcie a hotovosti vo výške $Ee^{-r(T-t)}$, kde r je bezrizikový úrok (o ktorom sa predpokladá, že je konštantný a rovnaký pre všetky časy splatnosti od 0 do T); portfólio B pozostáva z jednej put opcie a jednej akcie. Hodnota portfólia A v čase T je

$$\max\{S_T, E\},$$

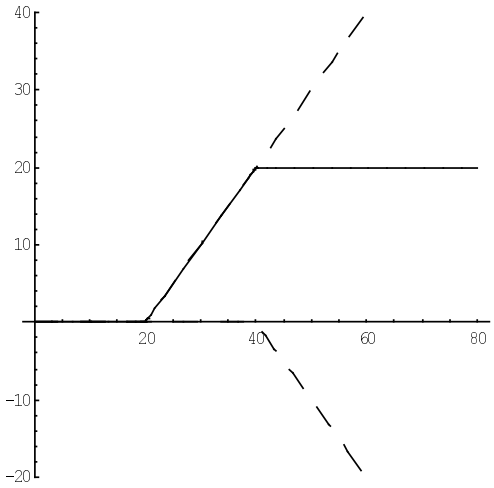
hodnota portfólia B je taká istá. Keďže ide o európske opcie, ktoré nemožno uplatniť pred expiráciou, cena oboch portfólií v čase 0 musí byť tiež rovnaká (inak by nastala príležitosť arbitráže – bezrizikového zisku. Ak by napríklad portfólio A malo v čase 0 nižšiu hodnotu, ako portfólio B, potom nákupom portfólia A a predajom portfólia B vznikne bezrizikový zisk rovnajúci sa rozdielu cien, lebo v čase T sa ceny oboch portfólií budú rovnať bez ohľadu na vývoj sveta). Teda platí:

$$V_{ec}(S,t) + Ee^{-t(T-t)} = V_{ep}(S,t) + S,$$

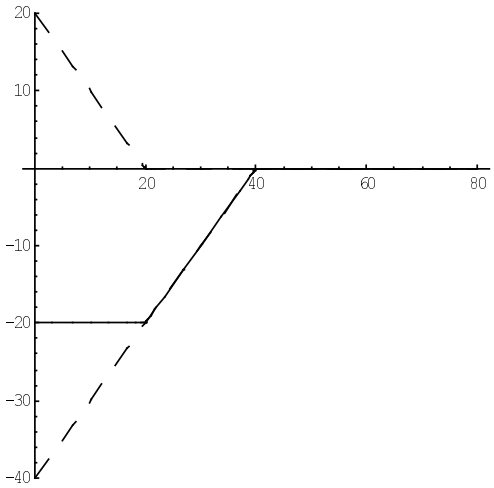
kde $V_{ec}(S,t)$ značí cenu európskej call opcie v čase t pri aktuálnej cene akcie S, $V_{ep}(S,t)$ cenu európskej put opcie. Je potrebné uvedomiť si, že pre americké opcie daný vzťah neplatí, pretože umožňujú skoré uplatnenie ešte pred expiráciou.

Opcie sa, podobne ako futures, často používajú pre hedging. Je možné vytvárať portfólia zložené z viacerých opcií, ktoré potom produkujú rôzne payoffs. Popíšme si teraz niektoré z najpoužívanejších stratégií.

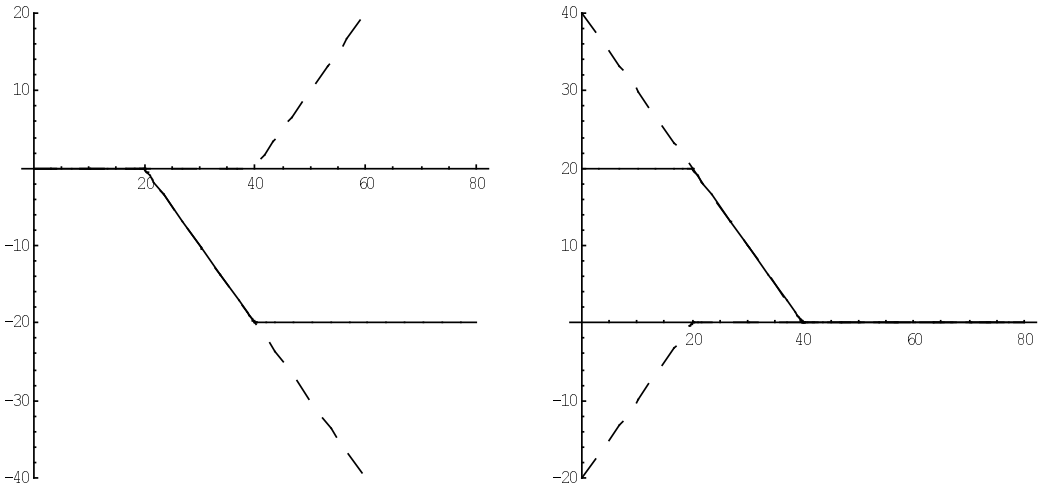
Stratégie pozostávajúce z dvoch alebo viac opcií rovnakej triedy sa nazývajú *spread*y. Jeden z najpopulárnejších typov je *bull spread*, ktorý je možné vytvoriť tak, že kúpime call opciu na nejakú akciu (zasa je možné uvažovať ľubovoľný underlying instrument) s nejakou strike price a predáme call opciu na tú istú akciu s vyššou strike price. Obe opcie majú zhodný čas do expirácie. Na nasledujúcom obrázku je payoff diagram takejto stratégie:



Keďže cena európskej call opcie klesá s rastúcou strike price, je pri vytváraní bull spread stratégie pomocou call opcií potrebná počiatočná investícia. Bull spread limituje na jednej strane zisk investora, na druhej strane jeho stratu. Teda zodpovedá „lacnejšej“ call opcii, kedy sa investor vzdá časti svojho potenciálneho budúceho zisku za nižšiu cenu tejto stratégie v porovnaní s call opciou. Pomocou put opcií je taktiež možné vytvoriť bull spread. A síce nákupom put opcie s nižšou strike price a predajom put opcie s vyššou strike price. Payoff takéhoto spreadu je zobrazený na obrázku dole:

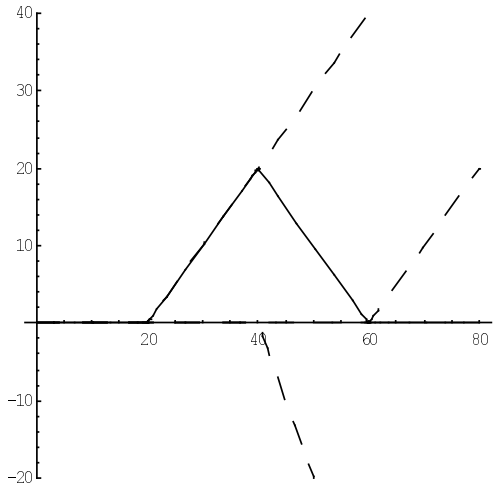


Pri vytvorení bull spreadu pomocou put opcií má investor počiatočný príjem, ale aj riziko straty v čase expirácie. Investor vytvára bull spready, ak si myslí, že cena akcie vzrastie. Ak si naopak myslí, že klesne, vytvára tzv. *bear spread*, čo je to isté, ale long opcia má vyššiu strike price ako short opcia (viď nasledujúce payoff diagramy pre call a put):



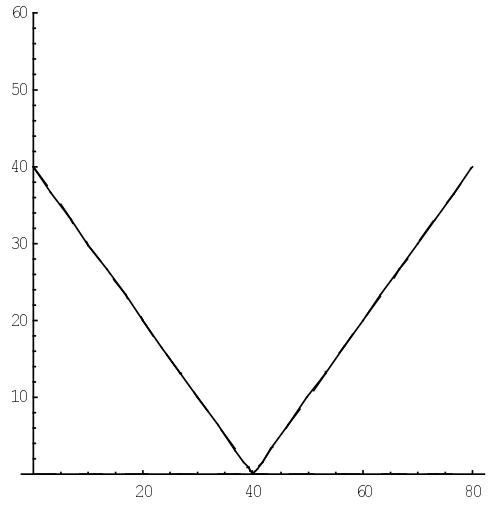
Pri vytváraní bear spreadu z call opcií má investor počiatočný príjem (ale riziko straty v čase expirácie), pri put opciách musí platiť za možný zisk.

Stratégia, ktorá pozostáva z troch opcií jednej triedy, sa nazýva butterfly spread. Vytvorí sa nákupom call opcie s relatívne nízkou strike price, nákupom call opcie s relatívne vysokou strike price a predajom dvoch opcií so strike price v strede medzi predchádzajúcimi dvoma:



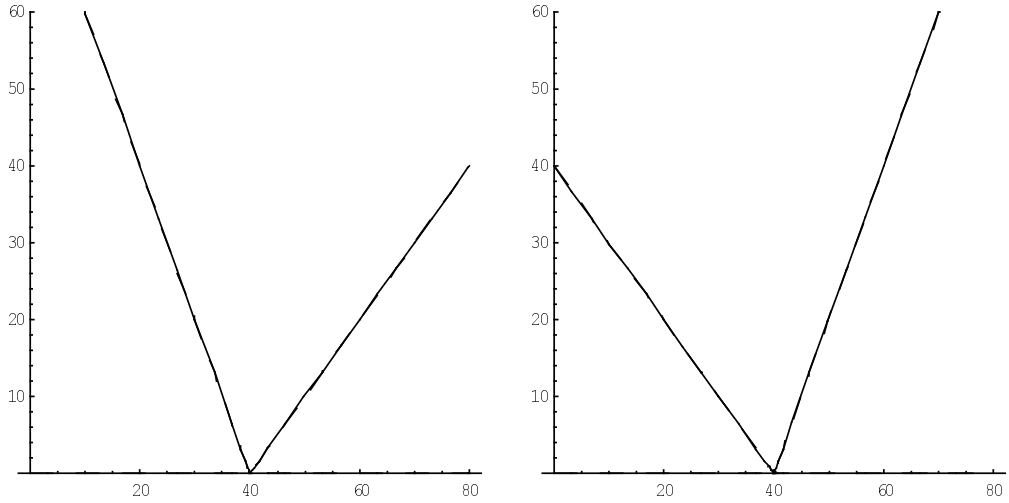
Najčastejšie sa stredná strike volí blízko aktuálnej cene akcie. Táto stratégia je zisková, ak cena akcie v čase expirácie nebude ďaleko od súčasnej ceny. Preto je vhodná pre investorov, ktorí si myslia, že veľké cenové výkyvy danej akcie sú nepravdepodobné. Na začiatku vyžaduje veľmi malú investíciu. Identický butterfly spread je možné vytvoriť i pomocou put opcií.

Stratégie pozostávajúce z put a call opcií sa nazývajú *kombinácie* (combinations). Príkladom je *straddle*, ktorá pozostáva z long call a long put opcie s rovnakou strike price. Jej payoff diagram je zobrazený na nasledovnom obrázku:

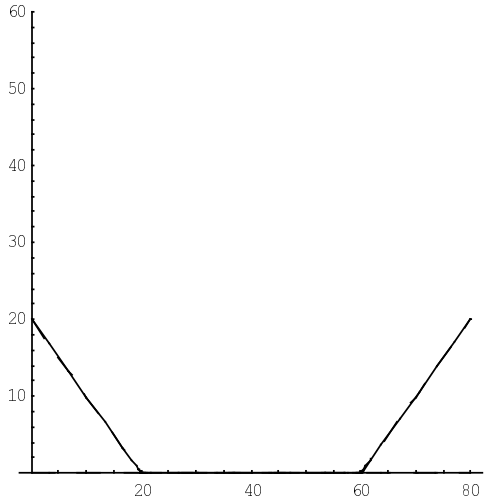


Straddle sa hodí, keď investor očakáva veľký pohyb v cene akcie, ale nevie „na ktorú stranu“. Jeho cena je však relatívne vysoká. Tento typ straddle sa nazýva tiež bottom straddle alebo straddle purchase. Opačná pozícia (short put a call) sa nazýva top straddle alebo straddle write. Veľmi podobné straddle sú *strip* a *strap*. Strip pozostáva z jednej call

opcie a dvoch put opcií s rovnakou strike price a expiračným časom. Strap zasa z dvoch call opcií a jednej put:



Používajú sa v rovnakých situáciách ako straddle, ale keď investor predsa len predpokladá, že pohyb akcie dole, resp. hore, je pravdepodobnejší. *Strangle* tiež patrí do tejto skupiny stratégií. Nazýva sa tiež bottom vertical combination. Pozostáva z call opcie s väčšou strike price a put opcie s menšou:



Strangle je vo všeobecnosti lacnejšia stratégia ako straddle.

Ak si všimneme tvar payoff funkcie pre butterfly spread, zistíme, že vhodnou kombináciou týchto funkcií môžeme aproximovať v podstate ľubovoľný spojitý payoff.

Na burzách aj medzi finančnými inštitúciami sa predáva ďaleko viac rôznych typov derivátov. Medzi ne môžeme zaradiť caps, floors na úrok a swapy, ktoré sú bližšie

popísané v kapitole IV, ICONs (index currency option notes), range forwardy a rôzne exotické deriváty. Niektoré z týchto derivátov sú popísané v tejto práci.

S finančnými derivátmi obchoduje niekoľko typov obchodníkov, ktorých môžeme rozlíšiť podľa motivácie ich obchodovania. Jednu skupinu tvoria *hedgeri*, ktorých cieľom je pomocou derivátov znížiť riziká vyplývajúce z pohybov cien akcií, výšky úrokov, kurzov cudzích mien a podobne. Dobrým hedgingom môže firma ušetriť veľa peňazí. Ďalšou skupinou sú *špekulatívni obchodníci*, ktorí v podstate robia „stávky". Teda si myslia, že cena pôjde hore alebo dole a podľa toho vytvárajú svoje portfólia maximalizujúce zisk v prípade predpovedaného vývoja. Deriváty sú pre špekuláciu výhodné, pretože vstupné investície sú rádovo menšie (prípadne nulové – viď napr. forwardy) ako pri špekulácií priamo s akciami, cudzou menou atď. Poslednou skupinou sú obchodníci vyhľadávajúci arbitrážne príležitosti vstupovaním do rôznych pozícií na rôznych trhoch. Takto sa snažia bezrizikovo zarobiť čo najviac. Arbitráž je veľmi frekventovaný a dôležitý pojem, na ktorom, dá sa povedať, stojí oceňovanie finančných derivátov. V podstate arbitráž znamená potenciálne neobmedzený bezrizikový zisk. Pre jej presnejšiu charakterizáciu si predstavme portfólio skladajúce sa z niekoľkých cenných papierov, ktoré je tzv. samofinancované. To znamená, že po jeho vytvorení sa doň už nič neinvestuje, ani sa žiadna suma z neho nevyberá. Pomerné zastúpenie jednotlivých komponentov sa však môže meniť (zmena zodpovedá predaju celého portfólia a nákupu nového portfólia za rovnakú cenu s inými pomermi komponentov). Potom, aby nenastala príležitosť arbitráže, musí platiť, že ak hodnota tohto portfólia bola na začiatku nulová, nesmie v nejakom neskoršom čase nadobúdať nezáporné (nekladné) hodnoty v každom možnom stave „sveta" a kladné (záporné) aspoň v jednom. V ekonómii sa nemožnosti arbitráže tiež hovorí no free lunch.