I.1. Exotické opcie

Medzi exotické opcie môžeme zaradiť všetky také, ktoré nie sú plain vanilla, teda americké a európske put a call opcie. Väčšina z nich sa predáva na over–the–counter trhoch, teda mimo búrz. Často sú vypisované na nejaké komodity. V súčasnej dobe existuje veľa druhov exotických opcií. V tejto kapitole budú spomenuté len najznámejšie – binárne, zložené, chooser opcie a zo zložitejších bariérové a ázijské.

I.1.1 Binárne opcie

Binárne alebo tiež *digitálne opcie* sú jedny z najjednoduchších exotických opcií. Od vanilla opcií sa odlišujú iba expiračnou podmienkou, ktorá je ľubovoľnou nezápornou funkciou ceny akcie *S*, označenej $\Lambda(S)$. Ak akcia nevypláca dividendy a úrok a volatilita sú konštantné, môžeme odvodiť explicitné riešenie pre európsku opciu:

$$V(S,t) = \frac{e^{-r(T-t)}}{\sigma\sqrt{2\pi(T-t)}} \int_0^\infty \Lambda(x) e^{-\frac{\left(\ln\frac{x}{S} - \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)(T-t)\right)^2}{2\sigma^2(T-t)}} \frac{dx}{x}.$$

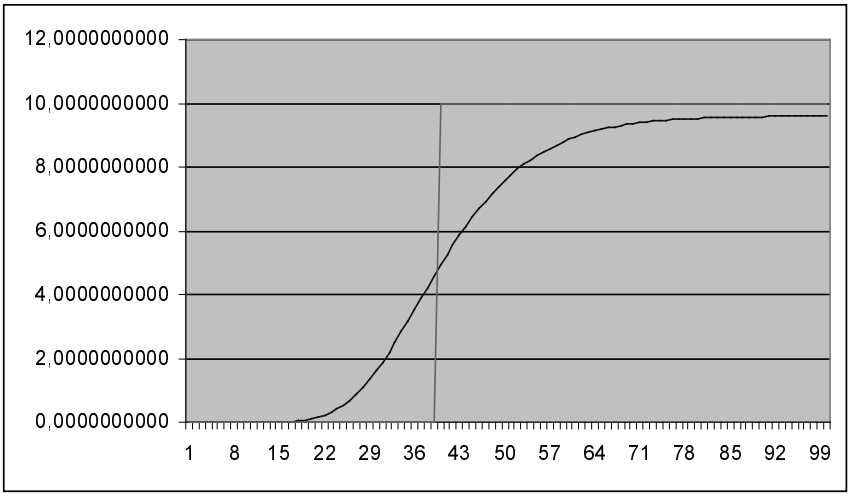
Samozrejme plain vanilla opcie sú špeciálnym prípadom binárnych opcií. Ďalšou populárnou opciou je tzv. *cash–or–nothing call* opcia. Táto môže byť interpretovaná ako jednoduchá stávka na cenu akcie v čase *T*: ak je v dobe expirácie $S > E$, výsledkom je výplata *B* (stanovená pri kúpe opcie), inak nula. Teda payoff tejto opcie je:

$$V(S,T) = B\mathrm{H}(S-E),$$

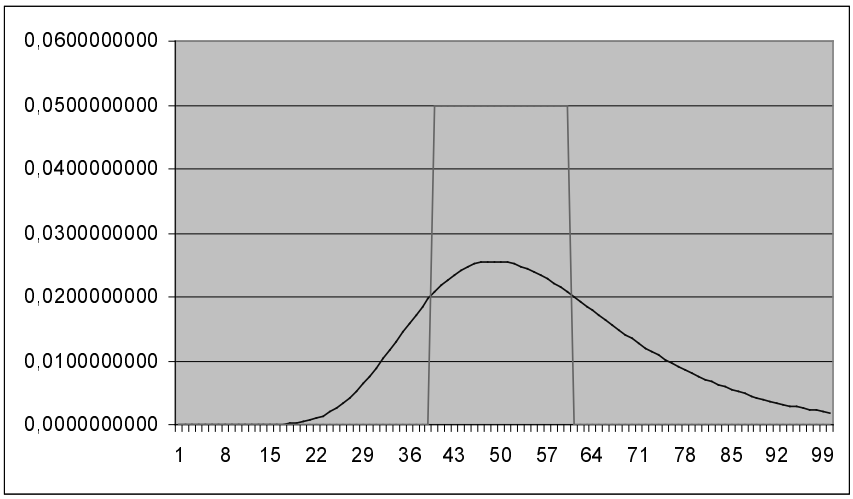
kde H je Heavisidova funkcia. Populárna je tiež *supershare* opcia, ktorej payoff je v tvare:

$$V(S,T) = \frac{1}{d}\left(\mathrm{H}(S-E) - \mathrm{H}(S-E-d)\right),$$

čo znamená, že dostávame výplatu $\frac{1}{d}$ ak $E < S < E + d$, inak nedostávame nič. Opcie, ktoré majú nespojitý payoff diagram sa v praxi ťažko hedgujú pomocou Δ. Napríklad pre call–or–nothing call Δ ide k $B\delta(S-E)$. To znamená, že všade mimo okolia bodu *E* je 0, ale v okolí bodu *E* nadobúda obrovské hodnoty. Keďže Black–Scholesov model predpokladá spojitý hedging, je stále otvorená otázka, či BS model je vhodný pre oceňovanie takýchto opcií. Na nasledujúcom obrázku je zobrazená funkcia ceny cash–or–nothing call opcie, vypočítaná metódou z kapitoly VI.1:



Na ďalšom obrázku je analogický graf pre supershare opciu:



I.1.2 Zložené opcie

Zložené opcie (compound options) sú jednoducho opcie na opcie. Uvažujme teraz len vanilla opcie (rozšírenie na iné exotické opcie je analogické). Môžeme dostať štyri typy zložených opcií – call na call, call na put, put na call a put na put. Všetky typy sa oceňujú na rovnakom princípe, preto stačí uvažovať len jeden typ, napríklad call na call. Majme teda zloženú opciu 1, ktorá expiruje v čase T_1 s expiračnou cenou E_1 a je vypísaná na opciu 2, ktorá expiruje v čase $T_2 > T_1$ s expiračnou cenou E_2. Payoff takejto opcie odvodíme ľahko. Musíme poznať cenu opcie 2 v čase T_1. Tú ale vieme vypočítať pomocou Black–Scholesovho modelu. Potom payoff opcie 1 má tvar:

$$V_{ec1}(S,T_1) = \max\{V_{ec2}(S,T_1) - E_1, 0\}.$$

Keďže cena zloženej opcie v skutočnosti závisí len od pohybov ceny akcie, na ktorú bola vypísaná opcia 2, môžeme pre jej ocenenie tiež použiť Black–Scholesov model. Pri jeho aplikácii je ešte potrebné správne určiť okrajové podmienky.

Špeciálnym prípadom zloženej opcie je *chooser opcia* (alebo tiež as–you–like–it). Táto opcia dáva majiteľovi právo v čase T_1 za cenu E_1 kúpiť call alebo put opciu s rovnakými parametrami E_2, T_2. Payoff takejto opcie má potom tvar:

$$V_{ecch}(S,T_1) = \max\{V_{ec}(S,T_1) - E_1, V_{ep}(S,T_1) - E_1, 0\},$$

kde V_{ec} je cena call opcie a V_{ep} je cena put opcie.