

FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY

UNIVERZITA KOMENSKHO V BRATISLAVE

Ekonomická a finančná matematika

Diplomová práca

**OPTIMALIZÁCIA PLYNOVODNÝCH SIETÍ
EVOLUČNÝMI STRATÉGIAMI**

Diplomant: Ján Kuchta

Vedúci diplomovej práce: prof. RNDr. Pavol Brunovský, DrSc. Bratislava 2001

Čestné prehlásenie

Prehlasujem, že som diplomovú prácu vypracoval samostatne s využitím získaných teoretických poznatkov a s použitím uvedenej literatúry.

Bratislava, Marec 2001

Ján Kuchta

Podakovanie

Týmto chcem poďakovať svojmu vedúcemu diplomovej práce prof. RNDr. Pavlovi Brunovskému, DrSc. z Ústavu aplikovanej matematiky, za odborné vedenie, cenné rady a pomoc pri spracovaní uvedenej témy ako aj za prejavenu dôveru. Ďalej ďakujem svojej priateľke, ktorá to so mnou popritom vydržala.

Obsah

Úvod	1
1 Model plynovodnej siete: formulácia	2
1.1 Popis a charakteristika plynovodnej siete	2
1.1.1 Grafy a digrafy	2
1.1.2 Maticový zápis grafov a digrafov, Kirchhoffove zákony	3
1.2 Modelovanie prvkov siete	6
1.2.1 Potrubie	6
1.2.2 Ventily a redukcie	6
1.2.3 Ostatné prvky	7
1.3 Formulácia problému	7
2 Riešenie stacionárnej plynovodnej sústavy	8
2.1 Úvod	8
2.2 Princíp metódy cyklov	9
2.3 Princíp metódy uzlov	10
2.4 Zhrnutie	11
3 Evolučné stratégie	12
3.1 Úvod	12
3.1.1 Značenie	13
3.2 Evolučná stratégia $(1 + 1)$	14
3.3 Evolučná stratégia $(\mu + 1)$	15
3.4 Evolučná stratégia (μ, λ) a $(\mu + \lambda)$	17
3.5 Zhrnutie	21
4 Špecifikácia a riešenie úlohy	22
4.1 Úvod	22
4.2 Problém	22
4.3 Riešenie	22
4.4 Porovnanie	24
Záver	26
Literatúra	27

VOD

Dnešnú spoločnosť si bez plynu nedokáže predstaviť asi nikto, varíme si ním jedlo, poháňa nám autá, stal sa blízkou súčasťou nášho každodenného života.

Ako dobre vieme zásoby plynu ako aj ostatných fosílnych palív sa krátia, čo v poslednej dobe vedie k veľmi aktuálnej otázke „čo budeme robiť, keď sa všetok plyn minie“. Tomuto problému sa dnes čelí počnúc hľadaním alternatívnych zdrojov energie ako slnečná, veterná, geotermická, vodná a iných, až po zefektívňovanie technológií, ako spracovania a využitia energie v plyne obsiahnutej, alebo zefektívnenie jeho prepravy. Práve v oblasti prepravy plynu sú stále veľké možnosti jej zefektívnenia.

Či už sa plyn prepravuje dopravnými prostriedkami, alebo potrubnými sústavami, stojí jeho neefektívna preprava nemalú energiu, ktorá by sa dala využiť na iné účely. Táto „premrhaná“ energia sa dá vyčíslieť v rôznych jednotkách, avšak z globálneho pohľadu je nevyčísliteľná vzhľadom na neobnoviteľný charakter zdroja.

Táto práca sa zaoberá práve touto horúcou otázkou efektívnosti prepravy plynu plynovodnými sieťami. Je orientovaná na čo najvšeobecnejší model plynu a teda je využiteľná na prepravu plynu rôznych charakteristík.

Na prepravu plynu plynovodnou sieťou je potrebné plyn tlačiť touto sieťou pomocou kompresorových staníc. Práve spotreba energie v týchto staniciach je rozhodujúcou časťou spotreby energie v sieti a preto je aj táto práca zameraná práve na túto oblasť.

V kapitole 1. sa popisuje základný matematický model plynovodnej siete. Model siete je stavaný modulárne, kvôli jeho čo najlepšej adaptabilnosti na prakticky každý reálny problém. Kapitola 2. popisuje základné metódy riešenia stacionárnej plynovodnej siete. Teoretický základ obsahuje kapitola 3. Na tomto základe je vystavaný optimalizačný algoritmus použitý na riešenie problému optimálneho nastavenia kompresorových staníc. Samotnú aplikáciu riešenia v praxi s bližším popisom samotného algoritmu, ako aj popisu výsledkov ním dosiahnutých obsahuje kapitola 4.

1. MODEL PLYNOVODNEJ SIETE: FORMULCIA

Plynovodné siete su tvorené množstvom prvkov ako potrubia, kompresory, ventily, redukcie, zásobníky. Tieto prvky spoločne pospájané do celku tvoria plynovodnú sieť. Správanie sa plynovodnej siete je riadené dvomi faktormi:

- (i) charakteristikou jednotlivých prvkov a
- (ii) ako sú jednotlivé prvky pospájané.

Prvý faktor je určený fyzikálnymi zákonmi a druhý topológiou siete.

1.1 Popis a charakteristika plynovodnej siete.*1.1.1 Grafy a digrafy*

Matematicky sa modeluje plynovodná sieť ako orientovaný graf. Graf G je daný usporiadanou dvojicou

$$G = (V, H), \quad (1.1)$$

kde

$$V = \{v_1, v_2, \dots, v_N\} \quad (1.2)$$

je množina vrcholov (v plynárskej praxi sa používa výraz uzol) a

$$H = \{h_1, h_2, \dots, h_M\}. \quad (1.3)$$

je množina hrán.

Ku každému vrcholu je priradená hodnota tlaku. Vektor tlakov

$$P = (p_1, p_2, \dots, p_N) \quad (1.4)$$

je rozmeru N a vrcholu v_i zodpovedá tlak p_i .

Hodnota tlakov je ohraničená fyzikálnymi ohraničeniami uzlov nasledovne

$$O_{\min,i} \leq p_i \leq O_{\max,i}, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (1.5)$$

kde $O_{\min,i}$ a $O_{\max,i}$ sú tlakové ohraničenia pre uzol p_i .

Podobne je každej hrane priradený prietok. Vektor prietokov

$$m = (m_1, m_2, \dots, m_M) \quad (1.6)$$

má rozmer M , hrane h_i zodpovedá prietok m_i .

V tomto modeli každá hrana korešponduje s určitým prvkom siete a každý vrchol korešponduje s uzlom, v ktorom sa stretávajú dve alebo viac hrán (prvkov). Dvojica vrcholov je spojená najviac jednou hranou, teda v grafe môže byť každá hrana presne zadefinovaná pomocou dvojice vrcholov (uzlov), ktoré spája. Vo všeobecnosti sa toto značí pre hranu h_i ako

$$h_i = (v_j, v_k). \quad (1.7)$$

kde

$$j = Z(h_i),$$

$$k = K(h_i).$$

$Z(h_i)$ je zobrazenie indexu vstupného vrcholu hrany h_i , a $K(h_i)$ zobrazenie indexu výstupného vrcholu hrany h_i . Prietok m_i , sa bude alternatívne označovať m_{jk} .

Pre vrchol v_i označíme S_i množinu hrán, ktoré a v ňom stretávajú.

$$S_i = S_i^+ \cup S_i^-, \quad (1.8)$$

kde

$$S_i^+ = \{h_j : i = Z(j)\} \quad (1.9)$$

a

$$S_i^- = \{h_j : i = K(j)\}. \quad (1.10)$$

Každý vrchol má stupeň $d(v_i)$ definovaný počtom hrán stretávajúcich sa v ňom.

Cestou v grafe z vrcholu v_i do v_j nazývame postupnosť hrán $(v_{i_1}, v_{i_2}), (v_{i_2}, v_{i_3}), \dots, (v_{i_{k-1}}, v_{i_k})$, takú, že každé dve susedné hrany majú spoločný vrchol, $v_i \equiv v_{i_1}$ a $v_j \equiv v_{i_k}$. Cesta z v_i do v_j je cyklus ak $v_i \equiv v_j$. Graf je súvislý, ak pre každé dva vrcholy v_i a v_j existuje cesta z v_i do v_j .

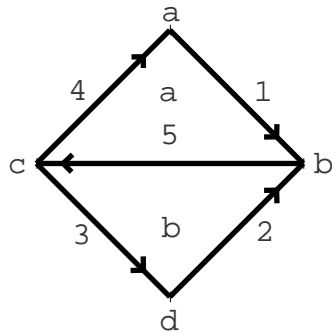
V neorientovanom grafe nezáleží na poradí vrcholov, ktorými popisujeme hranu, napr. $\{a, b\} \equiv \{b, a\}$. Takáto formulácia je nevhodná pre popis reálnej siete potrubí. Vo väčšine aplikácií zaoberajúcich sa tokom kvapalín, či prúdením plynov, je smer toku známy, alebo sa dá určiť. Pre takéto typy štruktúr je namieste použiť na ich popis orientovaný graf resp. *ohodnotený digraf*, ktorého hrany vyjadrujú usporiadané dvojice vrcholov.

Je potrebné upozorniť, že smer určený pre hranu nemusí súvisieť so smerom toku plynu alebo kvapaliny v danej hrane. Ak je smer toku plynu suhlasný s orientáciou hrany znamienko je kladné, ak je opačné ako je jej orientácia, bude mať záporné znamienko. Označme orientovanú hranu z v_j do v_k ako (v_j, v_k) . Oproti neorientovanej hrane potom bude platiť $(v_j, v_k) = -(v_k, v_j)$.

1.1.2 Maticový zápis grafov a digrafov, Kirchhoffove zákony

Aj keď popis grafov a digrafov pomocou obrázkov je dobre použiteľný na vizuálnu analýzu, je nevhodný pre analyzovanie pomocou počítačov. Preto na popis grafov a digrafov sa bude používať maticový zápis, kde prvky matice budú 0, 1 a -1 .

Použitím maticového zápisu sa zprehľadňuje popis vzťahov potrebných pre správny popis potrubných sietí.



incidenčná matica A

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{ccccc}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\
 a & \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \\
 b & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \\
 c & \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \\
 d & \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}
 \end{array}
 \end{array}$$

cyklická matica C

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{ccccc}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\
 a & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \\
 b & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}
 \end{array}
 \end{array}$$

cyklická matica C

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{ccccc}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\
 a-b & \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \\
 b & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}
 \end{array}
 \end{array}$$

Najpodstatnejšími vzťahmi sú Kirchhoffove zákony:

- (i) suma vstupov a výstupov v uzle reprezentovaná tokmi je rovná nule,
- (ii) suma poklesu tlakov v každej cyklickej ceste je rovná nule.

Pre súvislú cyklickú sieť s N vrcholmi a M hranami, bude $(N - 1)$ nezávislých rovníc korešpondujúcich s prvým Kirchhoffovým zákonom (v elektrickom obvode Kirchhoffov zákon o prúde) a c nezávislých rovníc korešpondujúcich s druhým Kirchhoffovým zákonom (v elektrickom obvode Kirchhoffov zákon napätia), kde c , cyklometrické číslo, je dané ako

$$c = M - (N - 1). \quad (1.11)$$

Je dôležité si uvedomiť, že tieto zákony určujú správanie celej siete bez ohľadu na fyzikálne zákony určujúce správanie sa jednotlivých prvkov siete.

Dva druhy riadiacich vzťahov môžu byť vyjadrené jednoducho pomocou vzťahu incidenčnej a cyklickej matice orientovaného digrafu. Incidenčná matica A je matica typu $N \times M$, kde každý vrchol je reprezentovaný riadkom matice a každá hrana je reprezentovaná stĺpcom matice. Prvok matice a_{ij} má hodnotu $+1$ ak do vrcholu v_i vteká plyn z hrany h_j , -1 ak z vrcholu v_i vyteká plyn do hrany h_j a 0 , ak vrchol v_i a hrana h_j spolu neincidujú. Inakšie, ak pre hrana h_j a vrchol v_i platí $i = Z(h_j)$, tak $a_{ij} = 1$, ak $i = K(h_j)$, tak $a_{ij} = -1$ a ak neplatí $i = Z(h_j)$ ani $i = K(h_j)$ tak $a_{ij} = 0$.

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{ak } v_i = Z(h_j), \\ -1 & \text{ak } v_i = K(h_j), \\ 0 & \text{inak.} \end{cases} \quad (1.12)$$

Teda každý stĺpec obsahuje práve dva nenulové prvky, $+1$ a -1 a kvôli tejto špeciálnej štruktúre je hodnota N -riadkovej incidenčnej matice A rovná $(N - 1)$. Fyzicky, táto vlastnosť matice A korešponduje s faktom, že je len $(N - 1)$ nezávislých uzlových bilancií k celkovej bilancií v N -vrcholovej cyklickej sieti. Pre rovnice zachovania hmoty v uzavretej cyklickej sieti platí vzťah

$$A \cdot m = 0. \quad (1.13)$$

kde m je vektor prietokov. Treba zdôrazniť, že matica A jedno-jednoznačne reprezentuje digraf a že prietok ma kladné znamienko, ak je jeho smer zhodný s orientáciou hrany a záporné znamienko, ak sa smer orientácie so smerom prietoku nezhoduje. Podobne, v matici cyklov C (cyklická matica), stĺpce a riadky reprezentujú hrany a cykly. Cesta v cykle i v smere hrany j ma hodnotu $+1$, hodnotu -1 ak je v opačnom smere a 0 ak hrana j nie je cestou cyklu i . Treba poznamenať, že takáto cyklická matica nie je jediná cyklická matica digrafu, aj keď sa obmedzí len na reprezentáciu elementárnych cyklov (žiadna hrana sa nenachádza v cykle viac ako jedenkrát). Keďže riadky reprezentujú úplnú množinu elementárnych cyklov platí, že matica C je stupňa c . Rovnice pre druhý Kirchhoffov zákon (zákon poklesu tlakov) sa dajú vyjadriť pomocou cyklickej matice ako

$$C \cdot \sigma = 0, \quad (1.14)$$

kde σ je vektor tlakových poklesov pozdĺž všetkých hrán. Dá sa ľahko ukázať, že incidenčná matica A a cyklická matica C vytvárajú dva ortogonálne a komplementárne podpriestory, teda

$$A \cdot C^T = 0 \quad (1.15)$$

a

$$C \cdot A^T = 0, \quad (1.16)$$

kde transponovaná matica je označená horným indexom T . Platia bez ohľadu na platnosť fyzikálnych zákonov.

1.2 Modelovanie prvkov siete

Táto časť sa zaoberá druhým faktorom v sieťach a to prvkami siete, upriami sa v prvom rade na matematické modelovanie rôznych typov prvkov siete. Ako bolo

uvadené na začiatku, sieť sa skladá z mnohých druhov prvkov. Z pohľadu prvku ako hrany $h_i = (v_j, v_k)$ v grafe, je zaujímavé sledovať len dve premenné, a to (i) prietok cez prvok, $m_i = m_{jk}$, a (ii) pokles tlaku v prvku, $\sigma_{ij} = (p_i - p_j)$.

Okrem týchto premenných sú tu ešte fyzikálne parametre prvkov ako dĺžka, polomer, drsnosť potrubia a parametre plynu ako zloženie, viskozita, teplota...

Všetky premenné majú navzájom vzťah a ovplyvňujú model prvku.

1.2.1 Potrubie

Pre plyn prúdiaci potrubím platí všeobecne vzťah:

$$F(m_i, p_{Z(h_i)}, p_{K(h_i)}) = 0. \quad (1.17)$$

Môže sa použiť napríklad vzťah

$$(p_{Z(h_i)})^2 - b \cdot (p_{K(h_i)})^2 - (m_i)^2 \cdot a = 0, \quad (1.17a)$$

kde a, b sú konštanty zahŕňajúce fyzikálne parametre potrubia.

Zo vzťahu (1.17) vyzerá explicitné vyjadrenie $p_{K(h_i)}$ nasledovne

$$p_{K(h_i)} = T(m_i, p_{Z(h_i)}) \quad (1.17.1)$$

Pre (1.17a) potom platí

$$p_{K(h_i)} = \frac{\sqrt{(p_{Z(h_i)})^2 - (m_i)^2 \cdot a}}{b} \quad (1.17a.1)$$

1.2.2 Ventily a redukcie

Ventily a redukcie slúžia v plynovodných sieťach na mnoho účelov. Ventily slúžia na prerušenie toku plynu, alebo na odstavenie celých častí siete. Smerové redukcie zabraňujú spätnému toku v niektorých častiach siete. Otvára ich plyn prúdiaci správnym smerom. Pri prúde plynu v opačnom smere sa uzavru a prerušia tok plynu. Ešte existujú aj redukcie tlaku, ktoré prepúšťajú plyn ďalej len po isté ohraničenie a vyšší tlak „orežú“ na povolený tlak. Zabraňujú poškodeniu častí siete od vysokého tlaku. Pri modelovaní sa zanedbáva odpor pri otvorenom stave, ktorý kladú prúdiacemu plynu.

Model ventilu má len dva stavy otvorený, alebo zavretý.

$$\text{ventil} \begin{cases} (m_i)^2 \cdot a = (p_{Z(h_i)})^2 - b \cdot (p_{K(h_i)})^2 & \text{pre otvorený,} \\ m_i = 0 & \text{pre zavretý.} \end{cases} \quad (1.18)$$

Model redukcie tlaku pre obmedzenie maximálneho tlaku

$$p_{K(h_i)} = \min\{T(m_i, p_{Z(h_i)}), p_r\}, \quad (1.19)$$

kde p_r je nastavený tlak redukcie, $p_{Z(h_i)}$ je tlak plynu na vstupe a $p_{K(h_i)}$ tlak plynu na výstupe. Vstup a výstup redukcie je daný smerom prúdenia plynu nie orientáciou hrany. Pre model redukcie tlaku pre obmedzenie minimálneho tlaku platí

$$p_{K(h_i)} = \max\{T(m_i, p_{Z(h_i)}), p_r\}, \quad (1.20)$$

kde $p_r, p_{Z(h_i)}, p_{K(h_i)}$ sú ako v predchádzajúcom príklade. Redukcia je zavretá ak $p_{Z(h_i)} < p_r$.

1.2.3 Ostatné prvky

Kompresorové stanice (KS) a zásobníky sú ďalšie časté prvky plynových sietí.

Kompresorová stanica pôsobí ako jeden z aktívnych prvkov siete. Má dva stavy

- (i) zapnutý, pri ktorom mení tlak na vstupe kompresným pomerom na tlak na výstupe

$$\text{pre hranu } h_i \text{ platí } p_{K(h_i)} = k_i \cdot p_{Z(h_i)}, \quad (1.21)$$

$$k_i \in Q_i(m_i, p_{Z(h_i)}), \quad (1.22)$$

kde k_i je kompresný pomer a $Q(m_i, p_{Z(h_i)})$ je pracovná oblasť kompresora pre daný vstupný tlak a daný prietok.

- (ii) vypnutý, kde sa správa ako potrubie a kompresný pomer je $k = 1$.

1.3 FORMULCIA PROBLMU

Nastal čas formulovať problém pre stacionárnu sieť založený na zákonoch riadiacich ako správanie siete, tak aj jej jednotlivých prvkov.

Z rovnice (1.13) vyplýva, že pri splnení zákona zachovania hmoty by nemal byť žiaden vtok ani výtok hmoty zo siete. Toto všeobecne platí pre izolované siete. Oproti tomu vo väčšine reálnych prípadov to tak nie je. V reálnych sieťach sa počíta s externými vstupmi a výstupmi, reprezentujúcimi vstupné množstvá a výstupné požiadavky. Pre splnenie rovnice (1.13) musí byť do digrafu ako otvorenej siete pridaný ďalší, tzv. „okolný“ vrchol, z ktorého sú brané všetky vstupy do siete a kam idú všetky výstupy. Takto doplnený graf siete je potom vždy cyklický.

Pre výpočet treba rozlišovať vrcholy spojené s externými vstupmi a výstupmi, ktoré sa spájajú s prietokmi vstupujúcimi do siete. Označením čistého výstupu z vrchola v_i ako w_i a zahŕňajúceho odteraz len vnútorné hrany v novej incidenčnej matici \hat{A} , rovnica (1.13) sa zmení na

$$\hat{A} \cdot \hat{m} = w, \quad (1.23)$$

alebo

$$\sum_{j \in S_i^+} m_j - \sum_{k \in S_i^-} m_k = w_i, \quad i = 1, 2, \dots, N - 1. \quad (1.24)$$

2.1 Úvod

Pod pojmom riešenie stacionárnej plynovodnej sústavy resp. plynovodnej siete sa rozumie určenie tlakov vo všetkých uzloch (vrcholoch) plynovodu a určenie prietokov vo všetkých úsekoch (hranách) plynovodu za predpokladu, že v každom plynovodnom úseku (hrane) je ustálené prúdenie. Pre takéto riešenie stacionárnej plynovodnej sústavy je potrebné poznať niektoré vlastnosti prúdiaceho média, plynu (teplotu, zloženie, popripade stavovú rovnicu), topológiu plynovodnej siete (počet uzlov vrátane nadmorskej alebo referenčnej výšky, vzájomnú pozíciu uzlov, priemery a dĺžky plynovodných úsekov, prípadne ešte hodnoty zrovnávacích drsností každého z plynovodných úsekov), zaťaženia plynovodnej siete odbermi a zdrojmi.

V literatúre existuje viacero metodík, a teda aj postupov výpočtu. Všetky výpočtové algoritmy sú iteračné. Líšia sa len poradí použitia Kirchhoffových zákonov. Niektoré postupy využívajú v prvom iteračnom kroku platnosť 1. Kirchhoffovho zákona (t.j. pre každý uzol plynovodnej siete platí, že súčet orientovaných prietokov plynu, alebo plynovej zmesi, týmto uzlom je vždy nulový), a v nasledujúcich krokoch platnosť 2. Kirchhoffovho zákona (t.j. orientovaný súčet tlakových poklesov v úsekoch (hranách) každého uzavretého plynovodného cyklu je rovný nule), alebo opačne. Vo všeobecnosti teda na riešenie stacionárnej plynovodnej sústavy existujú dva základné numerické postupy:

- metóda cyklov
- metóda uzlov

Každý z výpočtových postupov pre riešenie stacionárnej plynovodnej sústavy, publikovaný v dostupnej literatúre predstavoval variáciu metódy cyklov alebo variáciu metódy uzlov. Preto je v ďalšom výklade stručne naznačené, aký je princíp metódy cyklov a metódy uzlov bez toho, aby sa bližšie diskutovali niektoré konkrétne numerické postupy. Záverom stručnej charakteristiky obidvoch všeobecných metodík je ich vzájomné porovnanie.

Pre prietok plynu medzi každými dvoma korešpondujúcimi uzlami resp. pre každú hranu plynovodnej siete platí prietoková rovnica, t.j. úplne všeobecne

$$f_{ij}(p_i, p_j, m_{ij}) = 0 \quad (2.1)$$

kde p_i resp p_j je tlak v i -tom resp. j -tom uzle a m_{ij} označuje orientovaný prietok plynu v hrane medzi i -tym a j -tym uzlom.

Ako je vidieť na príklade rovnice (1.17a), uvedenej v kapitole 1, funkcia f_{ij} obsahuje ešte ďalšie parametry. Sú to napríklad D_{ij} (= priemer úseku plynovodu), L_{ij} (= dĺžka úseku plynovodu), T_{ij} (= priemerná teplota úseku plynovodu), λ_{ij} (= odporový koeficient úseku plynovodu) vyjadrené ako konštanty a , b . Pretože tieto ďalšie parametre nie je nutné pri výklade princípov metód uzlov a hrán uvažovať, nevystupujú formálne ani v rovnici (2.1).

1. Kirchhoffov zákon, ktorý platí pre každý uzol plynovodnej siete, má nasledujúci všeobecný tvar

$$\sum_{j=1}^N m_{ij} + EXT m_i = 0 \quad (2.2)$$

kde m_{ij} má rovnaký význam ako v rovnici (2.1) a $EXTm_i$ označuje zaťaženie i -teho uzla odberom resp. dodávkou, alebo je rovné nule (nule je rovné v prípade, keď i -ty uzol je len spojitkom dvoch potrubných úsekov (hrán)). Rovnica (2.2) platí pre všetkých N uzlov plynovodnej siete.

2. Kirchhoffov zákon, ktorý platí pre každý cyklus plynovodnej siete, má nasledujúci úplne všeobecný tvar

$$\sum_{k=1}^{M_c} \Delta p_{i,k} = 0 \quad (2.3)$$

kde každé $\Delta p_{i,k}$ je pokles tlaku k -tej hrany v i -tom cykle plynovodnej siete. Rovnica (2.3) platí pre všetkých c elementárnych cyklov plynovodnej siete.

2.2 Princíp metódy cyklov

Metóda cyklov využíva platnosť 2. Kirchhoffovho zákona. Algoritmus postupu výpočtu pre riešenie stacionárnej plynovodnej sústavy sa dá popísať nasledovne:

- a) V plynovodnej sieti sa zostaví maximálny počet lineárne nezávislých (elementárnych) cyklov c , pričom platí známy vzťah

$$c = M - (N - 1) \quad (2.4)$$

kde M je celkový počet hrán a N celkový počet uzlov siete.

- b) V každom z elementárnych (lineárne nezávislých) cyklov sa urobí počiatočný orientovaný odhad prietokov m_{ij} tak, aby bol splnený 1. Kirchhoffov zákon, t.j. platí rovnica (2.2).
- c) Pomocou prietokovej rovnice (2.1) sa pre každú hranu plynovodnej siete vypočíta pokles tlaku (tlakový pokles).
- d) Pre každý elementárny cyklus sa skúša platnosť 2. Kirchhoffovho zákona, t.j. platnosť rovnice (2.3). Pretože v prvom iteračnom kroku išlo iba o nejaký orientovaný odhad m_{ij} , rovnica (2.3) zrejme nebude splnená, ale zistí sa, že

$$\sum_{k=1}^{M_c} \Delta p_{i,k} + \Delta p_i(\Delta m_i) = 0 \quad (2.5)$$

Znamená to, že pre každý elementárny cyklus existuje jedna hodnota orientovanej korekcie pre prietoky, t.j. hodnota Δm_i . Celkovo teda existuje c hodnôt $\Delta m_1, \Delta m_2, \dots, \Delta m_c$ pre každý iteračný krok. $\Delta p_i(\Delta m_i)$ v rovnici (2.5) formálne označuje korekciu tlaku ako funkciu prietoku pre i -ty elementárny cyklus plynovodnej siete. V skutočnom algoritme je rovnica (2.5) formulovaná ako funkcia orientovaných prietokov v hranách i -teho elementárneho cyklu a korekcie Δm_i .

- e) Všetky hodnoty m_{ij} plynovodnej siete sa opraví o zodpovedajúce korekcie Δm_i .
- f) Ak nie sú hodnoty korekcií $\Delta m_1, \Delta m_2, \dots, \Delta m_c$ „dostatočne malé“, vracia sa výpočet k bodu b) s tým rozdielom, že všetky m_{ij} nie sú už odhadované, ale postupne sú korigované na základe 1., 2., ... iteračného kroku výpočtu.
- g) Ak sú hodnoty korekcií $\Delta m_1, \Delta m_2, \dots, \Delta m_c$ „dostatočne malé“, je proces riešenia ukončený.

2.3 Princíp metódy uzlov

Metóda uzlov využíva platnosť 1. Kirchhoffovho zákona. Algoritmus postupu výpočtu pre riešenie stacionárnej plynovodnej sústavy sa dá popísať nasledovne:

- Uzly plynovodnej siete sa rozdelia na dva typy uzlov, „ Np “ a uzly typu „ Nm “. Uzly typu „ Np “ sú všetky uzly so zadaným a v priebehu výpočtu nemenným tlakom. Zaťaženie uzla typu „ Np “ odberom resp. dodávkou sa počas výpočtu dopočíta. Uzly typu „ Nm “ sú všetky uzly so zadaným a v priebehu výpočtu nemenným zaťažením (t.j. odberom, resp. dodávkou). Tlak v každom z uzlov typu „ Nm “ sa počas výpočtu dopočíta. Ak označíme počet uzlov typu „ Np “ ako N_p ($N_p \geq 1$) a počet uzlov typu „ Nm “ ako N_m ($N_m \geq 1$), je zrejmé, že platí $N = N_p + N_m$.
- Pre každý uzol typu „ Nm “ sa urobí počiatočný odhad tlaku.
- Pomocou prietokovej rovnice (2.1) sa pre každú hranu plynovodnej siete vypočíta orientovaný prietok m_{ij} .
- Pre každý z uzlov typu „ Nm “ sa vyskúša platnosť 1. Kirchhoffovho zákona, t.j. platnosť rovnice (2.2). Pretože v prvom iteračnom kroku išlo iba o nejaký odhad tlakov v uzloch „ Nm “, nebude rovnica (2.2) zrejme splnená, ale ukáže sa, že

$$\sum_{j=1}^N m_{ij} + EXT m_i + \Delta m_i(\Delta p_1, \Delta p_2, \dots, \Delta p_{N_m}) = 0 \quad (2.6)$$

Znamená to, že pre každý z uzlov typu „ Nm “ existuje korekcia tlaku Δp_i . Celkovo teda existuje N_m hodnôt $\Delta p_1, \Delta p_2, \dots, \Delta p_{N_m}$, pre každý iteračný krok. $\Delta m_i(\Delta p_1, \Delta p_2, \dots, \Delta p_{N_m})$ v rovnici (2.6) formálne označuje korekciu pre bilanciu i -teho uzla ako funkciu korekcií tlakov pre uzly typu „ Nm “. V skutočnom algoritme je rovnica (2.6) formulovaná ako funkcia tlakov vo všetkých uzloch typu „ Nm “ a korekcií $\Delta p_1, \Delta p_2, \dots, \Delta p_{N_m}$.

- Hodnoty tlakov vo všetkých uzloch typu „ Nm “ sa opravujú o zodpovedajúcu korekciu Δp_i .
- Ak nie sú hodnoty korekcií $\Delta p_1, \Delta p_2, \dots, \Delta p_{N_m}$ „dostatočne malé“, vracia sa výpočet k bodu b) s tým rozdielom, že všetky tlaky v uzloch typu „ Nm “ nie sú už odhadované, ale postupne sú korigované na základe 1., 2., ... iteračného kroku výpočtu.
- Ak sú hodnoty korekcií $\Delta p_1, \Delta p_2, \dots, \Delta p_{N_m}$ „dostatočne malé“, je proces riešenia ukončený.

2.3 Vzájomné porovnanie metódy cyklov a metódy uzlov

Pri prvom porovnaní horeuvedených metód sa ukazuje, že ide o duálne metódy. Metóda cyklov je duálna k metóde uzlov a opačne. Princíp duality hovorí, že je treba nahradiť jednotlivé pojmy podľa schémy:

elementárny cyklus siete	↔	uzol siete typu Nm
prietok hranou	↔	tlak v uzle
odpor hrany voči prúdeniu	↔	recipročná hodnota odporu proti prúdeniu (=... vodivosť hrany)

atď.

Obidve popísané metódy umožňujú vypočítať riešenie stacionárnej plynovodnej siete. Metódy sa v praktických aplikáciách líšia len v tom, ako náročné sú prípravné práce nutné pre zostavenie štartovacích údajov a v akej forme sú konečné výsledky.

Pri metóde cyklov sa musia určiť štartovacie hodnoty prietokov vo všetkých hranách plynovodnej siete, vrátane ich orientácie, popričom sa musí brať do úvahy zaťaženie tejto siete odbermi a zdrojmi.

Plynovodná sieť musí byť úplne cyklická, t.j. že v tejto sieti nesmie existovať ani jedna hrana, ktorá nie je súčasťou aspoň jedného cyklu (pre nezacyklené hrany siete je nutné vytvárať „fiktívne hrany“ s konečne alebo nekonečne veľkým odporom prúdenia, a tým vytvárať ďalšie „fiktívne cykly“).

Pri metóde uzlov stačí odhadnúť štartovacie hodnoty tlakov v uzloch typu „ Nm “. Nie je nutné odhadovať tieto tlaky tak, aby sa čo najviac približovali presnej hodnote, spravidla sa volí rovnaký štartovací odhad pre všetky hľadané tlaky v uzloch typu „ Nm “. Plynovodná sieť môže obsahovať nezacyklené hrany, bez toho aby bolo nutné dopĺňať sieť „fiktívnymi hranami“ a uzatvárať ich do „fiktívnych cyklov“.

Výhodou metódy cyklov oproti metóde uzlov je skutočnosť, že iteračné riešenie sústavy nelineárnych rovníc vedie k menším sústavám rovníc, pretože počet elementárnych cyklov v plynovodnej sieti je vždy menší ako počet uzlov typu „ Nm “.

2.4 Zhrnutie

Z horeuvedeného sa nedá jednoznačne povedať, ktorá z dvoch uvedených metód je všeobecne vhodnejšia. Jedným z faktorov rozhodujúcich o výhodnosti tej ktorej metódy je topológia siete a typy údajov, ktoré sa dajú z riešenej reálnej plynovodnej siete získať.

Algoritmus využívaný na výpočet siete v tejto práci používa značne modifikovanú verziu metódy cyklov. Výpočtová náročnosť tohto modifikovaného algoritmu umožňuje výpočet stacionárnej siete takmer v reálnom čase s požadovanou presnosťou.

3. EVOLUN STRATGIE

3.1 Úvod

Evolučná stratégia patrí historicky medzi prvé úspešné stochastické algoritmy. Prvá evolučná stratégia (ES) bola vyvinutá v roku 1964 na Berlínskej Technickej Univerzite Rechenbergom a Schwefelom ako experimentálna optimalizačná metóda. Prvé experimenty sa zoberali optimalizovaním tvaru telies tak, aby mali čo najmenší odpor vo vzdušnom prúde. Pretože intuitívny postup ani gradientové metódy neboli veľmi úspešné, začali sa zaoberať myšlienkou náhodných zmien parametrov definujúcich tvar (podobne ako je to pri mutáciách) v priebehu stochastického optimalizačného procesu. Prvé úspešné ES riešili problémy ako riadenie zahnutia pružnej rúry, alebo meniteľný profil trysky na tvar s čo najmenšou energetickou stratou [KS70]. Tieto skoré varianty evolučných stratégií, takzvané (1+1)-ES, používali jediný rekombinačný operátor – mutáciu a iba jedno riešenie v populácii s maximálne dvoma „jedincami“ uchovávanými súčasne – rodič a navrhovaný potomok. Základom evolučnej stratégie je nasledujúci predpis, ktorý „mutuje“ rodiča x na potomka x'

$$x' = x + N(0, \sigma), \quad (3.1)$$

kde $N(0, \sigma)$ je vektor nezávislých náhodných čísel s nulovou strednou hodnotou a štandardnou odchýlkou σ . Jednotlivé čísla sú rozložené podľa gaussovskej distribúcie, menšie čísla sa objavujú pravdepodobnejšie ako veľké čísla. V tejto stratégii sa potom buď potomok stane rodičom v ďalšej generácii, ak je lepší ako jeho rodič, alebo rodič „prežije“. Rechenberg [Rec73] vytvoril teóriu o rýchlosti konvergencie pre (1+1)-ES, a odviedol pravidlo pre deterministickú zmenu smerodajnej odchýlky mutácie od frekvencie úspešnosti mutácie. Na základe priemernej pravdepodobnosti optimálnej úspešnosti pre dve jednoduché modelové funkcie (koridor a guľa model), sa pravidlo volalo pravidlo 1/5-úspechu.

Čoskoro bola (1+1)-ES nahradená, variantami s $\mu > 1$ rodičov a $\lambda > 1$ potomkov v generácii.

Prvá multičlenná evolučná stratégia, $(\mu + 1)$ -ES s $\mu > 1$, už predstavila koncept rekombinácie na vytvorenie jedného potomka z kombinácie rodičovských parametrov. Po mutácii a vypočítaní fitness (sily), potomok nahrádza najhoršieho z rodičovských jedincov, ak je lepší ako on. Aj keď nebola nikdy veľmi rozšírená, táto stratégia poskytuje základnú myšlienku umožňujúcu prechod k súčasným $(\mu + \lambda)$ a (μ, λ) -stratégiám. V prípade $(\mu + \lambda)$ -stratégie μ rodičov vytvára λ potomkov pomocou rekombinácie a mutácie, a μ najlepších jedincov spomedzi rodičov a potomkov je vybraných a týto sa stávajú rodičmi nasledujúcej generácie. V prípade (μ, λ) -stratégie je μ najlepších jedincov vybraných len spomedzi potomkov a týto vytvárajú novú množinu rodičov. V tomto prístupe je nutná podmienka $\lambda \geq \mu$, inak stačí $\lambda \geq 1$.

Okrem populácie jednotlivcov a rekombinácie rodičovských informácií, (μ, λ) -ES nahrádza deterministickú kontrolu dĺžky kroku samoučiacim procesom, ktorý sa učí dĺžku kroku (a voliteľne aj kovariancie) on-line počas evolučného procesu hľadania [HB92, Sch95].

Snaha trvalého vývoja viedla k rôznym variáciám špeciálnych typov evolučných stratégií, napr. využitie paralelnej hardvérovej architektúry, alebo riešenie viackriteriálnych rozhodovacích problémov.

Na záver, príde náčrt akejsi navrhutej všeobecnej evolučnej stratégie čo počíta s akýmsi postupným prechodom medzi $(\mu + \lambda)$ -výberom a (μ, λ) -výberom pomocou zavedenia maximálnej dĺžky života κ jednotlivcov. Súčasná $(\mu, \kappa, \lambda, \rho)$ -stratégia taktiež zapracováva niektoré iné možnosti, ktoré tvoria užitočné rozšírenia algoritmu [SR95].

3.1.1 Značenie

Ďalej sa bude predpokladať spojitá n -rozmerná parametrická úloha tvaru

$$f := f(\vec{x}) = \min\{f(\vec{x}); \vec{x} \in M \subseteq \mathbb{R}^n\}, \quad (3.2)$$

kde $M = \{\vec{x} \in \mathbb{R}^n; g_j \geq 0 \forall j \in \{1, \dots, q\}\}$ je definičný obor hodnôt a $g_j: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ sú ohraničenia. Jedincov $\vec{a} \in I$ tvoria prvky priestoru jedincov $I = \mathbb{R}^n \times S$, kde S je množina parametrov závislá od druhu evolučnej stratégie. $P^{(t)} = \{\vec{a}_1, \dots, \vec{a}_k\} \in I^k$ označuje populáciu k z $\{\mu, \lambda\}$ jedincov v generácii t , kde populácia je interpretovaná ako množina prvkov z I (môžu sa v nej vyskytnúť aj dva rovnaké prvky). $\mu, \lambda \in N$ určujú počet rodičov a potomkov. Genetické operácie sú značené zobrazeniami

$$\begin{array}{ll} \mathbf{rec}: I^\mu \rightarrow I & \text{rekombinácia,} \\ \mathbf{mut}: I \rightarrow I & \text{mutácia,} \\ \mathbf{sel}_\mu^k: I^k \rightarrow I^\mu & \text{selekcia, } k \in \{\lambda, \mu + \lambda\}, \end{array} \quad (3.3)$$

ktoré tiež závisia od ďalších od operácie závislé parametre, ako premenné dĺžky kroku $\tau, \tau_0, \beta \in \mathbb{R}_+$ pre mutáciu a rekombináciu typu $\omega \in \{0, 1, 2, 3\}$.

Jedna iterácia evolučnej stratégie, teda krok z populácie $P^{(t)}$ k nasledujúcej populácii rodičov $P^{(t+1)}$ je daný zobrazením

$$\text{opt}_{ES}: I^\mu \rightarrow I^\mu \quad (3.4)$$

pričom

$$\text{opt}_{ES}(P^{(t)}) = \mathbf{sel}_\mu^k \left(\bigcup_{i=1}^\lambda \{\mathbf{mut}(\mathbf{rec}(P^{(t)}))\} \cup Q \right) \quad (3.5)$$

kde $Q \in \{P^t, \emptyset\}$ závisí od operácie selekcie ((μ, λ) -selekcia: $Q = \emptyset, k = \lambda$; $(\mu + \lambda)$ -selekcia: $Q = P^t, k = \mu + \lambda$), \cup je operácia zjednotenia na množine, a pre $\mu = 1$ sa nepredpokladá implementácia rekombinácie, teda $\mathbf{rec} = \mathbf{id}$.

Značenie $z \sim \mathbf{N}(\zeta, \sigma^2)$ znamená realizáciu normálne rozdelenej náhodnej premennej so strednou hodnotou ζ a odchýlkou σ^2 , a $u \sim \mathbf{U}(\cdot)$ je realizácia rovnomerne rozdelenej náhodnej premennej (argument môže byť interval, alebo konečná množina hodnôt). Väčšina programovacích jazykov nemá funkciu na generovanie normálne rozdelených náhodných čísiel, ale z dvojice $u_1, u_2 \sim \mathbf{U}((0, 1])$ rovnomerne rozdelených náhodných čísiel sa ľahko vygenerujú dve nezávislé normálne rozdelené náhodné čísla so strednou hodnotou nula a odchýlkou jedna (pozri [Sch95], str. 115-116):

$$z_1 = \sqrt{-2 \ln u_1} \sin(2\pi u_2), \quad z_2 = \sqrt{-2 \ln u_1} \cos(2\pi u_2).$$

$z_1, z_2 \sim \mathbf{N}(0, 1)$ sa ľahko predefinuje pomocou $z'_i = \sigma_i z_i$ na generátor čísel s rozdelením $\mathbf{N}(0, \sigma_i^2)$.

3.2 Evolučná stratégia (1 + 1)

Ako už bolo spomenuté v úvode kapitoly, (1 + 1)-ES sú dané pomocou $\mu = \lambda = 1$, absenciou rekombinácie a deterministickým pravidlom na modifikáciu (jednej a jedinej) dĺžky kroku σ pre všetky mutácie. Jediniec $\vec{a} = (\vec{x}, \sigma) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}_+$ pozostávajúcej z premennej objektu, vektora \vec{x} a jednej štandardnej odchýlky σ . Operácia mutácie je zloženie (deterministickej) zmeny \mathbf{mu}_σ σ a mutácie \mathbf{mu}_x \vec{x} :

$$\mathbf{mut} = \mathbf{mu}_x \circ \mathbf{mu}_\sigma, \quad (3.6)$$

kde

$$\tilde{\sigma} := \mathbf{mu}_\sigma(\sigma) = \begin{cases} \sigma / \sqrt[p]{c}, & \text{ak } p > 1/5, \\ \sigma \cdot \sqrt[p]{c}, & \text{ak } p < 1/5, \\ \sigma, & \text{ak } p = 1/5. \end{cases} \quad (3.7)$$

Táto definícia odráža Rechenbergovo pravidlo 1/5-úspechu zmien smerodajnej odchýlky σ v každej generácii, založenej na meraní relatívnej frekvencie p úspešných mutácií.

Mutácia premennej prebieha pridaním normálne rozdelenej premennej so štandardnou odchýlkou $\tilde{\sigma}$ k zložkám vektora \vec{x} :

$$\tilde{x} := \mathbf{mu}_x(\vec{x}) = (x_1 + z_1, \dots, x_n + z_n) \quad (3.8)$$

kde $z_i \sim \mathbf{N}_i(0, \tilde{\sigma}^2)$. Z (3.6) potom vyplýva $\mathbf{mut}((\vec{x}, \sigma)) = \mathbf{mu}_x(\mathbf{mu}_\sigma(\vec{x}, \sigma)) = \mathbf{mu}_x(\vec{x}, \mathbf{mu}_\sigma(\sigma)) = \mathbf{mu}_x(\vec{x}, \tilde{\sigma}) = \mathbf{mu}_x(\tilde{x}, \tilde{\sigma})$.

Na potomka $\tilde{a} = (\tilde{x}, \tilde{\sigma})$ a rodiča $\vec{a} = (\vec{x}, \sigma)$ sa ďalej použije operácia selekcia $\mathbf{sel}_1^2: I^2 \rightarrow I$, ktorá nechá prežiť jedinca s lepšou funkčnou hodnotou hľadanej funkcie, teda:

$$\mathbf{sel}_1^2(\{\vec{a}, \tilde{a}\}) = \begin{cases} \{\tilde{a}\}, & \text{ak } f(\tilde{x}) \leq f(\vec{x}), \\ \{\vec{a}\}, & \text{inak.} \end{cases} \quad (3.9)$$

Použitím tohto značenia, sa redukuje algoritmus evolučnej stratégie (1 + 1) na

$$\mathbf{opt}_{(1+1)\text{-ES}}(\{\vec{a}\}) = \mathbf{sel}_1^2(\{\mathbf{mut}(\vec{a})\} \cup \{\vec{a}\}) \quad (3.10)$$

pseudokód algoritmu vyzerá nasledovne:

Algoritmus 1 ((1 + 1)-ES)

```

t:=0;
inicializuj  $P^{(t)} = \{(\vec{x}, \sigma)\}$ ;
vyhodnot  $f(\vec{x})$ ;
while ( $T(P^{(t)}) = 0$ ) do           { $T$  označuje ukončovacie kritérium}
     $(\tilde{x}, \tilde{\sigma}) := \mathbf{mut}((\vec{x}, \sigma))$ ;
    vyhodnot  $f(\tilde{x})$ ;                 {spočíta hodnotu funkcie}
    if ( $f(\tilde{x}) \leq f(\vec{x})$ )         {selekcia}
        then  $P^{(t+1)} := \{(\tilde{x}, \tilde{\sigma})\}$ ;
        else  $P^{(t+1)} := P^{(t)}$ ;
     $t := t + 1$ ;
od

```

Treba si všimnúť že relatívna frekvencia p úspešnej mutácie sa dá ľahko počítať pomocou zvyšovania „počítacej“ premennej vždy keď selekcia vyberie potomka namiesto rodiča (realizuje sa úspešná mutácia).

(1 + 1)-ES je gradientná stochastická metóda. Aj keď je algoritmus úspešný v mnohých prípadoch, treba si uvedomiť, že sa jedná o stratégiu hľadania lokálneho extrému, a pravidlo 1/5 môže viesť k predčasnej stagnácii v hľadaní kvôli deterministickému znižovaniu kroku hľadania vždy keď topologická situácia nevedie k dostatočne veľkej miere úspešnosti. Jednou z možností ako obísť tento problém je $(\mu + 1)$ -stratégia.

3.3 Evolučná stratégia $(\mu + 1)$

Tento algoritmus rozširuje (1 + 1)-ES o operáciu rekombinácie.

Operácia rekombinácie **rec**: $I^\mu \rightarrow I$ je aplikovaná pred mutáciou a vytvára jedného jedinca z populácie rodičov. Vytvorený jedinec potom prechádza mutáciou a výsledný jedinec nahrádza najhoršieho jedinca z populácie rodičov ak je aspoň taký dobrý ako najhorší rodič (odstránenie najhoršieho kusu). Inými slovami, μ najlepších jedincov spomedzi μ rodičov a jedného potomka tvorí nasledovnú generáciu rodičov.

Na rozdiel od genetických algoritmov, operácia rekombinácie **rec**: $I^\mu \rightarrow I$ v jednom behu vytvára len jedného jedinca. Najprv sa vyberie ϱ ($1 \leq \varrho \leq \mu$) rodičovských vektorov z populácie $P^{(t)} \in I^\mu$ s rovnomernou pravdepodobnosťou, a potom sa zmixujú prvky z ϱ rodičov a vytvorí sa vektor jedinca:

$$\mathbf{rec} = \mathbf{rec} \circ \mathbf{co}, \quad (3.11)$$

kde **co**: $I^\mu \rightarrow I^\varrho$ vyberá ϱ rodičovských vektorov a **re**: $I^\varrho \rightarrow I$ vytvára vektor potomka.

V závislosti od typu rekombinácie ω existuje veľa možností rekombinácie rodičovských vektorov na vytvorenie jedinca. Typ rekombinácie sa môže líšiť pre rôzne časti jedinca $\vec{a} = (\vec{x}, \vec{\sigma}, \vec{\alpha})$ stratégie (μ, λ) (na pochopenie významu $\vec{\sigma}$ a $\vec{\alpha}$ pozri kapitolu 3.4), tak že definujeme typ rekombinácie zodpovedajúcej ľubovoľnému vektoru \vec{b} a \vec{b}' , kde \vec{b}' zodpovedá časti vektoru potomka, ktorý sa generuje a $b_{k,i}$ zodpovedá i -tej časti predvoleného jedinca $k \in \{1, \dots, \varrho\}$ z množiny jedincov vybraných operáciou **co**. Originálna stratégia $(\mu + 1)$ aplikuje rekombináciu len na premennú funkcie, vektor \vec{x} .

Najčastejšie používané druhy rekombinácií sú:

- $\omega = 0$: žiadna rekombinácia (vždy keď $\mu = 1$ alebo $\varrho = 1$). V tomto prípade, keď výber **co**: $I^\mu \rightarrow I$ je len jeden jedinec a **re** = **id**: $I \rightarrow I$ je len operácia identita.
- $\omega = 1$: Globálna priemerná rekombinácia, kde i -ta komponenta vektora je priemerom hodnôt všetkých rodičov:

$$b'_i = \frac{1}{\varrho} \sum_{k=1}^{\varrho} b_{k,i}. \quad (3.12)$$

- $\omega = 2$: Lokálna priemerná rekombinácia, ktorá vyberá dvoch z ϱ rodičov pre každý komponent vektora a spočíta váženú sumu korešpondujúcich komponent týchto dvoch rodičov:

$$b'_i = u_i b_{k_1,i} + (1 - u_i) b_{k_2,i}, \quad (3.13)$$

kde $u_i \sim \mathbf{U}([0, 1])$ alebo $u_i = \frac{1}{2}$, a $k_1, k_2 \sim \mathbf{U}(\{1, \dots, \varrho\})$ pre každého potomka.

- $\omega = 3$: Diskrétna rekombinácia, kde každý komponent vektoru je kópia korešpondujúceho komponentu z náhodne vybraného jedinca spomedzi ϱ rodičov:

$$b'_i = b_{k_i, i}, \quad (3.14)$$

kde $k_i \sim \mathbf{U}(\{1, \dots, \varrho\})$ je náhodne pre každé i .

Samozrejme aj iné typy rekombinácií, ako napr. viacbodové kríženie bežne používané v genetických algoritmoch, sú možné a môžu sa pridať do množiny použiteľných operácií.

Hlavný cyklus stratégie $(\mu + 1)$ vzhľadom na (3.5), sa formuluje nasledovne:

$$\text{opt}_{(\mu+1)\text{-ES}}(P^{(t)}) = \text{sel}_{\mu}^{\mu+1}(\{\text{mut}(\text{rec}(P^{(t)}))\} \cup P^{(t)}) \quad (3.15)$$

Operácia selekcie jednoducho prináša množinu μ najlepších jedincov ako svoj argument, teda, $\text{sel}_{\mu}^k(P) = \tilde{P}$, kde $\tilde{P} = \mu$, $P = k \geq \mu$ a

$$\forall \tilde{a} \in \tilde{P}: \nexists \bar{a} \in P - \tilde{P}: f(\bar{x}) \leq f(\tilde{x}) \quad (3.16)$$

Algoritmus 2 $((\mu + 1)\text{-ES})$

```

t:=0;
inicializuj  $P^{(0)} = \{\vec{x}_1, \dots, \vec{x}_{\mu}\} \in I^{\mu}$ ;
vyhodnot  $f(\vec{x}_1), \dots, f(\vec{x}_{\mu})$ ;
while ( $T(P^{(t)}) = 0$ ) do
     $\tilde{x} := \text{mut}(\text{rec}(P^{(t)}))$ ;
    vyhodnot  $f(\tilde{x})$ ;           {spočíta hodnotu funkcie}
     $P^{(t+1)} := \text{sel}_{\mu}^{\mu+1}(\{\tilde{x}\} \cup P^{(t)})$ ;
     $t := t + 1$ ;
od

```

Použitie rekombinácie je bežne založené na prepínaní vzhľadom na typ rekombinácie ω . Rodičia sú vyberaní prostredníctvom generátora rovnomerne rozdelených čísel.

Ako bolo spomínané v predchádzajúcej časti, stratégia $(\mu + 1)$ neponúka prijateľnú metódu na kontrolu štandardnej odchýlky σ , bez toho, aby sa ďalej špecifikovala štruktúra jedincov a pracovný mechanizmus operácie mutácie. Aj keď sa dá prijať pravidlo 1/5 úspešnosti, bude stratégia stále trpieť jeho nedostatkami. Moderné (μ, λ) stratégie, ktoré budú popísané v ďalšej kapitole, riešia tento problém samo-prispôbovaním štandardnej odchýlky v priebehu procesu hľadania.

3.4 Evolučná stratégia (μ, λ) a $(\mu + \lambda)$

Mnohé nedostatky pravidla 1/5 riadiaceho „dĺžku kroku“ σ jednoduchej evolučnej stratégie prinútil Schwefela poohliadnúť sa po robustnejšej a všeobecnejšej metóde na prispôbienie parametrov mutácie algoritmu. Znova riešenie tohto problému vychádza z bližšieho pohľadu na prírodný mechanizmus, kde sám genotyp vlastní mechanizmus na kontrolu svojej mutácie (segmenty genotypu kódujúce opravné enzýmy, alebo takzvané mutačné gény). Prenesením tejto metódy na

evolučné stratégie sa štandardná odchýlka pre mutáciu stáva časťou jedinca a vyvíja sa mutáciou a rekombináciou tak, ako sa vyvíja premenná hľadanej funkcie – tento proces sa nazýva samo-prispôsobovanie sa parametrov stratégie [Sch77].

Presnejšie, jedinci v (μ, λ) -stratégii sú vybavení množinou parametrov stratégie, ktoré reprezentuje n -rozmerné normálne rozdelenie pre mutáciu jedinca:

$$I = \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}_+^{n_\sigma} \times [-\pi, \pi]^{n_\alpha} \quad (3.17)$$

teda, $S = \mathbb{R}^{n_\sigma} \times [-\pi, \pi]^{n_\alpha}$

Jedinec $\vec{a} = (\vec{x}, \vec{\sigma}, \vec{\alpha}) \in I$ pozostávajúci z častí

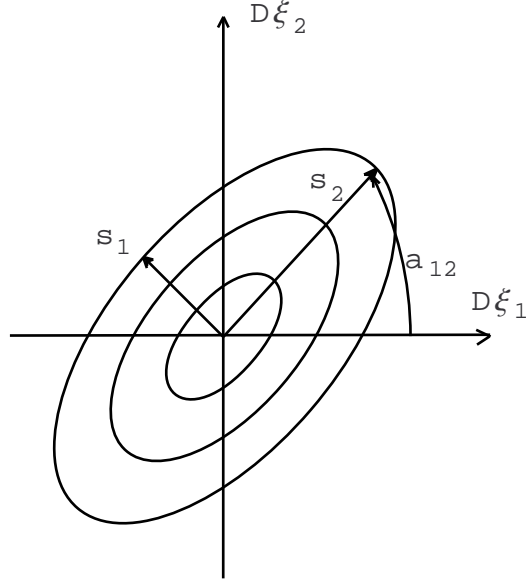
- $\vec{x} \in \mathbb{R}^n$: Vektor premenných funkcie. Treba si všimnúť, že to je jediná časť \vec{a} , ktorá vstupuje do optimalizovanej funkcie.
- $\vec{\sigma} \in \mathbb{R}_+^{n_\sigma}$: Vektor štandardných odchýliek ($1 \leq n_\sigma \leq n$) normálneho rozdelenia.
- $\vec{\alpha} \in [-\pi, \pi]^{n_\alpha}$: Vektor uhlov sklonu ($n_\alpha = (n - n_\sigma/2) \cdot (n_\sigma - 1)$), definujúce lineárne korelované mutácie premenných optimalizovanej funkcie \vec{x} .

Parametre stratégie $\vec{\sigma}$ a $\vec{\alpha}$ určujú variancie a kovariancie n -rozmerného normálneho rozdelenia, ktoré sa používa na prehľadávanie priestoru možných riešení.

Množstvo evolučných parametrov priradených jedincovi môže kolísať podľa typu evolučnej stratégie, v závislosti od jej prístupu k stupňu voľnosti vyžadovaného topológiou optimalizovanej funkcie. Ako pravidlo palca, spoľahlivosť a robustnosť globálneho prehľadávania algoritmu stúpa časová náročnosť výpočtového času so zvyšujúcim sa počtom parametrov stratégie. Používané nastavenia bývajú nasledovné:

- $n_\sigma = 1, n_\alpha = 0$: Štandardná mutácia s jednou štandardnou odchýlkou všetkých komponentov \vec{x} .
- $n_\sigma = n, n_\alpha = 0$: Štandardná mutácia s jednotlivými dĺžkami kroku $\sigma_1, \dots, \sigma_n$ kontrolujúcimi mutáciu korešpondujúcich premenných x_i jednotlivo.
- $n_\sigma = n, n_\alpha = n \cdot (n - 1)/2$: Korelované mutácie s kompletnou kovariančnou maticou pre každého jedinca. Treba si všimnúť, že korešpondencia $\Delta x_i \propto \sigma_i$ už viac neplatí.

Základná myšlienka korelovanej mutácie je ilustrovaná pre prípad $n = 2, n_\sigma = 2, n_\alpha = 1$ na obrázku 3.1,



kde sú vyznačené čiary rovnakej pravdepodobnosti mutácie dvoj-rozmerného normálneho rozdelenia. Treba si všimnúť, že štandardná odchýlka σ_1 a σ_2 určujú dĺžku hlavných osí elipsoidu, a α_{12} predstavuje uhol otočenia elipsoidu. Vo všeobecnom prípade korelovanej mutácie môže elipsoid ležať voľne v n -rozmernom prehladávanom priestore.

Pre všeobecnú štruktúru jedincov je operátor mutácie **mut**: $I \rightarrow I$ definovaný nasledovne:

$$\mathbf{mut} = \mathbf{mu}_x \circ (\mathbf{mu}_\sigma \times \mathbf{mu}_\alpha) \quad . \quad (3.18)$$

Mutácia je aplikovaná na jedinca po jeho rekombinácii

$$\hat{a} = (\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_n, \hat{\sigma}_1, \dots, \hat{\sigma}_{n_\sigma}, \hat{\alpha}_1, \dots, \hat{\alpha}_{n_\alpha})$$

a to najskôr mutáciou parametrov stratégie $\hat{\sigma}$ a $\hat{\alpha}$ a až potom modifikáciou \vec{x} použitím novovytvorenej množiny parametrov stratégie vzniknutej mutáciou $\hat{\sigma}$ a $\hat{\alpha}$:

- $\mathbf{mu}_\sigma: \mathbb{R}_+^{n_\sigma} \rightarrow \mathbb{R}_+^{n_\sigma}$ mutuje rekombinované $\hat{\sigma}$:

$$\mathbf{mu}_\sigma(\hat{\sigma}) := (\hat{\sigma}_1 \exp(z_1 + z_0), \dots, \hat{\sigma}_{n_\sigma} \exp(z_{n_\sigma} + z_0)) =: \hat{\sigma} \quad (3.19)$$

kde $z_0 \sim \mathbf{N}(0, \tau_0^2)$, $z_i \sim \mathbf{N}(0, \tau^2) \forall i \in \{1, \dots, n_\sigma\}$.

Aby sa predišlo tomu, že bude štandardná odchýlka rovná nule, je nastavená minimálna hodnota ϵ_σ daná pre všetky σ_i .

- $\mathbf{mu}_\alpha: \mathbb{R}_+^{n_\alpha} \rightarrow \mathbb{R}_+^{n_\alpha}$ mutuje rekombinované $\hat{\alpha}$:

$$\mathbf{mu}_\alpha(\hat{\alpha}) := (\hat{\alpha}_1 + z_1, \dots, \hat{\alpha}_{n_\alpha} + z_{n_\alpha}) =: \hat{\alpha} \quad (3.20)$$

kde $z_i \sim \mathbf{N}(0, \beta^2), \forall i \in \{1, \dots, n_\alpha\}$. Empiricky sa ukazuje, že prináša dobré výsledky $\beta \approx 0.0873 (\approx 5^\circ)$. Uhly otočenia sa ponechávajú uskutočniteľné (napr. v intervale $[-\pi, \pi]$), pretočením do uskutočniteľnej oblasti vždy, keď ju pri mutácii opustia.

- $\mathbf{mu}_x: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ mutuje rekombinované premenné vektoru \vec{x} , pomocou už zmutovaných $\vec{\sigma}$ a $\vec{\alpha}$:

$$\mathbf{mu}_x(\vec{x}) := (\hat{x}_1 + cor_1(\vec{\sigma}, \vec{\alpha}), \dots, \hat{x}_n + cor_n(\vec{\sigma}, \vec{\alpha})) =: \hat{\vec{x}} \quad (3.21)$$

kde $c\vec{or} := (cor_1(\vec{\sigma}, \vec{\alpha}), \dots, cor_n(\vec{\sigma}, \vec{\alpha}))$ je náhodný vektor, s normálne rozdelenými, eventuálne korelovanými komponentami. Vektor $c\vec{or}$ sa môže vypočítať z $c\vec{or} = \mathbf{T}\vec{z}$ kde $\vec{z} = (z_1, \dots, z_n)$ s $z_i \sim \mathbf{N}(0, \sigma_i^2) \forall i \in \{1, \dots, n_\sigma\}$ a

$$\mathbf{T} = \prod_{p=1}^{n_\sigma-1} \prod_{q=p+1}^{n_\sigma} \mathbf{T}_{pq}(\tilde{\alpha}_j) \quad (3.22)$$

s $j = \frac{1}{2}(2n_\sigma - p)(p + 1) - 2n_\sigma + q$ [Rud92a]. Rotačné matice $\mathbf{T}_{pq}(\tilde{\alpha}_j)$ sú jednotkové matice okrem $t_{pp} = t_{qq} = \cos(\alpha_j)$ a $t_{pq} = t_{qp} = -\sin(\alpha_j)$, teda trigonometrické výrazy sú umiestnené v stĺpcoch p a q , každý. Násobenie z prava do ľava poskytuje efektívnu cestu výpočtu (3.22).

Použitie logaritmického normálneho rozdelenia pre zmenu štandardných odchýliek σ_i je motivované argumentom, že štandardná odchýlka ostane kladná pri použití operácie násobenia, medián je rovný jedna, a malé zmeny sú častejšie ako veľké.

Na rekombináciu sa principiálne môže použiť každá z typov popísaných v (3.4) pre $\omega \in \{0, 1, 2, 3\}$. Operácia rekombinácie mení nielen premenné funkcie, ale aj parametre stratégie, a typ sa môže meniť pre každý komponent $\vec{x}, \vec{\sigma}$ a $\vec{\alpha}$. Takže, celková rekombinácia je popísaná vektormi $\vec{\omega} = (\omega_x, \omega_\sigma, \omega_\alpha) \in \{0, 1, 2, 3\}^3$ a $\vec{\varrho} = (\varrho_x, \varrho_\sigma, \varrho_\alpha) \in \{1, \dots, \mu\}^3$, kde ω_x, ω_σ a ω_α určujú rekombináciu pre premenné funkcie, štandardné odchýlky a uhly otočenia, a $\varrho_x, \varrho_\sigma$ a ϱ_α sú počty potenciálnych rodičov podieľajúcich sa na rekombinácii premenných funkcie, štandardných odchýliek a uhlov otočenia. Takže, rekombinácia sa rozdelí na tri separátne kombinácie pre $\vec{x}, \vec{\sigma}$ a $\vec{\alpha}$, nasledovne z rovnice (3.11):

$$\mathbf{rec} = (\mathbf{re}_x \circ \mathbf{co}_x) \times (\mathbf{re}_\sigma \circ \mathbf{co}_\sigma) \times (\mathbf{re}_\alpha \circ \mathbf{co}_\alpha) \quad , \quad (3.23)$$

kde $\mathbf{co}_\delta: I^\mu \rightarrow I^{\varrho^\delta}$ a $\mathbf{re}_\delta: I^{\varrho^\delta} \rightarrow I$ ($\delta \in \{x, \sigma, \alpha\}$).

Kombinácia operácií mutácie, rekombinácie a selekcie ako sa tu definovali, zmení hlavný cyklus (μ, λ) -ES vzhľadom na formuláciu (3.5) nasledovne:

$$\text{opt}_{(\mu, \lambda)\text{-ES}}(P^{(t)}) = \mathbf{sel}_\mu^\lambda(\cup_{i=1}^\lambda \{\mathbf{mut}(\mathbf{rec}(P^{(t)}))\}) \quad (3.24)$$

Vzhľadom k definícii (3.16), selekcia jednoducho vracia množinu pozostávajúcu z μ najlepších jedincov z množiny veľkosti λ .

V prípade $(\mu + \lambda)$ -ES, sa mení hlavný cyklus málo a to len počítaním aj s populáciou rodičov, množina vstupujúca do selekcie \mathbf{sel} má teda veľkosť $\mu + \lambda$:

$$\text{opt}_{(\mu + \lambda)\text{-ES}}(P^{(t)}) = \mathbf{sel}_{\mu}^{\mu + \lambda}(\cup_{i=1}^\lambda \{\mathbf{mut}(\mathbf{rec}(P^{(t)}))\}) \cup P^{(t)} \quad (3.25)$$

Aj keď poskytuje nejaké teoretické výhody, táto malá modifikácia má serióznu nevýhodu v samo-adaptácii parametrov stratégie, pretože niektoré zle adaptované

parametre stratégie môžu prežiť relatívne veľa generácií. Okrem toho, $(\mu + \lambda)$ -selekcia zlyháva v prípade dynamicky sa meniaceho prostredia, a v tom že má sklony skôr k lokálnemu ako globálnemu prehľadávaniu. Z týchto dôvodov využívajú moderné evolučné stratégie selekciiu (μ, λ) . Pre (μ, λ) -ES vyzerá pseudokód nasledovne:

Algoritmus 3 $((\mu, \lambda)$ -ES)

```

t:=0;
inicializuj  $P^{(0)} = \{\vec{a}_1, \dots, \vec{a}_\mu\} \in I^\mu$ ;
vyhodnoť  $f(\vec{x}_1), \dots, f(\vec{x}_\mu)$ ;
while ( $T(P^{(t)}) = 0$ ) do
     $\tilde{P} := \emptyset$ ;
    for  $i := 1$  to  $\lambda$  do
         $(\tilde{x}, \tilde{\sigma}, \tilde{\alpha}) := \mathbf{mut}(\mathbf{rec}(P^{(t)}))$ ;
        vyhodnoť  $f(\tilde{x})$ ;
         $\tilde{P} := \tilde{P} \cup \{(\tilde{x}, \tilde{\sigma}, \tilde{\alpha})\}$ ;
    od
     $P^{(t+1)} := \mathbf{sel}_\mu^\lambda(\{\tilde{P}\})$ ;
     $t := t + 1$ ;
od

```

Na uzavretie tohto popisu o (μ, λ) -ES, ešte treba spomenúť časť inicializácie, zvládanie ohraničení a ukončovacie kritérium. Až doteraz základné metódy na zvládanie ohraničení spočívali v opakovaní procesu rekombinácie a mutácie tak dlho ako bolo treba k vytvoreniu λ uskutočniteľných jedincov, teda, s $g_j(\vec{x}) \geq 0 \forall j \in \{1, \dots, g\}$. Často je dôležité použiť inteligentnejšiu metódu ako napríklad spôsob trestania. Riedenie ohraničení tvorí dôležitú časť vo všetkých príkladoch evolučných algoritmov.

Najjednoduchšie ukončovacie kritérium $T: I^\mu \rightarrow \{0, 1\}$ zastavuje evolúciu, keď je dosiahnutý vopred presne určený počet generácií, nezávisle od rozdelenia populácie alebo počtu generácií potrebných na posledné dosiahnuté zlepšenie. Schwefel navrhol niektoré alternatívne metódy na ukončenie hľadania, ako skončiť, ak sa pre stanovený počet generácií nedosiahlo zlepšenie, alebo ak rozdiel medzi najlepšiou a najhoršiou fitness v populácii je menší ako stanovené číslo.

Čo sa týka inicializácie štartovacej populácie $P^{(0)}$, sú dve použiteľné metódy pre evolučné stratégie v porovnaní s klasickými optimalizačnými metódami. Prvá, pri daných horných a dolných ohraničeniach $\underline{x}_i, \bar{x}_i \in \mathbb{R}$, teda $\underline{x}_i \leq x_i \leq \bar{x}_i \forall i \in \{1, \dots, n\}$, všetci jedinci $P^{(0)}$ sú ľubovoľne (najčastejšie rovnomerne) rozdelení v ohraničenom priestore. Druhá, pre danú štartovaciu pozíciu \vec{x} , ktorá je priradená jednému jedincovi a ostávajúcich $\mu - 1$ jedincov je generovaných mutáciou tohto jedinca so zväčšeným krokom $c \cdot \sigma^{(0)}$, $c > 1$.

3.5 Zhrnutie

Za obdobie od svojho vzniku prešli evolučné stratégie výrazným vývojom a sú v štádiu, kde je známych mnoho ich variantov a výskum a vývoj pokračuje v rôznych smeroch, zahŕňajúc aplikácie, rozšírenia algoritmu, teóriu a ovplyvňovanie sa s inými evolučnými algoritmi. Teória (μ, λ) -ES dosiahla relatívne zrelý stav – aj keď veľa špecifických otázok je stále otvorených.

Čo sa týka samotného algoritmu, bola reprezentovaná ďalšia moderná metóda nazývaná $(\mu, \kappa, \lambda, \varrho)$ -ES. Rozširuje algoritmus (μ, λ) o ďalšie nové vlastnosti:

- Životnosť jedincov je limitovaná na $\kappa \geq 1$ generácií (lepšie reprodukčných cyklov), ktoré umožňujú ľubovoľnú variáciu selekcie medzi extrémnymi prípadmi $\kappa = 1$ ((μ, λ) -selekciou) a $\kappa = \infty$ ($(\mu + \lambda)$ -selekciou). Toto je implementované rozšírením jedinca o počítadlo veku θ , ktoré je inicializované s $\theta = \kappa$ pri $t = 0$ kedykoľvek sa jedinec narodí rekombináciou a mutáciou. Selekcia vyberie jedinca na prežitie len vtedy keď jeho zostávajúci vek θ je väčší ako nula – inak prežíva jedinec s horšou hodnotou fitness. Podmienky selekcie (3.16) sa potom menia na:

$$\forall \tilde{a} \in \tilde{P}: \theta_{\tilde{a}} > 0 \wedge (\nexists \tilde{a} \in P - \tilde{P}: \theta_{\tilde{a}} > 0 \wedge f(\tilde{x}) \leq f(\tilde{x})) \quad (3.26)$$

Na konci selekcie je zostávajúci vek všetkých preživších jedincov μ znížený o jedna.

- Turnajová selekcia je vpracovaná ako alternatíva k (μ, λ) -selekcii. Táto metóda sa dobre hodí pre paralelizáciu a pracuje tak, že vyberá selekciou μ krát najlepšieho jedinca z podmnožiny B_k veľkosti $|B_k| = \zeta$ (veľkosť turnaja, $2 \leq \zeta \leq \mu + \lambda$), $k \in \{1, \dots, \mu\}$, kde je prvok náhodne z $P = \cup_{i=1}^{\lambda} \{\mathbf{mut}(\mathbf{rec}(P^{(t)}))\} \cup P^{(t)}$ (treba si všimnúť, že sú explicitne povolené duplikáty v B_k). Zjednotenie najlepších členov z týchto μ podmnožín tvoria novú populáciu rodičov.
- Aplikácia rekombinácie a mutácie je kontrolovaná prídavnými pravdepodobnosťami $p_m, p_r \in [0, 1]$, tak že sa operácia použije s pravdepodobnosťou p_m a p_r .
- Ďalšie typy rekombinácií ako kríženie z genetických algoritmov sú tiež zapracované.

Evolučné stratégie $(\mu, \kappa, \lambda, \varrho)$ odrážajú pokusy o začlenenie užitočných vlastností genetických algoritmov a výhod z modelovania prirodzeného chápania obmedzenej dĺžky života jedinca a tým poskytujú pružnejšiu metódu ako (μ, λ) -ES s ich jednogenračným obmedzením životnosti. Algoritmus dáva zhrnutie súčasťných najmodernejších evolučných stratégií, ale samozrejme je potrebné preskúmať množstvo efektov z pridaných vlastností, špeciálne ich dopad na samo-adaptačný proces parametrov stratégie.

4.1 Úvod

V predchádzajúcich častiach boli sformulované základné problémy statickej plynovodnej siete, aj základný popis ich riešenia. Ale pri analyzovaní reálnej siete sa môžu chcieť zistiť aj iné údaje, ako napríklad konkrétne množstvo prietoku pre vstupy a výstupy v sieti na základe znalosti tlakov v sieti, alebo pre namerané hodnoty tlaku a prietoku určiť parametre modelu jednotlivého prvku siete, alebo zistenie maximálneho možného prietoku sieťou, alebo maximálnej možnej akumulácie tlaku v sieti.

Všetky tieto problémy sú aktuálne pre riešenie efektívnej prepravy plynu potrubnou sieťou. Avšak úlohou tejto diplomovej práce je riešenie len časti problému, pri ktorom sa opiera o výsledky už vyriešené.

4.2 Problém

Úlohou tejto diplomovej práce je riešiť problém reálnej plynovodnej siete. Konkrétne, problém nájdenia optimálnych nastavení kompresných pomerov kompresorových staníc (KS) tak, aby boli dosiahnuté, čo najmenšie prepravné náklady pri splnení prepravných požiadaviek, fyzikálnych zákonov a fyzikálnych obmedzení siete.

Na nastavenia siete treba nájsť hodnoty tlakov v jednotlivých uzloch, prietoky cez jednotlivé hrany a kompresné pomery v kompresorových staniach.

Voľné premenné v tejto úlohe sú Kompresné pomery jednotlivých kompresorových staníc.

Pod prepravnými požiadavkami rozumieme vybrané hodnoty w_i pre externý vrchol, reprezentujúce vstupné množstvo plynu do sústavy a požadované množstvo na výstupe, alebo výstupoch, aj s požadovanou výškou tlaku.

Prepravné náklady sú priamo úmerné celkovej spotrebe energie potrebnej k presunu plynu sústavou. Táto energia je spotrebovávaná v kompresoroch. Spotreba energie kompresora, alebo KS, reprezentovaného hranou u_i je funkcia kompresného pomeru a prietoku $u_i(k_i, m_i)$. Celková spotreba sústavy je teda

$$J = \sum_{i=1}^M u_i(k_i, m_i). \quad (4.1)$$

Na tomto základe sa dá ďalej uvažovať o optimálnom nastavení siete. Teda proces riešenia spočíva v nájdení takého nastavenia kompresných pomerov v KS a tlakov a prietokov, aby platilo

$$\min(J) \quad (4.2)$$

a boli splnené prepravné podmienky a fyzikálne zákony.

4.3 Riešenie

Jedným z výpočtov, ktoré sa používajú pre reálne plynárenské sústavy, je výpočet na maximálnu akumuláciu. To je výpočet, pri ktorom sa v potrubnej sieti nachádza maximálne možné množstvo plynu a to sa dosahuje, vzhľadom na stlačiteľnosť plynu, pri maximálnych možných hodnotách tlakov. Riešenie sa

dosahuje rekurzívnym spôsobom, pričom bloky medzi kompresnými stanicami sa rátajú iteračne, použitím metódy uzlov, alebo metódy cyklov. Pretože kompresné stanice musia byť radené lineárne, tento algoritmus sa nazve LINE-algoritmus.

Pretože pri maximálnych tlakoch je v pri prúdeení v potrubí minimálny odpor, hypotéza bola taká, že výpočet na maximálnu akumuláciu rieši aj problém optimálneho nastavenia kompresorových staníc v zmysle minimálnej spotrebovanej energie alebo ceny energie vynaloženej na celkovú prepravu plynu.

Na overenie tejto hypotézy je treba nájsť optimálne riešenie iným, alternatívnym spôsobom.

Jedným zo spôsobov ako nájsť optimálne riešenie, teda optimálne nastavenie kompresných pomerov KS je prechádzanie všetkých možností nastavenia kompresných pomerov KS. Použitím alternatívnych algoritmov, ako je napríklad ES-algoritmus, kde sa hľadá riešenie evolučnou cestou.

Samotné dopočítanie tlakov a prietokov siete je robené či už metódou uzlov, alebo cyklov, alebo iným algoritmom.

Pri riešení tejto úlohy použitím ES-algoritmu sa hľadá vektor kompresných pomerov k , ktoré nám reprezentuje časť jedinca. Zbytok jedinca je doplnený vektorom

$$s = (s_1, s_2, \dots, s_N), \quad i = 1, \dots, N) \quad (4.3)$$

vyjadrujúcim smerodajnú odchýlku pre mutáciu.

Teda jedinec bude mať nasledovný tvar

$$(k_1, k_2, \dots, k_N, s_1, s_2, \dots, s_N) \quad (4.4)$$

Samotné riešenie prebieha potom náhodným vygenerovaním jedincov a to nasledovne

$$k_i \text{ sa náhodne generuje z množiny } Q = Q_i(m_i, p_{Z(i)}),$$

$$s_i = 0,03 \cdot k_i.$$

Každému jedincovi sa dopočíta fitness funkcia ako súčet jednotlivých spotrieb u_i pri nastavení siete s danými kompresnými pomermi, alebo sa priradí fitness jedinca rovná vysokému číslu ak sa sieť pre dané kompresné pomery nedá nastaviť, čo zabezpečí jeho následné vyradenie z populácie.

Ďalej sa jedinci zoradia podľa veľkosti fitness funkcie od najmenšieho po najväčší a potom podľa zvolenej stratégie (15,105) sa ponechá do ďalšej generácie prvých 15 jedincov. Algoritmus si pomimo zapamätáva toho najlepšieho jedinca a v každej novej generácii už len porovnáva hodnotu fitness jedincov a ak vznikol lepší jedinec zmení najlepší výsledok, teda po skončení algoritmu ostane ten s najmenšou fitness spomedzi všetkých generácií jedincov. Algoritmus sa môže ukončiť už pri prvom nájdení jedinca s dostatočne nízkou fitness funkciou, avšak nie je zaručené, že hľadanie neskončilo v lokálnom extrém, čo sa týka optimálnosti riešenia.

Pre evolučnú stratégiu sa dokázalo, že potenciálne poskytuje globálny extrém optimalizovanej funkcie. Za predpokladu regulárnosti optimalizovaného problému (optimalizovaná funkcia je spojitá, definičný obor funkcie tvorí uzatvorenú množinu a platí niekoľko ďalších podmienok splnených v tomto probléme) je možné dokázať konvergenčný teorém (prehľad v [BHS91], všeobecne [SW81, Rud92b]). Konvergenčný teorém tvrdí, že globálne optimum sa dosiahne s jednotkovou pravdepodobnosťou, nehovorí však, po akom počte generácií. Teda z toho vyplýva, že čím dlhšie sa nechá algoritmus bežať, tým sa zväčšuje šanca, že sa dostane do požadovaného globálneho extrému a teda najlepšieho riešenia.

4.4 Porovnanie

Výsledky ES-algoritmu sa porovnávali s výsledkom dosiahnutým použitím LINE-algoritmu. Doba výpočtu pri použití LINE-algoritmu je vo všeobecnosti kratšia, ako doba výpočtu ES-algoritmu.

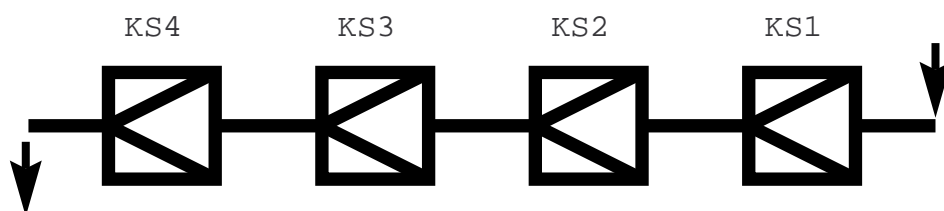
Vzhľadom na možnosti LINE-algoritmu sa porovnávaná robili len pre siete, v ktorých sú kompresorové stanice zapojené do línie. Pre cyklické siete s kompresormi pozapájanými v cykloch sa dá porovnať ES-algoritmus len s algoritmom prehľadávajúcim všetky možné kombinácie nastavení kompresorov.

Prehľadávanie všetkých možných kombinácií nastavení kompresorov nájde najoptimálnejšie nastavenie kompresných pomerov KS, avšak za cenu veľkej časovej náročnosti. Porovnateľné výsledky sa ES-algitmom dosahujú v neporovnateľne kratšom čase.

Pre nastavenie kompresných pomerov pri presnosti 0.05 čo predstavuje 10000 iterácií algoritmu prehľadávajúceho všetky možné kombinácie nastavení kompresorov, sa dosahovalo lepšie riešenie pre cyklickú sieť ES-algitmom okolo 20 generácie, čo predstavuje zhruba 2000-cu iteráciu pri stratégii (15, 105).

Pri kompresorových staniach zapojených v sieti do línie a porovnaní s LINE-algitmom sa dosahovali rôzne riešenia v závislosti na počte KS a prepravných podmienkach. Pre malý počet KS dosahovala rýchlosť a presnosť riešenia LINE-algitmom vysokej úrovne. ES-algitmus nachádzal porovnateľné, alebo lepšie riešenia okolo 20 až 30 generácie a v niektorých prípadoch aj nejskôr. Pre väčší počet KS nachádzal ES-algitmus okolo 20 až 30 generácie v niektorých prípadoch až o 40% lepšie riešenia.

Ukážka:



Pre jednoduchú sieť pozostávajúcu z štyroch KS a piatich potrubných úsekov dĺžky 100KM pri vstupných podmienkach (vstupný tlak 4.9-5.1 MPa a prietok neobmedzený) a výstupných podmienkach (výstupný tlak 6-7.4 MPa a prietok 6 mil. Nm³/h) dosiahol ES-nasledovné výsledky:

```
0: 71977.638937 j- 1000000000000.000000
1.37668 1.05399 1.14310 1.16792
3: 47300.054857 j- 71977.638937
1.47575 1.11336 1.21581 1.00000
6: 46797.085881 j- 47300.054857
1.33302 1.28843 1.27608 1.00000
8: 46786.335475 j- 46797.085881
1.36729 1.31550 1.15493 1.00000
9: 45767.182025 j- 46786.335475
1.37979 1.12072 1.26947 1.00000
30: 42227.701019 j- 45767.182025
```

1.43798 1.40735 1.00000 1.00000

čas výpočtu: 89312ms

Prikon: 392.1311 MW

Cena: 42227.70 Sk/h

KS4: 1 KS3: 1 KS2: 1.40735 KS1: 1.43798

Ako demonštruje výpis, ES-algoritmus našiel prvé riešenie už v nulte generácii (náhoda), a postupne ho vylepšoval v nasledovných generáciách. Po prebehnutí 50-tich generácií bol ES-algoritmus ukončený a najlepšie riešenie pochádzalo z 30-tej generácie. Výpočet trval 89,312 sekúnd, čo je skoro 1,5 minúty. Riešenie predstavovalo celkovú spotrebu 42227.70 Sk/h.

LINE-algoritmus:

CELKOVÉ ÚDAJE:

Vstupy:	6.050 [mil.Nm ³ /h]
Výstupy:	6.000 [mil.Nm ³ /h]
Spotreby KS:	0.050 [mil.Nm ³ /h]
Prikon KS:	480.653 [MW]
Cena:	69.281 [tis.Sk/h]

VSTUPY:	Tlak [MPa]	Prietok [mil.Nm ³ /h]
---------	------------	----------------------------------

IN	5.100	6.050
----	-------	-------

VÝSTUPY:	Tlak [MPa]	Prietok [mil.Nm ³ /h]
----------	------------	----------------------------------

OUT	6.775	6.000
-----	-------	-------

KS:	KS04	KS03	KS02	KS01
-----	------	------	------	------

Kompresný pomer: 1.10 1.10 1.11 1.48

Tento výpis demonštrujúci LINE-algoritmus, našiel riešenie po 0,651 sekundy. Riešenie predstavovalo celkovú spotrebu 69281 Sk/h.

Porovnaním týchto výsledkov sa dochádza k jasnému záveru. ES-algoritmus je síce na čas náročnejší, ale prichádza s lepším riešením šetriacim v tomto jednoduchom prípade 27053,3 Sk/h čo predstavuje skoro 40%-né šetrenie oproti LINE-algoritmu. Samozrejme v iných prípadoch (napr. pri väčšom prietoku) nemusí ísť až o taký markantný rozdiel.

ZVER

Ako ste sa dozvedeli v predchádzajúcich kapitolách, táto práca priniesla užitočnú a aplikovateľnú metódu na zlepšenie prepravy plynu v plynovodných sieťach. Algoritmus tejto metódy bol odskúšaný v programovom balíku používanom v reálnych podmienkach plynovodných sietí na zisťovanie optimálneho nastavenia kompresorových staníc. Ako je vidieť v kapitole 4., je reálna využiteľnosť algoritmu v prípadoch väčších sietí obsahujúcich cyklické časti zmyslupnejšia, ako použitie LINE-algoritmu. Hypotéza o tom, že optimálna preprava sa dosahuje pri maximálnych tlakoch sa ukázala ako nepravdivá, aj keď pri veľmi jednoduchých sieťach platí. LINE-algoritmus nachádza často riešenie ďaleko od optimálneho, a teda aj od riešenia nájdeného ES-algortmom, a je nepoužiteľný pri cyklických sieťach. V jednoduchších prípadoch je rozdiel medzi ES-algortmom a LINE-algortmom menší, alebo žiadny a spočíva skôr v čase výpočtu. Napriek tomu, že ES-algortmus je náročnejší na čas výpočtu, samotný fakt, že dokáže nájsť lepšie nastavenie v rozumnom čase, z neho robí užitočný prostriedok na šetrenie spotreby energie pri preprave plynu plynovodnými sieťami.

Implementovaním niektorých ďalších vlastností do ES-algortmu by sa pravdepodobne dalo dospieť k ešte o niečo lepším výsledkom.

LITERATURA

- 1 J. Plesník: GRAFOVÉ ALGORITMY. VEDA. BRATISLAVA 1983
- 2 P. Gabriel, J. Kratochvíl, M. Šerek: VÝPOČETNÍ TECHNIKA PRO ODBOR VODNÍ HOSPODÁŘSTVÍ A VODNÍ STAVBY. SNLT/ALFA. PRAHA 1982
- 3 P. T. Daniel: THE ANALYSIS OF COMPRESSIBLE AND INCOMPRESSIBLE FLUID NETWORKS. Reprint from *The Transactions of the Institution of Chemical Engineers, volume 44 No. 2*, LONDON 1966
- 4 B. Gay: THE SOLUTION OF PIPE NETWORK PROBLEM. Reprint from *Chemical Engineering Science, volume 26*, pages 109-123, Pergamon Press, GREAT BRITAIN 1971
- 5 R. S. H. Mah: PIPELINE NETWORK CALCULATIONS USING SPARSE COMPUTATION TECHNIQUES. Reprint from *Chemical Engineering Science, volume 29*, pages 1629-1638, Pergamon Press, GREAT BRITAIN 1974
- 6 [KS70] J. Klockberger, H.-P. Schwefel: TWO-PHASE NOZZLE AND LOW CORE JET EXPERIMENTS. In D. Elliott (ed) *Proc. 11th Symp. Engineering Aspects of Magnetohydrodynamics*, pages 141-148. California Institute of Technology, Pasadena CA. Marec 24-26, 1970
- 7 [Rec73] I. Rechenberg: EVOLUTIONSSTRATEGIE: OPTIMIERUNG TECHNISCHE SYSTEME NACH PRINZIPIEN DER BIOLOGISCHEN EVOLUTION. Frommann-Holzboog, STUTTGART 1973
- 8 [HB92] F. Hoffmeister, T. Bäck: ENETIC SELF-LEARNING. In F. J. Varela, P. Bourguin (eds) *Proceedings of the 1st European Conference on Artificial Life*, pages 227-235. MIT Press, CAMBRIDGE, MA, 1992
- 9 [Sch95] H.-P. Schwefel: EVOLUTION AND OPTIMUM SEEKING. Sixth-Generation Computer Technology Series. Wiley, New York 1995
- 10 [SR95] H.-P. Schwefel, G. Rudolph: CONTEMPORARY EVOLUTION STRATEGIES. In V F. Morán, A. Moreno, J. J. Merelo, P. Chacón (eds) *Advances in Artificial Life. Third International Conference on Artificial Life, volume 929 of Lecture Notes in Artificial Intelligence*, pages 893-907, Springer, BERLIN 1995
- 11 [Sch77] H.-P. Schwefel: NUMERISCHE OPTIMIERUNG VON COMPUTER-MODELEN MITTELS DER EVOLUTIONSSTRATEGIE, volume 26 of *Interdisciplinary Systems Research*, Birkhäuser, BASEL 1977
- 12 [Rud92a] G. Rudolph: ON CORRELATED MUTATIONS IN EVOLUTION STRATEGIES. In R. Männer, B. Manderick (eds) *Parallel Problem Solving from Nature 2*, pages 105-114, Elsevier, AMSTERDAM 1992
- 13 [BHS91] T. Bäck, F. Hoffmeister, H.-P. Schwefel: A SURVEY OF EVOLUTION STRATEGIES. In R. K. Belew, L. B. Booker (eds) *Proceedings of the Fourth International Conference on Genetic Algorithms*, pages 2-9, Morgan Kaufman, SAN MATEO, CA 1991
- 14 [SW81] F. J. Solis, R. J.-B. Wets: MINIMIZATION BY RANDOM SEARCH TECHNIQUES. *Math. Operations Research* 6 (1981) 19-30
- 15 [Rud92b] G. Rudolph: PARALLEL APPROACHES TO STOCHASTIC GLOBAL OPTIMIZATION. In W. Joosen, E. Milgrom (eds) *Parallel Computing: From theory to Sound Practice, Proceedings of the European Workshop on Parallel Computing*, pages 256-267, IOS Press, AMSTERDAM 1992