INVESTOVANIE
A PRISPÔSOBOVACIE NÁKLADY

Diplomová práca

Stacho Mudrák, 2001

Prehľad problematiky

- Klasické makroekonomické modely výrobného sektora – reprezentatívny podnik.
- Problém takto popísať niektoré javy pozorované v realite.
- Súčasné modely – ekonomika zložená z heterogénnych firiem, z ktorých každá sa správa optimálne – agregáciou správanie sa celého sektora.
- Investičné rozhodnutia ovplyvňujú najmä prispôsobovacie náklady.

Ciele práce

1. vytvoriť a opísať numerický algoritmus na nájdenie optimálnej investičnej politiky konkrétnej firmy
2. vytvoriť metodiku simulovania reálnych dát – možnosť skúmať vplyv zmien parametrov modelu na agregované veličiny
3. prehľad základných typov prispôsobovacích nákladov

Všeobecný problém

- Máme sektor pozostávajúci z daného počtu podnikov.
- Každý z nich má zisky, ktoré závisia len od akumulácie jeho kapitálu K a od nejakej náhodnej premennej A.
- Ostatné faktory ovplyvňujúce zisky volí optimálne.
- Každý podnik maximalizuje diskontovanú strednú hodnotu budúcich ziskov voľbou investícii za štandardných účtovných obmedzení.

Popis parametrov

K_t – akumulácia kapitálu
A_t – ziskovosť (náhodná premenná)
I_t – veľkosť ivestícii

$\delta \in (0, 1)$ – faktor amortizácie kapitálu
$\beta \in (0, 1)$ – diskontný faktor budúcnosti

$p(I)$ – cena investícii
$\Pi(A, K, I)$ – veľkosť zisku $(A_t K_t^\theta)$
$\mathrm{C}(A, K, I)$ – veľkosť prispôsobovacích nákladov

Matematický popis

Hľadáme optimálnu politiku investovania (I_t), formálne

$$\arg\max_{\forall I_t} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \mathrm{E}\Big[\Pi(A_t, K_t, I_t) - p(I_t)I_t - \mathrm{C}(A_t, K_t, I_t)\Big]$$

za účtovného obmedzenia

$$K_{t+1} = (1-\delta)K_t + I_t \qquad \forall t \in \{0, 1, 2, \ldots\}$$

Formulácia ako úloha DP

- Autonómna úloha na nekonečnom časovom horizonte.
- Sme v stave určenom (A_t, K_t), potrebujeme zvoliť optimálne I_t (resp. K_{t+1}). Označme si

$$\begin{array}{cc} K = K_t & K' = K_{t+1} \\ A = A_t & A' = A_{t+1} \end{array}$$

- Hľadáme hodnotovú funkciu $\mathrm{V}(A, K)$, ktorá predstavuje maximálnu diskontovanú strednú hodnotu budúcich ziskov, ktorú je možné z terajšieho stavu (A, K) dosiahnuť.

Bellmanova rovnica DP

Hľadáme teda funkciu $\mathrm{V}(A, K)$, ktorá spĺňa funkcionálnu rovnicu

$$\begin{aligned}\mathrm{V}(A, K) = \max_I \Big[& \Pi(A, K, I) - p(I)I - \\ & - \mathrm{C}(A, K, I) + \beta \mathrm{E}_{A'|A}[\mathrm{V}(A', K')] \Big]\end{aligned}$$

za podmienky

$$K' = (1 - \delta)K + I$$

Numerické riešenie

- Diskretizácia v priestore premenných A a K
  $A \in \mathcal{A} = \{A_1, A_2, \dots A_m\}$
  $K \in \mathcal{K} = \{K_1, K_2, \dots K_n\}$

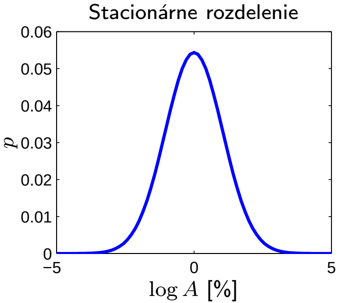
- Pre $\forall K$ musí byť možnosť neinvestovať $\Rightarrow$
  požiadavka na $\mathcal{K}$: $\text{Ak } K \in \mathcal{K} \;\; \Rightarrow \;\; (1-\delta)K \in \mathcal{K}$

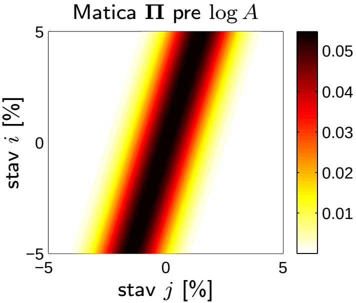
- A modelujeme markovovským procesom $\Rightarrow$
  problém nájdenia matice prechodov $\mathbf{\Pi}$

- Iteračná schéma založená na RDP.

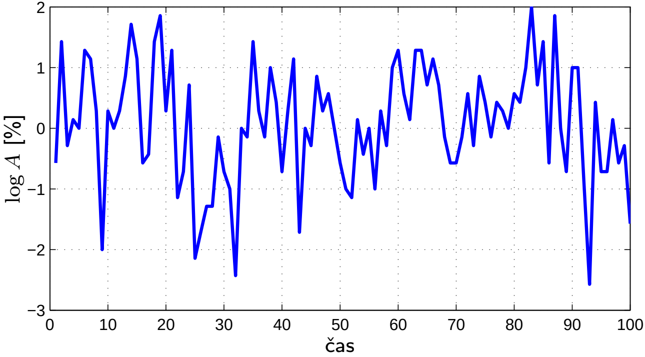
$$\mathbf{V}^{i+1} = \|\mathbf{P} + \beta \mathbf{\Pi} \mathbf{V}^i\|$$

Charakter náhodného procesu

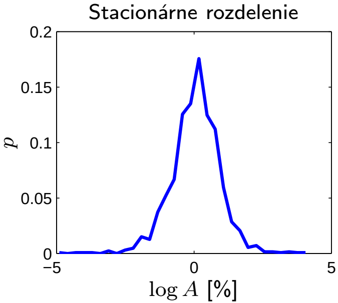


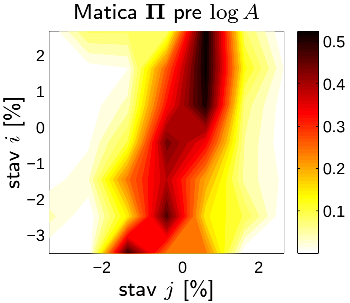


Simulované dáta

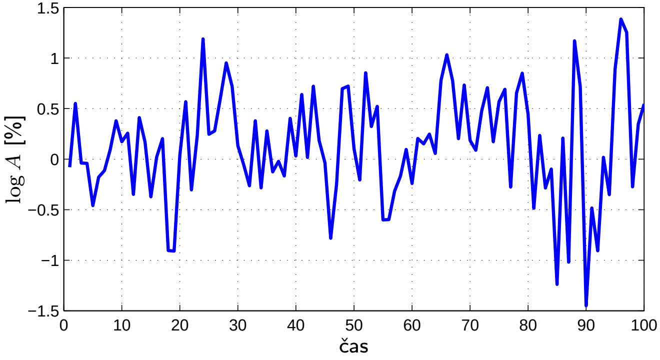


Kalibrácia na reálne dáta





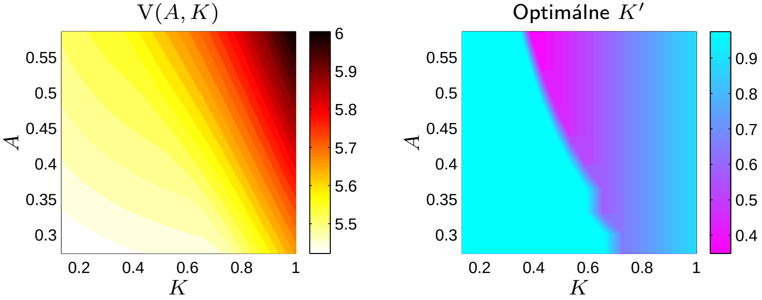
Reaálny náhodný proces



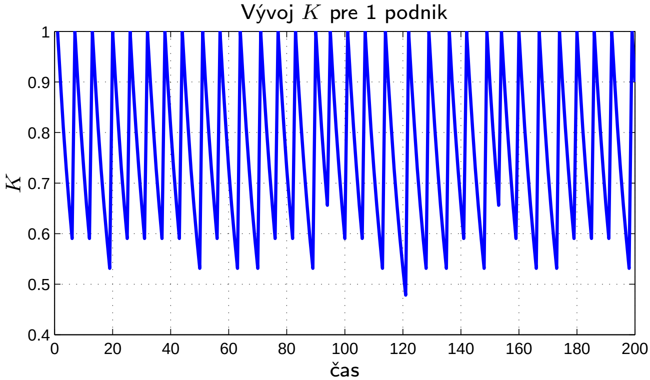
Základný model

- Podnik vlastní jeden výrobný stroj s hodnotou normalizovanou na 1.
- Po jeho opotrebovaní (amortizácia) si kúpi nový.
- Jeho zisky čiastočne závisia od opotrebovania stroja, čiastočne sú náhodné.
- Každý podnik maximalizuje diskontovanú strednú hodnotu všetkých budúcich ziskov.

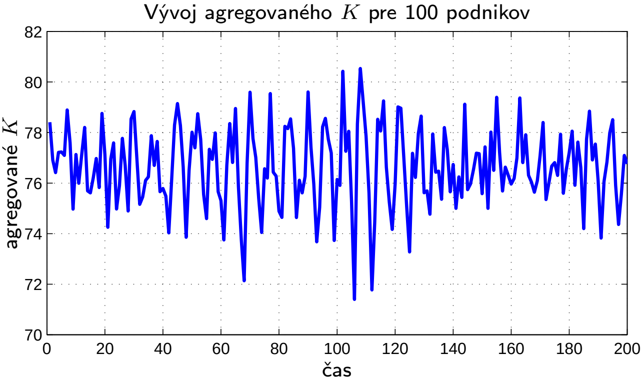
Výsledky optimalizácie



Simulácia časových radov



Agregované správanie



Kombinovaný náhodný proces

- Realistickejší predpoklad – A je sčasti náhodné pre každú firmu, sčasti závisí od vonkajšieho (globálneho) náhodného procesu.

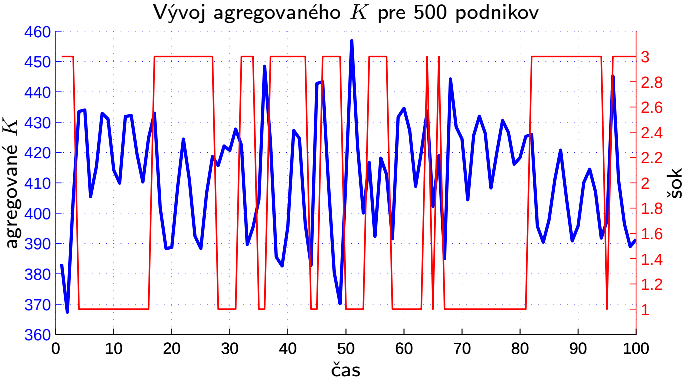
- Formálne zapíšeme ziskovosť i-teho podniku ako

$$A_t^i = A_t \varepsilon_t^i$$

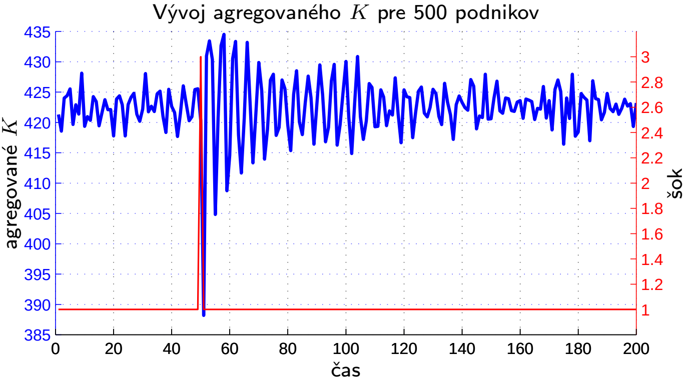
  kde A_t aj ε_t sledujú nezávislé markovovské procesy.

- Ako závisí správanie sa sektora od tejto globálnej (agregovanej) ziskovosti?

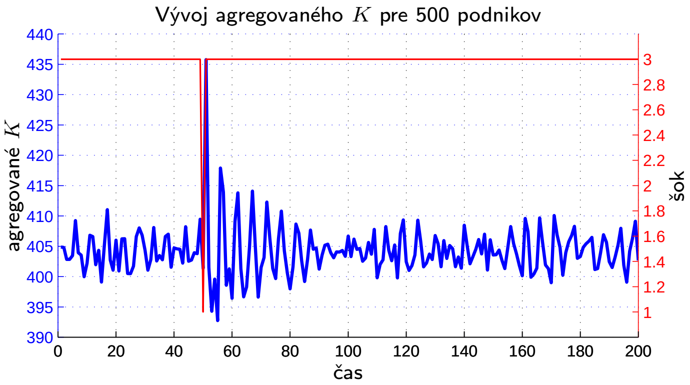
Zmeny agregovanej ziskovosti



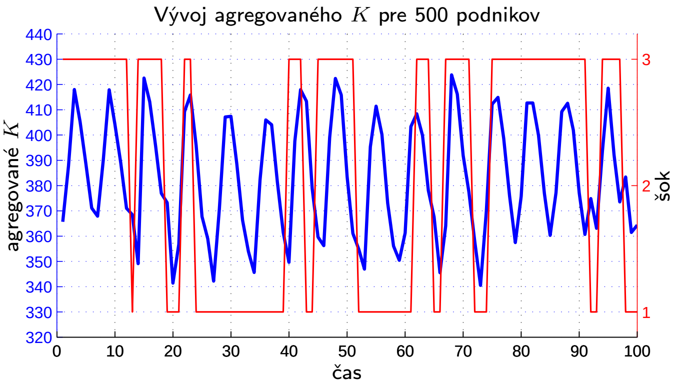
Pozitívny impulz



Negatívny impulz



Zmena parametrov modelu



Prispôsobovacie náklady

- Konvexné

$$\mathrm{C}(A, K, I) = \frac{\gamma}{2}(I/K)^2 K$$

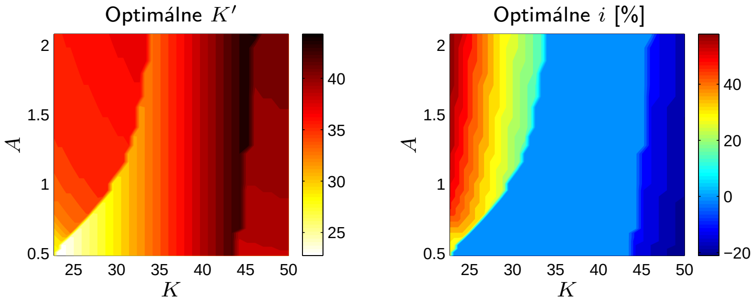
- Proporcionálne K (nekonvexné)

$$\mathrm{C}(A, K, I) = \begin{cases} 0 & \text{ak } I = 0 \\ FK & \text{ak } I \neq 0 \end{cases}$$

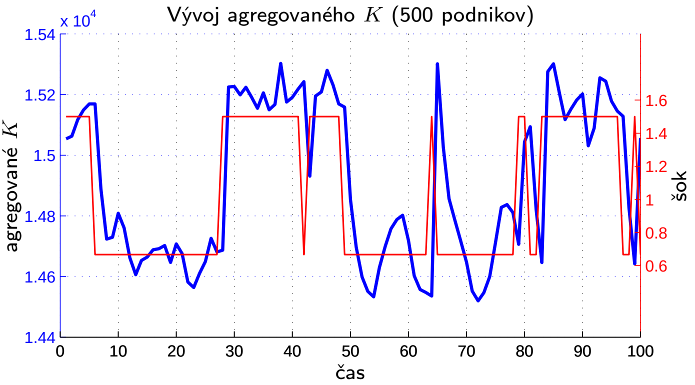
- Transakčné

$$p \equiv p(I) = \begin{cases} p_b & \text{ak } I > 0 \\ p_s & \text{ak } I < 0 \end{cases} \quad \text{kde } p_b > p_s$$

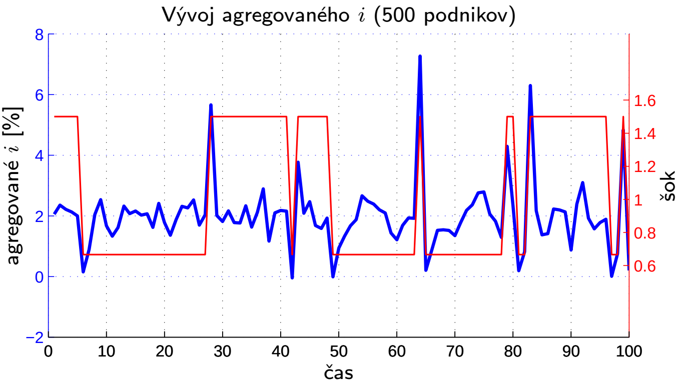
Optimálne investovanie



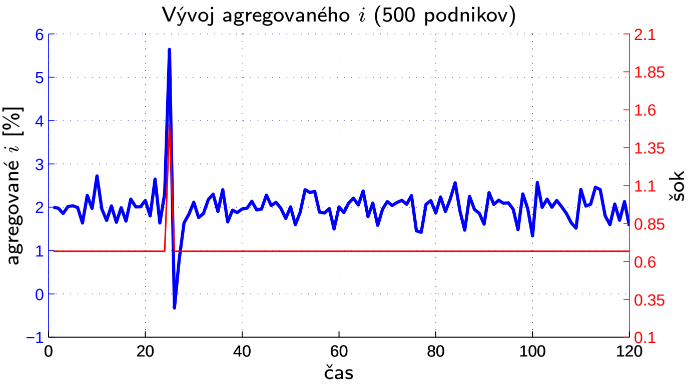
Náhodný vývoj agregovanej A



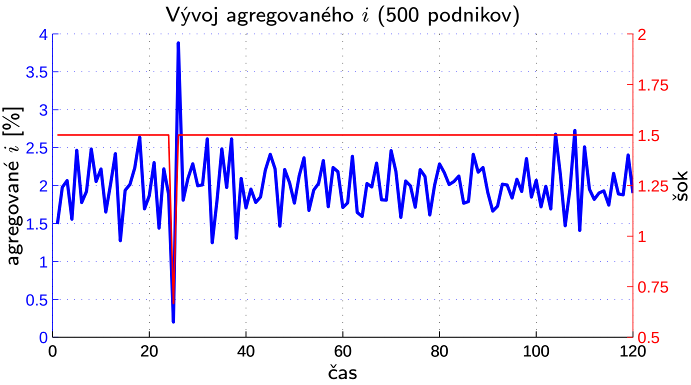
Náhodný vývoj agregovanej A



Pozitívny impulz



Negatívny impulz



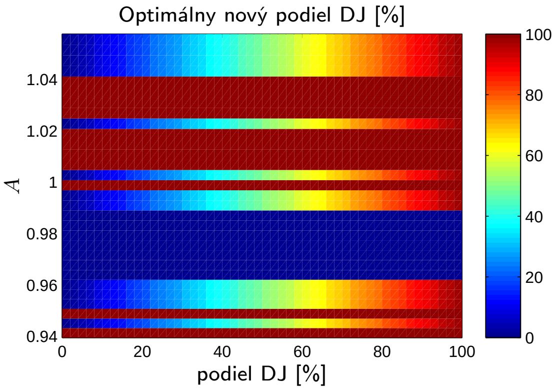
Aplikácie

1. Stochastická optimalizácia makroekonomických ukazovateľov – kvalitatívne odlišné metódy na nájdenie optimálnej mzdovej, daňovej alebo monetárnej politiky

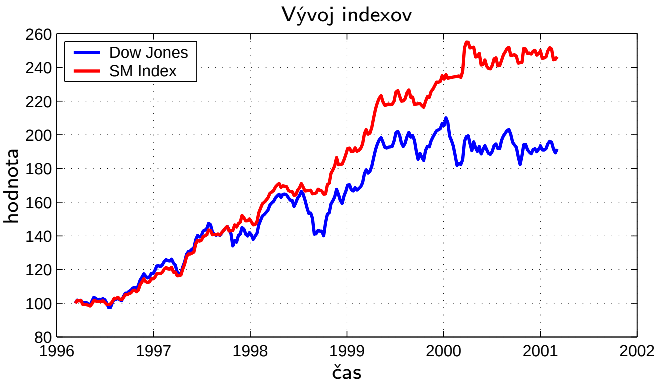
2. Predpovedanie budúcich vývojov ekonomiky – reakcie sektorov na rôzne druhy šokov (napr. y2k)

3. Stochastická optimalizácia metódou DP – veľmi silný a doteraz málo využívaný nástroj aj vo financiách (optimalizácia portfólia)

Optimálna investičná politika



Aplikácia optimálnej politiky



Otázky ???

Parametrizácia

diskontné faktory

	ročne	kvartálne
β	0.95	0.99
δ	10 %	2 %

parametre ziskovosti

$$\theta = 0.3 – 0.5$$
$$\lambda = 0.5 – 1$$

prispôsobovacie náklady

$$\gamma = 0.01$$
$$F = 0.1\,\%$$

transakčné náklady

$$p_b = 1.0 – 1.3$$
$$p_s = 0.7 – 1.0$$

Matica prechodov