



**Fakulta matematiky, fyziky a informatiky  
Univerzity Komenského**

Diplomová práca

Pozorovanie v probléme „pána a správcu“

**Tomáš Nagy**

**RNDr. Elena Šikudová**  
( vedúca diplomovej práce )

Bratislava

2001

Prehlasujem, že na diplomovej práci som  
pracoval samostatne s použitím literatúry  
uvedenej v zozname na konci práce

.....

Touto cestou chcem poďakovať všetkým, ktorí mi akýmkoľvek spôsobom pomohli pri písaní tejto diplomovej práce, špeciálne RNDr. Elene Šikudovej za jej cenné rady a konštruktívne pripomienky.

## Obsah

Úvod .....	5
Kapitola 1 – Pozorovanie v probléme „pána a správcu“ .....	6
1. Úvod .....	6
2. Model a základné označenia.....	7
3. Optimálny kontrakt v prípade, že úsilie je pozorovateľné .....	9
4. Optimálny kontrakt v prípade, že úsilie je nepozorovateľné .....	11
4.1. Rizikovo neutrálny agent.....	11
4.2. Rizikovo averzný agent .....	13
Kapitola 2 – Pozorovanie a platby .....	19
1. Úvod .....	19
2. Model .....	21
2.1. Diskrétna úroveň úsilia .....	22
2.2. Spojité úrovně úsilia.....	24
2.3. Hlavné výsledky.....	27
3. Dôsledky blahobytu.....	30
4. Empirické výsledky.....	31
4.1. Miera pozorovania .....	31
4.2. Minimum pozorovacích obmedzení.....	33
4.3. Priama miera pozorovania.....	33
5. Zhrnutie .....	34
Záver.....	35
Prílohy .....	36
Zoznam literatúry .....	41

## Úvod

Predstavme si, že majiteľ firmy chce najat' agenta na jednorázový projekt. Zisk z projektu je ovplyvnený aspoň čiastočne činnosťou agenta. Ak je táto činnosť pozorovateľná, problém zmluvy medzi majiteľom a agentom je relatívne jednoduchý, zmluva presne špecifikuje činnosť agenta a kompenzáciu (výplatu) ktorú majiteľ musí poskytnúť za jeho činnosť. Ak činnosť agenta nie je pozorovateľná, zmluva požadovanú činnosť nedokáže špecifikovať efektívne, lebo sa jednoducho nedá overiť, či agent splnil požiadavky. Za týchto okolností musí majiteľ navrhnúť agentovi kompenzačnú schému, aby nepriamo poskytol pohnútky pre korektnú činnosť.

V prvej kapitole sa budeme zaoberať tým, aké zmluvy treba poskytnúť agentom, aby nepodľahli morálnemu riziku, ktorý môže vzniknúť, keď investor investuje cudzie peniaze, podieľa sa na zisku z investície, ale nenesie riziko straty. V tom prípade má motiváciu k uprednostneniu rizikovejších investícií, aj keď sú (z hľadiska porovnania rizika a výnosu) pre majiteľa kapitálu menej výhodné.

Tradičné vedomosti hovoria, že pozorovanie a platby sú substitučné nástroje na motivovanie pracovníkov: tí, ktorí sú slabo pozorovaní by mali byť lepšie platení, aby sa nevyhýbali robote. Obrátene, viac pozorovateľní pracovníci nemusia byť obzvlášť dobre platení. Táto verzia účinnej mzdovej ideí má dlhú a významnú tradíciu. Je to základom Bulovej Summersovej teórie duálneho pracovného trhu. Skrátka, ich teória hovorí, že je tu primárny sektor, v ktorom pozorovanie je ťažké – teda pracovné podmienky sú dobré a mzdy sú vysoké; a tiež sekundárny sektor v ktorom pozorovanie je jednoduché – pracovné podmienky sú zlé a mzdy sú nízke. S touto teóriou sa budeme zaoberať v druhej kapitole.

# Kapitola 1 – Pozorovanie v probléme „pána a správcu“

## **1. Úvod**

Pokiaľ človek investuje vlastné peniaze, riadi sa vlastným záujmom a vlastnou racionálnou úvahou, takže jeho investičné rozhodovanie je efektívne. Mnoho ľudí však nemá dostatok znalostí, potrebných k investovaniu. Nepoznajú existujúce investičné príležitosti a nemajú skúsenosti s prevedením nákupných a predajných transakcií na trhu aktív – napr. na trhu nehnuteľností alebo na burze cenných papierov. Preto využívajú služby rôznych sprostredkovateľov, ktorí investujú za nich. Profesionálni investori dokážu lepšie odhadovať očakávané výnosy a ich riziká. Ich služby sú preto užitočné a väčšinou dobre platené. Lenže títo ľudia investujú cudzie peniaze. A práve v takýchto prípadoch môže niekedy dochádzať k veľmi nežiadajúcemu javu, ktorý nazývame morálnym hazardom.

Riadenie podniku sa dostáva pod kontrolu agentov (manažérov) a nie je úplne pod kontrolou vlastníka. Vlastníci vtedy ale nemajú úplnú istotu, či ich agenti riadia podnik hospodárne – či napr. nezamestnajú zbytočne veľký počet zamestnancov, či nevyplácajú zamestnancom príliš vysoké mzdy, či sa nepúšťajú do nezmyselných investícií, ktoré sa v budúcnosti ukážu byť stratové, či dokonca nedávajú niekomu zákazky, na ktorých podnik prerobí.

Nemali by teda vlastníci svojich agentov kontrolovať? Lenže takáto kontrola znamená náklady. Keby chceli dôsledne a poctivo kontrolovať ako je firma riadená, môžu byť ich „náklady na kontrolu“ dosť vysoké ( príklad „Opatrovateľka“ (v prílohe)).

Keď bude chcieť vlastník agenta poctivo kontrolovať, jeho náklady na kontrolu nakoniec prevyšujú výhody, ktoré prenajatím agenta získal.

Bez kontrolovania však máme naďalej pochybnosti. Nie sú záujmy agentov odlišné od záujmov vlastníkov? A pokiaľ sú odlišné, nebudú agenti zneužívať svoju kontrolu nad zverenými podnikmi k tomu, aby ich riadili v rozpore so záujmami vlastníkov?

Problém oddelenia vlastníctva od riadenia podniku nazývajú ekonómovia problémom „pána a správcu“ ( problém „pán - sedliak“, Principal – Agent Problem).

Mnohí sa domnievajú, že záujmy agentov sú odlišné od záujmov vlastníkov. Pričom záujmom vlastníkov je maximalizácia zisku, záujmom agentov môže byť skôr maximalizácia celkového príjmu, pretože od veľkosti firmy odvodzujú agenti svoju vlastnú veľkosť a prestíž. Cieľ maximalizácie zisku pritom nie je zhodný s cieľom maximalizácie príjmu firmy (každý z nich je splnený pri inom rozsahu produkcie).

Keby agenti presadzovali svoje záujmy, firma by nemaximalizovala zisk, čo by znamenalo pokles ekonomickej efektívnosti.

Aby sme sa vyhli týmto problémom, musíme ponúknuť agentom zmluvu, ktorá ich prinúti konať v záujme firmy.

## **2. Model a základné označenia**

Aby sme boli viac špecifickí, označme  $\pi$  ako (pozorovateľný) profit projektu,  $e$  ako agentovu voľbu činnosti. Množinu možných činností označíme  $E$ . ( $E \subset \nabla$ )

V najjednoduchšom prípade,  $e$  je jednorozmerná miera toho, ako „tvrd“ agent pracuje. Všeobecnejšie, agentovo úsilie môže mať viac dimenzií – ako tvrdo agent pracuje na znížení nákladov, koľko času trávi získavaním zákazníkov, atď. – a  $e$  môže byť aj vektor, ktorého každý prvok meria úsilie agenta pri rôznych aktivitách ( $E \subset \nabla^M$ ). V našom prípade budeme brať  $e$  ako agentovo vynaložené úsilie ( $e \in \nabla$ ).

Pri nepozorovateľnosti agentovho úsilia sa toto úsilie nedá jednoznačne odvodiť z pozorovania zisku ( $\pi$ ). Teda, aby bol náš model zaujímavejší a reálnejší, predpokladáme že hoci zisky z projektu sú ovplyvnené zvolenou činnosťou ( $e$ ), nie sú plne určené. Predpokladáme, že zisk firmy môže mať hodnoty z intervalu  $\langle \pi_d, \pi_u \rangle$ , ktoré sú stochasticky určené  $e$ -čkom podmienenou funkciou hustoty  $f(\pi | e)$ ,  $f(\pi | e) > 0, \forall e \in E$  a  $\forall \pi \in \langle \pi_d, \pi_u \rangle$ .

Teda, hociktorá možná realizácia  $\pi$  môže vzniknúť pri ľubovoľnom danom úsilí agenta.

V nasledujúcej časti obmedzíme našu pozornosť na prípad, keď agent má len dve možné úrovne úsilia,  $e_L$ ,  $e_H$ . Predpokladáme, že  $e_H$  znamená vysoké úsilie, ktoré vedie k vyššiemu zisku firmy ako  $e_L$ , ale sú s ním spojené aj väčšie problémy agenta.

Tento fakt znamená, že nastane konflikt medzi záujmami vlastníka a agenta.

Ďalej predpokladáme že rozdelenie zisku  $\pi$  podmienené  $e_H$  stochasticky dominuje nad rozdelením podmieneným  $e_L$ , to znamená že distribučné funkcie  $F(\pi | e_L)$  a  $F(\pi | e_H)$  vyhovujú vzťahu  $F(\pi | e_L) \geq F(\pi | e_H)$ ,  $\forall \pi \in \langle \pi_d, \pi_u \rangle$  s ostrou nerovnosťou na niektorých otvorených množinách  $\Pi \subset \langle \pi_d, \pi_u \rangle$ .

Z toho vyplýva, že miera očakávaného zisku pri agentovej voľbe  $e_H$  je väčšia než pri  $e_L$ :

$$\int \pi f(\pi | e_H) d\pi > \int \pi f(\pi | e_L) d\pi .$$

Agent maximalizuje očakávanú užitočnosť Bernoulliho funkciou užitočnosti  $u(w,e)$ , cez svoju mzdu  $w$  a vynaložené úsilie  $e$ . Táto funkcia vyhovuje podmienkam  $u_w(w,e) > 0$  a  $u_{ww}(w,e) \leq 0$  pre  $\forall (w,e)$  (tu dolné indexy znamenajú parciálne derivácie), a  $u(w, e_H) < u(w, e_L)$  pre  $\forall w$ . Teda agent preferuje väčší príjem, je slabo rizikovo averzný a neznáša príliš veľké vynaložené úsilie. Sústreďme sa na špeciálny prípad funkcie užitočnosti, ktorej sa venuje najviac pozornosti v literatúre:  $u(w,e) = v(w) - g(e)$ .

Preto náš predpoklad o  $u(w,e)$  implikuje, že  $v'(w) > 0$ ,  $v''(w) \leq 0$  a  $g(e_H) > g(e_L)$ .

Majiteľ dostane zisk z projektu znížený o výplatu agenta. Predpokladáme, že majiteľ je rizikovo neutrálny a jeho cieľom je maximalizácia očakávaného výnosu.

Ideou tohto jednoduchého predpokladu je, že majiteľ môže vlastniť dobre diverzifikované portfólio, ktoré mu umožňuje rozdeliť riziko projektu.



### 3. Optimálny kontrakt v prípade, že úsilie je pozorovateľné

Je užitočné začať našu analýzu optimálneho kontraktovania prípadom, keď úsilie je pozorovateľné.

Predpokladajme, že majiteľ môže poskytnúť agentovi zmluvu, ktorú ten buď akceptuje alebo nie. Zmluva špecifikuje agentovo úsilie  $e \in \{e_L, e_H\}$  a jeho výplatu ako funkciu pozorovaného zisku  $w(\pi)$ . Predpokladáme (manažérsky trh to diktuje), že majiteľ musí poskytnúť agentovi očakávanú mieru užitočnosti aspoň  $\bar{u}$  v prípade, že agent prijme majiteľovu kontraktnú ponuku ( $\bar{u}$  je agentova minimálna užitočnosť). Ak agent ponuku neprijme, majiteľ dosiahne nulový zisk.

Všade predpokladáme, že pre majiteľa je výhodné poskytnúť agentovi zmluvu, ktorú ten bude akceptovať. Optimálny kontrakt pre majiteľa teda rieši nasledujúci problém (pre jednoduchosť, nepíšeme dolné a horné medze  $\pi_d, \pi_u$  v integrácii):

$$\text{Max } \int (\pi - w(\pi)) f(\pi | e) d\pi, \quad \text{aby platilo: } \int v(w(\pi)) f(\pi | e) d\pi - g(e) \geq \bar{u}. \quad (1)$$

$e \in \{e_L, e_H\}, w(\pi)$

Je výhodné rozmýšľať o tomto probléme v dvoch úrovniach. Poprvé, akú najlepšiu kompenzačnú schému  $w(\pi)$  treba poskytnúť agentovi pre každú voľbu  $e$ , ktorá môže byť špecifikovaná v zmluve? Po druhé, aká je najlepšia voľba  $e$ ?

#### Zmluva určuje vynaložené úsilie $e$ a vyberá $w(\pi)$ pre maximalizáciu

$$\int (\pi - w(\pi)) f(\pi | e) d\pi = \left( \int \pi f(\pi | e) d\pi \right) - \left( \int w(\pi) f(\pi | e) d\pi \right).$$

To je ekvivalentné minimalizáciou očakávanej hodnoty majiteľových kompenzačných nákladov  $\int w(\pi) f(\pi | e) d\pi$  pri danom  $e$ . Teda (1) nám hovorí, že optimálna kompenzačná schéma v tomto prípade rieši:

$$\text{Min } \int w(\pi) f(\pi | e) d\pi, \quad \text{aby platilo: } \int v(w(\pi)) f(\pi | e) d\pi - g(e) \geq \bar{u}. \quad (2)$$

$w(\pi)$

Obmedzenie v (2) je vždy splnené s rovnosťou; ináč by majiteľ mohol znížiť agentovu výplatu a agent by ešte stále kontrakt akceptoval. Nech  $\gamma$  bude multiplikátor toho obmedzenia. V riešení problému (2) agentovej výplaty  $w(\pi)$  pri každej úrovni  $\pi \in \langle \pi_d, \pi_u \rangle$  musí byť splnená podmienka prvého rádu:

$$-f(\pi | e) + \gamma v'(w(\pi)) f(\pi | e) = 0, \quad \text{alebo} \quad (v'(w(\pi)))^{-1} = \gamma. \quad (3)$$

Ak je agent striktno rizikovo averzný (teda  $v'(w)$  ostro klesá vo  $w$ ), predpoklad (3) implikuje, že optimálna kompenzačná schéma  $w(\pi)$  je konštantná; teda majiteľ by mal poskytnúť agentovi fixnú mzdu. Tento výsledok hovorí o spoločnom znášaní rizika. Vzhľadom na to, že kontrakt explicitne zadá agentovo vynaložené úsilie a že nie je problém s poskytovaním pohnutí, rizikovo neutrálny majiteľ by mal plne zabezpečiť rizikovo averzného agenta proti ľubovoľnému riziku v jeho postupnosti príjmov. Teda zmluva zadá špecifikáciu  $e$ , majiteľ poskytne fixnú mzdu  $w_e^*$ , ktorá agentovi zabezpečí jeho minimálnu užitočnosť:

$$v(w_e^*) - g(e) = \bar{u}. \quad (4)$$

Uvedomme si, že pokiaľ  $g(e_L) < g(e_H)$ , agentova výplata bude vyššia, ak kontrakt požaduje úsilie  $e_H$  a nie  $e_L$ .

Ináč, ak je agent rizikovo neutrálny (povedzme s  $v(w) = w$ ), podmienka (3) je splnená pre každú kompenzačnú funkciu. V tomto prípade, keďže tu nie je dopyt po poistení, fixná mzdová schéma je iba jedna z mnohých možných optimálnych kompenzačných schém. Ľubovoľná kompenzačná funkcia  $w(\pi)$ , ktorá dá agentovi očakávanú mzdu  $\bar{u} + g(e)$  je tiež optimálna.

Teraz uvažujme o optimálnej voľbe  $e$ . Majiteľ špecifikuje vynaložené úsilie  $e \in \{e_L, e_H\}$ , ktoré maximalizuje jeho očakávaný profit znížený o mzdové náklady:

$$\int \pi f(\pi | e) d\pi - v^{-1}(\bar{u} + g(e)). \quad (5)$$

Prvá zložka (5) reprezentuje celkový profit, keď agent vynaloží úsilie  $e$ ; druhá zložka reprezentuje mzdu, ktorú treba zaplatiť agentovi za jeho úsilie. Či  $e_L$  alebo  $e_H$  je optimálne, závisí od presnej špecifikácie použitých funkcií.

**Tvrdenie ( A ):** V probléme „pána a správcu“ s pozorovateľným agentovým úsilím, optimálna zmluva špecifikuje, že sa vyberie úsilie  $e^*$ , ktoré maximalizuje  $\int \pi f(\pi | e) d\pi - v^{-1}(\bar{u} + g(e))$  a zabezpečí agentovi fixnú mzdu  $w^* = v^{-1}(\bar{u} + g(e^*))$ . Toto je jediná optimálna zmluva, ak  $v''(w) < 0$ , pre  $\forall w$ .

#### 4. Optimálny kontrakt v prípade, že úsilie nie je pozorovateľné

Optimálna zmluva opísaná v ( A ) splňuje dva ciele: špecifikuje agentovo vynaložené úsilie a plne ho zabezpečuje proti riziku v príjme. Keď úsilie nie je pozorovateľné, tieto dva ciele často prídu do konfliktu, lebo jediná možnosť ako prinútiť agenta pracovať tvrdšie, je dať do súvislosti mzdu s realizáciou profitu, ktorá je náhodná. Ak tieto dva zámery prídu do konfliktu, nepozorovateľné úsilie vedie k poklesu blahobytu.

Aby sme zvýraznili tento konflikt, najprv budeme študovať prípad, v ktorom je agent rizikovo neutrálny. V tom prípade ukážeme, že obava znášania rizika nie je prítomná, majiteľ môže stále dosiahnuť ten istý zisk, ako pri pozorovateľnom úsilí.

V prípade, že agent je rizikovo averzný a prvý najlepší kontrakt ( A ) špecifikuje vysoké vynaložené úsilie, účinné znášanie rizika a efektívne poskytovanie pohnútok prídu do konfliktu, a tým nepozorovateľnosť úsilia vedie k poklesu blahobytu.

##### 4.1. Rizikovo neutrálny agent

Predpokladajme, že  $v(w) = w$ . Použitím tvrdenia ( A ) optimálne vynaložené úsilie  $e^*$ , ak úsilie je pozorovateľné, rieši

$$\text{Max}_{e \in \{e_L, e_H\}} \int \pi f(\pi | e) d\pi - g(e) - \bar{u} . \quad (6)$$

Majiteľov zisk v tomto prípade je hodnota výrazu (6), pričom agent získa očakávanú užitočnosť presne  $\bar{u}$ .

Teraz uvažujme o majiteľovej výplate v prípade, že agentovo úsilie nie je pozorovateľné. V tvrdení ( B ) stanovíme, že majiteľ môže vždy dosiahnuť svoju „plno-informačnú“ výplatu.

**Tvrdenie ( B ):** V P-A modeli pri nepozorovateľnom úsilí a rizikovo neutrálnom agentovi, optimálna zmluva určuje rovnaké úsilie a rovnakú očakávanú užitočnosť pre agenta aj majiteľa, ako keby bolo úsilie pozorovateľné.

**Dôkaz:** explicitne ukážeme, že existuje kontrakt ktorý poskytne majiteľovi tú istú výplatu, ako pri plnej informácii. Táto zmluva musí byť optimálna pre majiteľa, lebo ten nikdy nemôže na tom byť lepšie keď úsilie nie je pozorovateľné, ako keď je (ak úsilie je pozorovateľné, majiteľ si vždy môže dovoliť optimálny nepozorovateľný kontrakt a jednoducho prenechá voľbu úrovne úsilia na agenta).

Predpokladajme, že majiteľ ponúkne výplatnú schému vo forme  $w(\pi) = \pi - \alpha$ , kde  $\alpha$  je nejaká konštanta. Táto výplatná schéma môže byť interpretovaná, ako „predaj projektu agentovi“, lebo mu zabezpečí celý výnos  $\pi$  okrem fixných platieb  $\alpha$  („cena za predaj“). Keď agent akceptuje zmluvu, zvolí si  $e$  tak, aby maximalizoval svoju očakávanú užitočnosť,

$$\int w(\pi) f(\pi | e) d\pi - g(e) = \int \pi f(\pi | e) d\pi - \alpha - g(e) \quad (7)$$

Porovnaním (7) a (6) vidíme, že  $e^*$  maximalizuje (7). Teda táto zmluva indikuje prvé najlepšie (plne pozorovateľné) úsilie  $e^*$ .

Agent akceptuje kontrakt, pokiaľ mu prináša očakávanú užitočnosť aspoň  $\bar{u}$ , teda kým

$$\int \pi f(\pi | e^*) d\pi - \alpha - g(e^*) \geq \bar{u}. \quad (8)$$

Nech  $\alpha^*$  je hodnota  $\alpha$ , pre ktorú vo vzťahu (8) platí rovnosť. Všimnime si, že majiteľova výplata v prípade kompenzačnej schémy  $w(\pi) = \pi - \alpha^*$ , je práve  $\alpha^*$  (agent dostane všetko, okrem fixných platieb  $\alpha^*$ ).

Upravením (8) dostaneme  $\alpha^* = \int \pi f(\pi | e^*) d\pi - g(e^*) - \bar{u}$ . Z toho máme, že pri kompenzačnej schéme  $w(\pi) = \pi - \alpha^*$  agent aj majiteľ získa presne takú výplatu, ako keď úsilie je pozorovateľné.  $\square$

Základná myšlienka tvrdenia (B) je priamočiara. Ak agent je rizikovo neutrálny, problém spoločného znášania rizika sa stratí. Efektívne pohnútky môžu byť poskytnuté bez vynaloženia strát zo spoločného znášania rizika tak, že agent získa plný hraničný výnos zo svojho úsilia.

#### 4.2. Rizikovo averzný agent

Keď je agent striktne rizikovo averzný, veci začnú byť komplikovanejšie. Pohnútky pre  $e_H$  môžu byť poskytnuté len za cenu, že agent musí rátať s rizikom. Aby sme pri týchto okolnostiach mohli charakterizovať optimálnu zmluvu, zase uvažujeme o problematike navrhovania kontraktov v dvoch úrovniach:

- a.) charakterizujeme optimálnu výplatnú (pohnútkovú) schému pre každé vynaložené úsilie, ktorého voľbu majiteľ môže očakávať od agenta;
- b.) uvažujeme, aké úsilie by mal majiteľ vyžadovať.

Optimálna výplatná schéma pri voľbe špecifického vynaloženého úsilia  $e$  minimalizuje majiteľov očakávaný výnos vzhľadom na dve obmedzenia. Po prvé, agent musí získať očakávanú užitočnosť minimálne  $\bar{u}$ , ak prijme kontrakt. Ak agentovo úsilie je nepozorovateľné, majiteľ berie do úvahy aj druhé obmedzenie: agent si musí chcieť zvoliť úsilie  $e$  ak je mu ponúknutá pohnútková schéma. Formálne, optimálna výplatná schéma pri voľbe  $e$  musí riešiť:

$$\text{Min}_{w(\pi)} \int w(\pi) f(\pi | e) d\pi \tag{9}$$

- aby platilo:
- (i)  $\int v(w(\pi)) f(\pi | e) d\pi - g(e) \geq \bar{u}$
  - (ii)  $e$  rieši  $\text{Max}_{\tilde{e}} \int v(w(\pi)) f(\pi | \tilde{e}) d\pi - g(\tilde{e})$ .

e

Obmedzenie (ii) je známe, ako „incentive constraint“ (pohnútkové obmedzenie): zaistí, aby pri kompenzačnej výplatnej schéme  $w(\pi)$  agent zvolil optimálne úsilie  $e$ .

Ako môže majiteľ optimálne využiť obidve možné úrovne úsilia  $e$ ? Možnosti rozoberáme zvlášť:

**$e_L$ :** Predpokladajme najprv, že majiteľ vyžaduje vynaložené úsilie  $e_L$ . V tom prípade majiteľ optimálne ponúkne agentovi fixnú výplatu  $w_e^* = v^{-1}(\bar{u} + g(e_L))$ .

Tú istú mzdu môže poskytnúť pri pozorovateľnom úsilí  $e_L$ . Aby sme to videli, všimnime si kompenzačnú schému pri agentovej voľbe  $e_L$ : jeho výplata nie je ovplyvnená jeho úsilím, teda si zvolí vynaložené úsilie, ktoré má za následok najnižšiu neúžitocnosť ( $g(e)$ ), totiž  $e_L$ . Takto získa presne  $\bar{u}$ . To znamená, že táto zmluva vyžaduje  $e_L$  pri presne takých nákladoch, ako keď úsilie je pozorovateľné. Ale ako sme si všimli v dôkaze tvrdenia (B), majiteľ nikdy nemôže na tom byť lepšie pri nepozorovateľnom úsilí, ako pri pozorovateľnom. Preto optimálna zmluva musí byť riešením problému (9).

**$e_H$ :** Zaujímavejší prípad vznikne, ak sa majiteľ rozhodne vyžadovať úsilie  $e_H$ . V tomto prípade obmedzenie (ii) zo vzťahu (9) môžeme písať, ako

$$(ii_H) \quad \int v(w(\pi)) f(\pi | e_H) d\pi - g(e_H) \geq \int v(w(\pi)) f(\pi | e_L) d\pi - g(e_L).$$

Nech  $\gamma \geq 0$  a  $\mu \geq 0$  označujú multiplikátory pri obmedzeniach (i) a (ii<sub>H</sub>), respektívne  $w(\pi)$  musí vyhovovať Kuhn-Tuckerovej podmienke prvého rádu pri každom  $\pi \in \langle \pi_d, \pi_u \rangle$ :

$$-f(\pi | e_H) + \gamma v'(w(\pi)) f(\pi | e_H) + \mu [f(\pi | e_H) - f(\pi | e_L)] v'(w(\pi)) = 0$$

alebo

$$(v'(w(\pi)))^{-1} = \gamma + \mu [1 - f(\pi | e_L) / f(\pi | e_H)]. \quad (10)$$

Platí, že pri hociakom riešení problému (9), kde  $e = e_H$  sú  $\gamma$  a  $\mu$  striktné kladné.

To znamená, že obidve obmedzenia v probléme (9) sú splnené s rovnosťou, keď  $e = e_H$ . Ďalej nám to zaistí, že podmienka (10) môže byť použitá na určenie formy tvaru optimálnej kompenzačnej schémy. Uvažujme napríklad o fixnej výplate  $w^\circ$ , pre ktorú platí  $(1/v'(w^\circ)) = \gamma$ . Podľa (10) máme

$$w(\pi) > w^\circ \quad \text{ak} \quad f(\pi | e_L) / f(\pi | e_H) < 1$$

a

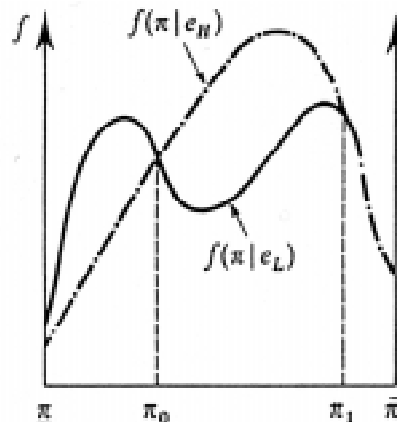
$$w(\pi) < w^\circ \quad \text{ak} \quad f(\pi | e_L) / f(\pi | e_H) > 1.$$

Tento vzájomný vzťah je celkom intuitívny. Optimálna kompenzačná schéma zabezpečí viac ako  $w^\circ$  pre zisk  $\pi$ , ktorý je pravdepodobnejší pri väčšom úsilí, to znamená že pravdepodobnostný pomer  $f(\pi | e_L) / f(\pi | e_H)$  je menší ako 1.

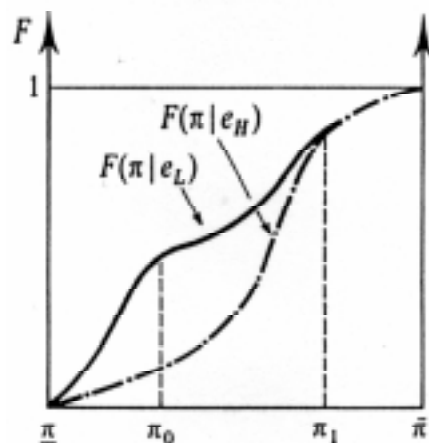
Podobne, táto schéma poskytne nižšiu mzdu pre zisk  $\pi$ , ktorý je pravdepodobnejší pri nižšom úsilí, t.j. pravdepodobnostný pomer  $f(\pi | e_L) / f(\pi | e_H)$  je väčší ako 1.

Mali by sme však zdôrazniť, že hoci táto podmienka vyvoláva určitú štatistickú interpretáciu, nie je v tom prípade žiadne štatistické pôsobenie; majiteľ vie s určitosťou, ktorú úroveň úsilia si agent zvolí pri danej kompenzačnej schéme. Takto štruktúrovaná kompenzačná schéma poskytne agentovi pohnútky pre voľbu  $e_H$  namiesto  $e_L$ .

To vedie na prvý pohľad k neočakávanému tvrdeniu: v optimálnej kompenzačnej schéme mzda nie je nutne monotónne rastúca v zisku. Ako je to už jasné zo skúmania podmienky (10), pre optimálnu výplatnú schému – aby bola monotónne rastúca – musí platiť, že pravdepodobnostná miera  $[f(\pi | e_L) / f(\pi | e_H)]$  je klesajúca v  $\pi$ ; t.j.



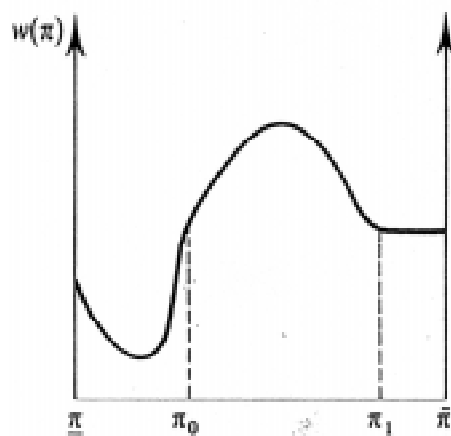
a.) Porušenie vlastnosti monotónneho pomeru pravdepodobností:  
**hustota**



**b.)** Porušenie vlastnosti monotónneho pomeru pravdepodobností:  
**rozdelenie**

ako  $\pi$  rastie, pravdepodobnosť získania profitu  $\pi$  pri úsilí  $e_H$  relatívne k pravdepodobnosti pri úsilí  $e_L$  musí rásť. Táto vlastnosť, nazývaná ako vlastnosť monotónneho pomeru pravdepodobností nie je implikovaná stochastickou dominanciou prvého rádu.

Obrázky (a.), (b.) opisujú prípad, v ktorom rozdelenie zisku ( $\pi$ ) pri úsilí  $e_H$  stochasticky dominuje nad rozdelením  $\pi$  pri úsilí  $e_L$ , ale nemá vlastnosť monotónneho pomeru pravdepodobností. V tomto príklade zvyšovanie úsilia slúži na zmenu realizácie nízkeho profitu na stredný, ale nemá vplyv na pravdepodobnosť realizácie veľmi vysokého zisku.



**c.)** Porušenie vlastnosti monotónneho pomeru pravdepodobností:  
**optimálna výplatná schéma**



Podmienka (10) nám hovorí, že v tomto prípade môžeme mať vyššie mzdy pri stredných úrovniach zisku, ako pri veľmi vysokých, lebo pravdepodobnosť stredných úrovní zisku je citlivá na rast úsilia. Príklad optimálnej výplatnej funkcie v tomto prípade môžeme vidieť na obrázku (c.).

Podmienka (10) ďalej implikuje, že optimálna zmluva pravdepodobne nebude mať jednoduchý (napr. lineárny) tvar. Optimálny tvar  $w(\pi)$  je funkcia informačných zložiek rôznych úrovní zisku (cez pravdepodobnostný pomer) a tieto sa vo väčšine problémov pravdepodobne nemenia s  $\pi$  v jednoduchej závislosti.

Nakoniec si všimnime, že zadaním variability, ktorá je optimálne uvedená v agentovej kompenzácii, očakávaná hodnota jeho výplaty musí byť striktno väčšia ako jeho (fixná) mzda v pozorovateľnom prípade:  $w_{e_H}^* = v^{-1}(\bar{u} + g(e_H))$ . Intuitívne z dôvodu, že agentovi musí byť zabezpečená očakávaná užitočnosť  $\bar{u}$ , majiteľ ho musí kompenzovať vyššou priemernou mzdou kvôli riziku, ktoré znáša.

Aby sme to videli formálne, všimnime si, pretože platia vzťahy  $E[v(w(\pi)) | e_H] = \bar{u} + g(e_H)$  a  $v''(\cdot) < 0$ , Jensenova nerovnosť nám hovorí:  $v(E[w(\pi) | e_H]) > \bar{u} + g(e_H)$ . Ale my už vieme,  $v(w_{e_H}^*) = \bar{u} + g(e_H)$  a  $[w(\pi) | e_H] > w_{e_H}^*$ . Ako výsledok dostaneme, že nepozorovateľnosť zvyšuje majiteľove očakávané kompenzačné výdavky pri požadovaní vynaloženého úsilia  $e_H$ .

S ohľadom na predchádzajúcu analýzu, ktorú úroveň úsilia by mal majiteľ požadovať? Ako predtým, majiteľ porovná zvýšenú zmenu v očakávanom zisku  $\int \pi f(\pi | e_H) d\pi - \int \pi f(\pi | e_L) d\pi$  s rozdielom v očakávanej výplате v zmluve, ktorá vyžaduje každú z nich, teda s rozdielom vo výsledku problému (9) pre  $e = e_H$  oproti  $e = e_L$ .

Z analýzy vieme, že výplata pri vyžadovaní  $e_L$  je presne tá istá ako pri pozorovateľnom úsilí, zatiaľ čo očakávaná výplata pri  $e_H$  a nepozorovateľnosti je striktno väčšia ako výplata v pozorovateľnom prípade. Teda v tomto modeli nepozorovateľnosť zvýši výdavky pri požadovaní  $e_H$  a nemení nič pri  $e_L$ . Implikácia tohto faktu je to, že nepozorovateľnosť vedie k požadovaniu neúčinne nízkej úrovne úsilia. Keby bolo  $e_L$

optimálne úsilie pri pozorovateľnom úsilí, ostalo by aj pri nepozorovateľnom. V takom prípade nepozorovateľnosť nespôsobí žiadne straty. Naopak, ak by optimálne úsilie bolo  $e_H$  pri možnom pozorovateľnom úsilí, môžu nastať dva prípady: môže byť optimálne požadovať  $e_H$ , a “prinútiť” agenta aby si vybral výplatnú schému, ktorá obsahuje riziko; alebo, výdavky na znášanie rizika môžu byť také vysoké, že sa majiteľ rozhodne radšej požadovať  $e_L$ . V každom prípade nepozorovateľnosť pôsobí pokles blahobytu pre majiteľa (agentova očakávaná užitočnosť je  $\bar{u}$  v každom prípade). Tieto pozorovania sú sumarizované v tvrdení ( C ).

**Tvrdenie ( C ):** V P-A modeli pri nepozorovateľnom úsilí, rizikovo averznom agentovi a dvoch možných úsiliach optimálna kompenzačná schéma pri vynaloženom úsilí  $e_H$  spĺňa podmienku (10), zabezpečí agentovi očakávanú užitočnosť  $\bar{u}$  a určuje vyššiu očakávanú mzdu ako pri pozorovateľnom úsilí. Optimálna kompenzačná schéma pre úsilie  $e_L$  určuje rovnakú pevnú mzdu, ako pri pozorovateľnom úsilí. Ak je optimálnym úsilím  $e_H$ , nepozorovateľnosť úsilia vedie k poklesu blahobytu.

Fakt, že nepozorovateľnosť v tomto modeli vedie ku zmene agentovho vynaloženého úsilia na nižšie je špeciálna (charakteristická) vlastnosť pri dvoch úrovniach úsilia. Pri viacerých úrovniach úsilia táto nepozorovateľnosť spôsobí zmenu úrovne agentovho úsilia v optimálnom kontrakte pri plnom pozorovaní, ale zmena môže byť tak rastúca ako klesajúca.

## Kapitola 2 – Pozorovanie a platby

### 1. Úvod

V tejto kapitole budeme argumentovať, že presnosť pozorovania a úroveň miezd sú záporne spojené len pri veľmi obmedzených predpokladoch. Predchádzajúce argumenty sú korektné, keď pracovníci majú možnosť výberu len z dvoch úrovní úsilia ( práca a vyhýbanie sa robote ), a nesprávne v prípade ak úsilie sa dá vybrať spojito. Podobne, argument je správny, ak vyžadovaná úroveň úsilia je daná exogénne a nesprávny, ak tá úroveň úsilia vyplýva z riešenia problému maximalizácie zisku firmy.

Dôležité je to, že výdavky na pozorovanie majú vplyv nielen na voľbu medzi platbami a pozorovaním pri vyžadovaní daného úsilia, ale tiež na samotnú úroveň úsilia. Vo všeobecnosti je tu navyše vážený efekt k substitučnému efektu. Napríklad v prípade, že pozorovanie začne byť drahšie, nastane zmena od pozorovaní k mzdovým pohnútkam. Presne to tvrdia Bulow a Summers, ale bude tu navyše redukcia v požadovanej úrovni úsilia. Bez ďalšej analýzy je celkový efekt na výplatu nejasný. Ako ukážeme, výplata sa pravdepodobne zníži, ako zvýši.

Stručne povedané, náš hlavný príspevok bude rozšíriť jednoduchý model vyhýbania sa robote na kontinuum úrovní úsilia a charakterizovať zisk najvyššej hodnoty úrovne pozorovania a platieb. Zaujímavé je, že komplementarita platí nielen pre zmenu výdavkov za pozorovanie, ale taktiež aj pre zmeny ostatných parametrov. Hlavný výsledok je, že pri slabých predpokladoch sú pozorovanie a platby komplementárne nástroje. Zmena parametra, ktorý zapríčiní zvýšenie presnosti pozorovania, zapríčiní aj zvýšenie úrovne platieb a naopak.

Skoršia teoretická literatúra považovala za garantované, že pracovníci sú zámožnejší vo firmách, kde je ťažké pozorovať a vo firmách, v ktorých sú vyššie mzdy. Ani jeden z týchto výrokov tu neplatí. Pracovníci sú na tom najlepšie vo všeobecných prípadoch. Vo firmách, kde je pozorovanie veľmi ťažké alebo veľmi jednoduché, pracovníci sú platení skoro ich rezervačnou mzdou. Rozdiel je v tom, že keď je pozorovanie jednoduché, pracovníci musia pracovať tvrdsie aby získali vyššiu mzdu. Skutočne, najvyššie mzdy budú zaplatené firmami, ktoré pozorujú veľmi presne, a teda nepotrebujú platiť žiadne mzdové prémie.

Kapitola ďalej identifikuje dva seriózne problémy spojené s empirickou realizáciou teórie: Poprvé, presnosť pozorovania je veľmi ťažko merateľná. Väčšina štúdií zastupuje presnosť pozorovania intenzitou kontroly, čo je merané počtom dozorov na jedného pracovníka alebo frekvenciou kontroly. To je neoprávnené. Počet dozorov môže byť pomerne vysoký z dôvodu, že pozorovanie je ťažké. Existujúce štúdie zásadne preskúmali vzťah medzi výdavkami na pozorovanie a platbami. Bohužiaľ, tento vzťah je komplikovanejší, než vzťah medzi úrovňou pozorovania a platbami. Je tu aj druhý problém. Ak je dostatočná variácia v základných parametroch, budú dve možné úrovne výplat pre každú úroveň výdavkov na pozorovanie. Teda, kým je úroveň úsilia dostatočne kontrolovaná, regresia mzdových prémie na výdavky na pozorovanie je podľa empirickej literatúry neoprávnená. Ale nie je všetko stratené. Konštruktívnejší podiel tejto práce ukáže, že je stále možnosť použiť regresiu výdavkov na pozorovanie na mzdové prémie. Inými slovami, existujúci súbor dát môže byť použitý v testovaní teórie, ak sú regresie spustené obrátene.

Tento základný model môže byť zovšeobecnený mnohými smermi. Tieto rozšírenia nám umožňujú priblížiť teoretický model k empirickej práci Groshena a Kruegera o kontrole a platiach v nemocniciach a ku Kruegerovým o udelení práv. Tieto dve štúdie sú nepochybne jediné štúdie, ktoré správne určujú predpovede tohto modelu, obidve zamietnu predpovede. Ak sú tieto predikcie tiež artefakty zostávajúcich zjednodušujúcich predpokladov, model vyhýbania sa práci vyzerá, ako keby mal zlý tvar.

Kapitola je organizovaná nasledovne. Odstavec 2 zdefinuje model a v ňom sú odvodené hlavné výsledky. Dôsledky blahobytu sú diskutované v odstavci 3. Odstavec 4 diskutuje o dôsledkoch modelu a o tom, ako môžu byť testované. Diskutujeme aj o sporných bodoch, ktoré sú dôležité v niektorých aplikáciách; diskrétna technológia pozorovania. Odstavec 5 je záverom kapitoly.

## 2. Model

Zadefinovaný je jednoduchý účinný model v duchu Shapira a Stiglitz. Rizikovo neutrálny majiteľ si najíma rizikovo neutrálneho agenta. Agentovo vynaložené úsilie je  $e \in \nabla_+$  ktoré ovplyvní majiteľov zisk  $\beta B(e)$ , pri nejakých nákladoch pre agenta  $\gamma C(e)$ . Predpokladáme, že parametre  $\beta$  a  $\gamma$  sú kladné. Majiteľ motivuje agenta cez kompenzačnú schému  $w(e)$ , kde  $w$  je mzda, ktorú agent dostane ak majiteľ pozoruje úsilie  $e$ .

Majiteľ môže pozorovať a preverovať agentovo úsilie s pravdepodobnosťou  $p$ . Táto pravdepodobnosť je ovplyvnená majiteľovou voľbou technológie pozorovania. Aby dosiahol pozorovanie agentovho úsilia s pravdepodobnosťou  $p$ , majiteľ musí zaplatiť  $\mu M(p)$ , kde  $\mu > 0$ . Zostrojíme nasledujúci predpoklad.

**Predpoklad 1: (i)  $B'(e) > 0, B''(e) \leq 0,$**

**(ii)  $C(0) = 0, C'(e) > 0, C''(e) > 0,$**

**(iii)  $M'(p) > 0.$**

Ex post užitočnosť majiteľa môžeme napísať vo forme:

$$U = \beta B(e) - w - \mu M(p) \quad (11)$$

a ex post užitočnosť agenta:

$$V = w - \gamma C(e). \quad (12)$$

Kľúčový predpoklad účinného mzdového modelu je, že existuje dolná hranica platieb,  $w_0 \in \nabla$ . Hranica môže byť spôsobená buď legálnymi pravidlami alebo majetkovým obmedzením. Keďže úsilie nie je vždy pozorovateľné, kompenzačná schéma potrebuje špecifikáciu platby  $\bar{w} \in \nabla$  ktorú agent dostane v tomto prípade.

Predpokladáme, že agent bude maximalizovať jeho očakávanú užitočnosť,

$$E[V] = pw(e) + (1-p) \bar{w} - \gamma C(e). \quad (13)$$

## 2.1. Diskrétné úrovne úsilia

Na chvíľku predpokladajme, že vynaložené úsilie môže mať len dve hodnoty  $e = 0$  a  $e = \bar{e}$ . Toto je prípad predchádzajúcich verzií účinného mzdového modelu. Vtedy nasledujúce pohnútkové obmedzenie ( incentive constraint ) musí spĺňať

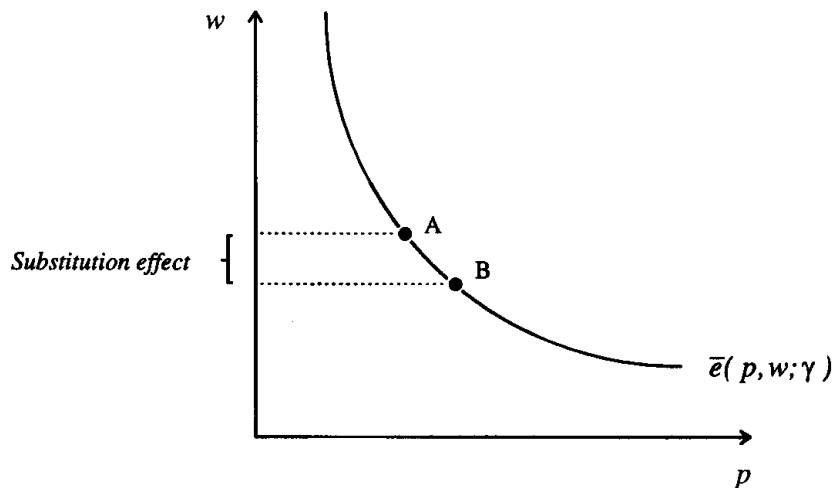
$$pw(\bar{e}) + (1-p)\bar{w} - \gamma C(\bar{e}) \geq pw(0) + (1-p)\bar{w}$$

Majiteľ bude optimálne chcieť potrestať agenta ako sa len dá, keď zistí podvod, teda  $w(0) = w_0$ . Zavedieme štandardný predpoklad, že nezávislý agent má záujem o činnosť, ktorú majiteľ preferuje. Majiteľ vtedy môže znížiť mzdu na úroveň, kde pohnútkové obmedzenie kompatibility bude splnené s rovnosťou. To obmedzenie potom môže byť zjednodušené na

$$p(w - w_0) = \gamma C(\bar{e}), \tag{14}$$

kde označenie  $w$  chápeme ako  $w(\bar{e})$ . Obmedzenie nám hovorí to, že kým pravá strana je konštantná, zvýšenie v rovnovážnej hodnote pozorovania musí byť nasledované znížením rovnovážnej hodnoty mzdy a naopak.

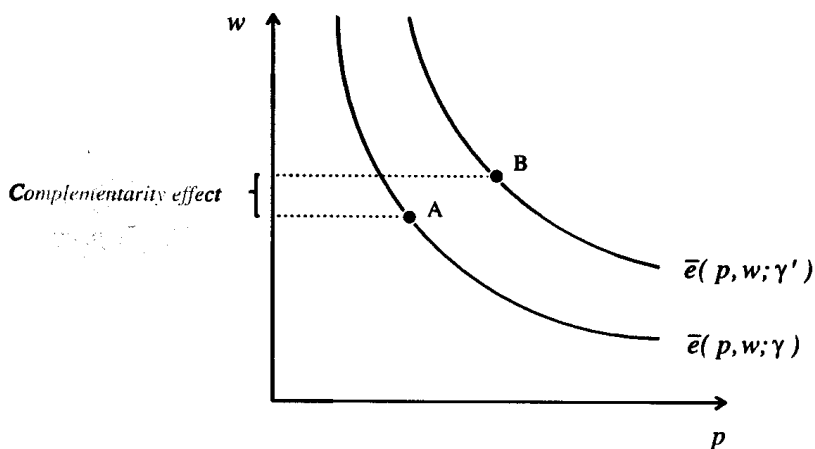
Na obrázku číslo 1 znázorníme  $w$  a  $p$ , ktoré sú dostatočné na vyžadovanie vynaloženého úsilia  $\bar{e}$ . Po znížení konštanty  $\mu$ , majiteľ sa pohne z rovnováhy A pozdĺž krivky do bodu B a zamení mzdu za presnosť pozorovania aby minimalizoval náklady. Teda, pozorovanie a platby sú substitučné nástroje.



Obrázok č. 1

Avšak, to je len začiatok popisu. Prvá prekážka empirického testovania modelu je, že  $\mu$  nie je jediným parametrom modelu. Čo sa stane, ak sa namiesto toho zmení  $\gamma$ ? Obrázok číslo 2 ilustruje následky. Zvýšenie vo výdavkoch na úsilie – reprezentované zmenou  $\gamma$  na  $\gamma'$  – znamená, že agent potrebuje silnejšie pohnútky na udržiavanie úrovniesilia  $\bar{e}$ .

To môže byť uskutočnené vyššou mzdou, alebo lepším pozorovaním. Z toho vyplýva, že majiteľ optimálne používa trošku z oboch (vid'. Appendix 2). V tomto prípade pozorovanie a platby sú doplnujúce nástroje a nová pohnútková schéma je reprezentovaná zmluvou B.



Obrázok č. 2

Nakoniec, ak zhoršenie má svoj pôvod v  $\beta$ , nič sa nestane s rovnovážnymi hodnotami  $p$  a  $w$  v prípade, že je ešte stále ziskové pre majiteľa trvať na obchode. Následne, model poskytne odlišné implikácie pre možné zdroje exogénnych zhoršení.

## 2.2. Spojité úrovne úsilia

Našťastie pre empirickú prácu, tieto rôznorodé výsledky sú artefaktami veľmi silného obmedzenia, že úroveň úsilia môže mať len dve možné hodnoty. Teraz ukážeme pri slabších predpokladoch, že existuje vážený efekt, ktorý dominuje nad substitučným efektom. Teda  $p$  a  $w$  sú komplementárne len ak rešpektujú zmeny v  $\mu$ . Obrázok číslo 3 ilustruje výsledok. Zase máme znázornené dve izokrivky, ale teraz pri rôznych úrovniach úsilia. Po znížení v  $\mu$ , minimalizácia nákladov implikuje pohyb z rovnovážneho bodu A pozdĺž krivky do bodu B. V tom bode sa hraničný príjem nerovná hraničným výdavkom úsilia, ktorá je požadovaná na maximalizáciu profitu. Aby maximalizoval profit, majiteľ musí zvýšiť úroveň úsilia, aby sa dostal do bodu C. Substitúcia platieb za presnosť pozorovania je dominovaná majiteľovým doplnkovým použitím presnosti pozorovania a platieb na zvýšenie požadovanej úrovne úsilia.

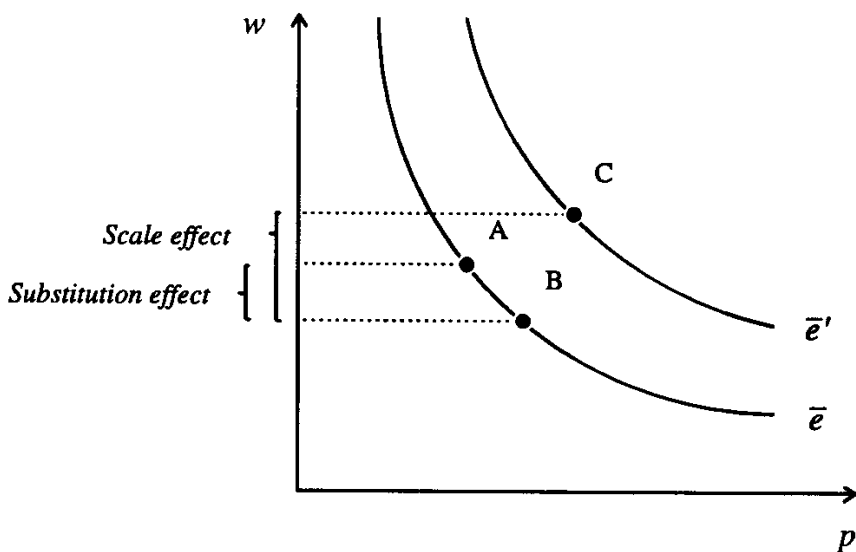
Toto tvrdenie dokážeme vo formálnejšom tvare. Ak majiteľ môže ovplyvniť agenta, aby si vybral vynaložené úsilie  $e^o \in \nabla_+$ , nasledujúce pohnútkové obmedzenie musí byť splnené pre každé  $e$ :

$$pw(e^o) + (1-p)\bar{w} - \gamma C(e^o) \geq pw(e) + (1-p)\bar{w} - \gamma C(e)$$

Vidíme, že každá pohnútková zmluva, ktorá vyžaduje  $e^o$ , môže byť bez straty pre majiteľa replikovaná funkciou tvaru  $w(e) = w_0$  pre  $e < e^o$  a  $w(e) = w$  pre  $e \geq e^o$ . To znamená, že majiteľ určí cieľové úsilie  $e^o$ . Agent dostane  $w$ , ak dosiahne alebo preskočí ten cieľ a minimálnu mzdu  $w_0$ , ak nie. Majúc taký typ zmluvy, ak agent chce deviovať, tak  $k = 0$ . Teda pohnútkové obmedzenie bude

$$p(w - w_0) \geq \gamma C(e) \tag{15}$$





Obrázok č. 3

Nakoniec predpoklad, že nezávislý agent prijme prácu, ktorú majiteľ uprednostňuje, dovolí majiteľovi znížiť mzdu na úroveň kde v pohnútkovom obmedzení platí rovnosť. Invertovaním rovnosti dostaneme výraz pre aktuálne úsilie, ktoré agent vynaloží,

$$e(p, w) := C^{-1}((w - w_0) p / \gamma) \quad (16)$$

Všimnime si, že  $\bar{w}$  (mzda v prípade, že úroveň úsilia je nepozorovateľná) je bezvýznamná pre agentove pohnútky. Bežne sa používa vzťah  $\bar{w} = w(e^0)$ , ktorý použijeme aj my.

Predtým, než sa obrátíme na podrobnejšiu analýzu, je užitočné si zdefinovať

$$r(e) := (\beta B'(e)) / (\gamma C'(e)),$$

t.j. pomer hraničného zisku a hraničných nákladov ( je jasné, že pri dokonalom pozorovaní sa tento pomer rovná 1 ).

Majiteľov problém je nájsť pravdepodobnosť  $p$  a mzdu  $w$  pre maximalizáciu

$$U(\mathbf{p}, w) = \beta B(\mathbf{e}(\mathbf{p}, w)) - w - \mu M(\mathbf{p}) \quad (17)$$

pri obmedzeniach  $w \geq w_0$  a  $p \in [0, 1]$ . Je to priamočiary maximalizačný problém dvoch premenných. Nech je riešenie problému označené ako  $(p^*, w^*)$  a nech  $\mathbf{e}^* := \mathbf{e}(p^*, w^*)$  označuje adekvátnu úroveň úsilia. Podmienky prvého rádu pre riešenie môžu byť napísané ako:

$$p^* r(\mathbf{e}^*) - 1 \leq 0, \quad (18)$$

s rovnosťou ak  $w^* > w_0$ , a

$$(w^* - w_0) r(\mathbf{e}^*) - \mu M'(\mathbf{p}^*) \geq 0, \quad (19)$$

s rovnosťou ak  $p^* < 1$ .

Rovnica (18) nám hovorí, že hraničný zisk zo zvýšeného úsilia bude väčší ako hraničné náklady hocikedy keď majiteľ si zvolí pozorovanie nedokonalé. Dôvodom skreslenia sociálne optimálnej úrovne úsilia je, že agentovi by mala byť vyplatená čiastka, aby sa nevyhýbal robote. Rovnica (18) dokazuje aj to, že musí byť kladná úroveň pozorovania aby spôsobilo nejaké úsilie (ak  $p^* = 0$ , platí  $w^* = w_0$ ).

Nech  $U_{ij}$  označuje druhú deriváciu  $U$  a nech  $U_{ij}^*$  druhú deriváciu  $U$  odhadovanú pri riešení  $(p^*, w^*)$ . Podmienky druhého rádu v tom prípade sú  $U_{ww}^* < 0$ ,  $U_{pp}^* < 0$  a  $U_{pp}^* U_{ww}^* - (U_{pw}^*)^2 > 0$ . Aby sme plne formulovali tvrdenia, označme

$$U_{ww} = [\beta(\mathbf{p}^2) \mathbf{h}(\mathbf{e})] / \gamma^2, \quad (20)$$

$$U_{pp} = [\beta(w - w_0)^2 \mathbf{h}(\mathbf{e})] / \gamma^2 - \mu M''(\mathbf{p}) \quad (21)$$

$$U_{pw} = [\beta \mathbf{p}(w - w_0) \mathbf{h}(\mathbf{e})] / \gamma^2 + r(\mathbf{e}) \quad (22)$$

kde

$$h(e) := [B'(e)C'(e) - C'(e)B'(e)] / (C'(e))^3$$

### 2.3. Hlavné výsledky

Naším hlavným cieľom je charakterizovať ako sa úroveň miezd a presnosť pozorovania mení s parametrami  $\beta$ ,  $\gamma$  a  $\mu$ . Ak zadáme, že riešenie je vnútorné, je to štandardný porovnávajúci nemenný príklad.

Napríklad efekt zmeny v majiteľovom zisku z úsilia,  $\beta$ , je hľadaný diferencovaním dvoch podmienok prvého rádu (18) a (19), aby sme dostali dve rovnice

$$U_{ww}^* dw^* + U_{pw}^* dp^* = - (p^* / \beta) r(e^*) d\beta$$

$$U_{pw}^* dw^* + U_{pp}^* dp^* = - [(w^* - w_0) / \beta] r(e^*) d\beta$$

Použitím Cramerovho pravidla dostaneme

$$dw^* / d\beta = [ [-p^*U_{pp}^* + (w^* - w_0)U_{pw}^*] r(e^*) ] / [ [U_{ww}^*U_{pp}^* - (U_{pw}^*)^2] \beta ] \quad (23)$$

a

$$dp^* / d\beta = [ [p^*U_{pw}^* - (w^* - w_0)U_{ww}^*] r(e^*) ] / [ [U_{ww}^*U_{pp}^* - (U_{pw}^*)^2] \beta ] \quad (24)$$

Znamienko  $dp^* / d\beta$  už ľahko zistíme. Z podmienky druhého rádu a predpokladu 1 dostaneme

$$\text{sign}(dp^* / d\beta) = \text{sign}[p^*U_{pw}^* - (w^* - w_0)U_{ww}^*] = \text{sign} r(e^*) > 0.$$

Intuícia je celkom jasná. Keď majiteľ získa niečo navyše zo zvýšeného úsilia, bude brať za optimálne venovať sa viac pozorovaniu – je to jedna možnosť zaručenia toho, že sa agent nebude vyhýbať práci. Podobný argument bude vyzeráť akoby zabezpečil zvýšenie mzdy v  $\beta$ . To však nie je pravda bez ďalších predpokladov. Presnejšie povedané, z rovnice (23) máme  $dw^* / d\beta > 0$  vtedy a len vtedy, ak

$$\mu p^*M''(p^*) + (w^* - w_0) r(e^*) > 0. \quad (25)$$

Použitím rovnice (19), alternatívne tvrdenie podmienky je

$$- p^* [ M''(p^*) / M'(p^*) ] < 1.$$

Teda nutná, ale nepostačujúca podmienka je to, že  $M(p)$  je konvexné. Všeobecne si môžeme dovoliť rastúce výnosy na pozorovanie. Len v prípade, že sa výnosy na pozorovanie zvýšia dostatočne rýchlo, môže zvýšená ziskovosť úsilia viesť k prechodu peňažných pohnutí na pozorovanie. Všimnime si, že ak majiteľ môže vykonať náhodné pozorovanie, dôležitá výdavková funkcia pozorovania sa stane konvexným len ak  $M(p)$  je konkávna.

Ďalej budeme skúmať vplyv zmeny vo výdavkoch na úsilie. Vzorce v tomto prípade budú vyzerat'

$$dw^* / d\gamma = [- p^* \mu M''(p^*) - (w^* - w_0) r(e^*)] / [(U_{ww}^* U_{pp}^* - (U_{pw}^*)^2) \gamma] U_{pw}^* \quad (26)$$

a

$$dp^* / d\gamma = [- p^* r(e^*)] / [(U_{ww}^* U_{pp}^* - (U_{pw}^*)^2) \gamma] U_{pw}^*. \quad (27)$$

Konečne si všimnime zvýšenie vo výdavkoch na pozorovanie. Vtedy dostaneme

$$dw^* / d\mu = [- U_{pw}^* M'(p^*)] / [U_{ww}^* U_{pp}^* - (U_{pw}^*)^2] \quad (28)$$

a

$$dp^* / d\mu = [U_{ww}^* M'(p^*)] / [U_{ww}^* U_{pp}^* - (U_{pw}^*)^2]. \quad (29)$$

Ako by sme očakávali, zvýšenie v  $\mu$  vždy zníži úroveň pozorovania. Vo zvyšných troch prípadoch, znamienko derivácie  $U_{pw}^*$  hrá rozhodujúcu rolu. Nasledovaním obvyklej formuly môžeme povedať, že pozorovanie a platby sú Edgeworthove doplnky (substitúty), ak  $U_{pw}^*$  je kladná (záporná).

Na prvý pohľad sa zdá, že sú tu dve dôležité podmienky, a to podmienka (25) a znamienko  $U_{pw}$ . Avšak v skutočnosti je medzi nimi úzky vzťah. Aby sme to videli, uvedomme si podmienku

$$U_{ww} U_{pp} - (U_{pw})^2 > 0,$$

ktorá musí platiť pri  $(p^*, w^*)$  (to je jedna z podmienok druhého rádu). Niekoľko výpočtov ukazuje, že nerovnosť môže byť napísaná ako

$$\mu p M''(p) + (w - w_0) r(e) > r(e) \left[ -\gamma^2 r(e) / \beta p h(e) \right] - (w - w_0).$$

Je zrejmé, že pravá strana nerovnosti je kladná vtedy a len vtedy ak  $U_{pw} > 0$ . Preto, ak  $U_{pw} > 0$ , podmienka (25) je obsiahnutá v podmienke druhého rádu. Teda hlavný výsledok môže byť stanovený nasledovne.

**Tvrdenie 1:** Ak  $U_{pw} > 0$ , pozorovanie a platby sú komplementárne nástroje.

**Tvrdenie 2:** Ak zhoršenie má svoj pôvod v parametri  $\beta$  alebo  $\gamma$ , pozorovanie a platby sú komplementárne nástroje jedine v prípade, ak platí (25).

Keďže (25) je veľmi slabý predpoklad, môžeme bezpečne vyvodiť, že  $w$  a  $p$  sú komplementárne s rešpektom na zmenu v  $\beta$  a  $\gamma$ .

Ostala nám otázka: Nakoľko je reálne, že pozorovanie a platby sú Edgeworthove doplnky? Je jednoduchšie odpovedať v špeciálnom prípade, kde  $B(e) = e^m$  a  $C(e) = e^k$  ( $m$  a  $k$  sú kladné). V tom prípade z (16) a (17) vyplýva

$$U = \beta \left[ (w - w_0) p / \gamma \right]^{m/k} - w - \mu M(p),$$

teda

$$U_{pw} = \left( \beta m^2 / k^2 \right) \left[ (w - w_0) p / \gamma \right]^{(m-k)/k},$$

ktoré je čisto kladné. V tom prípade pozorovanie a platby sú naozaj Edgeworthove doplnky, teda budú sa pohybovať tým istým smerom keď sa zmení aj  $\mu$ .

### **3. Dôsledky blahobytu**

Väčšina výskumu na duálnom trhu práce brala za isté, že pracovníci odchádzajú na miesta, kde sú menej pozorovaní. To však nie je vždy pravda. Z (18) a (19) máme

$$\mathbf{w}^* = \mathbf{w}_0 + \mathbf{p}^* \mu \mathbf{M}'(\mathbf{p}^*), \quad (30)$$

a z (15) vyplýva

$$\gamma \mathbf{C}(\mathbf{e}(\mathbf{p}^*, \mathbf{w}^*)) = \mathbf{p}(\mathbf{w}^* - \mathbf{w}_0) \quad (31)$$

Agentova užitočnosť môže byť napísaná

$$\mathbf{V} = \mathbf{w}^* - \gamma \mathbf{C}(\mathbf{e}(\mathbf{p}^*, \mathbf{w}^*)) = \mathbf{w}_0 + \mathbf{p}^*(1 - \mathbf{p}^*) \mu \mathbf{M}'(\mathbf{p}^*). \quad (32)$$

Teda pre  $\mathbf{p}^* = 0$  a pre  $\mathbf{p}^* = 1$  je agentova užitočnosť na minimálnej úrovni  $\mathbf{w}_0$ . Pre každé iné úrovne pozorovania agent dostane výplatu. Zmysel toho je veľmi jednoduchý: ak majiteľ nemôže vždy pozorovať, agent sa bude vyhýbať robote a nie je dôvod platiť efektívne mzdy. Naopak, ak majiteľ môže dokonale pozorovať, hociktorá úroveň môže byť požadovaná pokiaľ agent dostane príslušnú rezervačnú mzdu.

Agentova užitočnosť je nemonotónna funkcia  $\mathbf{w}^*$ . Mzda sa zvýši s úrovňou pozorovania, užitočnosť je na jej najnižšej hodnote pre veľmi nízke aj veľmi vysoké mzdy. Najlepšie platení robotníci musia vynaložiť vysoké úsilie. Teda, skutočné užitočnosti sú najväčšie pri stredných mzdových intervaloch.

Ak je model vhodným opísaním reality, agenti nemusia byť na tom horšie, ak sa pozorovacie technológie zdokonalujú, aspoň kým pozorovanie zostane „rozumne“ nedokonalé. To môže byť jedným z dôvodov, prečo mechanizácia produkcie - v rozpore s tvrdením Bravermana a ostatných Marxistov – nevyzerá tak, že by vyžadovala zvýšené využitie pracovníkov.

## **4. Empirické dôsledky**

Teória má jednoduchú empirickú implikáciu: hocikedy, ak presnosť pozorovania je vysoká, úroveň výplaty má byť tiež vysoká.

Okrem Rebitzera ('95), existujúce empirické štúdie nekontrolujú efekty úrovne úsilia. Preto sú na prvý pohľad zistenia Leonarda ('87), Gordona ('90 a '94), Kruseho ('92), Neala ('93) a Araiho ('94) nepodstatne dôležité pre tento model. Informácie z týchto prieskumov pozorovania a platieb sú zmiešané so skoro toľkými kladnými koreláciami, ako zápornými. Predsa však pre zdôvodnenie, ktoré teraz uvedieme, tieto empirické výsledky nie sú veľmi informatívne.

### **4.1. Miera pozorovania**

Hlavným nedostatkom vo väčšine empirických prác je to, že používajú intenzitu pozorovania ako mieru presnosti. Intenzita pozorovania je daná počtom dozorcov na jedného pracovníka, alebo frekvenciou kontroly. Ale celkový argument teórie Bulowa a Summersa je to, že sú významné rozdiely v možnostiach pozorovania. Počet dozorov môže skôr zobrazovať ťažkosti, ako presnosť pozorovania.

Predpokladajme, že každý dozor stojí dolár za hodinu a že požadovaný počet hodín na pozorovanie na dosiahnutie presnosti  $p$  je  $\mu M(p)$ . Inými slovami povedané,  $\mu$  je miera toho, aké je ťažké pozorovanie. Ako pôsobí optimálny počet hodín na pozorovanie na  $\mu$ ? Diferencovaním a hodnotením v bode  $p^*$  dostaneme

$$d_{\mu}M(p^*) / d_{\mu} = M(p^*) + \mu M'(p^*) dp^* / d_{\mu}. \quad (33)$$

Z predpokladu 1 vieme, že  $dp^* / d_{\mu} < 0$ . Vo všeobecnosti znamienko nie je jednoznačné. Môžeme však rozobrať niektoré prípady. Pokiaľ  $\mu$  smeruje k nule, druhý

výraz sa dá zanedbať ( aspoň ak  $M'(p)$  je ohraničená zhora ), takže v tomto prípade počet hodín na pozorovanie sa zvýši so zložitou pozorovania. Na druhej strane, ak  $\mu$  smeruje k nekonečnu,  $p^*$  smeruje k nule a prvý výraz je zanedbateľný. Ak je pozorovanie dostatočne nákladné, vôbec sa to neoplatí.

Tým sme dokázali, že počet hodín na pozorovanie je nemonotónna funkcia  $\mu$ . Následne dostaneme, že okrem toho tu bude aj nemonotónny vzťah medzi mzdou a počtom hodín na pozorovanie. Veľmi nízke a veľmi vysoké mzdy môžu byť spojené s malým počtom hodín na pozorovanie. Najvyššie mzdy by mali byť poskytnuté, keď je pozorovanie také presné, že nám stačí aj niekoľko hodín na pozorovanie; najnižšie mzdy by mali byť poskytnuté, keď je pozorovanie také nákladné, že z toho dôvodu majiteľ musí znížiť pozorovanie. Veľkým rozdielom medzi nimi je, že kým v prvom prípade pracovníci sú nútení pracovať tvrdo, v druhom sa nemusia veľmi snažiť.

Keď berieme prácu v primárnom sektore ako prácu s vysokou mzdou, podľa uvedenej teórie je pozorovanie ľahšie v primárnom sektore, ako v sekundárnom. Naopak, „technický“ predpoklad, že sú tu len dve úrovne úsilia viedol Bulowa a Summersa k opačnej prognóze. Hlavný príklad práce v primárnom sektore podľa nich je H. Fordov päť dolárový deň ( mzdová politika Ford Motor Company v r.1914 ), ktorá reprezentuje skoro dvojnásobnú mzdu, akú by podobní pracovníci mohli očakávať inde. Produktivita zvýšená o päťdesiat percent je vlastnosť, ktorá sa zhoduje s opísaným modelom. Kľúčová otázka je: Mala vplyv zmena v mzdovej politike na zmenu v pozorovacích technológiách, a aký? Všeobecný názor je, že mechanizácia výroby a štandardizácia úloh všeobecne zjednodušila bránenie vyhýbaniu sa práci. Z našej teórie, zvýšenie mzdy môže viesť k uľahčeniu pozorovania.

Z hore uvedených výskumov vyplýva, že by sme nemali byť prekvapení tým, že skoršie štúdie neboli schopné nájsť silný vzťah medzi počtom hodín na pozorovanie a úrovňou mzdy. V terminológii nášho modelu väčšina empirických prác sa skladá z regresie úrovni mzdy  $w$  alebo zo mzdovej prémie  $w - w_0$  na náklady na pozorovanie  $\mu M(p)$ . Analýza Allgulina a Ellingsena naznačí, že budú ( aspoň ) dve hodnoty  $w$  pre každú hodnotu  $\mu M(p)$ . Napriek tomu, nemožno odhadnúť žiadny funkcionálny vzťah s  $w$  ako závislú premennú. Na druhej strane model všeobecne neodmietne možnosť odhadnutia  $\mu M(p)$  ako funkcie  $w - w_0$ . Prirodzený smer pre budúci výskum je radšej znovu preskúmať



existujúce dáta s výdavkami pozorovania než úroveň mzdy ako závislej premennej, a pripustiť nejaké nelineárne vzťahy predvídané teóriou.

#### **4.2. Minimum pozorovacích obmedzení**

V niektorých profesiách pracovníci nemôžu voľne rozhodovať o miere dozory–pracovníci. Napríklad Krueger a Groshen dokazujú, že regulácia pracovných podmienok pôsobí v prípade zdravotných sestier v USA, že je miera dozory–pracovníci veľmi exogénna. Títo autori nám ukážu aj záporný empirický vzťah medzi pozorovaním a platieb pre zdravotné sestry. Ak je úsilie voľne flexibilné, protirečí to týmto modelom.

**Predpoklad 2:** Predpokladajme, že úroveň pozorovania  $p$  je podriadená záväzným pravidlám. V tom prípade optimálna mzda  $w$  je rastúcou funkciou  $p$  vtedy a len vtedy, ak  $U_{pw}(p, w^*) > 0$ .

Ako sme už hore argumentovali,  $U_{pw}$  je naozaj kladná pri správnych špecifikáciach. Ak je pozorovanie naozaj veľmi exogénne, ako tvrdia autori, dáta použité Kruegerom a Groshenom sú imúnne voči hore uvedenej kritike, lebo tam bude monotónny vzťah medzi regulovaným a aktuálnym pozorovaním  $p$ . Teda, ich empirické zisťovanie zamietne súčasný model.

#### **4.3. Priama miera pozorovania**

Ďalší článok, ktorý spoľahlivo identifikuje kvalitu pozorovania a nie len jeho výdavky, je Kruegerova štúdia odvetvia rýchleho občerstvenia. Krueger porovnáva úroveň platieb licenčného obchodu s obchodom, ktorý vlastní firma. Podľa neho platby sú nižšie v prvom prípade, lebo by tam malo byť viac pozorovania. Z rovnice (28) vyplýva, že

tento dôsledok nie je pravdivý, ak berieme do úvahy aj vážený efekt. Teda, Kruegerove výsledky protirečia modelom vyhýbania sa práci.

## **5. Zhrnutie**

Ukázali sme, že veľmi prirodzené zovšeobecnenie bežného modelu vyhýbania sa práci celkom zvráti predchádzajúce intuície. Je to spôsobené existenciou váženého efektu, ktorý vyváži substitučný efekt, na ktorý sa predchádzajúca práca sústredila. Pritom, väčšine empirickej literatúry sa nepodarí poriadne sa venovať implikáciám modelu. Jediné dve štúdiá, ktoré reprezentujú platné kritériá modelu bez kontrolovania váženého efektu, a to Groshen a Krueger (1990) a Krueger (1991), odmietnu jeho predikcie. Ako sa to dá vysvetliť?

Prvá možnosť je, že úrovne úsilia sú regulované; existuje maximálne úsilie, ktoré zamestnávateľ môže požadovať a akýkoľvek pokus na prekročenie tejto úrovne je zakázaný. Myslíme si, že to vysvetlenie je nepresvedčivé aj pre zdravotné sestry, aj pre personál rýchleho občerstvenia. Teda, rešpektovaním štúdií Groshena a Kruegera (1990) a Kruegera (1991) sa sústredíme na to, že vážené efekty sú potencionálne prezentované a tieto štúdie pravdepodobne odmietajú účinnú mzdovú hypotézu – aspoň v aktuálnej forme.

Ďalšia možnosť, Edgeworthova komplementarita pozorovania a platieb v súčasnom modeli, je spôsobená niekoľkými zjednodušujúcimi predpokladmi, ktoré sme spravili. Reálnejšia technológia pozorovania alebo viacperiódový rozsah modelu môže viesť k inému výsledku. Tento rozsah čaká na ďalšie vyšetrenie.

Zrejmy empirický neúspech účinnej mzdovej teórie na vysvetlenie vzťahu pozorovanie–platby vedie k otázke, či nie sú iné teórie úspešnejšie. Je prekvapujúce, že existuje veľmi málo alternatívnych teórií. Holmström a Milgrom (1994) ukážu, že pozorovanie a platby–výkonnosťná senzitivita sú komplementárne v ich lineárnom pohnútkovom modeli. Nájdeme to aj v práci Milgroma a Roberta (1992), ale oni sa nezaoberali s kovarianciou medzi pozorovaním a priemernými platbami, ktorá je

ústrednou otázkou v empirickej literatúre. Alternatívna teória sledovania záporného vzťahu medzi pozorovaním a priemernými platbami, ktorá je opísaná formálne Groshenom a Kruegerom (1990) je, že návrat k pozorovaniu je vyšší, ak pracovníci majú skromné vedomosti. Ak je táto teória korektná, záporný vzťah môže zanikať pri lepšej kontrole ich vedomostí.

## Záver

Použitím dostupnej literatúry sme sa pokúsili poskytnúť všeobecný prehľad o probléme „pána a správcu“. Podrobnejšie sme sa zaoberali problematikou, ako navrhnuť optimálnu výplatnú (pohnútkovú) schému agentom, aby nepodľahli morálnemu riziku, a to v prípadoch, keď agentovo vynaložené úsilie je pozorovateľné (základný model) a keď majiteľ nemá možnosť pozorovať jeho vynaložené úsilie. Druhý menovaný prípad sme študovali pre dva rôzne prípady: pre rizikovo averzného a pre rizikovo neutrálneho agenta, pričom vo všeobecnosti nastáva prípad rizikovo averzného agenta. Výsledky spomenutých prípadov sú popísané na konci jednotlivých častí.

V druhej kapitole sme študovali prípad, keď majiteľ berie do úvahy okrem pozorovaného úsilia aj platby. Bolo sa treba rozhodnúť, či je lepšie pozorovať agentovo vynaložené úsilie, alebo platiť vyššie mzdy za vykonanie práce. Tu sa však ukázalo, ako hlavný výsledok, že pri slabých predpokladoch sú pozorovania úsilia a platby komplementárne nástroje.

## Prílohy:

### Príklad „opatrovatel'ka“:

Rodina X si najala k deťom opatrovatel'ku, aby mohla pani X chodiť do práce. Lenže pani X je starostlivá žena a má pochybnosti, či sa opatrovatel'ka stará o jej deti dobre. Preto si každú druhú hodinu odbehne z práce, aby ju skontrolovala. Všetko je síce v poriadku, ale pani X je úzkostlivo starostlivou matkou a jej pochybnosti trvajú. Začne preto odbiehať z práce za účelom kontroly každú hodinu. Začne mať v zamestnaní problémy, pretože nestíha prácu a jej neustále odbiehanie vzbudzuje nedôveru jej šéfov.

Pán X hovorí svojej žene: „Prečo si si najala opatrovatel'ku k deťom, keď jej neveríš a chceš ju neustále kontrolovať? Ved' tým strácaš výhody, ktoré si chcela získať – zbavenie sa starostí a získanie času na vlastnú prácu.“ Dohovára jej márne. Pani X je presvedčená, že je jej povinnosťou, aby opatrovatel'ku dobre kontrolovala. Nakoniec príde o zamestnanie, dá výpoveď opatrovatel'ke a stará sa sama o deti.

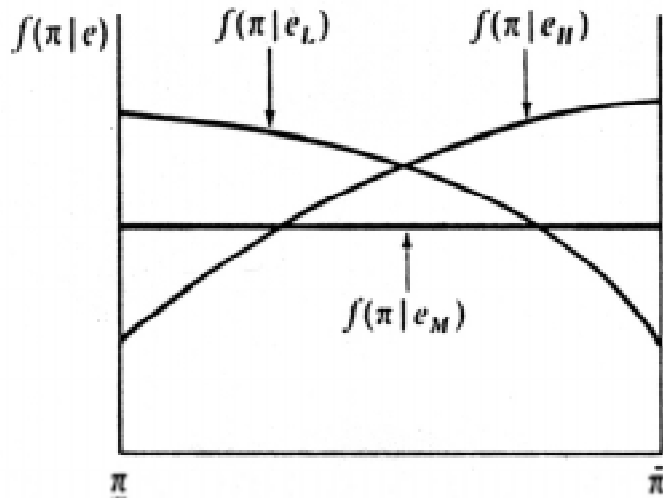
### Appendix 1(3 úrovne úsilia):

V tomto dodatku sa zaoberáme prípadom, keď je výber úroveň úsilia oproti špecifikácii  $e \in \{ e_L, e_H \}$  ( je to opísaná v kapitole 1 ) viac komplexnejší. Zavedieme všeobecnejšiu špecifikáciu, v ktorej E bude prípustná množina možných úrovní úsilia.

Podobne, ako aj v kapitole 1, môžeme rozdeliť majiteľov problém na niekoľko častí:

- a.) Ktoré sú tie úrovne úsilia, ktoré je možné vyžadovať?
- b.) Aká je optimálna zmluva pre jednotlivé úrovne úsilia  $e \in E$ ?
- c.) Ktorá úroveň úsilia  $e \in E$  je optimálna?

Pri všeobecnej špecifikácii sú tieto 3 časti komplikovanejšie, ako boli pri  $e \in \{e_L, e_H\}$  v kapitole 1. Napríklad pri dvoch možných úrovniach úsilia problém a.) bol triviálny:  $e_L$  môže byť vyžadované zmluvou s fixnou mzdou; a  $e_H$  môže byť vždy vyžadované poskytovaním pohnútok. To však neplatí v prípade, keď máme možnosť vyberať z viacerých úsilií, ako napríklad pri špecifikácii  $E = \{e_L, e_M, e_H\}$ . Funkcia hustoty je v takom prípade znázornená na obrázku A.



**Obrázok A:** Funkcia hustoty pre  $E = \{e_L, e_M, e_H\}$ : úsilie  $e_M$  nemôže byť vyžadované

Ako je to naznačené obrázkom, nie je možné navrhnúť pohnútky pre voľbu  $e_M$ , lebo pre každú  $w(\pi)$  bude agent preferovať radšej  $e_L$  alebo  $e_H$ , ako  $e_M$ .

Časť b.) sa tiež stane komplikovanejšou. Optimálna zmluva pri vyžadovaní úsilia  $e$  rieši

$$\text{Min}_{w(\pi)} \int w(\pi) f(\pi | e) d\pi \quad (\text{A1})$$

**aby platilo:**

$$(i) \int v(w(\pi)) f(\pi | e) d\pi - g(e) \geq \bar{u}$$

$$(ii) e \text{ rieši } \text{Max}_{e' \in E} \int v(w(\pi)) f(\pi | e') d\pi - g(e').$$

Ak máme  $K$  možností v množine  $E$ , pohnútkové obmedzenie v (A1) [obmedzenie (ii)] sa skladá z  $(K-1)$  ohraničení, ktoré musia byť splnené. V tom prípade, zmenou premenných, v ktorých maximalizujeme cez úroveň užitočnosti aby agent dostal

podmienky na  $\pi$  (povedzme  $\bar{v}(\pi)$ ), máme problém s  $K$  lineárnymi ohraničeniami a konvexnú účelovú funkciu.

Ak je  $E$  spojitá množina (teda ak  $E = [0, \bar{e}] \subset \nabla$ ), máme neohraničené pohnútkové obmedzenie. V takom prípade sa niekedy používa „finta“ na zjednodušenie problému (A1), že nahradíme ohraničenie (ii) podmienkou prvého rádu. Napríklad ak  $e$  je jednorozmerná miera úsilia, agentova podmienka prvého rádu bude

$$\int v(w(\pi)) f_e(\pi | e) d\pi - g'(e) = 0, \quad (\text{A2})$$

kde  $f_e(\pi | e) = \partial f(\pi | e) / \partial e$ . Ak nahradíme ohraničenie (ii) vzťahom (A2) a vyriešime problém, môžeme odvodiť podmienku pre  $w(\pi)$ , ktorá je paralelná podmienke (10) v kapitole 1:

$$(v'(w(\pi)))^{-1} = \gamma + \mu [f_e(\pi | e) / f(\pi | e)]. \quad (\text{A3})$$

Podmienka, že sa miera  $[f_e(\pi | e) / f(\pi | e)]$  rastie v  $\pi$  je diferenčná verzia vlastnosti monotónneho pomeru pravdepodobností.

Všeobecne, riešenie problému pri substitúcii nemusí byť riešením aktuálneho problému (A1). Dôvod je v tom, že agent môže splniť podmienku prvého rádu (A2) aj vtedy, ak úroveň úsilia  $e$  nie je optimálna. Poprvé, je lepšie, ak úroveň úsilia je minimálna, ako maximálna; chceme aj to, aby agent splnil aspoň lokálnu podmienku druhého rádu. Ale len to nám nestačí. Všeobecne potrebujeme istotu, že agentova účelová funkcia je konkávna v  $e$ . Zaznamenajme, že to nie je jednoduchá záležitosť, lebo konkávnosť jeho účelovej funkcie v  $e$  bude závisieť od tvaru hustoty  $f(\pi | e)$  a od tvaru pohnútkového kontraktu  $w(\pi)$ , ktorý je poskytnutý. Známe predpoklady, ktoré zabezpečia splnenie tejto podmienky, sú skutočne obmedzujúce. Details sú popísané u Grossmana a Harta (1983) a u Rogersona (1985).

Nakoniec, aby sme vysvetlili časť c.) potrebujeme zrátať optimálny kontrakt z časti b.) pre každé úsilie, ktorú sme dostali podľa a.) ako možnú úroveň na vyžadovanie, a porovnávať ich zisky pre majiteľa. Pri viac, ako dvoch možných úrovni úsilia, dve funkcie špecifikácie  $e \in \langle e_L, e_H \rangle$  nestačia na zovšeobecnenie. Poprvé,

nepozorovateľnosť môže viesť k zmene agentovho vynaloženého úsilia na vyššiu. Podruhé, pri optimálnej zmluve pri nepozorovateľnosti môžeme dostať aj voľbu neúčinných úrovní úsilia, aj neefektívnosť vyplývajúcu z agentovho znášania rizika.

## Appendix 2:

Predpokladajme, že úsilie je obmedzené tak, aby mohlo mať len dve možné úrovne:  $e = 0$  alebo  $e = \bar{e}$ . Za predpokladu, že majiteľ vyžaduje  $\bar{e}$ , jeho maximalizačný problém bude

$$\text{Max}_{p,w} \beta B(\bar{e}) - w - \mu M(p)$$

vzhľadom na pohnútkové obmedzenie

$$p(w - w_0) = \gamma C(\bar{e}).$$

Použitím obmedzenia, dosadenie za  $w$  nám redukuje maximalizačný problém na

$$\text{Max}_p \beta B(\bar{e}) - w_0 - [\gamma C(\bar{e}) / p] - \mu M(p).$$

Predpokladaním vnútorného riešenia, podmienka prvého rádu bude

$$[\gamma C(\bar{e}) / p^2] - \mu M'(p) = 0, \quad (\text{B1})$$

ktorá môže byť prepísaná z hľadiska  $w$  ako

$$[(w - w_0) / \gamma C(\bar{e})] - \mu M'[\gamma C(\bar{e}) / (w - w_0)] = 0. \quad (\text{B2})$$

Úplnou deriváciou (B1) a (B2) dostaneme formuly

$$C(\bar{e}) d\gamma - p^2 M'(p) d\mu - \mu p [2M'(p) + pM''(p)] dp = 0 \quad (\text{B3})$$

$$\mu C(\bar{e}) M' X + X^2 M'' X d\gamma + \gamma C(\bar{e}) M' X d\mu - 2(w - w_0) + \mu X^2 M'' X dw = 0, \quad (\text{B4})$$

$$\text{kde } X = \gamma C(\bar{e}) / (w - w_0).$$

Použitím (B3) sa ľahko presvedčíme, že efekt zmeny v  $\mu$  na presnosť pozorovania  $p$  je

$$dp / d\mu |_{e=e^-} = - ( pM'(p) ) / ( \mu [ 2M'(p) + pM''(p) ] )$$

a použitím (B4) analogicky dostaneme efekt na mzdu  $w$

$$dw / d\mu |_{e=e^-} = - [ ( w-w_0 ) M'(p) ] / [ \mu ( 2M'(p) + pM''(p) ) ] = [ ( w-w_0 ) / p ] ( dp / d\mu ).$$

Kvôli tomu je tento efekt vždy substitučným efektom. Podľa predpokladu, že menovateľ je kladný v týchto výrazoch, znamená to, že zníženie v  $\mu$  prinúti majiteľa, aby nahradil mzdu pozorovaním.

Z tých istých vzťahov (B3) a (B4) máme, že efekt zmeny parametra  $\gamma$  na  $p$  a  $w$  je

$$dp / d\gamma |_{e=e^-} = C( \bar{e} ) / [ \mu p ( 2M'(p) + pM''(p) ) ]$$

a

$$dw / d\gamma |_{e=e^-} = \mu [ M'(p) + pM''(p) ] ( dp / d\gamma ).$$

Teda pri stanovení, že  $- p M''(p) / M'(p) < 1$ , efekt je doplnkový. Konečne si všimnime, že tu nie je žiadny efekt zmeny v parametri  $\beta$  na rovnovážne hodnoty  $p$  aj  $w$ , pretože  $\beta$  sa neobjaví ani v (B1), ani v (B2).



## **Zoznam literatúry**

- [1.] W. D. Nordhaus, P.A. Samuelson – Ekonomía 2  
McGraw-Hill ('89)
- [2.] R. Holman – Ekonomie  
Nakladatelství C.H.Beck ('99)
- [3.] A. Mas-Colell, M.D. Whinston, J.R. Green – Microeconomic Theory  
Oxford University Press ('95)
- [4.] S.J. Grossman, O.D. Hart – An Analysis of the Principal - Agent Problem  
Econometrica ( 51 / 1 ) ('83)
- [5.] M. Allgulin, T. Ellingsen – Monitoring and Pay  
Working Paper Series in Economics and Finance No. 245 ('98)
- [6.] R. Strausz – Delegation of Monitoring in a Principal – Agent Relationship  
Free University of Berlin ('95)
- [7.] B. Holmström, P. Milgrom – Multitask Principal – Agent Analyses: Incentive  
Contracts, Asset Ownership, and Job Design  
Oxford University ('91)
- [8.] Ch. Wang – Dynamic Costly State Verification  
Carnegie Mellon University, Pittsburgh ('96)
- [9.] Huoranszki – Döntélmélet és erkölcsi normák  
Szociológiai szemle ('99 / 1)