FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY
UNIVERZITY KOMENSKÉHO
V BRATISLAVE

DIPLOMOVÁ PRÁCA

BRATISLAVA 2002 JOZEF KNAP

FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY
UNIVERZITY KOMENSKÉHO
V BRATISLAVE

Katedra Ekonomických a Finančných Modelov

Analýza eko – efektívnosti národného hospodárstva pomocou DEA a rozklad malmquistovho indexu

Diplomová práca

Diplomant: Jozef Knap
Vedúci diplomovej práce: Univ. Prof. Dipl.- Ing. Dr. Mikuláš Ľuptáčik

Bratislava 2002

Prehlasujem, že som pri vypracovaní tejto práce postu - poval samostatne len na základe vedomostí získaných štúdiom a uvádzam všetky literárne pramene, ktoré som použil.

Jozef Knap

Ďakujem vedúcemu svojej diplomovej práce p. Univ. Prof. Dipl.- Ing. Dr. Mikulášovi Ľuptáčikovi, za cenné rady, praktické pripomienky, trpezlivosť a poskytnutú literatúru.

Obsah

Úvod.....8
1. Základné modely.....9
1. 1 CCR model.....10
1. 2 BBC model.....14
1. 3 Aditívny model.....16
1. 4 Príklad.....17
2. Eko – efektívnosť.....20
2. 1 Technická a ekologická efektívnosť.....20
2. 2 Alternatívne modely.....21
3. Eko – efektívnosť v praxi.....25
3. 1 Úvod.....25
3. 2 Eko – efektívnosť 1980-85.....26
3. 3 Eko – efektívnosť 1990.....29
3. 4 Eko – efektívnosť 1995.....31
3. 5 Zhrnutie.....34
4. Malmquistov Index.....36
4. 1 Funkcia vzdialenosti.....36
4. 2 Malmquistov index a jeho rozklad.....38
4. 3 Počítanie indexu pomocou DEA.....40
5. Použitie Malmquistovho Indexu..... 42
5. 1 1990 – 1995.....42
5. 2 1980 – 1995.....44
Záver.....47
Literatúra.....48
Príloha.....49

Zoznam tabuliek a grafov

Tabuľky

Tab. č. 1: modelový príklad, oddelenia nemocnice.....9
Tab. č. 2: CCR – model, primárne a duálne premenné.....12
Tab. č. 3: BCC – model, primárne a duálne premenné.....15
Tab. č. 4: oddelenia nemocnice, CCR – efektívnosť.....17
Tab. č. 5: oddelenia nemocnice, BCC – efektívnosť.....17
Tab. č. 6: oddelenia nemocnice, nedostatky na vstupoch a výstupoch.....18
Tab. č. 7: oddelenia nemocnice, optimálna projekcia BCC – model.....19
Tab. č. 8: oddelenia nemocnice, optimálna projekcia CCR – model.....19
Tab. č. 9: eko – efektívnosť v roku 1980.....26
Tab. č. 10: prebytky a nedostatky v roku 1980.....27
Tab. č. 11: eko – efektívnosť v roku 1985.....28
Tab. č. 12: prebytky a nedostatky v roku 1985.....28
Tab. č. 13: eko – efektívnosť v roku 1990.....29
Tab. č. 14: prebytky a nedostatky v roku 1990.....30
Tab. č. 15: eko – efektívnosť v roku 1995.....33
Tab. č. 16: prebytky a nedostatky v roku 1995.....33
Tab. č. 17: sumár eko – efektívnosti 1980 – 95.....34
Tab. č. 18: malmquistov index 1990 – 95.....43
Tab. č. 19: malmquistov index 1980 – 95.....45

Grafy

graf č. 1: modelový príklad, oddelenia nemocníc.....9
graf č. 2: ekologická a technická efektívnosť v roku 1980.....27
graf č. 3: ekologická a technická efektívnosť v roku 1990.....31
graf č. 4: ekologická a technická efektívnosť v roku 1995.....32
graf č. 5: funkcia vzdialenosti.....37

graf č. 6: ekologická a technická zmena 1990 – 95.....44
graf č. 7: ekologická a technická zmena 1980 – 95.....46

Príloha

Tab. č. 1: dáta v roku 1980.....49
Tab. č. 2: dáta v roku 1985.....49
Tab. č. 3: dáta v roku 1990.....50
Tab. č. 4: dáta v roku 1995.....50
Tab. č. 5: prebytky a nedostatky, model B v roku 1980.....51
Tab. č. 6: prebytky a nedostatky, ekologická efektívnosť v roku 1980.....51
Tab. č. 7: prebytky a nedostatky, technická efektívnosť v roku 1980.....52
Tab. č. 8: prebytky a nedostatky, model B v roku 1985.....52
Tab. č. 9: prebytky a nedostatky, ekologická efektívnosť v roku 1985.....53
Tab. č. 10: prebytky a nedostatky, technická efektívnosť v roku 1985.....53
Tab. č. 11: prebytky a nedostatky, model B v roku 1990.....54
Tab. č. 12: prebytky a nedostatky, ekologická efektívnosť v roku 1990.....54
Tab. č. 13: prebytky a nedostatky, technická efektívnosť v roku 1990.....55
Tab. č. 14: prebytky a nedostatky, model B v roku 1995.....55
Tab. č. 15: prebytky a nedostatky, ekologická efektívnosť v roku 1995.....56
Tab. č. 16: prebytky a nedostatky, technická efektívnosť v roku 1995.....56

Úvod

V posledných dvoch desaťročiach sa čoraz viac pozornosti venuje životnému prostrediu. Spoločnosť si už našťastie uvedomuje, že pri rozhodovacích procesoch treba brať do úvahy aj životné prostredie. Práve preto sa čoraz viac hovorí o udržateľnosti rozvoja. Keď sa zameriame iba na rast HDP, môže to mať škodlivý dopad na environmentálne prostredie. Musíme si uvedomiť, že každá továreň nevyrába iba svoje výrobky. Pri tom tiež produkuje množstvo odpadov a emisií. Niektoré odvetvia hospodárstva sú na túto oblasť zvlášť citlivé. Napríklad chemický alebo energetický priemysel, spracovatelia ropy atď. Táto zmena si vyžaduje aj nové metódy pri určovaní efektívnosti. Nestačí len efektívnosť, v popredí záujmu ekonómov je eko – efektívnosť. Zostrojujú sa modely, ktoré zahrňujú aj neželateľné statky.

No hneď je tu problém. Ako máme počítať so statkami, ktoré nemajú svoje trhové ohodnotenie? Dá sa vôbec zostrojiť takýto model, keď nepoznáme ceny? Tu sa našlo uplatnenie pre Analýzu obálky dát – Data Envelopment Analysis, aplikáciu lineárneho programovania. Jedným z nich je výhoda tejto metódy v invariantnosti jednotiek. Je bezpredmetné, či sú jednotlivé indikátory merané v metroch, tonách, korunách alebo dolároch. Dôležité je, aby daný indikátor (GDP, zamestnanosť, emisie ...) bol meraný pre všetky rozhodovacie jednotky rovnako.

Najprv sa zameriam na statickú analýzu v jednotlivých rokoch, s využitím alternatívnych modelov, kapitola 2. Neskôr urobíme dynamickú analýzu pomocou malmquistovho indexu a jeho rozkladu, kapitola 4.

1. Základné modely

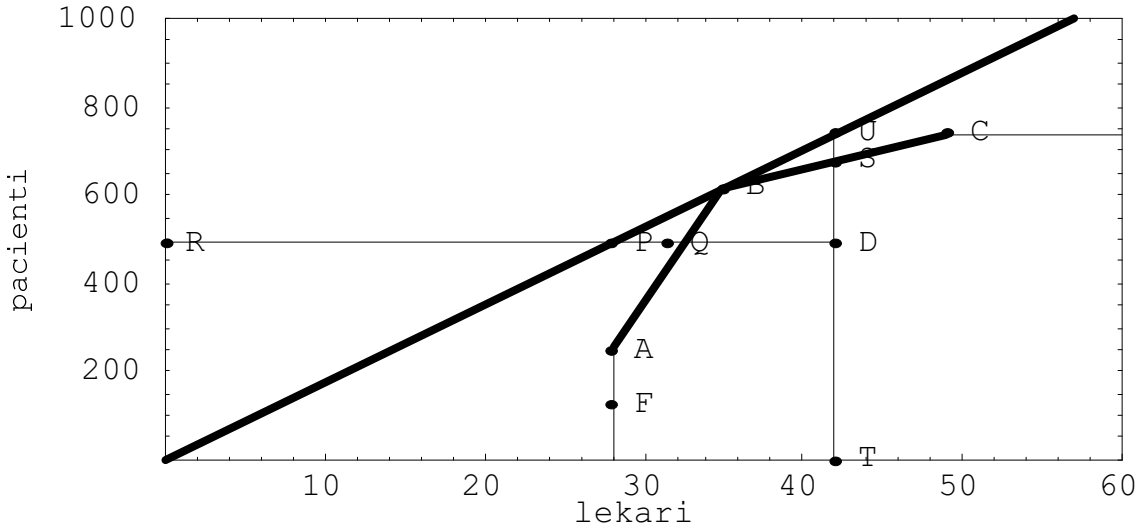
V tejto kapitole stručne odvodíme DEA modely. Na začiatok ako motiváciu uvediem jednoduchý prípad s jedným vstupom a jedným výstupom.

Nemocnica	Lekári	Pacienti
oddelenieA	28	246
oddelenieB	35	615
oddelenieC	49	738
oddelenieD	42	492
oddelenieF	28	123

tab. č. 1

V nemocnici sa rozhodli, že budú analyzovať efektívnosť jednotlivých nemocničných oddelení. Vstup je počet lekárov na oddeleniach a výstup je počet ošetrených pacientov (tabuľka č. 1). Dáta sú iba fiktívne. Túto úlohu budeme riešiť pre model CCR a pre model BBC.

Na grafe č. 1 sú znázornené oba modely. Rovná čiara určuje hranicu CCR-efektívnosti pre oddelenia. CCR- efektívne je iba oddelenie B. Hlavný rozdiel medzi modelmi je v konštantných výnosoch z rozsahu. Lomená čiara určuje hranicu efektívnosti pre model BBC.



graf č. 1.

Na grafe je zrejmé, že ak je rozhodovacia jednotka (RJ) CCR – efektívna, tak je aj BBC – efektívna. Naopak to neplatí. Dôkaz tohto tvrdenia je v [1]. Napríklad oddelenie

D pri vstupne orientovanom CCR- modeli dosahuje efektivitu RP/RD = 28/42 = 0,667, pri vstupne orientovanom BCC- modeli: RQ/RD = 32,67/42 = 0,778. Pri výstupne orientovaných modeloch je z grafu vidieť, že situácia je rovnaká. Je ešte nutné poznamenať, že napríklad pre oddelenie D môže dosiahnuť CCR- efektívnosť všade medzi bodmi P a U. Podrobnejšie tento príklad rozoberieme v časti 1. 4.

1. 1. CCR Model.

Pri odvodení predpokladáme, že máme n rozhodovacích jednotiek (v angličtine sa používa výraz „Decision Making Unit – DMU"), ktorých efektívnosť sa snažíme určiť. Každá jednotka má rovnaké typy vstupov a výstupov. Pre v stup – „inputs" máme definovanú maticu vstupov $X_{(m\ x\ n)}$, kde prvok x_{ij} je množstvo vstupu i, ktoré využíva rozhodovacia jednotka j. Podobne pre výstup – „outputs" definujeme maticu $Y_{(s\ x\ n)}$, kde prvok y_{ij} je množstvo výstupu i, ktoré produkuje rozhodovacia jednotka j. Ďalej definujeme vektory váh vstupov pre každú rozhodovaciu jednotku $(v_1, v_2, ..., v_m)$ a vektor váh výstupov $(u_1, u_2, ..., u_s)$. S takto zadefinovanými maticami a vektormi vstupov a výstupov sa môžeme pokúsiť odvodiť základný model.

Historicky prvým DEA modelom bol **CCR-model** (Charnes, Cooper a Rhodes (1978)). Model sa môže odvodiť nasledujúcou úvahou:

Definujeme virtuálny vstup : $v_1x_{10} + v_2x_{20} + ... + v_mx_{m0}$,

virtuálny výstup : $u_1y_{10} + u_2y_{20} + ... + u_sy_{s0}$.

Potom hľadáme optimálne váhy v_1, ... , v_m , u_1, ..., u_s

ako maximum $\dfrac{u_1y_{10} + u_2y_{20} + ... + u_sy_{s0}}{v_1x_{10} + v_2x_{20} + ... + v_mx_{m0}}$.

Optimálne váhy sa môžu líšiť pre jednotlivé rozhodovacie jednotky DMU. Dostaneme úlohu zlomového programovania :

(ZP_0) maximum $\theta = \dfrac{u_1y_{10} + u_2y_{20} + ... + u_sy_{s0}}{v_1x_{10} + v_2x_{20} + ... + v_mx_{m0}}$,

pri podmienkach : $\dfrac{u_1y_{1j} + u_2y_{2j} + ... + u_sy_{sj}}{v_1x_{1j} + v_2x_{2j} + ... + v_mx_{mj}} \le 1$, (j= 1, ..., n),

$$v_1, v_2, ...v_m \geq 0,$$

$$u_1, u_2, ..., u_s \geq 0.$$

Túto úlohu stále nevieme riešiť metódami lineárneho programovania, tak to ešte trochu upravíme. V maximalizovanej funkcii položíme menovateľ rovný jednej a túto rovnicu pridáme ku podmienkam, neskôr budeme maximalizovať iba čitateľa tohto výrazu. V pôvodných podmienkach je menovateľ v zlomkoch vždy kladný, takže tieto podmienky môžeme vynásobiť menovateľom. Takto odstránime zlomky a dostávame úlohu lineárneho programovania:

(LP_0) maximum $\theta = u_1 y_{10} + u_2 y_{20} + ... + u_s y_{s0}$,

pri podmienkach $v_1 x_{10} + v_2 x_{20} + ... + v_m x_{m0} = 1,$

$$u_1 y_{1j} + u_2 y_{2j} + ... + u_s y_{sj} \leq v_1 x_{1j} + v_2 x_{2j} + ... + v_m x_{mj}, \qquad (j= 1, ..., n),$$

$$v_1, v_2, ...v_m \geq 0,$$

$$u_1, u_2, ..., u_s \geq 0.$$

Definícia: Rozhodovacia Jednotka (DMU_o) je CCR- efektívna (plne efektívna) práve vtedy keď platí $\theta^* = 1$ a príslušné vektory v^* , u^* sú kladné. Inak je rozhodovacia jednotka CCR- neefektívna. Množina $E'_o = \{ j: \sum_{r=1}^{s} u_r^* y_{rj} = \sum_{i=1}^{m} v_i^* x_{ij} \}$ sa nazýva produkčné ohraničenie.

Treba ešte definovať množinu prípustných riešení **P**, ktorá spĺňa tieto štyri podmienky:

(1) Pozorovaná aktivita, činnosť ($\mathbf{x_j}$, $\mathbf{y_j}$) (j= 1, 2, ... , n) patrí do **P**.

(2) Ak nejaká aktivita (**x**, **y**) patrí do **P**, potom aj aktivita (t**x**, t**y**) patrí do **P** pre ľubovoľný kladný skalár t – konštantné výnosy z rozsahu.

(3) Pre ľubovoľnú aktivitu (**x**, **y**) v **P** a ľubovoľnú nezápornú aktivitu ($\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{y}}$) platí $\bar{\mathbf{x}} \geq \mathbf{x}$, $\bar{\mathbf{x}} \leq \mathbf{y}$, potom aj ($\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{y}}$) patrí do **P**.

(4) Každá nezáporná lineárna kombinácia aktivít z **P**, patrí do **P**.

$$\mathbf{P} = \{(\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{y}}); \mathbf{x} \geq X\boldsymbol{\lambda}, \mathbf{y} \leq Y\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{0}, \boldsymbol{\lambda} \in \mathbf{R^n}\}.$$

CCR- model (LP_0) max $\mathbf{uy_o}$

pri podmienkach $\mathbf{vx_o} = 1$,

$\mathbf{-v}X + \mathbf{u}Y \leq \mathbf{0}$,

$\mathbf{v} \geq \boldsymbol{\varepsilon}$, $\mathbf{u} \geq \boldsymbol{\varepsilon}$, $\boldsymbol{\varepsilon} > \mathbf{0}$.

Kde $\boldsymbol{\varepsilon}$ je konštanta väčšia ako nula, ekonomické zdôvodnenie: pri ľubovoľnom množstve produkcie musíme použiť každý vstup aspoň v minimálnom množstve. Ak je jeden zo vstupov rovný nule, tak aj celková produkcia je nulová.

Tento model je zapísaný vo vektorovom vyjadrení. Pre každú úlohu lineárneho programovania vieme skonštruovať duálnu úlohu s premennými $\boldsymbol{\lambda} = (\lambda_1,...,\lambda_n)^T$ a reálne číslo θ, nasledovne:

(DLP_0) min θ

pri podmienkach $\theta\mathbf{x_o} - X\boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{0}$,

$Y\boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{y_o}$,

$\boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{0}$.

Túto novú úlohu lineárneho programovania môžeme interpretovať aj ekonomicky: Pri konštantnej produkcii statkov **y**, sa snažíme minimalizovať vektor vstupov $\theta\mathbf{x_o}$ danej RJ a dvojica $(\theta\mathbf{x_o}, \mathbf{y})$ musí spĺňať produkčné ohraničenia.

Podmienka (LP_0)	Duálna premenná (DLP_0)	Podmienka (DLP_0)	Primárna premenná (LP_0)
$\mathbf{vx_o} = 1$	θ	$\theta\mathbf{x_o} - X\boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{0}$	$\mathbf{v} \geq \boldsymbol{\varepsilon}$
$\mathbf{-v}X + \mathbf{u}Y \leq \mathbf{0}$	$\boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{0}$	$Y\boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{y_o}$	$\mathbf{u} \geq \boldsymbol{\varepsilon}$

tab. č. 2

V tabuľke č. 2 je znázornený vzťah medzi duálnymi a primárnymi premennými. V duálnej úlohe sa minimalizuje θ, čiže zmenšuje sa vstup – proporcionálne, pri zachovaní výstupu **y** a zachovaní ohraničenia podmienok $(X\boldsymbol{\lambda}, Y\boldsymbol{\lambda})$ – produkčná množina, $(\theta\mathbf{x_o}, \mathbf{y_o})$.

Definujeme „prebytok na vstupe“ (input excesses) $\mathbf{s}^- \in \mathbf{R}^m : \mathbf{s}^- = \theta\mathbf{x_o} - X\boldsymbol{\lambda}$, a „deficit na výstupe“ (output shortfalls) $\mathbf{s}^+ \in \mathbf{R}^s : \mathbf{s}^+ = Y\boldsymbol{\lambda} - \mathbf{y_o}$, $\mathbf{s}^- \geq \mathbf{0}$, $\mathbf{s}^+ \geq \mathbf{0}$, pre ľubovoľné prípustné riešenie $(\theta, \boldsymbol{\lambda})$. S takto zadefinovanými premennými riešime nasledovné dve úlohy lineárneho programovania – dve fázy, ktoré nám poskytnú riešenie a optimálnu projekciu neefektívnej RJ.

V prvej fáze hľadáme minimum pre θ. Táto hodnota $\theta\mathbf{x_o}$ minimalizuje vektor vstupov danej RJ proporcionálne, radiálne. S touto vypočítanou hodnotou potom riešime ďalšiu úlohu – 2. fázu, v ktorej potom zisťujeme jednotlivé prebytky na vstupe alebo nedostatky na výstupe, ktoré nám potom umožňujú určiť optimálnu projekciu pre jednotlivé RJ. V našom príklade sú to tabuľky č. 5 a 6.

1. **fáza**: Rieši sa úloha (DLP_0), ktorá určí θ^* (toto je aj optimálne riešenie primárnej úlohy). Táto hodnota sa stane parametrom pre druhú úlohu lineárneho programovania.

2. **fáza**: $\max \ \omega = \mathbf{es}^- + \mathbf{es}^+$, kde $\mathbf{e} = (1, 1, \ldots, 1)$,

pri podmienkach $\mathbf{s}^- = \theta^*\mathbf{x_o} - X\boldsymbol{\lambda}$,

$\mathbf{s}^+ = Y\boldsymbol{\lambda} - \mathbf{y_o}$,

$\boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{0}$, $\mathbf{s}^- \geq \mathbf{0}$, $\mathbf{s}^+ \geq \mathbf{0}$,

2. fáza maximalizuje „prebytky na vstupe“ a „deficity na výstupe“ pri zachovaní danej efektívnosti. To vedie k nasledovnému definovaniu efektívnosti, ktorá sa aj nazýva CCR- efektívnosť.

Definícia: Ak niektoré prípustné riešenie $(\theta^*, \boldsymbol{\lambda}^*, \mathbf{s}^{-*}, \mathbf{s}^{+*})$ prvej a druhej fázy spĺňa podmienky (i) $\theta^* = 1$ a (ii) $\mathbf{s}^{-*} = \mathbf{0}$, $\mathbf{s}^{+*} = \mathbf{0}$, potom daná rozhodovacia jednotka DMU sa nazýva CCR- efektívna (strong efficiency). Inak je rozhodovacia jednotka CCR-neefektívna.

Prvá podmienka sa nazýva aj radiálna(lúčová) efektívnosť alebo technická („weak efficiency “). Rozhodovacia jednotka, ktorá spĺňa CCR- efektívnosť, vyhovuje aj Pareto – Koopmasovej definícii efektívnosti: RJ je plne efektívna práve vtedy a len vtedy ak už nie je možné zlepšiť niektorý zo vstupov alebo výstupov bez zhoršenia iného vstupu alebo výstupu.

Na základe týchto úvah sa už dá vylepšiť daná RJ nasledovnou projekciou, ktorá zaručuje plnú efektívnosť neefektívnej RJ, tzv. CCR- projekcia:

$$\hat{\mathbf{x}}_0 = \mathbf{x}_0 - \Delta\mathbf{x}_0 = \theta^* \mathbf{x}_0 - \mathbf{s}^{-*} \leq \mathbf{x}_0 ,$$

$$\hat{\mathbf{y}}_0 = \mathbf{y}_0 + \Delta\mathbf{y}_0 = \mathbf{y}_0 + \mathbf{s}^{+*} \geq \mathbf{y}_0 .$$

Takto definovaný CCR- model je orientovaný vstupne. Pri výstupne orientovanom modeli sa zase snažíme maximalizovať produkciu výstupov pri konštantnom množstve vstupov. Výstupne orientovaný model prevedieme transformáciou na vstupne orientovaný model:

$$\max \ \eta$$

Pri podmienkach $\mathbf{x}_0 - \mathbf{X}\boldsymbol{\mu} \geq \mathbf{0}$,

$$\eta \mathbf{y}_0 - \mathrm{Y}\boldsymbol{\mu} \leq \mathbf{0},$$

$$\boldsymbol{\mu} \geq \mathbf{0}.$$

Nech platí: $\boldsymbol{\lambda} = \boldsymbol{\mu}/\eta$, $\theta = 1/\eta$, takže úloha sa zmení nasledovne:

(DLP_0) $\min \ \theta$

pri podmienkach $\theta\mathbf{x}_o - \mathrm{X}\boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{0}$,

$$\mathrm{Y}\boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{y}_o,$$

$$\boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{0}.$$

CCR- model je budovaný na predpoklade konštantných výnosov z rozsahu. Týmto predpokladom sa rýchlo po uverejnení zaoberali ďalší a jedným z nich je model BCC, ktorý je sa dá považovať za reprezentatívny pre tento smer.

1.2. BCC- model.

BCC (Banker-Charnes-Cooper)- model je rozšírený CCR- model. Modifikácia spočíva v pridaní jednej podmienky v modeli (DLP_0): $\mathbf{e}\boldsymbol{\lambda} = 1$, kde $\mathbf{e}$ je jednotkový vektor. Teraz už neplatí podmienka o konštantných výnosoch z rozsahu, ale podmienka konvexnosti produkčnej množiny ostáva v platnosti. Vo všeobecnosti platí, že hodnota

BCC- efektívnosti je vždy aspoň taká istá ako CCR- efektívnosť (literatúra [1]). Vzťah medzi premennými primárnej a duálnej úlohy je v tabuľke č. 3.

$$
\begin{aligned}
&(DBCC_0) && \min \ \theta_B \\
&\text{pri podmienkach} && \theta_B \mathbf{x_o} - X\boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{0}, \\
& && Y\boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{y_o}, \\
& && \mathbf{e}\boldsymbol{\lambda} = 1, \\
& && \boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{0}.
\end{aligned}
$$

Duálna úloha s premennými $u_o \in R$, $\mathbf{u} \in \mathbf{R^s}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R^m}$:

$$
\begin{aligned}
&(BBC_0) && \max \ \mathbf{u y_o} - u_o \\
&\text{pri podmienkach} && \mathbf{v x_o} = 1, \\
& && \mathbf{-v}X + \mathbf{u}Y \ u_o\mathbf{e} \leq \mathbf{0}, \\
& && \mathbf{v} \geq \boldsymbol{\varepsilon}, \mathbf{u} \geq \boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\varepsilon} > \mathbf{0}, u_o\text{- voľné.}
\end{aligned}
$$

BBC- model sa rieši rovnako vo dvoch fázach ako model CCR.

Definícia: Rozhodovacia Jednotka s riešením (θ_B^*, $\boldsymbol{\lambda}^*$, $\mathbf{s}^{-*}$, $\mathbf{s}^{+*}$) je efektívna, ak spĺňa podmienky: (i) $\theta_B^* = 1$, (ii) $\mathbf{s}^{-*} = \mathbf{0}$, $\mathbf{s}^{+*} = \mathbf{0}$, inak je rozhodovacia jednotka neefektívna.

Formula pre zlepšenie RJ: $\hat{\mathbf{x}}_0 = \mathbf{x}_0 - \Delta\mathbf{x}_0 = \theta_B^* \mathbf{x}_0 - \mathbf{s}^{-*} \leq \mathbf{x}_0$,

$$\hat{\mathbf{y}}_0 = \mathbf{y}_0 + \Delta\mathbf{y}_0 = \mathbf{y}_0 + \mathbf{s}^{+*} \geq \mathbf{y}_0 .$$

Podmienka (LP_0)	Duálna premenná (DLP_0)	Podmienka (DLP_0)	Primárna premenná (LP_0)
$\mathbf{v x_o} = 1$	θ	$\theta_B \mathbf{x_o} - X\boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{0}$	$\mathbf{v} \geq \boldsymbol{\varepsilon}$
$\mathbf{-v}X + \mathbf{u}Y \ u_o\mathbf{e} \leq \mathbf{0}$	$\boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{0}$	$Y\boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{y_o}$	$\mathbf{u} \geq \boldsymbol{\varepsilon}$
		$\mathbf{e}\boldsymbol{\lambda} = 1$	u_o

tab. č. 3.

BBC model je odvodený z tejto úlohy zlomkového programovania:

$$(ZP_0) \qquad \text{maximum} \quad \theta_B = \frac{(u_1 y_{10} + u_2 y_{20} + ... + u_s y_{s0}) - u_0}{v_1 x_{10} + v_2 x_{20} + ... + v_m x_{m0}},$$

$$\text{pri podmienkach :} \quad \frac{(u_1 y_{1j} + u_2 y_{2j} + ... + u_s y_{sj}) - u_0}{v_1 x_{1j} + v_2 x_{2j} + ... + v_m x_{mj}} \leq 1 , \qquad (j= 1, ..., n),$$

$$v_1, v_2, ... v_m \geq 0 , \; u_1, u_2, ..., u_s \geq 0 , \; u_o \text{ voľné.}$$

Tento model je realistickejší pri modelovaní ekonomických procesov vďaka podmienke o nekonštantných výnosoch z rozsahu.

1. 3 Aditívny model

Pri modeloch definovaných doteraz sme sa museli rozhodnúť medzi vstupne orientovaným a výstupne orientovaným modelom. Aditívny model súčasne upravuje vstupy a výstupy. V porovnaní s predchádzajúcimi modelmi ale nemáme jedno číslo θ, takže pri tomto modeli je zložitejšie porovnávanie medzi jednotlivými RJ. Poznáme iba hodnoty vektorov prebytkov na vstupe a nedostatočnej produkcie pre jednotlivé RJ. Produkčná množina je definovaná rovnako ak pri BCC modeli. Tu bude prezentovaný základný aditívny model:

$$\max \; \mathbf{es}^- + \mathbf{es}^+ \quad \text{kde } \mathbf{e} = (1, 1, ... ,1),$$

$$\text{pri podmienkach} \quad X\boldsymbol{\lambda} + \mathbf{s}^- = \mathbf{x_o},$$

$$Y\boldsymbol{\lambda} - \mathbf{s}^+ = \mathbf{y_o},$$

$$\mathbf{e}\boldsymbol{\lambda} = 1 ,$$

$$\boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{0}, \; \mathbf{s}^- \geq \mathbf{0}, \; \mathbf{s}^+ \geq \mathbf{0}.$$

Duálna úloha má nasledujúci tvar:

$$\min \; \mathbf{vx_o} - \mathbf{uy_o} + u_o$$

$$\text{pri podmienkach} \quad \mathbf{v}X - \mathbf{u}Y + u_o\mathbf{e} \geq \mathbf{0},$$

$$\mathbf{v} \geq \mathbf{e}, \; \mathbf{u} \geq \mathbf{e}, \; u_o\text{- voľné.}$$

Definícia: Rozhodovacia Jednotka DMU je ADD- efektívna práve vtedy, keď platí $\mathbf{s}^{-*} = \mathbf{0}$ a $\mathbf{s}^{+*} = \mathbf{0}$.

ADD- projekcia: $\hat{\mathbf{x}}_0 = \mathbf{x}_0 - \mathbf{s}^{-*}$,

$\hat{\mathbf{y}}_0 = \mathbf{y}_0 + \mathbf{s}^{+*}$.

Veľkou výhodou ADD- modelu je translačná invariantnosť. Nevýhodou zase, že nedáva priamo výsledky efektívnosti a preto sa kombinuje s BCC- modelom. Stručne povedané, pri aditívnom modeli pre RJ hľadáme takú projekciu, kde je najväčšia vzdialenosť medzi RJ a produkčnej hranice, pri zachovaní podmienok ohraničenia.

Translačná invariantnosť je zrejmá priamo z formulácie modelu, pretože sa orientujeme na deficity medzi RJ a produkčnou hranicou. Pri CCR a BBC modeloch je to podiel medzi vzdialenosťou hranice od osi súradníc a vzdialenosťou RJ od tých istých súradníc. Pri vstupne orientovaných modeloch sú to súradnice vstupov, takže tieto modely sú invariantné na zmenu súradníc výstupov. Podobne je to pri výstupne orientovaných modeloch. Dôkazy týchto tvrdení sú v literatúre [1].

1. 4 Príklad

V tejto časti sú prezentované podrobné výsledky z príkladu na začiatku tejto kapitoly. Oba modely som volil vstupne orientované.

V tabuľkách č. 4 a 5 sú výsledky z prvej fázy riešenia. Toto je slabá („weak“) efektívnosť, lebo ešte nevieme, či sú nedostatky na výstupoch pre jednotlivé oddelenia. Vstupne orientované modely môžu mať iba nedostatky na výstupoch. Pri CCR- modeli je efektívne iba oddelenie B, ostatné oddelenia sú neefektívne.

Model CCR		
Oddelenie	Skóre	poradie
Oddelenie A	0,5	4
Oddelenie B	1	1
Oddelenie C	0,857143	2
Oddelenie D	0,666667	3
Oddelenie F	0,25	5

tab. č. 4

Model BCC		
Oddelenie	Skóre	poradie
oddelenie A	1	1
oddelenie B	1	1
oddelenie C	1	1
oddelenie D	0,777778	5
oddelenie F	1	1

tab. č. 5

Zaujímavé je oddelenie F. Pri vstupne orientovanom BCC- modeli dosahuje efektívnosť rovnú 1. Táto efektívnosť sa nazýva slabá efektívnosť, lebo nie je splnená podmienka (ii) definície efektívnosti.

V tabuľke č. 6 sú výsledky druhej fázy riešenia. Druhá fáza je práve na to, aby odhaľovala tieto nedokonalosti. Rozhodovacia jednotka F má „deficit na výstupe“.

oddelenie	CCR Model		BCC Model	
	prebytky na vstupoch	nedostatky na výstupoch	prebytky na vstupoch	nedostatky na výstupoch
oddelenie A	0	0	0	0
oddelenie B	0	0	0	0
oddelenie C	0	0	0	0
oddelenie D	0	0	0	0
oddelenie F	0	0	0	123

tab. č. 6

Toto oddelenie nespĺňa Paretovu definíciu optimality. V porovnaní s A majú obe oddelenia rovnaké množstvo lekárov, ale oddelenie A ošetrí dvojnásobok pacientov. Pri CCR- modeli dosahuje oddelenie F skóre iba 0,25.

V tabuľkách č. 7 a 8 sú zhrnuté výsledky pre jednotlivé modely aj s optimálnou projekciou.

Toto bol modelový príklad, ktorý mal iba ozrejmiť základné pojmy a rozdiely hraníc efektívnosti pri rôznych modeloch. V ďalšej časti sa budeme venovať rozšíreniu modelu na eko - efektívnosť a budem prezentovať aj konkrétne výsledky pre vybrané krajiny OECD.

BCC model				
oddelenie I/O	Skóre Dáta	Projekcia	Rozdiel	%
oddelenieA	1			
Lekári	28	28	0	0
Pacienti	246	246	0	0
oddelenieB	1			
Lekári	35	35	0	0
Pacienti	615	615	0	0
oddelenieC	1			
Lekári	49	49	0	0
Pacienti	738	738	0	0
oddelenieD	0,7778			
Lekári	42	32,667	-9,33	-22,2
Pacienti	492	492	0	0
oddelenieF	1			
Lekári	28	28	0	0
Pacienti	123	246	123	100

tab. č. 7

CCR Model				
oddelenie I/O	Skóre Dáta	Projekcia	Rozdiel	%
oddelenieA	0,5			
Lekári	28	14	-14	-50
Pacienti	246	246	0	0
oddelenieB	1			
Lekári	35	35	0	0
Pacienti	615	615	0	0
oddelenieC	0,8571			
Lekári	49	42	-7	-14,3
Pacienti	738	738	0	0
oddelenieD	0,6667			
Lekári	42	28	-14	-33,3
Pacienti	492	492	0	0
oddelenieF	0,25			
Lekári	28	7	-21	-75
Pacienti	123	123	0	0

tab. č. 8

2. Eko - efektívnosť

Ako už bolo načrtnuté v úvode v súčasnej dobe sa kladie stále väčší dôraz nielen na efektívnosť, ale na komplexnejší pohľad, a ten nám ponúka eko – efektívnosť. Tento typ efektívnosti je dôležitý aj pre firmy samotné aby vedeli ohodnotiť svoju úspešnosť na tomto poli v porovnaní s ostatnými firmami.

Pri určovaní eko – efektívnosti predpokladáme dva typy výstupov – želateľné výstupy, ktoré sa snažíme maximalizovať, a neželateľné, ktoré minimalizujeme. V prácach na túto tému sú dva hlavné smery. Prvá možnosť je, že problém rozložíme do dvoch krokov. V prvom kroku určíme technickú a ekologickú efektívnosť, potom zostrojíme ďalší model, ktorý zahŕňa oba tieto faktory. Druhá možnosť sú alternatívne modely, kde vystupujú želateľné a neželateľné výstupy spolu v jednom modeli.

2 .1 Technická a ekologická efektívnosť.

Majme nasledovné označenie: Matica vstupov $X \in R^{m*n}$, kde x_{ij} znamená množstvo vstupu i, ktoré využíva rozhodovacia jednotka j. Matica želateľných výstupov $Y^g \in R^{k*n}$, y_{rj} je množstvo želateľného výstupu r, ktorý produkuje rozhodovacia jednotka j. Matica neželateľných výstupov $Y^b \in R^{p*n}$, b_{sj}- množstvo neželateľného výstupu s rozhodovacej jednotky j .

V prvom prípade rozdelíme výstupy a riešime dva separátne modely. V prvom kroku sa rieši technická a ekologická efektívnosť. Na určenie technickej efektívnosti sa sformuluje obyčajný DEA model, kde na vstupe sú vstupné údaje a výstup sú želateľné výstupné údaje- „goods“. Pre ekologickú efektívnosť je to podobné, ale vstup sú neželateľné výstupné údaje- „bads“ a výstup sú „goods“. Obidve úlohy riešime so vstupne orientovaným modelom.

ekologická efektívnosť: $\min \ \theta^E$

pri podmienkach $\theta^E \mathbf{b_o} - Y^b \boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{0},$

$Y^g \boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{y_o},$

$\boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{0}.$

technická efektívnosť: $\min \theta^T$

pri podmienkach $\theta^T \mathbf{x_o} - X\boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{0}$,

$Y^g \boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{y_o}$,

$\boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{0}$.

V druhom kroku sa sformuluje nový model pre **eko -** efektívnosť, kde na vstupe bude všade jednotka, a na výstupe hodnoty technickej efektívnosti a ekologickej efektívnosti. Toto sú už hodnoty eko - efektívnosti. Podrobnejšie sa tomuto venuje literatúra[5].

2. 2 Alternatívne Modely

Iný prístup k eko – efektívnosti nám ponúkajú alternatívne modely. V tejto práci sa pokúsim ukázať aspoň niektoré z nich. Hlavná myšlienka týchto modelov spočíva v modifikácii vstupov a výstupov a konštrukcii lineárneho modelu tak, aby v ňom boli zahrnuté všetky vstupy a výstupy. Takže nepotrebujeme teraz riešiť tri rôzne modely, ale stačí iba jeden. Podrobne sa tomuto problému venujú práce [5], [6].

Model A.

Prvá možnosť je založená na úvahe, že sú zastúpené všetky výstupy, ale neželateľné výstupy sú so záporným znamienkom.

$\max \; h_A = \mathbf{u^g y_o} - \mathbf{u^b b_o}$

pri podmienkach $\mathbf{v x_o} = 1$,

$-\mathbf{v}X + \mathbf{u^g} Y^g - \mathbf{u^b} Y^b \leq \mathbf{0}$,

$\mathbf{v} \geq \mathbf{0}$, $\mathbf{u^g} \geq \mathbf{0}$, $\mathbf{u^b} \geq \mathbf{0}$.

Niektorí autori používajú „Non- Archimedean“ konštantu $\boldsymbol{\varepsilon} > \mathbf{0}$ ($\mathbf{v} \geq \boldsymbol{\varepsilon}$, $\mathbf{u^g} \geq \boldsymbol{\varepsilon}$, $\mathbf{u^b} \geq \boldsymbol{\varepsilon}$), ale výsledky a aj konštruovanie modelov to neovplyvní. Táto podmienka je založená na úvahe, že pri produkcii sa musí použiť každý vstup. Bez ľubovoľného vstupu nie možná produkcia. Tento predpoklad budem vynechávať kvôli jednoduchšiemu zápisu, okrem modelu B.

Duálna úloha: min θ_A

pri podmienkach $\theta_A \mathbf{x_o} - X\boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{0}$,

$Y^g \boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{y_o}$,

$Y^b \boldsymbol{\lambda} \leq \mathbf{b_o}$,

$\boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{0}$.

Duálna úloha v modeli A je takmer štandardný vstupne orientovaný CCR– model. Rozdiel je iba v tom, že hodnoty neželateľných výstupov jednotlivých rozhodovacích jednotiek v tomto modeli môžeme chápať ako horné hranice pre lineárne kombinácie ostatných neželateľných výstupov.

Model B

V tomto modeli sa považuje priamo neželateľný výstup ako vstup a používajú sa vstupne orientované modely (znižujú sa hodnoty vstupov pri zachovaní želateľných výstupov). Model B rozoberieme podrobnej aj s konštantou ε, lebo tento model budeme používať pri experimentálnej časti.

Najprv definujeme úlohu zlomkového programovania pre túto úlohu:

$$\max h_B = \frac{\sum_{r=1}^{k} u_r^g y_{r0}}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{i0} + \sum_{s=1}^{p} u_s^b b_{s0}}$$

pri podmienkach $\dfrac{\sum_{r=1}^{k} u_r^g y_{rj}}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} + \sum_{s=1}^{p} u_s^b b_{sj}} \leq 1 \quad (j= 1, 2, ..., n),$

$v_1, v_2, \ldots . v_m \geq \varepsilon$,

$u^g{}_1, u^g{}_2, \ldots, u^g{}_k, u^b{}_1, u^b{}_2, \ldots, u^b{}_p \geq \varepsilon$.

$\varepsilon > 0$.

Postupom, ktorý sme použili v prvej kapitole úlohu zlomkového programovania prevedieme na úlohu lineárneho programovania, ktorá je zapísaná vo vektorovom vyjadrení.

Primárna úloha:

$$\begin{aligned} \max \quad & h_B = \mathbf{u}^g \mathbf{y}_o \\ \text{pri podmienkach} \quad & \mathbf{v}\mathbf{x}_o + \mathbf{u}^b \mathbf{b}_o = 1, \\ & -\mathbf{v}X + \mathbf{u}^g Y^g - \mathbf{u}^b Y^b \leq \mathbf{0}, \\ & \mathbf{v} \geq \boldsymbol{\varepsilon}, \mathbf{u}^g \geq \boldsymbol{\varepsilon}, \mathbf{u}^b \geq \boldsymbol{\varepsilon}, \text{ kde } \boldsymbol{\varepsilon} = \varepsilon\mathbf{1}, \varepsilon > 0. \end{aligned}$$

V duálnej úlohe máme nové premenné, ktoré vyjadrujú nedostatky na výstupoch a prebytky na vstupoch: $\mathbf{s}^b$, $\mathbf{s}^g$, $\mathbf{s}^-$.

Duálna úloha:

$$\begin{aligned} \min \quad & \theta_B - \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{s}^b + \mathbf{s}^g + \mathbf{s}^-) \\ \text{pri podmienkach} \quad & X\boldsymbol{\lambda} - \theta_B \mathbf{x}_o + \mathbf{s}^- = \mathbf{0}, \\ & Y^b \boldsymbol{\lambda} - \theta_B \mathbf{b}_o + \mathbf{s}^b = \mathbf{0}, \\ & Y^g \boldsymbol{\lambda} - \mathbf{s}^g = \mathbf{y}_o, \\ & \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{s}^b, \mathbf{s}^g, \mathbf{s}^- \geq \mathbf{0}, \text{ kde } \boldsymbol{\varepsilon} = \varepsilon\mathbf{1}, \varepsilon > 0. \end{aligned}$$

Vstupne orientované modely volíme preto, lebo minimalizujeme vstupy pri zachovaní aspoň takej istej produkcie želateľných statkov a súčasne znižujeme množstvo neželateľných statkov, ktoré sú v tomto modeli na strane vstupov. Duálny model je teraz priamo obyčajný CCR- model. Na zlepšenie efektívnosti je potrebné súčasne znížiť vstupy a neželateľné výstupy. Indikátor efektívnosti dosiahnutý v modeli B nemôže byť menší ako v modeli A. Dôkaz tohto tvrdenia je v [5], strana 7.

Model C

Tretia možnosť je považovať za výstupy želateľné výstupy a vstupy ale so záporným znamienkom a vstupy sú neželateľné výstupy. Tento model je rovnaký ako model A, iba pri interpretácii sú zamenené vstupy a výstupy. V snahe zlepšiť

efektívnosť môže rozhodovacia jednotka znižovať iba vstupy, čiže neželateľné výstupy. Teda indikátor efektívnosti modelu C nemôže byť menší ako pre model B.

$$\begin{aligned} \max \quad & h_C = \mathbf{u}^{\mathbf{g}}\mathbf{y_o} - \mathbf{v}\mathbf{x_o} \\ \text{pri podmienkach} \quad & \mathbf{u}^{\mathbf{b}}\mathbf{b_o} = 1, \\ & -\mathbf{v}X + \mathbf{u}^{\mathbf{g}}Y^g - \mathbf{u}^{\mathbf{b}}Y^b \leq \mathbf{0}, \\ & \mathbf{v} \geq \mathbf{0},\ \mathbf{u}^{\mathbf{g}} \geq \mathbf{0},\ \mathbf{u}^{\mathbf{b}} \geq \mathbf{0}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Duálna úloha:} \quad \min \quad & \theta_C \\ \text{pri podmienkach} \quad & \theta_C\, \mathbf{b_o} - Y^b \boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{0}, \\ & Y^g \boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{y_o}, \\ & X \boldsymbol{\lambda} \leq \mathbf{x_o}, \\ & \boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{0}. \end{aligned}$$

Všetky spomínané modely sa riešia rovnako ako štandardný DEA- model, teda dvojfázovou metódou. Modely boli odvodené ako vstupne orientované a pre výstupne orientované modely by sme mohli odvodiť recipročné modely k týmto trom spomínaným.

Tvrdenie: Rozhodovacia jednotka je eko – efektívna práve vtedy, keď

$\theta = 1$; $\mathbf{s}^{\mathbf{b}}, \mathbf{s}^{\mathbf{g}}, \mathbf{s}^{-} = \mathbf{0}$, $\mathbf{v} > \mathbf{0}$, $\mathbf{u}^{\mathbf{g}} > \mathbf{0}$, $\mathbf{u}^{\mathbf{b}} > \mathbf{0}$, inak je RJ eko – neefektívna.

Dôkaz tvrdenia je v [6] strany 10 – 12.

Pomocou týchto modelov budeme v ďalšej kapitole robiť statickú analýzu eko – efektívnosti pre jednotlivé roky. V kapitole 5 urobíme dynamickú analýzu, pri ktorej použijeme model B.

3. Eko - efektívnosť v praxi

3. 1 Úvod

V tejto časti sa pokúsime prezentovať výsledky, ktoré sa budeme snažiť interpretovať. Vo svojej analýze používam údaje, ktoré sú iba zo zdrojov OECD. Tie sú dostupné v knižnici OECD pri technickej knižnici.

Vybral som týchto 7 ukazovateľov: Vstupy sú Public research & development expenditure for environmental protection – Expenditure, sú v mil. $. Real gross fixed capital formation (GFCF) – Capital (mld. $), Total Employment – Employ (mil. zamestnancov). Želateľný výstup je Real gross domestic product – GDP (mld. $). Neželateľné výstupy sú SOx (tis. ton) – zlúčeniny síry a oxidu majú negatívny vplyv na vodný ekosystém, NOx (tis. ton) – zlúčeniny dusíka a oxidu vznikajú hlavne pri spaľovaní fosílnych palív majú negatívny vplyv na ľudské zdravie, CO (tis. ton) - oxid uhličitý je nebezpečný hlavne v spojení s oxidom a pri dýchaní napáda červené krvinky. Všetky hodnoty zahŕňajú iba emisie produkované človekom – spoločnosťou a pochádzajú z OECD Environmental Data, compendium 1999.

Ukazovatele som mal k dispozícii v štyroch rôznych časových obdobiach 1980, 1985, 1990, 1995. Problém bol, že neboli k dispozícii hodnoty všetkých krajín pre každé časové obdobie. Preto pre roky 1980 a 1985 – 14 krajín, pre roky 1990 a 1995 – 19 krajín tvoria rozhodovacie jednotky. V prílohe na konci práce sú uvedené jednotlivé hodnoty údajov s ktorými som pracoval.

Pri analýze som údaje rozdelil do dvoch skupín podľa rokov: roky 1980 – 1985 a 1990 – 1995. V týchto obdobiach je rovnaký počet krajín.

3. 2 Eko – efektívnosť 1980-85

V tabuľkách č. 9 a 11 sú zhrnuté koeficienty eko – efektívnosti pre jednotlivé modely podľa rokov. Na prvý pohľad je zrejmé, že pri alternatívnych modeloch sme dostali podobné výsledky. Tu vidieť , že tieto modely určujú rovnaké RJ ako efektívne. No táto efektivita je slabá (weak efficiency). Sú to výsledky po prvej fáze riešenia.

Krajiny, ktoré nie sú efektívne, by teda mali proporcionálne znížiť svoje vstupy o (1 – θ) * vstupy, kde θ je koeficient, pre danú krajinu a model. Napríklad pre USA a model B dostaneme (1 – 0,881) = 0,119, takže USA by mali znížiť environmentálne výdavky o 0,119*385,5= 45,8745 mil. $, a takto treba upraviť všetky vstupy, aby táto krajina bola efektívna. No toto nie je všetko, ešte treba upraviť vstupy a výstupy o prebytky a nedostatky. Napríklad USA majú pri modeli B prebytky na vstupoch iba pri emisiách. Pri SOx je to 29,3% (6887,105 tis. ton), NOx – 48,8% (11005,08 tis. ton) a pre CO dokonca 50,4% (49492,63 tis. ton).

1980	Technická efektívnosť	Ekologická efektívnosť	eko - efektívnosť	Model A	Model B	Model C
Canada	0,670079	0,291613	0,670079	0,670079	0,670079	0,293668
USA	0,88071	0,357824	0,88071	0,88071	0,88071	0,499373
Austria	1	1	1	1	1	1
Denmark	1	0,793044	1	1	1	1
Finland	0,73972	0,754106	0,754106	1	1	1
France	0,983862	0,998316	0,998316	1	1	1
Germany	1	1	1	1	1	1
Ireland	0,673652	0,584526	0,673652	0,673652	0,690494	0,646128
Italy	0,789934	0,723268	0,789934	0,789934	0,908232	0,897994
Netherlands	0,922879	1	1	1	1	1
Norway	0,778746	1	1	1	1	1
Spain	1	0,566185	1	1	1	1
Sweden	0,794193	0,7337	0,794193	0,801484	0,902474	0,832699
U.K.	0,681946	0,61257	0,681946	0,681946	0,808279	0,773457

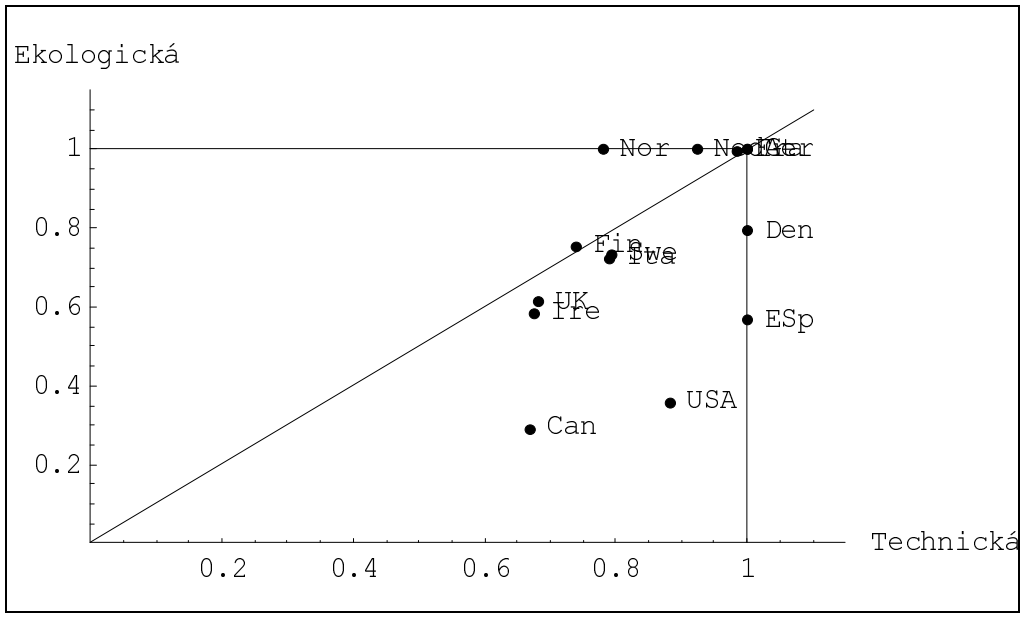
tab. č. 9

Všetky krajiny, ktoré sú slabo efektívne, sú aj silno efektívne (strong efficiency), lebo pri každej krajine sú prebytky na vstupe a nedostatky na výstupe nulové. V tab. č. 10 sú uvedené v percentách hodnoty jednotlivých prebytkov na vstupoch pre neefektívne krajiny. Najhoršie dopadli emisie SOx a NOx.

1980 Model B	Skóre	Prebytok **Expenditure**	Prebytok **Capital**	Prebytok **Employ**	Prebytok **Sox**	Prebytok **Nox**	Prebytok **CO**	Nedostatok **GDP**
Canada	0,67008				38,71%	25,97%	38,83%	
USA	0,88071				29,31%	48,79%	50,35%	
Ireland	0,69049			9,70%	20,36%	4,57%		
Italy	0,90823			16,17%	22,31%			
Sweden	0,90247			11,72%		22,44%		
U.K.	0,80828			19,23%	23,35%	10,50%		

tab. č. 10

Na grafe č. 2 sú hodnoty ekologickej a technickej efektívnosti spolu. Väčšina krajín je lepšie na tom v hodnotení technickej efektívnosti v porovnaní s ekologickou.



graf č. 2

Iba štyri krajiny sú na tom lepšie v ekologickej efektívnosti: Fínsko, Francúzsko, Holandsko a Nórsko. Pre väčšinu krajín je silnejšia stránka technická efektívnosť. Tu dosahujú menšiu neefektivitu. Krajiny Nemecko a Rakúsko dosahujú silnú eko – efektívnosť vo všetkých modeloch v tomto roku. Tieto krajiny robili najlepšie rozhodnutia, čo sa týka efektívnosti. Ostatné krajiny uprednostňovali hlavne technickú efektívnosť čiže využívanie kapitálu a pracovnej sily.

1985	Technická efektívnosť	Ekologická efektívnosť	eko - efektívnosť	Model A	Model B	Model C
Canada	0,657434	0,258694	0,657434	0,657434	0,657434	0,258694
USA	0,889032	0,327801	0,889032	0,889032	0,889032	0,375315
Austria	1	1	1	1	1	1
Denmark	1	0,746471	1	1	1	1
Finland	0,771281	0,707532	0,771281	0,771281	0,968168	0,963863
France	0,991974	1	1	1	1	1
Germany	1	1	1	1	1	1
Ireland	0,799402	0,538321	0,799402	0,809073	0,8715	0,732383
Italy	0,715072	0,662837	0,715072	0,716122	0,74832	0,726851
Netherlands	0,873539	1	1	1	1	1
Norway	0,882168	0,942547	0,942547	1	1	1
Spain	1	0,563403	1	1	1	1
Sweden	0,773465	0,717664	0,773465	0,777314	0,812944	0,755541
U.K.	0,650806	0,585006	0,650806	0,650806	0,754957	0,665666

tab. č. 11

V porovnaní s rokom 1980 v roku 1985 sú znova Nemecko a Rakúsko jediné krajiny, ktoré sú silno eko – efektívne vo všetkých modeloch. V alternatívnych modeloch si pohoršilo Fínsko. Pri rozklade na eko – efektívnosť sa zhoršilo Nórsko, ktoré stratilo svoju ekologickú efektívnosť. V tab. č. 12 sú v percentách hodnoty prebytkov na vstupe po druhej fáze riešenia. Použil som model B a v tomto hodnotení pre dosiahnutie efektívnosti v zmysle Paretovej efektívnosti dopadli horšie emisie.

1985 Model B	Skóre	Prebytok **expenditure**	Prebytok **Capital**	Prebytok **Employ**	Prebytok **Sox**	Prebytok **Nox**	Prebytok **CO**	Nedostatok **GDP**
Canada	0,65743	18,26%			31,78%	21,87%	42,00%	
USA	0,88903		30,95%		24,03%	36,04%	53,90%	
Finland	0,96817		52,08%	19,72%	30,73%	16,40%		
Ireland	0,8715		22,41%	10,25%		11,94%	10,93%	
Italy	0,74832		10,81%	3,13%	4,39%			
Sweden	0,81294					19,93%	0,72%	
U.K.	0,75496	21,37%		13,72%	24,43%	2,19%		

tab. č. 12

V roku 1985 boli na tom lepšie v hodnotení ekologickej efektívnosti v porovnaní s technickou iba tri krajiny: Francúzsko, Holandsko a Nórsko. Znovu prevládala skôr technická efektívnosť na úkor ekologickej.

3. 3 Eko - efektívnosť 1990

V tomto období je to už zaujímavejšie aj vďaka tomu, že je omnoho viac krajín s kompletnými údajmi. Teraz je v analýze zastúpených všetkých 19 štátov. V tabuľke č. 13 sú koeficienty pre jednotlivé modely v roku 1990.

V roku 1990 sú slabo eko - efektívne krajiny Belgicko, Dánsko, Francúzsko, Írsko a Švajčiarsko. Táto krajina dosahuje silnú efektívnosť ako jediná v každom modeli tu prezentovanom. V tab. č. 14 sú hodnoty po druhej fáze pre model B a krajiny, ktoré boli slabo efektívne, sú aj silno efektívne, no iba pri alternatívnych modeloch. Najhoršie dopadlo Portugalsko, ktoré na dosiahnutie slabej efektívnosti potrebuje znížiť všetky vstupy o 41%.

1990	Technická efektívnosť	Ekologická efektívnosť	eko – efektívnosť	Model A	Model B	Model C
Canada	0,63085	0,13854	0,63085	0,63085	0,63085	0,14252
USA	0,907	0,19859	0,907	0,907	0,907	0,40215
New Zeland	0,60739	0,20165	0,60739	0,62174	0,73681	0,20165
Austria	0,88261	0,59851	0,88261	0,93281	0,93745	0,66337
Belgium	1	0,41438	1	1	1	1
Denmark	1	0,53127	1	1	1	1
Finland	0,71129	0,55525	0,71129	0,71129	0,75012	0,55525
France	1	0,42131	1	1	1	1
Germany	0,92967	0,4622	0,92967	0,92967	0,92967	0,4622
Greece	0,73058	0,18682	0,73058	0,73058	0,73058	0,23495
Ireland	1	0,26824	1	1	1	1
Italy	0,72033	0,30498	0,72033	0,72033	0,72042	0,40524
Netherlands	0,78116	0,71721	0,78116	0,78459	0,84811	0,71721
Norway	0,75324	0,32923	0,75324	0,75324	0,75364	0,32923
Portugal	0,55099	0,22059	0,55099	0,55099	0,58562	0,22059
Spain	0,67294	0,26448	0,67294	0,67294	0,68316	0,40411
Sweden	0,72666	0,44442	0,72666	0,72791	0,78616	0,44442
Switzerland	1	1	1	1	1	1
U.K.	0,67346	0,36787	0,67346	0,70705	0,7847	0,42309

tab. č. 13

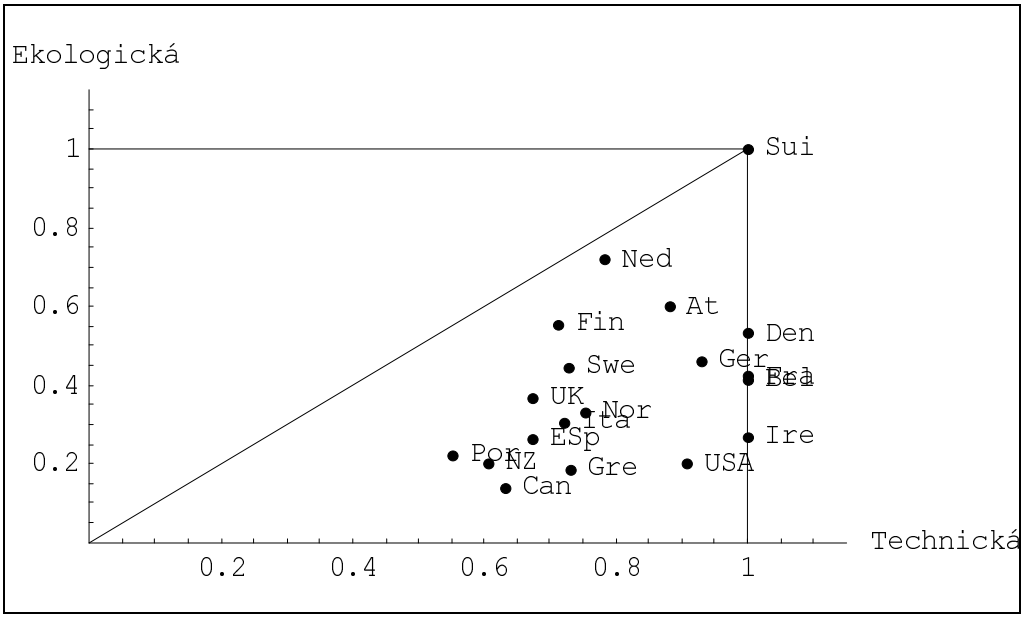
Pri porovnaní pre hodnoty dosiahnuté modelom B po druhej fáze riešenia sú na tom horšie emisie oproti klasickým vstupom, ako sú kapitál a pracovná sila. Pri vstupe

kapitál dosahovalo prebytok Fínsko ako jediná krajina, a to o 1,74%. Na dosiahnutie eko – efektívnosti potrebuje táto krajina ale znížiť všetky svoje vstupy rovnomerne o 25%, plus ostatné prebytky. USA má ako jediná krajina z neefektívnych prebytky iba pri emisiách.

1990 Model B	Skóre	Prebytok **Expenditure**	Prebytok **Capital**	Prebytok **Employ**	Prebytok **Sox**	Prebytok **Nox**	Prebytok **CO**	Nedostatok **GDP**
Canada	0,63085			0,18%	48,96%	29,88%	27,32%	
USA	0,907				49,42%	45,30%	28,63%	
New Zeland	0,73681	23,92%		23,50%		34,43%	34,36%	
Austria	0,93745			13,19%		6,79%	30,75%	
Finland	0,75012		1,74%	8,36%	53,84%	42,22%		
Germany	0,92967	59,69%			85,41%	44,83%	45,43%	
Greece	0,73058			15,14%	18,61%	11,92%	7,82%	
Italy	0,72042	1,59%			13,23%		7,86%	
Netherlands	0,84811	49,77%		10,89%	13,37%	34,11%		
Norway	0,75364	35,56%				34,29%	30,00%	
Portugal	0,58562			27,46%	37,37%	21,26%		
Spain	0,68316	17,49%		1,25%	42,90%			
Sweden	0,78616	50,41%		9,19%		26,17%		
U.K.	0,7847			21,19%	57,41%	33,59%		

tab. č. 14

Graf č. 3 znázorňuje hodnoty koeficientov ekologickej a technickej efektívnosti. V každej z krajín prevláda technická efektívnosť a iba Švajčiarsko je v oboch koeficientoch efektívne. Je to jediná krajina, ktorá dosahuje silnú eko – efektívnosť. Táto krajina produkuje najmenej emisií na jednotku GDP. Krajiny Belgicko, Dánsko, Francúzsko a Írsko dosahujú slabú efektívnosť, lebo nie sú ekologicky efektívne. Pri technickej efektívnosti je zaujímavé, že každá krajina má nulový prebytok pri vstupe kapitál. Tento indikátor treba znížiť na dosiahnutie efektívnosti iba proporcionálne. Pri ekologickej efektívnosti majú krajiny veľké problémy. Len pri štyroch krajinách je tento koeficient väčší ako 0,5. Sú to Holandsko (0,72), Rakúsko (0,6), Fínsko (0,56) a Dánsko (0,53). Ostatné krajiny potrebujú znížiť emisie o viac ako polovicu, aby dosiahli slabú ekologickú efektívnosť. Portugalsko na dosiahnutie slabej technickej efektívnosti musí znížiť svoje vstupy o 45%, čo je najviac zo všetkých krajín.

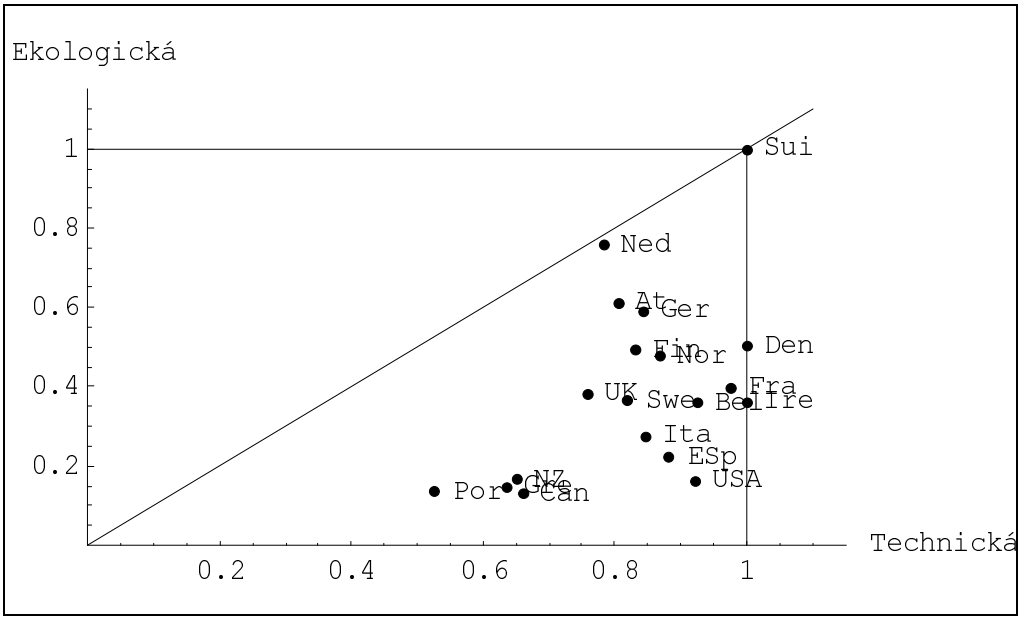


graf č. 3

3. 4 Eko – efektívnosť 1995

V tomto roku máme údaje pre rovnaké krajiny ako v roku 1990, takže môžeme porovnávať zmeny koeficientov pre jednotlivé krajiny. V tabuľke č. 15 sú koeficienty indikátorov pre jednotlivé modely, graf č. 4 znázorňuje vzťah medzi ekologickou a technickou efektívnosťou.

Rovnako ako v roku 1990 je iba Švajčiarsko silno efektívne vo všetkých modeloch. Na grafe č. 4 je situácia podobná v porovnaní s predošlým obdobím. Pri porovnaní jednotlivých koeficientov ekologickej efektívnosti si v tomto ukazovateli pohoršilo 12 a zlepšilo 6 krajín. Najúspešnejšie boli Nemecko a Nórsko. Najviac sa zhoršili krajiny Kanada a Portugalsko. Technická efektívnosť dopadla lepšie. Krajiny ako celok si polepšili o 2,4%, z toho 10 krajín je na tom lepšie a 6 sa zhoršilo. Belgicko v roku 1995 už nie je technicky efektívne. Optimálna projekcia je zníženie vstupov kapitál, expenditure a zamestnanosť o 7,6% plus prebytok na vstupe u faktora expenditure o 5,1%.



graf č. 4

V celkovom hodnotení sa prehĺbil rozdiel medzi ekologickou a technickou efektívnosťou v neprospech ekologickej. Síce nastalo zlepšenie, no to bolo ťahané technickou efektívnosťou.

Pri alternatívnom modeli B sa v porovnaní s rokom 1990 rovnako ako pri technickej efektívnosti zhoršilo Belgicko o 7,6%, no spolu sa krajiny ako celok zlepšili o 1,5%. V tabuľke č. 16 sú výsledky riešení druhej fázy pre neefektívne krajiny. V tomto modeli sú slabo efektívne krajiny Dánsko, Francúzsko, Írsko a Švajčiarsko. Po druhej fáze tieto krajiny sú aj silno efektívne.

Neefektívne krajiny na dosiahnutie slabej efektívnosti musia znížiť všetky vstupy a neželateľné výstupy o $(1 - \theta_B)$. Na dosiahnutie silnej efektívnosti ešte musia eliminovať svoje prebytky na vstupoch. Faktor kapitál má nulové prebytky pre každú krajinu, faktor zamestnanosť musí 9 krajín upraviť o prebytky v intervale 4,8% (Taliansko) – 17,25% (Nový Zéland). Faktory emisií treba upraviť v omnoho väčšej miere (tab. č. 15).

1995	Technická efektívnosť	Ekologická efektívnosť	eko – efektívnosť	Model A	Model B	Model C
Canada	0,66116	0,12909	0,66116	0,66116	0,66116	0,13988
USA	0,92176	0,16351	0,92176	0,92176	0,92176	0,17673
New Zeland	0,65102	0,1661	0,65102	0,6693	0,67419	0,1661
Austria	0,80643	0,6123	0,80643	0,85228	0,87381	0,6123
Belgium	0,92406	0,35937	0,92406	0,92406	0,92406	0,35937
Denmark	1	0,50263	1	1	1	1
Finland	0,83081	0,49218	0,83081	0,83081	0,83081	0,61267
France	0,97422	0,39754	0,97422	1	1	1
Germany	0,84449	0,59248	0,84449	0,84449	0,84449	0,59248
Greece	0,6357	0,14808	0,6357	0,6357	0,6357	0,14808
Ireland	1	0,36067	1	1	1	1
Italy	0,84625	0,27465	0,84625	0,84833	0,85266	0,45827
Netherlands	0,78352	0,75733	0,78352	0,78465	0,86989	0,75733
Norway	0,8683	0,47706	0,8683	0,8683	0,8683	0,47706
Portugal	0,52661	0,13478	0,52661	0,52661	0,52661	0,13478
Spain	0,88256	0,22176	0,88256	0,88256	0,88256	0,37406
Sweden	0,81968	0,36439	0,81968	0,92047	0,94261	0,79385
Switzerland	1	1	1	1	1	1
U.K.	0,75943	0,38135	0,75943	0,75943	0,76646	0,50253

tab. č. 15

1995 Model B	Skóre	Prebytok **expenditure**	Prebytok **Capital**	Prebytok **Employ**	Prebytok **Sox**	Prebytok **Nox**	Prebytok **CO**	Nedostatok **GDP**
Canada	0,66116				42,13%	25,77%	46,12%	
USA	0,92176				36,96%	51,27%	59,60%	
New Zeland	0,67419			17,25%		32,87%	49,20%	
Austria	0,87381	28,62%		8,13%		11,04%	36,50%	
Belgium	0,92406	5,07%			72,71%	49,63%	57,57%	
Finland	0,83081	15,58%			16,58%	35,48%	8,01%	
Germany	0,84449	58,52%			67,02%	23,83%	21,99%	
Greece	0,6357			6,85%	17,10%	8,38%	24,23%	
Italy	0,85266			4,80%		7,10%	39,61%	
Netherlands	0,86989	58,02%		10,89%	24,32%	38,17%		
Norway	0,8683	56,70%			39,12%	56,23%	53,41%	
Portugal	0,52661			13,32%	8,32%	8,56%	21,51%	
Spain	0,88256			8,42%	39,28%	14,86%	35,57%	
Sweden	0,94261	37,35%		13,49%		41,04%	15,06%	
U.K.	0,76646			10,78%	26,14%	6,02%		

tab. č. 16

3. 5 Zhrnutie 80-95.

	Technická efektívnosť	Ekologická efektívnosť	eko – efektívnosť	Model A	Model B	Model C
Canada	0,65488	0,20449	0,65488	0,65488	0,65488	0,20869
USA	0,89962	0,26193	0,89962	0,89962	0,89962	0,36339
New Zeland	0,62921	0,18387	0,62921	0,64552	0,7055	0,18387
Austria	0,92226	0,8027	0,92226	0,94627	0,95282	0,81892
Belgium	0,96203	0,38688	0,96203	0,96203	0,96203	0,67969
Denmark	1	0,64335	1	1	1	1
Finland	0,76328	0,62727	0,76687	0,82835	0,88727	0,78295
France	0,98751	0,70429	0,99313	1	1	1
Germany	0,94354	0,76367	0,94354	0,94354	0,94354	0,76367
Greece	0,68314	0,16745	0,68314	0,68314	0,68314	0,19152
Ireland	0,86826	0,43794	0,86826	0,87068	0,8905	0,84463
Italy	0,7679	0,49143	0,7679	0,76868	0,80741	0,62209
Netherlands	0,84027	0,86863	0,89117	0,89231	0,9295	0,86863
Norway	0,82061	0,68721	0,89102	0,90538	0,90548	0,70157
Portugal	0,7694	0,37124	0,7694	0,7694	0,77806	0,58884
Spain	0,77775	0,24312	0,77775	0,77775	0,78286	0,38909
Sweden	0,7785	0,56504	0,7785	0,80679	0,86105	0,70663
Switzerland	1	1	1	1	1	1
U.K.	0,69141	0,4867	0,69141	0,69981	0,7786	0,59119

tab. č.17

V tab. č. 17 sú aritmetické priemery jednotlivých koeficientov pre modely v rokoch 1980 – 95. Švajčiarsko je jediná krajina, ktorá má aritmetický priemer rovný jednej v každom modeli. Dánsko má problém iba v technickej efektívnosti, v každom zo sledovaných období je tento koeficient menší ako jedna. Francúzsko je efektívne v každom roku len pre alternatívne modely. Pri technickej efektívnosti dosahuje priemer 0,9875, čo je tiež veľmi dobré. To znamená, že na dosiahnutie slabej efektívnosti potrebuje znížiť technické vstupy proporcionálne o 1,125%.

Pri porovnaní technickej a ekologickej efektívnosti je u všetkých krajín lepšia technická efektívnosť. Výnimkou je iba Holandsko, kde je ekologická efektívnosť o 2,7% lepšia. Technická efektívnosť je najnižšia u krajín Nový Zéland (0,63) a Grécko (0,68). Toto sú aj najmenšie priemery pre túto efektívnosť.

Na základe analýzy prebytkov na vstupe v každom období môžem prehlásiť, že faktory emisií a environmentálnych výdavkov majú väčšie prebytky v porovnaní so štandardnými vstupmi ako sú práca a kapitál.

Na záver je ešte potrebné dodať, že neexistuje súvislosť medzi hodnotami koeficientov efektívnosti a prebytkoch na vstupe. Sú to dve zložky silnej efektívnosti v zmysle CCR – definície efektívnosti.

Každý z modelov sme riešili pomocou vstupne orientovaného CCR – modelu, ktorý má predpoklad konštantných výnosov z rozsahu. Tento model som bol nútený použiť vzhľadom na počet faktorov vstupov a výstupov. Pri inom type modelu je viac silno efektívnych rozhodovacích jednotiek, a teda porovnanie krajín je zložitejšie.

V prílohe sú uvedené prebytky na vstupoch pre model B, technická a ekologická efektívnosť v jednotlivých rokoch.

4. Malmquistov Index

Pre dynamickú analýzu eko – efektívnosti použijeme model B a malmquistov index. Pri tomto indexe je dôležitý pojem funkcia vzdialenosti. Neskôr sa budem snažiť o rozklad tohto indexu medzi vstupy a neželateľné výstupy.

4. 1 Funkcia vzdialenosti

Dôležitá súčasť pri funkciách vzdialenosti (Distance Functions) je produkčná množina. Produkčná množina bola definovaná v časti 2 .1 aj so štyrmi axiómami. Pri funkciách vzdialenosti budeme používať parametrické vyjadrenie produkčných množín. Skrátene: $\mathbf{P(x)} = \{(\mathbf{x}, \mathbf{y})$; pri množstve vstupov **x**, môžeme vyprodukovať množstvo **y**$\}$. Toto je výstupne orientovaná produkčná množina a nerozlišujeme medzi želateľnými a neželateľnými výstupmi. Označenie rozhodovacích jednotiek je rovnaké ako v kapitole predtým, pribudne iba časový index pri jednotlivých faktoroch.

Medzi prvými prácami, ktoré sa venovali funkciám vzdialenosti, bola práca Shepharda v roku 1970. Výstupne orientovaná funkcia vzdialenosti na prislúchajúcej produkčnej množine je definovaná nasledovne: $\mathbf{d_o(x, y)} = \min\{\delta; (\mathbf{y} / \delta) \in \mathbf{P(x)}\}$.

Rozdelením výstupov na želateľné a neželateľné, môžeme Shephardovu funkciu upraviť: $\mathbf{d_o(x, y, b)} = \min\{\delta; ((\mathbf{y}, \mathbf{b}) / \delta) \in \mathbf{P(x)}\}$.

Pre túto funkciu platia ohraničenia vzhľadom na produkčnú množinu:

$\mathbf{d_o(x, y, b)} \leq 1$ <=> $(\mathbf{y}, \mathbf{b}) \in \mathbf{P(x)}$ a $\mathbf{d_o(x, y, b)} = 1$ <=> $(\mathbf{y}, \mathbf{b})$ ležia na hranici $\mathbf{P(x)}$.

Rovnakým spôsobom definujeme vstupne orientovanú Funkciu vzdialenosti s príslušnou vstupne orientovanou produkčnou množinou $\mathbf{P(y)}$: $\mathbf{d_o^i(x, y)} = \max\{\delta; (\mathbf{x} / \delta) \in \mathbf{P(y)}\}$.

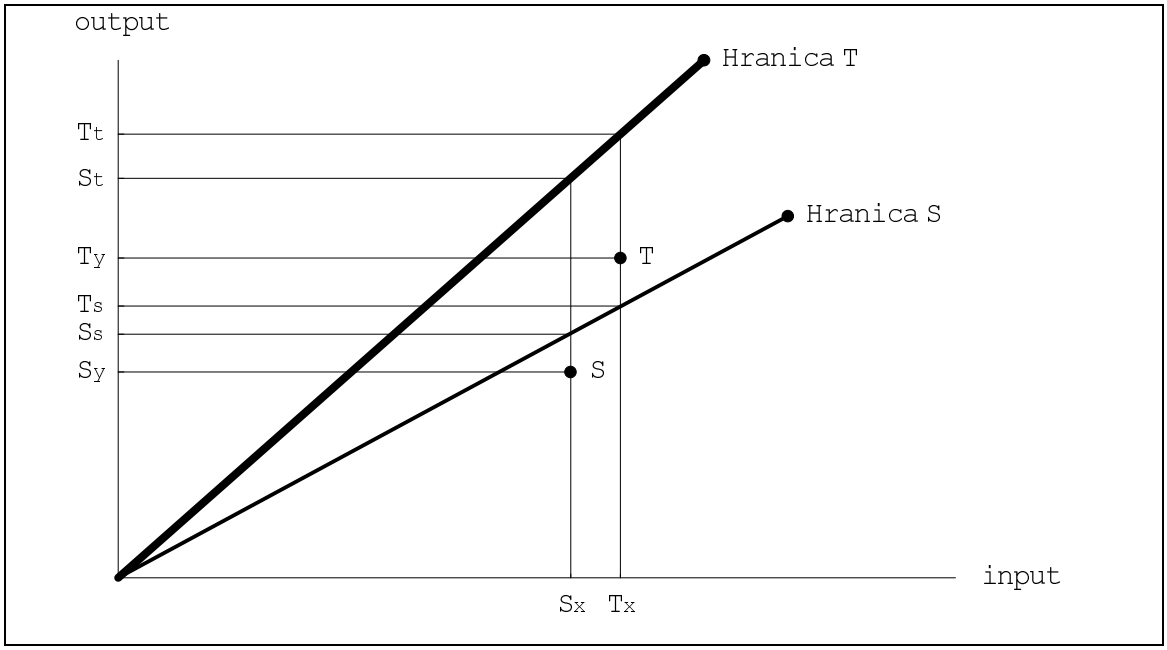
Variácie funkcie vzdialenosti :

$\mathbf{d_y\ (x, y, b)} = \min\{\delta; ((\mathbf{y} / \delta, \mathbf{b}) \in \mathbf{P(x)}\}$ – zameriava sa iba na želateľné výstupy.

$\mathbf{d_b\ (x, y, b)} = \min\{\delta; ((\mathbf{y}, \delta\mathbf{b}) \in \mathbf{P(x)}\}$ – redukuje iba na neželateľné výstupy.

$\mathbf{d_{y,b}\ (x, y, b)} = \min\{\delta; ((\mathbf{y} / \delta, \delta\mathbf{b}) \in \mathbf{P(x)}\}$- zväčšuje produkciu želateľných a súčasne redukuje neželateľné výstupy.

Definovali sme jednoduchú funkciu vzdialenosti s určitými vlastnosťami v jednom časovom období. No takisto môžeme použiť rovnakú funkciu vzdialenosti v rôznych obdobiach, ak nezmeníme typy jednotlivých vstupov a výstupov. Na grafe č. 6. je znázornená situácia jednej Rozhodovacej Jednotky pre dve rôzne časové obdobia t a s, s je báza(s < t). Predpokladáme konštantnú návratnosť z výnosov, jeden vstup a jeden výstup. Normálna čiara je pre obdobie s, hrubšia čiara je pre t. Graf nám priamo ponúka 4 rôzne hodnoty pre funkciu vzdialenosti. Prvé dve sú v zmysle definície, zaujímavejšie sú druhé dve. Tretia funkcia meria vzdialenosť medzi Rozhodovacou Jednotkou, ktorá používa v čase t $\mathbf{x}^t$ vstupov a produkuje $\mathbf{y}^t$ výstupov, a produkčným ohraničením v čase s. Vo štvrtej funkcii sú navzájom prehodené časové obdobia v porovnaní s treťou funkciou.



graf č. 5

1. $\mathbf{d}^s(\mathbf{x}^s, \mathbf{y}^s) = \min\{\delta; (\mathbf{y}^s / \delta) \in \mathbf{P}^s(\mathbf{x}^s)\}$
2. $\mathbf{d}^t(\mathbf{x}^t, \mathbf{y}^t) = \min\{\delta; (\mathbf{y}^t / \delta) \in \mathbf{P}^t(\mathbf{x}^t)\}$
3. $\mathbf{d}^s(\mathbf{x}^t, \mathbf{y}^t) = \min\{\delta; (\mathbf{y}^t / \delta) \in \mathbf{P}^s(\mathbf{x}^t)\}$
4. $\mathbf{d}^t(\mathbf{x}^s, \mathbf{y}^s) = \min\{\delta; (\mathbf{y}^s / \delta) \in \mathbf{P}^t(\mathbf{x}^s)\}$

Tieto funkcie už nie je problém upraviť pre naše potreby eko – efektívnosti a aplikovať ich na malmquistov index.

4. 2 Malmquistov index a jeho rozklad

Malmquist vo svojej práci (1953) prvý krát použil funkcie vzdialenosti ako agregátor pre funkcie spotreby. V tejto práci použijeme Shephardove funkcie vzdialenosti. Najprv pri odvodzovaní nebudeme brať do úvahy neželateľný výstup, ale iba výstup. Potom výsledky budeme aplikovať na lineárne modely, ktoré boli odvodené v kapitole 3, už aj s neželateľnými výstupmi.

Keď už poznáme funkcie vzdialenosti v rôznych časoch, môžeme určiť index zmeny efektívnosti v daných obdobiach. V čase s môže Rozhodovacia Jednotka zisťovať zmenu efektivity ako podiel dvoch funkcií vzdialenosti pri rovnakej produkčnej množine (X^s, Y^s).

$$m^s(\mathbf{x}^s,\mathbf{y}^s,\mathbf{x}^t,\mathbf{y}^t) = \frac{\mathbf{d}^s(\mathbf{x}^t,\mathbf{y}^t)}{\mathbf{d}^s(\mathbf{x}^s,\mathbf{y}^s)}$$, v čase t ako $$m^t(\mathbf{x}^s,\mathbf{y}^s,\mathbf{x}^t,\mathbf{y}^t) = \frac{\mathbf{d}^t(\mathbf{x}^t,\mathbf{y}^t)}{\mathbf{d}^t(\mathbf{x}^s,\mathbf{y}^s)}$$.

Malmquistov výstupne orientovaný index meria zmenu medzi dvoma časovými obdobiami ako geometrický priemer m^s a m^t :

$$m(\mathbf{x}^s,\mathbf{y}^s,\mathbf{x}^t,\mathbf{y}^t) = \left[\frac{\mathbf{d}^s(\mathbf{x}^t,\mathbf{y}^t)}{\mathbf{d}^s(\mathbf{x}^s,\mathbf{y}^s)} * \frac{\mathbf{d}^t(\mathbf{x}^t,\mathbf{y}^t)}{\mathbf{d}^t(\mathbf{x}^s,\mathbf{y}^s)} \right]^{1/2},$$

$m(\mathbf{x}^s,\mathbf{y}^s,\mathbf{x}^t,\mathbf{y}^t)$ sa volá „Total Faktor Productivity Index“, tento index upravíme do ekvivalentného vzťahu :

$$m(\mathbf{x}^s,\mathbf{y}^s,\mathbf{x}^t,\mathbf{y}^t) = \frac{\mathbf{d}^t(\mathbf{x}^t,\mathbf{y}^t)}{\mathbf{d}^s(\mathbf{x}^s,\mathbf{y}^s)} \left[\frac{\mathbf{d}^s(\mathbf{x}^t,\mathbf{y}^t)}{\mathbf{d}^t(\mathbf{x}^t,\mathbf{y}^t)} * \frac{\mathbf{d}^s(\mathbf{x}^s,\mathbf{y}^s)}{\mathbf{d}^t(\mathbf{x}^s,\mathbf{y}^s)} \right]^{1/2}.$$

Výraz pred zátvorkou sa volá zmena efektívnosti E a meria zmenu vzdialenosti od hranice medzi obdobiami s, t. Časť v hranatej zátvorke je technická zmena T alebo aj technologický pokrok. Je to geometrický priemer zmeny technológie – produkcie, medzi dvoma obdobiami, počítané v $\mathbf{x}^s$ a v $\mathbf{x}^t$.

$$E = \frac{\mathbf{d}^t(\mathbf{x}^t, \mathbf{y}^t)}{\mathbf{d}^s(\mathbf{x}^s, \mathbf{y}^s)}, \qquad T = \left[\frac{\mathbf{d}^s(\mathbf{x}^t, \mathbf{y}^t)}{\mathbf{d}^t(\mathbf{x}^t, \mathbf{y}^t)} * \frac{\mathbf{d}^s(\mathbf{x}^s, \mathbf{y}^s)}{\mathbf{d}^t(\mathbf{x}^s, \mathbf{y}^s)} \right]^{1/2}.$$

Pre prípad, ktorý je na grafe č. 5 platí : $E = \frac{T_y/T_t}{S_y/S_s}$, $T = \left[\frac{T_y/T_s}{T_y/T_t} * \frac{S_y/S_s}{S_y/S_t} \right]^{1/2}$.

Pri eko – efektívnosti sa nám vektor výstupov rozloží na dva: **y** – prezentuje želateľné výstupy, **b** – prezentuje neželateľné výstupy. Koeficient technologického pokroku bude mať nasledujúci tvar:

$$T_{b,y} = \left[\frac{\mathbf{d}^s(\mathbf{x}^t, \mathbf{y}^t, \mathbf{b}^t)}{\mathbf{d}^t(\mathbf{x}^t, \mathbf{y}^t, \mathbf{b}^t)} * \frac{\mathbf{d}^s(\mathbf{x}^s, \mathbf{y}^s, \mathbf{b}^s)}{\mathbf{d}^t(\mathbf{x}^s, \mathbf{y}^s, \mathbf{b}^s)} \right]^{1/2}.$$

Teraz môžeme zistiť, ako sa prejavovala technická zmena osobitne pre vektor **y** a osobitne pre vektor **b**, využijúc rôzne funkcie vzdialenosti $\mathbf{d_y}$ **(x, y, b)**, $\mathbf{d_b}$ **(x, y, b)** :

$$T_y = \left[\frac{\mathbf{d_y}^s(\mathbf{x}^t, \mathbf{y}^t, \mathbf{b}^t)}{\mathbf{d_y}^t(\mathbf{x}^t, \mathbf{y}^t, \mathbf{b}^t)} * \frac{\mathbf{d_y}^s(\mathbf{x}^s, \mathbf{y}^s, \mathbf{b}^s)}{\mathbf{d_y}^t(\mathbf{x}^s, \mathbf{y}^s, \mathbf{b}^s)} \right]^{1/2}, \quad T_b = \left[\frac{\mathbf{d_b}^s(\mathbf{x}^t, \mathbf{y}^t, \mathbf{b}^t)}{\mathbf{d_b}^t(\mathbf{x}^t, \mathbf{y}^t, \mathbf{b}^t)} * \frac{\mathbf{d_b}^s(\mathbf{x}^s, \mathbf{y}^s, \mathbf{b}^s)}{\mathbf{d_b}^t(\mathbf{x}^s, \mathbf{y}^s, \mathbf{b}^s)} \right]^{1/2}.$$

Funkcie vzdialenosti : $\mathbf{d_b}$ **(x, y, b)** = min{δ; ((**y**, δ**b**) ∈ **P**(**x**)}, $\mathbf{d_y}$ **(x, y, b)** = min{δ; ((**y** / δ, **b**) ∈ **P**(**x**)}, kde **P**(**x**) je výstupne orientovaná produkčná množina. Aj pre takto modifikované funkcie vzdialenosti zostáva v platnosti celá teória prezentovaná v tejto kapitole.

4. 3 Počítanie indexu pomocou DEA

Färe vo svojej práci (1994) ukázal, ako môžeme pohodlne pomocou DEA počítať funkcie vzdialenosti a malmquistov index. Vedie to znovu k úlohe lineárneho programovania, kde pre i – tu Rozhodovaciu Jednotku musíme počítať štyri funkcie vzdialenosti v časových obdobiach s a t. To si vyžaduje riešiť štyri lineárne úlohy. Predpokladáme konštantnú výnosnosť z rozsahu. Pre jednotlivé funkcie vzdialenosti riešime nasledovné úlohy lineárneho programovania :

$$[\mathbf{d}^{t}(\mathbf{x}^{t}_{i}, \mathbf{y}^{t}_{i})]^{-1} = \max \theta$$
$$Y^{t}\boldsymbol{\lambda} \geq \theta\, \mathbf{y}^{t}_{i},$$
$$X^{t}\boldsymbol{\lambda} \leq \mathbf{x}^{t}_{i},$$
$$\boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{0}.$$

$$[\mathbf{d}^{t}(\mathbf{x}^{s}_{i}, \mathbf{y}^{s}_{i})]^{-1} = \max \theta$$
$$Y^{t}\boldsymbol{\lambda} \geq \theta\, \mathbf{y}^{s}_{i},$$
$$X^{t}\boldsymbol{\lambda} \leq \mathbf{x}^{s}_{i},$$
$$\boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{0}.$$

$$[\mathbf{d}^{s}(\mathbf{x}^{t}_{i}, \mathbf{y}^{t}_{i})]^{-1} = \max \theta$$
pri podmienkach: $Y^{s}\boldsymbol{\lambda} \geq \theta\, \mathbf{y}^{t}_{i},$
$$X^{s}\boldsymbol{\lambda} \leq \mathbf{x}^{t}_{i},$$
$$\boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{0}.$$

Vo svojej empirickej práci použijem model B(3. 2). Pre tento model uvažujeme vstupne orientované modely, lebo teraz vstupy tvoria vektory **x**, **b** a výstupy vektor **y**. Celkovo máme 6 indikátorov na vstupe a jeden na výstupe (GDP). Hodnoty funkcií vzdialeností počítame podľa tejto úlohy lineárneho programovania:

$$[\mathbf{d}^{s}_{x,b}(\mathbf{x}^{t}_{i}, \mathbf{b}^{t}_{i}\, \mathbf{y}^{t}_{i},)]^{-1} = \min \theta$$
pri podmienkach: $Y^{gs}\boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{y}^{t}_{i},$
$$X^{s}\boldsymbol{\lambda} \leq \theta\mathbf{x}^{t}_{i},$$

$$Y^{bs}\,\boldsymbol{\lambda} \leq \theta \mathbf{b}^{t}_{i},$$
$$\boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{0}.$$

Sformulujeme úlohu so zameraním iba na klasické vstupy, kde nás zaujíma funkcia vzdialenosti v závislosti od **x**.

$$[\mathbf{d}^{s}_{x}(\mathbf{x}^{t}_{i}, \mathbf{b}^{t}_{i}\, \mathbf{y}^{t}_{i},)]^{-1} = \min \theta$$

pri podmienkach:
$$Y^{gs}\,\boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{y}^{t}_{i},$$
$$X^{s}\,\boldsymbol{\lambda} \leq \theta \mathbf{x}^{t}_{i},$$
$$Y^{bs}\,\boldsymbol{\lambda} \leq \mathbf{b}^{t}_{i},$$
$$\boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{0}.$$

A ešte pre vektor **b**:

$$[\mathbf{d}^{s}_{b}(\mathbf{x}^{t}_{i}, \mathbf{b}^{t}_{i}\, \mathbf{y}^{t}_{i},)]^{-1} = \min \theta$$

pri podmienkach:
$$Y^{gs}\,\boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{y}^{t}_{i},$$
$$X^{s}\,\boldsymbol{\lambda} \leq \mathbf{x}^{t}_{i},$$
$$Y^{bs}\,\boldsymbol{\lambda} \leq \theta \mathbf{b}^{t}_{i},$$
$$\boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{0}.$$

Treba ešte dodať, že pre všetky indexy – Technologického pokroku, Zmeny eko – efektívnosti a TFP indexu platí: ak sú menšie ako jedna, tak nastalo zhoršenie Rozhodovacej Jednotky v danej oblasti – zlé rozhodnutia, rovné jednej: rozhodnutia boli neutrálne, väčšie ako jedna: rozhodovacia jednotka robila správne rozhodnutia, ktoré viedli k zlepšeniu pre daný index.

Tento teoretický základ budeme využívať v nasledujúcej kapitole, kde prezentujeme výsledky dosiahnuté vlastnými výpočtami.

5. Využitie malmquistovho indexu

Dáta používané v tejto kapitole sú rovnaké ako v kapitole 3. Najprv budem počítať zmenu malmquistovho indexu pre model B, v období 1990 - 1995, neskôr pre roky 1980 – 1995. Zvolený typ funkcie vzdialenosti redukuje súčasne **x** a **b**, takzvaná slabá (Farrell efficiency) efektívnosť. Pri tomto prístupe vynechávame druhú fázu riešenia a nezisťujeme prebytky na vstupoch a nedostatky na výstupoch.

5. 1 1990-1995

Technická zmena alebo technologický pokrok vyjadruje zmenu produkčnej množiny v čase a zmenu polohy jednotlivých rozhodovacích jednotiek

V tabuľke č. 18 sú uvedené hodnoty jednotlivých indexov. Druhý stĺpec sú hodnoty celkovej zmeny eko – efektívnosti v tomto období. Je to podiel eko – efektívnosti v roku 1995 a v roku 1980. Tretí stĺpec sú hodnoty celkovej zmeny technológie pre vstupy a neželateľné výstupy. Štvrtý stĺpec sú hodnoty TFP indexu pre toto obdobie. Piaty stĺpec predstavuje technologickú zmenu pre faktory neželateľných výstupov $\mathbf{d_b(x_i, b_i\ y_i,)}$. Posledný stĺpec je technická zmena pre vstupy.

Piaty stĺpec nie je kompetný, lebo sa vyskytli problémy pri počítaní ekologickej zmeny technológií. Pre krajiny Švajčiarsko, Francúzsko a Belgicko sa nedal tento index určiť pre vysokú volatilitu hodnôt. Všetky indexy boli počítané iteračnou metódou a niektoré riešenia boli nestabilné vzhľadom na štartovací bod.

Z hodnôt jednotlivých indexov môžeme povedať, že ekologická zmena (piaty stĺpec) reaguje elastickejšie na nové technológie v porovnaní so zmenou vstupov(šiesty stĺpec). Disperzia hodnôt ekologickej zmeny je 0,103 a technickej zmeny 0,012.

Táto zmena technológií vstupov a aj ekologická zmena je relatívna a vzťahuje sa iba na porovnanie medzi týmito krajinami. Napríklad Portugalsko má hodnotu TFP indexu 0,81, no to neznamená, že ekonomika tejto krajiny poklesla o 19%. Index vyjadruje, že krajina horšie reagovala na technologický pokrok v porovnaní s ostatnými.

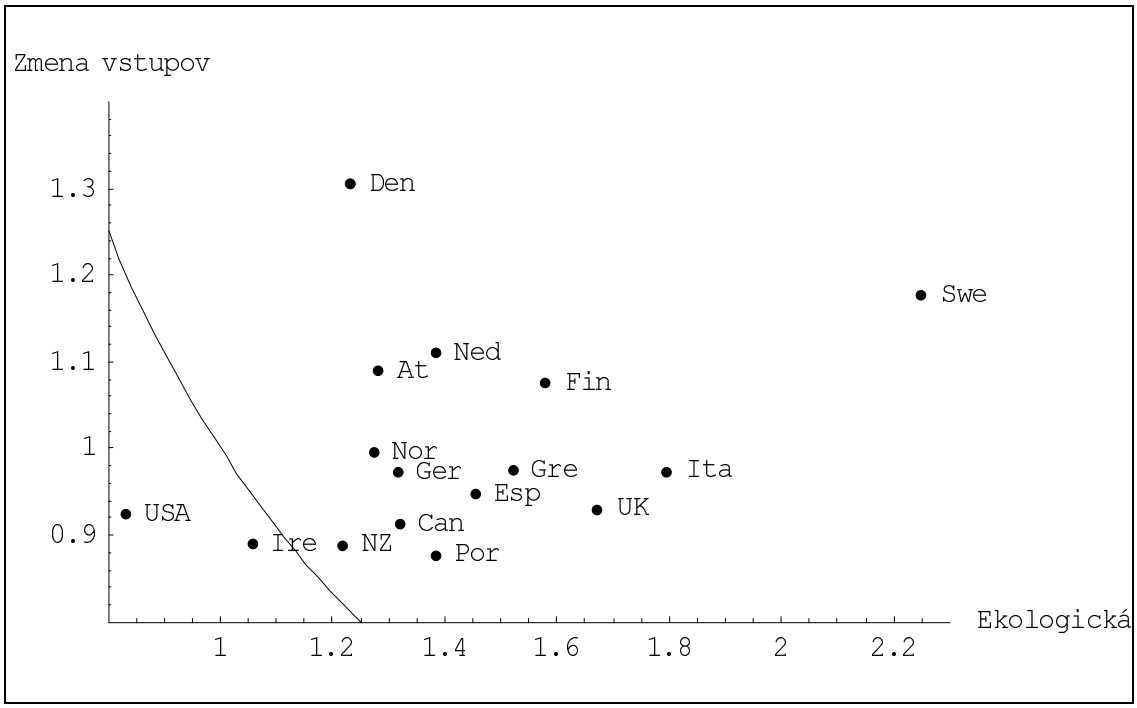
90-95	zmena eko efektívnosti	Zmena technológie	TFP	ekologická Zmena	zmena vstupov
Canada	1,048035	0,911646	0,955438	1,320017	0,911646
USA	1,016273	0,923335	0,93836	0,831306	0,923327
New Zeland	0,91501	1,028786	0,94135	1,219257	0,8884
Austria	0,932137	1,052121	0,98072	1,283625	1,089308
Belgium	0,924058	0,938056	0,866819		0,935718
Denmark	1	1,161848	1,161848	1,231545	1,30409
Finland	1,107567	1,128881	1,250311	1,580698	1,075839
France	1	0,989359	0,989359		1,050442
Germany	0,908373	0,993405	0,902382	1,3177	0,972722
Greece	0,870127	0,981266	0,853826	1,522639	0,973595
Ireland	0,999979	0,878014	0,877996	1,058355	0,888743
Italy	1,183557	0,972249	1,150712	1,796591	0,973057
Netherlands	1,025677	1,158899	1,188656	1,384764	1,110299
Norway	1,152135	1,003087	1,155692	1,274645	0,994978
Portugal	0,899225	0,903864	0,812778	1,384763	0,876734
Spain	1,291874	0,96372	1,245005	1,454168	0,946495
Sweden	1,199007	1,128896	1,353554	2,249882	1,176075
Switzerland	1	1,158804	1,158804		0,988233
U.K.	0,976761	1,040807	1,016619	1,673062	0,929369

tab. č. 18

Pri celkovej zmene eko – efektívnosti sa najviac zlepšilo Španielsko (1,29), Švédsko (1,2) a Taliansko (1,18). Dánsko, Francúzsko a Švajčiarsko sú neutrálne na zmenu eko – efektívnosti, lebo v sledovaných obdobiach dosahovali hodnotu jeden. Pri technologickom pokroku si už polepšili o 16%, okrem Francúzska, ktoré si naopak pohoršilo no iba o 1%. V tomto indexe sa ešte zlepšilo Holandsko o 16%, ďalej Švédsko a Fínsko o 13%.

Štvrtý stĺpec vyjadruje TFP index a je to súčin dvoch predošlých stĺpcov. Tu si najlepšie počína Švédsko (1,35) a krajiny severnej Európy ako celok sú v tomto hodnotení úspešné. Najhoršie dopadli Portugalsko (0,81) a Grécko (0,85).

Na grafe č. 6 je grafické znázornenie ekologickej zmeny a technickej zmeny. Funkcia y = 1/x určuje hranicu, kde je ekologická zmena a zmena vstupov neutrálna. Najlepšie v tomto porovnaní dopadlo Švédsko.



graf č. 6

Pri tomto porovnaní sú zaujímavé výsledky USA. Tie sú jednoznačne najhoršie spolu s Írskom. Tieto dve krajiny ako jediné ležia pod čiarou. Pri ekologickej zmene krajiny ako celok dosiahli zlepšenie o 0,41 bodu a pri technickej zmene o 0,000477 bodu.

Na základe týchto výsledkov sa dá usúdiť, že v období rokov 1990 až 1995 sa krajiny vo veľkej miere zameriavali hlavne na zníženie emisií, ktoré sú v tomto modeli zahrnuté na strane vstupov. Použitie kapitálu a práce ostalo prakticky nezmenené.

5. 2 1980-1995

V tomto období sa zameriame na technologickú zmenu. Pri výpočtoch použijeme upravený model pridaním podmienky $\boldsymbol{\lambda 1} = 1$. S touto podmienkou dostávame na počítanie hodnôt funkcii vzdialenosti BCC – model. Tento model je aj realistickejší, lebo teraz neplatí podmienka o konštantných výnosoch z rozsahu (viď príklad v prvej kapitole).

Pri analýze obdobia rokov 1980 – 1995 musíme vylúčiť Nemecko, lebo v roku 1990 došlo k zjednoteniu krajiny. Pre rok 1980 sú údaje zo Západného Nemecka, pre rok 1995 sú údaje zo zjednoteného Nemecka.

V tabuľke č. 19 sú uvedené hodnoty jednotlivých indexov pri použití BCC – modelu. Pri menšom počte krajín je tento model prakticky nepoužiteľný pre určovanie efektívnosti, lebo až deväť krajín je efektívnych. No pre funkcie vzdialenosti v rôznych obdobiach nám to nevadí. Preto tu budeme skúmať iba zmenu technológii – technologický pokrok.

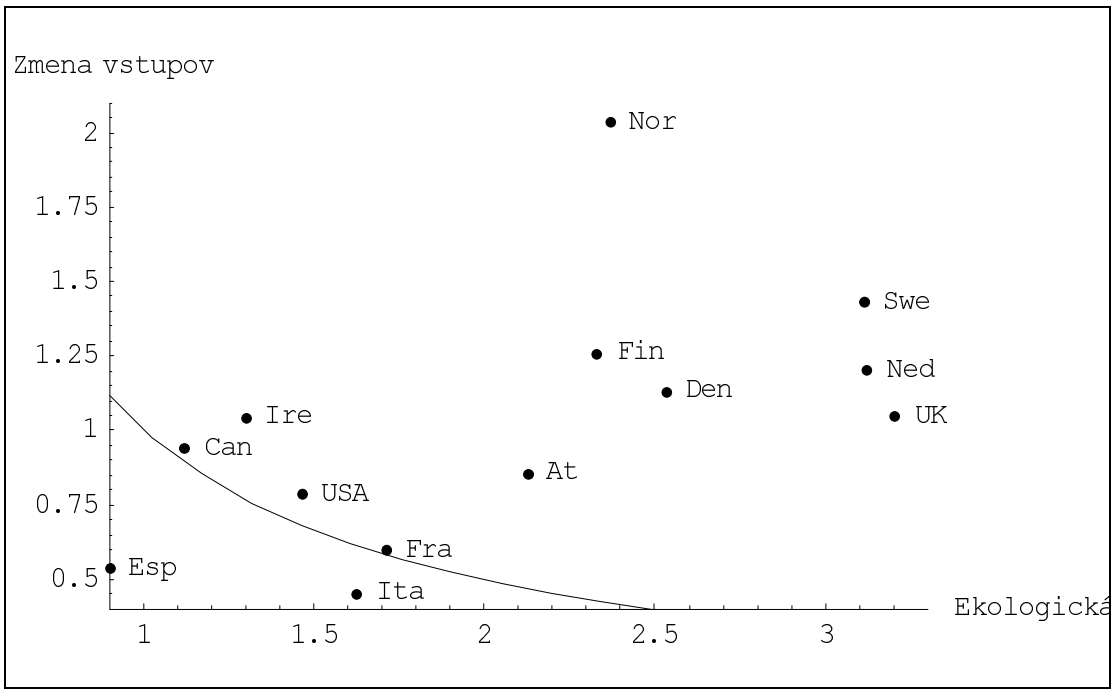
80-95	zmena eko efektívnosti	Zmena Technológie	TFP	ekologická Zmena	zmena vstupov
Canada	0,949326	0,936695	0,889229	1,124965	0,936695
USA	1	1,166968	1,166968	1,469431	0,784499
Austria	1	1,333478	1,333478	2,132568	0,853286
Denmark	1	1,259797	1,259797	2,535692	1,128359
Finland	1	1,138934	1,138934	2,332404	1,257548
France	1	2,038833	2,038833	1,712897	0,595694
Ireland	1	0,713409	0,713409	1,304769	1,04167
Italy	0,960835	1,145527	1,100662	1,629145	0,451062
Netherlands	1	2,638388	2,638388	3,124074	1,197522
Norway	1	2,821153	2,821153	2,371287	2,032858
Spain	0,945597	0,447132	0,422806	0,905687	0,532991
Sweden	1,082403	2,179464	2,359059	3,114089	1,428837
U.K.	1,067937	1,264891	1,350824	3,205706	1,043001

tab. č. 19

V druhom stĺpci je na ukážku celková zmena eko – efektívnosti pre model B, počítaná BCC- modelom. Označenie stĺpcov je rovnaké ako v tabuľke č. 18. Keďže tieto hodnoty sú počítane s iným modelom a aj počet krajín je menší ako v období 1990 – 1995, tak porovnanie medzi týmito obdobiami nie je možné. Tu sa zameriame iba na tretí, piaty a šiesty stĺpec. Tu je aj disperzia pre jednotlivé indexy vysoká, čo sa dá vysvetliť širokým časovým obdobím – 15 rokov.

Pri celkovej zmene technológii pre emisie a vstupy sa krajiny ako celok zlepšili o 0,47 bodu, pri disperzii 0,53. Z 13 krajín si najhoršie počínalo Španielsko (0,447), Írsko (0,713) a Kanada (0,937). Na druhej strane až štyri krajiny majú hodnotu tohto

indexu väčšiu ako dva. Sú to krajiny Nórsko (2,82), Holandsko (2,64), Švédsko (2,18) a Francúzsko (2,04).



graf č.7

Na grafe č. 7 sú znázornené hodnoty indexov pre ekologickú zmenu a zmenu vstupov. Funkcia y = 1/x určuje hranicu, kde je ekologická zmena a zmena vstupov neutrálna.

Pri technologickej zmene pre emisie dosiahli krajiny spolu zlepšenie o 1,07 bodu pri disperzii 0,62. Najväčší pokrok dosiahli krajiny Veľká Británia (3,21), Holandsko (3,12) a Švédsko (3,11). Španielsko ako jediná krajina má tento index menší ako jeden (0,91).

Pre zmenu vstupov bola dosiahnutá celková zmena pre krajiny o 0,021848 bodu s disperziou 0,177. Šesť krajín má tento index menší ako jeden, najhoršie sú Taliansko (0,45), Španielsko (0,53) a Francúzsko (0,60).

Záver

Cieľom tejto diplomovej práce bola analýza eko – efektívnosti vybraných krajín OECD. Na tento cieľ sme používali metódu DEA, ktorú sme rozšírili na skúmanie eko – efektívnosti pomocou rozdelenia výstupov na želateľné a neželateľné. Táto metóda má v porovnaní s ostatnými metódami výhodu v invariantnosti jednotiek.

V prvej kapitole sme načrtli spôsob odvodenia DEA modelov, ktoré sme v ďalšej kapitole rozšírili o eko – efektívnosť.

V tretej kapitole sú prezentované výsledky statickej analýzy v rôznych časových obdobiach. Na určenie eko – efektívnosti sme používali vstupne orientované CCR – modely, ktoré sú budované na predpoklade konštantných výnosov z rozsahu. Tieto modely sme použili vzhľadom na počet faktorov vstupov a výstupov. Pri inom type modelu je viac silno efektívnych rozhodovacích jednotiek, a teda porovnanie krajín je zložitejšie.

Vo štvrtej kapitole sme pomocou DEA a funkcií vzdialenosti odvodili malmquistov index, ktorý nám umožňuje dynamickú analýzu eko – efektívnosti. Výsledky sú prezentované v piatej kapitole.

V práci sme skúmali eko – efektívnosť v období rokov 1980 – 1995. Nepodarilo sa mi získať údaje o emisiách z neskoršieho obdobia. Hodnoty emisií sú z publikácie OECD Environmental Data, Compendium 1999. Nepodarilo sa mi získať novšiu publikáciu z roku 2001.

Literatúra

1. Cooper, W. W., Seiford, L. M., *Data Envelopment Analysis,* Boston, Kluwer Academic Publishers, 2000.
2. Thijs ten Raa, *Linear Analysis of Competitive Economies,* Padstow, T. J. Press, 1995 Kwok, Y. K., *Mathematical Models of Financial Derivatives*, Singapore, Springer - Verlag, 1998.
3. Färe, R., Grosskopf, S., Roos, P., *Malmquist productivity indexes,* Boston, Kluwer Academic Publishers, 1996.
4. Prasada Rao, D. S., Celli, T. J., *A Cross – country analysis of GDP growth, catch – up and convergence in productivity, and inequality*, paper prepared for the 25th General Conference of the International Association for research in income and wealth Cambridge, England 23 – 29 August 1998.
5. Luptáčik, Mikuláš, *Optimization, Dynamics, and Economic Analysis – Data Envelopment Analysis as a tool for measurement of Eco – efficiency*, p. 37-48, A Springer – Verlag Company, 1999.
6. Kohonen, Pekka, Luptáčik, Mikuláš, *Natural Environment Management and Applied Systems Analysis – Using Data Envelopment Analysis in Measuring Eco – efficiency of Power Plants*, p. 171 – 184, July 2001.

Dáta som čerpal z týchto zdrojov:

1. *OECD Environmental Data*,compendium 1999.
2. *OECD Environmental Data*,compendium 1997.
3. *OECD Environmental Data*,compendium 1995.
4. *Historical Statistic 1960 – 1995*, edition 19997.
5. *Main Economic Indicators*, mesačné štatistiky.

Príloha

1980	(I)expenditure	(I)Capital	(I)Employ	(O)GDP	(O)Sox	(O)Nox	(O)CO
Canada	35,1	64,92668	11155	406,454	4643	1959	10273
USA	385,5	811,6117	100907	5099,489	23501	22558	98302
Austria	2,4	29,23735	3070	171,7551	400	231	1654
Denmark	7	12,86506	2501	133,3587	454	273	956
Finland	2,9	23,96747	2359	98,8092	584	295	660
France	99,6	131,4539	21902	1180,568	3348	1646	9316
Germany	221	358,1433	27059	1816,544	3164	2617	11006
Ireland	0,7	9,721404	1156	35,12198	222	83	497
Italy	29,6	142,9616	20869	830,8031	3757	1638	7588
Netherlands	62	58,57625	5077	300,968	495	584	1516
Norway	13,1	28,25854	1908	96,8199	137	188	866
Spain	5,1	50,00334	12003	407,9041	3073	1056	4328
Sweden	24,1	31,77983	4232	192,7864	508	448	1450
U.K.	65,7	116,665	25327	824,7084	4894	2460	7093

tab. č. 1

1985	(I)expenditure	(I)Capital	(I)Employ	(O)GDP	(O)Sox	(O)Nox	(O)CO
Canada	56,1	71,72063	11819	469,0656	3178	2044	11545
USA	319,7	963,2889	108855	5782,696	21072	21302	97717
Austria	5,3	28,67949	3234	183,8755	195	220	1480
Denmark	7	14,42179	2553	151,9291	363	298	903
Finland	7,2	26,47566	2467	113,6526	382	275	675
France	60,1	123,3347	21475	1269,23	1451	1400	8399
Germany	370,4	332,008	26593	1954,166	2367	2539	8975
Ireland	1	8,393322	1076	39,86985	141	85	456
Italy	56,8	135,5332	21113	896,5678	1901	1614	7692
Netherlands	61,2	58,66853	5178	320,4648	254	581	1316
Norway	12	29,95405	2014	112,8692	98	210	886
Spain	5,4	47,98928	11027	439,3351	2574	950	4233
Sweden	24,4	34,41816	4299	210,0647	266	458	1550
U.K.	119,2	132,4447	24535	908,0455	3759	2398	6768

tab. č. 2

1990	(I)expenditure	(I)Capital	(I)Employ	(O)GDP	(O)Sox	(O)Nox	(O)CO
Canada	58,2	95,3074	13244	540,7158	3305	2106	10612
USA	409,7	989,0466	120430	6631,235	21482	21258	76738
New Zeland	6,8	9,456273	1491	52,69171	45	141	751
Austria	14	37,1051	3412	215,1789	91	194	1286
Belgium	9,3	51,30102	3815	260,7243	320	343	1446
Denmark	25,7	15,06513	2672	162,9739	217	282	705
Finland	9,9	33,43832	2487	134,3324	260	300	556
France	96,2	164,5339	22648	1472,565	1252	1886	10450
Germany	439,7	424,4771	28486	2256,342	5321	2709	11219
Greece	6,2	24,99994	3719	108,764	509	343	1338
Ireland	1,4	10,09702	1126	50,30562	178	116	431
Italy	159,3	166,8723	21764	1038,285	1651	1938	7824
Netherlands	87	70,47897	6356	373,5564	202	579	1197
Norway	21,1	26,363	2030	122,6288	53	218	856
Portugal	11,5	21,13165	4723	100,0154	344	309	1042
Spain	112,2	82,92892	12890	546,8657	2266	1177	4752
Sweden	57,3	44,8929	4465	235,3428	136	388	1217
Switzerland	19	54,64776	3563	307,635	43	166	707
U.K.	118	174,6282	26942	1070,393	3764	2752	6687

tab. č. 3

1995	(I)expenditure	(I)Capital	(I)Employ	(O)GDP	(O)Sox	(O)Nox	(O)CO
Canada	108,7	97,01558	13575	583,1	2805	1999	10084
USA	497	1197,505	126242	7338,4	17408	21561	74483
New Zeland	8,8	11,80324	1643	60,8	48	162	839
Austria	24,4	42,72273	3758	235,2	52	170	1055
Belgium	17,1	48,69217	3746	276,9	245	341	1434
Denmark	30,2	14,72183	2602	180,2	150	252	595
Finland	20,9	19,18521	2092	129,3	96	258	436
France	238,4	154,106	22447	1553,1	959	1729	8514
Germany	471,9	481,618	36184	2458,3	2118	2007	6886
Greece	11	27,29753	3824	117,6	553	358	1318
Ireland	2,7	10,5767	1273	66,5	161	115	306
Italy	143,3	152,8398	20479	1097,2	1322	1768	7755
Netherlands	88,3	74,85997	6886	414,8	145	498	909
Norway	20,9	28,75791	2079	146,6	34	212	728
Portugal	23,5	23,0972	4461	107,2	359	373	1320
Spain	69,5	79,31771	12263	584,2	1927	1243	4372
Sweden	41,9	34,16827	3986	240,2	94	354	1094
Switzerland	13,2	52,33293	3784	307,3	34	136	510
U.K.	186,6	160,9823	25972	1134,9	2351	2145	4939

tab. č. 4

1980 Model B	Score	Excess expenditure	Excess Capital	Excess Employ	Excess Sox	Excess Nox	Excess CO	Shortage GDP
Canada	0,670079	0	0	0	1797,172	508,7172	3989,233	0
USA	0,88071	0	0	0	6887,105	11005,08	49492,63	0
Austria	1	0	0	0	0	0	0	0
Denmark	1	0	0	0	0	0	0	0
Finland	1	0	0	0	0	0	0	0
France	1	0	0	0	0	0	0	0
Germany	1	0	0	0	0	0	0	0
Ireland	0,690494	0	0,974488	112,0869	45,20676	3,791564	0	0
Italy	0,908232	0	10,79512	3373,637	838,0524	0	0	0
Netherlands	1	0	0	0	0	0	0	0
Norway	1	0	0	0	0	0	0	0
Spain	1	0	0	0	0	0	0	0
Sweden	0,902474	0	0	496,1547	0	100,5184	0	0
U.K.	0,808279	0	0	4870,894	1142,76	258,4033	0	0

tab. č 5

1980 Ekologicka	Score	Excess Sox	Excess Nox	Excess CO	Shortage GDP
Canada	0,291613	558,3591	0	0	0
USA	0,357824	0	0	101,911	0
Austria	1	0	0	0	0
Denmark	0,793044	132,4975	0	0	0
Finland	0,754106	277,887	30,73131	0	0
France	0,998316	933,0201	0	0	0
Germany	1	0	0	0	0
Ireland	0,584526	55,81385	0	0	0
Italy	0,723268	1195,525	0	0	0
Netherlands	1	0	0	0	0
Norway	1	0	0	0	0
Spain	0,566185	1031,401	0	0	0
Sweden	0,7337	46,82921	0	0	0
U.K.	0,61257	1623,391	0	0	0

tab. č 6

1980 Technicka	Score	Excess expenditure	Excess Capital	Excess Employ	Shortage GDP
Canada	0,670079	0	0	0	0
USA	0,88071	0	0	0	0
Austria	1	0	0	0	0
Denmark	1	0	0	0	0
Finland	0,73972	0	0,71805	0	0
France	0,983862	25,41526	0	0	0
Germany	1	0	0	0	0
Ireland	0,673652	0	1,192726	0	0
Italy	0,789934	0	0	0	0
Netherlands	0,922879	24,22939	0	0	0
Norway	0,778746	0	3,31205	0	0
Spain	1	0	0	0	0
Sweden	0,794193	4,458273	0	0	0
U.K.	0,681946	1,51492	0	1805,13	0

tab. č 7

1985 Model B	Score	Excess expenditure	Excess Capital	Excess Employ	Excess Sox	Excess Nox	Excess CO	Shortage GDP
Canada	0,657434	10,24556	0	0	1009,857	446,9412	4849,464	0
USA	0,889032	0	298,178	0	5063,318	7677,847	52671,22	0
Austria	1	0	0	0	0	0	0	0
Denmark	1	0	0	0	0	0	0	0
Finland	0,968168	0	13,78936	486,3969	117,4043	45,10002	0	0
France	1	0	0	0	0	0	0	0
Germany	1	0	0	0	0	0	0	0
Ireland	0,8715	0	1,881305	110,3337	0	10,15026	49,8525	0
Italy	0,74832	0	14,645	660,8662	83,50638	0	0	0
Netherlands	1	0	0	0	0	0	0	0
Norway	1	0	0	0	0	0	0	0
Spain	1	0	0	0	0	0	0	0
Sweden	0,812944	0	0	0	0	91,29851	11,21307	0
U.K.	0,754957	25,47843	0	3365,285	918,1782	52,54002	0	0

tab. č 8

1985 Ekologicka	Score	Excess Sox	Excess Nox	Excess CO	Shortage GDP
Canada	0,258694	281,9429	0	0	0
USA	0,327801	87,02297	0	0	0
Austria	1	0	0	0	0
Denmark	0,746471	107,3587	0	0	0
Finland	0,707532	170,8405	0	0	0
France	1	0	0	0	0
Germany	1	0	0	0	0
Ireland	0,538321	29,7065	0	0	0
Italy	0,662837	207,0423	0	0	0
Netherlands	1	0	0	0	0
Norway	0,942547	0	0	328,7779	0
Spain	0,563403	930,3888	0	0	0
Sweden	0,717664	0	0	0	0
U.K.	0,585006	1280,934	0	0	0

tab. č 9

1985 Technicka	Score	Excess expenditure	Excess Capital	Excess Employ	Shortage GDP
Canada	0,657434	10,24556	0	0	0
USA	0,889032	0	298,178	0	0
Austria	1	0	0	0	0
Denmark	1	0	0	0	0
Finland	0,771281	0	9,466222	0	0
France	0,991974	0	1,268559	0	0
Germany	1	0	0	0	0
Ireland	0,799402	0	1,48	0	0
Italy	0,715072	0	9,358901	0	0
Netherlands	0,873539	0	0,608173	0	0
Norway	0,882168	0	12,89606	0	0
Spain	1	0	0	0	0
Sweden	0,773465	0	1,876437	0	0
U.K.	0,650806	35,73862	0	708,8151	0

tab. č 10

1990 Model B	Score	Excess expenditure	Excess Capital	Excess Employ	Excess Sox	Excess Nox	Excess CO	Shortage GDP
Canada	0,630854	0	0	23,53769	1617,994	629,2777	2899,197	0
USA	0,906998	0	0	0	10615,98	9630,055	21966,84	0
New Zeland	0,73681	1,626506	0	350,4309	0	48,55121	258,0555	0
Austria	0,937454	0	0	449,9189	0	13,16791	395,5081	0
Belgium	1	0	0	0	0	0	0	0
Denmark	1	0	0	0	0	0	0	0
Finland	0,750119	0	0,582161	207,9635	139,9743	126,6646	0	0
France	1	0	0	0	0	0	0	0
Germany	0,929667	262,4489	0	0	4544,784	1214,425	5097,125	0
Greece	0,730584	0	0	563,2065	94,74617	40,87299	104,6275	0
Ireland	1	0	0	0	0	0	0	0
Italy	0,720417	2,527611	0	0	218,4141	0	615,3481	0
Netherlands	0,848112	43,30101	0	692,1441	27,01227	197,4697	0	0
Norway	0,753641	7,504106	0	0	0	74,74912	256,7817	0
Portugal	0,585624	0	0	1297,118	128,5624	65,68259	0	0
Spain	0,683159	19,62475	0	161,008	972,097	0	4,473785	0
Sweden	0,786159	28,8846	0	410,4973	0	101,5489	0	0
Switzerland	1	0	0	0	0	0	0	0
U.K.	0,7847	0	0	5708,363	2160,799	924,4818	0	0

tab. č 11

1990 Ekologicka	Score	Excess Sox	Excess Nox	Excess CO	Shortage GDP
Canada	0,138543	382,3039	0	227,5519	0
USA	0,198595	3339,323	643,508	0	0
New Zeland	0,201649	1,709156	0	30,34328	0
Austria	0,598508	24,38741	0	275,1624	0
Belgium	0,414378	96,15803	1,444756	0	0
Denmark	0,531267	92,50502	61,87641	0	0
Finland	0,555251	125,5889	94,08956	0	0
France	0,421313	321,6549	0	1018,507	0
Germany	0,462205	2144,01	34,58953	0	0
Greece	0,186815	79,88647	5,388582	0	0
Ireland	0,26824	40,71513	3,970857	0	0
Italy	0,30498	358,3948	30,79221	0	0
Netherlands	0,717209	92,66197	213,6927	0	0
Norway	0,329232	0,308742	5,602069	0	0
Portugal	0,220588	61,90267	14,19348	0	0
Spain	0,264477	522,8662	16,20043	0	0
Sweden	0,44442	27,54589	45,44403	0	0
Switzerland	1	0	0	0	0
U.K.	0,367871	1235,051	434,7966	0	0

tab. č 12

1990 Technicka	Score	Excess expenditure	Excess Capital	Excess Employ	Shortage GDP
Canada	0,630854	0	0	23,53769	0
USA	0,906998	0	0	0	0
New Zeland	0,607394	0	0	87,66402	0
Austria	0,882608	0	0	0	0
Belgium	1	0	0	0	0
Denmark	1	0	0	0	0
Finland	0,711292	0	0	0	0
France	1	0	0	0	0
Germany	0,929667	262,4489	0	0	0
Greece	0,730584	0	0	563,2065	0
Ireland	1	0	0	0	0
Italy	0,720332	0	0	0	0
Netherlands	0,781158	32,16283	0	0	0
Norway	0,753241	6,151137	0	0	0
Portugal	0,550994	0	0	1027,245	0
Spain	0,672943	0	0	0	0
Sweden	0,726665	16,76204	0	0	0
Switzerland	1	0	0	0	0
U.K.	0,67346	0	0	1576,855	0

tab. č 13

1995 Model B	Score	Excess expenditure	Excess Capital	Excess Employ	Excess Sox	Excess Nox	Excess CO	Shortage GDP
Canada	0,661157	0	0	0	1181,751	515,224	4651,183	0
USA	0,921757	0	0	0	6434,162	11054,39	44395,26	0
New Zeland	0,674189	0	0	283,4521	0	53,24534	412,7896	0
Austria	0,873813	6,983394	0	305,6552	0	18,76457	385,1077	0
Belgium	0,924058	0,866727	0	0	178,1504	169,2392	825,489	0
Denmark	1	0	0	0	0	0	0	0
Finland	0,830807	3,256404	0	0	15,91907	91,52567	34,93995	0
France	1	0	0	0	0	0	0	0
Germany	0,844487	276,1409	0	0	1419,48	478,2624	1514,244	0
Greece	0,635701	0	0	261,867	94,57354	29,99146	319,4155	0
Ireland	1	0	0	0	0	0	0	0
Italy	0,852658	0	0	982,59	0	125,61	3071,822	0
Netherlands	0,869889	51,22816	0	749,8838	35,27094	190,0736	0	0
Norway	0,868296	11,85023	0	0	13,3021	119,1989	388,8201	0
Portugal	0,526608	0	0	594,227	29,88082	31,94515	283,9472	0
Spain	0,882555	0	0	1032,788	756,9083	184,7611	1555,318	0
Sweden	0,94261	15,6485	0	537,6686	0	145,2965	164,7766	0
Switzerland	1	0	0	0	0	0	0	0
U.K.	0,766464	0	0	2799,097	614,5987	129,1642	0	0

tab. č 14

1995 Ekologicka	Score	Excess Sox	Excess Nox	Excess CO	Shortage GDP
Canada	0,129094	297,5943	0	334,0634	0
USA	0,163513	2034,503	277,7865	0	0
New Zeland	0,166098	1,245736	0	38,45173	0
Austria	0,612301	5,816856	0	255,6355	0
Belgium	0,359373	57,40977	0	55,79259	0
Denmark	0,502627	55,45646	46,91181	0	0
Finland	0,492175	32,94292	69,75762	0	0
France	0,39754	209,4042	0	807,1055	0
Germany	0,592482	982,8889	101,1565	0	0
Greece	0,148081	68,87744	0,967463	0	0
Ireland	0,360668	50,70995	12,04632	0	0
Italy	0,27465	241,6922	0	308,9815	0
Netherlands	0,757325	63,91826	193,5724	0	0
Norway	0,477058	0	36,25643	103,9987	0
Portugal	0,134781	36,52563	2,8304	0	0
Spain	0,221763	362,7007	17,10532	0	0
Sweden	0,364387	7,676427	22,68919	0	0
Switzerland	1	0	0	0	0
U.K.	0,381352	770,9923	315,7341	0	0

tab. č 15

1995 Technicka	Score	Excess expenditure	Excess Capital	Excess Employ	Shortage GDP
Canada	0,661157	0	0	0	0
USA	0,921757	0	0	0	0
New Zeland	0,651022	0	0	26,50006	0
Austria	0,806433	1,694556	0	0	0
Belgium	0,924058	0,866727	0	0	0
Denmark	1	0	0	0	0
Finland	0,830807	3,256404	0	0	0
France	0,974215	4,670233	0	0	0
Germany	0,844487	276,1409	0	0	0
Greece	0,635701	0	0	261,867	0
Ireland	1	0	0	0	0
Italy	0,846253	0	0	0	0
Netherlands	0,783517	34,50618	0	0	0
Norway	0,868296	11,85023	0	0	0
Portugal	0,526608	0	0	594,227	0
Spain	0,882555	0	0	1032,788	0
Sweden	0,819677	5,881762	0	0	0
Switzerland	1	0	0	0	0
U.K.	0,759427	0	0	1540,476	0

tab. č 16