

FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY
UNIVERZITY KOMENSKÉHO V BRATISLAVE

DIPLOMOVÁ PRÁCA

BRATISLAVA 2002

MIROSLAV KOTOV

FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY
UNIVERZITY KOMENSKÉHO V BRATISLAVE

Ekonomická a finančná matematika



MODELY VŠEOBECNEJ EKONOMICKEJ ROVNOVÁHY

Riešiteľ: Miroslav Kotov

Vedúci práce: doc.RNDr. Viliam Páleník PhD.

Čestné prehlásenie

Prehlasujem, že diplomovú prácu som vypracoval samostatne len s využitím teoretických vedomostí a s použitím uvedenej literatúry.

Miroslav Kotov

Podakovanie

Ďakujem vedúcemu diplomovej práce doc. RNDr. Viliamovi Páleníkovi PhD. za cenné rady a pomoc pri tvorbe tejto práce. Ďakujem aj svojim rodičom za umožnenie štúdia na vysokej škole.

Obsah

Úvod	4
1 Modely vypočítateľnej všeobecnej rovnováhy	5
2 Matica spoločenských účtov	7
3 Základné výsledky mikroekonomickej teórie	16
3.1 Teória firmy	16
3.2 Teória spotrebiteľa	18
3.3 Dlhodobá rovnováha pri voľnom vstupe na trh	18
3.4 Walrasov zákon	18
3.5 Teória všeobecnej ekonomickej rovnováhy	19
4 Konštrukcia modelu - systém nelineárnych rovníc	21
4.1 Popísanie subjektov	21
4.1.1 Produkcia	21
4.1.2 Rozpätia	22
4.1.3 Spotreba	22
4.1.4 Dane	23
4.1.5 Investície	23
4.1.6 Zahraničný obchod	24
4.2 Špecifikácia modelu - určenie premenných a zostavenie rovníc modelu	28
5 Kalibrácia CGE modelu	33
6 Komplementárna formulácia úlohy CGE	36
7 GAMS	39
8 Alternatívny scenár	40
Záver	42
Literatúra	43
Zoznam príloh	44

Úvod

Modely všeobecnej ekonomickej rovnováhy sú na Slovensku pomerne neznámou oblasťou či už z pohľadu vedeckého záujmu, alebo ich praktických aplikácií. Kým vo vyspelých krajinách sú tieto modely štandardne používané, na Slovensku sú ešte len v "plienkach". S výnimkou pár tvorcov tu neexistujú pracoviská zaoberajúce sa touto problematikou. To spolu s nedostatkom dostupnej literatúry či vhodných softvérov komplikuje tvorbu CGE modelov. Nasledujúca práca má ambíciu popísať jednak teoretické pozadie týchto modelov, ako aj ich praktickú konštrukciu. Popíšeme viacero prístupov k zostaveniu modelu, no priestor venujeme aj predstaveniu softvéru bežne používanému na riešenie tohto typu modelov. Praktickým výstupom tejto práce je CGE model naprogramovaný v softvéri GAMS. Tento model je zostavený v troch rôznych metodológiách. Dôvod pre zostavenie jedného, obsahovo rovnakého modelu v troch rôznych prístupoch je snaha predstaviť čo najširšie tieto modely a inštrumentárium používané na ich riešenie.

Práca je rozdelená do ôsmich častí. V prvej kapitole stručne popíšeme charakter a históriu CGE modelov. V druhej kapitole popíšeme vlastnosti a tvorbu dátovej základne pre CGE modely. Tretia kapitola je venovaná sumarizácii výsledkov mikroekonomickej teórie využívaných pri konštrukcii CGE modelov. Samotnej konštrukcii modelu sa venuje štvrtá kapitola. V piatej kapitole popíšeme kalibráciu modelu. V šiestej sa venujeme alternatívnemu prístupu k zostaveniu a riešeniu CGE modelu - komplementárnemu programovaniu a siedma kapitola približuje softvér používaný na numerické riešenie modelu. Experimentálny scenár spustený na modeli a jeho výsledky sú náplňou ôsmej kapitoly. Ako prílohu k diplomovej práci prikladáme tri zdrojové kódy modelu skonštruovaného v troch rôznych prístupoch a príslušný vstupno-výstupný dátový súbor.

1 Modely vypočítateľnej všeobecnej rovnováhy

Modely vypočítateľnej všeobecnej rovnováhy (CGE- Computable General Equilibrium) sú modely, ktoré simulujú správanie a vzájomné interakcie jednotlivých ekonomických subjektov na trhoch. Sú to makroekonomické modely založené na mikroekonomických predpokladoch optimálneho správania sa subjektov. CGE modely sú prevažne budované na neoklasických predpokladoch, no existujú aj nie neoklasické prvky, ktoré sa dajú implementovať do modelu. Dátová základňa je matica spoločenských účtov (SAM-Social Accounting matrix). Veľmi zjednodušene možno SAM popísať ako tabuľku popisujúcu toky tovarov, služieb a peňazí v ekonomike za dané obdobie, najčastejšie za jeden rok.

CGE modely sú väčšinou komparatívno-statické. Tento princíp sa využíva na modelovanie dôsledkov exogénnych šokov a zmien politik pri predpoklade *ceteris paribus*. CGE modely abstrahujú od chápania času ako aj trajektórie prechodu ekonomiky z jedného rovnovážneho bodu do druhého v stredno až dlhodobom horizonte. Výhodou komparatívno-statického prístupu je jednoduchosť modelového aparátu. Cenou za toto zjednodušenie je však nemožnosť konfrontácie výsledkov modelu so skutočnosťou a tým aj identifikácia nepresností. Práve konfrontácia výsledkov so skutočnosťou v konečnom dôsledku určuje kvalitu modelu a pomáha pri jeho skvalitňovaní.

Teoretický základ modelov je teória všeobecnej mikroekonomickej rovnováhy. Táto teória bola prvýkrát zverejnená francúzskym ekonómom Léonom Walrasom v roku 1874. Moderná verzia bola po prvýkrát formulovaná Arrowom a Debreu v roku 1954. Slovo "vypočítateľný" v názve modelov popisuje fakt, že sa jedná o numerické aplikácie tejto teórie. Aplikácia modelov vypočítateľnej všeobecnej rovnováhy zaznamenala prudký rozvoj v polovici sedemdesiatych rokov, keď rôzne medzinárodné inštitúcie (Svetová banka, Medzinárodný menový fond) zostavovali CGE modely v rozvojových krajinách.¹ Tento rozmach bol podporovaný najmä rozvojom výpočtovej techniky, ale aj skutočnosťou, že tieto modely vyžadujú dátovú základňu za obdobie jedného roka, čo umožňovalo preklenúť nedostatok dlhších časových radov v rozvojových krajinách potrebných na iné typy modelov. Hlavné oblasti uplatnenia CGE modelov sú analýzy dopadov nemarginálnych zmien v environmentálnej, zahranično-obchodnej a daňovej politiky.

Stavba CGE modelu

Zostavenie CGE modelu prebieha vo viacerých krokoch.

¹CGE modely sú teda relatívne "mladé" a v posledných rokoch sa ich použitie neustále rozširuje. Takisto sa objavili pokusy zapracovať nové prvky do kontextu CGE. Ide najmä o nedokonalú konkurenciu, administratívne určované ceny či prechod od neoklasického kontextu produkciou riadeného hospodárstva ku keynesovskému, dopytovo riadenému, konceptu ekonomiky. A v neposlednom rade sú to aj pokusy zdynamizovať modely.

1. Určenie subjektov, ktorých správanie chceme popísať.

Najjednoduchší walrasov model bol zostavený iba z výrobcov a domácností. Aplikovateľné CGE modely však pridávajú aj sektory vlády a zahraničia. Produkčná časť ekonomiky sa môže popísať ako celok, zvyčajne sa však dezagreguje podľa odvetví. Naopak, domácnosti sa väčšinou agregujú a popisujú sa ako jedna reprezentatívna domácnosť. Teoreticky by sa domácnosti mohli deliť podľa príjmov (veľkosti príjmov, typu príjmov), podľa vzdelania atď. Takáto dezagregácia je však v praxi väčšinou limitovaná nedostatkom potrebných údajov. Verejný sektor sa môže popísať ako celok alebo podľa účelu modelu a dostupných dát dezagregovať napríklad na centrálnu vládu a regionálnu vládu. Zahraničie sa môže dezagregovať podľa jednotlivých krajín či ich zoskupení. Opať, miera agregácie závisí na cieľoch modelu a dostupných dátach.

2. Popísanie ekonomického správania sa subjektov.

Každý subjekt v modeli popíšeme pomocou vybranej funkcie správania sa. Správanie producentov je popísané produkčnou funkciou a predpokladá sa racionálne správanie - maximalizácia zisku. Domácnosti sú popísané funkciou užitočnosti, ktorú podľa predpokladov maximalizujú pri rozpočtovom ohraničení.

3. Špecifikácia "pravidiel hry".

Špecifikácia pravidiel hry dopĺňa rámec určenia modelu. Predpokladá sa, že trhy sú dokonale konkurenčné a žiadny ekonomický subjekt nemôže ovplyvniť cenu statku na trhu.

Okrem spomenutých pravidiel je potrebné dodefinovať podmienky rovnováhy. Podmienky rovnováhy v ekonomike možno definovať ako množinu cien a s nimi spojených množstiev, ktoré zaisťujú, že na žiadnom trhu neexistuje previs dopytu.

Numerické riešenie CGE modelov je náročné a v minulosti značne obmedzovalo ich praktickú použiteľnosť. Mnohé predpoklady sa upravovali a prispôbovali, aby boli numericky vypočítateľné. Príkladom sú input-output modely, ktoré prijali mnohé zjednodušené predpoklady - komplementárne produkčné funkcie, exogénna konečná spotreba či pevné podiely pridanej hodnoty na celkovej produkcii. Input-output modely môžeme považovať, za špeciálny typ CGE modelov. Na riešenie nelineárnych CGE modelov sa v súčasnosti používa najmä softvérový balík GAMS (General Algebraic Modeling System). GAMS je používaný na riešenie širokej škály optimalizačných problémov či už lineárneho, nelineárneho, diskrétného alebo dynamického programovania.

2 Matica spoločenských účtov

Matica spoločenských účtov (Social Accounting Matrix - SAM) je dátová základňa pre CGE modely. Je to rámec na zobrazenie všetkých nominálnych tokov v ekonomike. Zachytáva sa v nej výrobná oblasť, odmeny výrobných faktorov, rozdelenie i použitie dôchodkov a akumulácia.

Pre SAM neexistuje striktná, exaktná definícia, jej štruktúra ako aj detailnosť v značnej miere závisí od cieľov modelu. Ak chceme napríklad analyzovať zahraničný obchod a dopady rôznych zahranično-obchodných politík, potrebujeme podrobne popísať najmä účty spojené s transakciami so zahraničím. V prípade záujmu o analýzu vládneho sektoru popíšeme podrobne účty súvisiace s činnosťami vykonávanými týmto sektorom.

Pre tvorbu SAM platia dve základné pravidlá:

1. platí princíp input-output tabuľky, t.j. výdavky peňažných prostriedkov jedného subjektu sú zároveň príjmami iného subjektu
2. platí princíp národného účtovníctva, t.j. suma dôchodkov určitého subjektu sa vždy rovná jeho výdavkom

Zo spomenutých dvoch princípov vyplýva, že SAM je štvorcová matica, v ktorej sa súčty zodpovedajúcich riadkov a stĺpcov rovnajú a jej prvky znamenajú peňažné toky peňažných prostriedkov od určitého subjektu ekonomiky k druhému.²

V štandardnej SAM je obsiahnutých šesť účtov zo systému národných účtov:

- účet výrobkov a služieb
- účet produkcie
- účet tvorby dôchodkov

²V literatúre, najmä v spojení s modulom MPSGE (Mathematical Programming System for General Equilibrium), čo je modul GAMSu uľahčujúci zápis modelu, sa môžeme stretnúť s inou formou SAM, a to s tzv. "nulovou" formou. Táto forma SAM má nasledujúce črty:

- nemusí byť štvorcová
- príjmy sektorov sú označované kladným znamienkom a ich výdavky záporným
- vybilancovanie je zabezpečené podmienkou, že súčet každého riadku a stĺpca je rovný nule

Vo vedeckých ako aj v aplikovaných prácach sa však "nulová" SAM väčšinou nepoužíva, preto sa jej ďalej nebudeme venovať.

- účet rozdelenia a použitia dôchodkov
- kapitálový účet
- účet pre zahraničie

Údajovú základňu pre SAM tvoria viaceré publikácie Štatistického úradu. Prvá z nich je Komoditno - odvetvové tabuľky dodávok a použitia. Z tejto publikácie čerpáme sektorovo špecifické údaje o účte výrobkov a služieb (medzispotrebe, konečnej spotrebe domácností, konečnej spotrebe vlády, investíciách, exporte, importe) a o účte tvorby dôchodkov. Naopak, údaje o rozdelení a použití dôchodkov a o kapitálovom účte čerpáme z publikácie Národné účty. V SAM môžeme rozlišovať komodity a aktivity, v takomto prípade je účet produkcie popísaný systémom tabuľky dodávok a tabuľky použitia (Use a Make matic). V prípade, že nerozlišujeme komodity a aktivity, účet produkcie popíšeme input-output tabuľkou.

Tabuľka 1 zobrazuje štandardnú formu SAM matice. Táto SAM je zostavená podľa metodiky ESA 95 pre SR za rok 1996.

Tabuľka 1: SAM SR 1996 (agregovaná, bežné ceny, mld.SKK)

Výdavky			Výrobky a služby	Produkcia	Tvorba, rozdelenie a použitie dôchodkov						Kapitál	Zahraničie	Spolu
					Prev. prebytok	Odmeny zamestnancov	Čisté dane	Podniky	Štátna správa	Domácnosti			
Prijmy			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Výrobky a služby		1		953,8					135,3	315,8	225,1	334,7	1964,7
Produkcia		2	1 494										1 494
Tvorba dôchodkov	Prev. prebytok	3		272,1									272,1
	Odmeny zamestnancov	4		266,9								0,4	267,3
	Čisté dane	5		1,3									1,3
Rozdelenie a použitie dôchodkov	Podniky	6			153,2	0,9			18,6	15,8		15,9	204,4
	Štátna správa	7	65,9		10,9	63,3	1,3	49,6		59,8		1	251,8
	Domácnosti	8			108	202,9		36,1	81,5			4,3	432,6
Kapitál		9						104,8	15,2	39,9		65,2	225,1
Zahraničie		10	404,8			0,3		13,9	1,2	1,3			421,5
Spolu			1 964,7	1 494	272,1	267, 3	1, 3	204, 4	251,8	432,6	225,1	421,5	

Konvencia v SAM je, že riadky zobrazujú zdroje sektorov a stĺpce použitie zdrojov. Výnimku tvorí účet výrobkov a služieb, kde je to obrátené.³ Vyjadruje sa tým skutočnosť, že toky tovarov sú protipoložkami peňažných tokov. Každý účet je teda v SAM tvorený jedným riadkom a jedným stĺpcom. Pre uľahčenie popisu sa na prvky tabuľky SAM budeme odvolávať pomocou zápisu SAM[i,j], kde i a j sú indexy riadku a stĺpca, v priesečníku ktorých sa daný prvok nachádza.

Účet výrobkov a služieb

Riadok "výrobky a služby" popisuje použitie produkcie v národnom hospodárstve. Zobrazuje, aké množstvo produkcie bolo spotrebované v medzispotrebe (SAM[1,2]) a koľko v konečnej spotrebe podľa typu užitia - vo verejnej spotrebe (SAM[1,7]), spotrebe domácností (SAM[1,8]), na investície (SAM[1,9]) a na export (SAM[1,10]).

Stĺpec "výrobky a služby" popisuje zdroje produkcie. Dozvieme sa, aká časť výrobkov pochádza z domácej produkcie (SAM[2,1]). Nepriame dane (SAM[7,1]) sú pri zdrojoch uvedené preto, lebo zložky konečnej spotreby sú účtované v cenách spotrebiteľov, kým domáca produkcia je účtovaná v cenách výrobcov.⁴ Na prevod medzi jednotlivými cenami potrebujeme práve tento účet. Posledným zdrojom výrobkov a služieb v ekonomike je import (SAM[10,1]).

Účet produkcie

Účet produkcie popisuje v stĺpci "produkcia" celkovú domácu produkciu v základných cenách (SAM[2,1]).

V riadku "produkcia" jej nákladovú štruktúru - medzispotrebu (SAM[1,2]) a pridanú hodnotu. Pridaná hodnota sa ďalej rozdeľuje na prevádzkový prebytok (SAM[3,2]), odmeny zamestnancov (SAM[4,2]) a čisté dane z produkcie. (SAM[5,2])

Účet tvorby dôchodkov

Účet tvorby dôchodkov popisuje tvorbu jednotlivých typov dôchodkov (prevádzkový prebytok, odmeny zamestnancov a čisté dane z produkcie) v členení podľa jednotlivých sektorov ekonomiky.

Stĺpec "prevádzkový prebytok" rozdeľuje hrubý prevádzkový prebytok podľa sektora, v ktorom bol vytvorený - či v sektore podnikov (SAM[6,3]), sektore domácností (SAM[8,3]) alebo sektore vlády (SAM[7,3]). Účtovné štandardy sa v tomto odlišujú od ekonomickej teórie, kde sektor domácností je čisto spotrebný sektor. V metodike ESA 95 sektor domácností je aj produkčný sektor. Do sektora domácností pritom účtovne zaraďujeme podnikateľov jednotlivcov nezapísaných v obchodnom registri.

Stĺpec "odmeny zamestnancov" zobrazuje rozdelenie odmien zamestnancov medzi sek-

³Aj v systéme Národných účtov sa účet výrobkov a služieb účtuje naopak. Na rozdiel od ostatných účtov sa použitie zaznamenáva na pravej strane a zdroje na ľavej.

⁴Systém národohospodárskeho účtovania rozoznáva dva základné cenové režimy

- základné ceny - je to suma nákladov potrebná na vyrobenie daného statku - náklady na medzispotrebu a odmeny primárnych faktorov (práca, kapitál)
- ceny spotrebiteľov sa rovnajú základným cenám plus čisté dane z produktov plus rozpätia

tory. Odmeny zamestnancov sa rozdelia na imputované príspevky sociálneho poistenia, ktoré ostanú v sektore podnikov (SAM[6,4]). Ďalšou zložkou odmien zamestnancov sú sociálne príspevky zamestnávateľov smerujúce do sektora štátnej správy (SAM[7,4]). Poslednou zložkou účtu odmeny zamestnancov sú hrubé mzdy zamestnancov, ktoré sú príjmami sektora domácností (SAM[8,4]). Časť z odmien zamestnancov je vyplatená do zahraničia (SAM[10,4]).

Stĺpec čisté dane ukazuje, že čisté dane z produkcie sú príjmy sektora štátnej správy (SAM[7,5]).

Účet rozdelenia a použitia dôchodkov

Účet rozdelenia a použitia dôchodkov popisuje jednak rozdelenie dôchodkov v rámci domácej ekonomiky - v prvkoch submatice nachádzajúcej sa v priesečníku stĺpcov a riadkov s označením "podniky", "štátna správa", "domácnosti". Ak k tomu pridáme ešte aj riadok a stĺpec "zahraničia", dostaneme dôchodky vyplatené resp. prijaté zo zahraničia.

Príjmy v sektore podnikov pozostávajú z úrokov a bežných transferov vyplácaných sektorom štátnej správy (SAM[6,7]), domácností (SAM[6,8]) a zo zahraničia (SAM[6,10]). Príjmy sektora štátnej správy pozostávajú najmä z bežných daní a z ostatných bežných transferov od ostatných sektorov - podnikov (SAM[7,6]), domácností (SAM[7,8]) a zahraničia (SAM[7,10]). Príjmy sektora domácností tvoria najmä sociálne dávky a iné transfery platené zo štátnej správy (SAM[8,7]) a z rôznych dôchodkov z majetku (dividendy, úroky) a transferov platených zo sektora podnikov (SAM[8,6]) a zo zahraničia (SAM[8,10]).

Príjmy a výdavky zahraničia sa okrem príjmov z nášho importu (SAM[10,1]) a výdavkov za náš export (SAM[1,10]) skladajú z pracovných príjmov a výdavkov a z rôznych transferov medzi zahraničím a jednotlivými rezidentnými sektormi domácej ekonomiky.

Už spomenutý riadok "výrobky a služby" kompletizuje výdavky jednotlivých sektorov na spotrebu a dotvára obraz ekonomiky.

Účet kapitálu

Riadok "kapitál" popisuje zdroje investícií - úspory v ekonomike v členení podľa jednotlivých sektorov. Možno identifikovať úspory podnikov (SAM[9,6]), vlády (SAM[9,7]) a domácností (SAM[9,8]). Bilancujúca položka kapitálového účtu (SAM[9,10]) predstavuje čisté pôžičky poskytnuté zo(+)/do(-) zahraničia.

V modeli použitá SAM matica sa od štandardnej formy (zobrazenej v tabuľke 1) líši vo viacerých smeroch. Je to spôsobené najmä cieľmi modelu, pre ktoré sú niektoré účty štandardnej SAM matice veľmi podrobné, niektoré naopak príliš hrubé.

Uskutočnené zmeny sú nasledovné:

- zmena počtu produkčných sektorov - model pracuje so šiestimi produkčnými sektormi

sektor	skratka používaná v modeli
poľnohospodárstvo	AG
priemysel	IN
rozvod elektriny a plynu	EL
stavebníctvo	CO
trhové služby	MA
netrhové služby	PU

- systém tabuliek dodávok a použitia bol nahradený input-output tabuľkou, t.j. model nerozlišuje medzi produktmi a sektormi alebo, inak povedané, každý sektor môže vyrábať práve jeden produkt.
- podrobnejšie popísané nepriame dane - kým v pôvodnej tabuľke bol nepriamym daniam vyhradený iba jeden riadok, model rozlišuje medzi daňami z produktov (spotrebné dane a DPH) a daňami z importu.
- zapracované rozpätia (dopravné a obchodné) - v cenách spotrebiteľov (v ktorých je účtovaná konečná spotreba) sú v cene výrobku daného sektora započítané aj náklady na prepravu daného výrobku ako aj marža (veľkoobchodná či maloobchodná) obchodníkov. Celá cena je zaúčtovaná ako produkcia sektora vyrábajúceho daný statok, no v skutočnosti sú rozpätia príjmami iných sektorov. Na vybilancovanie týchto rozdielov medzi skutočnými a zaúčtovanými tržbami sektorov slúži práve účet rozpätí. Súčet rozpätí je za celú ekonomiku nulový. Sektory, ktoré vytvárajú rozpätia, majú na účte rozpätí záporné hodnoty. Sektory, ktorých produkcia prechádza sektormi produkujúcimi rozpätia, majú na účte rozpätí kladnú hodnotu. Nulová hodnota na účte rozpätí znamená, že produkcia daného sektora neprechádza sektormi produkujúcimi rozpätia.
- zvyšné úpravy boli vykonané na účte rozdelenia dôchodkov, a to:
 - podniky boli vynechané z účtov tvorby, rozdelenia a použitia dôchodkov, táto úprava bola spôsobená predpokladmi CGE modelov, podľa ktorých podniky pracujú s nulovým ziskom. Dôchodky teda putovali z produkčných sektorov priamo do domácností alebo vlády.
 - abstrahovali sme od všetkých transakcií medzi jednotlivými domácimi sektormi (domácnosti, štátna správa, podniky) a zahraničím okrem exportu a importu a bilancia zahraničného obchodu nebola účtovaná na kapitálovom účte, ale na účte domácností.
 - predpokladáme, že zdrojom všetkých úspor v ekonomike sú domácnosti.

Tieto úpravy boli vykonané za účelom zjednodušenia a sprehľadnenia modelu. Zakomponovanie rôznych transferov medzi domácimi sektormi a zahraničím by si vyžadovalo podrobnejšiu analýzu ich vlastností a charakteru, čo presahuje rámec tejto práce.

Upravenú SAM maticu, ktorá bola použitá ako vstup pre model zobrazuje tabuľka 2.

Tabuľka 2: SAM použitá ako vstup pre model 1996,bežné ceny,mld.SKK

	Výrobky a služby						Tvorba a rozdelenie dôchodkov							Konečná spotreba				
	AG	IN	EL	CO	MA	PU	L	Ins	K	NTOG	VT	IT	NG	HH	Gov	Inves	Zah	Total
AG	26,45	57,4	20,97	3,17	12,25	1,36								30,73	0,77	1	9,3	163,4
IN	24,89	261,68	13,63	41,41	83,91	26,38								179,5	8,7	127,23	255,58	1022,91
EL	3,29	23,28	39,74	2,28	21,06	6,5								11,78	0,78	1,96	1,19	111,86
CO	0,67	3,94	2,07	22,33	12,69	3,18								3	0,05	81,55	4,72	134,2
MA	7,71	46,22	6,89	16,53	118,93	23,97								69,04	12,96	13,57	58,2	374,2
PU	0,71	2,88	0,44	0,59	6,44	7,52								19,92	112,03	1,38	5,89	157,8
L	16,62	57,41	5,71	13,84	56,84	53,13												203,55
Ins	5,17	17,86	1,78	4,31	17,68	16,52												63,32
K	12,34	61,53	16,92	23,5	144,47	13,26												272,02
NTOG	-0,44	4,5	0,7	0,45	-1,21	-2,71												1,29
VT	2	31,83	2,22	1,9	10,4	1,91												50,26
IT	0,71	13,79	0,15	0,05	0,48	0												15,18
NG	-7,19	15,32	-4	-0,05	-3,62	-0,04												0,42
TRDM	10,19	128,15	0,22	0	-138,56	0												0
TRNM	1,44	20,67	0	0	-22,11	0												0
HH							203,55		261,11						73,04		69,91	607,61
Gov								63,32	10,91	1,29	50,26	15,2	0,42	66,95				208,33
Inves														226,69				226,69
Zah	58,84	276,45	4,42	3,89	54,37	6,82												404,79
Total	163,4	1022,91	111,86	134,2	374,02	157,8	203,55	63,32	272,02	1,29	50,26	15,2	0,42	607,61	208,33	226,69	404,79	

Popis riadkov a stĺpcov tabuľky 2:

AG,IN,EL,CO,MA,PU - produkčné sektory

L- odmeny za prácu

Ins -príspevky poistenia platené zamestnávateľmi

K - odmeny za kapitál

NTOG - čisté dane z produkcie

VT - daň z pridanej hodnoty

IT - daň z importov

NG - čisté dane z produktov

TRDM - obchodné rozpätia

TRNM - dopravné rozpätia

HH - sektor domácností

Gov - sektor vlády

Inves - tvorba kapitálu

Zah - sektor zahraničia

Popis tabuľky 2

- Submatica ležiaca na priesečníku riadkov a stĺpcov AG, IN, EL,CO, MA, PU tvorí input - output tabuľku. Prvok v i-tom riadku a j-tom stĺpci predstavuje množstvo produkcie i-teho sektora, ktoré bolo použité ako vstup v sektore j. Teda napríklad sektor poľnohospodárstva (AG) použil ako svoj vstup produkciu zo sektora priemysel (IN) v hodnote 24,89 mld. SKK.
- Riadky L, Ins, K, NTOG predstavujú množstvo odmien za prácu, sociálneho poistenia, odmien za kapitál a čistých daní z produkcie vyplatených jednotlivými sektormi. Do ktorých sektorov tieto toky smerovali, môžeme zistiť z príslušných stĺpcov. Napríklad sektor stavebníctva (CO) zaplatil 0,45 mld. SKK ako čistú daň z produkcie (riadok NTOG).
- Riadky VT, IT, NG predstavujú množstvá prijatých subvencií (-) alebo zaplatených daní (+) z pridanej hodnoty, daní z importov a čistých daní z produktov zaplatených/prijatých spotrebiteľmi v konečnej spotrebe. Opäť, z príslušných stĺpcov zistíme, kam tieto toky smerovali.
- Riadky TRDM a TRNM popisujú obchodné a dopravné rozpätia. Sektor trhových služieb (MA) "produkuje" rozpätia v ekonomike (cca. 160 mld. SKK). Sektory netrhových služieb (PU) a rozvodu elektriny, plynu (EL) majú na účte rozpätí nulovú hodnotu, čo znamená, že ich produkcia neprechádza sektormi produkujúcimi rozpätia. Naopak, sektory AG, IN, CO majú na účte rozpätí kladnú hodnotu rozpätí, čo znamená, že produkcia týchto sektorov prechádza sektormi maloobchodu, veľkoobchodu či prepravy. Poznamenajme ešte, že pri účtoch rozpätí sme trochu porušili konvenciu o štvorcovej SAM matici a príslušné stĺpce sme do nej nezaradili. Dôvodom je skutočnosť, že z definície je súčet rozpätí za ekonomiku nulový, a preto by príslušné stĺpce boli vždy nulové, a teda zbytočné.

- Riadky HH a Gov popisujú zdroje príjmov sektora domácností a vlády, kým príslušné stĺpce popisujú výdavky týchto sektorov. Tu by sme radi upozornili na prvok v priesečníku riadku HH a stĺpca Gov. Je to bilancujúci transfer medzi vládou a domácnosťami. Keby sme popísali všetky toky súvisiace so sektormi vlády a domácností, oba sektory by boli automaticky vybilancované. (Hodnota celkových výdavkov by sa rovnala hodnote celkových príjmov). Tým, že sme niektoré toky nepopísali (ide najmä o už spomenuté rôzne transfery medzi sektormi), vznikol rozdiel medzi celkovými popísanými príjmami a výdavkami týchto sektorov. Ak predpokladáme, že zvyšok tabuľky je vybilancovaný, potom prebytok na účte domácností je deficitom na účte vlády a vice versa. Vybilancovanie má formu agregovaného transferu smerujúceho zo sektora s prebytkom do sektora s deficitom. Z dát za rok 1996, vyplýva, že "platcom" je sektor vlády (73,04 mld. SKK).
- Riadok Inves popisuje zdroje na investície a podľa našich zjednodušených predpokladov, všetky zdroje na investície poskytujú domácnosti (226,69). Stĺpec Inves popisuje zloženie investícií v sektorovom členení. Na účte investícií je agregovaný aj účet zmeny stavu zásob.
- Riadok Zah popisuje import a stĺpec Zah popisuje export v sektorovom členení. Prvok v stĺpci Zah a riadku HH je deficit zahraničného obchodu a celá hodnota je zaúčtovaná na účte domácností (69,91 mld. SKK).

3 Základné výsledky mikroekonomickej teórie

V tejto časti zhrnieme základné výsledky mikroekonomickej teórie, ktoré sú využívané v CGE modeloch. Zameriame sa najmä na výsledky z oblasti teórie firmy, spotrebiteľa a všeobecnej rovnováhy.⁵

3.1 Teória firmy

Firma je popísaná jej technológiou. Najjednoduchší a najpoužívanejší spôsob popísania technológie je produkčná funkcia. Produkčná funkcia priradí každej novej kombinácii vstupov maximálny možný výstup.

Príklady produkčných funkcií

Predpokladajme, že máme n vstupov $x_{i,i=1,\dots,n}$ a jeden výstup Y

Cobb- Douglasova produkčná funkcia

$$Y = \gamma \prod_{i=1}^n x_i^{\alpha_i}$$

kde v prípade, že $\sum \alpha_i = 1$, elasticita substitúcie (σ) sa rovná 1 ($\sigma = 1$)

Leontiefova produkčná funkcia

$$Y = \min_i \{\alpha_i x_i\}_{i=1}^n$$

kde elasticita substitúcie $\sigma = 0$

CES (Constant elasticity of substitution) funkcia

$$Y = \gamma \left(\sum_{i=1}^n \alpha_i x_i^\rho \right)^{\frac{1}{\rho}}$$

kde $\sum \alpha_i = 1$ a elasticita substitúcie sa rovná $\sigma = \frac{1}{1-\rho}$

Maximalizácia zisku

Ekonomický zisk je definovaný ako rozdiel medzi príjmami firmy a vynaloženými nákladmi. Firma sa snaží zvoliť takú kombináciu vstupov, aby svoj zisk maximalizovala. V

⁵Pre podrobnejší výklad teórie ako aj odvodenia jednotlivých vzťahov viď [10]

celej práci predpokladáme, že na všetkých trhoch je dokonalá konkurencia. To pre firmu znamená, že nemôže svojím správaním ovplyvniť ceny na trhu. Ceny sú pre ňu exogénne dané. Pri maximalizácii zisku rieši firma nasledujúci problém

$$\max_{\mathbf{x}} pf(\mathbf{x}) - \mathbf{w}\mathbf{x} \quad (3.1)$$

kde

\mathbf{x} je vektor vstupov

\mathbf{w} je vektor cien vstupov

p je cena výstupu a

$f(\mathbf{x})$ je produkčná funkcia

Minimalizácia nákladov

Firma minimalizujúca náklady je druhá možnosť štúdia firmy.

Firma minimalizujúca náklady rieši nasledujúcu úlohu

$$\min_{\mathbf{x}} \mathbf{w}\mathbf{x} \quad (3.2)$$

za podmienky $f(\mathbf{x}) = Y$

Definujme nákladovú funkciu

$$C(\mathbf{w}, Y) = \min_{\mathbf{x}} \mathbf{w}\mathbf{x} \quad (3.3)$$

za podmienky $f(\mathbf{x}) = Y$

a dopytovú funkciu po faktoroch (vo vektorovej forme)

$$\mathbf{X}(\mathbf{w}, Y) = \arg(\min_{\mathbf{x}} \mathbf{w}\mathbf{x}) \quad (3.4)$$

za podmienky $f(\mathbf{X}) = Y$

Dá sa ukázať, že úloha minimalizácie nákladov je duálna úloha k úlohe maximalizácie zisku. Danú technológiu môžeme jednoznačne popísať produkčnou funkciou ako aj nákladovou funkciou. V CGE modeloch sa častejšie vyskytuje duálna špecifikácia, t.j. firma sa popisuje jej nákladovou funkciou.

V modeli boli použité Cobb-Douglasove produkčné funkcie, uvedme preto nákladovú funkciu a funkciu dopytu po faktoroch odvodené pre túto produkčnú funkciu.

Nákladová funkcia má tvar

$$C(w_1, \dots, w_n, Y) = \frac{1}{\gamma} \prod_{i=1}^n \left(\frac{w_i}{\alpha_i} \right)^{\alpha_i} Y \quad (3.5)$$

a funkcia dopytu po faktoroch (kde X_k je dopyt po k -tom faktore) má tvar

$$X_k(w_1, \dots, w_n, Y) = \frac{1}{\gamma} \frac{\alpha_k}{w_k} \prod_{i=1}^n \left(\frac{w_i}{\alpha_i} \right)^{\alpha_i} Y \quad (3.6)$$

3.2 Teória spotrebiteľa

Správanie spotrebiteľa (jeho preferencie) je popísané pomocou funkcie užitočnosti. Funkcie užitočnosti, podobne ako aj produkčné funkcie, môžu mať rôzny tvar. V modeli bol použitý Cobb-Douglasov tvar funkcie užitočnosti

$$u(\mathbf{x}) = \prod_{i=1}^n x_i^{\alpha_i} \quad (3.7)$$

Tvar Cobb-Douglasovej funkcie užitočnosti sa od príslušnej produkčnej funkcie odlišuje iba v chýbajúcom parametri γ . Tento parameter je však vo funkcii užitočnosti zbytočný, pretože teória spotrebiteľa má v klasickej mikroekonomickej teórii ordinálny a nie kardinálny charakter.⁶ Vektor cien statkov \mathbf{p} je pre spotrebiteľa daný, svojím správaním ich nemôže ovplyvniť. Spotrebiteľ sa teda na základe svojich preferencií ($u(\mathbf{x})$), cien statkov (\mathbf{p}) a svojho rozpočtového ohraničenia (M) rozhodne o spotrebe jednotlivých statkov tak, aby maximalizoval svoju užitočnosť. Rieši teda nasledujúcu úlohu.

$$\max_{\mathbf{X}} u(\mathbf{X}) \quad (3.8)$$

za podmienky $\mathbf{pX} = M$

Riešením tejto úlohy sa dajú odvodiť dopytové funkcie. Dopytová funkcia priradí každej kombinácii cien a rozpočtového ohraničenia množstvá statkov, ktoré riešia úlohu spotrebiteľa.

V našom prípade, pri použití Cobb - Douglasového tvaru funkcie užitočnosti, majú dopytové funkcie po k -tom faktore nasledujúci tvar

$$X_k(p_1, \dots, p_n, M) = \frac{\alpha_k M}{p_k} \quad (3.9)$$

3.3 Dlhodobá rovnováha pri voľnom vstupe na trh

Tu uvedieme jeden výsledok z analýzy čiastkových trhov. A totiž, že pri predpoklade dokonalkej konkurencie a voľnom vstupe producentov na trh, sa cena statku v dlhodobej rovnováhe rovná priemerným nákladom, z čoho vyplýva, že producenti dosahujú nulový zisk. Tento výsledok sa dá intuitívne vysvetliť tým, že nenulový kladný zisk by pritiahol na trh iných producentov, čím by sa zisk delil medzi viacerých.

3.4 Walrasov zákon

Nasledujúca verzia Walrasovho zákona je sformulovaná pre výmennú ekonomiku s m subjektmi, jeho obdoba však platí aj pre ekonomiku s producentmi. Označme vektor \mathbf{X}_i dopyt i -teho spotrebiteľa po statkoch a \mathbf{e}_i počiatočné vybavenie i -teho spotrebiteľa. Definujme agregovaný previs dopytu \mathbf{z} ako:

$$\mathbf{z}(\mathbf{p}) = \sum_{i=1}^n (\mathbf{X}_i(\mathbf{p}, \mathbf{p}\mathbf{e}_i) - \mathbf{e}_i) \quad (3.10)$$

⁶Ordinálny charakter preferencií znamená, že spotrebiteľ sa vie na základe svojich preferencií rozhodnúť, ktorý zo spotrebiteľských košov preferuje, ale túto preferenciu nevie číselne ohodnotiť.

Walrasov zákon

Pre ľubovoľný vektor cien \mathbf{p} platí $\mathbf{pz}(\mathbf{p}) \equiv 0$, t.j. hodnota previsu dopytu sa identicky rovná nule.

Vetu uvádzame bez dôkazu.

Dôsledok Walrasovho zákona

Ak sa dopyt rovná ponuke na $n - 1$ trhoch a $p_n > 0$, potom sa dopyt musí rovnať ponuke aj na n -tom trhu.

Dôkaz dôsledku priamo vyplýva z Walrasovho zákona.

3.5 Teória všeobecnej ekonomickej rovnováhy

Matematický model dokonale konkurenčnej ekonomiky publikovaný L. Walrasom (1874-77) bol prijatý ako pokus vysvetliť všeobecnú rovnováhu dosiahnutú množstvom subjektov pôsobiacich na trhoch. Moderná verzia všeobecnej rovnováhy bola publikovaná v roku 1954 autormi Arrow K.J. a Debreu G. Dôkaz existencie všeobecnej rovnováhy je založený na vete o pevnom bode.

Pre potreby uvedenia vety zdefinujme si niektoré pojmy. V ekonomike rozlišujeme dva typy agentov - spotrebiteľov a producentov. Majme m spotrebiteľov, n producentov a l statkov.

Spotrebu i -teho spotrebiteľa \mathbf{x}_i ($i = 1, \dots, m$) definujeme ako l -rozmerný vektor množstiev statkov. Jeho vstupy (spotreba statkov) sú označované pozitívnym znamienkom, kým jeho výstupy (napr. ponuka práce) sú označované záporným znamienkom. Označme X_i neprázdnu podmnožinu priestoru R^l , množinu možnej spotreby i -teho spotrebiteľa. Na tejto množine sú definované preferencie spotrebiteľa s nasledujúcimi vlastnosťami: kompletnosť, reflektívnosť, tranzitívnosť.

Označme \mathbf{p} vektor cien. Hodnota spotreby i -teho spotrebiteľa \mathbf{px}_i musí byť menšia alebo rovná jeho počiatočnému bohatstvu \mathbf{w}_i . Spotrebiteľ teda maximalizuje svoje preferencie za predpokladu splnenia rozpočtového ohraničenia. Označme ďalej \mathbf{e}_i l -rozmerný vektor počiatočného vybavenia i -teho spotrebiteľa a $\theta_{i,j}$ podiel vlastníctva i -teho spotrebiteľa na zisku j -teho ($j = 1, \dots, n$) producenta r_j . Počiatočné bohatstvo i -teho spotrebiteľa teda spĺňa nasledujúcu rovnosť $w_i = \mathbf{pe}_i + \sum_j \theta_{i,j} r_j$.

Produkcja j -teho producenta je takisto l -rozmerný vektor množstiev \mathbf{y}_j , ktoré vyrába a spotrebováva. Výstup je pritom označený kladným znamienkom a vstup záporným znamienkom. Technológia firmy určuje technologickú množinu Y_j možnej produkcie. Y_j je neprázdnu podmnožinou priestoru R^l . Producent sa pre daný vektor cien \mathbf{p} snaží maximalizovať svoj zisk \mathbf{py}_j .

Ekonomika ε je teda popísaná množinou možnej spotreby, preferenciami a počiatočným vybavením každého spotrebiteľa, systémom podielov spotrebiteľov na zisku producentov a technologickými množinami producentov. $\varepsilon = ((X_i, \preceq_i, \mathbf{e}_i), (\theta_{i,j}), (Y_j))$.

Stav ekonomiky ε je popísaný m -rozmerným vektorom spotreby jednotlivých spotrebiteľov \mathbf{x}_i , n -rozmerným vektorom produkcie jednotlivých producentov \mathbf{y}_j a vektorom cien \mathbf{p} .

Stav $((\mathbf{x}_i^*) (\mathbf{y}_j^*) (\mathbf{p}^*))$ nazývame rovnováhou, ak sú splnené nasledujúce podmienky:

- a. pre $\forall i=1, \dots, m$, \mathbf{x}_i^* maximalizuje preferencie i -teho spotrebiteľa pri splnení jeho rozpočtových ohraňení
- b. pre $\forall j=1, \dots, n$, \mathbf{y}_j^* maximalizuje zisk j -teho producenta pri splnení technologických ohraňení
- c. $\sum_i \mathbf{x}_i^* + \sum_j \mathbf{y}_j^* - \sum_i \mathbf{e}_i = \mathbf{0}$

Zaďinujme ešte dosiahnuteľný stav ekonomiky.

Stav ekonomiky nazývame dosiahnuteľným, ak platia nasledujúce podmienky:

- a. pre $\forall i=1, \dots, m$, $\mathbf{x}_i \in X_i$
- b. pre $\forall j=1, \dots, n$, $\mathbf{y}_j \in Y_j$
- c. pre $\sum_i \mathbf{x}_i + \sum_j \mathbf{y}_j - \sum_i \mathbf{e}_i \leq \mathbf{0}$

Dosiahnuteľný stav ekonomiky znamená, že každý spotrebiteľ sa nachádza vo svojej množine možnej spotreby, produkcia každého producenta patrí do jeho technologickej množiny a pre žiadnu komoditu neexistuje na trhu prevyšujúci dopyt.

Označme \hat{X}_i dosiahnuteľnú množinu možnej spotreby i -teho spotrebiteľa, to jest takú, pre ktorú existuje dosiahnuteľný stav ekonomiky, ktorý alokuje danú spotrebu i -temu spotrebiteľovi.

Zápis $\mathbf{a} \ll \mathbf{b}$, vyjadruje podmienku, že každá zložka vektora \mathbf{a} je menšia ako príslušná zložka vektora \mathbf{b} , kým označením $\mathbf{a} < \mathbf{b}$ rozumieme $\mathbf{a} \leq \mathbf{b} \wedge \mathbf{a} \neq \mathbf{b}$.

Nenasýtená spotreba znamená, že pre každé \mathbf{x} ; $\mathbf{x} \in \hat{X}_i$ existuje $\hat{\mathbf{x}} \in X_i$ také, že $\hat{\mathbf{x}} \succ_i \mathbf{x}$.

Veta o existencii všeobecnej rovnováhy

Ekonomika $\varepsilon = ((X_i, \preceq_i, e_i), (\theta_{i,j}), (Y_j))$ má rovnovážny stav, ak platí

1. pre $\forall i=1, \dots, m$ platí

- X_i je uzavretá, konvexná a má dolné ohraňenie pre \leq
- neexistuje nasýtená spotreba v \hat{X}_i
- množina $\{(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}) \in X_i \otimes X_i \mid \mathbf{x} \preceq_i \hat{\mathbf{x}}\}$ je uzavretá
- ak \mathbf{x} a $\hat{\mathbf{x}}$ sú dva body z X_i a r je reálne číslo z intervalu $(0, 1)$, potom platí $\mathbf{x} \prec_i \hat{\mathbf{x}} \Rightarrow \mathbf{x} \prec_i (1-r)\mathbf{x} + r\hat{\mathbf{x}}$
- existuje $\mathbf{x}_i^0 \in X_i$ také, že platí $\mathbf{x}_i^0 \ll \mathbf{w}_i$

2. pre $\forall j=1, \dots, n$ platí

- $\mathbf{0} \in Y_j$
- Y je uzavretá a konvexná; $Y = \sum_j Y_j$
- $Y \cap (-Y) = \{\mathbf{0}\}$
- $Y \supset (-R_+^l)$

Vetu uvádzame bez dôkazu.⁷

⁷Pre podrobný dôkaz viď [3]

4 Konštrukcia modelu - systém nelineárnych rovníc

Systém nelineárnych rovníc je v literatúre najčastejšie popisovaná metóda zostavenia a riešenia CGE modelov. V tejto metóde sa z produkčných funkcií a funkcií užitočnosti odvodí funkcie dopytu a ponuky statkov v ekonomike za predpokladov racionálneho správania sa všetkých subjektov. Následne sa na všetkých trhoch vytvoria podmienky rovnováhy to jest celkový dopyt sa rovná celkovej ponuke. Ďalšie rovnice sa odvodí z podmienok nulového zisku firiem - celkové náklady firmy sa rovnajú celkovým príjmom. Poslednou "sadou" rovníc sú podmienky rozpočtového ohraničenia spotrebiteľov, ktoré zaručujú, že celkové príjmy spotrebiteľov sa rovnajú ich celkovým výdavkom. Keďže CGE modely sú reálne modely, len relatívne ceny statkov majú zmysel. Jedna komodita sa stanoví ako "numeraire", ostatné ceny sú potom vlastne vyjadrené pomerne k numeraire.

4.1 Popísanie subjektov

4.1.1 Produkcia

Produkcia je popísaná neoklasickými produkčnými funkciami (Cobb-Douglas, CES), pričom v modeli sú použité len Cobb-Douglasove funkcie.

Pripomeňme, že elasticita substitúcie sa pri tomto type produkčnej funkcie rovná jednej. Tento parameter je pre model exogénny a na jeho odhad sa nepoužíva kalibrácia, ale štatistické metódy.

V modeli nie sú priamo použité produkčné funkcie, ale z nich, použijúc predpoklady optimalizácie zisku, odvodené dopytové funkcie po výrobných faktoroch a nákladové funkcie.

Produkčné funkcie môžu byť vhodne "vnorené"⁸ do viacerých úrovní. Vyjadruje sa tým skutočnosť, že niektoré statky sú prirodzenými, a teda priamymi substitútmi, kým iné nie. Optimalizácia vstupov v takom prípade prebieha vo viacerých fázach. V prvej fáze sa vyberú optimálne množstvá na najnižšej úrovni, tieto vstupy potom vytvárajú agregáty, ktorých množstvo sa určí pri optimalizácii vo "vyššej" úrovni. V modeli neboli použité vnorené produkčné funkcie. V prácach dosť často používané vnorenie je zobrazené na nasledujúcom obrázku.

⁸Z anglického výrazu - nested production functions

Obr. 1: Vnorená produkčná funkcia



Použité sú dva agregáty - pridaná hodnota, ktorá je tvorená z práce a kapitálu, a agregát medzispotreby tvorený zo vstupov z dvoch produkčných odvetví. Pridaná hodnota je modelovaná Cobb-Douglasovou produkčnou funkciou s elasticitou substitúcie 1. Agregát medzispotreby je modelovaný pomocou Leontiefovou produkčnou funkciou (elasticita substitúcie sa rovná 0). Tieto dva agregáty potom na ďalšej úrovni vytvárajú produkciu pomocou Cobb - Douglasovej funkcie výsledný produkt.

4.1.2 Rozpätia

V modeli sú rozpätia modelované nasledujúcim spôsobom. V sektoroch, kde majú kladnú hodnotu (t.j. v sektoroch, ktorých produkcia prechádza sektormi produkujúcich rozpätia), sú rozpätia modelované ako vstup pri tvorbe Armingtonovho kompozitu. V sektore trhových služieb (MA), ktoré má kladnú hodnotu rozpätí, sa toto pričíta k celkovej produkcii.

4.1.3 Spotreba

Domácnosti

Spotrebitelia sa v mikroekonomickej teórii popisujú funkciou užitočnosti, ktorá vyjadruje ich preferencie. V modeli je použitá funkcia užitočnosti Cobb-Douglasovho tvaru. Z funkcie užitočnosti sa potom odvodí príslušné dopytové funkcie po jednotlivých statkoch. Domácnosti sú v modeli agregované a sú popísané ako reprezentatívna domácnosť, pričom uvažujeme len o jednom type domácností. Ako už bolo spomenuté dezagregácii sektora do-

mácností bráni najmä nedostatok dát. V modeli je spotreba domácností riešená vytvorením dodatočného produkčného sektora, ktorý ako vstup pohltí spotrebu domácností a vytvára agregovanú komoditu- blahobyt domácností. Spotrebiteľia potom vytvárajú dopyt po komode - blahobyt.

Štát

Ďalším dôležitým subjektom v ekonomike je štát. V CGE modeloch predstavuje štát subjekt, ktorého zdroje tvoria daňové a nedaňové príjmy a ktorý jednak platí transfery domácnostiam a jednak vytvára dopyt po jednotlivých statkoch. Spotreba štátu je tiež definovaná pomocou funkcie užitočnosti a predpokladá sa jej optimalizácia, pričom ceny sú pre štát exogénne a štát dodržiava rozpočtové ohraničenie. Z množstva rôznych daní, ktoré vláda vyberá, boli do modelu zahrnuté nasledujúce : daň z pridanej hodnoty, dane z produktov (spotrebné dane), daň z importov, daň z produkcie, sociálne príspevky zamestnávateľov a priama daň z príjmu fyzických osôb. V modeli má štát takisto príjmy z držby kapitálu. Výdavky tvorí najmä štátna spotreba. Hospodárenie štátu je vybilancované agregovaným transferom medzi sektorom štát a domácnosťami. Preferencie štátu sú popísané Leontiefovou funkciou užitočnosti. V modeli je spotreba štátu riešená podobne ako spotreba domácností, to jest štát nevytvára dopyt priamo po jednotlivých statkoch, ale po agregáte spotreby vytvorenom v umelom sektore.

4.1.4 Dane

Dane ako zdroj príjmov sektora štát sú dôležitou súčasťou modelu. Rôzne typy daní sa od seba odlišujú jednak daňovým základom, na ktorý je daň uvalená, jednak sadzbou dane, ale aj zdanenou cieľovou skupinou. Sadzby daní sú v modeli počítané z východiskových údajov ako podiel vybraných daní a napočítaného príslušného daňového základu. V niektorých prípadoch sa nie vždy podarilo presne napočítať daňový základ, a preto sa vypočítané sadzby líšia od ich reálnych hodnôt.⁹ Daň z produkcie je zaťažaná na celkovú hodnotu produkcie domácich producentov. DPH a spotrebné dane sú zaťažované na konečnú spotrebu domácností a konečnú spotrebu štátu. Dane z importov sú zaťažované na hodnotu importov. Sociálne príspevky zamestnávateľov sú naviazané na hodnotu celkových odmien vyplatených pracovníkom. A napokon, daň z príjmu je zaťažovaná na celkové príjmy z práce a kapitálu domácností.¹⁰

4.1.5 Investície

⁹Napríklad DPH je zaťažovaná na konečnú spotrebu domácností, časť medzispotreby verejného sektora, časť medzispotreby produkčného sektora domácností a tú časť investícií, ktoré sú vykonané týmto sektorom. Naproti tomu, v modeli je DPH zaťažovaná konečnou spotrebou domácností a konečnou spotrebou vlády. Je evidentné, že tieto rozličné daňové základy spôsobia deformáciu sadzieb.

¹⁰Keďže v modeli abstrahujeme od zadržaných ziskov podnikov a predpokladáme, že celá hodnota odmien za kapitál je príjmom sektora domácností, uvedená daň z príjmov predstavuje agregát dane z príjmov fyzických a právnických osôb.

Proces tvorby nového kapitálu sa v reálnej ekonomike dá charakterizovať v troch krokoch. Po prvé je to tvorba zdrojov potrebných na investície - úspory, po druhé je to dopyt po investičných statkoch a po tretie je to proces použitia nového kapitálu pri produkcii - zvyšovaním kapitálovej zásoby. V modeli sú popísané prvé dva procesy. Využitie nového kapitálu pri produkcii v nasledujúcom období, teda tretí krok popísaného procesu, by bolo možné implementovať iba v prípade, ak by šlo o dynamický model, zostrojený model je však komparatívno-statický. Aj na kapitálovom trhu musí podľa predpokladov nastať rovnováha, a preto sa objem celkových uskutočnených investícií rovná celkovým zdrojom na investície-úsporám. Na strane tvorby zdrojov vystupujú úspory domácností, od úspor vlády a podnikov abstrahujeme. Následne sa vytvára dopyt na trhoch so statkami, ktorého celková výška sa rovná nazhromaždeným zdrojom. V modeli je proces tvorby investícií popísaný vytvorením fiktívneho produkčného sektora, ktorý "transformuje" na investície použité statky na jeden agregovaný produkt. Produkčná funkcia má Cobb-Douglasov tvar. Po tomto statku potom domácnosti vytvárajú dopyt. Dopytová funkcia domácností po investíciách je pritom skonštruovaná tak, aby objem výdavkov na investície (čiže úspor), tvoril konštantnú časť celkových príjmov domácností.

4.1.6 Zahraničný obchod

V rámci CGE modelov sa na modelovanie zahraničného obchodu používa viacero prístupov. Najznámejší a najpoužívanější je Armingtonov koncept zahraničného obchodu. Zanechali sa tak neoklasické hypotézy zahraničného obchodu, ako napríklad hypotéza úplnej substituovateľnosti medzi domácimi a dovezenými statkami. Tieto hypotézy nezískali žiadne empirické opodstatnenie. Používanie opačnej hypotézy o komplementárnosti domácich a dovezených statkov, ktoré je vlastne skryté v input-output modeloch, by tiež zaviedlo mnoho empiricky nepreukázaných hypotéz, napr. zvýšenie cien dovozov by sa automaticky prejavilo zvýšením deficitu platobnej bilancie bez toho, aby bolo možné na ne reagovať pomocou kurzovnej alebo obchodnej politiky. Armingtonova hypotéza je akosi strednou cestou, kde domáca výroba a dovozy majú rozličné charakteristiky a ceny.

Import

Podľa Armingtonovej teórie je pre každú kategóriu statkov celková ponuka na domácom trhu DS_i tvorená z domácej produkcie DP_i a dovozov M_i pomocou CES funkcie.

$$DS_i = \gamma_i [\alpha_i M_i^{\rho_i} + (1 - \alpha_i) DP_i^{\rho_i}]^{\frac{1}{\rho_i}} \quad (4.1)$$

DS_i , celková ponuka na domácom trhu, následne uspokojuje zložky domáceho dopytu - medzi spotrebu a konečný domáci dopyt, t.j. spotrebu domácností, verejnú spotrebu a investície. Domáca produkcia a import hrajú istým spôsobom úlohu vstupov, ktoré vstupujú do zloženia domácej ponuky DS analogickým spôsobom ako vstupy (napr. práca a kapitál) pri produkčných funkciách. Riešenie problému spočíva v nájdení pomeru domácich statkov a importov, ako funkcie ich cien.

Úloha spotrebiteľa je nasledujúca minimalizácia nákladov

$$\min_{\{M, DP\}} P_{MM} + P_{DPDP} \quad (4.2)$$

pri podmienke $DS = \gamma[\alpha M^\rho + (1 - \alpha) DP^\rho]^{\frac{1}{\rho}}$

kde

P_M je cena importov

M je množstvo importov

P_DP je cena domácej produkcie

DP je domáca produkcia

Riešením tejto úlohy dostaneme pomer množstva domácej produkcie a importov

$$\frac{M}{DP} = \left[\frac{\alpha}{1 - \alpha} \right]^{\frac{1}{1-\rho}} \left[\frac{P_DP}{P_M} \right]^{\frac{1}{1-\rho}} \quad (4.3)$$

Parameter ρ určuje citlivosť spotrebiteľov na ceny. Ak sa zlomok v exponente blíži k nule, potom substitúcia medzi domácimi a dovezenými statkami sa znižuje. Naopak vysoké hodnoty exponentu znamenajú vysokú citlivosť na zmenu cien.

Ďalšou rovnicou je rovnica pre výpočet domácej ceny importov ako súčin zahraničnej ceny a výmenného kurzu. Svetové ceny dovozov sú exogénne premenné. Výmenný kurz môže byť endogénnou premennou, v tom prípade sa stanoví ako exogénne celkové saldo zahraničného obchodu. Model môže byť špecifikovaný aj opačne, teda ako exogénna premenná sa stanoví výmenný kurz a ako endogénna premenná sa stanoví celkové saldo zahraničného obchodu.

Poslednou rovnicou potrebnou pre špecifikovanie importov je určenie ceny zmiešaného statku P_DS :

Musí platiť:

$$DSP_DS = MP_M + DPP_DP \quad (4.4)$$

Rovnica vlastne znamená, že cena domácej ponuky je váženým priemerom cien domácej produkcie a importov.

Export

Armingtonov koncept rieši exporty podobne ako problém importov. Rozdelenie domácej produkcie každého typu statku Y medzi domáci trh DP a export EXP je určené CET¹¹ funkciou.

$$Y_i = \gamma_i[\alpha_i EXP_i^{\rho_i} + (1 - \alpha_i) DP_i^{\rho_i}]^{\frac{1}{\rho_i}} \quad (4.5)$$

Produkčný sektor si na základe cien na domácom trhu a svetových cien určí množstvo produkcie určenej na domáci trh a export. Firma teda rieši nasledujúci maximalizačný problém:

$$\max_{\{EXP, DP\}} P_DPDP + P_EXPEXP \quad (4.6)$$

pri podmienke $Y = \gamma[\alpha EXP^\rho + (1 - \alpha) DP^\rho]^{\frac{1}{\rho}}$

¹¹Z anglického Constant Elasticity of Transformation- matematický tvar funkcie je zhodný s CES funkciou, rozdiel je v použití. Kým CES sa používa pri modelovaní tvorby výstupu z viacerých vstupov, CET sa používa pri modelovaní transformácie vstupu na viacero výstupov.

Riešením tejto úlohy dostaneme vyjadrenie pomeru produkcie pre domáci trh a exportu ako funkciu ich cien

$$\frac{EXP}{DP} = \left[\frac{1 - \alpha}{\alpha} \right]^{\frac{1}{\rho-1}} \left[\frac{P_EXP}{P_DP} \right]^{\frac{1}{\rho-1}} \quad (4.7)$$

Ceny exportov v domácej mene sa určia ako súčin svetovej ceny exportov a výmenného kurzu.

Poslednou rovnicou je určenie ceny produkcie ako váženého priemeru cien exportov a cien pre domáci trh.

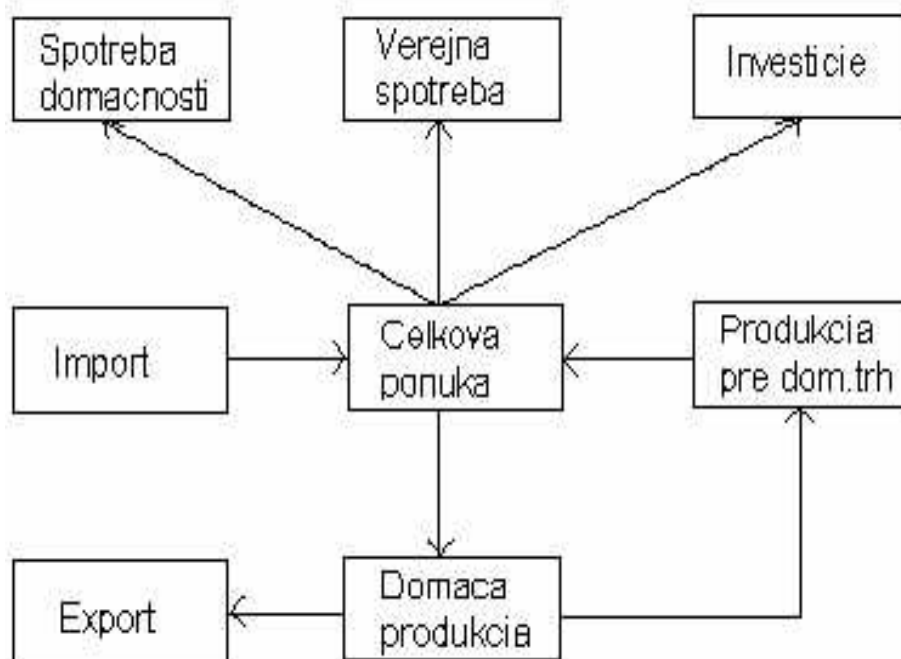
$$Y_P_Y = EXP_P_EXP + DPP_DP \quad (4.8)$$

Pri modelovaní zahraničného obchodu sme si zvolili ako premennú výmenný kurz a ako parameter celkové saldo zahraničného obchodu. Ďalej sme pre zjednodušenie modelu predpokladali, že svetové ceny importov a exportov sú vždy rovné ¹². Svetové ceny exportov a importov sa teda rovnajú hodnote výmenného kurzu. Predpokladali sme ešte, že saldo zahraničného obchodu je kryté domácnosťami.

Tok statkov v modeli môžeme popísať nasledujúcim obrázkom:

¹²Tento na prvý pohľad reštriktívny predpoklad je zdôvodniteľný faktom, že v práci nechceme modelovať scenáre spojené so zmenou zahraničných cien a zároveň tento predpoklad značne zjednoduší tvorbu modelov

Obr. 2: Tok statkov v modeli



Tok statkov je teda nasledovný: domáci producenti sa na základe domácich a zahraničných cien rozhodnú, koľko budú vyrábať a aká časť produkcie bude umiestnená na domácom trhu a aká časť na zahraničných trhoch. Časť produkcie potom spolu s importom (o ktorého množstvách rozhodnú na základe cien spotrebiteľa) vytvoria celkovú ponuku na domácom trhu (túto celkovú ponuku nazývame aj Armingtonova ponuka), ktorá uspokojuje domáci dopyt - medzispotrebu, konečnú spotrebu domácností, konečnú spotrebu štátu a investície.

4.2 Špecifikácia modelu - určenie premenných a zostavenie rovníc modelu

Zostavený model má pri piatich produkčných sektoroch nasledujúce premenné:

Tabuľka 3: Zoznam premenných v modeli

Premenná	Označenie premennej v modeli	Počet pri n prod.sektoroch
Produkcia sektorov	P_i	n
Armingtonova ponuka	A_i	n
Export	Exp_i	n
Import	IM_i	n
Celková spotreba domácností	W	1
Celková spotreba štátu	G	1
Celkové investície	INV	1
Celkové príjmy domácností	$Cons$	1
Celkové príjmy štátu	Gov	1
Ceny domácej produkcie	P_{P_i}	n
Ceny Armingtonovej ponuky	P_{A_i}	n
Ceny exportov	P_{Exp_i}	n
Ceny importov	P_{IM_i}	n
Cena práce	P_L	1
Cena kapitálu	P_K	1
Cenový index domácej spotreby	P_W	1
Cenový index spotreby štátu	P_G	1
Cenový index investícií	P_{INV}	1
Výmenný kurz	PFX	1

Pri n produkčných sektoroch obsahuje model celkovo $8n + 11$ premenných. Na determináciu modelu potrebujeme rovnaký počet rovníc.

Pre nasledujúci výklad prijmime označenie:

C označme nákladovú funkciu. Dolným indexom označíme sektor. Pre označenie sektorov prijmime označenie totožné s názvom premennej (komodity), ktorá je daným sektorom produkovaná. To znamená, že C_{P_i} označuje nákladovú funkciu i -teho produkčného sektora.

D označme dopytovú funkciu. Dolný index opäť označuje príslušný sektor a horný index označuje komoditu, po ktorej vytvára dopyt. Napríklad $D_{P_i}^L$ označuje dopyt i -teho produkčného sektora po práci. Označme S množinu všetkých produkčných sektorov $S = \{AG, IN, CO, EL, MA, PU\}$

Nulový zisk firiem - n rovníc

Celkové náklady sú rovné celkovým čistým príjmom (na celkový príjem je uvalená daň z produkcie). Produkčné sektory vytvárajú dopyt po Armingtonovom statku, práci a kapitáli, preto je nákladová funkcia závislá od príslušných cien. Na vstupný faktor práca je uvalená daň (sociálne príspevky zamestnávateľov). Ak teda trhovú cenu je P_L tak cena pre podniky je $P_L(1 + T_{L,R_i})$, kde T_{L,R_i} je sadzba tejto dane pre daný sektor. Celkové príjmy podniku sa skladajú z príjmov z exportu a z predaja produktov umiestnených na domácom trhu.

Pre každý produkčný sektor $i, i \in S$ platí

$$C_{P_i}(P_{A_{j,j \in S}}, P_L(1 + T_{L,R_i}), P_K, P_i) = (1 - T_{Prod,R_i})(Exp_i P_{Exp_i} + (P_i - Exp_i) P_{P_i}) \quad (4.9)$$

Nulový zisk Armingtonovej produkcie- n rovníc

Tvorba Armingtonovho kompozitu je v modeli tvorená v umelom sektore, ktorý ako vstup použije domácu produkciu príslušného sektora určenú pre domáci trh, import a rozpätia poskytované sektorom trhových služieb (MA) a vytvorí Armingtonov kompozit. Tento sektor tiež musí spĺňať podmienky nulového zisku.

$$C_{A_i}(P_{P_i}, P_{P_{MA^n}}, P_{Im_i}, A_i) = P_{A_i} A_i \quad (4.10)$$

Ceny exportov a ceny importov - $2n$ rovníc

Podľa zjednodušených predpokladov modelu sa svetová cena exportov a importov stále rovná jednej, čo implikuje, že domáca cena exportov a importov sa rovná hodnote výmenného kurzu.

$$P_{Exp_i} = PFX \quad (4.11)$$

$$P_{Im_i} = PFX \quad (4.12)$$

Nulový zisk pre sektor produkujúci blahobyt domácností - 1 rovnica

Spotreba domácností v modeli je medzispotrebou umelého sektora, ktorý z nej vytvára agregovaný statok- blahobyt domácností. Po tomto agregáte potom domácnosti vytvárajú dopyt. Aj tento "podnik" pracuje s nulovým ziskom.

$$C_W(P_{A_{j,j \in S}}(1 + T_{VA,R_j} + T_{G,R_j}), W) = WP_W \quad (4.13)$$

Sektor produkujúci blahobyt vytvára dopyt na trhu s Armingtonovým kompozitom a jeho medzispotreba (konečná spotreba domácností) je zaťažovaná daňami z pridanej hodnoty a spotrebných daní.

Nulový zisk v sektoroch produkujúcich konečnú spotrebu štátu a investície- 2 rovnice

Konečná spotreba štátu a tvorba investícií je vyriešená rovnako ako produkcia blahobytu domácností, čiže pomocou umelého sektora. Na konečnú spotrebu štátu sú uvalené dane z pridanej hodnoty a spotrebné dane, na tvorbu investícií nie.

$$C_G (P_{-A_{j,j \in S}} (1 + T_{VA}R_j + T_{G}R_j), G) = GP_{-G} \quad (4.14)$$

$$C_{INV} (P_{-A_{j,j \in S}}, INV) = INVP_{-INV} \quad (4.15)$$

Rovnováha na trhu s Armingtonovým kompozitom - n rovníc

Celková ponuka statku sa v rovnováhe rovná celkovej sume dopytov. Dopyt po tomto statku pritom vytvárajú jednak produkčné sektory, ale aj sektory produkujúce blahobyt domácností, konečnú spotrebu štátu a investície. Dopytové funkcie sú funkciami cien vstupov, z ktorých niektoré sú zaťažené daňami, a celkovej produkcie daných sektorov.

Pre všetky $i, i \in S$ musí platiť,

$$\begin{aligned} A_i = & \sum_{j,j \in S} D_{P_j}^{A_i} (P_{-A_{k,k \in S}}, P_{-L} (1 + T_{L}R_j), P_{-K}, P_j) \\ & + D_W^{A_i} (P_{-A_{k,k \in S}} (1 + T_{VA}R_k + T_{G}R_k), W) \\ & + D_G^{A_i} (P_{-A_{k,k \in S}} (1 + T_{VA}R_k + T_{G}R_k), G) \\ & + D_{Inv}^{A_i} (P_{-A_{k,k \in S}}, Inv) \end{aligned} \quad (4.16)$$

Rovnováha na trhu s domácou produkciou- n rovníc

Dopyt po domácej produkcii vytvára len sektor produkujúci Armingtonov kompozit. Ako už bolo spomenuté, tento sektor používa ako vstupy domácu produkciu, import a rozpätia, preto aj dopytová funkcia je závislá od príslušných cien ako aj od produkovaného množstva Armingtonovho kompozitu.

$$P_i = D_{A_i}^{P_i} (P_{-P_i}, P_{-P_{MA^n}}, P_{-Im_i}, A_i) \quad (4.17)$$

Ponuka exportov - n rovníc

Ponuková funkcia exportov (PF) je odvodené z úlohy maximalizácie zisku podniku a v rovnováhe sa musí táto ponuka rovnať dopytu po exporte.

$$EXP_i = PF_i (P_{-P_i}, P_{-Exp_i}, P_i) \quad (4.18)$$

Dopyt po importoch - n rovníc

Dopyt po importoch vytvára Armingtonov sektor a v rovnováhe sa jeho celková výška musí rovnať ponuke. Dopytová funkcia je funkciou cien domácej produkcie, cien importu, cien rozpätí a množstva produkcie Armingtonovho sektora.

$$Im_i = D_{A_i}^{Im_i} (P_{-P_i}, P_{-Im_i}, P_{-P_{MA^n}}, A_i) \quad (4.19)$$

Rovnováha na trhu práce - 1 rovnica

Dopyt po práci, ktorý v ekonomike vytvárajú produkčné sektory, sa musí v rovnováhe rovnať celkovej ponuke, ktorá je pre model exogénna. Dopytová funkcia závisí od cien všetkých vstupov (na vstup práca je uvalená daň) a od celkového objemu produkcie.

$$\bar{L} = \sum_{i,i \in S} D_{P_i}^L(P_{-A_{j,j \in S}}, P_{-L}(1 + T_{-L-R_i}), P_{-K}, P_i) \quad (4.20)$$

Rovnováha na trhu kapitálu - 1 rovnica

Popísanie trhu kapitálu je do značnej miery podobné s trhom práce. Celkový dopyt, ktorý vytvárajú domáce produkčné sektory, sa musí v rovnováhe rovnať celkovej exogénnej ponuke kapitálu.

$$\bar{K} = \sum_{i,i \in S} D_{P_i}^K(P_{-A_{j,j \in S}}, P_{-L}(1 + T_{-L-R_i}), P_{-K}, P_i) \quad (4.21)$$

Rovnováha na trhu s blahobytom- 1 rovnica

Sektor produkujúci blahobyt má v modeli jediný zdroj odbytu produkcie - domácnosti. Opäť, v rovnováhe sa musia dopyt a ponuka rovnať. Podľa predpokladov domácnosti kupujú dva statky blahobyt a investície a funkcia užitočnosti je Cobb-Douglasovho tvaru, čo implikuje, že objem vynaložených prostriedkov na kúpu statku blahobyt (na spotrebu) je konštantná časť (*W_Share*) celkového príjmu domácností.

$$WP_W = ConsW_Share \quad (4.22)$$

Rovnováha na trhu investícií - 1 rovnica

Agregované investície sú druhý "statok", po ktorom vytvárajú dopyt domácnosti. Na tento statok minú domácnosti zvyšnú (nespotrebovanú) časť svojho príjmu.

$$InvP_Inv = Cons(1 - W_Share) \quad (4.23)$$

Rovnováha na trhu so spotrebou štátu - 1 rovnica

Štát je jediný sektor vytvárajúci dopyt na trhu s produkciou sektora určenej na štátnu spotrebu (*G*). Zároveň je tento trh jediný, na ktorom štát vystupuje na strane dopytu. Preto

sa celkový objem nákupov tohto statku musí v rovnováhe rovnať celkovým príjmom vlády (Gov).

$$GP_G = Gov \quad (4.24)$$

Rozpočtové ohraničenie sektora domácností - 1 rovnica

Zdrojom príjmov domácností sú čisté (na príjmy je uvalená priama daň z príjmov, sadzba DT_Inc_R) odmeny za poskytnutú prácu, príjmy z prenájmu kapitálu v majetku domácností (B_HH_K), ďalej predpokladáme, že domácnosti vlastnia aktíva, ktoré slúžia na financovanie deficitu zahraničného obchodu ($bopdef$), a nakoniec sú príjemcami (B_Gov_Tran je záporné) štátnych transferov vo výške $P_WB_Gov_Tran$.

$$Cons = (1 - DT_Inc_R) (\bar{L}P_L + B_HH_K P_K) + PFXbopdef - P_WB_Gov_Tran \quad (4.25)$$

Rozpočtové ohraničenie pre sektor štát - 1 rovnica

V modeli je sektor štát príjemcom daní (Tax_Inc), časti odmien z prenájmu kapitálu (štát je vlastníkom časti kapitálu v ekonomike - B_Gov_K) a je platcom transferov, ktoré sú príjmom sektora domácností.

$$Gov = Tax_Inc + P_KB_Gov_K + P_WB_Gov_Tran \quad (4.26)$$

Takto zostavený model, hoci obsahuje rovnaký počet premenných ako rovníc, je poddeterminovaný. Vysvetlenie poskytuje dôsledok Walrasovho zákona, podľa ktorého rovnováha na $n - 1$ trhoch implikuje rovnováhu na $n - tom$ trhu. Rovnice modelu sú teda závislé. Na dosiahnutie determinovaného modelu vynecháme jednu z rovníc podmieňujúcich rovnováhu na trhoch. V modeli všeobecnej rovnováhy len relatívne ceny majú vypovedaciu hodnotu. Preto poslednou rovnicou v modeli je špecifikovanie tzv. numeraire, to jest statku, ktorého cena bude referenčnou pre ostatné.

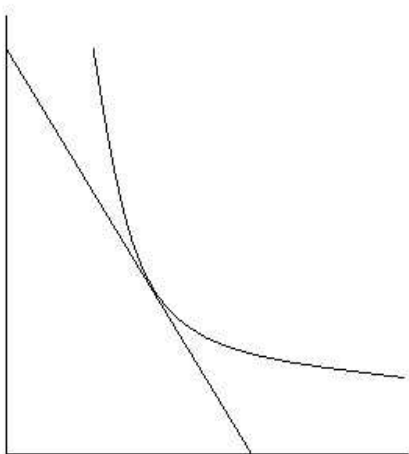
Model je teda determinovaný.

Ďalším krokom v stavbe modelu je kalibrácia modelu.

5 Kalibrácia CGE modelu

Kalibrácia modelu znamená napočítanie parametrov funkcií použitých v modeli. Na rozdiel od ekonometrických modelov, nie sú k dispozícii časové rady potrebné na štatistické odhady parametrov. K dispozícii je SAM matica z východiskového roku, predpoklady optimálneho správania sa subjektov a výsledok tohto správania (subjektmi zvolené množstvá produkcie či spotreby a rovnovážne ceny komodít). Pripomeňme si, že pri riešení mikroekonomickej úlohy optimalizácie zisku podniku sme pri danej produkčnej funkcii, daných cenách vstupov a výstupu hľadali optimálne množstvá vstupov, ktoré maximalizujú zisk firmy. Kalibrácia je ako keby proces opačný. Pri informáciách o cenách na trhu a množstvách, ktoré si racionálny podnik zvolil, je potrebné nájsť tvar funkcie. Všeobecný postup kalibrácie popíšeme na CES funkciách, ktoré sú najpoužívanejším typom funkcií. Odvodenie presných formúl pre jednotlivé parametre urobíme pre Cobb-Douglasovu produkčnú funkciu, ktoré boli použité v modeli, a ktoré sú vlastne špeciálnym typom CES funkcií.

Obr. 3: Grafické zobrazenie kalibrácie CES funkcií



Kalibrácia CES funkcií

- Informácia o použitých množstvách vstupov poskytuje východiskový bod pre konštrukciu izokvánt a indiferenčných kriviek - nultý stupeň aproximácie.

- Informácia o cenách dopytu definuje sklon izokvanty a indifferenčnej krivky v tomto bode - prvý stupeň aproximácie.
- Exogénna hodnota elasticity substitúcie definuje zakrivenie izokvánt a indifferenčných kriviek - druhý stupeň aproximácie.

Analyticky popíšeme kalibráciu Cobb-Douglasovej produkčnej funkcie, čím sme exogénne zvolili elasticitu substitúcie rovnú 1. Proces popíšeme pre prípad dvoch vstupov.¹³ Všeobecný tvar Cobb-Douglasovej produkčnej funkcie v tomto prípade je nasledovný

$$Y = \gamma X_1^\alpha X_2^{1-\alpha} \quad (5.1)$$

Úlohou je vyjadriť parametre α a γ ako funkcie východiskových množstiev a cien. Označme \bar{p}_y, \bar{Y} východiskovú cenu a množstvo výstupu a $\bar{p}_1, \bar{X}_1, \bar{p}_2, \bar{X}_2$ východiskové ceny a množstvá prvého, resp. druhého vstupu Lagrangián úlohy minimalizácie nákladov (3.2) pri technologickom ohraničení (5.1) má tvar

$$L(X_1, X_2, \lambda) = \bar{p}_1 X_1 + \bar{p}_2 X_2 + \lambda (Y - \gamma X_1^\alpha X_2^{1-\alpha}) \quad (5.2)$$

Z nutných podmienok lokálneho extrému dostávame

$$\frac{\partial L}{\partial X_1}(\bar{X}_1, \bar{X}_2, \bar{\lambda}) = 0 \quad (5.3)$$

$$\frac{\partial L}{\partial X_2}(\bar{X}_1, \bar{X}_2, \bar{\lambda}) = 0 \quad (5.4)$$

zderivovaním (5.2) a úpravami dostávame

$$\bar{p}_1 = \lambda \gamma \alpha \bar{X}_1^{\alpha-1} \bar{X}_2^{1-\alpha} \quad (5.5)$$

$$\bar{p}_2 = \lambda \gamma (1 - \alpha) \bar{X}_1^\alpha \bar{X}_2^{-\alpha} \quad (5.6)$$

následným predelením rovníc (5.5) a (5.6) a úpravami dostaneme

$$\alpha = \frac{\bar{p}_1 \bar{X}_1}{\bar{p}_1 \bar{X}_1 + \bar{p}_2 \bar{X}_2} \quad (5.7)$$

Nakalibrovaná hodnota parametra α sa rovná podielu nákladov vyplatených za príslušný faktor. Poznajúc hodnotu α môžeme odvodiť hodnotu parametra γ .

$$\gamma = \frac{\bar{Y}}{\bar{X}_1^\alpha \bar{X}_2^{1-\alpha}} \quad (5.8)$$

Nakalibrované parametre potom dosadíme do jednotlivých funkcií (či už produkčných, nákladových alebo do dopytových po faktoroch) v modeli. V prípade, že poznáme hodnoty cien na trhu a množstiev, pre ktoré sa subjekty rozhodli, môžeme funkcie nakalibrovať. SAM matica, ako zdroj dát za východiskový rok, však takéto informácie neposkytuje. SAM matica poskytuje informácie iba o objemoch finančných tokov v ekonomike, to jest o súčine fyzický

¹³Zjednodušenie príkladu na dva vstupy je urobené v záujme jednoduchšieho grafického ako aj algebraického popísania problému. Zovšeobecnenie pre n vstupov sa následne ukáže ako priamočiare.

objem krát cena. Pri kalibrácii sa zvolí vektor cien ako jednotkový vektor. Toto riešenie sa dá interpretovať tak, že za jednotku fyzického objemu produkcie zvolíme množstvo, ktoré má hodnotu 1 jednotky peňazí. Ak sa pozrieme na hodnoty nakalibrovaných parametrov α a γ , tak vidíme, že hodnota α je nezávislá od zvolenia cien a množstiev! α závisí iba od objemu vyplatených prostriedkov, ktoré je SAM maticou jednoznačne dané. Od zvolenia vektora cien a množstiev závisí iba parameter γ . Tento parameter však nemá vplyv na tvar izokvánt produkčnej funkcie, daný parameter "iba" škáluje produkčnú funkciu.

Kalibrácia v prípade n -vstupov

Pri n -vstupoch a Cobb-Douglasovej produkčnej funkcii

$$Y = \prod_{i=1}^n X_i^{\alpha_i} \quad (5.9)$$

kde $\sum_i \alpha_i = 1$

môžeme kalibráciou odvodiť nasledujúci tvar parametrov

$$\alpha_i = \frac{\bar{p}_i \bar{X}_i}{\sum_j \bar{p}_j \bar{X}_j} \quad (5.10)$$

a

$$\gamma = \frac{\bar{Y}}{\prod_j X_j^{\alpha_j}} \quad (5.11)$$

Podobným spôsobom nakalibrujeme aj úžitkové funkcie spotrebiteľov. Po nakalibrovaní modelu spustíme tzv. kalibračný beh modelu. Toto spustenie modelu je akousi skúškou správnosti. Ak sme model správne zostavili a nakalibrovali, musí model napočítať pôvodnú rovnováhu, ak beží "sám od seba", to jest bez akejkoľvek zmeny v exogénnych premenných či parametrov. Pod pôvodnou rovnováhou pritom chápeme údaje zo SAM matice vo východiskovom roku.

"Nelineárny" prístup k zostaveniu modelu a popísaný spôsob kalibrácie¹⁴ je použitý v modeli `dipl_nlp`, ktorého zdrojový kód je v priloženom súbore `dipl_nlp.gms`

¹⁴Ako neskôr uvidíme, existuje aj alternatívny prístup ku kalibrácii, kde sa nekalibruje produkčná funkcia ale priamo nákladové a dopytové funkcie a množstvá sú vhodne normalizované.

6 Komplementárna formulácia úlohy CGE

V roku 1985 formuloval nórsky matematik Lars Mathiesen článok [7]. Problémy pri riešení rovnovážnej úlohy metódami nelineárneho programovania môžu nastať, ak v úlohe predpokladáme viacerých spotrebiteľov s rozličnými preferenciami alebo pridaním rôznych daní. Tieto nedostatky sa dajú odstrániť, ak CGE úlohu naformulujeme a riešime ako úlohu komplementárneho programovania.

Mathiesen naformuloval úlohu všeobecnej rovnováhy nasledovne:

Majme v uzavretej ekonomike m komodít a n produkčných sektorov s technológiami s konštantnými výnosmi z rozsahu.

Označme $i = 1, \dots, m$ a $j = 1, \dots, n$

Ďalej označme:

$\mathbf{e} = (e_i)$ vektor počiatočného vybavenia komoditami

$\mathbf{p} = (p_i)$ vektor cien

$\mathbf{d}(\mathbf{p}) = (d_i(\mathbf{p}))$ dopytové funkcie

$\pi(\mathbf{p}) = (\pi_j(\mathbf{p}))$ jednotkovú funkciu zisku a

$\mathbf{y} = (y_j)$ produkciu jednotlivých sektorov

Z funkcie zisku odvodíme $a_j(\mathbf{p}) = (a_{i,j}(\mathbf{p})) = \frac{\partial \pi_j(\mathbf{p})}{\partial p_i}$

Označme maticu A ako $A(\mathbf{p}) = [a_1(\mathbf{p}), \dots, a_n(\mathbf{p})]$

Predpokladajme, že $d_i(\mathbf{p})$ a $a_{i,j}(\mathbf{p})$ spojitely diferencovateľné funkcie. Keďže jednotková funkcia zisku je homogénna stupňa jedna vo všetkých cenách platí $\pi_j(\mathbf{p}) = (\nabla \pi_j(\mathbf{p}))^\top \mathbf{p} = a_j^\top \mathbf{p}$. Mathiesen definoval rovnováhu v ekonomike ako vektor cien \mathbf{p}^* a vektor množstiev produkcie \mathbf{y}^* , ktoré spĺňajú nasledujúce podmienky¹⁵

- Žiadny podnik nevytvára pozitívny zisk $-(A(\mathbf{p}^*))^\top \mathbf{p}^* \geq 0$
- Pre žiadnu komoditu neexistuje previs dopytu $\mathbf{e} + A(\mathbf{p}^*)\mathbf{y}^* - \mathbf{d}(\mathbf{p}^*) \geq 0$
- Všetky ceny a produkované množstvá sú nezáporné $\mathbf{p}^* \geq 0, \mathbf{y}^* \geq 0$
- Sektor produkujúci záporný zisk produkuje nulové množstvá, sektor produkujúci nenulové množstvá vytvára nulový zisk $((A(\mathbf{p}^*))^\top \mathbf{p}^*)^\top \mathbf{y}^* = 0$
- Komodita v prevyšujúcej ponuke má nulovú cenu a kladná cena implikuje rovnosť dopytu a ponuky $\mathbf{p}^* (\mathbf{e} + A(\mathbf{p}^*)\mathbf{y}^* - \mathbf{d}(\mathbf{p}^*)) = 0$

Všeobecný tvar úlohy komplementárneho programovania

Pre danú funkciu $F, F : R^l \mapsto R^l$ nájdite

¹⁵V literatúre existuje viacero ekvivalentných definícií podmienok všeobecnej rovnováhy v ekonomike.

$\mathbf{z} \in \mathbb{R}^1$, ktoré rieši $F(\mathbf{z}) \geq 0$, $\mathbf{z} \geq 0$ a $\mathbf{z}^\top F(\mathbf{z}) = 0$

Na formuláciu úlohy všeobecnej rovnováhy ako komplementárneho problému stačí označiť

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ \mathbf{p} \end{bmatrix} \text{ a } F \begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ \mathbf{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (-A(\mathbf{p}))^\top \mathbf{p} \\ \mathbf{e} + (A(\mathbf{p}))\mathbf{y} - \mathbf{d}(\mathbf{p}) \end{bmatrix}$$

Tento problém odporúča Mathiesen riešiť ako postupnosť aproximovaných lineárnych komplementárnych úloh. Na riešenie pritom využíva Lemkeho takmer komplementárny pivotný algoritmus.¹⁶ Podrobný popis algoritmu ako aj numerické vlastnosti sú podrobne popísané v [7].

Spomínaný článok mal ďalekosiahly dopad na tvorbu CGE modelov, v súčasnosti je väčšina modelov budovaná práve vo formáte komplementárneho programovania.

Model zostrojený vo formáte komplementárneho programovania sa nachádza v priloženom súbore dip_MCP.gms. V tomto modeli sme zvolili aj iný prístup ku kalibrácii.¹⁷ Oproti predchádzajúcemu prístupu sa tento spôsob kalibrácie odlišuje tým, že model pracuje s jednotkovými nákladovými a dopytovými funkciami ako aj spôsobom kalibrácie nákladových funkcií. Model sa takisto odlišuje od predchádzajúceho normalizovaním množstiev.

Alternatívny prístup ku kalibrácii a normalizácia východiskových množstiev

Prvým rozdielom v tomto prístupe oproti predchádzajúcemu je normalizácia premenných. V predchádzajúcom prístupe sa ako východiskové ceny zvolil vektor jednotiek a východiskové množstvá sa rovnali údajom v SAM matici. V tomto prístupe ceny zostávajú jednotkovými, ale množstvá sa normalizujú tak, aby boli rovné jednej. To znamená, že ako jednotku produkcie budeme chápať množstvo vyrobené vo východiskovom roku. Tento prístup má dve výhody oproti predchádzajúcemu:

1. Výpočty sú numericky stabilnejšie - kým v predchádzajúcom prístupe sa hodnoty premenných pohybovali od 0 do rádovo tisícov, tu sú všetky premenné normalizované na jednotku
2. Interpretácia výsledkov CGE modelu je v relatívnych a nie absolútnych zmenách, z čoho vyplýva, že v predchádzajúcom prístupe sme museli výsledky scenára nakoniec aj tak normalizovať východiskovými hodnotami, v tomto prístupe je výsledok scenára už normalizovaný

Kalibrácia

Všimnime si, že v tvare komplementárnej úlohy sa explicitne nenachádza produkčná funkcia. Explicitne sú v nej špecifikované iba odvodené nákladové a dopytové funkcie. Princíp tejto formy kalibrácie spočíva v napočítaní parametrov priamo pre tieto funkcie. Pripomeňme si všeobecný tvar nákladovej funkcie pri Cobb-Douglasovej technológii.

$$C(w_1, \dots, w_n, Y) = \frac{1}{\gamma} \prod_{i=1}^n \left(\frac{w_i}{\alpha_i} \right)^{\alpha_i} Y \quad (6.1)$$

¹⁶Z anglického Lemke's almost complementary pivoting algorithm

¹⁷Snahou totiž bolo vytvoriť model, ktorý by presne kopíroval vygenerovanie rovníc ako aj kalibráciu, ktoré prebiehajú vo vnútri aplikácie MPSGE, ktorá bude popísaná v nasledujúcej kapitole.

jednotková nákladová funkcia nasledujúci tvar

$$C(w_1, \dots, w_n, 1) = \bar{\gamma} \prod_{i=1}^n (w_i)^{\alpha_i} \quad (6.2)$$

kde

$$\bar{\gamma} = \frac{1}{\gamma \prod_{i=1}^n w_i^{\alpha_i}} \quad (6.3)$$

Parametre α_i sú nakalibrované rovnakým spôsobom ako v predchádzajúcom prípade. Normalizovaním na jednotkovú produkciu ($\bar{Y} = 1$) a dosadením východiskových hodnôt dostávame

$$C(w_1, \dots, w_n, Y) = \bar{C} \prod_{i=1}^n w_i^{\alpha_i} Y \quad (6.4)$$

kde \bar{C} sú východiskové náklady. Použitím Shepardovej lemy a úpravami odvodíme dopyt po faktoroch.

$$X_k(w_1, \dots, w_n, Y) = \bar{X}_k \frac{\prod_{i=1}^n w_i^{\alpha_i}}{w_k} Y \quad (6.5)$$

kde \bar{X}_k je východiskové množstvo dopytu po k -tom faktore

7 GAMS

Na numerické riešenie modelov CGE existuje viacero možností. Celý problém možno naprogramovať v niektorom programovacom jazyku (C++, Pascal). Jednoduchšie je však využiť matematické softvéry (Mathematica, Matlab, GAMS), použitím ktorých odpadá problém programovania metódy optimalizácie a tvorca modelu sa môže sústrediť na ekonomickú stránku problému a jej špecifikáciu v tvare rovníc. Softvérový balík GAMS (General Algebraic Modeling System) je používaný najčastejšie na riešenie modelov CGE. GAMS je programovací jazyk, pôvodne vyvinutý v Svetovej banke pre riešenie problémov matematického programovania (Brooke, Kendrick a Meeraus, 1986). GAMS patrí k veľmi využívaným softvérom v oblasti riešenia ekonomických modelov. Pozostáva z jazykového kompilera a z integrovaných "solverov". Tieto solvery sú kompatibilné s jazykovou syntaxou GAMSu a na ich aktivizáciu ich stačí špecifikovať v nastavení GAMSu. Jeden typ problému dokáže byť riešený viacerými solvermi a takisto jeden solver dokáže riešiť viacero typov optimalizačných úloh. GAMS tak dokáže riešiť úlohy lineárneho, nelineárneho programovania, pričom úlohy nelineárneho programovania môžu obsahovať aj nehladké funkcie. Ďalej sú to úlohy diskretného programovania ako aj "mix" úlohy spojitého a diskretného programovania no a v neposlednom rade sú to úlohy definované v komplementárnej forme. GAMS je neustále sa rozvíjajúcim softvérom, a preto existujú aj rôzne utility na uľahčenie práce v GAMSe.¹⁸ V súboroch obsahujúcich zdrojové kódy modelov sú napríklad použité dve pomocné utility, a to na export a import dát z excelu a na tvorbu vlastných pomocných funkcií. Existujú však aj utility na export dát napríklad z SQL, Microsoft Access či rôzne rozhrania na spoluprácu s Matlabom, Pascalom, či C++.

Sledujúc Mathiesenov koncept komplementárneho riešenia problému všeobecnej ekonomickej rovnováhy ako úlohy komplementárneho programovania vyvinul Tom Rutheford (1997, 1998) vyšší programovací jazyk MPSGE (Mathematical Programming System for General Equilibrium Analyses). Tento programovací jazyk umožňuje užívateľovi nestarať sa o matematické prepísanie modelu do rovníc a o kalibráciu parametrov. MPSGE zo zadaných vstupných dát vygeneruje a nakalibruje rovnice. Veľkou výhodou MPSGE je jeho prehľadnosť a jednoduchosť zápisu či ľahkosť zapracovania vnorených štruktúr produkčných funkcií, naopak nevýhodou je zložitnosť či niekedy dokonca nemožnosť implementácie iných ako neoklasických predpokladov do modelu (nezamestnanosť, nedokonalá konkurencia - monopoly, duopoly, zavedenie peňazí). Model naprogramovaný v MPSGE je tretím z priložených súborov.

¹⁸Tieto utility sú väčšinou voľne dostupné na domovskej web stránke www.gams.com. Na tejto stránke sa takisto nachádza aj voľne dostupná študentská verzia GAMSu. Študentská verzia GAMSu má obmedzenia na rozsiahlosť modelu. Na riešenie rozsiahlych úloh je potrebné zakúpiť si licenciu.

8 Alternatívny scenár

Ako už bolo spomenuté, uplatnenie CGE modelov je najmä v oblasti skúmania nemarginálnych zmien politiky v stredno až dlhodobom časovom horizonte. Jednou z početne využívaných aplikácií je tzv. "Equal Yield Tax Reform", to jest takej reformy daňovej sústavy, ktorá zachová reálnu výšku príjmov vlády. V rámci tejto práce sme sa rozhodli experimentálne overiť platnosť teoretických poznatkov o deformačnom efekte rôznych daní. O deformačnom efekte daní hovoríme vtedy, ak spôsobujú neefektívnosť alokácie zdrojov ekonomiky.

Alternatívny scenár zavádza do ekonomiky lump sum daň, ktorej výška je nastavená tak, aby bola zachovaná reálna výška príjmov vlády. Teória hovorí, že lump-sum daň je jednou z tých foriem daní, ktoré nespôsobujú deformácie. Táto daň má konštantnú, vopred stanovenú výšku, ktorá je nezávislá od výšky príjmov či výšky spotreby. Intuitívne vysvetlenie, prečo je tento typ dane nedeformujúci, je, že neovplyvňuje rozhodnutia subjektov v ekonomike. Ostatné dane môžu toto rozhodovanie ovplyvniť, napríklad zdanenie pracovných príjmov môže viesť k menšiemu množstvu práce, nepriame dane zas spôsobujú tzv. substitučný efekt.

Dane však majú aj prerozdelenovú funkciu v ekonomike. Vďaka rôznym transferom a sociálnym dávkam prerozdeľujú nerovnomerne rozdelené príjmy v ekonomike. Voľba daňového systému je voľbou medzi efektívnosťou a rovnosťou. Porovnávať dva daňové systémy v praxi znamená brať do úvahy obe stránky. My však budeme porovnávať len efektívnosť daní, nie ich sociálnu spravodlivosť. Používať pritom budeme koncept teórie ekonomiky blahobytu. To znamená, že rozhodujúcim kritériom pri porovnávaní efektívnosti dvoch daňových systémov je blahobyť reprezentatívnej domácnosti.¹⁹

V modeli teda nastavíme sadzby všetkých pôvodných daní na nulu a zavedieme lump-sum daň. Jej výška bude stanovená pomocou podmienky na zachovanie reálnych príjmov vlády. Vláda tak vyberá len jeden typ daní - lump-sum daň, ostatné dane majú nulovú sadzbu. Okrem príjmu z lump-sum dane štátu ostávajú aj príjmy z držby kapitálu a zachováva sa aj reálna výška transferu domácnostiam. Toto sú všetky činnosti štátu v modelovanom scenári. Tento scenár potom spustíme v každom z modelov.

Výsledky spustenia modelu preukazujú platnosť tejto teórie. Blahobyť reprezentatívnej domácnosti sa pri zavedení lump-sum dane zvýšil približne o 9%. V ekonomike nastali zmeny aj v ponukovej stránke HDP. Subvencované sektory znížili svoju produkciu, kým pôvodne zdaňované sektory svoju produkciu zvýšili. Výmenný kurz sa znížil, čo možno teoreticky zdôvodniť tým, že domáce statky sú lacnejšie jednak na domácom trhu ako aj na exportných trhoch (vďaka neexistencii daní z produkcie). Podľa predpokladov modelu sme zafixovali výšku salda zahraničného obchodu, a preto sa kurz musel zhodnotiť, aby "vyrovnal" zvýšenu

¹⁹Existujú aj iné teórie merania blahobytu spoločnosti. Napríklad podľa teórie Johna Rawlesa, profesora filozofie z Harvardskej univerzity, je pre blahobyť spoločnosti určujúci blahobyť jej najchudobnejšieho člena. Podľa tejto extrémnej teórie, žiadne zvýšenie blahobytu zvyšku spoločnosti nemôže vyrovnať ľubovoľný pokles blahobytu jej najchudobnejšieho člena.

konkurencie schopnosť ekonomiky. Podrobnejšie výsledky sú uvedené v priloženom vstupno-výstupnom súbore aplikácie Microsoft Excel.

Výsledky scenára potvrdili aj správnosť konštrukcie modelov, keď všetky tri modely dali zhodné výsledky. Všetky tri modely, napriek tomu, že každý z nich je naprogramovaný pomocou iného prístupu, sú teda obsahovo zhodné, čo aj bolo jedným z cieľov tejto práce.

Záver

Uvedená práca popisala CGE modely. Venovali sme sa najmä popísaniu zostavenia aplikovateľného modelu, no nevyhli sme sa ani teoretickým poznatkom z oblasti mikroekonomickej, stojacim v pozadí tohto prístupu. Ako prvý sme popísali nelineárny prístup k riešeniu a pozornosť sme venovali aj moderným metódam riešenia (komplementárne programovanie). Zostavený model obsahuje šesť produkčných sektorov, sektor zahraničia, sektor vlády a sektor domácností. Popísané aktivity sú okrem produkcie a spotreby aj export a import statkov, šesť typov daní vyberaných sektorom štát, úspory a investície.

Praktická použiteľnosť tohto modelu v oblasti hospodárskej politiky vlády, čo je našou ambíciou, je limitovaná najmä nekvalitným popísaním daňových vzťahov. Daňové zákony sú bohužiaľ komplikované s množstvom výnimiek a vymedziť v modeli presné daňové základy jednotlivých daní je skutočne náročná úloha. Ďalšie nedostatky modelu vidíme najmä vo voľbe produkčných funkcií. My sme zvolili Cobb-Douglasovu formu, no bez akéhokoľvek výskumu o vhodnosti tejto voľby. Elasticity substitúcie produkčných a transformačných funkcií sú pre model exogénnym parametrom, na odhad ktorých treba špeciálny ekonometrický výskum. K tejto problematike patrí aj problém vnárania produkčných funkcií. Je nepravdepodobné, že nami použitá štruktúra, kde sú na jednej úrovni všetky vstupy, a elasticity sa rovnajú jednej, majú reálnu oporu v praxi. Aj z tohto dôvodu treba výsledky modelu chápať skôr v kvalitatívnej ako kvantitatívnej rovine.

Prínos tejto práce vidíme najmä v predstavení týchto modelov ako aj zostavení prvej verzie komparatívno-statického modelu, rozpracovaním ktorého je možné v budúcnosti získať prakticky použiteľné modely. Možnosti ďalšieho výskumu vidíme v (okrem nápravy už spomenutých nedostatkov) implementácii keynesovských vzťahov do modelu, nedokonalostí trhu ako aj zavedenie peňazí či podrobnejšie rozpracovanie vzťahov so zahraničím. Zostavenie dynamickej verzie CGE modelov (v zahraničí je väčšina aplikácií CGE modelov - dynamická) je tiež výzvou pre budúci výskum.

Literatúra

- [1] Collange G.M.: Modélisation macro- économique, Une application aux pays d'Afrique sub-saharienne, *Economie- finances publiques - entreprises publiques, Cycle Court, Modélisation macro at micro-économique*, Paris
- [2] Cvengroš F: (1992) Ekonomické tabuľky (SAM) a modely pro výpočet všeobecnej rovnováhy (CGE), *Statistika*, **8-9**, 370-391
- [3] Debreu G. (1982): Existence of competitive equilibrium, *Handbook of Mathematical Economics vol.2*, North-Holland Publishing Company
- [4] Hajnovičová V.: (1998) Systém národných účtov zobrazených v tabuľke SAM, *Ekonomický časopis* **42**, 128-139
- [5] Hajnovičová V.: (1998) Formovanie dôchodkových tokov v období transformácie ekonomiky Slovenskej republiky, *Ekonomický časopis* **46**, 241-263
- [6] Hajnovičová V., Lapišáková : (1998) Analýza štrukturálnych zmien v ekonomike Slovenska v období 1991-96, *Pracovné materiály* Prognostický ústav SAV Bratislava
- [7] Mathiesen Lars(1985): Computation of economic equilibria by a sequence of linear complementarity problems, *Mathematical Programming Study* **23**, 144-162
- [8] Stiglitz J.E.: Ekonomie veřejného sektoru, *Grada Publishing, spol. s.r.o*, Praha, 1997
- [9] van der Ploeg F.: Mathematical Methods in Economics, *J. Wiley & sons* 1986
- [10] Varian H.R.: Microeconomic Analysis, *W.W. Norton Company* 1992, Third Edition
- [11] Komoditno - odvetvové tabuľky dodávok a použitia pre SR za rok 1996, *Štatistický úrad SR*, 1998
- [12] Národné účty SR 1996, *Štatistický úrad SR*, 1998

Zoznam príloh

K práci sú priložené štyri prílohy, všetky v elektronickej verzii.

1. Vstupno - výstupný súbor - dipl_I-O.xls. Tento súbor aplikácie Microsoft Excel, obsahuje SAM maticu, ktorá slúži ako vstup pre model. Ako výstup sú uvedené hodnoty vybraných premenných modelu a to jednak pre kalibračný beh, ako aj pre modelovaný scenár.
2. Súbor dip_nlp.gms je program spúšťateľný v aplikácii GAMS a obsahuje model formulovaný ako systém nelineárnych rovníc.
3. Súbor dip_mcp.gms je program spúšťateľný v aplikácii GAMS a obsahuje model formulovaný ako úlohu komplementárneho programovania.
4. Súbor dip_mpsge.gms je program spúšťateľný v aplikácii GAMS a obsahuje model napísaný vo vyššom programovacom jazyku MPSGE.