Fakulta Matematiky, Fyziky a informatiky

UNIVERZITY KOMENSKÉHO

Diplomová práca

Vyrovnávanie cien výrobných faktorov v Heckscherovom-Ohlinovom modeli medzinárodného obchodu

Katarína Vozárová

Vedúci diplomovej práce: Doc. RNDr. Vladimír Toma, CSc.
Bratislava, marec 2002

Čestné prehlásenie

Prehlasujem, že som diplomovú prácu vypracovala samostatne s využitím získaných teoretických poznatkov a s použitým uvedenej literatúry.

Bratislava, marec 2002

Katarína Vozárová

Poďakovanie

Týmto ďakujem svojmu vedúcemu diplomovej práce Doc. RNDr. Vladimírovi Tomovi, *CSc. z Katedry ekonomických a finančných modelov, za odborné vedenie, cenné rady a pomoc pri spracovaní uvedenej témy. Tiež ďakujem svojim rodičom, ktorí mi štúdium na vysokej škole umožnili.*

Obsah

Úvod

Medzinárodný obchod je výsledkom medzinárodnej deľby práce. Prejavom tejto deľby práce je rastúca špecializácia výrobcov. Stupeň zapojenia krajiny do medzinárodného obchodu je podmienený historickými, technickými, ekonomickými, politickými a prírodnými podmienkami. V dôsledku špecializácie a kooperácie výroby v súčasnosti už neexistuje vo svete krajina, ktorá by nebola do medzinárodnej deľby práce zapojená a ktorá by od nej nebola závislá.

Teória medzinárodného obchodu sa zaoberá dôsledkami obchodovania na umiestňovanie výrobných zdrojov a rozdeľovanie príjmov z obchodovania medzi zúčastnenými krajinami. Jedným z cieľov je určiť smerovanie obchodu, ceny pri ktorých sa bude obchodovať aké budú zisky z obchodovania a ako sa rozdelia, ako ovplyvní obchod štruktúru výroby a ceny výrobných faktorov.

Jedným z dôležitých výsledkov teórie medzinárodného obchodu je veta o vyrovnaní cien výrobných faktorov.

Cieľom diplomovej práce je sformulovať čo najvšeobecnejšie predpoklady, za ktorých možno exaktnými matematickými metódami dokázať platnosť vety o vyrovnávaní cien výrobných faktorov. Najznámejším modelom, v ktorom pôvodne Paul A. Samuelson túto vetu dokázal bol Heckscherov-Ohlinov model, založený na relatívnej hojnosti výskytu výrobných faktorov medzi obchodujúcimi krajinami. Ďalej si v práci všímame zovšeobecnenia tejto vety na viacero tovarov a viacero výrobných faktorov a ukážeme, že veta vo všeobecnosti nemusí platiť, ak je výrobných faktorov viac ako vyrábaných tovarov. Taktiež si všímame vyrovnanie cien tovarov za predpokladu dokonalej mobility výrobných faktorov.

Základný Heckscherov-Ohlinov model

Príčinou obchodovania v tomto modeli je rozdielne vybavenie krajín výrobnými faktormi, preto sa mu tiež hovorí model proporcionálnosti výrobných faktorov. Bol vypracovaný dvoma švédskymi ekonómami Eli Heckscherom a Bertilom Ohlinom.

Najjednoduchšia verzia Heckscher-Ohlinovho modelu je $2\times2\times2$ model, v ktorom vystupujú dve krajiny, dva tovary a dva výrobné faktory.

Budeme používať tieto označenia:

- výrobné faktory budú práca a kapitál, označované L, K s cenami
  - r - cena kapitálu - renta za prenájom
  - w - cena práce - mzda
- relatívnu cenu výrobných faktorov budeme označovať $\omega = \frac{w}{r}$
- tovary budeme označovať A, B a ich produkčné funkcie $F_A(K,L)$, $F_B(K,L)$
- ceny tovarov budeme označovať p_A, p_B, a relatívnu cenu tovarov $p = \frac{p_A}{p_B}$.
- veličiny súvisiace so zahraničím budeme označovať s horným indexom *. Veličiny neoznačené horným indexom *, sa budú vzťahovať k domácej krajine

Predpoklady modelu

Základné predpoklady sú:

- neuvažujeme transportné náklady
- obchod s tovarmi medzi krajinami je voľný
- dokonalá konkurencia na trhoch tovarov a aj na trhoch výrobných faktorov
- výrobné faktory sú úplne nemobilné medzi krajinami, ale sú mobilné medzi sektormi v rámci jednej krajiny
- obidve krajiny disponujú fixným množstvom výrobných faktorov

Produkčné funkcie F_A, F_B sú neoklasického typu, to znamená, že ak $F(K,L)$ označíme ľubovoľne zvolenú produkčnú funkciu tak má tieto vlastnosti:

- $F(0,L)=F(K,0)=0$, pri výrobe kladného množstva tovaru musia byť zastúpené obidva výrobné faktory v nenulovom objeme.
- $\dfrac{\partial F(K,L)}{\partial K}>0$, $\dfrac{\partial F(K,L)}{\partial L}>0,$ rastúcosť produkčnej funkcie v každej premennej.
- $\dfrac{\partial^2 F(K,L)}{\partial K^2}<0,$ $\dfrac{\partial^2 F(K,L)}{\partial L^2}<0,$ konkávnosť produkčnej funkcie, to znamená, že platí zákon klesajúcich hraničných výnosov.
- Homogénnosť prvého stupňa, t.j. $\forall \mu>0$: $F(\mu K,\mu L)=\mu F(K,L),$ takže produkčná funkcia má konštantné výnosy z rozsahu a dá sa použiť intenzívny tvar produkčnej funkcie $F(K,L)=L\ F\left(\dfrac{K}{L},1\right)=L\ f\left(\dfrac{K}{L}\right).$
- Produkčná funkcia je pre určitý výrobok rovnaká v obidvoch krajinách t.j. $F_A=F_A^*,\ F_B=F_B^*$. Tento predpoklad vylučuje technologické rozdiely vo výrobe medzi krajinami.
- Štruktúra dopytu, vyjadrená pomerom, v ktorom sú tovary spotrebovávané pri určitej relatívnej cene, je rovnaká v obidvoch krajinách a je nezávislá od výšky príjmu. V obidvoch krajinách je rovnaká dopytová funkcia po danom tovare.
- Nenastáva reverzibilita intenzity využitia výrobných faktorov. Podrobnejšie si objasníme čo znamená reverzibilita intenzity výrobných faktorov.

Intenzita výrobného faktora:

Jeden z tovarov, napr. tovar A využíva určitý výrobný faktor (napríklad kapitál) intenzívnejšie (je viac intenzívny vo využití kapitálu, je kapitálovo náročnejší) ako tovar B ak vstupný pomer výrobných faktorov K/L použitých na výrobu tovaru A je väčší ako pri výrobe tovaru B pre fixovanú relatívnu cenu výrobných faktorov, čiže platí:

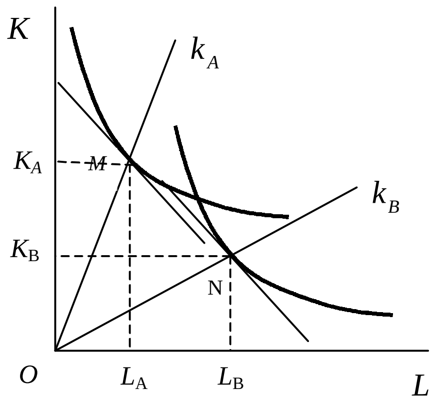
$$\frac{K_A}{L_A}>\frac{K_B}{L_B}.$$

Pričom disponibilné množstvo kapitálu $\overline{K}$ a práce $\overline{L}$ sa rozdelí medzi sektory A a B.

$$K_A + K_B \leq \overline{K}$$
$$L_A + L_B \leq \overline{L}$$

Ak ekonomika vyrába na hranici výrobných možností, platí v oboch nerovnostiach znamienko =.

Graficky môžeme znázorniť intenzity využitia výrobných faktorov na nasledujúcom obrázku, kde $k_A = tg\left(\mathrm{M\hat{O}}L_\mathrm{A}\right), k_B = tg\left(\mathrm{N\hat{O}}L_\mathrm{B}\right)$



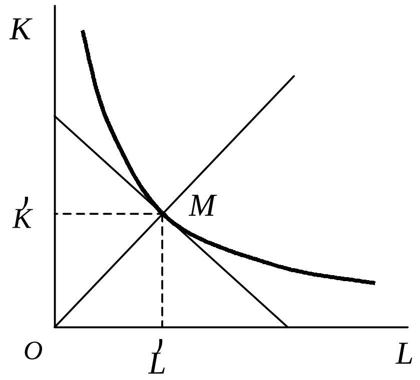
Obr.1. Intenzita využitia výrobných faktorov

Ak označíme $k_A = \dfrac{K_A}{L_A}$ a $k_B = \dfrac{K_B}{L_B}$, tak tovar A je kapitálovo náročnejší ako tovar B ak je splnená nerovnosť: $k_A > k_B$

Rovnováha výrobcu

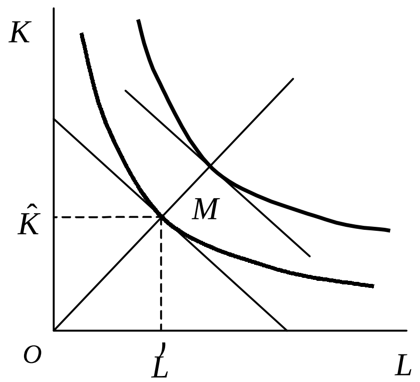
Množstvo kapitálu a práce, ktoré použije individuálny podnikateľ, závisí od relatívnej ceny výrobných faktorov ω. V dôsledku predpokladu o dokonalej konkurencii, jednotlivý výrobca nemôže túto cenu ovplyvniť, je to exogénny parameter. Rozdelí svoje disponibilné prostriedky $\overline{C}$ medzi výdavky na mzdy a prenájom kapitálu, tak aby maximalizoval svoju produkciu.

$$\text{Max } F(K, L)$$
$$wL + rK \leq \overline{C}$$



Obr.2. Rovnováha výrobcu

Optimálne množstvo kapitálu a práce určuje bod $M = (\hat{K}, \hat{L})$, kde rozpočtová priamka, ktorá má sklon $-\frac{w}{r}$, sa dotýka izokvanty. Po zvýšení disponobilných prostriedkov, pri nezmenenej relatívnej cene, sa rozpočtová priamka posunie ale nezmení sklon, čiže bude rovnobežná s pôvodnou rozpočtovou priamkou. Z predpokladu homogenity prvého stupňa produkčnej funkcie, majú všetky izokvanty rovnaký tvar v tom zmysle, že v bodoch ležiacich na ľubovoľnej polpriamke vychádzajúcej z počiatku majú rovnaký sklon. Z toho vyplýva, že nové optimálne riešenie bude ležať na polpriamke OM .



Obr.3. Rovnováha výrobcu po zvýšení nákladov

Relatívne množstvo výrobných faktorov použitých na výrobu $k = \frac{\hat{K}}{\hat{L}}$, závisí od relatívnej ceny výrobných faktorov $\omega = \frac{w}{r}$. Táto závislosť je funkciounálna za určitých predpokladov o produkčnej funkcii. Stačí k tomu konkávnosť produkčnej funkcie a kladnosť cien oboch výrobných faktorov. V ďalšom budeme predpokladať splnenie vyššie uvedených podmienok a teda $k = k(\omega)$ je funkcia relatívnej ceny výrobných faktorov. Ukážeme, že funkcia k je rastúca.

Za predpokladu dokonalej konkurencie platí, že výrobcovia vyrábajú tovary s nulovým ziskom, teda platí, že cena výrobného faktora sa rovná súčinu hodnoty hraničnej produktivity práce daného výrobného faktora a ceny daného výrobku, čiže platí:

$$w = p_A MPL_A(K_A, L_A) = p_A \frac{\partial F_A(K_A, L_A)}{\partial L_A}$$

$$r = p_A MPK_A(K_A, L_A) = p_A \frac{\partial F_A(K_A, L_A)}{\partial K_A}.$$

Využitím homogenity produkčnej funkcie a derivovania súčinu dostávame:

$$w = p_A MPL_A(K_A, L_A) = p_A \frac{\partial(L_A F_A(K_A/L_A, 1))}{\partial L_A} = p_A\left(F_A(K_A/L_A, 1) + L_A \frac{\partial F_A(K_A/L_A, 1)}{\partial L_A}\right).$$

Cena práce - mzda, zapísaná pomocou produkčnej funkcie v intenzívnom tvare sa rovná:

$$w = p_A\left[f_A(k_A) - k_A f'_A(k_A)\right]$$

podobne cena kapitálu (renta za prenájom) sa rovná:

$$r = p_A f'_A(k_A).$$

Relatívna cena výrobných faktorov sa teda rovná:

$$\omega = \frac{w}{r} = \frac{f_A(k_A) - k_A f'_A(k_A)}{f'_A(k_A)} = \frac{f_A(k_A)}{f'_A(k_A)} - k_A.$$

Po zderivovaní dostávame:

$$\frac{d\omega}{dk_A} = \frac{(f'_A(k_A))^2 - f_A(k_A) f''_A(k_A)}{(f'_A(k_A))^2} - 1 = \frac{-f_A(k_A) f''_A(k_A)}{(f'_A(k_A))^2}$$

Prvá derivácia funkcie $\omega(k_A)$ je kladná, pretože neoklasická produkčná funkcia je kladná a druhú deriváciu má zápornú. Teda $\omega(k_A)$ je rastúca funkcia a preto existuje inverzná funkcia $k_A(\omega) = \omega^{-1}(k_A)$, pričom k_A je tiež rastúca funkcia.

Teraz môžeme pristúpiť k objasneniu pojmu reverzibility.

Reverzibilita

Ak je tovar A kapitálovo náročný vzhľadom na tovar B pre nejaký pomer cien výrobných faktorov a pre iný je naopak náročný na prácu, hovoríme, že nastáva reverzibilita intenzity (využitia) výrobných faktorov.

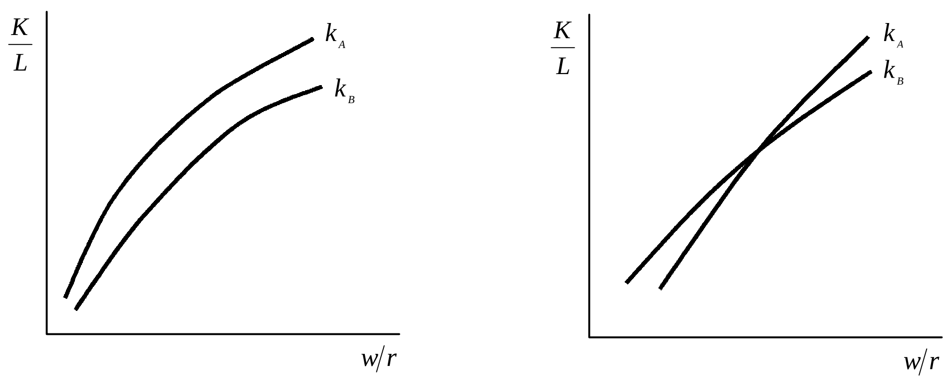
Reverzibilita nenastáva ak platí:

$k_A(\omega) > k_B(\omega)$ pre $\forall\omega$ (tovar A je kapitálovo náročnejší ako tovar B pre ľubovolnú relatívnu cenu výrobných faktorov),

alebo ak platí:

$k_A(\omega) < k_B(\omega)$ pre $\forall\omega$ (tovar A je pracovne náročnejší ako tovar B pre ľubovolnú relatívnu cenu výrobných faktorov).

Ak nenastáva reverzibilita intenzity faktorov, grafy rastúcich funkcií $k_A(\omega), k_B(\omega)$ sa nepretínajú. Keď je tovar A kapitálovo náročnejší ako tovar B, na grafe závislosti použitia výrobných faktorov od ich ceny je funkcia $k_A(\omega)$ vždy nad funkciou $k_B(\omega)$. Naopak ak nastáva reverzibilita intenzity využitia výrobných faktorov grafy funkcií $k_A(\omega), k_B(\omega)$ sa pretínajú práve pri takej relatívnej cene ω, v ktorej nastáva reverzibilita.



Obr.4. Závislosť vstupu výrobných faktorov od relatívnej ceny výrobných faktorov v prípade, že nenastáva reverzibilita a v prípade, že nastane reverzibilita

Reverzibilita intenzity využitia výrobných faktorov nastáva, ak sa izokvanta tovaru A a izokvanta tovaru B pretínajú viac ako raz alebo sa dotýkajú. Vzhľadom na predpoklad konštantných výnosov z rozsahu majú všetky izokvanty toho istého tovaru rovnaký tvar, takže stačí porovnávať dve reprezentatívne izokvanty napríklad jednotkové izokvanty. Ak sa izokvanty rôznych tovarov pretínajú viac ako dva krát nastáva viacnásobná reverzibilita. Vo všeobecnosti n-1 násobná faktorová reverzibilita nastáva ak sa izokvanty pretínajú n krát. Ak sa izokvanty pretínajú viac ako raz znamená to, že jedna je viac konvexná ako druhá. Zakrivenie izokvanty určuje elasticita substitúcie. Z ekonomického hľadiska reverzibilita nastáva vtedy ak sa možnosti substitúcie výrobných faktorov medzi sektormi líšia. Vyplýva to z nasledujúcich úvah.

Elasticita substitúcie:

$$\sigma_j = \frac{dk_j / k_j}{dTRS / TRS} \quad \text{pre } j = A, B.$$

Technická miera substitúcie (TRS) vyjadruje ako sa zmení množstvo výrobného faktora použitého na výrobu tovaru v závislosti od zmeny množstva druhého výrobného faktora.

$$TRS = \frac{dK}{dL} = -\frac{\frac{\partial F}{\partial L}}{\frac{\partial F}{\partial K}} = -\frac{w}{r} = -\omega .$$

Úpravou vzťahu elasticity substitúcie dostávame:

$$\frac{dk_j}{k_j} = \sigma_j \frac{d\omega}{\omega}.$$

Ak predpokladáme, že σ_j je konštanta, môžeme rovnicu integrovať a dostávame:

$$k_j = C_j \omega^{\sigma_j} \quad \text{pre } j = A, B, \quad \text{kde } C_j \text{ je integračná konštanta.}$$

Ak $\sigma_A = \sigma_B$ nenastáva reverzibilita intenzity využitia faktorov, pretože po vydelení rovníc dostávame:

$$\frac{k_A}{k_B} = C = \frac{C_A}{C_B},$$

pričom C je konštanta

1. a je buď $C > 1$, v tom prípade platí $k_A > k_B$,

2. alebo je $C < 1$, v tom prípade platí $k_A < k_B$.

Nenastáva reverzibilita faktorov, lebo vždy je jeden tovar pracovne náročný a jeden kapitálovo náročný.

Ak $\sigma_A \neq \sigma_B$ a ak napríklad $\sigma_A > \sigma_B$, potom po vydelení rovníc platí rovnosť.

$$\frac{k_A}{k_B} = C\omega^{\sigma_A - \sigma_B}$$

Pretože funkcia $C\omega^{\sigma_A - \sigma_B}$ je rastúca a spojitá na $(0,\infty)$, existuje práve jedno také ω, označme ho $\overline{\omega}$, pre ktoré platí:

$$\frac{k_A(\omega)}{k_B(\omega)} < 1, \text{ pre } \omega < \overline{\omega}$$

$$\frac{k_A(\omega)}{k_B(\omega)} = 1, \text{ pre } \omega = \overline{\omega}$$

$$\frac{k_A(\omega)}{k_B(\omega)} > 1, \text{ pre } \omega > \overline{\omega}.$$

Teda nastáva jednonásobná faktorová reverzibilita.

V prípade, že elasticita substitúcie nie je konštantná, nie je možná integrácia a môže nastať aj viacnásobná reverzibilita.

Produkčná funkcia, ktorá má konštantnú elasticitu substitúcie (CES produkčná funkcia) je tvaru: $Y = \left[\alpha * K^{-\beta} + \gamma * L^{-\beta}\right]^{-(1/\beta)}$,a má elasticitu substitúcie rovnú $\frac{1}{(1+\beta)}$. Reverzibilita nastáva ak sa parameter β líši medzi sektormi.

Cobb-Douglasová produkčná funkcia je špeciálnym prípadom CES produkčnej funkcie pre $\beta \to 0$, takže má tiež konštantnú elasticitu substitúcie, ktorá sa rovná 1.

Relatívna cena tovarov a relatívna cena výrobných faktorov

V prípade, že nenastáva reverzibilita intenzity faktorov, existuje bijektívny vzťah medzi relatívnou cenou tovarov a relatívnou cenou výrobných faktorov. To znamená, že k určitej relatívnej cene tovarov zodpovedá práve jedna relatívna cena výrobných faktorov a tiež naopak k určitej relatívnej cene výrobných faktorov zodpovedá práve jedna relatívna cena tovarov. Dokážeme, že funkcia $p(\omega)$ je monotónna. Za predpokladu, že sú vyrábané obidva tovary v kladnom množstve.

Relatívna cena tovarov sa dá pomocou relatívnej ceny výrobných faktorov vyjadriť:

$$p(\omega) = \frac{p_A}{p_B} = \frac{f_B'(k_B(\omega))}{f_A'(k_A(\omega))}, \text{ pretože } p_A f_A' = r = p_B f_B'.$$

Po zderivovaní:

$$\frac{dp}{d\omega}=\frac{f_B''(k_B)k_B' f_A'(k_A)-f_B'(k_B)f_A''(k_A)k_A'}{[f_A'(k_A)]^2}=\frac{f_B'}{f_A'}\left(\frac{f_B''k_B'}{f_B'}-\frac{f_A''k_A'}{f_A'}\right).$$

Deriváciu relatívnej ceny podľa pomeru použitých výrobných faktorov sme už odvodili:

$$\frac{d\omega}{dk_A}=\frac{-f_A(k_A)f_A''(k_A)}{(f_A'(k_A))^2}.$$

Derivácia inverznej funkcie sa rovná:

$$\frac{dk_A}{d\omega}=k_A'=\frac{-(f_A'(k_A))^2}{f_A(k_A)*f_A''(k_A)} \text{ a podobne } k_B'=\frac{-(f_B'(k_B))^2}{f_B(k_B)*f_B''(k_B)}.$$

Po dosadení:

$$\frac{dp}{d\omega}=p\left(\frac{f_A'}{f_A}-\frac{f_B'}{f_B}\right).$$

Závislosť medzi relatívnou cenou výrobných faktorov a pomerom výrobných faktorov spĺňa vzťah:

$$\omega(k_A)=\frac{f_A(k_A)}{f_A'(k_A)}-k_A$$

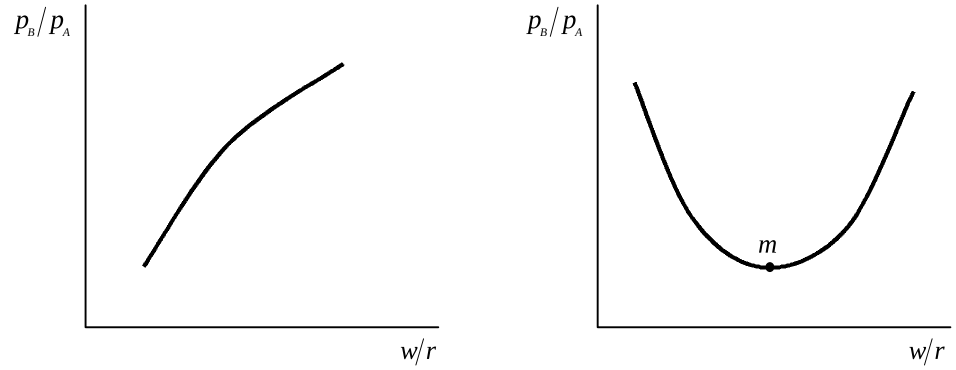
z toho $f_A(k_A)=f_A'(k_A)(\omega+k_A)$ a podobne aj pre tovar B, $f_B(k_B)=f_B'(k_B)(\omega+k_B)$. Po dosadení do derivácie relatívnej ceny tovarov podľa relatívnej ceny výrobných faktorov:

$$\frac{dp}{d\omega}=p\left(\frac{1}{\omega+k_A(\omega)}-\frac{1}{\omega+k_B(\omega)}\right)=p\frac{k_B(\omega)-k_A(\omega)}{(\omega+k_A(\omega))(\omega+k_B(\omega))}.$$

Ak je splnený predpoklad neexistencie reverzibility faktorov, tak platí:

- $k_A(\omega)>k_B(\omega)$ pre $\forall\omega$, ak je tovar A kapitálovo náročný a tovar B pracovne náročný.
- alebo $k_A(\omega)<k_B(\omega)$ pre $\forall\omega$, ak je tovar A pracovne náročný a tovar B kapitálovo náročný.

Takže derivácia $\frac{dp}{d\omega}$ má jednoznačne určené znamienko ak nenastala reverzibilita intenzity výrobných faktorov. Ak je tovar A pracovne náročný, tak funkcia $p(\omega)$ je rastúca, tak ako na obrázku č.5. Ak by bol tovar A kapitálovo náročný, tak by bola klesajúca.



Obr.5. Vzťah medzi relatívnou cenou tovarov a relatívnou cenou výrobných faktorov v prípade, že nenastane reverzibilita a v prípade výskytu 1-násobnej reverzibility

Ak nastane reverzibilita, neplatí bijektívny vzťah medzi relatívnou cenou výrobných faktorov a relatívnou cenou tovarov. Ak nastane iba 1-násobná reverzibilita intenzity využitia výrobných faktorov, funkcia $p(\omega)$ nebude monotónna a bod *m* reprezentuje relatívnu cenu výrobných faktorov pri ktorej nastáva reverzibilita intenzity využitia výrobných faktorov.

Vybavenosť ekonomiky výrobnými faktormi

Vybavenosť ekonomiky výrobnými faktormi má dve definície. Podľa materiálnej definície je jedna krajina (napríklad domáca krajina) vybavená jedným faktorom viac (napríklad kapitálom) ako zahraničie, ak množstvo kapitálu na jednotku práce je väčšie v domácej krajine ako v zahraničí.

$$\frac{K}{L} > \frac{K^*}{L^*}.$$

Alternatívna cenová definícia berie do úvahy ceny výrobných faktorov. Podľa tejto definície je domáca krajina bohatšia na kapitál ako zahraničie ak je v domácej krajine kapitál relatívne lacnejší (vzhľadom na prácu) ako v zahraničí. Pomer ceny za jednu jednotku kapitálu a ceny za jednotku práce je v domácej krajine menší ako v zahraničí.

$$\frac{w}{r} < \frac{w^*}{r^*}$$

Čiže kapitál v domácej krajine je relatívne (vzhľadom k práci) lacnejší ako v zahraničí.

Budeme používať materiálnu definíciu vybavenosti krajiny výrobnými faktormi.

Heckscherova-Ohlinova veta

Teraz uvedieme základné tvrdenie o smerovaní obchodu medzi dvoma krajinami za predpokladov, ktoré sme doteraz urobili o ekonomikách oboch krajín.

Heckscherova-Ohlinova veta

Keď je domáca krajina bohatšia na kapitál ako zahraničie a tovar A je kapitálovo náročnejší ako tovar B, potom domáca krajina bude vyvážať tovar A a zahraničie tovar B.

Dôkaz:

Pri dôkaze Heckscherovej-Ohlinovej vety budeme používať nasledovnú lemu:

Lema:

Pri rovnakej relatívnej cene tovarov, krajina bohatá na jeden výrobný faktor sa bude špecializovať na tovar, ktorý používa hojný faktor intenzívnejšie. (Ak je domáca krajina bohatá na kapitál a tovar A ja kapitálovo náročnejší než tovar B, domáca krajina sa bude špecializovať na tovar A a zahraničie na tovar B)

Nech $a_{KA}, a_{KB}, a_{LA}, a_{LB}$ sú technické koeficienty, ktoré určujú aké množstvo výrobných faktorov, je potrebné na vyrobenie jednej jednotky tovaru.

Teda a_{ij} je množstvo výrobného faktora $i \in \{\mathrm{K}, \mathrm{L}\}$ potrebného na výrobu jednej jednotky tovaru $j \in \{\mathrm{A}, \mathrm{B}\}$. Keďže predpokladáme homogénnosť produkčnej funkcie, tak na výrobu množstva A resp. B tovaru A resp. B spotrebované množstvá výrobných faktorov sú dané vzťahmi:

$$K_A = a_{KA}A, \quad K_B = a_{KB}B, \quad L_A = a_{LA}A, \quad L_B = a_{LB}B$$

pričom technické koeficienty závisia od relatívnej ceny výrobných faktorov, čiže $a_{ij} = a_{ij}(\omega)$

Ak predpokladáme plnú zamestnanosť, tak sú splnené rovnosti:

$$\begin{aligned} a_{KA}A + a_{KB}B &= \overline{K} \\ a_{LA}A + a_{LB}B &= \overline{L}. \end{aligned}$$

Po vydelení oboch rovníc spotrebovaným množstvom práce $\overline{L}$ dostávame:

$$a_{KA} A/\overline{L} + a_{KB} B/\overline{L} = \overline{K}/\overline{L}$$
$$a_{LA} A/\overline{L} + a_{LB} B/\overline{L} = 1.$$

Vzniká systém lineárnych rovníc, z ktorého sa dá vyjadriť $A/\overline{L}$ a $B/\overline{L}$:

$$A/\overline{L} = \frac{a_{LB} \overline{K}/\overline{L} - a_{KB}}{a_{KA} a_{LB} - a_{KB} a_{LA}}, \quad B/\overline{L} = \frac{a_{KA} - a_{LA} \overline{K}/\overline{L}}{a_{KA} a_{LB} - a_{KB} a_{LA}}.$$

Odtiaľ po vydelení:

$$\frac{A/\overline{L}}{B/\overline{L}} = \frac{A}{B} = \frac{a_{LB} \overline{K}/\overline{L} - a_{KB}}{a_{KA} - a_{LA} \overline{K}/\overline{L}}.$$

Po zderivovaní:

$$\frac{d(A/B)}{d(\overline{K}/\overline{L})} = \frac{a_{KA} a_{LB} - a_{LA} a_{KB}}{\left(a_{KA} - a_{LA} \overline{K}/\overline{L}\right)^2} = a_{LA} a_{LB} \frac{k_A - k_B}{\left(a_{KA} - a_{LA} \overline{K}/\overline{L}\right)^2}$$

Ak nenastane reverzibilita intenzity využitia výrobných faktorov, platí $k_A > k_B$ alebo $k_A < k_B$, nezávisle od pomeru cien výrobných faktorov ω, a teda derivácia má konštantné znamienko.

Ak je tovar A kapitálovo náročný vzhľadom na tovar B, bude derivácia kladná, to znamená, že väčšiemu množstvu kapitálu na jednotku práce zodpovedá výroba väčšieho množstva tovaru A vzhľadom na tovar B. Ak sú produkčné funkcie určitého tovaru rovnaké v obidvoch krajinách, tak tieto výsledky platia pre obidve krajiny.

Leontiefov paradox

Nasledujúcu tabuľku zverejnil v roku 1953 Wassily Leontief.

	Kapitál	**Práca**	**K/L**
Export	2550780	182.313	13991
Import	3091339	170.004	18184

Obsahuje množstvo kapitálu a práce, ktoré bolo potrebné (priamo aj nepriamo) na vytvorenie jednej jednotky exportu v roku 1947. Kapitál je v cenách roku 1947. Práca sa meria v človeko-rokoch. Jedna jednotka je 1 milión USD.

V roku 1947 bolo USA považované za krajinu, ktorá je bohatá na kapitál. Z tabuľky vidno, že USA vyvážala pracovne náročne tovary a dovážala kapitálovo náročné tovary, čo je v rozpore z Heckscherovou-Ohlinovou vetou, podľa ktorej by mala krajina bohatá na kapitál vyvážať kapitálovo náročné tovary a dovážať pracovne náročné tovary.

Jedným z vysvetlení bolo, že v roku 1947 bolo, že pracovná sila v USA pracuje efektívnejšie ako v ostatných krajinách. Preto pre objektívnosť určenia proporcií výrobných faktorov by sa malo množstvo pracovnej sily prenásobiť určitým koeficientom. Leontief navrhol ako koeficient číslo 3. To by z USA urobilo krajinu bohatú na pracovnú silu a jeho výsledky by neboli v rozpore s Heckscherovou-Ohlinovou vetou.

Ďalším vysvetlením je, že výrobky vyvážané z USA boli náročné na vysokokvalifikovanú pracovnú silu, ktorá môže byť označená ako výrobný faktor "ľudský kapitál".

Vyrovnávanie cien výrobných faktorov

Heckscherova-Ohlinova veta objasňovala vzťah medzi vybavenosťou krajiny výrobnými faktormi a smerovaním obchodu. Výsledkom tohto obchodovania bude aj ovplyvnenie cien výrobných faktorov, pretože ak krajina vyváža tovary náročné na nejaký výrobný faktor, v krajine sa zvyšuje dopyt po tomto výrobnom faktore a teda aj jeho cena. O vzťahu medzi obchodovaním s tovarmi a cenou výrobných faktorov hovorí veta o vyrovnaní cien výrobných faktorov.

Najskôr si ukážeme vyrovnávanie cien výrobných faktorov graficky.

Vyrovnávanie cien výrobných faktorov - graficky

Relatívna cena výrobných faktorov ω sa v domácej krajine pohybuje v intervale $\langle \omega_1, \omega_2 \rangle$. ω_1 je taká relatívna cena, ktorá vznikne ak sa domáca krajina bude úplne špecializovať na výrobu tovaru A. Pri relatívnej cene ω_2 sa domáca krajina bude úplne špecializovať na výrobu tovaru B. Pomer celkového množstva výrobných faktorov v krajine sa dá zapísať ako vážený priemer pomeru výrobných faktorov použitých v obidvoch sektoroch.

Pri úplnom využití kapitálu a plnej zamestnanosti platí: $K_A + K_B = K,\ L_A + L_B = L$ odkiaľ máme:

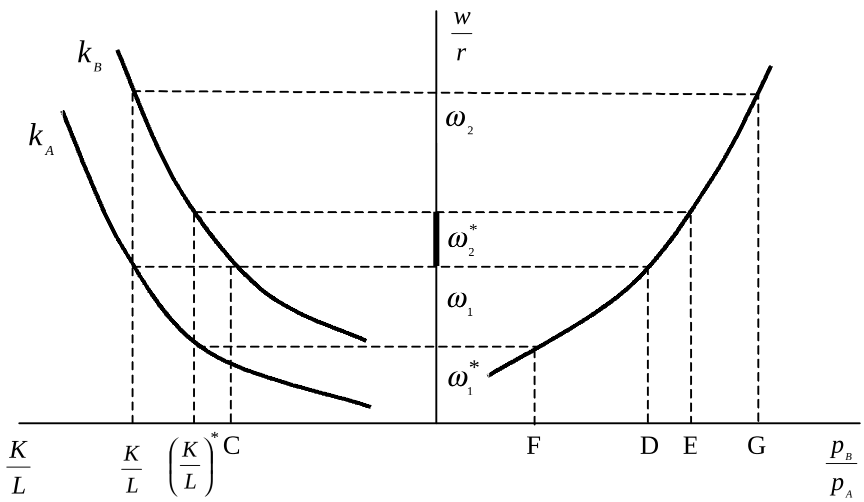
$$\frac{K}{L}=\frac{K_A}{L}+\frac{K_B}{L}=\frac{L_A}{L}\frac{K_A}{L_A}+\frac{L_B}{L}\frac{K_B}{L_B}$$

pričom súčet váh je $\frac{L_A}{L}+\frac{L_B}{L}=1$.

V zahraničí sa relatívna cena výrobných faktorov bude pohybovať v intervale $\omega^* \in \left\langle \omega_1^*, \omega_2^* \right\rangle$. ω_1^* je relatívna cena výrobných faktorov ak sa zahraničie úplne špecializuje na výrobu tovaru B, ω_2^* ak sa úplne špecializuje na výrobu tovaru A.

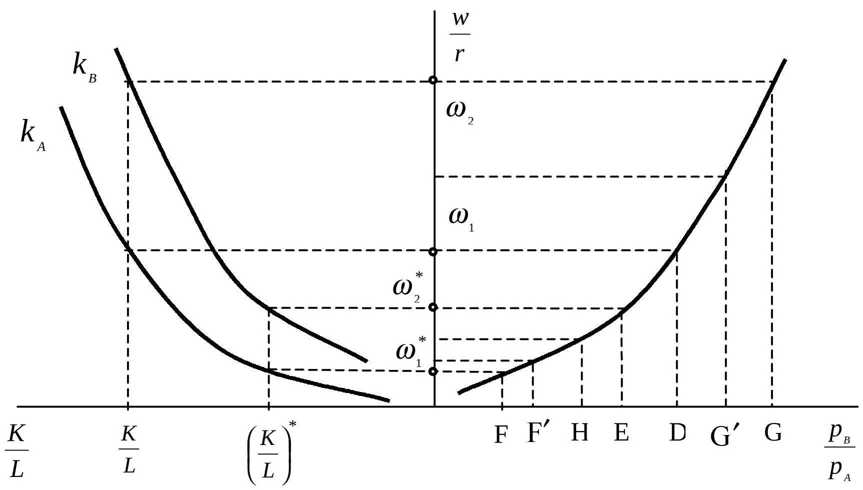
Vyrovnanie relatívnych cien výrobných faktorov môže nastať iba ak existuje neprázdny prienik prípustných intervalov relatívnych cien výrobných faktorov, čiže ak existuje úsečka vyrovnania. Ak nenastane úplná špecializácia, nastane aj vyrovnanie absolútnych cien.

Môžu nastať tieto prípady:



Obr.6. Vyrovnávanie cien výrobných faktorov

(a) Existuje úsečka vyrovnania $\left\langle \omega_1, \omega_2^* \right\rangle$ a relatívne ceny tovarov korešpondujúce s takými relatívnymi cenami výrobných faktorov, ktoré ležia na úsečke vyrovnania, ležia v intervale $\left\langle \mathrm{D}, \mathrm{E} \right\rangle$. Obchod medzi krajinami spôsobí vyrovnanie relatívnych cien tovarov tak, že táto cena bude ležať medzi cenami, ktoré boli pred zahájením obchodu. Prislúchajúca relatívna cena výrobných faktorov bude ležať na úsečke vyrovnania. Nastane vyrovnanie relatívnych cien výrobných faktorov. Ak nenastane úplná špecializácia v ani jednej krajine, vyrovnajú sa aj reálne a nominálne ceny výrobných faktorov.



Obr.7. Prípad nevyrovnávania sa cien výrobných faktorov

(b) Neexistuje úsečka vyrovnania. V tomto prípade je špecializácia aspoň jednej krajiny nevyhnutná. Nenastane vyrovnanie cien výrobných faktorov. Relatívna cena tovarov v domácej krajine leží na úsečke DG, je to napríklad bod G' (viď. Obr. 7.), v zahraničí táto cena leží na úsečke FE, napríklad F'. Po zahájení obchodu môže relatívna cena tovarov padnúť na úsečku $F'E$, alebo ED alebo DG'. Ak relatívna cena tovarov padne na úsečku $F'E$, napríklad do bodu H, v zahraničí sa budú vyrábať obidva tovary a relatívna cena výrobných faktorov bude ω_H, ktorá prislúcha relatívnej cene tovarov zobrazenej bodom H. Domáca krajina sa bude úplne špecializovať na výrobu tovaru A a relatívna cena výrobných faktorov bude ω_1. Pri úplnej špecializácii už nebude platiť jedno jednoznačný vzťah medzi relatívnou cenou tovarov a relatívnou cenou výrobných faktorov. Ak po zahájení obchodu relatívna cena tovarov padne na úsečku ED, domáca krajina sa bude úplne špecializovať na výrobu tovaru A a zahraničná krajina sa bude úplne špecializovať na výrobu tovaru B. Relatívna cena výrobných faktorov bude v domácej krajine ω_2 a ω_1^* v zahraničí. Ak po zahájení obchodu relatívna cena tovarov padne na úsečku DG', bude domáca krajina vyrábať obidva výrobky a zahraničná krajina sa bude úplne špecializovať na výrobu tovaru B. Relatívna cena výrobných faktorov v zahraničnej krajine bude ω_2^*, a v domácej krajine bude medzi ω_1 a ω_G (ω_G je relatívna cena výrobných faktorov, ktorá zodpovedá relatívnej cene tovarov G)

(c) Úsečka vyrovnania existuje ale relatívne ceny tovarov pred zahájením obchodu sú také, že prislúchajúce relatívne ceny výrobných faktorov neležia na úsečke vyrovnania. Napríklad p^* leží na úsečke FD a p leží na úsečke EG. Relatívne ceny tovarov sa po zahájení obchodu vyrovnajú ale výsledok môže byť rôzny v závislosti od toho, aká táto relatívna cena bude. Ak bude ležať na úsečke ED (s výnimkou bodov D a E) nastane vyrovnanie relatívnych a aj absolútnych cien výrobných faktorov tak ako v prípade (a). Ak bude relatívna cena ležať na úsečke FD alebo EG, výsledok bude taký ako v prípade (b). Jedna z krajín sa bude úplne špecializovať a vyrovnanie cien výrobných faktorov nenastane. Výsledok prípadu (c) je nejednoznačný.

Aj keď sa v niektorých vyššie diskutovaných prípadov ceny výrobných faktorov nevyrovnávajú, obchodovanie ich približuje.

Veta o vyrovnaní cien výrobných faktorov:

Za predpokladov modelu po zahájení obchodu sa relatívne ale aj reálne ceny výrobných faktorov vyrovnajú $\frac{w}{r}=\frac{w^*}{r^*}$, $\frac{w}{p_A}=\frac{w^*}{p_A}$, $\frac{r}{p_A}=\frac{r^*}{p_A}$ *, pokiaľ budú obidve krajiny vyrábať obidva tovary.*

Za dodatočného predpokladu, že po zahájení obchodovania medzi krajinami nenastáva úplná špecializácia, čiže ak obe krajiny budú pokračovať v produkcii obidvoch tovarov.

Dôkaz:

Z predpokladu, že nenastane reverzibilita intenzity využitia výrobných faktorov vyplýva, že v každej krajine existuje bijektívne zobrazenie medzi relatívnou cenou tovarov a relatívnou cenou výrobných faktorov. Ďalej, ak je obchod voľný a neuvažujeme transportné náklady, relatívne ceny tovarov sa musia rovnať $p=p^*$. Z toho, že sa relatívne ceny tovarov rovnajú vyplýva, že sa rovnajú aj relatívne ceny výrobných faktorov $\omega=\omega^*$, pretože je medzi nimi jedno jednoznačný vzťah.

Ukážeme rovnosť reálnych resp. nominálnych cien výrobných faktorov.

Z toho, že relatívne ceny výrobných faktorov sú rovnaké v obidvoch krajinách a z predpokladu použitia rovnakých technológií v obidvoch krajinách vyplýva, že vstup kapitálu na jednotku práce v určitom sektore je v obidvoch krajinách rovnaký $\frac{K_A}{L_A}=\frac{K_A^*}{L_A^*}$, $\frac{K_B}{L_B}=\frac{K_B^*}{L_B^*}$.
Z predpokladu konštantných výnosov z rozsahu vyplýva, že hraničné produktivity výrobných

faktorov závisia výlučne od pomeru výrobných faktorov. Takže tieto hraničné produktivity sú rovnaké v obidvoch krajinách.

$$MPK_A = MPK_A^*$$
$$MPK_B = MPK_B^*$$
$$MPL_A = MPL_A^*$$
$$MPL_B = MPL_B^*$$

(Predpoklad výroby v obidvoch sektoroch je dôležitý aj preto aby bolo možné porovnať tieto hraničné produktivity.) Vďaka predpokladu dokonalej konkurencie sa hraničné náklady musia rovnať cene za výrobný faktor.

$$p_A MPK_A = r$$
$$p_A MPK_A^* = r^*$$
$$p_B MPK_B = r$$
$$p_B MPK_B^* = r^*$$

Rovnaké vzťahy platia aj pre hraničnú produktivitu práce.

Keďže hraničné produktivity sa medzi krajinami rovnajú, ceny výrobných faktorov sa v oboch krajinách rovnajú.

$$r = r^*, \ w = w^*$$

Ukážeme ešte jeden často používaný postup dokazovania rovnosti relatívnych cien výrobných faktorov.

Z predpokladu o dokonalej konkurencii dostávame, že ceny výrobných faktorov sa rovnajú:

$$p_A f_A' = r = p_B f_B'$$

$$p_A \left(f_A - k_A f_A' \right) = w = p_B \left(f_B - k_B f_B' \right)$$

Po úprave dostávame:

$$f_A'(k_A) - p f_B'(k_B) = 0$$

$$\left[f_A(k_A) - k_A f_A'(k_A) \right] - p\left[f_B(k_B) - k_B f_B'(k_B) \right] = 0$$

Dostávame sústavu dvoch rovníc o troch premenných k_A, k_B, *p*. Podľa vety o existencii implicitnej funkcii, ak sa jakobián nerovná 0, v okolí rovnovážneho bodu sú, touto sústavou jednoznačne určené spojité funkcie $k_A(p), k_B(p)$.

Jakobián sa rovná:

$$\begin{vmatrix} f_A'' & -pf_B'' \\ -k_A f_A'' & pk_B f_B'' \end{vmatrix} = pf_A'' f_B''(k_B - k_A)$$

Jakobián je rôzny od nuly práve vtedy ak nenastáva reverzibilita intenzity využitia výrobných faktorov. Predpokladáme, že nenastane reverzibilita, to znamená, že určitej hodnote k_A, k_B prislúcha určitá hodnota *p*. Z rovníc sústavy potom môžeme určiť ceny výrobných faktorov *w, r*. Ak predpokladáme rovnakú technológiu v oboch krajinách, $k_A(p), k_B(p)$ sú rovnaké v obidvoch krajinách. Z predpokladu voľného odchodu a nulových transportných nákladov vyplýva, že sa vyrovná relatívna cena tovarov *p*.

V reálnom svete môžeme pozorovať, že ceny výrobných faktorov sa nevyrovnávajú. Existujú veľké rozdiely medzi mzdami a životnými úrovňami pracovnej sily v rôznych krajinách. Veta o vyrovnaní má špecifické predpoklady, ktoré keď nie sú splnené vyrovnanie cien výrobných faktorov nenastane. Príčiny môžu byť takéto:

- Je porušený predpoklad, že obe krajiny vyrábajú oba tovary. Táto situácia môže nastať ak pomer a výrobných faktorov K/L, ktorými je krajina vybavená je príliš veľký dôsledkom čoho sa krajina úplne špecializuje na výrobu kapitálovo náročného tovaru. Vyrovnanie cien výrobných faktorov je pravdepodobnejšie ak sa vybavenosť krajín výrobnými faktormi nelíši príliš.
- Je porušený predpoklad o používaní rovnakých technológii v oboch krajinách.
- Je porušený predpoklad, že nenastáva reverzibilita využitia intenzity výrobných faktorov. V takomto prípade sa ceny výrobných faktorov nevyrovnajú a dokonca sa môžu dôsledkom obchodu od seba vzďaľovať.
- Ak sú ekonomiky škálované.

Ďalšie dôležité tvrdenia Heckscherovho-Ohlinovho modelu

Rozdeľovanie príjmov z obchodu

Aj napriek tomu, že krajiny obchodovaním získajú, voľný obchod prináša prerozdelenie príjmov. Majitelia výrobného faktoru, ktorého má krajina relatívny dostatok, obchodovaním získajú a majitelia vzácneho výrobného faktoru strácajú.

Zmena relatívnej ceny tovarov má vplyv nielen na veľkosť produkcie v sektoroch ale aj na rozdeľovanie príjmov.

Stolperova-Samuelsonova veta

Ak sú obidva tovary produkované rovnakými technológiami s neoklasickou produkčnou funkciou, potom relatívny nárast ceny jedného tovaru zvýši reálny výnos z výrobného faktora, ktorý je na výrobu tohto tovaru používaný intenzívnejšie, výnosy z druhého výrobného faktora sa znížia.

Predpokladali sme, že množstvá výrobných faktorov v krajine sú fixované a že sa nemenia. Zmena vybavenosti krajiny výrobnými faktormi má vplyv na zmenu produkcie, pretože zvýšením množstva výrobného faktora sa mení množina výrobných možností.

Rybczynského veta

Ak sú relatívne ceny tovarov konštantné a obidva sa vyrábajú, zvýšenie ponuky jedného faktora bude viesť k zvýšeniu výstupu tovaru, ktorý používa tento faktor intenzívnejšie. Výstup v druhom sektore sa zníži.

Viacrozmerný model

V tomto modeli vystupujú dve krajiny viac tovarov, viac výrobných faktorov.

Označenie:

- N - počet tovarov
- H - počet výrobných faktorov
- $\mathbf{p}$ - vektor cien tovarov $\mathbf{p} = (p_1, p_2, \ldots, p_N)$
- $\mathbf{e}$ - zásoba výrobných faktorov v ekonomike $\mathbf{e} = (e_1, e_2, \ldots, e_H)$
- $\mathbf{w}$ - vektor cien výrobných faktorov $\mathbf{w} = (w_1, w_2, \ldots, w_H)$
- $\mathbf{q}$ - výstup ekonomiky $\mathbf{q} = (q_1, q_2, \ldots, q_N)$
- Veličiny vzťahujúce sa k zahraničiu budeme označovať s horným indexom *. Veličiny bez * sa vzťahujú k domácej krajine.
- Veličiny označené so strieškou označujú veličiny po zahájení obchodu. Napríklad $\hat{\mathbf{p}}$ je vektor cien tovarov po zahájení obchodu a $\mathbf{p}$ je vektor cien tovarov v uzavretej krajine pred začatím obchodovania.

Predpoklady modelu:

- dokonalá konkurencia na trhu tovarov a trhu výrobných faktorov
- žiadne transportné náklady
- voľný obchod
- mobilita výrobných faktorov medzi sektormi v rámci jednej krajiny a imobilnosť medzi krajinami

Rovnováha v uzatvorenej ekonomike

$G(\mathbf{p}, \mathbf{e})$ je funkcia HDP, ktorá maximalizuje príjem krajiny pri cenách tovarov $\mathbf{p}$ so zdrojom výrobných faktorov $\mathbf{e}$. Funkcia G je odvodená z maximalizácie príjmu pri daných cenách tovarov.

$$\Pi_j = \max_{q_j}\{q_j\left(p_j - c_j(\mathbf{w})\right): q_j \geq 0\}$$

kde $c_j(\mathbf{w})$ je funkcia nákladov potrebných na vyrobenie jednej jednotky *j*-teho tovaru.

Funkcia *G* závisí od technológie a zásoby výrobných faktorov. Je definovaná vzťahom:

$$G(\mathbf{p},\mathbf{e}) = \mathbf{pq} \tag{2.1}$$

Podľa Hottelingovej lemmy sa derivácia podľa ceny tovaru *j* rovná výstupnej ponuke tovaru *j*:

$$\frac{\partial G(\mathbf{p},\mathbf{e})}{\partial p_j} = q_j(\mathbf{p}) \tag{2.2}$$

Ak sú v krajine plne využité všetky výrobné faktory, platí:

$$\sum_{j=1}^{N} a_{jh} q_j = e_h \qquad h = 1,\ldots,H \tag{2.3}$$

kde a_{jh} je technický koeficient, množstvo výrobného faktora $h \in \{1,\ldots,H\}$ potrebného na výrobu jednej jednotky tovaru $j \in \{1,\ldots,N\}$.

Vynásobením rovníc (2.3) w_h a sčítaním dostávame:

$$\sum_{h=1}^{H} w_h \sum_{j=1}^{N} a_{jh} q_j = \sum_{h=1}^{H} w_h e_h \ .$$

Úpravou výrazu na ľavej strane dostávame:

$$\sum_{h=1}^{H} w_h \sum_{j=1}^{N} a_{jh} q_j = \sum_{j=1}^{N} q_j \sum_{h=1}^{H} a_{jh} w_h = \sum_{j=1}^{N} q_j c_j(\mathbf{w}) = \sum_{j=1}^{N} q_j p_j$$

Teda platí:

$$\sum_{j=1}^{N} q_j p_j = \sum_{h=1}^{H} w_h e_h$$

a preto platí:

$$G(\mathbf{p},\mathbf{e}) = \mathbf{pq} = \mathbf{we} \ .$$

Táto rovnica poskytuje duálnu interpretáciu funkcie $G(\mathbf{p},\mathbf{e})$ ako minimálne množstvo, ktoré je potrebné zaplatiť výrobným faktorom ak priemerné náklady na produkciu v danom sektore nie sú menšie ako cena daného tovaru (sektor nevyrába so stratou).

$$G(\mathbf{p},\mathbf{e}) = \min_{\mathrm{w}} \{\mathbf{we} | c_j(\mathbf{w}) \geq p_j, \forall j\}$$

Dopytovú stránku modelu vyjadruje funkcia spotreby $S(\mathbf{p},u)$. Táto funkcia udáva minimálne náklady, pri ktorých je možné aby nákupy v krajine dosiahli úroveň užitočnosti *u*, ak sú ceny tovarov dané vektorom **p**. Existuje kolektívna funkcia užitočnosti, ktorej hodnota závisí od agregovanej spotreby každého tovaru. Definícia funkcie spotreby je nasledovná:

$$S(\mathbf{p},u_0) = \mathbf{ph} \qquad (2.4)$$

kde **h** je dopyt po tovaroch, ktorý vznikne minimalizáciou nákladov tak, aby bola dosiahnutá úroveň užitočnosti u_0. Podľa Shephardovej lemy sa derivácia funkcie spotreby podľa ceny *j*-teho tovaru rovná dopytu po tomto tovare:

$$\frac{\partial S(\mathbf{p},u_0)}{\partial p_j} = h_j(\mathbf{p},u_0) \qquad (2.5)$$

Podmienky rovnováhy sú:

$$\frac{\partial G(\mathbf{p},\mathbf{e})}{\partial p_j} = \frac{\partial S(\mathbf{p},u)}{\partial p_j} \quad j = 1,\Lambda\ ,N \qquad (2.6)$$

Táto podmienka vyjadruje, že v krajine sa spotrebuje práve toľko z každého tovaru, koľko sa vyrobí. Dopyt sa rovná ponuke.

Nasledujúca podmienka vyjadruje, že hodnota vyrobených a hodnota spotrebovaných tovarov sa rovná.

$$G(\mathbf{p},\mathbf{e}) = S(\mathbf{p},u) \qquad (2.7)$$

Táto podmienka je nadbytočná, pretože ju môžeme dostať z podmienky (2.6) vynásobením každej z týchto rovníc p_j a sčítaním.

Zovšeobecnenie komparatívnej výhody

Pravidlo komparatívnej výhody hovorí, že výsledok obchodovania môže byť predvídateľný na základe rozdielu relatívnych cien tovarov medzi krajinami pred začatím obchodovania.

Nech $\mathbf{q}_0$ je vektor výstupu ekonomiky v rovnovážnom stave pri cenách tovarov $\mathbf{p}_0$ a nech $\mathbf{q}_1$ je vektor výstupu ekonomiky v inom rovnovážnom stave pri cenách tovarov $\mathbf{p}_1$. Z definície HDP vyjadreného funkciou *G,* optimálny výstup tovarov zodpovedajúci určitým cenám maximalizuje príjem a preto platí, že pri tých istých cenách ale inom počte výrobkov bude príjem ekonomiky nižší.

$$\mathbf{p}_0\mathbf{q}_0 \geq \mathbf{p}_0\mathbf{q}_1 \Rightarrow \mathbf{p}_0\left(\mathbf{q}_0 - \mathbf{q}_1\right) \geq 0 \tag{2.8}$$

$$\mathbf{p}_1\mathbf{q}_1 \geq \mathbf{p}_1\mathbf{q}_0 \Rightarrow -\mathbf{p}_1\left(\mathbf{q}_0 - \mathbf{q}_1\right) \geq 0\,. \tag{2.9}$$

Sčítaním týchto nerovností dostávame:

$$\left(\mathbf{p}_0 - \mathbf{p}_1\right)\left(\mathbf{q}_0 - \mathbf{q}_1\right) \geq 0\,. \tag{2.10}$$

Táto nerovnosť hovorí, že zmeny výstupov a zmeny cien sú kladne korelované.

Podobné nerovnmosti môžeme napísať pre vektory dopytu po výrobkoch **h** a vektory cien tovarov. Pri zmene dopytu a pri zachovanej cene sa výdavky zvýšia.

$$\mathbf{p}_0\mathbf{h}_0 \leq \mathbf{p}_0\mathbf{h}_1 \Rightarrow \mathbf{p}_0\left(\mathbf{h}_0 - \mathbf{h}_1\right) \leq 0 \tag{2.11}$$

$$\mathbf{p}_1\mathbf{h}_1 \leq \mathbf{p}_1\mathbf{h}_0 \Rightarrow -\mathbf{p}_1\left(\mathbf{h}_0 - \mathbf{h}_1\right) \leq 0 \tag{2.12}$$

Po sčítaní dostávame:

$$\left(\mathbf{p}_0 - \mathbf{p}_1\right)\left(\mathbf{h}_0 - \mathbf{h}_1\right) \leq 0 \tag{2.13}$$

Táto nerovnosť hovorí, že zmeny v dopyte po výrobkoch a zmeny cien výrobkov sú záporne korelované.

Podľa nerovnosti (2.10) domáca výroba reaguje v priemere kladne na zmeny cien tovarov, zatiaľ čo podľa (2.13) domáci dopyt reaguje v priemere záporne na zmeny cien tovarov. Rozdiel medzi ponukou a dopytom - čistý vývoz, v priemere reaguje kladne na zmeny cien. To znamená, že otvorenie krajiny spôsobí, že tovary, ktoré mali pred zahájením obchodu nižšie ceny budú spojené zo zvyšovaním produkcie a znižovaním domáceho dopytu, čiže sa bude zvyšovať ich čistý vývoz. Naopak, produkcia tovarov, ktorých cena bola pred zahájením obchodu väčšia sa zvýši a domáci dopyt po nich sa zníži a bude sa zvyšovať ich čistý vývoz.

Nech $\hat{\mathbf{p}}$ je vektor cien tovarov po zahájení obchodu medzi krajinami a **p** je vektor cien tovarov v uzavretej ekonomike pred zahájením obchodu. Dosadením do nerovnosti (2.10) dostávame vzťah medzi príjmami uzavretej ekonomiky a otvorenej ekonomiky:

$$\left(\mathbf{p} - \hat{\mathbf{p}}\right)\left(\mathbf{q} - \hat{\mathbf{q}}\right) \geq 0 \tag{2.14}$$

Podobne z nerovnosti (2.13) môžeme vyjadriť vzťah medzi výdavkami pred a po zahájení obchodovania:

$$(\mathbf{p}-\hat{\mathbf{p}})(\mathbf{h}-\hat{\mathbf{h}}) \leq 0\,. \tag{2.15}$$

Skombinovaním (2.14) a (2.15) dostávame:

$$(\mathbf{p}-\hat{\mathbf{p}})(\mathbf{h}-\hat{\mathbf{h}}) \leq (\mathbf{p}-\hat{\mathbf{p}})(\mathbf{q}-\hat{\mathbf{q}}) \tag{2.16}$$

$$(\mathbf{p}-\hat{\mathbf{p}})(\mathbf{h}-\mathbf{q}) - (\mathbf{p}-\hat{\mathbf{p}})(\hat{\mathbf{h}}-\hat{\mathbf{q}}) \leq 0\,. \tag{2.17}$$

Platí, že $(\mathbf{h}-\mathbf{q})=0$ pretože uzatvorená ekonomika spotrebuje práve to čo vyrobí. Dosadením do (2.17) dostávame:

$$-(\mathbf{p}-\hat{\mathbf{p}})(\hat{\mathbf{h}}-\hat{\mathbf{q}}) \leq 0\,. \tag{2.18}$$

Ak označíme $\mathbf{t} = -(\hat{\mathbf{h}}-\hat{\mathbf{q}}) = \hat{\mathbf{q}}-\hat{\mathbf{h}}$ vektor čistého vývozu tovarov, dostávame:

$$(\mathbf{p}-\hat{\mathbf{p}})\mathbf{t} \leq 0\,. \tag{2.19}$$

Po otvorení ekonomiky zmeny cien tovarov medzi cenami uzavretej ekonomiky a cenami po otvorení budú v priemere záporne korelovať z čistým exportom krajiny. Tovary, ktoré mali pred otvorením vyššie ceny ako po otvorení budú dovážané a naopak tovary, ktoré mali pred otvorením nižšie ceny ako po otvorení budú vyvážané.

Tento výsledok nehovorí, že všetky tovary, ktoré mali pred obchodovaním nižšie ceny sa budú vyvážať. Nedá sa predpovedať presné zloženie obchodovaných tovarov.

Nerovnosť (2.19) napísaná pre zahraničnú krajinu má tvar:

$$(\mathbf{p}^{*}-\hat{\mathbf{p}})\mathbf{t}^{*} \leq 0\,. \tag{2.20}$$

Z vyrovnanosti platobnej bilancie platí $\hat{\mathbf{p}}\mathbf{t}^{*} = -\hat{\mathbf{p}}\mathbf{t}$ a z vyrovnanosti obchodu s tovarmi platí $\mathbf{t}^{*} = -\mathbf{t}$. Z nerovnosti (2.19) a (2.20) vyplýva vzťah medzi čistým vývozom a rozdielom cien domácej a zahraničnej krajiny pred zahájením obchodu:

$$(\mathbf{p}-\mathbf{p}^{*})\mathbf{t} \leq 0\,. \tag{2.21}$$

Zovšeobecnené pravidlo komparatívnej výhody

Ak predpokladáme, že v oboch krajinách, domácej aj zahraničnej, výrobcovia minimalizujú svoje náklady a spotrebitelia maximalizujú svoju užitočnosť, rozdiel cien tovarov pred zahájením obchodovania záporne koreluje s čistým vývozom pri obchodovaní.

Tento výsledok je všeobecný a nevyžaduje špecifické predpoklady o technológii alebo preferenciách, ale nedá sa na jeho základe predpovedať zloženie obchodovaných tovarov medzi krajinami.

Vybavenosť výrobnými faktormi

Nech $\mathbf{A}(\mathbf{w})$ je matica typu $H \times N$, ktorá obsahuje technické koeficienty, ktoré určujú množstvo výrobného faktora potrebného na výrobu jednej jednotky tovaru. Potom zložky vektora $\mathbf{wA}(\mathbf{w})$ udávajú náklady na výrobu jednotkových množstiev nákladov.

Z predpokladu o dokonalej konkurencii platí, že zisk je nulový.

$$(\mathbf{p} - \mathbf{w}\,\mathbf{A}(\mathbf{w}))\mathbf{q} = 0\,. \tag{2.22}$$

Súčastne musí platiť, že v každom sektore sú výnosy rovné alebo vyššie ako náklady.

$$\mathbf{w}\,\mathbf{A}(\mathbf{w}) \leq \mathbf{p}\,. \tag{2.23}$$

Tieto dve podmienky spolu dávajú, že zisk v každom sektore, v ktorom sa vyrába $q_j > 0$, je nulový.

Ak je plná zamestnanosť platí:

$$\mathbf{A}(\mathbf{w})\mathbf{q} = \mathbf{e}\,. \tag{2.24}$$

Ak predpokladáme, že sa zmenia ceny tovarov, ale nezmení sa veľkosť produkcie, ceny tovarov môžu byť charakterizované pomocou totálneho diferencialu podmienky nulového zisku.

$$d\mathbf{p} = d\mathbf{w}\,\mathbf{A}(\mathbf{w}) + \mathbf{w}\,d\mathbf{A}(\mathbf{w}). \tag{2.25}$$

Podmienka minimalizácie nákladov redukuje (2.25) na rovnicu:

$$d\mathbf{p} = d\mathbf{w}\,\mathbf{A}(\mathbf{w}). \tag{2.26}$$

Vynásobením rovnice zmenou ceny dostávame:

$$d\mathbf{p}\,d\mathbf{p} = d\mathbf{w}\,\mathbf{A}(\mathbf{w})d\mathbf{p}\,. \tag{2.27}$$

Ľavá strana je kladná, pretože sa rovná sume štvorcov, teda platí:

$$d\mathbf{w}\,\mathbf{A}(\mathbf{w})d\mathbf{p} > 0\,. \tag{2.28}$$

Z toho vyplýva, že malé zmeny v cenách výrobkov kladne korelujú s $d\mathbf{w}\mathbf{A}(\mathbf{w})$ alebo, že malé zmeny v cenách výrobných faktorov kladne korelujú s $\mathbf{A}(\mathbf{w})d\mathbf{p}$.

Malé zmeny v cenách výrobkov v priemere zvyšujú ceny tých výrobných faktorov, ktoré sa intenzívne podieľajú na výrobe tých tovarov, ktorých ceny vzrástli najviac a znižujú ceny tých výrobných faktorov, ktoré sa výrazne podieľajú na výrobe tovarov, ktorých ceny sa znížili.

Toto vychádza z predpokladu minimalizácie nákladov a dokonalej konkurencie a nezávisí od technológie a počtu tovarov a výrobných faktorov. Tento výsledok je všeobecný a nehovorí nič o cene konkrétneho tovaru a konkrétneho výrobného faktora.

Ceny výrobných faktorov

Vektor $\mathbf{t} = -(\hat{\mathbf{h}} - \hat{\mathbf{q}}) = \hat{\mathbf{q}} - \hat{\mathbf{h}}$ označuje čistý vývoz z krajiny. Vynásobením rovnice (2.26) čistým vývozom dostávame:

$$d\mathbf{p}\,\mathbf{t} = d\mathbf{w}\,\mathbf{A}(\mathbf{w})\mathbf{t}\,. \tag{2.29}$$

Pretože $d\mathbf{p}\,\mathbf{t} \le 0,$ to vyplýva zo vzťahu (2.20), môžeme napísať:

$$d\mathbf{w}\,\mathbf{A}(\mathbf{w})\mathbf{t} \le 0\,. \tag{2.30}$$

Zmeny v cenách výrobných faktorov $d\mathbf{w}$ môžeme interpretovať ako rozdiel medzi domácimi a zahraničnými cenami pred otvorením ekonomiky. Ak je tento vektor záporný, znamená to, že pred zahájením obchodu boli ceny výrobných faktorov v domácej krajine nižšie ako v zahraničí, to znamená, že tieto výrobné faktory boli nadbytočné. Predpokladáme, že každý prvok matice $\mathbf{A}(\mathbf{w})$ je kladný. Z rovnice (2.30) vyplýva nasledujúce tvrdenie:

Slabá Heckscherova-Ohlinova veta

Krajina bude v priemere vyvážať tie tovary, ktoré sú náročné na výrobné faktory, ktoré sú v krajine najmenej vzácne a dovážať bude tie tovary, ktorých výroba je náročná na výrobné faktory, ktoré sú v krajine vzácne.

Táto veta dáva do súvisu ceny výrobných faktorov, ich použitie pri výrobe tovarov a smerovanie obchodu s tovarmi, ale tento výsledok platí iba priemerne a nevieme povedať nič o konkrétnom výrobnom faktore a konkrétom tovare.

Ak označíme $\mathbf{f} = \mathbf{A}(\mathbf{w})\mathbf{t}$ vektor $\mathbf{f}$ vyjadruje množstvo výrobných faktorov, ktoré sa podieľajú na výrobe obchodovaných tovarov.

Po dosadení do rovnice (2.30) dostávame:

$$d\mathbf{w}\mathbf{f} \leq 0\,. \tag{2.31}$$

Krajina bude v priemere vyvážať služby hojných výrobných faktorov a bude dovážať služby vzácnych výrobných faktorov.

Tieto výsledky platia pre malú zmenu ceny, ale rozdiel cien výrobných faktorov medzi domácou a zahraničnou krajinou pred zahájením obchodu môže byť veľký.

Uvažujme o dvoch alternatívnych rovnovážnych stavoch, ktoré sú charakterizované vektormi cien tovarov $\mathbf{p}_0$ a $\mathbf{p}_1$ a vektormi cien výrobných faktorov $\mathbf{w}_0$ a $\mathbf{w}_1$. Ďalej predpokladajme, že sú produkované rovnaké tovary v každom z týchto rovnovážnych stavov. Definujeme funkciu:

$$z(\mathbf{w}) = \mathbf{w}\mathbf{A}(\mathbf{w})(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_0)\,.$$

Z Lagrangeovej vety o strednej hodnote platí:

$$z(\mathbf{w}_1) - z(\mathbf{w}_0) = (\mathbf{w}_1 - \mathbf{w}_0)dz(\overline{\mathbf{w}}) \tag{2.32}$$

kde $\overline{\mathbf{w}}$ leží medzi $\mathbf{w}_0$ a $\mathbf{w}_1$ a $dz(\overline{\mathbf{w}}) = [\mathbf{A}(\overline{\mathbf{w}}) + \overline{\mathbf{w}}d\mathbf{A}(\overline{\mathbf{w}})](\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_0)$.

Rovnicu (2.32) môžeme zjednodušiť vynechaním výrazu $\overline{\mathbf{w}}d\mathbf{A}(\overline{\mathbf{w}})$ v dôsledku minimalizácie nákladov a dostávame:

$$z(\mathbf{w}_1) - z(\mathbf{w}_0) = (\mathbf{w}_1 - \mathbf{w}_0)\mathbf{A}(\overline{\mathbf{w}})(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_0) \tag{2.33}$$

Ď alej platí, že $z(\mathbf{w}_1) - z(\mathbf{w}_0) = (\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_0)(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_0)$ pretože $z(\mathbf{w}_0) = \mathbf{w}_0\mathbf{A}(\mathbf{w}_0)(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_0)$ a $z(\mathbf{w}_1) = \mathbf{w}_1\mathbf{A}(\mathbf{w}_1)(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_0)$ z toho $z(\mathbf{w}_1) - z(\mathbf{w}_0) = \mathbf{w}_1\mathbf{A}(\mathbf{w}_1)(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_0) - \mathbf{w}_0\mathbf{A}(\mathbf{w}_0)(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_0)$.

Použitím podmienky nulového zisku $\mathbf{p} = \mathbf{w}\mathbf{A}(\mathbf{w})$, dostávame:

$$z(\mathbf{w}_1) - z(\mathbf{w}_0) = \mathbf{p}_1(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_0) - \mathbf{p}_0(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_0) = (\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_0)(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_0)$$

Dosadením do (2.33) dostávame:

$$(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_0)(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_0) = (\mathbf{w}_1 - \mathbf{w}_0)\mathbf{A}(\overline{\mathbf{w}})(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_0) \tag{2.34}$$

Pretože pravá strana je kladná platí:

$$(\mathbf{w}_1-\mathbf{w}_0)\mathbf{A}(\overline{\mathbf{w}})(\mathbf{p}_1-\mathbf{p}_0)>0 \tag{2.35}$$

Tento výsledok je podobný ako (2.29), ale líši sa tým, že máme väčšiu voľnosť pri výbere vektorov cien výrobných faktorov.

Keď eliminujeme z rovnice (2.34) výraz $(\mathbf{p}_1-\mathbf{p}_0)$ a potom ju vynásobíme **t** dostaneme:

$$(\mathbf{p}_1-\mathbf{p}_0)\mathbf{t}=(\mathbf{w}_1-\mathbf{w}_0)\mathbf{A}(\overline{\mathbf{w}})\mathbf{t} \tag{2.36}$$

Pretože $(\mathbf{p}_1-\mathbf{p}_0)\mathbf{t}\geq 0$ platí:

$$(\mathbf{w}_1-\mathbf{w}_0)\mathbf{A}(\overline{\mathbf{w}})\mathbf{t}\geq 0. \tag{2.37}$$

Ponuka výrobných faktorov

Funkcia spotreby sa dá zapísať v separovateľnom tvare:

$$S(\mathbf{p};u)=u\bar{s}(\mathbf{p}) \tag{2.38}$$

Kde u je hladina užitočnosti dosiahnutá pri cenách **p**. Z podmienky rovnováhy vyplýva:

$$u\,\bar{s}(\mathbf{p})=G(\mathbf{p};\mathbf{e})=\mathbf{we} \tag{2.39}$$

Kde **w** je vektor cien výrobných faktorov, ktorý minimalizuje náklady pri podmienke nekladného zisku vo všetkých sektoroch.

Ak **p**, **w** sú vektory cien tovarov a výrobných faktorov v rovnovážnom stave krajiny pred jej otvorením a ak $\mathbf{p}',\mathbf{w}'$ sú iné ceny musí platiť, že krajina má menšie príjmy alebo väčšie výdavky. Ak si za $\mathbf{p}',\mathbf{w}'$ zvolíme $\mathbf{p}^*,\mathbf{w}^*$, platí: $\mathbf{w}^*\mathbf{e}\geq\mathbf{we}$ a $G(\mathbf{p};\mathbf{e})\geq G(\mathbf{p}^*;\mathbf{e})$ a z toho vyplýva:

$$\mathbf{w}^*\mathbf{e}\geq G(\mathbf{p}^*;\mathbf{e}) \tag{2.40}$$

Ak u_0 je hladina užitočnosti dosiahnutá v domácej krajine pri cenách tovarov zahraničia $\mathbf{p}^*$ platí $G(\mathbf{p}^*;\mathbf{e})=u_0\bar{s}(\mathbf{p}^*)$. Úpravou dostávame:

$$\mathbf{w}^*\mathbf{e}\geq G(\mathbf{p}^*;\mathbf{e})=u_0\bar{s}(\mathbf{p}^*)=\frac{u_0\bar{s}(\mathbf{p}^*)}{u_0\bar{s}(\mathbf{p})}u_0\bar{s}(\mathbf{p})=\lambda G(\mathbf{p};\mathbf{e})=\lambda\,\mathbf{we}$$

$$(\mathbf{w}^*-\lambda\,\mathbf{w})\mathbf{e}\geq 0 \text{ de } \lambda=\frac{\bar{s}(\mathbf{p}^*)}{\bar{s}(\mathbf{p})} \tag{2.41}$$

Ak u_1 je hladina užitočnosti zahraničnej krajiny dosiahnutá pri cenách tovarov domácej krajiny **p** platí:

$$\mathbf{we}^* \geq G(\mathbf{p};\mathbf{e}^*) = u_1\bar{s}(\mathbf{p}) = \frac{u_1\bar{s}(\mathbf{p})}{u_1\bar{s}(\mathbf{p}^*)}u_1\bar{s}(\mathbf{p}^*) = \lambda^* G(\mathbf{p}^*;\mathbf{e}^*) = \lambda^*\,\mathbf{w}^*\mathbf{e}^*$$

Z toho:

$$(\mathbf{w} - \lambda^*\,\mathbf{w}^*)\mathbf{e}^* \geq 0 \text{ kde } \lambda^* = \frac{\bar{s}(\mathbf{p})}{\bar{s}(\mathbf{p}^*)} \tag{2.42}$$

pretože platí $\lambda = 1/\lambda^*$ môžeme napísať:

$$\lambda(\mathbf{w} - \mathbf{w}^*)\mathbf{e}^* \geq 0 \tag{2.43}$$

kde λ meria ceny zahraničia vzhľadom k domácim cenám. Ceny sa dajú normalizovať, čo znamená $\lambda = 1$ a dostávame:

$$(\mathbf{w} - \mathbf{w}^*)(\mathbf{e} - \mathbf{e}^*) \leq 0\,. \tag{2.44}$$

Pretože $(\mathbf{w}^* - \lambda\,\mathbf{w}) = -(\lambda\,\mathbf{w} - \mathbf{w}^*)$.

Ďalej nahradíme ceny výrobných faktorov v uzavretých krajinách v (2.44). Z podmienky nulového zisku v obidvoch krajinách platí:

$$\begin{aligned} \mathbf{p} &= c(\mathbf{w}) \\ \mathbf{p}^* &= c(\mathbf{w}^*) \end{aligned} \tag{2.45}$$

kde $c(.)$ je funkcia jednotkových nákladov. Ak k funkciám $c(\mathbf{w})$, $c(\mathbf{w}^*)$ existujú inverzné funkcie $\mathbf{w} = \mathbf{w}(\mathbf{p})$, $\mathbf{w}^* = \mathbf{w}(\mathbf{p}^*)$, môžeme napísať vzťah (2.44) nasledovne:

$$(\mathbf{w}(\mathbf{p}) - \mathbf{w}(\mathbf{p}^*))(\mathbf{e} - \mathbf{e}^*) \leq 0\,. \tag{2.46}$$

Existencia inverzných funkcii sa v modeli dvoch tovarov a dvoch výrobných faktoroch vzťahuje k podmienke nenastatia reverzibility intenzity výrobných faktorov.

Uvažujme nákladovú funkciu definovanú pomocou technických koeficientov nasledovne:

$$\mathbf{p} = \mathbf{wA}(\mathbf{w}) \tag{2.47}$$

Ak z tejto rovnice vyjadríme **w,** dostávame:

$$\mathbf{w} = \mathbf{pA}^{-1}(\mathbf{w}) \tag{2.48}$$

Matica $\mathbf{A}^{-1}$ existuje ak je matica **A** štvorcová (t.j. je rovnaký počet tovarov a výrobných faktorov) a regulárna.

Úpravou rovnice (2.46) dostávame:

$$\mathbf{w}(\mathbf{p})(\mathbf{e}-\mathbf{e}^*)-\mathbf{w}(\mathbf{p}^*)(\mathbf{e}-\mathbf{e}^*)\leq 0 \tag{2.49}$$

Ak nahradíme $\mathbf{w}(\mathbf{p})=\mathbf{p}\mathbf{A}^{-1}(\mathbf{w})$ dostávame:

$$[\mathbf{p}\mathbf{A}^{-1}(\mathbf{w})(\mathbf{e}-\mathbf{e}^*)]-[\mathbf{p}^*\mathbf{A}^{-1}(\mathbf{w}^*)(\mathbf{e}-\mathbf{e}^*)]\leq 0 \tag{2.50}$$

Tento rozdiel môžeme zapísať ako rozdiel skalárnej funkcie $z(\mathbf{p},\mathbf{e})=[\mathbf{p}\mathbf{A}^{-1}(\mathbf{w})(\mathbf{e}-\mathbf{e}^*)]$, potom (2.50) sa rovná:

$$z(\mathbf{p},\mathbf{e})-z(\mathbf{p}^*,\mathbf{e}^*)\leq 0 \tag{2.51}$$

Použitím Lagrangeovej vety o strednej hodnote dostávame:

$$z(\mathbf{p},\mathbf{e})-z(\mathbf{p}^*,\mathbf{e}^*)=(\mathbf{p}-\mathbf{p}^*)\frac{\partial z(\overline{\mathbf{p}})}{\partial \mathbf{p}} \tag{2.52}$$

pričom $\frac{\partial z(\overline{\mathbf{p}})}{\partial \mathbf{p}}=\mathbf{A}^{-1}(\overline{\mathbf{w}})(\mathbf{e}-\mathbf{e}^*)$ a po dosadení do (2.52) dostávame:

$$z(\mathbf{p},\mathbf{e})-z(\mathbf{p}^*,\mathbf{e}^*)=(\mathbf{p}-\mathbf{p}^*)\mathbf{A}^{-1}(\overline{\mathbf{w}})(\mathbf{e}-\mathbf{e}^*) \tag{2.53}$$

A z toho:

$$(\mathbf{p}-\mathbf{p}^*)\mathbf{A}^{-1}(\overline{\mathbf{w}})(\mathbf{e}-\mathbf{e}^*)\leq 0 \tag{2.54}$$

Zo vzorca (2.54) vyplýva, že v priemere majú nižšie ceny v uzavretej ekonomike tie tovary, ktoré používajú sa svoju výrobu tie výrobné faktory, na ktoré je krajina bohatá v materiálnom zmysle.

Krajiny budú v priemere vyvážať tie tovary, ktorých výroba je náročná na tie výrobné faktory, ktorých má krajina dostatok v materiálnom zmysle.

Vyrovnávanie cien výrobných faktorov vo viacrozmernom modeli

Integrovaná rovnováha

Integrovaná rovnováha je rovnováha pri, ktorej neuvažujeme existenciu hraníc medzi krajinami a predpokladáme, že tovary a aj výrobné faktory sú mobilné. Ak je takáto integrovaná ekonomika v rovnováhe, existuje jediný vektor cien tovarov **p** a jediný vektor cien výrobných faktorov **w**. Potom svet rozdelíme na krajiny, tým že každej z nich priradíme nejakú zásobu výrobných faktorov. Toto rozdelenie určí produkciu a spotrebu v jednotlivých krajinách. Ak je toto rozdelenie celosvetových zdrojov také, že v každej krajine sú všetky výrobné faktory plne využité nastáva vyrovnanie cien výrobných faktorov. Ak rozdelenie nespĺňa túto podmienku, nenastáva vyrovnanie cien výrobných faktorov.

Predpokladáme, že každý tovar je vyrábaný v každej krajine rovnakou technológiou, v každej krajine má rovnakú produkčnú funkciu s konštantnými výnosmi z rozsahu. Ďalej predpokladáme dokonalú konkurenciu na trhu tovarov a trhu výrobných faktorov. V obidvoch krajinách je rovnaká dopytová funkcia.

Pre rovnováhu produkcie musí platiť:

$$\begin{aligned} &\mathbf{wA}(\mathbf{w}) \geq \mathbf{pq} \geq 0 \\ &\mathbf{w}^*\mathbf{A}(\mathbf{w}^*) \geq \mathbf{pq}^* \geq 0 . \end{aligned} \tag{2.55}$$

Pre rovnováhu na trhu výrobných faktorov musí platiť:

$$\begin{aligned} &\mathbf{A}(\mathbf{w})\mathbf{q} = \mathbf{e} \\ &\mathbf{A}(\mathbf{w}^*)\mathbf{q}^* = \mathbf{e}^* . \end{aligned} \tag{2.56}$$

Pre rovnováhu na svetovom trhu musí platiť:

$$\mathbf{q} + \mathbf{q}^* = \mathbf{d}(\mathbf{p}, \mathbf{w}, \mathbf{e}) + \mathbf{d}^*(\mathbf{p}, \mathbf{w}^*, \mathbf{e}^*). \tag{2.57}$$

Tieto rovnice vytvárajú systém $2N + 3H$ rovníc s neznámymi $\mathbf{p}, \mathbf{w}, \mathbf{e}, \mathbf{q}, \mathbf{w}^*, \mathbf{e}^*, \mathbf{q}^*$. Jednu z neznámych môžeme dostať normalizáciou vektora cien tovarov a ďalšiu z Walrasovho zákona. Systém bude mať jediné riešenie.

Hľadáme podmienky, zaručujúce existenciu riešenia s vlastnosťou, že $\mathbf{w} = \mathbf{w}^*$. Predpokladajme, že také riešenie existuje a označíme ho $\overline{\mathbf{w}} = \mathbf{w} = \mathbf{w}^*$. Z toho vyplýva, že ceny tovarov sa rovnajú:

$$\overline{\mathbf{p}} = \overline{\mathbf{w}}\mathbf{A}(\overline{\mathbf{w}}). \tag{2.58}$$

Substitúciou do funkcie dopytu, môžeme získať funkciu svetového dopytu ako funkciou ceny výrobných faktorov $\mathbf{d}(\overline{\mathbf{w}})$.

Ak predpokladáme svet bez hraníc, svetový výstup sa rovná $\overline{\mathbf{q}} = \mathbf{q} + \mathbf{q}^*$ a celkové výrobné zdroje sa rovnajú $\overline{\mathbf{e}} = \mathbf{e} + \mathbf{e}^*$.

Podmienky pre rovnovážny stav integrovanej ekonomiky sú:

$$\overline{\mathbf{w}}\mathbf{A}(\overline{\mathbf{w}}) = \overline{\mathbf{p}} \tag{2.59}$$

$$\mathbf{A}(\overline{\mathbf{w}})\overline{\mathbf{q}} = \overline{\mathbf{e}} \tag{2.60}$$

$$\overline{\mathbf{q}} = \mathbf{d}(\overline{\mathbf{w}}). \tag{2.61}$$

Svetový výstup sa musí dať rozdeliť na nezáporné zložky $\overline{\mathbf{q}} = \mathbf{q} + \mathbf{q}^*$. Riešenie $\overline{\mathbf{q}}, \overline{\mathbf{w}}, \overline{\mathbf{p}}$ a rozdelenie $\overline{\mathbf{q}}$ musia spĺňať podmienky pre rovnovážny stav krajín. To je možné vtedy ak rovnica $\mathbf{A}(\overline{\mathbf{w}})\mathbf{q} = \mathbf{e}$ má riešenie $\mathbf{q}$ **t**aké, že platí $0 \le \mathbf{q} \le \overline{\mathbf{q}}$, produkcia zahraničnej krajiny sa potom bude rovnať $\mathbf{q}^* = \overline{\mathbf{q}} - \mathbf{q}$.

Celosvetové výrobné zdroje si môžeme predstaviť ako *H*-rozmerný kváder, ktorého každá hrana reprezentuje jeden výrobný faktor a je dlhá ako celková zásoba tohto výrobného faktora. Každý bod **e** v tomto kvádri reprezentuje také rozdelenie svetových zdrojov, že množstvo **e** sa umiesti v domácej krajine a množstvo $\mathbf{e}^* = \overline{\mathbf{e}} - \mathbf{e}$ sa umiesti v zahraničnej krajine. Ak predpokladáme, že existuje integrovaný rovnovážny stav s riešením $\overline{\mathbf{q}}, \overline{\mathbf{w}}, \overline{\mathbf{p}}$, potom množina rozmiestnení výrobných faktorov, ktorá vyhovuje integrovanému rovnovážnemu stavu môže byť definovaná ako:

$$\Omega = \{\mathbf{e} | \mathbf{A}(\overline{\mathbf{w}})\mathbf{q} = \mathbf{e}, 0 \le \mathbf{q} \le \overline{\mathbf{q}}\}. \tag{2.62}$$

Pre všetky **e** z tejto množiny platí, že integrovaná rovnováha s rovnakými cenami výrobných faktorov nastane aj vtedy ak sú mobilné iba tovary a výrobné faktory sú nemobilné.

Pre integrovaný rovnovážny stav platí: $\mathbf{A}(\overline{\mathbf{w}})\overline{\mathbf{q}} = \overline{\mathbf{e}}$, a tiež platí: $\mathbf{A}(\overline{\mathbf{w}})(\lambda\overline{\mathbf{q}}) = \lambda\mathbf{A}(\overline{\mathbf{w}})\overline{\mathbf{q}} = \lambda\overline{\mathbf{e}}$ pre $0 \le \lambda \le 1$, čiže $\lambda\overline{\mathbf{e}}$ je tiež prvkom Ω. To znamená, že ak sa λ mení od 0 po 1 rozmiestnenie výrobných zdrojov v *H*-rozmernom kvádri sa nachádza na uhlopriečke. Z toho vyplýva, že ak majú krajiny proporcionálne rovnaké vybavenie výrobnými faktormi, nastáva vyrovnanie cien výrobných faktorov.

Ak označíme $\mathbf{a}_j(\overline{\mathbf{w}})$ *j*-ty stĺpec matice technických koeficientov $\mathbf{A}(\overline{\mathbf{w}})$, prvky tohto *H*-rozmerného vektoru znamenajú, aké množstvo výrobného faktora je potrebné na vyrobenie jednej jednotky tovaru j v integrovanom rovnovážnom stave. Podmienku pre prvky množiny Ω môžeme napísať v tvare:

$$\mathbf{e} = \mathbf{A}(\overline{\mathbf{w}})\mathbf{q} = \sum_{j=1}^{N} \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{1j} \\ \vdots \\ \mathbf{a}_{Hj} \end{bmatrix} q_j = \sum_{j=1}^{N} \mathbf{a}_j(\overline{\mathbf{w}}) q_j \,. \tag{2.63}$$

Ak označíme $\lambda_j = q_j / \overline{q}_j$ podiel domácej krajiny na celosvetovej produkcii tovaru j dostávame:

$$\mathbf{e} = \sum_{j=1}^{N} \lambda_j \mathbf{a}_j(\overline{\mathbf{w}}) \overline{q}_j \,. \tag{2.64}$$

Táto rovnica vyjadruje, že vektor **e** je konvexnou kombináciou platieb výrobným faktorom v rozdielnych sektoroch v integrovanom rovnovážnom stave $\mathbf{a}_j(\overline{\mathbf{w}})\overline{q}_j$.

$$\Omega = \left\{ \mathbf{e} \,\middle|\, \exists \lambda_j, 0 \le \lambda_j \le 1 \,\forall j, \mathbf{e} = \sum_{j=1}^{N} \lambda_j \mathbf{a}_j(\overline{\mathbf{w}}) \overline{q}_j \right\}. \tag{2.65}$$

V prípade M krajín sa množina rozmiestenia výrobných faktorov, ktorá vyhovuje podmienkam integrovaného rovnovážneho stavu rovná:

$$\Omega = \left\{ \mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_M \,\middle|\, \exists \lambda_{ij}, 0 \le \lambda_{ij} \le 1 \,\forall j, \mathbf{e}_i = \sum_{j=1}^{N} \lambda_{ij} \mathbf{a}_j(\overline{\mathbf{w}}) \overline{q}_j \right\}. \tag{2.66}$$

Ak vektor zásob výrobných faktorov **e** leží v množine Ω, ktorá je definovaná maticou technických koeficientov $\mathbf{A}(\mathbf{w})$, ceny výrobných faktorov sa vyrovnajú. Veľkosť množiny Ω predstavuje pravdepodobnosť vyrovnania.

Ak je počet produkovaných tovarov rovnaký alebo väčší ako počet výrobných faktorov $(N \ge H)$, množina bude podmnožinou H-rozmerného priestoru.

Ak počet výrobných faktorov presahuje počet produkovaných tovarov $(H > N)$, potom nie je možné zostrojiť množinu a preto je vyrovnanie cien výrobných faktorov v tomto prípade nepravdepodobné.

Oslabovanie predpokladov

Rozdielne technológie

Rozdiely v používaných technológiách môžeme rozdeliť do dvoch skupín.

1. Zvyšovanie produktivity pri výrobe určitého tovaru. Nastáva ak jedna krajina dokáže vyrábať s rovnakým množstvom vstupov väčšie množstvo tovarov v určitom sektore.
2. Zvyšovanie produktivity výrobného faktora. Nastáva ak určitý výrobný faktor (alebo určité výrobné faktory) je v jednej krajine viac produktívny ako v druhej, nezávisle od sektoru, v ktorom je použitý pri výrobe.

V praktickom živote bývajú technologické rozdiely kombináciou obidvoch skupín.

V prípade technologických rozdielov obidvoch skupín, vyrovnanie cien tovarov, nespôsobí vyrovnanie cien výrobných faktorov. Ale ak technologické rozdiely spočívajú výhradne v rozdielnej produktivite určitého výrobného faktora, môže byť vybavenie krajiny výrobnými faktormi nahradené efektívnou vybavenosťou výrobnými faktormi. Ak technologické rozdiely spočívajú výhradne v rozdielnej produktivite pri výrobe určitého tovaru, vzniká problém klasifikácie tovarov podľa intenzity výrobných faktorov a vznikajú dva potenciálne vzory obchodovania.

Stolperova-Samuelsonova veta a Rybczynskeho veta budú platiť v obidvoch krajinách, ale efekt zmien cien tovarov na rozdeľovanie ziskov z obchodovania a efekt zmeny vybavenia krajiny výrobnými faktormi na produkciu, budú rôzne.

Rozdielna štruktúra dopytu

Rovnaká štruktúra dopytu je postačujúcou podmienkou Heckscherovej-Ohlinovej vety, ale nie je to nutná podmienka a Heckscherova-Ohlinova veta môže platiť aj bez tohto predpokladu.

V prípade, že krajina veľmi uprednostňuje tovar, ktorý je náročný na výrobný faktor, ktorým je krajina viac vybavená v materálnom zmysle, môže pri obchodovaní nastať situácia, že krajina vyváža tovar, ktorý je náročný na vzácnejší výrobný faktor, čo je v rozpore s

Heckscherovou-Ohlinovou vetou. Ak spotrebitelia v krajine neuprednostňujú príliš tovar, ktorý využíva intenzívnejšie hojný výrobný faktor, Heckscherova-Ohlinova veta platí.

Veta o vyrovnaní cien výrobných faktorov zostáva v platnosti, aj keď neplatí Heckscherova-Ohlinova veta kvôli porušeniu predpokladu o rovnakej štruktúre dopytu, ak sú splnené ostatné predpoklady vety o vyrovnaní cien výrobných faktorov.

Heckscherova-Ohlinova veta sa dá preformulovať, tak že platí aj v prípade rozdielnej štruktúry dopytu v obidvoch krajinách, ak sa vybavenosť krajiny vo fyzickom zmysle nahradí vybavenosťou v ekonomickom zmysle. Ak napríklad v domácej krajine, ktorá je bohatá na kapitál vo fyzikálnom zmysle, spotrebitelia preferujú tovar, ktorý využíva kapitál intenzívnejšie, aj keď je krajina bohatá na kapitál vo fyzickom zmysle, kapitál bude vzácny v ekonomickom zmysle.

Reverzibilita intenzity využitia výrobných faktorov

Ak je vybavenie krajín výrobnými faktormi také, že sa v intervale medzi nimi nenachádza žiaden bod reverzibility intenzity využitia výrobných faktorov, Heckscherova-Ohlinova veta platí a body reverzibility mimo tohto intervalu nie sú dôležité. Veta o vyrovnaní cien výrobných faktorov tiež platí, ak sú splnené jej ostatné predpoklady.

Ak sa v intervale nachádza jeden bod reverzibility intenzity využitia výrobných faktorov, Heckscherova-Ohlinova veta neplatí. Veta o vyrovnaní cien výrobných faktorov tiež neplatí, pretože neexistuje úsečka vyrovnania. V takomto prípade obchodovanie posúva relatívne ceny výrobných faktorov rovnakým smerom. Môže nastať prípad, že sa takýmto posunutím priblížia, ale môže nastať aj prípad, že sa vzdialia.

Ak sa v intervale nachádza viac bodov reverzibility využitia intenzity výrobných faktorov, nastáva jedna z nasledujúcich možností:

- V intervale sa nachádza nepárny počet bodov, v ktorých nastáva reverzibilita. V tomto prípade je výsledok rovnaký ako v prípade, že sa v intervale nachádza jeden bod reverzibility.
- V intervale sa nachádza párny počet bodov, v ktorých nastáva reverzibilita. V tomto prípade smerovanie obchodu môže potvrdiť Heckscherovu-Ohlinovu vetu, ale nemusí. Ak je smerovanie obchodu v rozpore s Heckscherovou-Ohlinovou vetou, relatívne ceny výrobných faktorov sa budú od seba vzďaľovať. Ak sa bude smerovanie obchodu

zhodovať s tvrdením Heckscherovej-Ohlinovej vety budú sa relatívne ceny výrobných faktorov približovať, ale nevyrovnajú sa úplne.

Mobilita výrobných faktorov

Ak povolenie obchodu s výrobnými faktormi spôsobí zníženie objemu obchodovaných tovarov, hovoríme, že obchod s výrobnými faktormi a obchod s tovarom sú substitituovateľné.

Naopak ak obchodovanie s výrobnými faktormi vedie k zvyšovaniu objemu obchodu s tovarom, obchod s výrobnými faktormi a obchod s tovarom sú komplementárne.

Substituovateľnosť obchodu s tovarom a obchodu s výrobnými faktormi

Obchod s výrobnými faktormi a obchod s tovarom sú substituovateľné vo viacerých modeloch medzinárodného obchodu. V Heckscherovom-Ohlinovom modeli pri splnení ostatných predpokladov obchod s tovarom vyrovnáva ceny výrobných faktorov, prostredníctvom vyrovnania cien tovarov, čiže obchod s výrobnými faktormi je zbytočný. Zvyšovaním obchodovania s výrobnými faktormi sa redukuje obchod s tovarom. Vyrovnanie cien výrobných faktorov nastáva aj v modeli so špecifickými faktormi, kde samotné obchodovanie s tovarom nespôsobovalo vyrovnanie cien výrobných faktorov. Vyrovnanie cien výrobných faktorov v modeli so špecifickými výrobnými faktormi nenastane napríklad v prípade dvoch výrobkov a troch výrobných faktorov, kde sa ceny týchto troch výrobných faktorov nemôžu vyrovnať prostredníctvom obchodu s dvoma tovarmi. Na substitouvateľnosť obchodu s tovarom a obchodu s výrobnými faktormi poukázal Mundell (1957) v nasledovnom tvrdení:

Rovnováha pri obchode s tovarmi je rovnaká ako rovnováha pri obchode s výrobnými faktormi.

Komplementárnosť obchodu s tovarom a obchodu s výrobnými faktormi

Prípad, že obchod s výrobnými faktormi a obchod s tovarom sú komplementárne nastáva vtedy, ak sú krajiny rovnako vybavené výrobnými faktormi a obchodovanie nastáva z iných príčin. Napríklad ak majú krajiny technologické rozdiely typu 1. To spôsobí, že každá krajina bude dovážať ten výrobný faktor, ktorý je používaný intenzívnejšie v sektore, v ktorom má krajina technickú výhodu. Tým sa rovnaké relatívne vybavenie krajín výrobnými faktormi naruší a krajiny začnú obchodovať s tovarom. Iný prípad komplementárnosti obchodu s výrobnými faktormi a obchodu s tovarom, nastane ak má produkčná funkcia rastúce výnosy z rozsahu. Ak je obchod s výrobnými faktormi komplementárny k obchodu s tovarom, zvyšovanie objemu obchodovania s výrobnými faktormi, spôsobuje vzďaľovanie cien výrobných faktorov a zvyšovanie obchodu s tovarom.

Záver

V prvej časti tejto práce sme uviedli základný Heckscherov-Ohlinov model aj s potrebným matematických aparátom, vetu o vyrovnaní výrobných faktorov s dôkazom a grafických znázornením. Uviedli sme možné dôvody prečo v praxi nenastáva vyrovnanie cien výrobných faktorov. Napriek tomu, že veta o vyrovnaní výrobných faktorov v praxi nemusí platiť, kvôli nesplneniu niektorých predpokladov, sformulovanie v prvej kapitole má teoretický význam a dáva čitateľovi prehľad o procese vyrovnávania cien výrobných faktorov.

V druhej kapitole sme sa zaoberali reálnejšou situáciou s viacerými tovarmi a viacerými výrobnými faktormi, uviedli sme zovšeobecnenie pre viac tovarov a výrobných faktorov a posúdili pravdepodobnosť vyrovnania cien výrobných faktorov.

V tretej kapitole sme uviedli, v akom zmysle sa zachovávajú základné tvrdenia Heckscherovho-Ohlinovho modelu, ak upustíme od niektorých predpokladov, urobených v základnom modeli, ktoré z predpokladov možno oslabiť a naopak, ktorých nedodržanie, narúša platnosť vety o vyrovnávaní cien výrobných faktorov.

Literatúra

[1] Harry P. Bowen, Abraham Hollander, Jean-Marie Viaene : Applied International Trade Analysis, The University of Michigan Press, 1998

[2] Ľubomír Michník a kolektív : Zahraničný obchod, SPRINT, Bratislava 1998

[3] Giancarlo Gandolfo : International Economics I, The Pure Theory of International Trade, Second Revised Edition, Springer-Verlag, Berlín 1994

[4] Paul R. Krugman, Maurice Obstfeld : International Economics: Theory and Police, Heidelberg, 1997

[5] James R. Markusen, James R. Melvin, William H. Kaempfer, Keith E. Markus : International trade theory and evidence, McGraw-Hill, 1995

[6] Dagmar Kokavcová : Medzinárodný obchod z hľadiska ekonomických teórii, Ekonomická spoločnosť, Roč. 1., č. 2 (2000)

[7] Kajetana Hontyová a kolektív : Ekonomická Teória, ELITA, tretie vydanie, 1997

[8] Lars E.O. Svensson : Faktor trade and goods trade, Instisute for International Economic Studies, University of Stockholm, revised version April 1983

[9] Jozef Mathia : Teória medzinárodného obchodu a hodnotenie zahranično-obchodnej potiliky malej krajiny s otvorenou ekonomikou, Bratislava 2001

[10] David Greenaway, L. Alan Winters : Surveys in International Trade, Blackwell, Oxford 1994