Fakulta Matematiky, Fyziky a Informatiky
Univerzity Komenského
v Bratislave

Diplomová práca

Zuzana Richterová Bratislava, 2003

Fakulta Matematiky, Fyziky a Informatiky
Univerzity Komenského
v Bratislave

Ekonomická a finančná matematika

Minoritné hry a modelovanie finančných trhov

Diplomová práca

Diplomant: Zuzana Richterová

Vedúci dipl. práce: Doc. RnDr. Ján Boď'a Csc.

Bratislava, 2003

Čestné prehlásenie

Prehlasujem, že diplomovú prácu som vypracovala samostatne na základe získaných teoretických poznatkov a s použitím uvedenej literatúry.

Bratislava, 14. august 2003

....

Zuzana Richterová

Pod'akovanie

Ďakujem vedúcemu mojej diplomovej práce Doc. RnDr. Jánovi Bod'ovi Csc. za poskytnuté materiály, odborné vedenie a cenné rady pri spracovaní uvedenej témy. Taktiež d'akujem svojim rodičom, ktorí mi štúdium na vysokej škole umožnili.

Obsah

Kapitola 1

Motivácia

V praktickom živote nájdeme veľké množstvo rozmanitých javov, ktoré sa správajú podľa určitých viac či menej zložitých zákonitostí. Je prirodzené, že vzniká snaha o matematické zachytenie resp. analýzu týchto zákonitostí za účelom ich vysvetlenia a prípadného následného predpovedania budúceho diania; najmä ak ide o javy ekonomické či finančné. Veľké množstvo modelov je vo svojom úsilí zachytiť túto rozmanitosť reálnych procesov veľmi zložitých. Ukazuje sa však, že model vôbec nemusí byť komplikovaný a pritom môže mať dostatočnú silu na zachytenie a vysvetlenie výsledkov pozorovania reálneho diania vo svete.

V tejto práci modelujeme kolektívne správanie sa agentov resp. hráčov na určitom trhu. Predstavíme a následne rozšírime model vychádzajúci z minoritných hier. Napriek jeho nie príliš komplikovanej formulácii sa ukáže, že model dokáže uspokojivo popísať javy pozorovateľné na reálnych finančných trhoch, a to dokonca také "nepredvídateľné" javy akými sú krachy na finančných burzách.

Diplomová práca je rozdelená do týchto častí: Druhá kapitola poskytuje úvod do minoritných hier a predstavíme si tu jeden z problémov sformulovaných pomocou minoritných hier, tzv. El Farol's Bar problem. Kapitola č. 3 sa venuje zavedeniu a pozorovaniu modelu, ktorý pomerne dobre zachytáva správanie reálnych trhov. Jeho rozšíreniu za účelom lepšieho priblíženia reality je venovana kapitola č. 4. Piata kapitola je záverečnou a predkladá celkové zhodnotenie ako aj porovnanie skúmaných modelov.

Kapitola 2

Minoritné hry

2.1 Úvod do minoritných hier

Minoritná hra (z anglického Minority Game, ďalej MG) je opakovaná hra s **N** hráčmi, ktorí sa v každom kroku rozhodujú medzi dvoma alternatívami A a B. Tí, ktorí sú v menšine, vyhrávajú. Hoci na prvý pohľad sa takáto hra zdá byť jednoduchá, je veľmi dôvtipná v tom zmysle, že keby všetci hráči analyzovali situáciu rovnako, rozhodnú sa pre tú istú alternatívu - a nikto nevyhrá. Preto hráči musia byť rôznorodí. Navyše, je tu určitá nespokojnosť, keďže nie všetci súčasne môžu vyhrať.

Ukazuje sa, že ľahko modifikovaná minoritná hra dokáže napodobniť správanie sa účastníkov v systéme, kde sa agenti uchádzajú o určité vzácne zdroje. Príkladom sú finančné trhy. Táto skutočnosť je dôvodom zvýšeného záujmu o minoritné hry v posledné čase.

MG je hra s umelými agentmi, z ktorých každý má čiastočnú informáciu a ohraničenú racionalitu. Agenti svoje rozhodnutie v každom kole zakladajú výlučne na znalosti posledných M výherných alternatív nazývaných *histórie*; celkovo máme teda $\mathbf{2^M}$ histórií. Vezmime všetky histórie a zafixujme jednu alternatívu (A alebo B). Každá z nich nám určí *stratégiu*, ktorá je akoby teóriou sveta. Každá teória má vnútornú hodnotu nazývanú *virtuálna hodnota*, táto hovorí o tom, koľkokrát stratégia predpovedala správnu alternatívu. Na začiatku hry každý agent dostane množinu **S** stratégií, ktoré používa *induktívne*; t.j. používa stratégiu s najvyššou virtuálnou hodnotou (pri rovnosti virtuálnych hodnôt si napr. hodí mincu). Je potrebné zdôrazniť, že žiaden hráč nevie nič o ostatných: všetky informácie pochádzajú z virtuálnych hodnôt jeho stratégií.

Po svojom zavedení sa model postupne dočkal širokého záujmu. Keďže v ňom vystupujú len tri parametre N, M, S, je vhodný na detailnú numerickú analýzu i teoretické štúdie. Navyše, dve alternatívy A a B sme zatiaľ nešpecifikovali: Namiesto nich sa dá povedať "kupujem" alebo "predávam", "pôjdem po diaľnici" alebo "zvolím horskú cestu" atď.

Významné vlastnosti minoritnej hry sú:

- Minoritná hra sa venuje vzájomnemu pôsobeniu medzi agentami a informáciami.
- Agenti minimalizujú dostupnú informáciu.
- Existuje fázový prechod medzi symetrickou fázou s agentmi bez dostupnej informácie a asymetrickou fázou, keď agenti majú informáciu dostupnú.
- Ak agenti berú do úvahy svoj vplyv na priebeh hry, fázový prechod neexistuje.
- Existuje mnoho zaujímavých rozšírení: MG s premenlivým počtom agentov, MG s tzv. "špekulantami" a "producentami", ktorí žijú v určitej symbióze.

Jednoduchým príkladom MG je hra známa hlavne vo fracúzsky hovoriacej časti Švajčiarska pod názvom "Zig-Zag-Zoug": Keď tri deti majú spomedzi seba vybrať jedno, priložia svoje pravé nohy do stredu a so zvolaním magického slovíčka "Zoug" nohu buď odtiahnu alebo nie. Dieťa ktoré je v menšine, t.j. to, ktoré sa rozhodne inak ako zvyšné dve, vyhráva.

2.2 El Farol's Bar problem

Mnohí fyzici považujú MG (Challet a Zhang, 1997) a tzv. "El Farol's Bar Problem" (Arthur, 1994) za modely, ktoré zachytávajú aspekt preťaženia finančných trhov. El Farol's Bar Problem možno stručne popísať ako evolučnú hru s jedinou populáciou a dvoma možnosťami výberu pre každého zo zúčastnených hráčov: N ľudí sa každý týždeň nezávisle na sebe rozhoduje, či ísť alebo neísť do baru ponúkajúceho zábavu. Pre konkrétnosť predpokladajme $N = 100$. Kapacita baru je obmedzená a zábava je najlepšia vtedy, keď v bare nie je príliš plno - konkrétne ak zo 100 možných návštevníkov je v bare 60%. Dopredu sa samozrejme nedá s istotou povedať, koľko ľudí sa večer v bare objaví, a tak agent uvažuje takto: *"Pôjdem do baru"*, ak očakáva že menej ako 60 ľudí sa rozhodne rovnako, alebo *"Zostanem doma"*, ak si myslí že viac ako 60 ľudí sa večer pôjde zabávať. Rozhodnutia nie sú nijako ovplyvnené predchádzajúcimi rozhodnutiami a medzi hráčmi neexistuje komunikácia ani vzájomná dohoda. Jediná informácia, ktorú hráči majú, je počet návštevníkov baru v minulých týždňoch. Tento problém bol inšpirovaný barom El Farol v Santa Fe, ktorý každý utorok ponúka írsku hudbu, ale má problémy s kapacitou. Zaujímavá ja dynamika počtu zákazníkov v jednotlivých týždňoch.

Za povšimnutie rozhodne stoja nasledovné dve vlastnosti problému:

- Keby existoval zrejmý model, podľa ktorého by všetci zúčastnení predpovedali návštevnosť a na základe predpovedí učinili rozhodnutie, potom by bola možná existencia deduktívneho riešenia. To však nie je náš prípad. Pri daných počtoch návštevností z minulých týždňov by totiž bolo mnoho modelov rozumných a plne zdôvodniteľných. Preto neznalosť modelu, ktorý použili ostatní zúčastnení, znemožňuje vybrať konkrétnemu hráčovi ten svoj. Neexistuje žiaden "správny" model očakávania. Z pohľadu agentov je problém zle definovaný a sú nútení iba zovšeobecňovať výsledky z minulosti.

- Rovnaké očakávania všetkých by viedli k zrúteniu týchto očakávaní: Ak si všetci myslia, že *len niekoľkí* pôjdu večer do baru, pôjdu *všetci*, čo zruší správnosť očakávaní; a naopak, ak si všetci myslia, že *väčšina* bar navštívi, nenavštívi ho *nikto*. Očakávania sa teda musia líšiť.

Na tomto mieste je vhodné zamyslieť sa, ako sa môže návštevnosť v čase dynamicky vyvíjať. Bude konvergovať? Ak, tak k čomu? Stane sa chaotickou? Ako možno dospieť k očakávaniam?

Dynamický model

Za účelom zodpovedania týchto a iných otázok, pokúsme sa na základe načrtnutej štruktúry zostrojiť model. Predpokladajme, že zo 100 agentov každý si môže sformulovať niekoľko hypotéz vo forme funkcií zobrazujúcich návštevnosť posledných d týždňov do očakávanej návštevnosti v nasledujúcich týždňoch. Napríklad návštevnosť za posledné týždne by mohla byť:

44 78 56 15 23 67 84 34 45 76 40 56 22 35

a jednotlivé hypotézy resp. predpovede návštevnosti na najbližší týždeň:

- rovnaká ako minulý týždeň [35]
- zrkadlový obraz hodnoty z minulého týždňa okolo 50 [65]
- 67 [67]
- a podobne.

Predpokladajme, že agent pozná "trajektóriu úspešnosti" k stratégií (predpovedí), teda úspešnosť jednotlivých stratégií v minulosti. Rozhodnutie "ísť" alebo "zostať" uskutoční na základe najúspešnejšej stratégie z celej množiny (tzv. aktívna stratégia). Akonáhle sú rozhodnutia na svete, každý agent sa dozvedá skutočnú celkovú návštevnosť a aktualizuje svoje monitorované stratégie.

Všimnime si, že množina momentálne najúspešnejších statégií určuje návštevnosť. Ale história návštevnosti určuje množinu aktívnych stratégií. Použijúc termín Johna Hollanda, môžme povedať, že aktívne stratégie formujú "ekológiu trhu". Otázka je, ako sa táto ekológia mení v čase.

Zhrnutie

Systém induktívneho rozhodovania, ktorý sme práve opísali, sa skladá z množstva "súčiastok" v tom zmysle, že hypotézy (stratégie), ktoré sa prispôsobujú celkovému prostrediu, toto prostredie zároveň spoločne utvárajú. Celkový systém sa tak stáva *adaptívnym komplexným* systémom. Po počiatočnom čase "oťukávania sa" sa najúspešnejšie hypotézy jednotlivých hráčov resp. používané myslené modely navzájom prispôsobujú. Dá sa teda uvažovať o "konzistentnej" množine myslených modelov ako o množine hypotéz, ktoré navzájom dobre kooperujú za určitých predpokladov. Niekedy je to jediná taká množina - táto situácia zodpovedá štandardnému equilibriu z teórie racionálnych očakávaní a odhady agentov sa k nemu približujú. Obvyklejšia je však situácia, keď je veľké množstvo takýchto množín - vtedy možno očakávať induktívne rozhodovanie, teda založené na predpovedi budúceho vývoja indukciou z poznania minulosti. V ekonomickej praxi nájdeme príklady v burze cenných papieroch, obchodovaní, v pokrových hrách a pod. Induktívne rozhodovanie môže znamenat' krúženie okolo alebo dokonca dočasné upnutie sa na určité psychologické schémy, ktoré môžu byt' nerekurentné, závislé na doterajšom priebehu a vel'mi komplikované.

Ekonómovia sa dlho pridržiavali predpokladu perfektnej, deduktívnej racionality v kontexte rozhodovania, ktoré je komplikované a možno zle definované. Úroveň, pri ktorej l'udia môžu aplikovat' dokonalú racionalitu, je prekvapujúco nízka. Doteraz nebolo jasné, ako zaobchádzat' s nedokonalou, ohraničenou racionalitou. Z dôvodov objasnených vyššie sa domnievame, že l'udia používajú induktívnu racionalitu. Vyvodia niekol'ko pracovných hypotéz, rozhodnú sa na základe najúspešnejšej z nich a nahradia hypotézy, ktoré prestanú fungovat', novými. Takéto rozhodovanie sa dá modelovat' rozličnými spôsobmi. Obyčajne to vedie k psychologickému svetu, v ktorom stratégie resp. myslené modely určitého agenta bojujú o prežitie so stratégiami resp. myslenými modelmi iného agenta.

2.3 Minoritná hra

Minoritná Hra bola pôvodne skonštruovaná ako drastické zjednodušenie Arthurovho známeho El Farol's Bar problému, ktorý opisuje systém s vel'kým množstvom rozdielnych agentov, ktorí sa navzájom ovplyvňujú pomocou cenového mechanizmu, ktorý aj sami určujú. MG je vysoko štylizovaný model takejto situácie, odráža niektoré kl'účové črty všeobecného trhového mechanizmu a základnú interakciu medzi agentami a informáciami (ako agenti reagujú na informáciu a ako sa táto samotná informácia pod týmto vplyvom mení). Dovol'uje nám pozorovat', ako makroskopické veličiny závisia na mikroskopickom správaní sa. Základná MG je taký štylizovaný model finančných trhov, že dokonca ceny nie sú explicitne definované. Ďalej je mikroekonomické správanie agentov značne zjednodušené: Agenti majú rozdielne stratégie, ale na trh vstupujú s rovnakými váhami. Neexistujú chudobnejší a bohatší agenti a ani ich blahobyt sa nemení podl'a toho ako sa im na trhu darí. Všetci agenti obchodujú v rovnakom čase a nezávisle na tom, kol'ko môžu stratit'. Táto štylizovanost' MG nám ale umožňuje chápat' bohaté kolektívne správanie.

Kapitola 3

Model I

3.1 Minoritná hra ako hrubý model trhu

Zjednodušene povedané, agenti na trhu zbierajú informáciu o terajšom stave trhu a spracúvajú ju, aby určili stratégiu investovania. Toto zobrazenie informácie na akciu nazývame obchodná stratégia. Môžeme považovat' trh za "evolučnú sút'až" obchodných stratégií. Modelovanie takého systému je značne komplexná úloha, takže budeme pracovat' na niektorých zjednodušujúcich predpokladoch. MG je založená na nasledujúcich zjednodušeniach:

1. Čas je diskrétny, trhová interakcia sa opakuje konečne vel'a krát.

2. Informácia je diskretizovaná na jednu z P, udalostí. Sú označené prirodzeným číslom μ, ktoré je vyberané náhodne a nezávisle v každej časovej perióde.

3. Akcie sú diskretizované na binárny výber $a_i(t) \in \{-1, 1\}$, v každom čase t, pre každého agenta i. Pre jednoznačnost' volíme $a_i(t) > 0$ vtedy, ked' že agent i chce kúpit' a $a_i(t) < 0$, ked' chce predat'.

4. Priestor obchodných stratégií je potom množina binárnych funkcií $f : (1, ..., \mu, ...P) \to (-1, 1)$.

5. Agenti sú heterogénni, každý agent je vybavený konečným počtom S obchodných stratégií, ktoré sú vybrané náhodne a nezávisle pre každého agenta z množiny všetkých možných stratégií.

6. Agenti sú adaptívni, vyhodnocujú výkon každej stratégie a používajú tú najlepšiu. Správajú sa ako price taker-i.

7. Trhový mechanizmus je minoritná hra. Agenti, ktorí prevedú menšinovú akciu, vyhrávajú, zatiaľ čo väčšina agentov prehráva. Toto odráža fakt, že na trhu dochádza k prerozdelovaniu zdrojov, a tak nie je možné dosiahnuť zisk len čistým obchodovaním. Ak sú niektorí hráči ziskoví, niektorí musia mať stratu. So súčtom individuálnych akcií $a_i(t)$, $A(t) = \sum_i(a_i(t))$, je výplatou minoritného typu $g_i(t) = -a_i(t)A(t)$. Ak $A(t) > 0$, obchodníci, ktorí zvolili akciu $a_i(t) = -1$, vyhrávajú a ostatní, čiže väčšina, prehrávajú.

Toto je hrubý opis trhu, nezaoberá sa detailmi správania sa agentov ani trhového mechanizmu. Oboje sú považované za čierne skrinky. My sa len pridŕžame kľúčových vlastností:

- i) heterogenity a ohraničenej racionality agentov,
- ii) minoritného charakteru trhového mechanizmu.

Je treba povedať, že takýto hrubý popis si vyžaduje aj istú abstrakciu v pojmoch ako cena, objem a previs dopytu. Je prirodzené naše $A(t)$, ktoré popisuje nerovnováhu medzi dvoma skupinami agentov (medzi kupujúcimi a predávajúcimi), spájať s pojmom previsu dopytu.
Neexistuje a priori najlepšia obchodná stratégia na trhu daná MG-ou. Či je stratégia dobrá alebo nie, sa nedá rozhodnúť dopredu. Kvalita stratégie závisí na tom ako sa jej bude dariť proti ostatným stratégiám prítomným na trhu. Stále sú tu ale nerealistické prvky MG. Agenti sú nútení hrať za každých okolností aj keď stratia veľa. Je rozumné dovoliť agentom neobchodovať, ak sa ich obchodným stratégiám nedarí. Ďalší nerealistický prvok je, že to ako sa im darí na trhu, neovplyvňuje ich blahobyt. V skutočnosti každý obchodník môže stratiť iba konečné množstvo peňazí, potom zbankrotuje a vypadáva z hry. Nasledujúce zahŕňa aj niektoré úpravy, ktoré vedú k celkom realistickým výsledkom.

3.2 Definícia modelu I

Uvažujeme množinu agentov, ktorí opakovane vstupujú na trh, a tak na seba vzájomne pôsobia. V každom časovom kroku $t = 1, 2, ...$ každý agent i si volí akciu $a_i(t)$, kde $a_i(t)$ je reálne číslo. Nech $a_i(t) > 0$ znamená, že agent i chce kúpiť aktívum v hodnote $a_i(t)$, a $a_i(t) < 0$, že chce aktívum predať. Ďalej definujeme previs dopytu

$$A(t) = \sum_{i=1}^{N} a_i(t) \tag{I.1}$$

a výplatu i-teho agenta

$$g_i(t) = -a_i(t)A(t). \tag{I.2}$$

Previs dopytu je súčtom jednotlivých akcií všetkých agentov, a teda hovorí nám o tom, či na trhu je viac agentov, ktorí chcú kúpiť (previs je kladný), alebo tých, čo chcú predať (previs je záporný). Výplata agentov je definovaná tak, aby menšina na trhu mala zisk, teda $a_i(t)A(t) < 0$. Na trhu to znamená, že keď je viac kupcov, predávajúci môžu predávať za vyššie ceny. Cenová dynamika je definovaná nasledovne:

$$ln\ p(t+1) = ln\ p(t) + r(t), \tag{I.3}$$

kde

$$r(t) = \frac{A(t)}{\lambda} \tag{I.4}$$

je návratnosť v čase t a λ je konštanta znázorňujúca hĺbku trhu. Teda čím väčší je previs dopytu v čase t, tým vyššia bude cena p v čase $t+1$. Konštanta λ hovorí o tom, ako veľmi vplýva previs dopytu na zmenu ceny. Trh je tiež charakterizovaný stavom okolitého sveta, to sú správy zvonku ovplyvňujúce trh, t.j. relevantné ekonomické informácie. Sú modelované ako prirodzené číslo $\mu(t)$, vyberané náhodne a nezávisle v každom čase z množiny prirodzených čísel $1, ..., P$.

Na trhu uvažujeme 2 typy agentov.

Producenti

Tento prvý typ agentov sa správa deterministicky. Ich konanie závisí len od stavu sveta $\mu(t)$. Teda ak agent i je producent, akcia $a_i(t)$ je funkciou $\mu(t)$,

$$a_i(t) = \sigma_i^{\mu(t)}. \tag{I.5a}$$

Pre každého producenta i a stav sveta μ vyberáme náhodne σ_i^μ z bimodálneho rozdelenia, teda $\sigma_i^\mu = \pm 1$ s rovnakou pravdepodobnosťou. Počet producentov je N_p.

Špekulanti

Druhý typ obchodníkov na trhu, špekulanti, sú adaptívni hráči. Pri svojim rozhodovaní používajú $S + 1$ stratégií obchodovania, ktoré sú na začiatku hry náhodne pridelené. Keď sa špekulant i rozhodne pre jednu zo stratégií $s = 0, 1, ..., S$, potom je jeho akcia

$$a_i(t) = \sigma_{i,s_i(t)}^{\mu(t)}. \tag{I.5b}$$

Špeciálna je práve nulová stratégia, tzv. neaktívna, ktorú sme povolili pre lepšie priblíženie realite. Pre každého špekulanta i, stav sveta μ a aktívnu stratégiu $s > 0$, je $\sigma_{i,s}^\mu$ opäť vyberané z bimodálneho rozdelenia. Pre nulovú stratégiu $s = 0$ je $\sigma_{i,0}^\mu = 0$ pre každý stav sveta μ. Producenti sú vlastne špekulanti s len jednou, a to aktívnou stratégiou. Teda špekulanti na rozdiel od producentov majú navyše možnosť v každom časovom kroku voliť stratégiu obchodovania $s_i(t)$, ktorú použijú v čase t. Taktiež majú možnosť neobchodovať; a to tak, že si zvolia nulovú stratégiu. Svoje rozhodnutie o akcii robia na základe svojich záznamov o úspešnosti ich stratégií. Každý špekulant i priraďuje každej stratégií s skóre $U_{i,s}$, a potom v čase t použije stratégiu $s_i(t)$, ktorá má najvyššie skóre. Teda jeho akcia bude $a_i(t) = \sigma_{i,s_i(t)}^{\mu(t)}$. Skóre každej stratégie sa vypočíta nasledovne:

$$U_{i,s}(t+1) = U_{i,s}(t) - a_{i,s}^{\mu(t)} A(t), \qquad \text{ak } s > 0 \tag{I.6a}$$

a

$$U_{i,s}(t+1) = U_{i,s}(t) + \varepsilon, \qquad \text{ak } s = 0. \tag{I.6b}$$

To znamená, že každá nenulová stratégia s je odmeňovaná virtuálnou výplatou, ktorú by bol agent dostal, keby bol použil stratégiu s. Dôležité je uvedomiť si, že

agenti sa správajú ako price taker-i, a teda neuvažujú svoj vplyv na trh. Nulová stratégia je ohodnotená konštantným výnosom $\varepsilon > 0$. ε môžeme interpretovať ako model bezrizikového aktíva, ktoré nám zaručuje konštantný výnos ako bankový úrok. Počet špekulantov na trhu je N_s.
Zavádzame kontrolný parameter $\alpha = P/N_s$,a dva ukazovatele:

$$\sigma^2 = \overline{\langle A^2 \rangle} = \frac{1}{P}\sum_{\mu=1}^{P}\langle A^2 \mid \mu\rangle, \tag{I.8}$$

ktorý hovorí o celkovej strate agentov $\sum_i \langle g_i \rangle = -\sigma^2/V$

$$\text{a} \qquad H = \overline{\langle A \rangle^2} = \frac{1}{P}\sum_{\mu=1}^{P}\langle A \mid \mu\rangle^2, \tag{I.9}$$

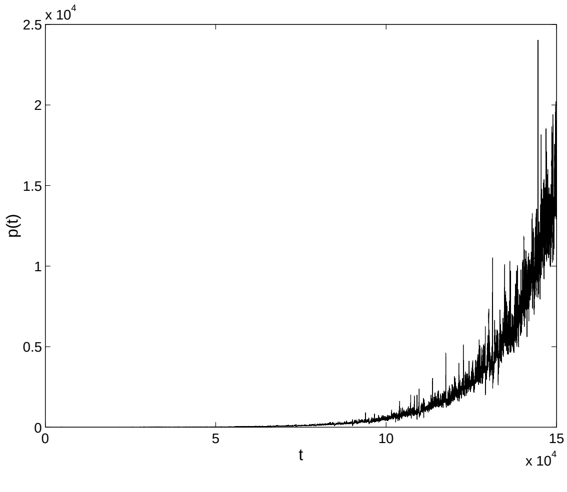
ktorý je mierou predpovedateľnosti výstupu trhu $A(t)$. Čiara nad vzorcom označuje priemer cez μ a priemer v čase za podmienky $\mu(t) = \mu$ je označený $\langle \cdot \mid \mu \rangle$.

3.3 Model 1

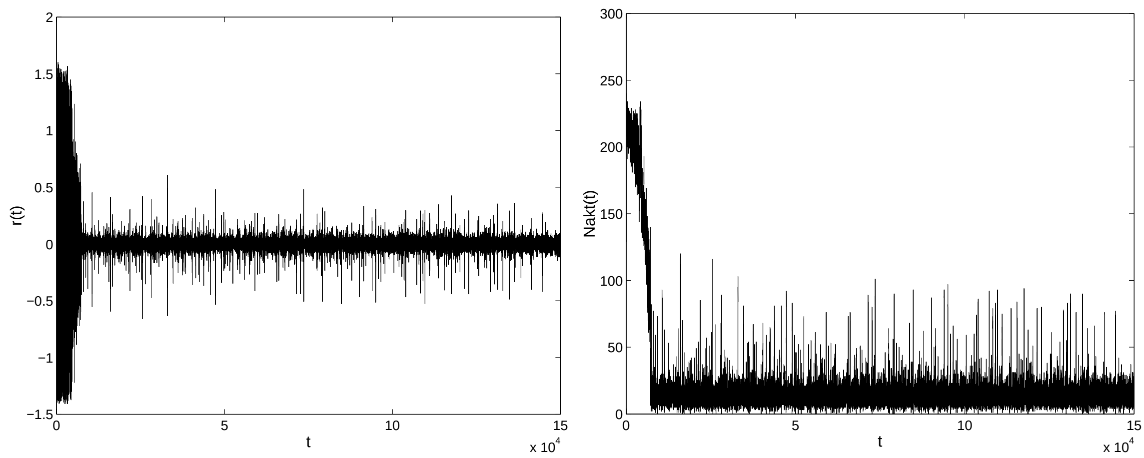
Použité parametre modelu: $N_s = 300$; $S = 3$; $M = 16$; $N_p = 32$; $\varepsilon = 0.01$; $\lambda = 150$;

3.3.1 Účastníci si neuvedomujú svoj vplyv na vývoj trhu

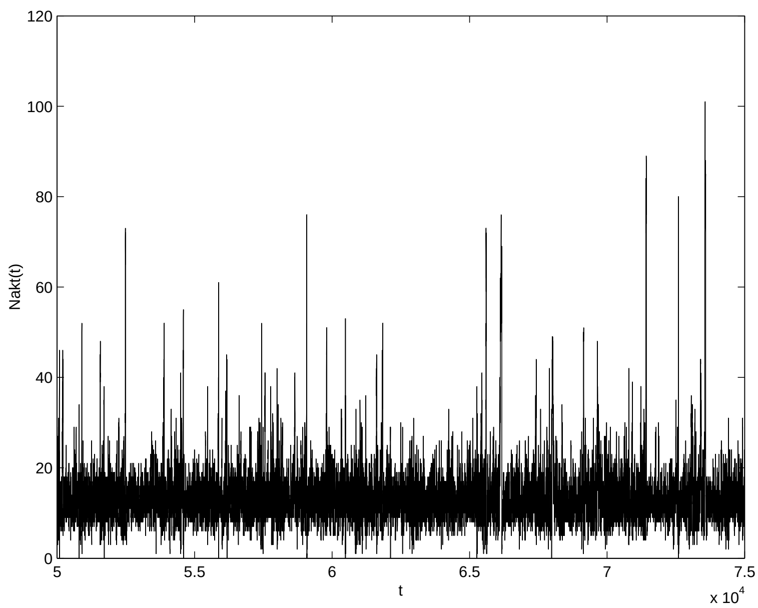
Simuláciu sme spustili t-krát, $t = 150000$. Na nasledujúcich obrázkoch vidíme priebeh niektorých sledovaných veličín.



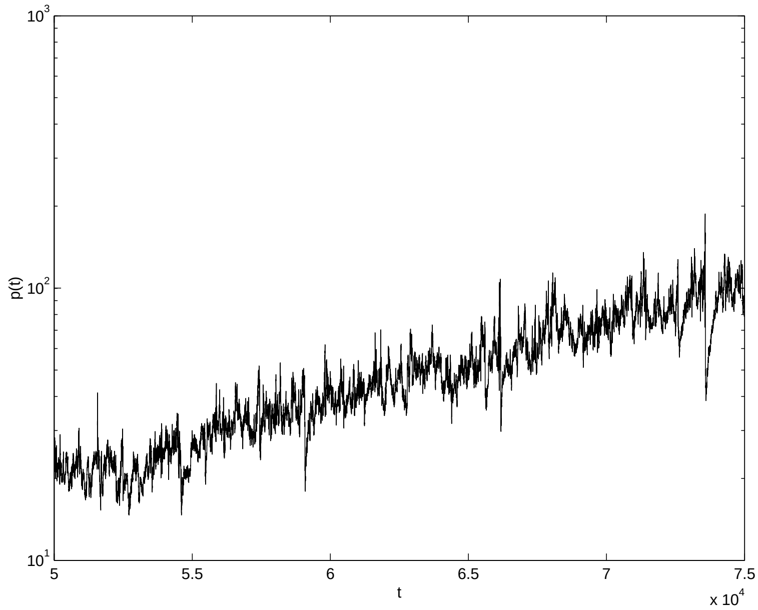
Obrázok 3.1: *Môžeme pozorovať priebeh ceny na celom skúmanom časovom úseku.*



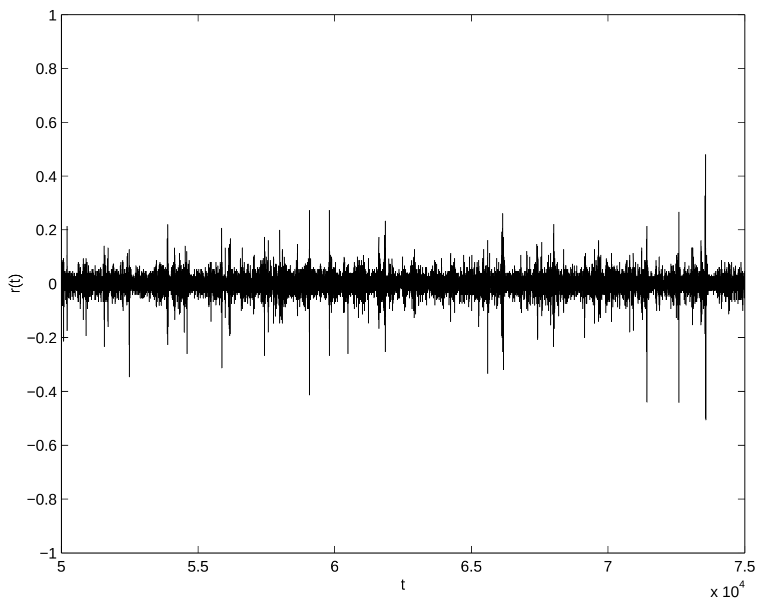
Obrázok 3.2: *Priebeh návratnosti a počtu aktívnych špekulantov na celom pozorovanom časovom úseku.*



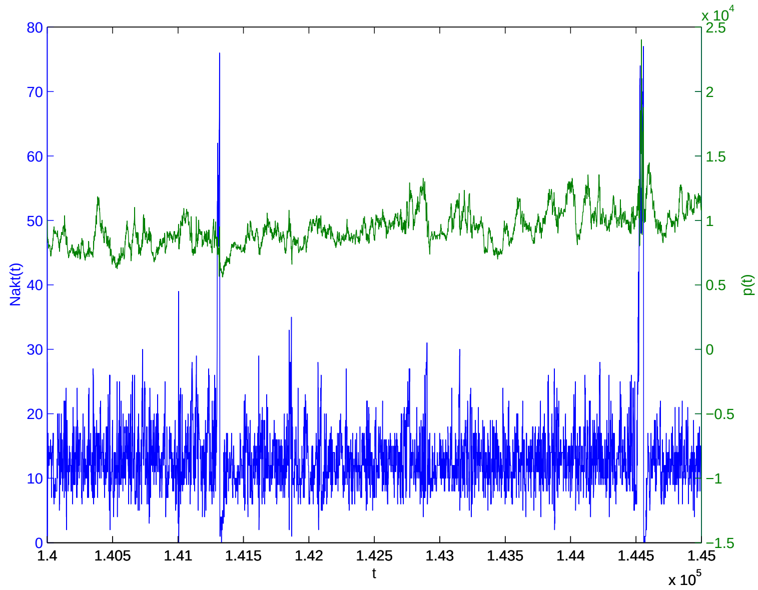
Obrázok 3.3: *Na časovom úseku 50000-75000 vidíme, ako sa menil počet aktívnych špekulantov v čase. Môžeme sledovať' niekoľko prudkých nárastov počtu aktívnych špekulantov na trhu, čo malo na svedomí následné zrútenie trhu a pokles počtu aktívnych špekulantov na nulu. Počet aktívnych špekulantov sa pohybuje okolo 18.*



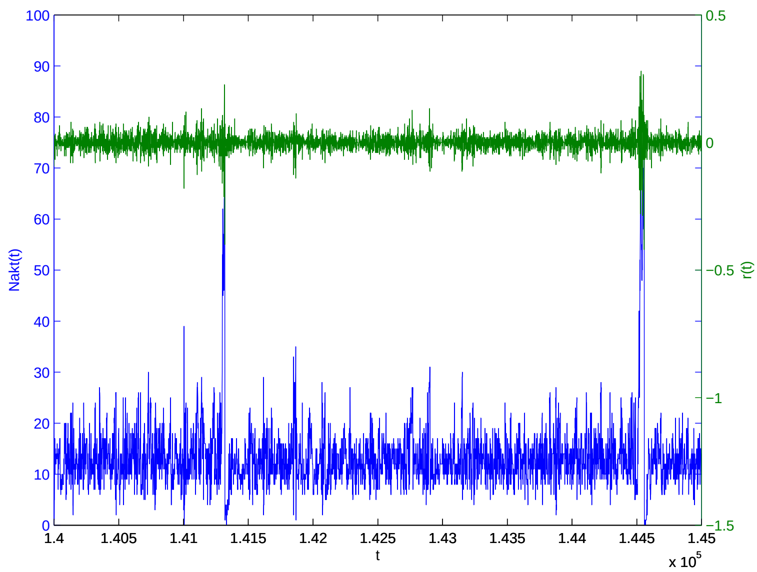
Obrázok 3.4: *Na rovnakom časovom úseku vidíme správanie sa ceny v logaritmickej škále. Aj tu môžeme vidieť zodpovedajúce prudké nárasty a poklesy ceny.*



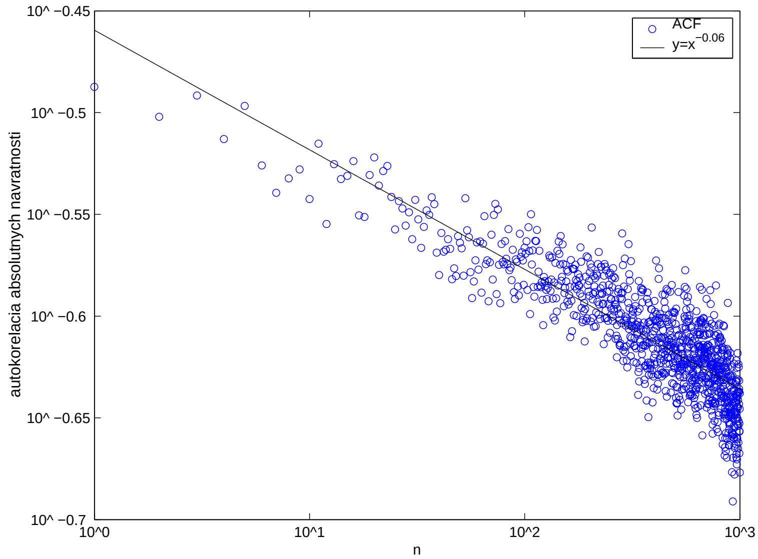
Obrázok 3.5: *Jeden zo štylizovaných faktov, zhlukovanie vysokej návratnosti.*



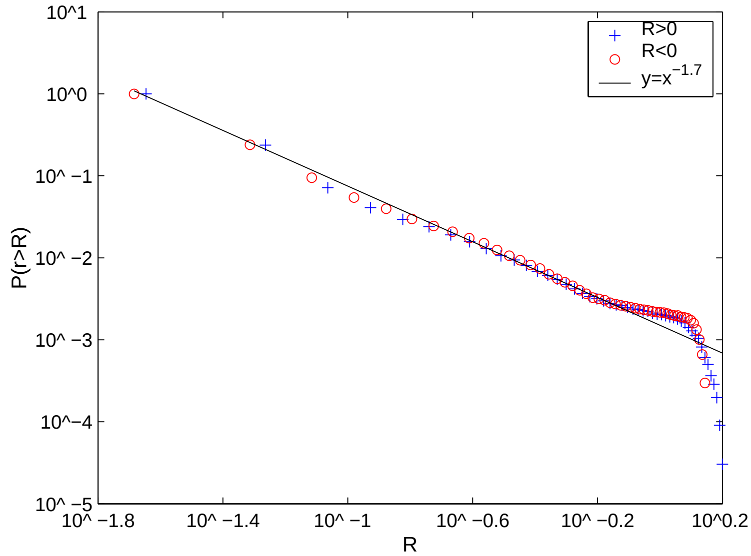
Obrázok 3.6: *Tu vidíme ukážku opakovaných katastrofických udalostí - krachov trhu. Hneď po krachu špekulanti odmietnu obchodovať, počet aktívnych špekulantov je 0. Na trhu sú nevyužité príležitosti zisku, a to postupne privádza na trh špekulantov. Fluktuácie aktívnych špekulantov sa pomaly zvyšujú, až nastane situácia, že sa množstvo špekulantov nahrnie na trh naraz. To vedie k prudkým výkyvom ceny a k ďalšiemu krachu. Špekulanti opäť odmietnu obchodovať. Napriek svojej jednoduchosti, model poskytuje značne realistický obraz krachu na trhu.*



Obrázok 3.7: *Môžeme pozorovať zhlukovanie vysokej návratnosti a objemu špekulácií, o ktorom nám hovorí počet aktívnych špekulantov.*

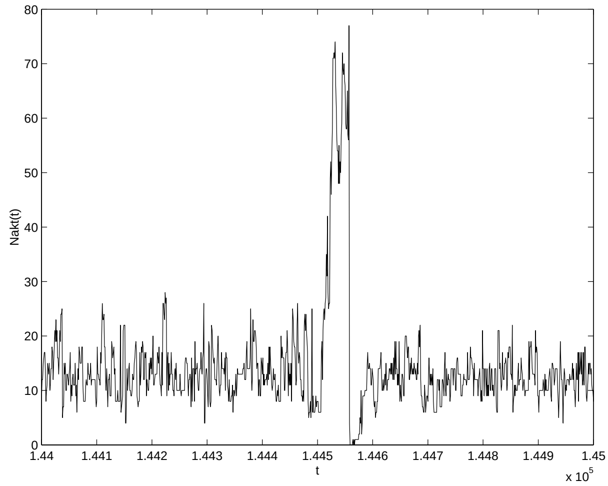


Obrázok 3.8: *Obrázok znázorňuje autokorelčnú funkciu absolútnej návratnosti. Vysoký stupeň autokorelácie je prítomný aj v našom modeli. Je možné pozorovt' mocninové rozdelenie autokorelačnej funkcie s exponentom* -0.06. *Exponent môže byt' blízky pozorovaniam reálneho trhu, závisí to na parametroch modelu.*

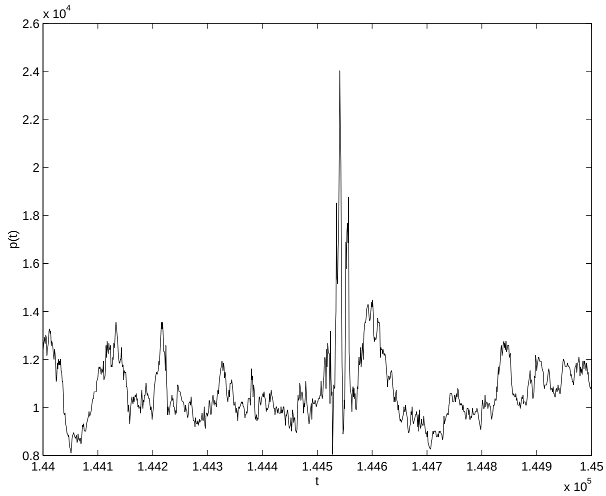


Obrázok 3.9: *Na reálnych trhoch je pozorované, že rozdelenie pravdepodobnosti návratnosti ma tučné chvosty. Podobné správanie môžeme pozorovat' aj v našom modeli. Na obrázku je v logaritmickej škále znázornená kumulatívna distribučná funkcia návratností, cez ktorú sme preložili priamku so sklonom* $-1,7$.

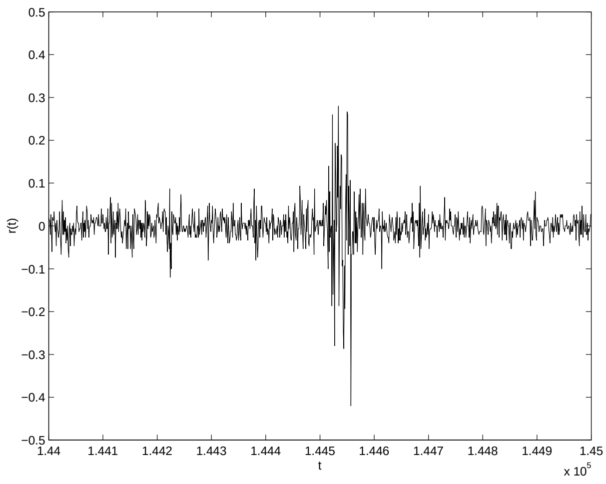
Obrázok 3.10: *Počet aktívnych špekulantov*



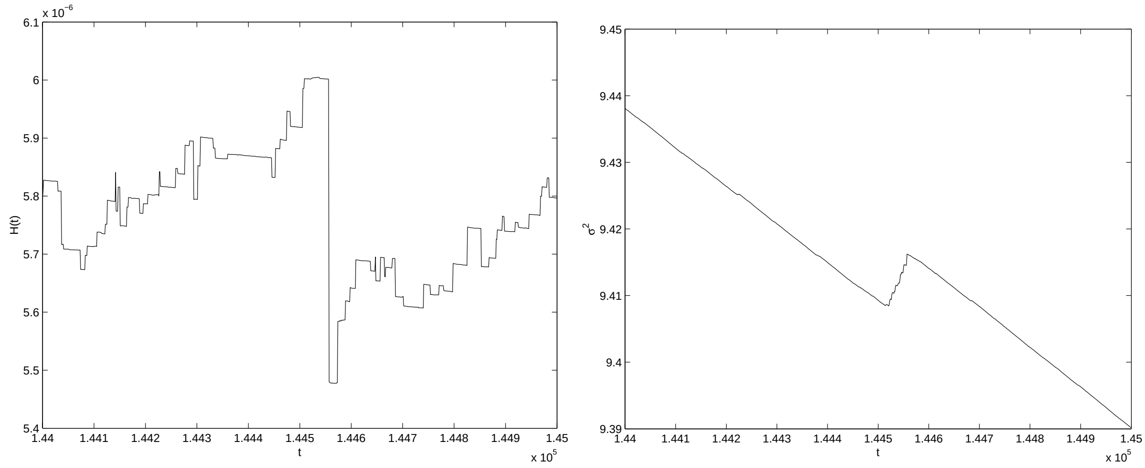
Obrázok 3.11: *Priebeh ceny*



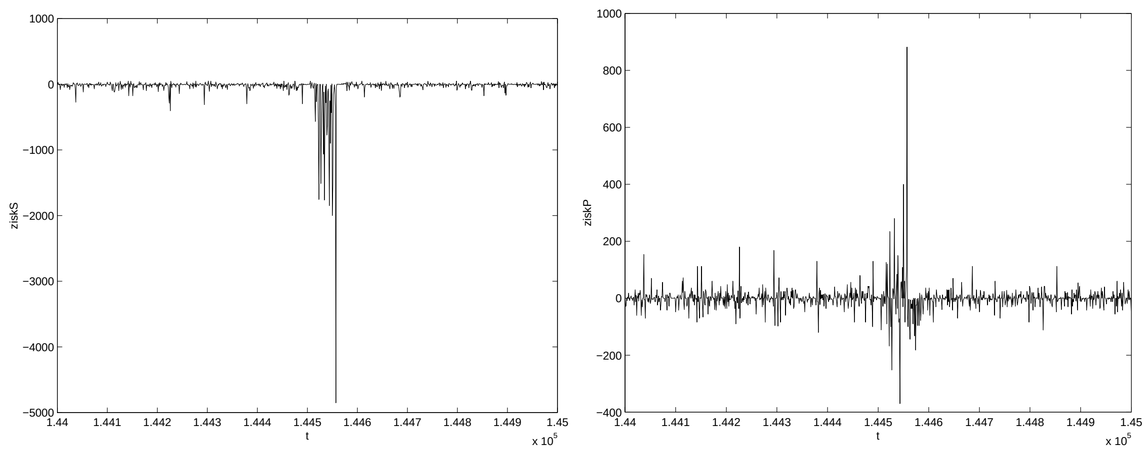
Obrázok 3.12: *Priebeh návratnosti*



Všimnime si krach na trhu ešte raz a podrobnejšie: Počet aktívnych špekulantov sa pohyboval okolo hodnoty 15, keď sa podmienky na trhu zdali byť vhodné viacerým neobchodujúcim špekulantom. (Skóre ich stratégií bolo dovtedy nižšie ako skóre ich nulovej stratégie, ale posledných niekoľko časových krokov sa ich stratégiám darilo a ich virtuálne skóre získavalo na hodnote.) A to aj v dôsledku toho, že bolo dostatok informácie a trh sa dal ľahko predpovedať. V presvedčení, že vedia predpovedať pohyb trhu, sa viacerí špekulanti nahrnuli na trh naraz a ich väčšinová akcia zmenila pohyb trhu. Môže to mať za následok prudký pokles alebo nárast ceny (v závislosti od znamienka previsu dopytu) a zrútenie trhu. Počet aktívnych špekulantov sa prudko znížil, až klesol na 0. Na trhu sa vytvárali nevyužité príležitosti, trh sa opäť dal ľahko predpovedať, čo viedlo špekulantov opäť na trh. Krach je citeľný aj na grafe návratnosti, čo je logické, keďže súvisí s výkyvmi ceny. Pozorovateľné je aj zhlukovanie vysokej návratnosti.



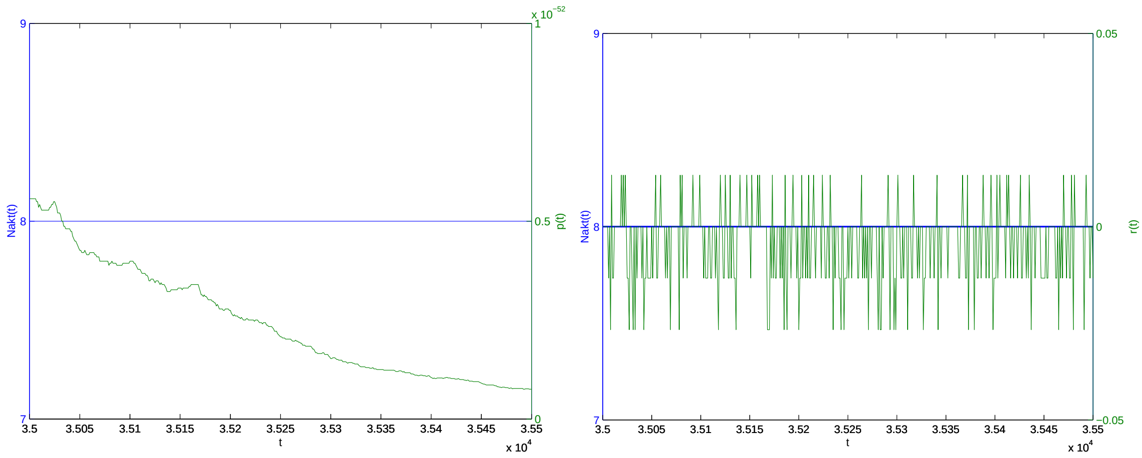
Obrázok 3.13: *Na potvrdenie si môžeme znázorniť graf H, ktorý zobrazuje mieru predpovedateľnosti trhu. Tá v bode krachu prudko klesá. Miera σ^2, ktorá je proporcionálna celkovým stratám agentov, vykazuje zvýšenie strát.*



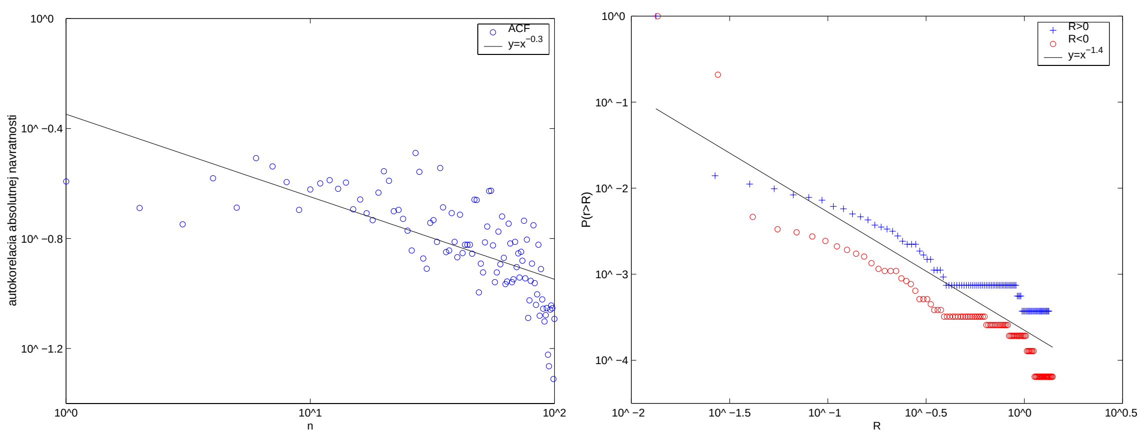
Obrázok 3.14: *Na porovnanie, celkové zisky špekulantov a producentov v každom čase.*

3.3.2 Účastníci si uvedomujú svoj vplyv na vývoj trhu

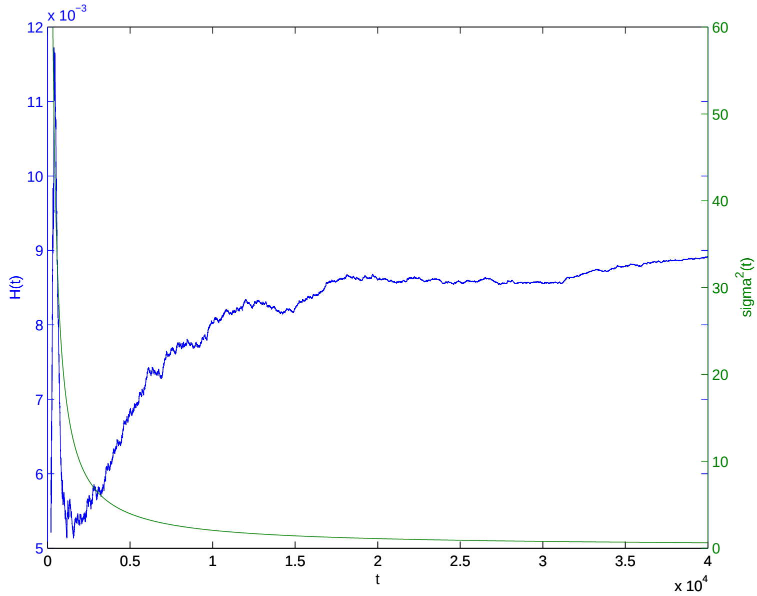
Vlastnosti nášho Modelu I kriticky závisia na skutočnosti, že agenti si neuvedomujú svoj vplyv na trh a správajú sa ako price taker-i. Uvažujme teraz prípad, že účastnici sú si vedomí svojho vplyvu na vývoj trhu. Nasledujúcim príkladom ilustrujeme správanie sa na takomto trhu, kde sa agenti nesprávajú ako price taker-i. Parametre novej simulácie zostávajú rovnaké ako v predchádzajucom, simuláciu sme prepočítali 50 000 krát.



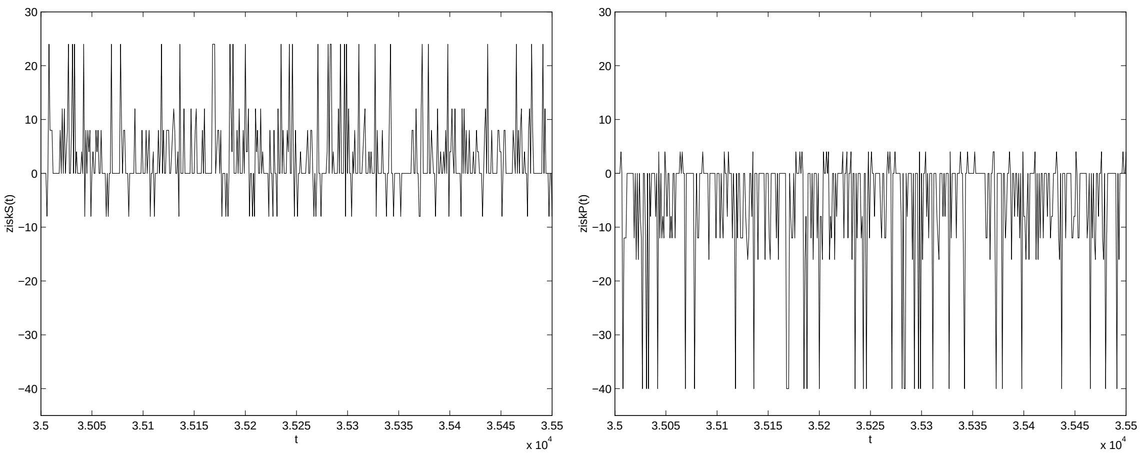
Obrázok 3.15: *a) Špekulanti sa rozdelili do dvoch skupín; buď neobchodujú vôbec alebo obchodujú a pritom používajú stále tú istú stratégiu. Počet aktívnych špekulantov sa ustálil na 8. b) Ďalšími vlastnosťami, ktoré zanikajú je aj zhlukovanie vysokej návratnosti.*



Obrázok 3.16: *Nepozorujeme ani vysoký stupeň autokorelácie absolútnych návratností, ani tučné chvosty rozdelenia návratnosti.*



Obrázok 3.17: *Priebeh miery predpovedatelnosti H a miery celkových strát σ^2. Trh je ľahko predpovedateľný, je určovaný producentmi a aktívnymi špekulantmi, ktorí sa priklonili k jednej stratégii.*



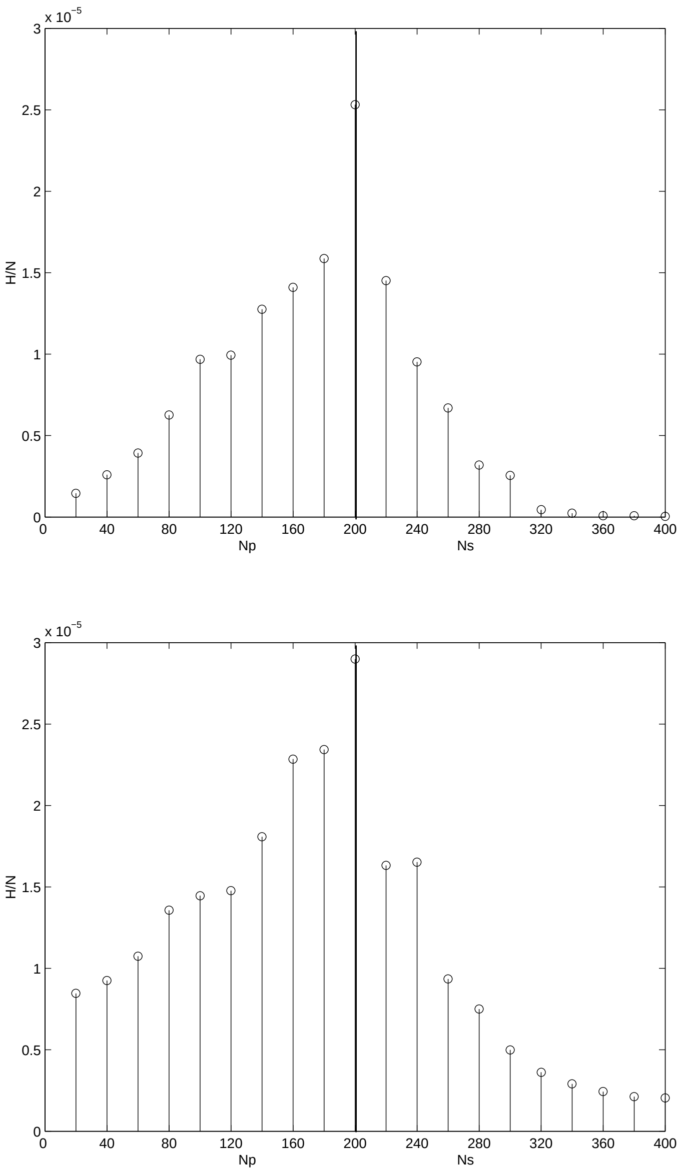
Obrázok 3.18: *Zisky agentov sa ustálili v určitých medziach, nenastávaju žiadne prudké výkyvy.*

3.4 Ekológia trhu

Ukázali sme celkový obraz kolektívneho správania sa na trhu, na ktorom môžeme sledovat' rozdielne typy investorov s rôznymi úlohami. Na jednej strane sú tu obchodníci, ktorí využívajú trh na výmenu tovarov a nezaujímajú sa o špekulácie, sú to producenti. Na druhej strane sú tu hráči s ohraničenou racionalitou a induktívnym myslením, vybavení rozdielnymi stratégiami, zbierajúci informácie, to sú špekulanti. Ponúkame obraz ako výsledný potravinový ret'azec funguje: Producenti dodávajú na trh malé množstvo informácie, na ktorom sa špekulanti živia. Tieto dva typy obchodníkov majú len malý prienik spoločných záujmov. Preto sú potrebné až dva parametre, ktoré by charakterizovali efektivitu, a tá je interpretovaná rozlične pre rozličné typy hráčov. Producenti by chceli aby obsiahnutá informácia bola malá a fluktuácie tiež. Špekulanti by chceli malé fluktuácie, ale obsah informácie veľký. Kolektívne správanie je charakterizované mierou predpovedateľnosti trhu H a globálnej efektivity σ^2.

- Prvé z nich, H meria ako výstup je trhu $A(t)$ je korelovaný s informáciou $\mu(t)$, či kladné $A(t)$ je viac pravdepodobné ako záporné, ked' informácia je $\mu(t)$. $H > 0$ implikuje, že vedomie o μ nám umožňuje predpovedat' znamienko $A(t)$, podľa toho majú aj niektorí agenti kladný zisk. Je relevantá pre špekulantov.

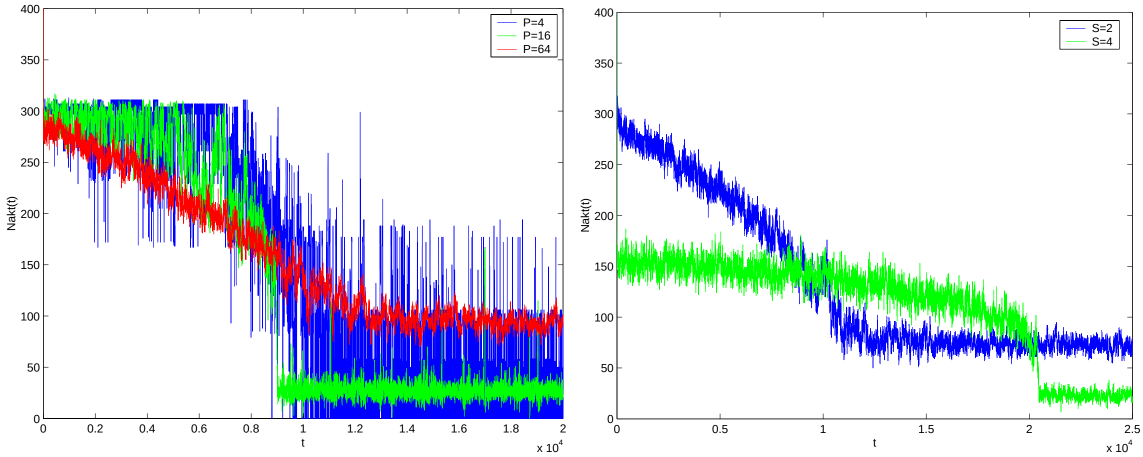
- Druhé, σ^2 súvisí s totálnou stratou všetkých agentov, a preeto je smerodajná pre producentov.



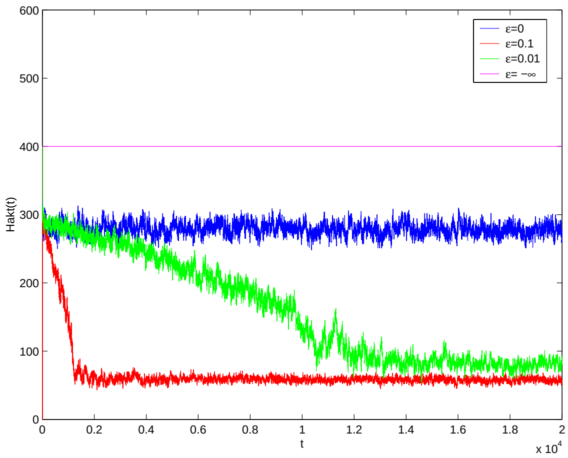
Obrázok 3.19: *ilustruje postupné pridávanie agentov na trh v dvoch prípadoch, a to a) keď agenti neuvažujú svoj vplyv a b) keď uvažujú svoj vplyv na trh. Najskôr máme konštantný počet špekulantov* $N_s = 200$ *a postupne pridávame producentov od 1 po 200, potom držíme počet špekulantov na 200 a zvyšujeme počet producentov od 200 po 400. Ostatné parametre modelu sú rovnaké:* $S = 2$; $P = 64$; $\varepsilon = -1000000$; $t = 15000$. *Pozorujeme ako sa mení predpovedateľnosť trhu.*

3.5 Zmena parametrov modelu I

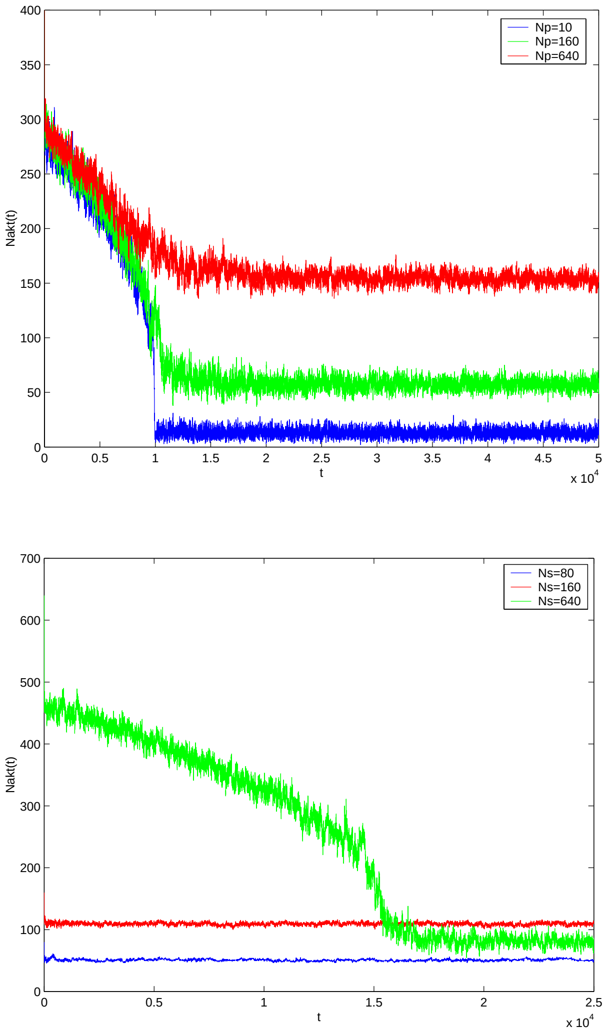
Skúmame správanie modelu, keď budeme meniť vždy jeden z parameterov modelu: $N_s = 400$; $N_p = 200$; $\varepsilon = 0.01$; $P = 64$; $S + 1 = 3$.



Obrázok 3.20: *a) Meníme počet stavov sveta $P = 4,\ 16,\ 64$. b) Meníme počet aktívnych stratégií $S + 1 = 3,\ 5$.*



Obrázok 3.21: *Pozorujeme ako sa mení počet aktívnych špekulantov, keď meníme $\varepsilon = -1000000,\ 0,\ 0.01,\ 0.1$. $\varepsilon << 0$ nepovoľuje 0-vú stratégiu, preto $N_{akt} = N_s$, $\varepsilon = 0$ nám zredukuje počet aktívnych, zostanú obchodovať iba tí, ktorí majú skóre aspoň jednej stratégie nenulové. Čím väčšie ε, tým viac špekulantov je motivovaných neobchodovať.*

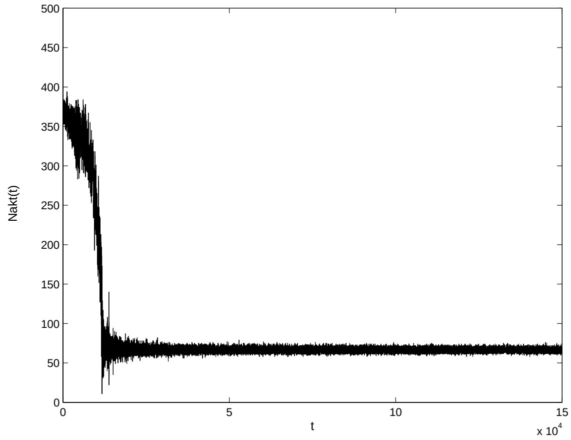


Obrázok 3.22: *S pridávaním producentov* $N_p = 80,\ 160,\ 640$ *na trh sa zvyšuje aj informácia a to pritiahne pozornosť viacerých špekulantov; so zvyšovním počtu špekulantov* $N_s = 80,\ 160,\ 640$ *sa trh stáva horšie predpovedateľný a špekulanti sú menej efektívni vo využívaní informácie prítomnej na trhu. Toto vedie k zvyšovaniu volatility.*

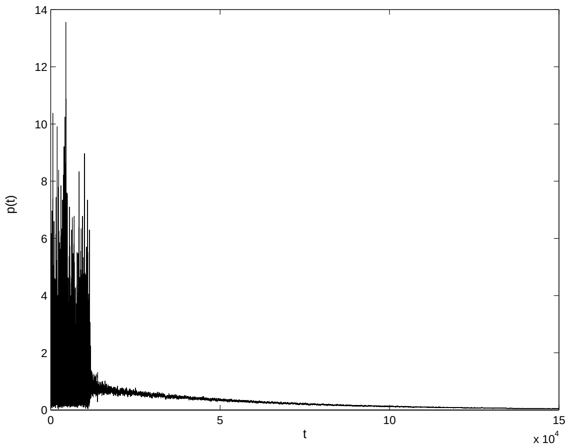
3.5.1 Porovnanie modelov s prevahou špekulantov a s prevahou producentov

Model s prevahou producentov, hráči neuvažujúci svoj vplyv na trh

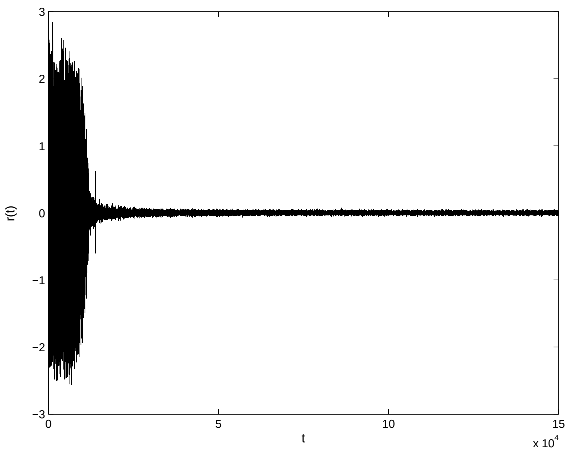
Parametre modelu: $Np = 1000;\ Ns = 500;\ \epsilon = 0.01;\ S = 3;\ M = 16;\ t = 150000.$



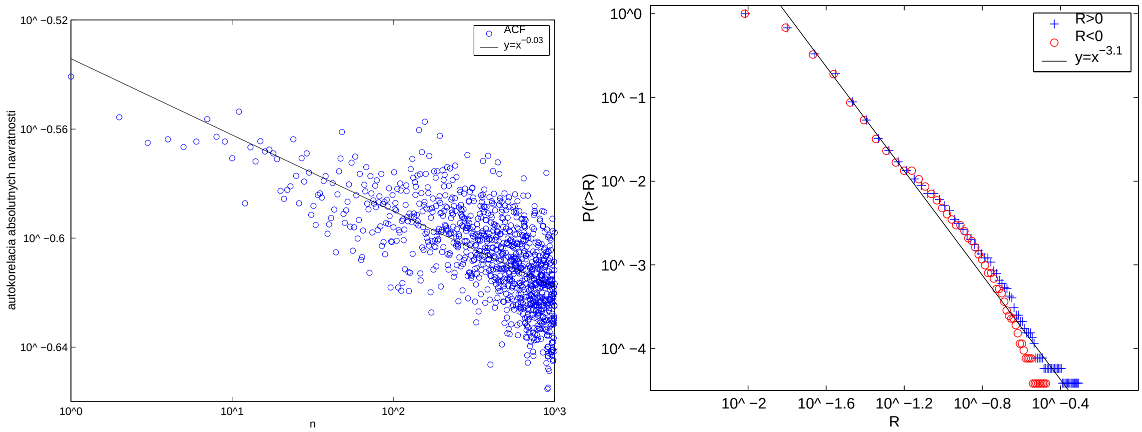
Obrázok 3.23: *počet aktívnych špekulantov v čase*



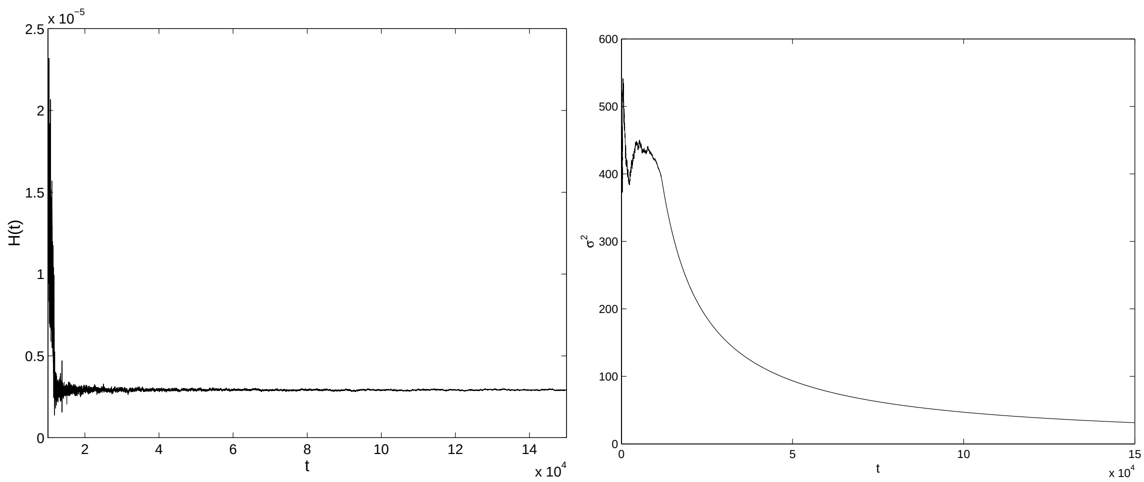
Obrázok 3.24: *vývoj ceny v čase*



Obrázok 3.25: *priebeh návratnosti v čase*



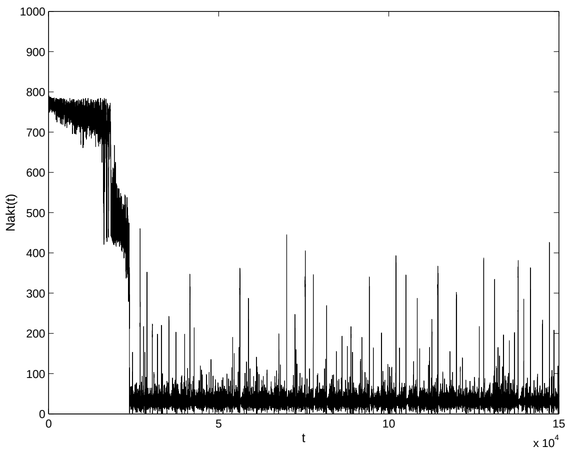
Obrázok 3.26: *Autokorelačná funkcia návratností rádu 1000, je preložená priamkou so sklonom -0,03. Kumulatívna funkcia návratností je aproximovaná hyperbolou s exponentom -3,1*



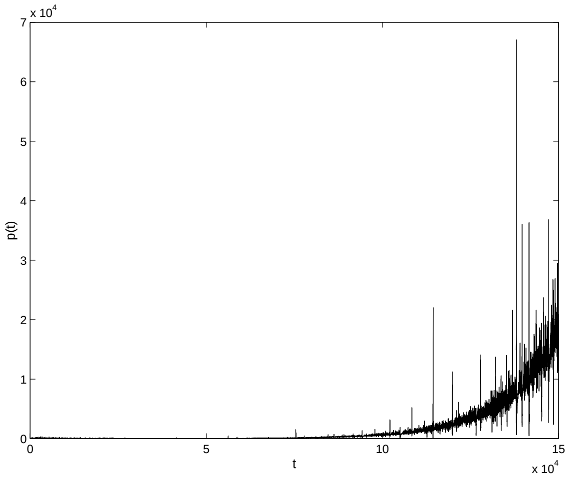
Obrázok 3.27: *Predpovedateľnosť zobrazujeme až od času* $t = 10000$.

Model s prevahou špekulantov, hráči neuvažujúci svoj vplyv na trh

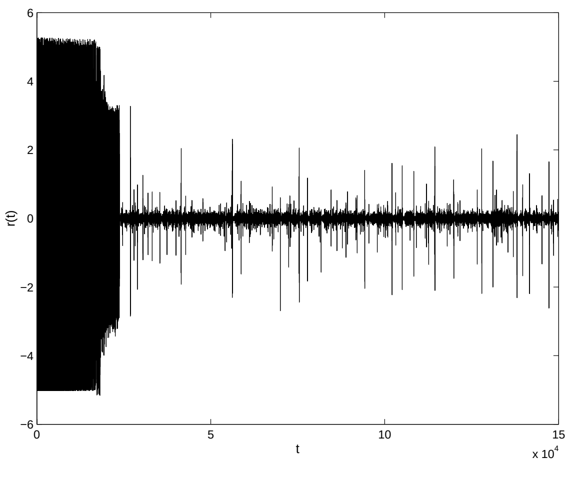
Parametre modelu: $Np = 500;\ Ns = 1000;\ \epsilon = 0.01;\ S = 3;\ M = 16;\ t = 150000.$



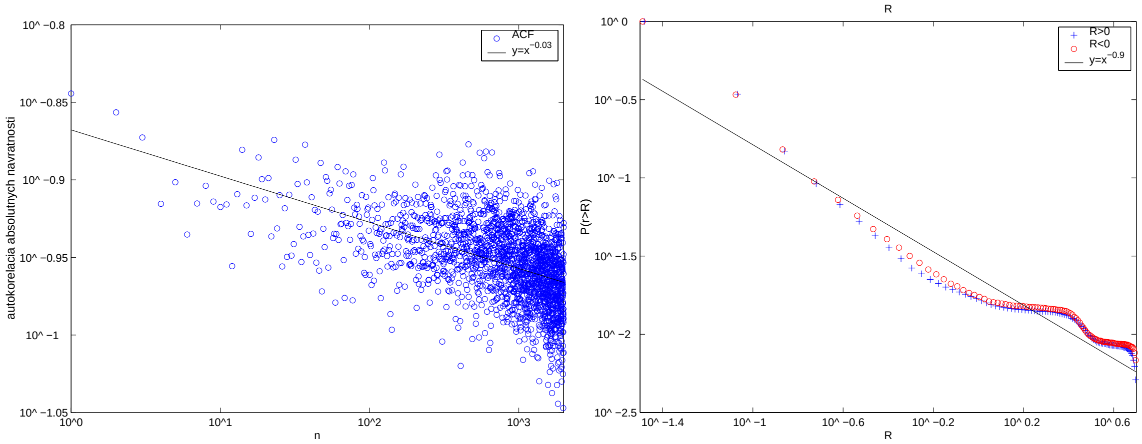
Obrázok 3.28: *počet aktívnych špekulantov v čase*



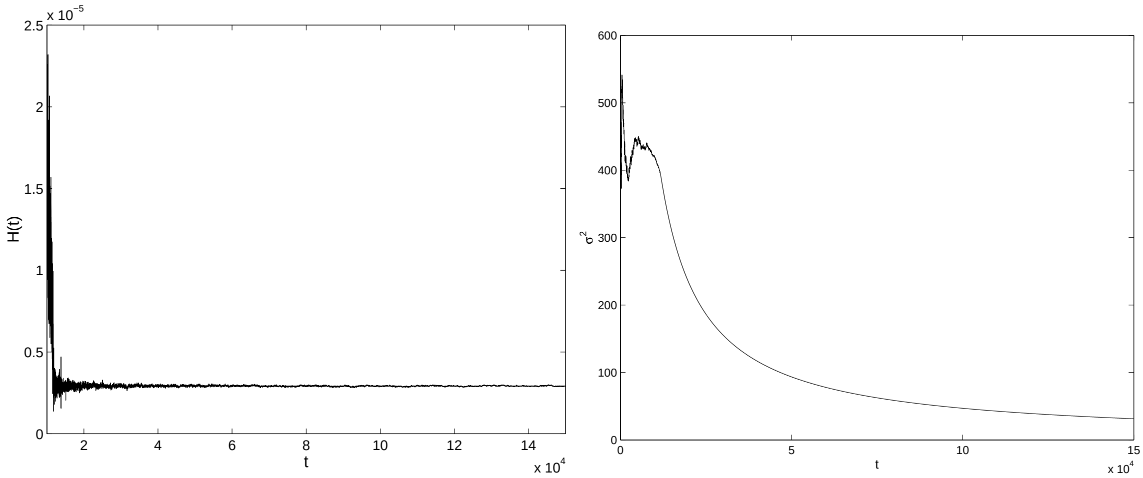
Obrázok 3.29: *vývoj ceny v čase*



Obrázok 3.30: *priebeh návratnosti v čase*



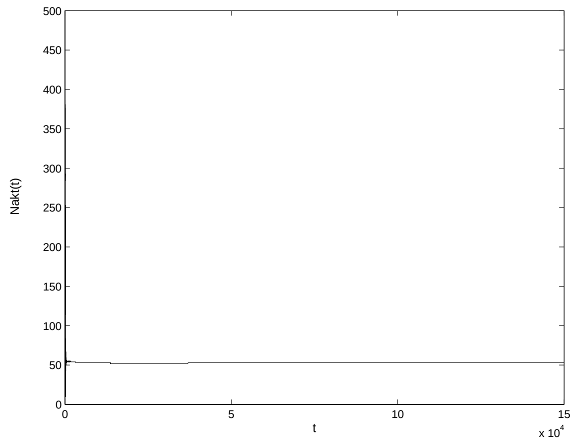
Obrázok 3.31: *Autokorelačná funkcia návratností rádu 2000, je preložená priamkou so sklonom -0,03. Kumulatívna funkcia návratností je aproximovaná hyperbolou s exponentom -0.9*



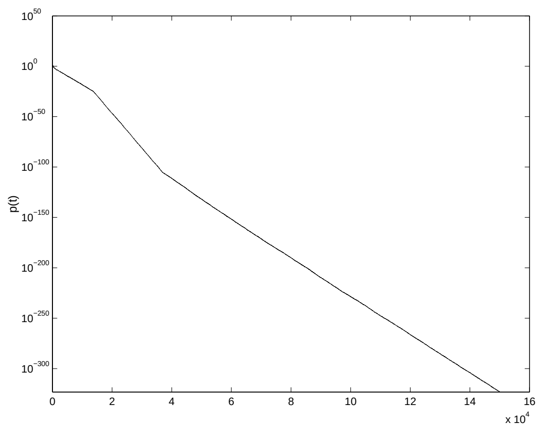
Obrázok 3.32: *Predpovedateľnosť trhu zobrazujeme od času* $t = 10000$.

Model s prevahou producentov, hráči uvažujúci svoj vplyv na trh

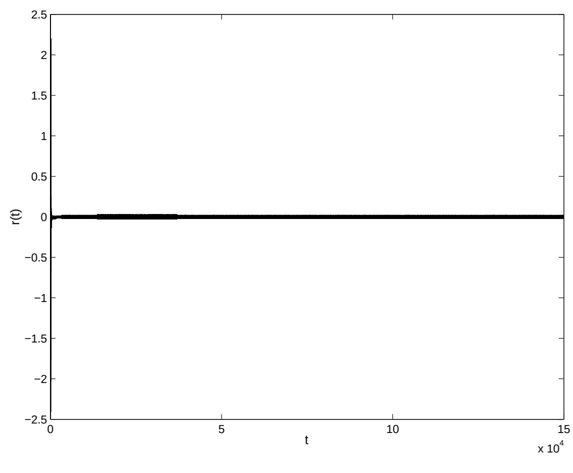
Parametre modelu: $Np = 1000$; $Ns = 500$; $\epsilon = 0.01$; $S = 3$; $M = 16$; $t = 150000$.



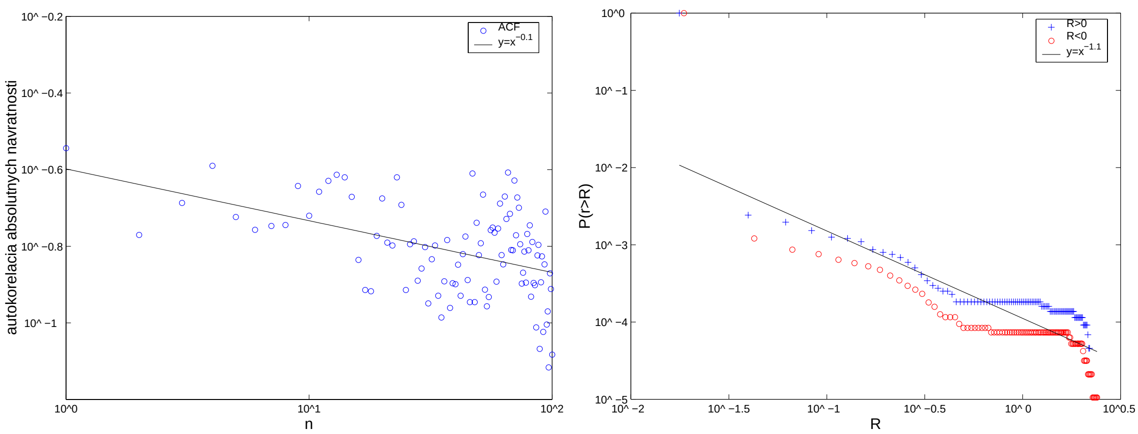
Obrázok 3.33: *počet aktívnych špekulantov v čase*



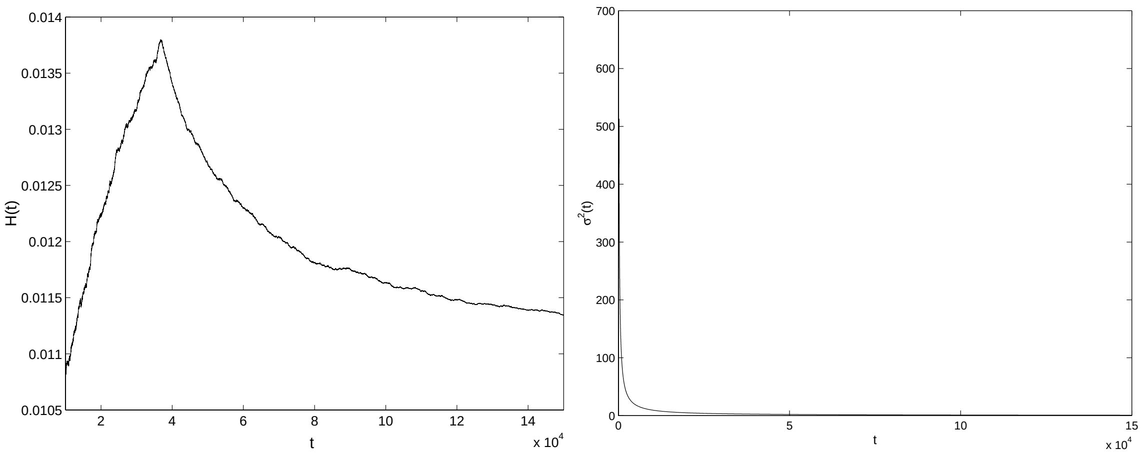
Obrázok 3.34: *vývoj ceny v logaritmickej škále*



Obrázok 3.35: *priebeh návratnosti v čase*



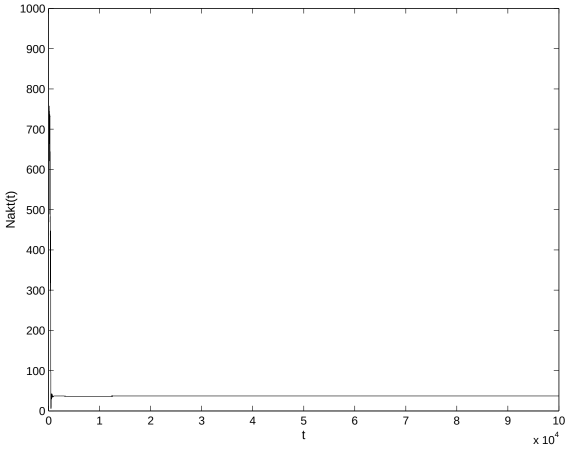
Obrázok 3.36: *Autokorelačná funkcia návratností rádu 100, je preložená priamkou so sklonom -0,1. Kumulatívna funkcia návratností je aproximovaná hyperbolou s exponentom -1.1*



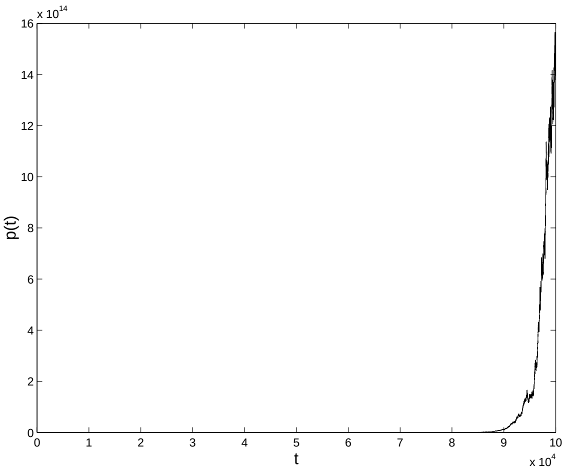
Obrázok 3.37: *Predpovedateľnosť trhu zobrazujeme od času* $t = 10000$.

Model s prevahou špekulantov, hráči uvažujúci svoj vplyv na trh

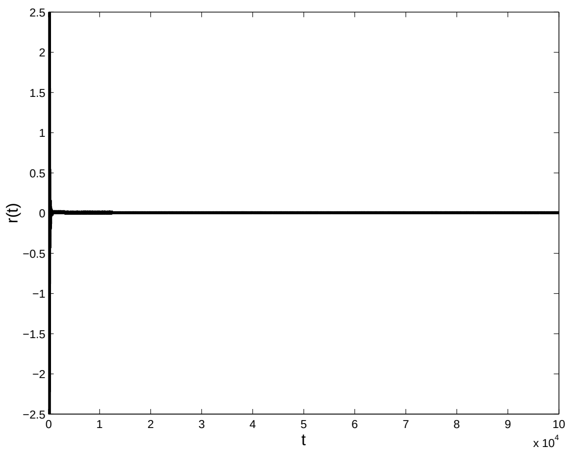
Parametre modelu: $Np = 500$; $Ns = 1000$; $\epsilon = 0.01$; $S = 3$; $M = 16$; $t = 100000$.



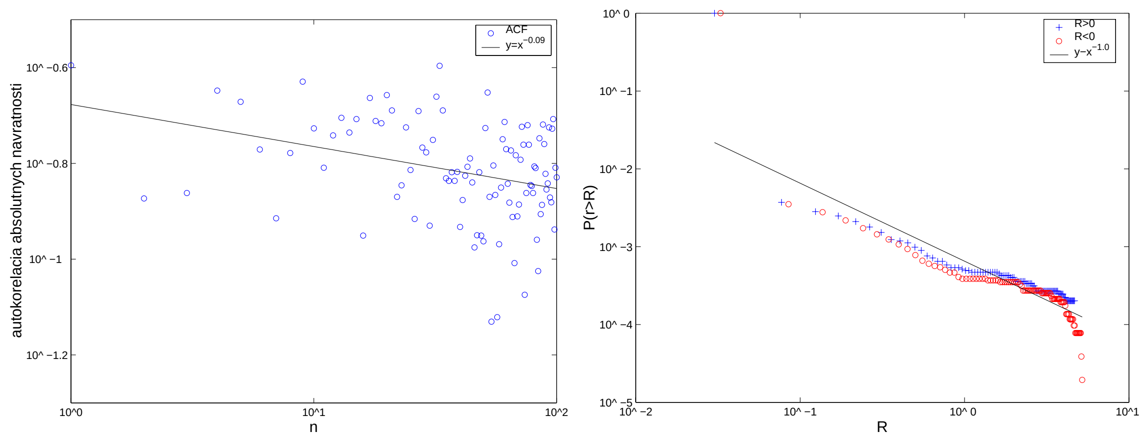
Obrázok 3.38: *počet aktívnych špekulantov v čase*



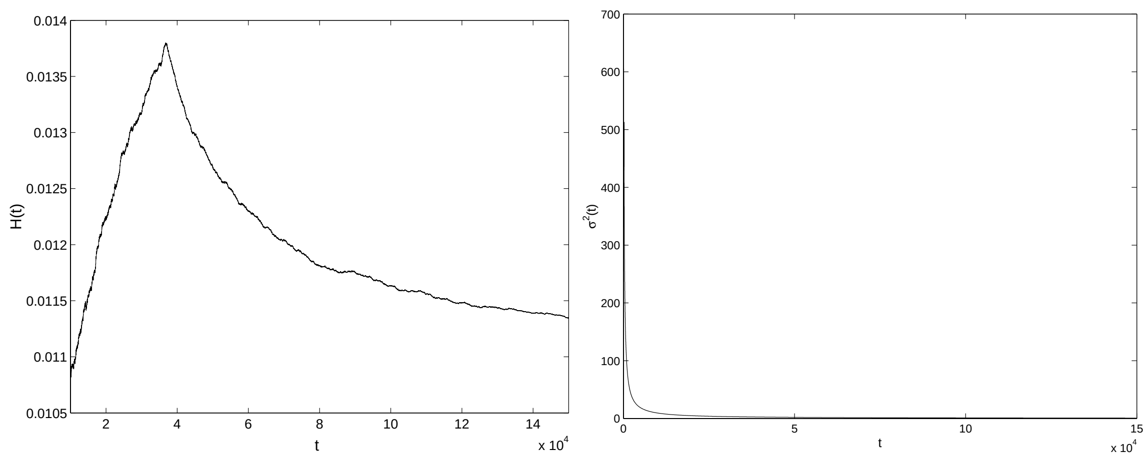
Obrázok 3.39: *vývoj ceny v logaritmickej škále*



Obrázok 3.40: *priebeh návratnosti v čase*



Obrázok 3.41: *Autokorelačná funkcia návratností rádu 100, je preložená priamkou so sklonom -0,1. Kumulatívna funkcia návratností je aproximovaná hyperbolou s exponentom -1.1*



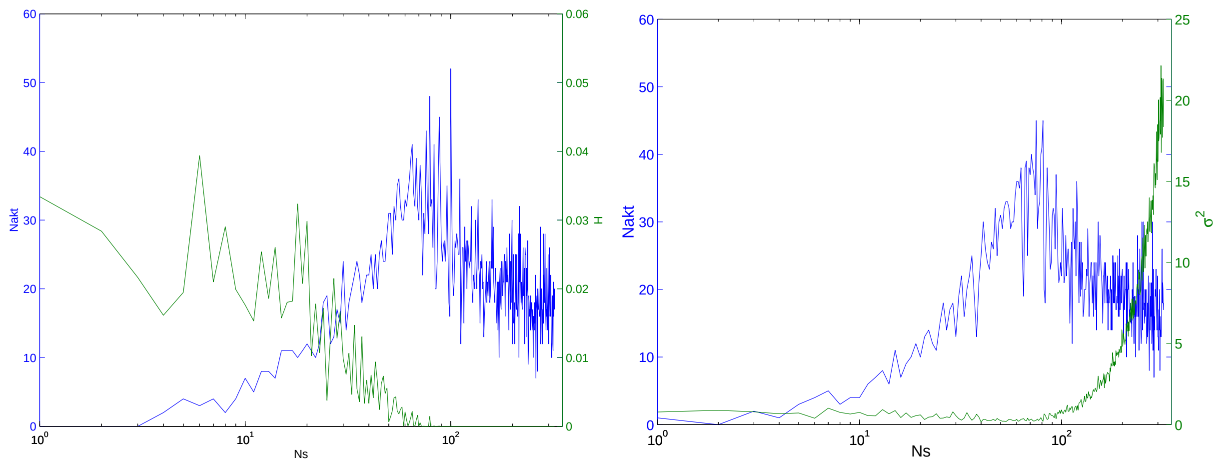
Obrázok 3.42: *Predpovedateľnosť trhu zobrazujeme od času* $t = 10000$.

3.6 Fázový prechod

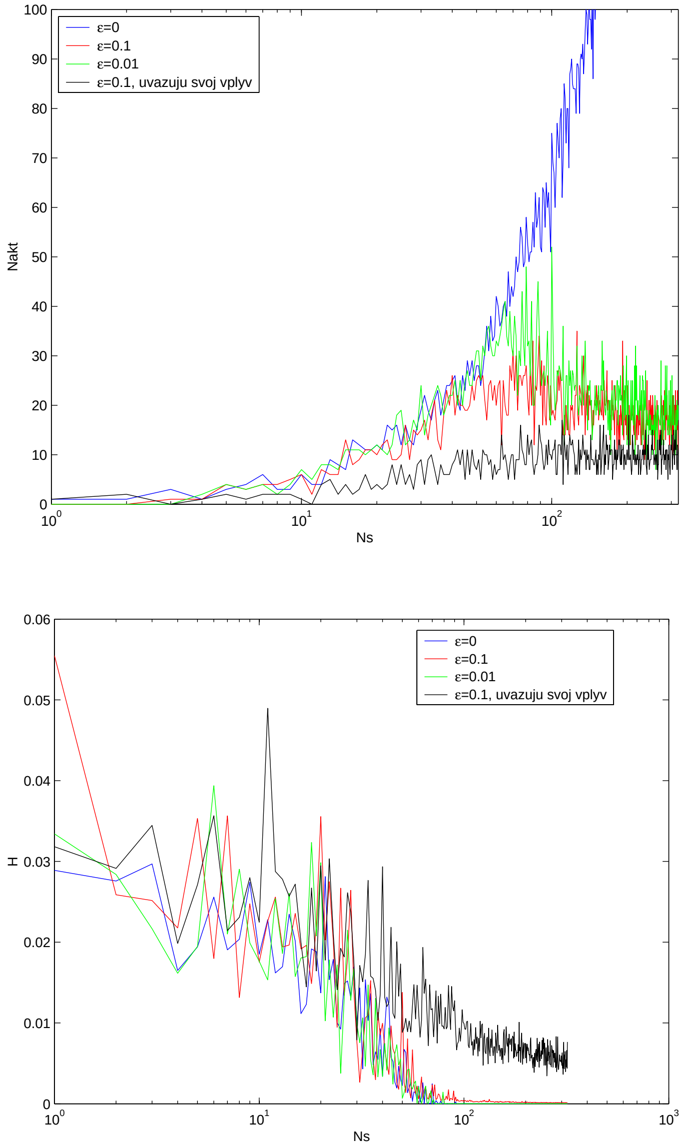
Keď je na trhu len málo špekulantov (veľké α), trh sa dá ľahko predpovedať ($H > 0$) Ako špekulantov pribúda, trh sa stáva efektívnejší, a to z dvoch dôvodov:

- pretože výplaty agentov v priemere vzrastú (σ^2 klesne),
- trh sa stáva horšie predpovedateľný (H klesne).

Fázový prechod nastáva v kritickej hodnote α_c, kde sa výstup trhu stáva nepredpovedateľný ($H = 0$). Pod touto hodnotou α_c, trh zostáva nepredpovedateľný ($H = 0$) a straty agentov σ^2 sa zvyšujú, a to tým drastickejšie, čím sú agenti reaktívnejší. Keď je na trhu len pár agentov, trh je bohatý na ziskové príležitosti. Toto môže pritiahnuť pozornosť ďalších agentov na trhu. Ako sa počet agentov zvyšuje, tieto príležitosti sú eliminované a trh sa stáva informačne efektívnym. To naznačuje, že skutočné trhy by mali operovať blízko kritického bodu α_c, ziskové obchodné príležitosti sú len ťažko detekovateľné. Tento proces, ktorý je samoorganizovaný trhom blízko kritického bodu je skôr vývojového charakteru a nastáva v dlhšej časovej škále.



Obrázok 3.43: $N_p = 32$; $\varepsilon = 0.1$; $S = 3$; $P = 32$; $N_s = 1, ...320$



Obrázok 3.44: *Fázový prechod oddeľuje informačne efektívnu fázu $\alpha < \alpha_c$ od neefektívnej fázy $\alpha > \alpha_c$. Čiernou čiarou je znázornený prípad, keď agenti uvažujú svoj vplyv na trh, vtedy tento fázový prechod nenastáva.*

Kapitola 4

Model II

4.1 Od minoritných hier k reálnym trhom.

Ukážeme, že odstránenie niektorých ďalších nerealistických čŕt modelu I vedie k modelu, ktorý je schopný reprodukovať správanie blízke reálnym trhom. Dovolíme agentom mať rozdielne váhy na trhu podľa veľkosti ich majetku, ktorý sa mení v dôsledku ich obchodovania. Dynamická premenná $c_i(t)$ modeluje kapitál každého agenta i v čase t a predpokladajme, že každý agent z neho na trhu investuje zlomok δ. Špekulanti nemajú iný zisk, iba ten, ktorý je výsledkom ich obchodovania, takže kapitál $c_i(t)$ je tým výstupom. Na druhej strane producenti majú iné zdroje a trh využívajú iba na prerozdelovanie zdrojov, vždy investujú pevné množstvo. Trh sa stáva evolučný. Stratégie, ktorým sa nevedie dobre, vedú k stratám majetku a sú vyplavované z trhu. Na druhej strane dobré stratégie vedú k nárastu kapitálu a zlepšujú tak negatívne efekty vplyvu trhu. Evolučná selekcia na trhu môže byť interpretovaná predpokladom, že agenti s $c_i(t) < w* << 1$ sú nahrádzaní novými agentmi, ktorí vstupujú na trh s novým c_i a náhodnými stratégiami.

4.2 Definícia modelu II

Počet všetkých agentov na trhu $N = N_p + N_s$, kde N_p je počet producentov a N_s je počet špekulantov.

Počet stavov sveta μ, alebo informačná rozmanitosť je P.

Zavedieme pomer počtu stavov sveta a počtu špekulantov $\alpha = P/N_s$.

V každom čase t si každý agent i volí akciu $a_i(t)$, reálne číslo, ktoré je mierou jeho súkromného dopytu.

Trhová interakcia je v každom čase t definovaná cez previs dopytu

$$A(t) = \sum_{i=1}^{N} a_i(t). \tag{II.1a}$$

Potom objem obchodov je možné definovat' ako:

$$V(t) = \sum_{i=1}^{N} |a_i(t)|. \tag{II.1b}$$

Návratnost' v čase t bude

$$r(t) = \frac{A(t)}{V(t)} \tag{II.4}$$

a výplata každého agenta i

$$g_i(t) = -a_i(t)\frac{A(t)}{V(t)}. \tag{II.2}$$

Takáto štruktúra interakcie má minoritný charakter.

Proces tvorby ceny je definovaný nasledovne:

$$ln\ p(t+1) = ln\ p(t) + r(t) = ln\ p(t) + \frac{A(t)}{V(t)}. \tag{II.3}$$

Agenti pozorujú informácie na trhu, pričom môže nastat' jeden z P stavov sveta $\mu(t)$. μ je prirodzené číslo od 1 po P, vyberané náhodne a nezávisle v každom čase t. Na základe toho ako agenti využívajú informáciu, rozlišujeme špekulantov a producentov. Ich akcie sú nasledovné:

$$a_i(t) = \sigma_i^{\mu(t)}, \tag{II.5a}$$

ak i je producent a

$$a_i(t) = w_i(t)\sigma_{i,s_i(t)}^{\mu(t)}, \tag{II.5b}$$

ak i je špekulant. Producenti sa správajú deterministicky vzhl'adom na μ. $\sigma_i^{\mu(t)}$ je náhodná funkcia μ na ± 1, vyberaná nezávisle pre každého producenta na začiatku hry. Tieto funkcie predurčujú ich stratégie . Ked'že producenti neoptimalizujú svoje správanie, majú len jednu stratégiu. A ich investície sú stále konštantné. Špekulanti môžu optimalizovat' správanie dynamicky, majú S aktívnych stratégií, označených $s = 1, ...S$ a vyberajú si tú, ktorá je lepšia. $\sigma_{i,s}^{\mu}$ sú vyberané náhodne a nezávisle pre každého agenta i a stratégiu s na začiatku hry. Množstvo, ktoré špekulant i investuje na trhu je označené ako w_i. V priebehu hry špekulanti optimalizujú svoje konanie, preto si vedú záznamy o úspešnosti ich stratégií. Prideľujú im virtuálne skóre, ktoré je definované nasledovne:

$$U_{i,s}(t+1) = U_{i,s}(t) - \sigma^{\mu_(t)} i, sA(t), \qquad \text{ak } s > 0 \tag{II.6a}$$

a

$$U_{i,s}(t+1) = U_{i,s}(t) + \varepsilon, \qquad \text{ak } s = 0. \tag{II.6b}$$

Teda povoľujeme agentom používať nulovú stratégiu, ak nevidia možnosť zisku. MG s dynamickým kapitálom: Na reálnych trhoch nie sú váhy agentov pevné množstvá, a to aj preto, lebo ich kapitál sa mení v čase. Špekulanti, ktorým sa nedarí skrachujú a viac sa nezúčastňujú na obchodovaní. Náš model by mal odrážať aj tento fakt. Každý špekulant i má v čase t k dispozícií kapitál $c_i(t)$ a investuje z neho zlomok δ. Nech $w_i(t) = \delta c_i(t)$, potom sa kapitál špekulanta vyvíja v čase nasledovne:

$$c_i(t+1) = c_i(t) + g_i(t) = c_i(t) - a_i(t)r(t) = c_i(t)[1 - \delta\sigma^{\mu(t)}_{i,s_i(t)} r(t)]. \tag{II.7}$$

Ak agent i prehrá ($g_i(t) < 0$), jeho kapitál sa zníži a naopak. Bez producentov by bol zisk špekulantov vždy záporný a ich celkový majetok (kapitál) by sa znížil a blížil by sa k 0. Za prítomnosti producentov, celkový kapitál špekulantov sa upraví tak, že $\langle g_i \rangle = 0$. Špekulanti, ktorých kapitál sa zníži pod určitú hodnotu, $c_i(t) < c_{min} << 1$, odchádzajú z trhu zruinovaní a sú nahrádzaní novými agentmi, ktorí vstupujú na trh s novým c_i a náhodnými stratégiami. V našom modeli budeme rozlišovať dva prípady, keď budú "zlí" špekulanti nahrádzaní novými a prípad, keď sa neúspešní hráči stávajú neaktívni, keďže už nemajú kapitál na investovanie.

Ďalej zavádzame dva ukazovatele:

$$\sigma^2 = \overline{\langle A^2 \rangle} = \frac{1}{P}\sum_{\mu=1}^{P} \langle A^2 \mid \mu \rangle, \tag{II.8}$$

ktorý hovorí o celkovej strate agentov $\sum_i \langle g_i \rangle = -\sigma^2/V$

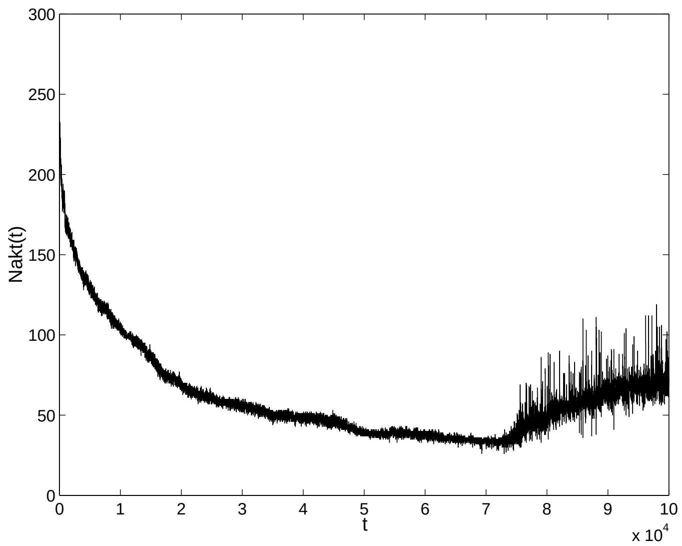
$$\text{a} \qquad H = \overline{\langle A \rangle}^2 = \frac{1}{P}\sum_{\mu=1}^{P} \langle A \mid \mu \rangle^2, \tag{II.9}$$

ktorý je mierou predpovedateľnosti výstupu trhu $A(t)$. Kde čiara nad vzorcom označuje priemer cez μ a priemer v čase za podmienky $\mu(t) = \mu$ je označený $\langle \cdot \mid \mu \rangle$.

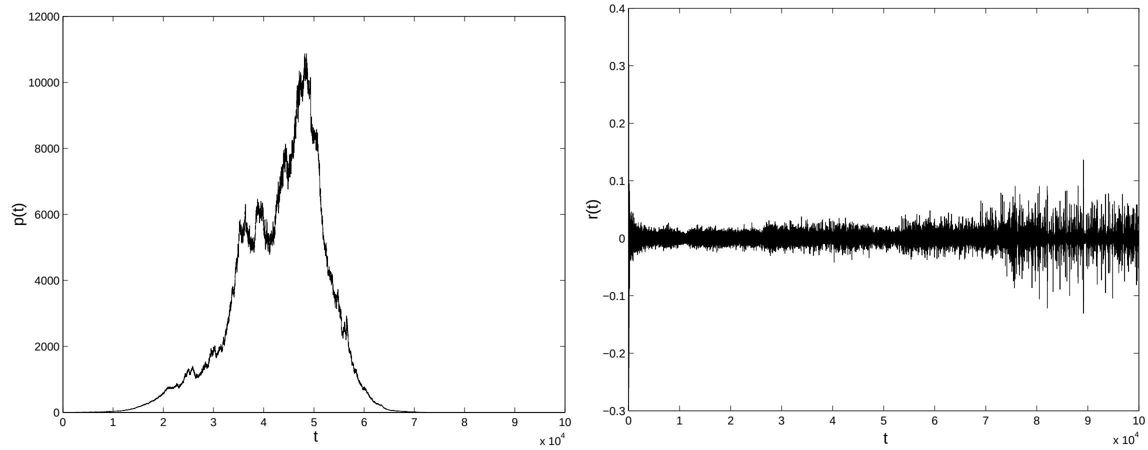
4.2.1 Model bez pridávania nových hráčov

Uvažujme prípad, že každému špekulantovi bol na začiatku hry náhodne pridelený majetok, generovaný z exponenciálneho rozdelenia. Majetok sa počas ich obchodovania mení a tí hráči, ktorých majetok klesne na nulu sa stávajú neaktívnymi. Taktiež hráči, ktorým "hrozí" strata majetku, t.j.ich obchodným stratégiam sa nedarí, majú možnosť používať nulovú stratégiu, kým sa skóre ich stratégií nezvýši. Títo hráči môžu byť neaktívni iba dočasne, zatiaľčo tí ktorí prišli o majetok, už nemajú možnosť vrátiť sa do hry. Budeme sledovať kolektívne správanie sa hráčov, hoci ani skúmanie vývoja majetku by nebolo nezaujímavé.

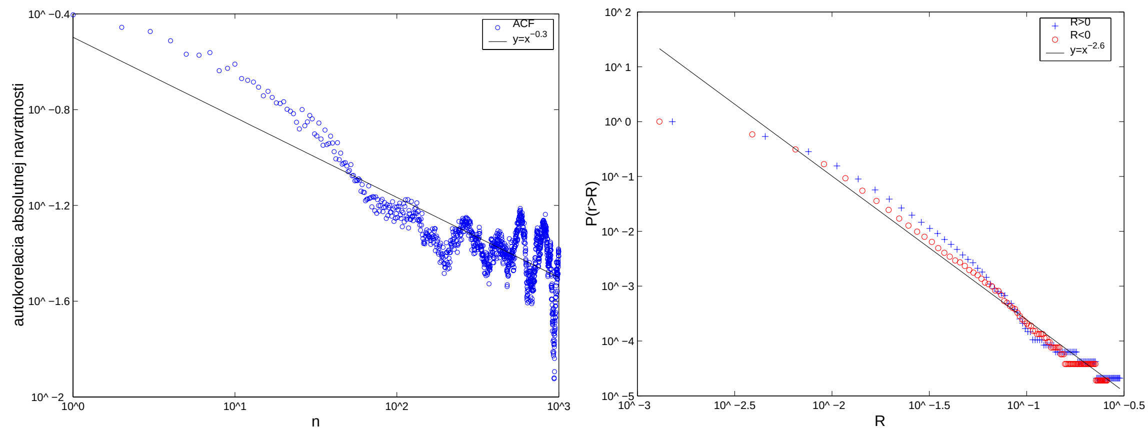
Parametre modela sú: $N_s = 300$; $S = 3$; $P = 16$; $N_p = 32$; $\varepsilon = 0.01$; $\delta = 0.1$; $t = 100000$



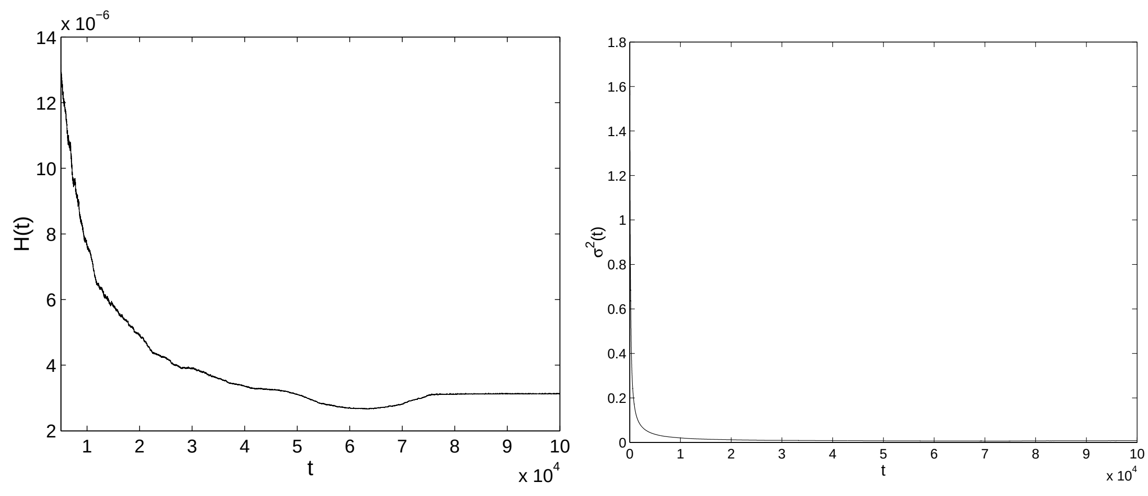
Obrázok 4.1: *počet aktívnych hráčov v čase*



Obrázok 4.2: *vývoj ceny a návratnosti v čase*



Obrázok 4.3: *Autokorelačná funkcia návratností rádu 1000, je preložená priamkou so sklonom -0,3. Kumulatívna funkcia návratností je aproximovaná hyperbolou s exponentom -2.6*

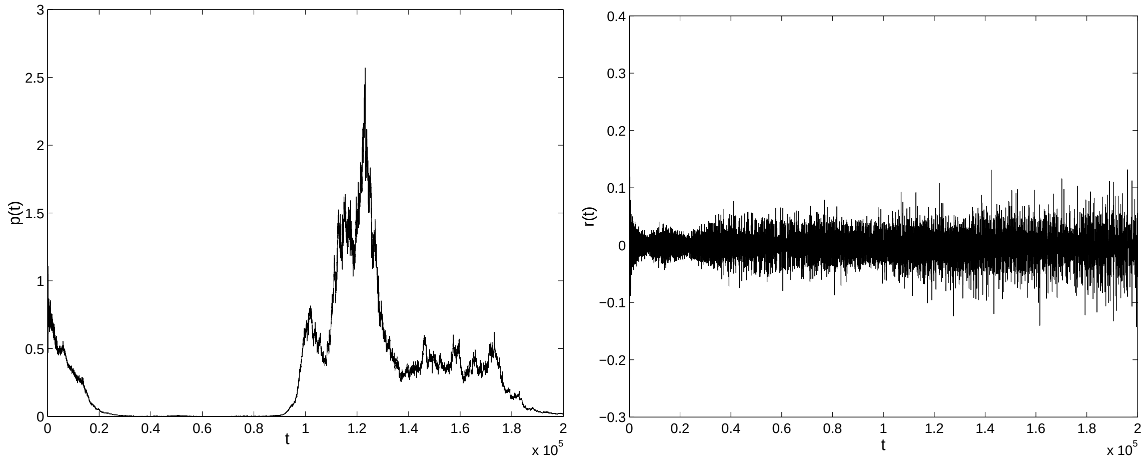


Obrázok 4.4: *Predpovedateľnosť trhu zobrazujeme od času* $t = 5000$

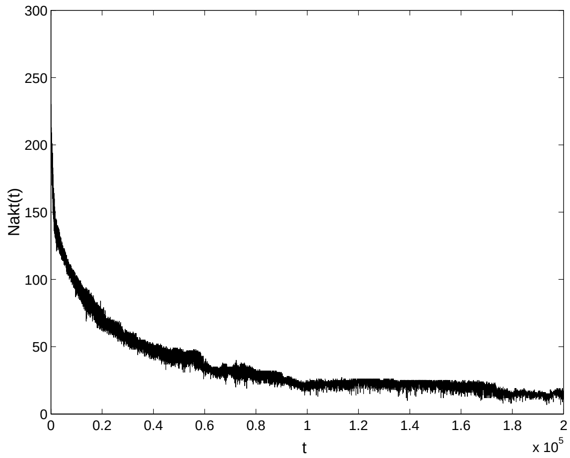
4.2.2 Model s pribúdajúcimi novými hráčmi

Predchádzajúci model pozmeníme nasledovne: Tí agenti, ktorých majetok klesne pod hodnotu c_{min}, sú nahrádzaní novými hráčmi s novým majetkom a novými stratégiami.

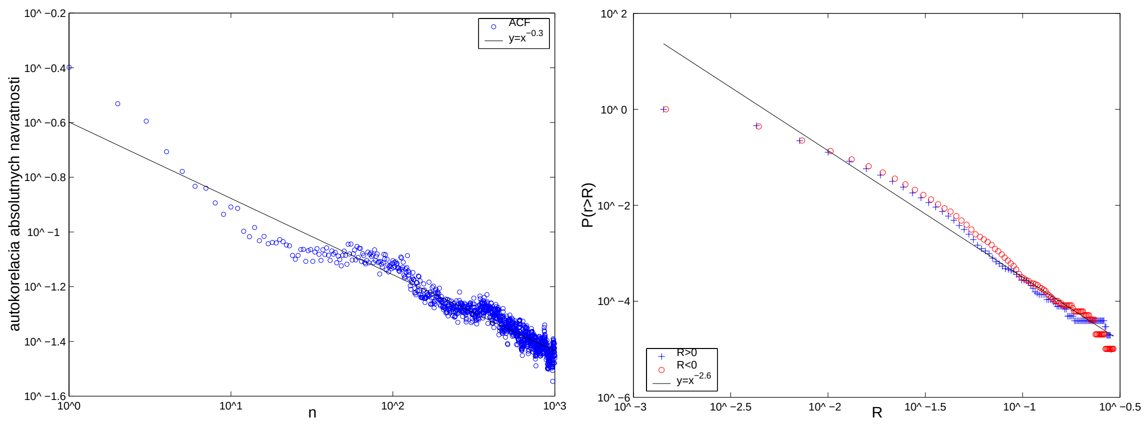
Parametre modela sú: $N_s = 300$; $S = 3$; $P = 16$; $N_p = 32$; $\varepsilon = 0.01$; $\delta = 0.1$; $c_{min} = 0.5$; $t = 200000$



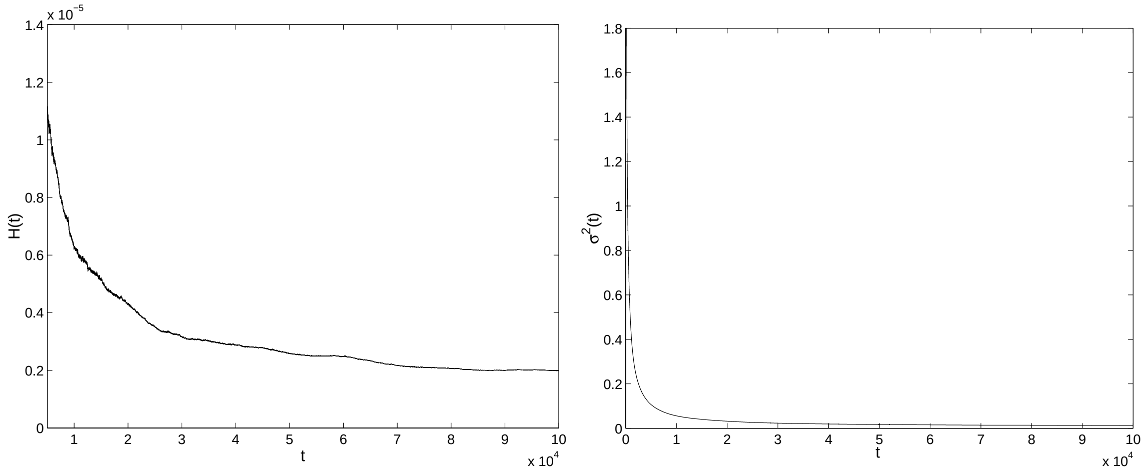
Obrázok 4.5: *vývoj ceny a návratnosti v čase*



Obrázok 4.6: *Počet aktívnych hráčov sa pohybuje na nižšej úrovni ako v predchádzajúcom modeli.*



Obrázok 4.7: *Autokorelačná funkcia návratností rádu 1000, je preložená priamkou so sklonom -0,3. Kumulatívna funkcia návratností je aproximovaná hyperbolou s exponentom -2,6. Oboje vyšlo rovnako ako v predchádzajúcom modeli.*



Obrázok 4.8: *Predpovedateľnosť trhu zobrazujeme od času* $t = 5000$ *až* $t = 100000$*, aby sme mohli lepšie porovnať s predchádzajúcim modelom.*

Kapitola 5

Záver

Minoritná hra nie je len hračkárskym modelom, ale celkom dobrým začiatkom v modelovaní trhov. Postupným odstraňovaním nerealistických čŕt sa zachovávajú štylizované fakty minoritnej hry ako sú zhlukovanie vysokej návratnosti, tučné chvosty v rozdelení návratnosti, mocninové rozdelenie autokorelačnej funkcie absolútnych návratnosti. Tieto vlastnosti však miznú v prípade, že agenti si uvedomujú svoj vplyv na vývoj trhu. Bolo by zaujímavé ďalej skúmať načrtnutý model II, zistiť ako sa správa pri zmene parametrov a nájsť fázový prechod a kritický bod. Zaujímavé je aj pozorovanie interakcie medzi rozličnými typmi agentov, ich kolektívne správanie a efektivita trhu.

Informácia, cenový mechanizmus a správanie agentov definované v minoritnej hre sa môže líšiť od reálnych trhov. Kolektívne správanie agentov je značne nezávislé na mikroskopických detailoch. Z tohto pohľadu sa dá očakávať, že minoritná hra má čo povedať o skutočných trhoch. Napríklad fázový prechod od symetrického (nepredpovedateľný) k asymetrickému (predpovedateľný) trhu je silnou črtou minoritnej hry. Predpokladáme, že podobný prechod môže existovať aj v skutočných trhoch a bolo by možné odhadovať vzdialenosť od kritického bodu. Ďalšie by mohli byť pokusy kalibrovať minoritnú hru, tak aby reprodukovala štatistické vlastnosti dané trhom.

Všetky simulácie som programovala v matlabe. Výsledný program bol značne časovo náročný najmä kôli veľkým niekoľko rozmerným maticiam, ku ktorým bolo nutné pristupovať a pracovať s nimi v každom časovom kroku t. Bolo potrebné zdrojový kód zjednodušiť a odstrániť cykly, ktoré zaberali veľkú časť času.

Literatúra

[1] Minority Game's web page on
`http://www.unifr.ch/econophysics`

[2] W. Brian Arthur – "*Inductive Reasoning and Bounded Rationality*", American Economic Review (Papers and Proceedings), 84, 406-411,1994.
`http://www.santafe.edu/arthur/El_Farol.html`

[3] D. Challet, A. Chessa, M. Marsili, Y.-C Zhang –"*From Minority Games to real markets*", preprint arXiv:cond-mat/0011042

[4] Damien Challet, Matteo Marsili, Yi-Cheng Zhang – "*Minority Games and stylized facts*", arXiv:cond-mat/0103024 v2

[5] Damien Challet, Matteo Marsili, Yi-Cheng Zhang – "*Stylized facts of financial markets and market crashes in Minority Games*",arXiv:cond-mat/0101236 v1