FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY
UNIVERZITY KOMENSKÉHO
V BRATISLAVE

DIPLOMOVÁ PRÁCA

Roman Žabka

Bratislava, 2003

Value at Risk
(Miera Rizika)

Dipl. vedúci
p. Michal Filip

Diplomant
Roman Žabka

Pod'akovanie

Ďakujem vedúcemu diplomovej práce Michalovi Filipovi a taktiež konzultantke Kataríne Šefčíkovej za cenné rady a pripomienky pri vedení mojej diplomovej práce. A samozrejme všetkým, ktorí odpovedali na moje otázky a diskutovali so mnou.

Čestné prehlásenie

Na tomto mieste čestne prehlasujem, že diplomovú prácu som vypracoval samostatne, len s pomocou konzultácií a uvedenej literatúry.

V Bratislave 30. marca 2003 ....

Obsah

1 Úvod **3**

2 VaR **5**
2.1 Relatívna VaR 6
2.2 Hraničná VaR 7
2.3 Prírastková VaR 8

3 Parametre rizika **9**
3.1 Stupeň spoľahlivosti 9
3.2 Časový horizont 9
3.3 Základná mena 9
3.4 Miera stupňa spoľahlivosti 10
3.5 Časová miera volatility 10

4 Rizikové faktory **12**

5 Zložky trhového rizika **14**
5.1 Diverzifikácia rizika 15

6 Modely založené na distribučných predpokladoch **16**
6.1 Viacrozmerný normálny model výnosov 16
6.2 Monte Carlo simulácia 19
6.3 Parametrická metóda 21

7 Modely založené na empirických predpokladoch **24**
7.1 Historická simulácia 25

8 Štatistika-Reporty **28**
8.1 Metódy merania 28
8.2 Porovnanie metód 29
8.2.1 Parametrická metóda 29
8.2.2 Historická metóda 29
8.2.3 Metóda Monte Carlo 30
8.3 Obmedzenia VaR 31
8.4 Stres testy 32
8.5 Dôležitosť transparentnosti 32

8.6 Použitie metód simulácie 32
8.7 Použitie parametrickej metódy 35

9 Záver **36**

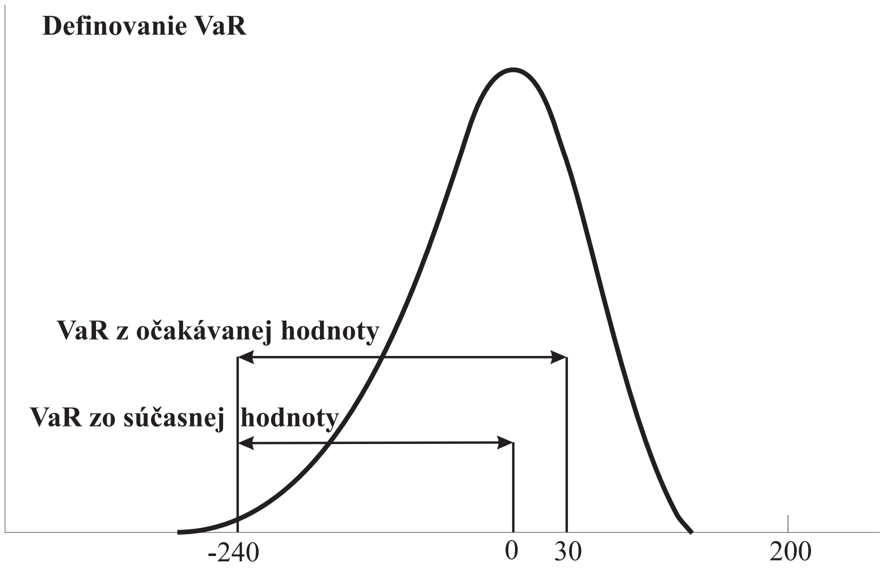
Kapitola 1

Úvod

Value at risk, čiže miera rizika sa stala v posledných rokoch veľmi využívaným aparátom na odhadovanie rizika finančných nástrojov. Priekopníkom alebo aj kolískou tejto metódy sú prevažne Spojené štáty americké, konkrétne americké banky začiatkom osemdesiatych rokov. Ako dôsledok rozmachu trhu finančných derivátov, už bolo v podstate len časom, kedy takýto nástroj na meranie rizika vznikne. Takisto ako sú aj opcie akcií zaistením na čo najmenšie straty, tak sa reporty VaR pre určitú oblasť snažia o čo najlepšie vyváženie, zaistenie portfólia. Banky vyvinuli všeobecné meranie ekonomickej straty, ktorá by sa mohla rovnať riziku finančných nástrojov a celkovému riziku na základnom portfóliu.

VaR je všeobecne chápaná ako vhodná a cenná metóda merania celkového rizika, ktorá sa používa pre interný rizikový manažment, práve tak, ako vyhovuje regulačným požiadavkám. V nasledujúcej kapitole si definujeme VaR a vysvetlíme jej počítanie používané v troch rôznych metódach: uzavreté Parametrické riešenie, Monte Carlo simulácia a Historická simulácia. Hoci, keď chceme získať kompletný obraz rizika, zaviesť merania rizika v procese rozhodovania, potrebujeme používať prídavný štatistický aparát, ktorý by odrážal vzájomnú interakciu rôznych častí (umiestnenia, oddelenia, obchodné jednotky), ktoré vedú k totálnemu riziku portfólia takisto ako potencionálne zmeny rizika vzhľadom na zmeny v kompozícii portfólia. Hraničná a prírastková VaR sú príbuzné rizikové miery, ktoré môžu vrhnúť svetlo na interakciu medzi rôznymi zložkami portfólia. Taktiež si ukážeme nedostatky VaR.

Value-at-Risk je jednou z najviac dôležitých a všeobecne používaných štatistík, ktorá meria potencionálne riziko ekonomických strát. S VaR, finančné inštitúcie môžu získať odpoveď pre pravdepodobnosť, ktorej strata je väčšia ako určité množstvo, ktoré by sa realizovalo. V jednoduchosti, Var odpovedá na otázku: Aké je minimálne množstvo, ktoré môžem očakávať ako stratu s určitou pravdepodobnosťou cez nejaký časový horizont ? Napríklad, Var nám môže povedať, že v jednom z 20 dní môžem očakávať stratu prinajmenej vo veľkosti 2% nášho portfólia. V matematických pojmoch, VaR korešponduje percentuálnej časti rozdelenia portfólia P&L(Zisk a Strata), a teda môže byť vyjadrená buď ako potencionálna strata zo súčasnej hodnoty portfólia alebo ako strata z očakávanej hodnoty k danému horizontu.



Obrázok 1.1: ***Definovanie VaR***

Definovanie VaR

Očakávané P&L je 30 USD a prvé percento je -240 USD. Takže, môžeme vyjadriť 99% VaR ako stratu zo súčasnej hodnoty (VaR je 240 USD) alebo ako stratu z očakávanej hodnoty (VaR je 270 USD). Rozhodnutie prispôsobiť výpočet VaR na súčasnú hodnotu alebo očakávanú znamená arbitráž, a pre tieto dôvody my v tomto dokumente budeme definovať VaR ako rozdiel medzi odpovedajúcou percentuálnou časťou P&L rozdelenia a súčasnou cenou portfólia. Odhady VaR budú všeobecne rozdielne v závislosti, či použijeme Parametrickú metódu, Monte Carlo alebo Historickú simuláciu. Avšak ako vysvetlíme neskôr metódy na počítanie rizika pre Monte Carlo a Historickú simuláciu sú identické, akonáhle sú scénare už vygenerované. V tomto zmysle sú simulačné metódy rovnaké, len rozdiely sú postavené na iných predpokladoch použitých pri generovaní vývoja.

Kapitola 2

VaR

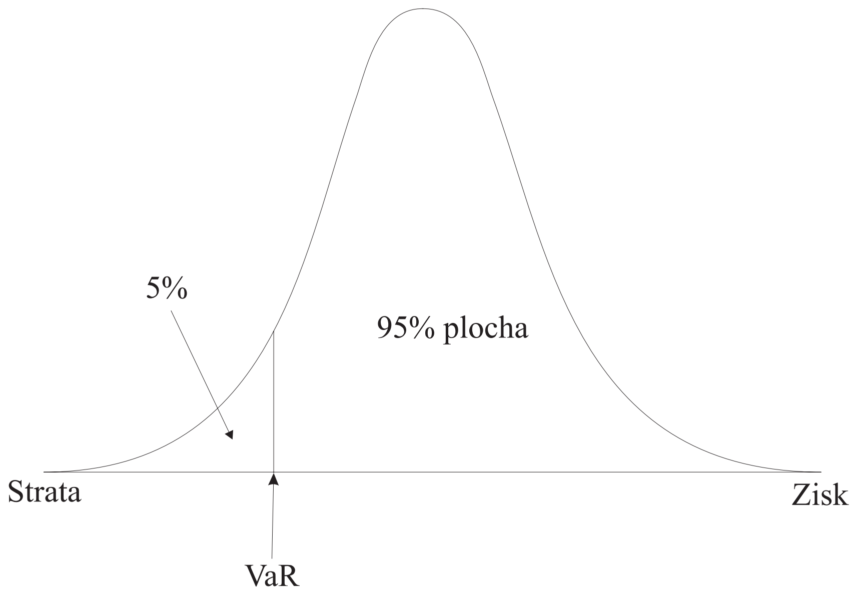
VaR je definovaná ako predpovedaná najhoršie možná strata pri určitej miere spoľahli vosti(napr.,95%) počas nejakej doby (napr., mesiac). Je to predpokladaná strata vzniknutá v dôsledku nepriaznivých pohybov trhu. Podstatnú časť analytického aparátu využívaná v tejto oblasti je štatistika. Štatistické modely merania rizika ako je VaR, poskytujú objektívne, nezávislé ohodnotenie veľkosti rizika. Historická simulácia dovoluje konzistentné a porovnateľné meranie rizika cez jednotlivé nástroje a portfoliá, bez ohľadu na stupeň celku. Historická simulácia taktiež robí ľahkým skúmať VaR pre ľubovolnú časť celkového portfólia alebo prispenie rizika určitej sekcie portfólia k celkovému riziku. VaR počty sú vytvorené pre všetky hmotne obchodovateľné portfólia a trhové portfólia managementu aktív/pasív. Výsledky sú spracované v rozličných pohľadoch na trhovú jednotku a celok.

Budúce výnosy a hotovosť nie sú ovplyvnené len neistotou v obchode spoločnosti ako takých, ale aj v trhovom riziku. Trhové riziko može rásť v dôsledku niekoľkých faktorov ako je vystavenie zahraničnému kurzu, úrokovej miery, plánom búrz, dôchodkovému zabezpečeniu, cenovo citlivým komoditám.

VaR je vlastne definovaná ako najhoršie-možná strata pri špecifikovanom stupni spoľahlivosti počas určitej periódy. Konkrétne, ako peňažná strata jeden milión pri predpokladanej 95% spoľahlivosti a dennom horizonte alebo ako percentuálna hodnota rizika z portfólia. Viď obrázok.

Var možeme definovať na rôznom časovom horizonte, vo všeobecnosti 1 deň alebo mesiac. Stupeň spoľahlivosti, známa už aj zo štatistickej teórie, sa zvyčajne používa v intervale 90 až 99 percent. Var býva udávaná aj ako percentuálna hodnota portfólia v absolútnej mene (napr. SKK, USD).

V praxi rozlišujeme štyri druhy počítania hodnoty rizika. Var, Relatívna VaR, Marginálna, Incrementálna Var (hodnota rizika).



Obrázok 2.1: ***Value at Risk***

2.1 Relatívna VaR

Relatívna VaR je vlastne percentuálne ohodnotenie vzhľadom na určitý predefinovaný trhový ukazovateľ napr. S&P 500 index. Toto samotné už vyplýva z podstaty trhu, kde množstvo investičných príležitostí a ich výkonnosť je porovnávaná s určitým ukazovateľom (benchmarkom).

Predpokladajúc 99% stupeň spoľahlivosti, 1 mesačnú relatívnu Var v hodnote 8 miliónov znamená vo všeobecnosti, že iba 1 mesiac zo 100 by ste mali očakávať znehodnotenie nášho ukazovateľa o 8 miliónov kvôli nepriaznivým zmenám na trhu.

Portfólio	**VaR%**	**Benchmark**	**Relatívna VaR%**
Americký kapitál	10	S&P Index	3
Globálny kapitál	11	MS EAFE Index	1
Globálny príjem	5	JPM GBI Index	4
Celkové portfólio	8	Globálny Index	3

Tabuľka 2.1: ***Porovnanie VaR a Relatívnej VaR***

Napríklad, pre portfólio amerického kapitálu, najhoršie možná strata pri 99% stupni spoľahlivosti je rovná 10% aktuálnej trhovej hodnote portfólia (t.j., 1% pravdepodobnosť straty prevyšujúcej 10% z trhovej hodnoty), zatiaľ čo najhoršie možné znehodnotenie, vzťahujúce sa na S&P ukazovateľ portfólia, je iba 3% (t.j., 1% pravdepodobnosť znehodnotenia ukazovateľa troma percentami a viac).

Toto porovnanie odhaľuje dôležité rozdiely medzi VaR a relatívnou VaR. Globálny kapitál má najvyšiu vlastnú VaR 11%, ale uvažujúc jeho ukazovateľ, najmenšiu relatívnu VaR, iba 1%. Na druhej strane, portfóliio globálneho príjmu má najmenšiu vlastnú VaR 5%, ale najväčšiu relatívnu VaR 4%.

2.2 Hraničná VaR

Ukazuje, ktorá kategória je najväčším prispievateľom rizika nášho portfólia. Špeciálne, hraničná VaR meria, ako by sa zmenila hodnota portfólia ak by sme určitý celok investícií v portfóliu odstránili úplne (t.j., VaR s investíciou mínus VaR bez investície).

Hraničná VaR pre konkrétny nástroj=VaR celkového portfólia − VaR portfólia bez tohto nástroja.

Podľa definície, hraničná bude závisieť na korelácii jednej časti portfólia so zvyškom. Napríklad použitím parametrického prístupu, môžme počítať hraničnú VaR nástroja p vo vzťahu k portfóliu P ako

$$\begin{aligned} Var(P) - VaR(P-p) &= \sqrt{VaR^2(P-p) + VaR^2(p) + 2\rho VaR(P-p)VaR(p)} \\ &\quad - VaR(P-p) \\ &= VaR(p)\frac{1}{\xi}(\sqrt{\xi^2 + 2\rho\xi + 1} - 1), \end{aligned} \tag{2.1}$$

kde ρ je korelácia medzi nástrojom p a zvyškom portfólia $P - p$, a

$$\xi = VaR(p)/VaR(P-p) \tag{2.2}$$

je pomer VaR nástroja p a VaR zvyšku portfólia. Poznamenajme, že hraničná VaR je rastúcou funkciou korelácie medzi konkrétnym nástrojom a portfóliom. hraničná VaR bude kladná ak $\rho \geq 0$ a negatívna ak $\rho < 0$. Navyše, ak VaR nástroja bude o dosť menšia ako VaR portfólia , potom hraničná VaR je približne rovná VaR nástroja krát ρ. Teda:

$$\text{Hraničná } VaR \rightarrow VaR(p)\rho \text{ ak } \xi \rightarrow 0. \tag{2.3}$$

Uvedomme si, že VaR môže byť počítaná pre absolútnu VaR ako aj pre relatívnu VaR. Čiže pomáha ukázať, ktorú kategóriu môžme úplne eliminovať čím najefektívnejšie redukovať riziko.

Aby sme získali nejakú predstavu a Hraničnej VaR, vyšetríme tri extrémne prípady.

- ak $\rho = 1$, potom nástroj sa správa presne ako portfólio a teda jeho prispenie do celkového rizika je rovnaké ako vlastnej VaR (VaR(p)).

- ak $\rho = -1$, nástroj sa správa presne opačne ako portfólio, teda klesá riziko portfólia množstvom rovným jeho vlastnej VaR.

- Ak konkrétny nástroj a portfólio sú nekorelované ($\rho = 0$), potom prispenie k celkovému riziku týmto nástrojom je vždy kladné a rovné $VaR(\sqrt{1+\xi^2}-1)/\xi$. Z rovnice (2.1) vyplýva, že ak pridáme malé množstvo nekorelovaného nástroja do portfólia, tak zvýšenie rizika bude zanedbateľné.

Umiestnenie	**Trhová hodnota**	**VaR**	**Hraničná VaR**
Yahoo!	\$25	\$0.9	\$0.5
10-ročné US pôžičky	\$95	\$0.8	\$0.6

Tabuľka 2.2: ***Porovnanie VaR a Hraničnej VaR***

2.3 Prírastková VaR

Prírastková je blízko príbuzná k relatívnej VaR. Prírastková VaR meria vplyv malých zmien objemu určitej kategórie portfólia. Napríklad, môžme odhadovať prírastkovú VaR, buď zvýšením množstva derivátov v objeme 1 koruny a merať zmenu v diverzifikovanom portóliu alebo znásobením objemu tejto zmeny. Suma všetkých prírastkových VaR dáva dokopy celkovú VaR diverzifikovaného portfólia (obrázok 2.2). Teda, prírastková Var sa môže vyčísliť ako percentuálne prispenie rizika.

Čiže sa taktiež zaujímame o potencionálny efekt pri kúpe alebo predaji relatívne malého množstva nástroja a zmeny vzhľadom na celkové riziko. Napríklad v procese rebalancovania portfólia, často chceme zmenšiť veľkosť rizika likvidovaním malého objemu určitého nástroja.

Prírastková VaR nám ukazuje identifikáciu najlepšieho kandidáta pre čiastočnú elimináciu, tzv. zaistenie (hedging) portfólia. Prírastková VaR (IVaR) je štatistika, ktorá poskytuje informáciu čo sa týka citlivosti VaR k zmenám vlastníctiev portfólia.

Report rozdelenie rizika	**Súčasná hodnota**	**VaR**	**Hraničná VaR**	**Prírastková VaR**	**Rozdelenie Rizika**
U.S.	71 774 216	574 194	222 075	378 341	**25%**
Latinská Amerika	10 258 887	512 944	220 114	369 626	**25%**
Európa	64 600 480	581 404	204 358	343 237	**23%**
Ázia bez Japonska	12 693 840	589 734	196 046	317 346	**21%**
Východná Europa	1 948 860	116 932	31 050	40 322	**3%**
Japonsko	19 569 450	195 694	48 012	30 068	**2%**
Afrika	4 669 370	93 387	24 423	24 163	**2%**
Diverzifikácia rizika		1 161 186			
Celkovo	**185 515 103**	**1 503 103**		**1 503 103**	**100%**

Tabuľka 2.3: ***VaR, Relatívna Var, Prírastková VaR***

Kapitola 3

Parametre rizika

3.1 Stupeň spoľahlivosti

Stupeň spoľahlivosti alebo pravdepodobnosť straty spojenej s počítaním VaR. Stupne spoľahlivosti sú prevažne medzi 95% až 99%. Pri vyberaní stupňa spoľahlivosti pre trhové riziko, by spoločnosti mali zvážiť najhoršie možné množstvo straty, ktoré je dostatočne veľké, byť hmotný, ale ktoré sa vyskytuje dostatočne často, aby bolo pozorovateľné. Napriklad, pri 95% stupni spoľahlivosti by straty mali presiahnúť VaR raz za mesiac (alebo raz počas 20 pracovných dní), dávajúc túto štatistiku rizika fyzicky významnou. Používatelia rizika sú teda nútení porovnať ich dennú P&L (profits and losses) oproti VaR a uvedomiť si návratnosť rizika.

3.2 Časový horizont

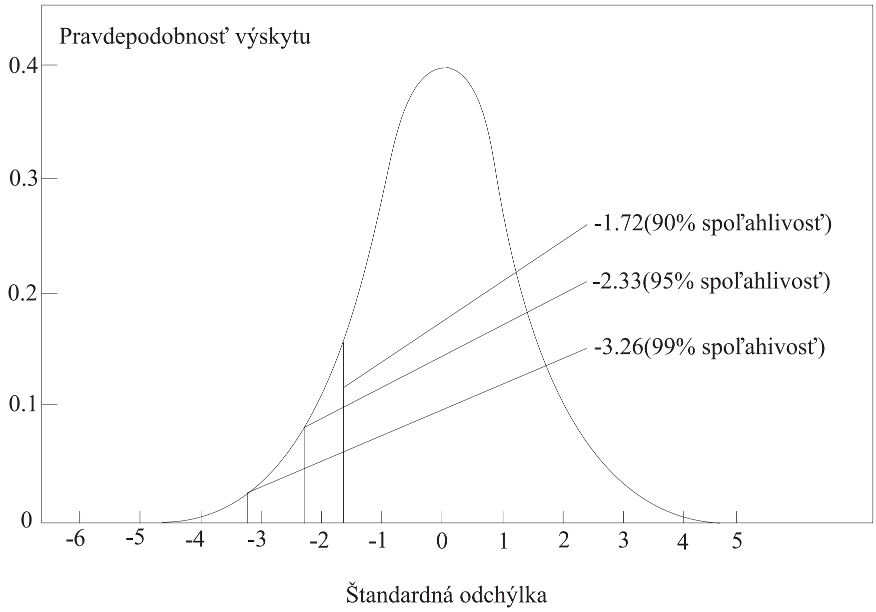
Horizont predpovede. Všeobecne, finančné inštitúcie (t.j., banky, fondy) súhlasne používajú 1-dňový horizont predpovede pre VaR analýzu všetkých trhovo rizikových produktov. Pre banky jednoducho nemá zmysel robiť analýzu rizika na dlhšie obdobie, pretože produkty trhu sa môžu rapídne zmeniť z jedného dňa na druhý. Na druhej strane, investiční manažéri často robia 1 mesačné predpovede, kým podniky môžu uskutočňovať kvartálne alebo ročné plány rizika. Intuitívne si uvedomme, že používanie dlhého časového horizontu pre nelikvídne aktíva je nepostačujúce.

3.3 Základná mena

Základná mena pre počítanie VaR je zvyčajne mena kapitálu a mena spoločnosti, ktorá tento kapitál používa. Slovenský podnik prevádza meranie v slovenských korunách.

3.4 Miera stupňa spoľahlivosti

Štandardná odchýlka môže byť použitá na odhadovanie nízkych okrajových pravdepodobností strát ak používame parametrickú metódu na meranie rizika. Dosiahnúť koncové pravdepodobnosti strát a vyvodiť z toho stupeň spoľahlivosti VaR, používame štandardnú odchýlku (mierka stupňa spoľahlivosti). Nasledujúci obrázok ukazuje tri rôzne hodnoty stupňa spoľahlivosti a ich prislúchajúce pravdepodobnosti strát.



Obrázok 3.1: ***Stupne spoľahlivosti***

3.5 Časová miera volatility

Vieme, že riziko rastie s časom, čím viac držíme nejaký finančný derivát, tým väčšia potencionálna strata. Ale na rozdiel od očakávaných výnosov, volatilita nerastie lineárne s časom. Dlhodobá predpovede sú komplikované kvôli tendencii, autokorelácii, návratu strednej hodnoty trhových výnosov, a vzájomný vzťach mnohých makroekonomických faktorov. Autokorelácia ukazuje vlastne koreláciu medzi výnosmi po sebe nasledujúcich dní a návrat strednej hodnoty, t.j. tendencia pre časové rady zmeniť sa na dlhodobý priemer (toto je často pozorované pri úrokových mierach).

Mohli by sme potrebovať časovo škálovať VaR odhady, napríklad keď prevádzame 1-dňovú VaR na 10-dňovú VaR ako regulačný štandard. Všeobecne používame pravidlo odmocnina časovej miery, ktorá zhruba extrapoluje 1-dňovú volatilitu rovnako ako 1-dňovú VaR na väčší časový horizont. Táto metóda predpokladá, že denné pohyby cien sú nezavislé jedna na druhej, a teda tam nie je žiadny návrat strednej hodnoty, autokorelácia, tendencia na trhu. Poznamenajme, že používame počet pracovných dní, ako protiklad platných dní miery volatility (5 obchodovacích dní za týždeň, a 21 dní za mesiac).

Napríklad :

Týždenná volatilita=denná volatilita x$\sqrt{5}$
Týždenná VaR=1-dňová VaR x $\sqrt{5}$

Kapitola 4

Rizikové faktory

Systémy manažmentu rizika sú založené na modeloch, ktoré opisujú zmeny faktorov ovplyvňujúcich hodnotu potfólia. Tieto rizikové faktory sú základné kamene pre všetky funkcie oceňovania. Vo všeobecnosti, faktory riadiace ceny finančných cenín sú ceny kapitálu, miery výmenného kurzu, ceny komodít a úrokových mier. Teda generovaním budúcich scénarov pre každý rizikový faktor môžme vyvodzovať zmeny v portfóliu a prehodnotiť portfólio adekvátne pre rôzne celky.

Jednou cestou ako generovať scénare je špecifikovať takú pravdepodobnosť, ktorej rizikový faktor zoberie určitú budúcu hodnotu. Robili by sme predpoklady vzhľadom na jej rozdelenie.

Druhá cesta je pozrieť sa na minulé správanie sa rizikových faktorov, a potom odhadnúť budúci vývoj už nebude také ťažké. Tieto dve alternatívy vedú k dvom rôznym modelom merania rizika. Prvý je model založený na distribučných predpokladoch, teda na explicitných predpokladoch pravdepodobnosti rozdelenia rizikových faktorov. Druhý, model založený na empirických rozdeleniach, v podstate založený na historickom správaní rizikových faktorov.

Kapitál

Rizikové faktory kapitálu sú zväčša prezentované vo forme cien a hladín. To znamená, že kapitálové vystavenie môže byť reprezentované jeho vlastným časovým radom cien alebo udávaný k vhodnému indexu. Tak napríklad IBM akcia by mohla byť vyjadrená zmenami akcie samotnej ako aj jej citlivosťou na zmeny indexu ako je S&P 500 (citlivosť vzhľadom na index sa zvyčajne nazýva index Beta cenného papiera).

Zahraničná mena

Okamžité miery zahraničnej výmeny riadia riziká meny peňažného stavu v zahraničnej mene, forwardoch zahraničnej výmeny, cez menové swapy, a opcie zahraničnej meny. V mnohých aplikáciách, používame krytú paritu medzi zahraničnou menou a úrokovými mierami na opísanie ceny progresívnej meny.

Komodity

Vystavenia komodity sú riadené miestom a budúcimi cenami. Miestne ceny sú používané iba pre transakcie miestnych komodít, kým budúce ceny riadia komoditné futury, opcie, a opcie na komoditné futury.

Úrokové miery

Ovladače vystavenia pevného príjmu môžu byť prezentované ako dlhopis s nulovým kupónom. Dlhopis bez kupónu je vlastne cenný papier s fixným výnosom, ktorý vypláca jednú jednotku miestnej meny pri určitej lehote splatnosti. Ceny dlhopisou bez kupónov sú priamo naviazané na úrokové miery.

Ak si označíme t-ročný polročne počítaný úrok ako $z_t^{(2)}$,
potom môžme počítať cenu dlhopisu s nulovým kupónom s dobou splatnosti za t rokov ako

$$B_t = (1 + \frac{z_t^{(2)}}{2})^{-2t} \quad . \tag{4.1}$$

Ak si teraz označíme z_t ako t-ročný spojite rátaný úrok, môžme vyjadriť cenu dlhopisu s nulovým kupónom ako

$$B_t = e^{-z_t t}. \tag{4.2}$$

Všimnime si, že môžme opísať spojite počítané úroky pomocou polročného úroku použitím formulky $z_t = 2\log(1 + z_t^{(2)}/2)$.
Používame spojite počítané úroky, pretože majú výborné vlastnosti, ktoré uľahčujú ich matematické zaobchádzanie. Napríklad, logaritmický výnos dlhopisu s nulovým kupónom je rovný rozdielu úrokových mier vynásobený platnosťou dlhopisu.

$$\log\left(\frac{e^{-\widetilde{z}t}}{e^{-zt}}\right) = -(\widetilde{z} - z)t \tag{4.3}$$

Kde $\widetilde{z}$ predstavuje budúci vývoj úrokovej miery. Táto vlastnosť je veľmi dôležitá, pretože dokážeme priamo vyvodiť správanie zmien úrokovej miery zo správania výnosov dlhopisu. Kým tieto štyri faktory - cena kapitálu, kurzy zahraničnej meny, ceny komodít a úrokové miery – sú tie hlavné faktory rizika, existujú aj ďalšie iné, ktoré majú vplyv na cenu ako implikovaná volatilita. Vlastne všetky zmeny parametrov v oceňovacej formulke môže byť reprezentované ako rizikový faktor. Bohužiaľ, nie je vždy ľahké špecifikovať hodnoty budúcich výnosov pre každý parameter. Tak napríklad pri počitaní rizika v prípade opcie dôsledkom zmien implikovanej volatility, potrebujeme korešpondujúci časový priebeh tejto volatility. V niektorých prípadoch však táto informácia nie je ľahko prístupná. Okrem toho, dve alternatívne množiny rizikových faktorov môžu rovnako dobre zobraziť zmeny ceny u nejakého finančného nástoja.

Kapitola 5

Zložky trhového rizika

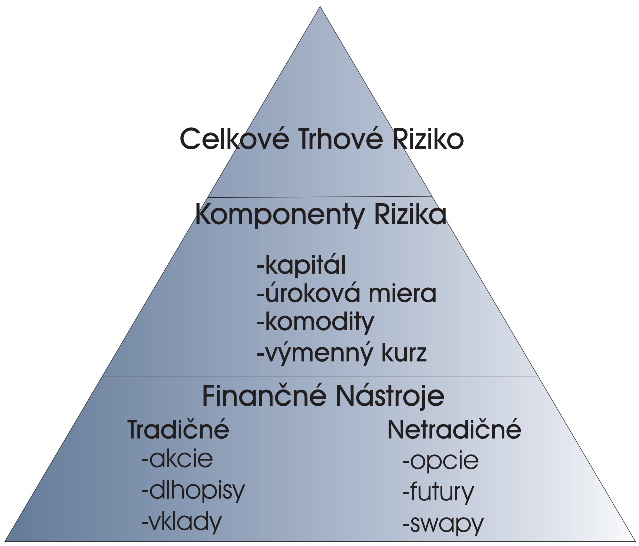
Hlavné zložky trhového rizika sú kapitál, úrokvá miera, výmenný kurz, a komoditné rizika. Existujú však ešte zvyškové zložky rizika trhu, ktoré ovplyvňujú finančné nástroje a to riziko rozsahu, základné riziko, špecifické riziko a riziko volatility.

Riziko rozsahu je potencionálna strata zapričínená zmenou rozsahu medzi dvoma finančnými nástrojmi. Napríklad existuje kreditné riziko rozsahu medzi vládnymi dlhopismi a firemnými dlhopismi.

Základné riziko je potencionálna strata zapríčinená cenovými rozdielmi medzi ekvivalentnými nástrojmi, ako sú futury, dlhopisy, swapy. Hedžované portfólio je často vystavené základnému riziku.

Špecifické riziko poukazuje na špecifické riziko vydavateľa, t.j. riziko držania Microsoft akcie verzus S&P 500 budúcemu kontraktu.

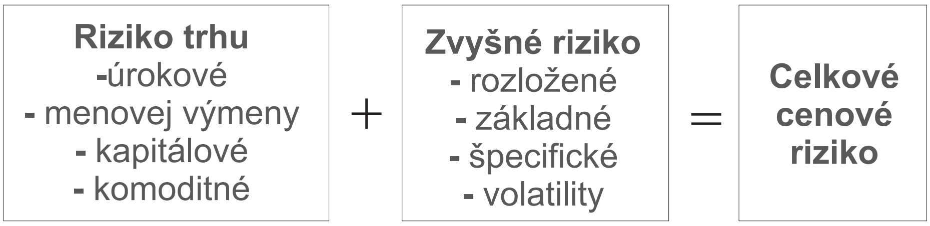
Riziko volatility je definovaná ako potencionálna strata zapričínená fluktuáciami implikovanej volatility opcií, často označované ako Vega riziko.



Obrázok 5.1: ***Komponenty trhového rizika***

5.1 Diverzifikácia rizika

Riziko nie je aditívne. Celkové riziko je menej ako suma všetkých jeho častí, kvôli diverzifikácii medzi rozličnými aktívami a zložkami rizika (t.j., korelácia medzi nimi by nikdy nemala byť 1). Napríklad ak americký investor drží Japonské dlhopisy, očakáva zvýšenie Japonskej úrokovej miery a znehodnotenie Japonského jenu voči americkému doláru. Čiže jeho celkové riziko nie je súčet rizík úrokovej miery a výmenného kurzu dokopy, pretože pravdepodobnosť toho, že úroková miera a výmenný kurz sa pohnú podľa jeho želania v rovnakom čase je menej ako 100%. Tento efekt nazývame užitková diverzifikácia, pričom je definovaná ako totálne riziko mínus jednotlivé zložky rizika.



Obrázok 5.2: ***Zloženie Rizika***

Kapitola 6

Modely založené na distribučných predpokladoch

V tejto časti sa pozrieme na distribučné predpoklady modelu ako také a ich postavenie v úlohe odhadovanie, určenia rizika. Predstavíme si metódy Monte Carlo a Parametrickú metódu(Delta metódu) .

6.1 Viacrozmerný normálny model výnosov

Jednou z hlavných myšlienok klasickej metodológie prezentovanej v RiskMetrics Classic je model aktualizácie odhadov výnosov volatility založený na príleve nových informácií, kde významnosť starých pozorovaní rastie s časom exponenciálne. Akonáhle získame odhady volatility, metodológiou prijmeme logaritmické výnosy pre rizikové faktory, použitím normálneho rozdelenia podmieneného súčasným odhadom volatility.

Ako bolo povedané predtým, model rozdelenia budúcich výnosov je postavený na myšlienke logaritmických výnosov, kde štandardizáciou vhodného merania volatility, sú výnosy závislé od času a normálne rozdelené. Čiže si definujme logaritmický výnos rizikového faktora ako

$$r_{t,T} = \log(\frac{P_T}{P_t}) = p_T - p_t, \tag{6.1}$$

kde $r_{t,T}$ označuje logaritmický výnos od času t do času T, P_t je hodnota faktoru rizika v čase t, a $p_t = \log(P_t)$. Označením odhadu volatility σ, proces generujúci výnosy sleduje geometrický rad:

$$\frac{dP_t}{P_t} = \mu dt + \sigma dW_t. \tag{6.2}$$

Teda výnos z času t do času T môže byť vyjaderný ako

$$r_{t,T} = (\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t) + \sigma\varepsilon\sqrt{T-t}, \tag{6.3}$$

kde ε ~N(0,1). Podrobné odvodenie v [4]-Hull(1997).

Čiže sú dva parametre, ktoré je treba odhadnút', smer μ a volatilitu σ. V publikácii Kim, Malz, Mina(1996) je ukázané, že priemerné odhady pre časový horizont kratší ako tri mesiac nie sú vhodné na určovanie presných predpovedí budúcich výnosov. Od tohto bodu, budeme narábat' s explicitným predpokladom, že očakávaný výnos je nula alebo ekvivalentne $\mu = \frac{1}{2}\sigma^2$.

Môžme začlenit' predpoklad nulovej strednej hodnoty a vyjadrit' výnos ako

$$r_{t,T} = \sigma\varepsilon\sqrt{T-t}. \tag{6.4}$$

Ďal'šou podstatnou otázkou je ako určit' volatilitu σ. Použijeme exponenciálne vážený priemer štvorcov výnosov ako odhad volatility. Ak máme históriu m+1 jednodňových výnosov od času t-m do času t, môžme odhadnút' 1-dňovú volatilitu v čase t ako

$$\sigma^2 = \frac{1-\lambda}{1-\lambda^{m+1}} \sum_{i=0}^{m} \lambda^i r_{t-i}^2, \tag{6.5}$$

kde 0<λ <1 je faktor rozkladu, r_t označuje výnos od dňa t po deň t+1.

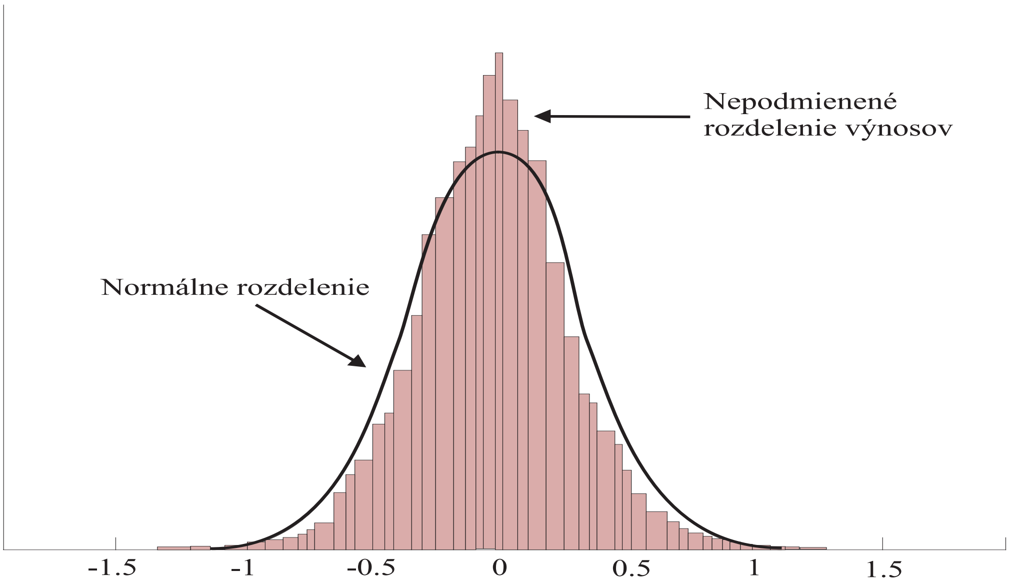
Čím menší je faktor rozkladu, tým väčšia je váha na nedávne udalosti, pozorovania. Ak je faktor rozkladu rovný 1, tak sa model redukuje len na vážené priemery štvorcov výnosov. Tým pádom zrejmou otázkou je, ako vel'ký by mal byt' faktor rozkladu? V publikácii RiskMetrics Classic sa zaoberalo touto otázkou a opísali tak optimálny faktor rozkladu minimalizovaním štvorcov stredných diferencií medzi odhadom variancie a skutočným štvorcom výnosu na každý deň. Použitím tejto metódy, by sme ukázali, že každý časový rad (korešpondujúci k rôznej krajine a triede aktív), má rôzny faktor rozkladu medzi 0.9 až 1. Výsledkom čoho máme $\lambda = 0.94$ vel'mi dobrý pre predpoved' 1-dňovej volatility a faktor rozkladu λ =0.97 ako vel'mi dobrý odhad pre mesačnú volatilitu. Podstatnou vecou použitia exponenciálne váženej schémy je, že bezohl'adu na skutočný počet historických dát výnosov použitých na výpočet volatility, efektívny počet dní použitých je limitovaný vel'kost'ou faktoru rozkladu. Inými slovami, 99.9% informácie je obsiahnutej v posledných $\log(0.001)/\log(\lambda)$ dňoch. Napríklad, ak použijeme faktor rozkladu rovný 0.94, tak 99.9% podstatných informácií je obsiahnutých v posledných 112 dňoch a pre $\lambda = 0.97$ je 99.9% podstatnej informácie je v posledných 227 dňoch.

Pochopit' ako sa volatilita správa v našom modeli, môžme písat' rekurzívnu formu

$$\sigma_t^2 = \lambda\sigma_{t-1}^2 + (1-\lambda)r_t^2, \tag{6.6}$$

kde σ_t^2 označuje volatilitu v čase t.

Pretože volatilita nie je konštantná, je dôležité pochopit' rozdiely medzi podmieneným a nepodmieneným rozdelením výnosov. Predpoklad pri našom modeli je, že 1-dňové výnosy podmienené aktuálnym stupňom volatility sú závislé v čase a normálne rozdelené. Je dôležité poznamenat', že tento predpoklad vopred nevylučuje nepodmienené rozdelenie výnosov so silnými chvostami. Obrázok porovnáva nepodmienené rozdelenie výnosov opisovaných predtým vzhl'adom k normálnemu rozdeleniu s tou istou volatilitou nepodmieneného rozdelenia.



Obrázok 6.1: ***Podmienené verzus nepodmienené normálne rozdelenie***

Model bol interpretovaný len pre jediný rizikový faktor. Ako ukážeme, model môže byt' zovšeobecnený opísat' dynamiku aj pre viacero rizikových faktorov. Predpokladajme n rizikových faktorov. Potom proces generujúci výnosy pre každý rizikový faktor môže byt' zapísaný ako

$$\frac{dP_t^{(i)}}{P_t^{(i)}} = \mu_i dt + \sigma_i dW_t^{(i)}, \qquad i = \ 1, 2, \ldots n \tag{6.7}$$

kde $Var(dW^{(i)}) = dt$, $Cov[dW^{(i)}, dW^{(j)}] = \rho_{i,j}dt$, a $\rho_{i,j}$ je korelácia výnosov aktíva i a aktíva j.

Z predchádzajúceho vzorca teda vyplýva, že výnos z každého aktíva od času t po čas t+T je vyjadrený ako

$$r_{t,T}^{(i)} = (\mu_i - \frac{1}{2}\sigma_i^2)(T-t) + \sigma_i \varepsilon_i \sqrt{T-t}, \tag{6.8}$$

kde ε_i ~N(0,1), a $Cov[\varepsilon_i, \varepsilon_j] = \rho_{i,j}$. Ak prijmeme predpoklad nulovej strednej hodnoty dostávame teda

$$r_{t,T}^{(i)} = \sigma_i \varepsilon_i \sqrt{T-t}. \tag{6.9}$$

Možme vidiet', že rovnice reprezentujúce vývoj výnosov v čase sú v podstate identické pre jediný rizikový faktor ako aj pre viacero rizikových faktorov((6.4) respektíve (6.9)) . Jediný rozdiel tkvie v tom, že máme viac ako jeden rizikový faktor, teda potrebujeme zahrnút' do výpočtov aj koreláciu medzi výnosmi pre rôzne rizikové faktory.

Ako pri jednofaktorovom prípade, potrebujeme získat' odhad budúcej premenlivosti výnosov. Taktiež potrebujeme určit' ako blízko sa každá dvojica rizikových faktorov hýbe spoločne, odhadovaním ich korelácie. Táto informácia je zosumarizovaná v kovariančnej matici, ktorú označíme Σ. Každý prvok kovariančnej matice reprezentuje kovarianciu medzi každým párom aktív a je rovný výsledku príslušných volatilít a ich korelácií. Teda, kovariancia medzi výnosmi aktíva i a aktíva j môže byt' písaná ako

$$\sum\nolimits_{i,j} = \sigma_i \sigma_j \rho_{i,j} = \frac{1-\lambda}{1-\lambda^{m+1}} \sum_{k=0}^{m} \lambda^k r_{t-k}^{(i)} r_{t-k}^{(j)} \quad . \tag{6.10}$$

6.2 Monte Carlo simulácia

Monte Carlo simulácia využíva generovanie vývojov na meranie VaR. Porozumiet' procesu generovania náhodných scénarov je potrebné opísat' model v pojmoch nezávislého Brownovho pohybu $d\tilde{W}^{(i)}$

$$\frac{dP_t^i}{P_t^{(i)}} = \mu_i dt + \sum_{j=1}^{n} c_{ji} d\tilde{W}_t^{(i)} \qquad i = 1, 2, \ldots n. \tag{6.11}$$

Proces prechodu od (6.7) pôvodného procesu generujúceho výnosy k (6.11) je jednoduchý, vzhl'adom na principiálne zložky analýzy, kde môžme písat' množinu korelujúcich premenných ako lineárnu kombináciu množiny nezávislých premenných. Pričom koeficienty lineárnej kombinácie $c_{i,j}$ nie sú jednoznačné, ale spĺňajú určité požiadavky. Taký lepší intuitívny pohl'ad na tieto koeficienty môžme nadobudnút' ak na to budeme pozerat' vo vektorovej forme :

$$\frac{\mathbf{dP_t}}{\mathbf{P_t}} = \mu dt + C^T \mathbf{d}\, \overset{\sim}{\mathbf{W}}_\mathbf{t}, \tag{6.12}$$

kde $\left\{\frac{\mathbf{dP_t}}{\mathbf{P_t}}\right\}_i = \frac{dP_t^{(i)}}{P_t^{(i)}} (i = 1, 2, ..., n)$ je $n \times 1$ rozmerný vektor, $\mathbf{d}\overset{\sim}{\mathbf{W}}$ je vektor n nezávislých zložiek Brownovho pohybu a $C = [c_{ij}]$ je nejaká matica, tak ako je kovariančná matica výnosov Σ, ktorá môže byt' zapísaná ako

$$\Sigma = C^T C.$$

To znamená, že tento vektor výnosov pre každý rizikový faktor od času t do T bude opísaný :

$$\mathbf{r_{t,T}} = (\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t) + C^T \mathbf{z} \sqrt{T-t}, \tag{6.13}$$

kde $\mathbf{r_{t,T}}$ je vektor výnosov od času t do T, σ^2 je $n \times 1$ rozmerný vektor rovný diagonále kovariančnej matice , $\mathbf{z} \sim \text{MVN}(0, \mathbf{I})$, (MVN viacrozmerné normálne rozdelenie). Pokračujúc naším predpokladom, že $\mu_i = \frac{1}{2}\sigma_i^2$, môžme vzorec prepísat' na

$$\mathbf{r_{t,T}} = C^T \mathbf{z} \sqrt{T-t}. \tag{6.14}$$

Poznamenajme, že 1-dňové výnosy ($T-t=1$) z predchadzajúceho vzorca (6.14) vedie k MVN rozdeleniu s nulovou strednou hodnotou a kovariančnou maticou Σ. To znamená, že vzt'ah (6.9) a (6.14) sú ekvivalentné. Potvrdením tohto výroku môžme počítat' kovarianciu $\mathbf{r}$ ako

$$kovariancia = \mathbf{E}\left[C\mathbf{z}\mathbf{z}^TC\right] = C^T\mathbf{E}\left[\mathbf{z}\mathbf{z}^T\right]C = C^T\mathbf{I}C = \Sigma. \tag{6.15}$$

Pokračujúc v tejto myšlienke z (6.4) a (6.14), môžme používat' nezávislé štandardne normálne premenné na generovanie scénarov výnosov. Tak napríklad, ak máme model len pre jediný rizikový faktor, tak sa môžme riadit' (6.4) a generovat' T-dňový výnos vynásobením štandardne normálnej premennej ε škálovanou volatilitou $\sigma\sqrt{T}$.

V prípade, že chceme generovat' scénare spojenia výnosov pre viacnásobné rizikové faktory, tak potrebujeme nájst' maticu C ako $\Sigma = C^TC$. Potom generujeme n nezávislých štandardne normálnych premenných, ktoré sú obsiahnuté v stĺpcovom vektore $\mathbf{z}$. Nakoniec, vynásobíme maticu škálovej volatility $C^T\sqrt{T}$ vektorom $\mathbf{z}$, aby sme dostali $n \times 1$ rozmerný vector $\mathbf{r}$ T-dňového spojenia výnosov.

Je dôležité zdôraznit', že vol'ba matice C nie je jednoznačná. Existuje niekol'ko metód na vytvorenie matíce Σ, ktorá je výsledkom rôznej matice C. Dve často používané metódy na rozklad matice Σ je Choleskyho rozklad a SVD rozklad (singulárny rozklad). Jedná dôležitá odlišnost' týchto metód je, že Choleskyho algoritmus padá v prípade nie pozitívne definitnej kovariačnej matice, kým SVD rozkladom sa matica dá vždy nájst'. Nie pozitívne definitná matica odráža situáciu, ked' prinajmenšom jeden z rizikových faktorov je nadbytočný, to znamená, že sa dá vyjadrit' ako lineárna kombinácia ostatných rizikových faktorov. Táto situácia je vel'mi pravdepodobná, ked' počet dní použitých na výpočet kovariačnej matice je menší ako počet rizikových faktorov.

SVD-Singulárny rozklad matice

Maticu Σ možme vyjadrit' ako $\Sigma = UDV^T$, kde U a V sú ortogonálne matice typu $n \times n$, t.j. $U^TU = I$ a $V^TV = I$, a matica D je diagonálna matica so singulárnymi číslami matice Σ pozdĺž diagonály a núl inde. Pre l'ubovolnú symetrickú maticu Σ platí $\Sigma = VDV^T$. Čiže, simulovat' náhodné premenné z viacrozmerného normálneho rozdelenia s kovariačnou maticou Σ by sme vytvorili nasledujúce kroky.

1. Aplikujeme singulárne čísla matice Σ na získanie matíc D a V.

2. Vypočítame vektor náhodných a štandardne rozdelených premenných ε. Inými slovami ε má jednotkovú kovariačnú maticu I.

3. Vypočítame vektor $\mathbf{y} = Q^T\varepsilon$ kde $Q = D^{1/2}V^T$ pričom náhodný vektor $\mathbf{y}$ je z viacrozmerného normálneho rozdelenia s kovariačnou maticou Σ. Krok 3 vychádza z faktu, že

$$V(y) = Q^T\mathbf{E}\left[\varepsilon\varepsilon^T\right]Q = Q^TIQ = Q^TQ = VD^{1/2}D^{1/2}V^T = VDV^T = \Sigma. \tag{6.16}$$

Akonáhle máme vyprodukované scénare výnosov pre rizikové faktory, potrebujeme preložiť tieto výnosy do vývojov zisku a strát nejakého vlastneného nástroja. Napríklad, ak držíme kapitál, a máme generované 1-dňový vývoj výnosov r, môžme interpretovať 1-dňový zisk a stratu (P&L) derivátu ako rozdiel $P_1 - P_0$, kde P_0 je aktuálna hodnota kapitálu a $P_1 = P_0 e^r$ je cena kapitálu za jeden deň od teraz. V jednoduchosti, ak držíme opciu, môžme opísať (P&L) ako $BS(P_1) - BS(P_0)$, kde $BS(P)$ je Black-Scholesova formula na oceňovanie ceny kapitálu P. Vo všeobecnosti, ak máme M nástrojov v portfóliu, kde súčasná hodnota každého nástroja je funkciou n rizikových faktorov $V_j(P)$ pre $j = 1, ...M$ a $P = (P^{(1)}, P^{(2)}, ..., P^{(n)})$, potom môžme opísať 1-dňový P&L vývoj pre portfólio v nasledujúcich krokoch.

- Generujeme množinu $\mathbf{z}$ nezávislých premenných normálneho rozdelenia.
- Transformujeme nezávislé premenné normálneho rozdelenia do množiny výnosov $\mathbf{r} = r^{(1)}, r^{(2)}, ..., r^{(n)}$ vzhľadom na každý rizikový faktor použitím matice C. Inými slovami $\mathbf{r} = C^T \mathbf{z}$.
- Opíšeme hodnotu každého 1-dňového rizikového faktora použitím vzorca $P_1 = P_0 e^r$.
- Oceníme každý nástroj použitím súčasnej ceny P_0 a 1-dňového cenového vývoja P_1.
- Dostaneme portfólio P&L ako $\sum_j (V_j(P_1) - V_j(P_0))$.

Metodika môže byť potom ľahko rozšírená na vytvorenie T-dňového vývoja. Jediný rozdiel spočíva v tom, že na vytvorenie T-dňového vývoja použijeme vzorec $P_1 = P_0 e^{r\sqrt{T}}$.

6.3 Parametrická metóda

Inými slovami aj Delta metóda, pretože používame tzv. "delta ekvivalenty". Je vlastne alternatívna metóda k Monte Carlo na počítanie rizika. Je podstatne rýchlejšia, ale nie tak presná jedine ak by funkcia oceňovania mohla byť aproximovaná úplne lineárnymi funkciami rizikových faktorov. Ideou, v čom parametrická metóda spočíva je aproximovať funkciu oceňovania všetkých nástrojov, prípadne opísať nejakú analytickú formulu pre VaR a iné štatistiky rizika. V tejto sekcii si opíšeme Delta metódu, ktorá je založená na lineárnej aproximácii funkcií oceňovania.

Predpokladajme, že vlastníme jedno aktívum závislé od n rizikových faktorov, ktoré označíme $P^{(1)}, P^{(2)}, ...P^{(n)}$. Aby sme vypočítali hodnotu VaR, aproximujeme súčasnú hodnotu V aktíva pomocou Taylorovho rozvoja prvého rádu :

$$V(P + \Delta P) \approx V(P) + \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial V}{\partial P^{(i)}} \Delta P^{(i)} \rightarrow \Delta V \approx \delta^T r. \qquad (6.17)$$

Rovnica (6.17) interpretujeme nasledovne. Ak sa cena jedného z rizikových faktorov zmení o množstvo ΔP, tak sa súčasná hodnota aktíva zmení citlivosťou rizikového faktora ($\partial V/\partial P$) násobeného objemom zmeny ΔP. Z (6.17) môžme vyjadriť zmenu súčasnej hodnoty ako

$$\Delta V = V(P + \Delta P) - V(P) \approx \sum_{i=1}^{n} \delta_i r^{(i)}, \tag{6.18}$$

kde $\delta_i = P^{(i)} \frac{\partial V}{\partial P^{(i)}}$.

Uvedomme si, že (6.18) dáva jednoduché vyjadrenie pre P&L, ako lineárnu kombináciu rizikových faktorov výnosov. Teda je to praktické písať v maticovom zápise

$$\Delta V \approx \delta^T \mathbf{r}. \tag{6.19}$$

Jednotlivé vstupy δ vektora sa nazývajú „delta ekvivalenty“, a môžeme ich interpretovať ako množinu citlivosti súčasnej hodnoty aktíva so zreteľom na zmeny každého rizikového faktora.

Uvedomme si, že výnosy v (6.18) sú vlastne percentuálne výnosy ($r = \Delta P/P$), ale náš model je konštuovaný na predpoklade, že logaritmické výnosy sú normálne rozdelené. V rámci jednotnosti, robíme predpoklad, že $\log(P_1/P_0) \approx P_1/P_0 - 1$. Táto aproximácia je obzvlášť vhodná ak výnosy sú malé $(P_1/P_0) \approx 1$, pretože $log(1 + x) \approx x$, keď x je malé.

Percentuálne výnosy

Teda, aby sme porozumeli prípadu modelu logaritmických výnosov, potrebujeme preskúmať vlastnosti percentuálnych a logaritmických výnosov. Ak máme napríklad portfólio pozostávajúce z akcie a dlhopisu, tak výnos portfólia ako vážený priemer výnosov na jednotlivé aktíva je:

$$\frac{P_1 - P_0}{P_0} = \omega r^{(1)} + (1 - \omega) r^{(2)}, \tag{6.20}$$

kde ω je proporcia portfólia investovaná do akcií, $r^{(1)} = (S_1 - S_0)/S_0$ je výnos akcií, a $r^{(2)}$je výnos na dlhopis. Na druhej strane je ľahké si overiť, že logaritmický výnos portfólia nie je vážený priemer logaritmického výnosu jednotlivého aktíva.

Logaritmické výnosy

V kontraste s percentuálnymi výnosmi, logaritmické výnosy sa krajšie zoskupujú v čase. Logaritmický výnos od času t do T je rovný sume výnosov od t do τ a výnosu od času τ do T, kde $t \le \tau \le T$. Teda

$$r_{t,T} = \log(\frac{P_T}{P_t}) = (\log \frac{P_\tau}{P_t}) + (\frac{P_T}{P_\tau}) = r_{t,\tau} + r_{\tau,T}. \tag{6.21}$$

Delta ekvivalenty majú pekné vlastnosti zoskupenia. Uvažujme teda portfólio M nástrojov. Potom P&L celkového portfólia môžme písať ako

$$\text{P\& L} = \sum_{j}^{M} \Delta V_j \approx \sum_{j}^{M} \delta_j^T \mathbf{r} = \delta_{portfolio}^T \mathbf{r}. \tag{6.22}$$

Kapitola 7

Modely založené na empirických predpokladoch

Spoločné črty metód založených na distribučných predpokladoch sú, že sa opierajú o predpoklad podmieneného normálneho rozdelenia výnosov. Avšak, už bolo často argumentované, práve toto rozdelenie výnosov implikuje väčšiu pravdepodobnosť extrémnych výnosov, ktoré vychádzajú z normálného rozdelenia. Akokoľvek by sme sa pokúšali vymedziť rozdelenie, ktoré by lepšie fitovalo výnosy lepšie, bola by to ťažká úloha, špeciálne ak by sme uvažovali o rozdelení, ktoré by poskytovalo dobrý fit cez všetky triedy aktív.

Namiesto toho, aby sme sa pokúšali explicitne určiť rozdelenie výnosov, necháme historické dáta určiť rozdelenie. Inými slovami, môžeme pristúpiť na empirické rozdelenie výnosov rizikových faktorov z frekvencie, s ktorou nastávali. To znamená, že ak viac ako 10% výnosov sa vyskytlo v priemere v 1 z 20 dní minulosti, povieme, že existuje 5% pravdepodobnosť, že zajtrajší výnos bude viac ako 10%. Teda, historicky pozorované zmeny rizikových faktorov berieme nezávislé a identicky rozdelené (n.i.r.), a korešpondujú k rovnakému rozdeleniu aplikovaného k predpovedanému obdobiu. Je dôležité zdôrazniť, že kým nerobíme priame predpoklady o pravdepodobnosti daných udalostí, tie pravdepodobnosti sú určené historickým obdobím, daným na konštrukciu empirického rozdelenia rizikových faktorov. Z tohto dôvodu, voľba dĺžky historického obdobia je kritický faktor modelu historickej simulácie. V tejto časti určitého obdobia, sme konfrontovaný so zmenou medzi určitými dlhými obdobiami, ktoré potencionálne narušujú predpoklad n.i.r. pozorovaní (kvôli zmenám režimu) a určitými krátkymi obdobiami, ktoré redukujú štatistickú presnosť odhadov (kvôli nedostatku dát). Jednou cestou ako zmierniť tento problém je škálovanie minulých pozorovaní odhadnutím ich volatility. Hull a White (1998) prezentujú schému aktualizácie, kde namiesto požívania aktuálnych historických zmien rizikových faktorov, použijeme historické zmeny, ktoré boli upravené podľa miery súčasnej volatility k volatilite v čase pozorovania. Všeobecným pravidlom je aj, že ak je naše obdobie kratšie (1 deň alebo týždeň), mali by sme použiť kratšiu históriu informácií, ktoré poskytujú vierohodný štatistický odhad. Je taktiež dôležité, že regulátory zvyčajne vyžadujú najmenej jednoročné dáta na počítanie VaR.

7.1 Historická simulácia

Môžme použit' empirické rozdelenie výnosov a dostat' tak štatistiku rizika cez použitie historickej simulácie. Predpoklad v historickej simulácii je, že potencionálne zmeny opisujúcich rizikových faktorov sú rovnaké, ako pozorované zmeny tých faktorov cez definované historické obdobie. To znamená, že robíme historickú simuláciu snímaním minulých výnosov, aplikujeme ich na určitý stupeň rizikových faktorov na opísanie vývoja výnosov rizikových faktorov. Na záver použijeme tieto cenové vývoje na určenie P&L vývoja pre naše portfólio. Tento prístup historickej simulácie má výhodu, že odzrkadl'uje viacrozmerné rozdelenie rizikových faktorov. Poznamenajme, že táto metóda taktiež zahŕňa informáciu o extrémnych výnosoch pokial' sú obsiahnuté v našom snímanom období.

Zhrnutím týchto myšlienok vytvárame model, ktorý má n rizikových faktorov a databázu obsahujúcu m denných výnosov.

Majme teda definovanú maticu m x n historických dát.

$$R = \begin{pmatrix} r_t^{(1)} & r_t^{(2)} & ... & r_t^{(n)} \\ r_{t-1}^{(1)} & r_{t-1}^{(2)} & ... & r_{t-1}^{(n)} \\ ... & ... & ... & ... \\ ... & ... & ... & ... \\ r_{t-m}^{(1)} & r_{t-m}^{(2)} & ... & r_{t-m}^{(n)} \end{pmatrix}. \tag{7.1}$$

Zoberieme riadok **r** našej matice ako vývoj výnosu korešpodujúci s dennou históriou výnosov.

Teraz máme M nástrojov v portfóliu, kde súčasná hodnota každého nástroja je funkciou n rizikových faktorov $V_j(P)$ pre $j = 1, 2, ...M$ a $P = (P^{(1)}, P^{(2)}, ...P^{(n)})$, teraz môžme určit' T-dňový vývoj P&L pre portfólio nasledovne:

- Zoberieme riadok r z matice R korešpondujúci s vývojom výnosu pre každý rizikový faktor.
- Získame cenu každého rizika T-dňového vývoja použitím vzorca : $P_T = P_0 e^{r\sqrt{T}}$.
- Oceníme každý nástroj použitím súčasných cien P_0 a tiež T-dňového vývoja ceny P_T.
- Dostávame portfólio P&L opät' ako $\sum_j (V_j(P_1) - V_j(P_0))$.

Tento proces je skoro identický so simuláciou Monte Carlo, okrem toho, že namiesto vzoriek z normálneho rozdelenia, používame vzorky výnosov z nášho historického pozorovania.

Poznamenajme, že v prípade opísania T-dňového vývoja výnosov v kroku 2, vynasobíme 1-dňový vývoj výnosu **r** odmocninou T. Toto zaručuje, že volatilita výnosov sa násobí druhou odmocninou času. Vo všeobecnosti táto procedúra škálovania nebude presne T-dňové rozdelenie výnosu, ale je to praktické pravidlo zhodné so škálovaním v Monte Carlo simulácii. Alternatívna metóda by vytvorila množinu T-dňového vývoja disjunktných výnosov z denných dát výnosov.

Toto je teoreticky správne, ale je to uskutočniteľné iba pre krátky horizont, pretože použitie disjunktných výnosov vyžaduje dlhú históriu dát. Napríklad ak máme dáta za posledné dva roky a chceme odhadnúť' rozdelenie 1-mesačných výnosov, množina dát by sa redukovala iba na 24 pozorovaní, čo nie je dostatočné na získanie hodnoverného odhadu.

Je dôležité poukázat' v tomto prípade, že použitím disjunktných výnosov nepridá cennú informáciu pre analýzu a predstavu skreslenia odhadov.

Priklad: Získanie scénarov P&L portfólia z historických výsledkov.

Povedzme, že sme USD investor a máme portfólio pozostávajúce z kapitálu 1 milión EURO, 13000 akcií IBM, a 20000 krátkodobých umiestnení 1-ročných call opcií na akcie IBM. Súčasný výmenný kurz je 0.88 USD za EURO, tým je cena akcie za IBM 120 USD, ročný úrok je 6% a hodnota implikovanej volatility je 45%. Teda súčasná hodnota portfólia je 1,946,123 USD.

Umiestnenie	**Hodnota(USD)**
Hotovost'	880,000
Kapitál	1,560,000
Opcie	-493876
Celkovo	1,946,123

Tabuľka 7.1: ***Súčasná hodnota portfólia***

Dátum	**EURO**	**IBM**	**1-ročný dlhopis**
22.sept-00	3.74%	1.65%	0.04%
21.sept-00	0.56%	1.35%	-0.05%
20.sept-00	0.18%	0.60%	0.00 %

Tabuľka 7.2: ***Historické údaje***

Použijeme scénar historických výsledkov na naše držby a získame P&L vývoj portfólia. Nasledujúca tabuľka popisuje historické výnosy pre 3 za sebou idúce dni.

Dátum	**P&L(USD)**
22.sept-00	34,078
21.sept-00	3,947
20.sept-00	1,688

Tabuľka 7.3: ***Historický vývoj P&L***

Napríklad, zobraním výnosu k 22.septembru roku 2000, môžme vidieť, že náš stav EURO bol zhodnotený 3.74%.
Takže jeho P&L by bolo $880,000 \times [e^{0.0374} - 1]\, USD = 33,535 USD$. Jednoducho vypočítame P&L pre kapitálový stav ako $1,560,000 \times [e^{0.0165} - 1]\, USD = 25,953 USD$.
Už nám treba len vypočítať P&L pre opcie. Urobiť to, znamená spočítať novú cenu akcie IBM a nový úrok výnosov pre 22.september 2000. Táto nová cena IBM je $120 \times e^{0.0165} USD = 121.99 USD$, nový úrok je 6%-0.04%=5.96%. Použitím Black-Scholesovej rovnice s novou cenou IBM a diskontným úrokom, získame P&L opcie ako $20000 USD \times [BS(120, 6\%) - BS(121.99, 5.96\%)] = -25,411 USD$.
Na vypočítanie celkového P&L portfólia, jednoducho len urobíme sumu jednotlivých P&L každej zložky. Toto isté zopakujeme pre každý deň a tak nakoniec dostaneme množinu P&L vývojov portfólia pre každý deň.

Kapitola 8

Štatistika-Reporty

8.1 Metódy merania

Modely trhového rizika sú konštruované merať potencionálne straty vzniknuté nepriaznivými zmenami cien finančných nástrojov. Existuje niekoľko prístupov na predpovedanie trhového rizika, pričom nie každá jednotlivá metóda je vhodná, najlepšia pre každú situáciu. Počas posledného obdobia, modely Value-at-risk (hodnota rizika) sú implementované neustále vo finančnom priemysle ako aj v nefinančných podnikoch. Inšpirovaná modernou teóriou portfólia, VaR modeluje predpoveď rizika analyzovaním historických pohybov trhových premenných. Na meranie rizika existuje viacero metód, ktoré sme si opísali: *Parametrická metóda, Historická a metóda Monte Carlo*. Každá metóda má svoje silné a slabé stránky, ale dokopy dávajú komplexný predstavu rizika.

Poznamenajme, že Monte Carlo simulácia a historická simulácia sú mechanicky identické v tom, že obe prehodnocujú finančné nástroje, ukazujúc zmeny v trhových mierach.

V závislosti na akom principiálnom základe je postavená metóda, rozlišujeme metódy:

- založené na distribučných predpokladoch.
  - Metóda Monte Carlo
  - Parametrická metóda
- založená na empirickom pozorovaní.
  - Historická simulácia

Všetky tieto tri pohľady na meranie rizika majú čo ponúknuť a môžu byť použité dokopy, čím poskytnúť robustnejší pohľad na VaR. Napríklad, parametrickú metódu by sme mohli použiť na okamžité meranie rizika počas obchodovacieho dňa, kým simulácie by boli použité na úplnejší obrázok rizika blížiacim sa koncom obchodného dňa.

8.2 Porovnanie metód

8.2.1 Parametrická metóda

Výhody

Delta normálna metóda je hlavne ľahká na implementáciu, pretože zahŕňa jenoduché maticové násobenie. Je taktiež časovo menej náročná na počítanie, dokonca aj s veľkým počtom aktív.

Nevýhody

Delta metóda može byť náchylná na množstvo kritiky. Za prvé, existencia silných chvostov rozdelenia výnosov mnohých finančných aktív. Ďalší z problémov je neadekvátne meranie nelineárnych nástrojov, ako sú opcie a požičky. Pri delta normálnej metóde, stavy opcií sú reprezentované pomocou ich "delt" vzhľadom na príslušné aktíva. Metóda potrebuje iba trhové hodnoty a vystavenia súčasných pozícií v kombinácii s rizikovými dátami. Koniec koncov, v mnohých situáciách táto metóda poskytuje adekvátne miery trhových rizík.

8.2.2 Historická metóda

Výhody

Historickú metódu je jednoduché implementovať ak boli historické dáta vnútropodnikovo zozbierané denne vzhľadom k trhu. Čiže, tie isté dáta je možné znova použiť neskôr na výpočet VaR. Kedže nie je potrebné počítať kovariančnú maticu, metóda uľahčuje počítanie VaR v prípade portfólia s veľkým počtom aktív a krátkym snímaným obdobím. Spoliehajúc sa na aktuálne ceny, metóda pripúšťa nelinearitu a nie normálne rozdelenia. Snáď najdôležitejšou črtou je, že dokáže počítať silné konce, a pretože sa nespolieha na model oceňovania, nie je náchylná na riziko modelu. Táto metóda je robustná a intuitívna, a teda, je asi najviac používaná na počítanie VaR.

Nevýhody

Na druhej strane, historická simulácia má zopár nedostatkov. Prvým je predpoklad, že máme dostatočne veľkú históriu cennových zmien. Na opísanie 1000 nezávislých simulácií na 1-dňovú predpoveď, potrebujeme dáta z obdobia 4 rokov za sebou. Používa iba jednu prístup. Tým predpokladom je, že minulosť reprezentuje v poriadku okamžitú budúcnosť. Tento pohľad zakrýva dôležitú vec, silné chvosty nebudú dobre znázornené. Riziko obsahuje významnú a predvidateľnú časovú odchylku, teda bude ťažko prímať konštrukčné zmeny. Metóda berie rovnakú váhu na všetky pozorovania. Takže hodnota rizika sa može veľmi zmeniť po odobratí starých pozorovaní. Na záver, metóda sa stáva ťažkopádnou pre obrovské portfóliá s komplikovanou štruktúrou.

8.2.3 Metóda Monte Carlo

Výhody

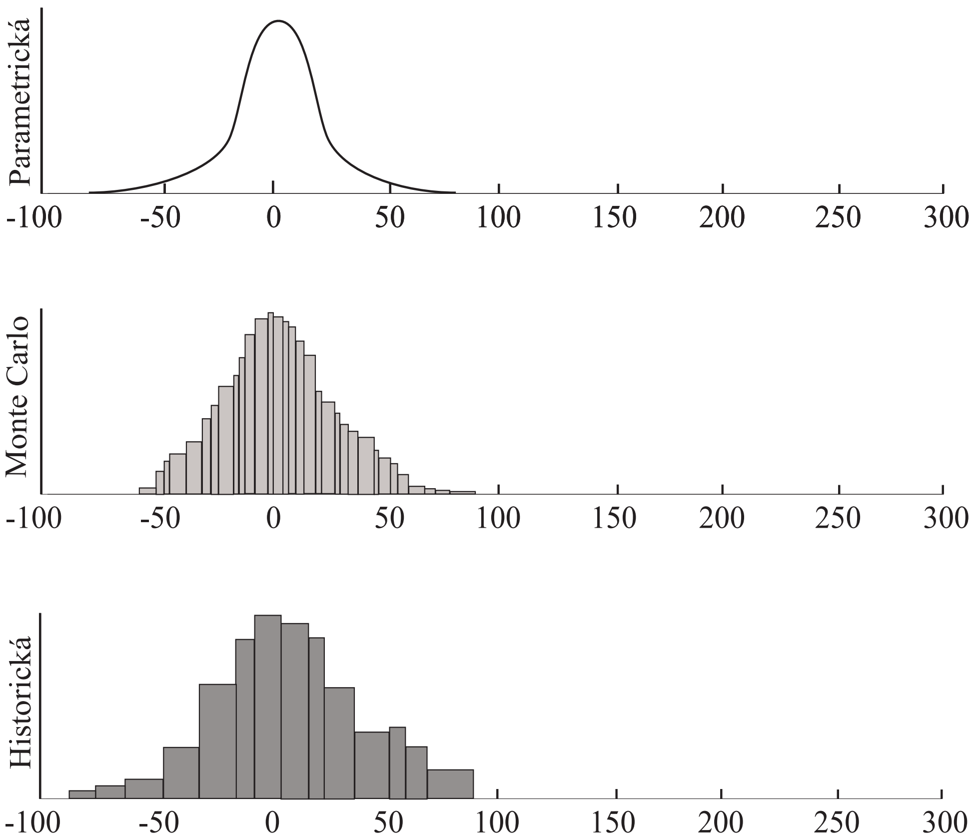
Metóda Monte Carlo je ďaleko najsilnejšou metódou na počítanie VaR. Dokáže narábať so širokým rozsahom nástrojov a rizík, zahŕňajúc nelineárnosť cenového rizika, volatílne riziko, a tiež riziko modelu. Je flexibilná prijať časovú zmenu volatility, silné chvosty, a extrémne vývoje. Metóda Monte Carlo tiež dokáže pohltiť časový úsek, ktorý vyvolá štruktúrne zmeny portfólia. To obnáša časový rozklad opcií, denné pozície fixných, plávajúcich, alebo štrukturálne špecifikovaných peňažných tokov, alebo efekt predšpecifikovaných obchodných a hedžovacích stratégií.

Nevýhody

Najväčšou nevýhodou tohto prístupu je čas výpočtu. Táto metóda je najviac nákladná na implementáciu v medziach infraštruktúry systému a intelektuálneho rozvoja. Inou potencionálnou slabinou metódy je riziko modelu. Metóda Monte Carlo sa spolieha na špecifické stochastické procesy pre opisujúce rizikové faktory, rovnako ako oceňovacie modely pre cenné papiere, ako sú opcie a úvery. Teda tu existuje náznak rizika, že model je zlý. Výsledok by mal byť doplnený dákou citlivou analýzou. Nakoniec, VaR odhady Monte Carlo simuláciou sú náchylné na vzorkovacie odchylky, ktoré sú zapričínené limitujúcim počtom replík. Súhrnne, táto metóda je pravdepodobne najkomplexnejšia na meranie rizika ak je modelovanie korektné.

Metóda	Popis	Aplikácie
Parametrická	odhaduje VaR pomocou rovnice, ktorá špecifikuje parametre ako volatilita, korelácia, delta a gamma	Presné pre tradičné aktíva a lineárne deriváty, ale menej presné pre nelineárne deriváty
Monte Carlo	odhaduje VaR simuláciou náhodných scénarov a prehodnotením stavov v portfóliu	Vhodné pre všetky typy nástrojov, lineárne aj nelineárne
Historická	odhaduje VaR predchádzajúcou históriou, berie aktuálne sadzby a prehodnocuje každú zmenu	Vhodné pre všetky typy nástrojov, lineárne aj nelineárne

Tabuľka 8.1: ***Opisné porovnanie metód***



Obrázok 8.1: ***Grafické porovnanie metód***

8.3 Obmedzenia VaR

Je dobré si uvedomiť, že všetky tri metódy počítania VaR sú limitované základnými predpokladmi: budúce riziko môže byť predpovedané z historického rozdelenia výnosov. Parametrická metóda predpokladá normálne rozdelené výnosy, z čoho vyplýva že parametrická VaR je chápaná iba ako opísanie „zlých“ strát v „normálne zlom“ dni. Kým Monte Carlo simulácia ponúka cestu určiť problém silných chvostov pripúšťaním rôznorodosti distribučných predpokladov, volatility, a predpovedí korelácie ktoré sú založené na štatistickom aproximovaní historických výnosov. Zatiaľ čo historická simulácia nerealizuje žiadnu štatistickú aproximáciu, implicitne predpokladá, že skutočné rozdelenie minulých výnosov predpovedá budúce rozdelenia výnosov. Z toho vyplýva, že všetky tri metódy sú zraniteľné vzhľadom na odklony režimov, náhlych zmien v trhovom správaní.

Testovanie napätia, stresu (Stress testing) by teda malo preskúmať potencionálne odklony ako najlepší doplnok k VaR, a vytvoriť tým robustnejší obraz rizika.

8.4 Stres testy

Stres testy sú navrhnuté odhadnút' potencionálne ekonomické straty pri abnormálnych situáciach na trhu. Historická analýza trhov ukazuje tie výnosy, ktoré majú silné konce(chvosty), kde sa objavili extrémne trhové pohyby
(t.j., za 99% spoľahlivosťou), ďaleko viac častejšie ako by normálne rozdelenie predpokladalo. Hoci sa disciplína manažmentu rizika značne rozvinula, klasické udalosti ako prírodné pohromy, vojny, a politické prevraty ležia stále akosi mimo štatistického predpovedania.

Stres testy by mali zvýšiť transparentnosť odhalením hranice potencionálnych nízko pravdepodobných udalostí, kedy sú hodnoty VaR dramaticky prevyšujúce. Stres testovanie kombinované s VaR dáva komplexnejší obraz na riziko, môže byť teda chápané ako ďalší doplnok k VaR. V našej práci sa však nebudeme touto problematikou viac zapodievať.

8.5 Dôležitosť transparentnosti

V managemente rizika zdôrazňujeme fakt, že modely rizika by nemali byť chápané ako čierne škatule produkujúce zazračné čísla. Metodológia by mala byť jasná, a používatelia by mali rozumieť kľúčovým parametrom a fundamentálnym predpokladom jednotlivých prístupov merania. Tým si zaručia správny pohľad na implementáciu VaR štatistiky.

8.6 Použitie metód simulácie

Predstavíme si ako získať P&L scénare pre portfólio použitím Monte Carlo alebo historickej simulácie. Ďalej ako môžeme použiť vygenerované scénare na získanie miery rizika. Je podstatne si uvedomiť, že metóda používaná na generovanie vývoja nerobí žiadny rozdiel pri počítaní miery rizika, čiže hneď ako máme množinu scénarov, môžme ignorovať či sme použili Monte Carlo alebo historickú simuláciu, jednoducho použijeme rovnaký postup štatistického výpočtu.

Môžme počítať VaR množinu použitím simulovaných hodnôt P&L. Predpokladajme, že máme vygenerovaných 1000 scénarov P&L, a že chceme počítať 95% VaR. V takomto prípade, je 95% VaR definovaná ako piate percento strát (5% objem strát), jednoducho by sme počítali VaR ako päťdesiaty najväčší scénar strát.

Vo všeobecnosti, ak máme generovaných m P&L scénarov, a chceme vypočítať VaR pri α stupni spoľahlivosti, utriedime množinu m P&L scénarov v klesajúcej tendencii, označíme ich $\Delta V_{(1)}, \Delta V_{(2)}, ..., \Delta V_{(m)}$, a definujeme VaR ako

$$VaR = -\Delta V_{(k)} \tag{8.1}$$

, kde $k = m\alpha$.

Napríklad, keď máme vygenerované scénare P&L usporiadané vzostupne, tak potom 95% VaR je $-\Delta V_{(950)} = 720EURO$.

$\Delta V_{(1)}$	$\Delta V_{(2)}$	...	$\Delta V_{(820)}$	...	$\Delta V_{(950)}$	...	$\Delta V_{(999)}$	...	$\Delta V_{(1000)}$
1250	1200	...	-600	...	-720	...	-750	...	-860

Potom ako sme si definovali počítanie VaR, je dôležitá otázka, ktorá by zodpovedala aké má byť kvantita odhadu (ak použijeme dve rôzne množiny náhodných scénarov, získali by sme dve rôzne hodnoty VaR).

Predpokladajúc, že model na generovanie scénarov je správny, ako by sme sa mali rozhodnúť, aby sme mali ten správny počet scénarov, ktorý sa snažíme odhadnúť. Intuitívne čím väčšie množstvo scénarov vygenerujeme, tým budeme mať presnejšiu informáciu o hodnote VaR. Teda to správne množstvo je nekonečno alebo obrovské množstvo. Jednoducho, my ale nemôžeme počítať nekonečné množstvo simulácií, čiže naše VaR odhady obsahujú pravdepodobne nejakú simulačnú chybu. Môžme teda počítať intervaly spoľahlivosti pre VaR. Tieto intervaly spoľahlivosti môžu byť interpretované ako počet simulácií, ktorý potrebujeme vykonať. Takže existuje nejaká spojitosť medzi presnosťou a časom počítania, chceme spustiť najmenší počet simulácií, keď budeme spokojný s hĺbkou intervalu spoľahlivosti.

Môžeme vyjadriť $(1-p)$ interval spoľahlivosti pre VaR v P&L štatistickom zoradení. To znamená, môžme povedať, že VaR je medzi $\Delta V_{(r)}$ a $\Delta V_{(s)}$ s pravdepodobnosťou $(1-p)$, kde

$$r = m\alpha + \sqrt{m\alpha(1-\alpha)}z_{p/2} \text{ a } s = m\alpha - \sqrt{m\alpha(1-\alpha)}z_{p/2}, \tag{8.2}$$

$z_{p/2}$ je korešpondujúca percentuálna časť(kvantil) normovaného normálneho rozdelenia (t.j., $z_{p/2} = 1.64$ ak $p/2 = 0.05$). Tak napríklad, ak sme spustili 1000 simulácií a získali 95%VaR, $-\Delta V_{(950)} = 720EURO$, potom s pravdepodobnosťou 99%, môžme povedať skutočná hodnota VaR je medzi $-\Delta V_{(932)} = 695EURO$ a $-\Delta V_{(968)} = 730EURO$. Tak to znamená, že môžme očakávať chybu v odhade našej VaR okolo $35EURO$. Ak nie sme spokojný s týmto výsledkom , môžme zvýšiť počet simulácií a tým redukovať šírku intervalu spoľahlivosti.

Príklad Historickej simulácie

Nasledujúci príklad bude názornou ukážkou ako používať historickú simuláciu. Príklad je naozaj len ilustratívny, pretože ak si uvedomíme celú procedúru počítania VaR pre nejaké portfólio znamená, že robíme jeden cyklus operácií pre všetky zložky portfólia rovnako, rozdiel spočíva len v oceňovacej funkcii, príklad v 7.kapitole. Budeme investor obchodujúci s nejakou komoditou, konkrétne ropou, čiže portfólio bude pozostávať len z jedného barelu ropy. Dáta čerpáme z Londýnskej burzy - ceny ropy a výmenný kurz, kedže nakupujeme za USD. Z tohto dôvodu, existujú dva rizikové faktory ovplyvňujúce cenu nášho portfólia: cena komodity a kurz SKK/USD. Dáta boli čerpané za obdobie 23.1.2001 až do 4.3.2003(534 dát). Do úvahy berieme jednotkové množstvo 1 barel ropy, kedže nemá význam uvažovať veľké množstvo. ak počítame konečné hodnoty VaR budú v percentách. Celý proces výpočtu realizujeme v tom istom slede, ako sme opísali v teórii historickej simulácie.

- Vytvoríme si logaritmické výnosy pre ceny ropy a výmenné kurzy.
- Kvôli jednoduchosti portfólio pozostáva len z 1 barelu ropy, tak $P_0 = 1$. Opíšeme hodnotu každého 1-dňového rizikového faktora použitím vzorca: $P_1 = P_0 e^r$.
- Dostávame P&L scénar.

Stupeň spoľahlivosti	**VaR%**
95%	-3,91%
99%	-5.29%

Tabuľka 8.2: ***VaR pomocou Historickej metódy***

Príklad simulácie Monte Carlo

Obdobou predchadzajúceho príkladu bude aj nasledujúci, kde použijeme rovnaké portfólio a obdobné údaje, avšak podstata bude v používanej metóde. Kedže máme dva rizikové faktory, tak ako už vieme z kapitoly 6, modely založené na distribučných predpokladoch, budeme dávať dôraz na vzájomnú koreláciu rizikových faktorov výnosov, v tomto prípade cenu komodity a výmenný kurz. Vytvoríme 1000 respektíve 10000 simulácií generovania množiny nezávislých náhodných premenných, aby sme mohli pozorovať rozdiely v presnosti.

- V prvom rade si vytvoríme kovariančnú maticu výnosov Σ podľa (6.10).
- Nasledujúci krok vedie k Choleskému rozkladu kovariančnej matice, v tomto prípade matica 2×2 na vytvorenie matice C, ktorá spĺňa rovnosť (6.15). Všeobecne uvažujeme kovariačnú maticu $\Sigma = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x & 0 \\ y & z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x & y \\ 0 & z \end{pmatrix}$.
Dostaneme sústavu $\begin{cases} x^2 = a \\ xy = b = c \\ y^2 + z^2 = d \end{cases}$, potom matica $C^T = \begin{pmatrix} \sqrt(a) & 0 \\ b/\sqrt(a) & d - b^2/a \end{pmatrix}$.
- Vygenerujeme množinu $\mathbf{z}$, nezávislých premenných normálneho rozdelenia.
- Transformujeme nezávislé premenné normálneho rozdelenia do množiny výnosov $\mathbf{r} = r^{(1)}, r^{(2)}, ..., r^{(n)}$ vzhľadom na každý rizikový faktor použitím matice C. Inými slovami $\mathbf{r} = C^T \mathbf{z}$.
- Opíšeme hodnotu každého 1-dňového rizikového faktora použitím vzorca $P_1 = P_0 e^r$.
- Dostávame portfólio P&L, z ktorého dostávame hodnoty rizika.

Stupeň spoľahlivosti	**VaR% 1000 simulácií**	**VaR% 10000 simulácií**
95%	2.25%	2.32%
99%	3.28%	3.24%

Tabuľka 8.3: ***VaR pomocou metódy Monte Carlo***

Výsledok odzrkadľuje zmenšujúci sa interval veľkosti VaR pri 95% a 99%. V prípade vytvorenia 10000 simulácií sa interval VaR mierne redukoval oproti pokusu s 1000 simuláciami z (2.25;3.28) na (2.32;3.24).

8.7 Použitie parametrickej metódy

Založené na analýze už v predchadzajúcej sekcii, môžme vyjadriť štatistiku rizika pomocou parametrickej metódy. Dôležitým pozorovaním je, že priemer P&L ak použijeme parametrickú metódu je zvyčajne rovný nule. Táto vlastnosť pochádza z predpokladu, že vzťah medzi rizikovými faktormi a finančnými nástrojmi je lineárny. Teda počítať VaR pomocou parametrického prístupu je vlastne uvedomiť si, že VaR je percentuálna časť z P&L rozdelenia, a táto percentuálna časť sa vždy vynásobí štandardnou odchýlkou. Teda môžme použiť vzorec $\Delta V \approx N(0, \delta^T \Sigma \delta)$ a počítať T-dňovú $(1-\alpha)\%$ VaR ako

$$VaR = -z_\alpha \sqrt{T \delta^T \Sigma \delta} \tag{8.2}$$

, kde z_α je odpovedajúca percentuálna časť normovaného normálneho rozdelenia.

Kapitola 9

Záver

Cieľom tejto práce bolo popísať nástroje na počítanie rizika vo finančnom sektore. Vychádzali sme hlavne z prác RiskMetrics Group, ktorá sa zaoberá všetkými formami rizika finančníctva.

Budúce výnosy a hotovosť nie sú ovplyvnené len neistotou v obchode spoločnosti ako takých, ale aj v trhovom riziku. Kokrétne naša analýza sa zaoberala trhovým rizikom, a metódami na jeho meranie. Trhové riziko može rásť v dôsledku niekoľkých faktorov ako je vystavenie zahraničnému kurzu, úrokovej miery, plánom búrz, dôchodkovému zabezpečeniu, cenovo citlivým komoditám.

Štatistický aparát, ktorý používame, je veľmi často využívaný aj v iných oblastiach ekonomiky a primerane pomáha pochopiť správanie trhu a dokáže poskytnúť objektívne, nezávislé ohodnotenie veľkosti rizika. Našou úlohou bolo vysvetliť, pochopiť a následne spracovať nejakú metódu. Prakticky sme sa zaoberali dvoma: Simuláciou Monte Carlo a historickou metódou.

Táto problematika je na Slovensku dosť mladý obor, naproti tomu vo vyspelej Európe a Spojených štátoch amerických je už dosť zaužívaná.

Aj keď Value at risk nedáva jasné pravidlo a exaktný výsledok pre posúdenie rizika, nedokáže predvídať určité zmeny v trhovom prostredí (krach, katastrofa, vojna), ktoré ovplyvňujú ceny zložiek finančného trhu, dáva určitý pohľad a poskytuje pomocný nástroj pri rozhodovaní, obchodných stratégiach investorov aj obchodníkov.

Literatúra

[1] Jorge Mina and Jerry Yi Xiao - Return to the RiskMetrics: The Evolution of a Standard

[2] Alan J. Laubsch - Risk Management: A Practical Guide

[3] J.P.Morgan/Reuters - RiskMetrics: Technical Document

[4] John C. Hull - Options, Futures and Other Derivatives

[5] R.Potocký a kolektív - Zbierka úloh z pravdepodobnosti a matematickej štatistiky

[6] S-PLUS Guide to Statistics, Data Analysis Product Division, MathSoft, Seattle