

FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY
UNIVERZITY KOMENSKÉHO
v Bratislave

Ekonomická a finančná matematika



DIPLOMOVÁ PRÁCA

FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY
UNIVERZITY KOMENSKÉHO
v Bratislave

Ekonomická a finančná matematika



DIPLOMOVÁ PRÁCA

Modelovanie reálneho efektívneho výmenného kurzu

Autor: Anton Malesich

Vedúci diplomovej práce: RNDr. Juraj Zeman, CSc.

Čestne vyhlasujem, že som túto diplomovú prácu
vypracoval samostatne, len s použitím uvedenej literatúry.

V Bratislave 5.apríla 2004

Anton Malesich

Pod'akovanie

Ďakujem vedúcemu diplomovej práce RNDr. Jurajovi Zemanovi, CSc. za všestrannú pomoc a cenné rady pri tvorbe tejto práce. Ďakujem svojim rodičom, ktorí mi boli veľkou oporou počas celého vysokoškolského štúdia.

OBSAH

Úvod	5
1. Základné vlastnosti časových radov	6
1.1 Stacionárne časové rady	6
1.2 Integrované procesy	7
1.3 Vizualne porovnanie stacionárnych a nestacionárnych časových radov	8
2. Testovanie procesov I(1)	9
2.1 Stochastický proces I(1)	9
2.2 Dickey-Fullerove testy	10
3. Kointegrácia	15
3.1 Lineárna kombinácia integrovaných premenných	15
3.2 Kointegrácia a vzťah medzi trendovými zložkami	16
3.3 Vzťah kointegrácie a error correction modelov	18
3.4 Hodnosť matice a charakteristické korene	22
3.5 Testovanie hypotéz v kointegračnom vzťahu	26
3.6 Testovanie kointegrácie – Johansenova metodológia	29
4. Reálny efektívny výmenný kurz SR	32
4.1 Základné pojmy a teoretické východisko modelu	32
4.2 Konštrukcia časových radov a vybrané makroekonomické ukazovatele	35
4.3 Priebeh časových radov	42
4.4 Ekonometrická metodológia a nájdené modely	43
4.5 Analýza citlivosti koeficientov	46
4.6 Predikcie reálneho efektívneho výmenného kurzu	50
Záver	56
Použitá literatúra	58
Prílohy	59

Úvod

V diplomovej práci sa snažíme popísať vývoj rovnovážneho reálneho výmenného kurzu Slovenskej republiky meraného cenami spotrebiteľov. Takto zadaný by mal odrážať kúpnu silu obyvateľov v domácej krajine v porovnaní so zahraničím.

Keďže po vstupe SR do EMU bude nominálny výmenný kurz pevne zafixovaný na euro, odchýlky aktuálneho reálneho výmenného kurzu od rovnovážneho budú môcť byť korigované len zmenou cenových hladín. Z tohto dôvodu sa objavuje otázka, aký by mal byť rovnovážny výmenný kurz SKK voči EUR pri vstupe do menovej únie.

Ak by sme do EMU vstúpili s podhodnoteným výmenným kurzom, tak rovnovážny stav by bolo možné dosiahnuť rýchlejšim rastom cien doma ako v zahraničí. Znamenalo by to väčšiu infláciu v domácej krajine. Za predpokladu, že by vyššia inflácia netrvala príliš dlho, tak prevzatie eura pri mierne podhodnotenom výmennom kurze nepredstavuje príliš veľké riziko. Opačný prípad nastáva, keď do eurozóny vstúpime s nadhodnoteným výmenným kurzom. Teraz je na dosiahnutie rovnováhy nutné, aby ceny v domácej krajine rástli pomalšie ako v zahraničí. V prípade, že v Európskej únii bude inflácia veľmi nízka, pomalý nárast cien na Slovensku môže vyústiť do deflácie a s ňou spojeného znižovania produkcie či zvyšovania nezamestnanosti. Preto otázka správneho nastavenia parity slovenskej koruny voči euru zohráva podstatnú úlohu.

Diplomová práca je rozdelená do štyroch kapitol. Prvé tri slúžia ako teoretický podklad pre štvrtú, ktorú by sme mohli označiť praktickou časťou tejto práce.

Prvá kapitola podáva stručné vysvetlenie základných pojmov. Popisuje niektoré rozdiely medzi stacionárnymi a nestacionárnymi časovými radmi.

V druhej kapitole sa sústreďujeme hlavne na nestacionárne premenné a spôsob ich testovania.

Tretia kapitola je zameraná na popis kointegrácie - ekonometrickej metódy, ktorá slúži ako základný nástroj nie len v poslednej časti tejto diplomovej práce, ale aj pri mnohých iných ekonometrických modeloch.

Štvrtá - záverečná kapitola, využíva aplikovanie teoretických poznatkov z predošlých častí na modelovanie reálneho efektívneho výmenného kurzu SR. Pomocou vhodných makroekonomických ukazovateľov podložených ekonomickou teóriou sa snažíme nájsť modely, ktoré vysvetľujú správanie sa výmenného kurzu. Pokúsime sa zistiť, v ktorom období bol kurz nadhodnotený a kedy podhodnotený. Záverečnú časť venujeme predikciám a pokúsime sa zodpovedať vyššie položenú otázku rovnovážneho pomeru slovenskej koruny voči euru pri vstupe do EMU.

1. Základné vlastnosti časových radov

1.1 Stacionárne časové rady

Nech (Ω, \mathcal{F}, P) je ľubovoľný pravdepodobnostný priestor a nech T je podmnožina E^1 . Nech $X(t)$ je pre každé $t \in T$ náhodná veličina definovaná na pravdepodobnostnom priestore (Ω, \mathcal{F}, P) . Potom množinu $X = \{X(t); t \in T\}$ náhodných premenných $X(t)$ nazývame *náhodný (stochastický) proces*.

Náhodný proces $X = \{X(t); t \in T\}$ môžeme chápať aj ako funkciu dvoch premenných, teda môžeme písať: $X = \{X(t, \omega); t \in T, \omega \in \Omega\}$, pričom pre každé fixné $t \in T$ je funkcia $X(t, \omega)$ náhodná premenná na (Ω, \mathcal{F}, P) .

Ak T obsahuje len konečne alebo spočítateľne veľa hodnôt, tak hovoríme o stochastickom procese s diskretným časom, ktorý sa v praxi zvykne označovať aj ako *časový rad*.

Pre každé fixované $\omega \in \Omega$ sa funkcia $X(t, \omega)$ parametra t nazýva *trajektória* alebo *realizácia* náhodného procesu.

Pre náhodný proces $\{y_t\}_{t \in T}$ sú definované základné štatistické charakteristiky ako funkcie premennej $t \in T$:

- | | |
|--------------------|--|
| 1. Stredná hodnota | $E[y_t] = \mu_t \quad t \in T$ |
| 2. Variancia | $D[y_t] = E[(y_t - E(y_t))^2]$ |
| 3. Kovariancia | $\text{Cov}(y_t, y_{t-s}) = E[(y_t - E(y_t))(y_{t-s} - E(y_{t-s}))]$ |

Stochastický proces $\{y_t\}_{t \in T}$ s konečnou strednou hodnotou a s konečnou varianciou sa nazýva *stacionárny (slabo stacionárny)*, ak pre každé t a $t-s$ platí:

- $E(y_t) = E(y_{t-s}) = \mu$
- $E[(y_t - \mu)^2] = E[(y_{t-s} - \mu)^2] = \sigma_y^2 \quad (\text{Var}[y_t] = \text{Var}[y_{t-s}] = \sigma_y^2)$
- $E[(y_t - \mu)(y_{t-s} - \mu)] = E[(y_{t-j} - \mu)(y_{t-j-s} - \mu)] = \gamma_s \quad (\text{Cov}[y_t, y_{t-s}] = \text{Cov}[y_{t-j}, y_{t-j-s}] = \gamma_s)$

kde μ , σ_y^2 a všetky γ_s sú konštanty.

Všimnime si, že stredná hodnota ani variancia slabo stacionárneho procesu nezávisia na čase t . Kovariancia, ktorá sa zvykne označovať aj ako kovariančná funkcia, závisí len od vzdialenosti argumentov.

Bielym šumom budeme nazývať stochastický proces $\{\varepsilon_t\}$ taký, že platia nasledovné vzťahy:

$$\begin{aligned} E(\varepsilon_t) &= 0 \\ E(\varepsilon_t, \varepsilon_{t+k}) &= \begin{cases} \sigma_\varepsilon^2 & k = 0 \\ 0 & k \neq 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (1.1)$$

Pre stacionárny časový rad $\{y_t\}_{t \in T}$ s konštantnou strednou hodnotou $E[(y_t)] = \mu$ a variáciou $\text{Var}[(y_t)] = \sigma_y^2$ definujeme hodnotu *autokovariančnej funkcie* γ_k v bode k :

$$\gamma_k = E[(y_t - \mu)(y_{t-k} - \mu)] = \text{Cov}(y_t, y_{t-k}) \quad (1.2)$$

Následne môžeme zdefinovať *autokorelačnú funkciu* (ACF) v bode k :

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} \quad (1.3)$$

Z predošlých dvoch vzťahov vidno, že autokovariančná a autokorelačná funkcia sú párne. Keďže $\rho_0 = 1$ a $|\rho_k| \leq 1$, tak *korelogram*, graf autokorelačnej funkcie, stačí vykresľovať len pre kladnú polos.

Vo všeobecnosti tvar autokorelačnej funkcie slúži ako nástroj pre vhodnú identifikáciu modelu.

1.2 Integrované procesy

Stochastický proces nazývame *integrovanej rádu* d , (označ. $I(d)$) ak jeho diferencovaním rádu d získame stacionárny rad.

Proces náhodnej prechádzky je proces tvaru

$$\mu_t = \mu_{t-1} + \varepsilon_t \quad (1.4)$$

kde ε_t predstavuje biely šum.

Ak do predošlého vzťahu pridáme konštantu, dostaneme takzvaný *proces náhodnej prechádzky s lineárnym deterministickým trendom* – s driftom.

$$\mu_t = \delta + \mu_{t-1} + \varepsilon_t \quad (1.5)$$

Poznámky:

1. Vzťah (1.4) predstavuje proces AR(1). Nie je však splnená podmienka stacionarity, ktorá pre proces $y_t = \varphi_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$ má tvar $|\varphi_1| < 1$.
2. Proces náhodnej prechádzky definovaný v (1.4) je integrovaný rádu 1; $\mu_t \sim I(1)$, pretože až po diferencovaní získame stacionárny rad: $\Delta\mu_t = \mu_t - \mu_{t-1} = \varepsilon_t \sim I(0)$
3. Stacionárne stochastické procesy budeme označovať $I(0)$. Príkladom je: $\varepsilon_t \sim I(0)$

1.3 Vizualne porovnanie stacionárnych a nestacionárnych časových radov

V ďalších častiach diplomovej práce sa budeme zaoberať nestacionárnymi časovými radmi. Dôležitým faktorom bude určiť rád integrácie daného časového radu.

Najzákladnejšie vizualne rozdiely¹ medzi stacionárnymi a nestacionárnymi časovými radmi môžeme zhrnúť do niekoľkých bodov. Stacionárny časový rad vo všeobecnosti:

- V dlhodobom časovom horizonte fluktuuje okolo svojej konštantnej strednej hodnoty
- Má konečnú varianciu, ktorá je časovo invariantná
- Má teoretický korelogram, ktorý klesá

Na druhej strane, pre nestacionárny časový rad platí:

- Z dlhodobého hľadiska tu neexistuje stredná hodnota, ku ktorej by rad konvergoval
- Variancia je závislá od času a rastie spolu s časom.
- Pre konečný časový rad (vzorku) korelogram klesá veľmi pomaly

Hoci korelogram je dobrým prostriedkom pre posúdenie stacionárnosti modelu, niekedy môže byť značne nepresný.

Praktická časť diplomovej práce si bude vyžadovať časové rady typu $I(1)$. Skôr než s nimi začneme pracovať, bude treba overiť, či spĺňajú túto podmienku. Lepšou alternatívou ako porovnávať korelogramy je použiť štatistický test, ktorý si predstavíme v ďalšej kapitole.

¹ V prílohe č.1 uvádzame príklad grafického rozdielu medzi stacionárnym a nestacionárnym časovým radom.

2. Testovanie procesov I(1)

V tejto kapitole popíšeme spôsob ako overiť, či je proces integrovaný alebo stacionárny. Zameriame sa hlavne na I(1) procesy, ktoré sa v literatúre zvyknú označovať aj ako procesy obsahujúce „unit root“. Popíšeme Dickey-Fullerove testy a všeobecnú procedúru testovania I(1) procesov.

2.1 Stochastický proces I(1)

Príkladom, kedy treba overovať, či sú procesy integrované alebo stacionárne, je prípad ich použitia v regresnej rovnici. Situáciu si môžeme predstaviť pomocou dvoch stochastických procesov $\{y_t\}$ a $\{z_t\}$. Uvažujme, že chceme spraviť regresiu

$$y_t = a_0 + a_1 z_t + \varepsilon_t \quad (2.1)$$

Môžu nastať nasledovné situácie:

- Oba procesy $\{y_t\}$ aj $\{z_t\}$ sú stacionárne. Potom môžeme použiť klasické metódy odhadovania.
- $\{y_t\}$ aj $\{z_t\}$ sú integrované rôzneho rádu. Vtedy regresia (2.1) nedáva zmysel a nemá žiadnu logickú interpretáciu
- $\{y_t\}$ aj $\{z_t\}$ sú integrované rovnakého rádu, ale rezíduá obsahujú stochastický trend. Takáto regresia tiež nie je vhodná, pretože chyby sú permanentné. Často sa doporučuje odhadnúť rovnicu v diferenciách. Za predpokladu že $\{y_t\}$ aj $\{z_t\}$ sú I(1), prvé diferencie sú stacionárne a rovnicu odhadujeme v tvare $\Delta y_t = a_1 \Delta z_t + \Delta \varepsilon_t$. Ak jeden z trendov je deterministický a druhý stochastický, diferencovanie nie je správna voľba riešenia.
- $\{y_t\}$ aj $\{z_t\}$ sú nestacionárne, integrované rovnakého rádu a rad rezíduí je stacionárny. V takomto prípade môžeme $\{y_t\}$ aj $\{z_t\}$ odhadovať metódou kointegrácie, ktorú popíšeme v ďalšej kapitole.

Má preto zmysel uvažovať o testoch na integráciu.

Predstavme si stochastický proces tvaru

$$y_t = a_1 y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.2)$$

Ak $a_1 = 1$, proces $\{y_t\}$ je integrovaný rádu jedna - $I(1)$. Keď rastie čas t , rastie aj variancia. V takomto prípade, za predpokladu nulovej hypotézy ($H_0: a_1=1$), nemôžeme použiť klasické metódy na odhad koeficienta a_1 .

Použitie klasického t – testu pod nulovou hypotézou pripúšťajúcou nestacionárnosť je taktiež neprípustné. Preto bolo nutné vymyslieť nástroj na testovanie procesov $I(1)$. Dickey a Fuller (1979, 1981) odvádzajú formálnu metodológiu na vykonanie týchto testov. Je založená na Monte Carlo simuláciách:

- V prvom kroku vygenerujeme množinu náhodných čísel, ktoré budú normálne rozdelené a nekorelované. Tieto hodnoty predstavujú rad $\{\varepsilon_t\}$.
- V druhom kroku pomocou množiny vygenerovaných hodnôt $\{\varepsilon_t\}$ vypočítame podľa (2.2) hodnoty radu $\{y_t\}$, pričom položíme $y_0 = 0$ a $a_1 = 1$.
- Ak zopakujeme oba kroky tisíckrát, dostaneme tisíc procesov predstavujúcich náhodnú prechádzku. Pre každú z nich môžeme odhadnúť koeficient a_1 .

Analogicky postupovali aj Dickey a Fuller. V rovnici $y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$ odhadovali koeficient a_1 a na základe experimentov zistili, že pre rad $\{y_t\}$ dĺžky 100 platí:

- 90% odhadovaných hodnôt a_1 je menších ako 2.58-násobok štandardnej odchýlky od jednotky
- 95% odhadovaných hodnôt a_1 je menších ako 2.89-násobok štandardnej odchýlky od jednotky
- 99% odhadovaných hodnôt a_1 je menších ako 3.51-násobok štandardnej odchýlky od jednotky

2.2 Dickey-Fullerove testy

V predošlej časti sme naznačili, že ak $a_1 = 1$, tak proces (2.2) $y_t = a_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$ je integrovaný rádu jedna². Na tomto základe sú založené aj Dickey-Fullerove testy. Od obidvoch strán rovnice (2.2) odpočítajme výraz y_{t-1} . To vedie k tvaru $\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t$, kde $\gamma = a_1 - 1$. Testovanie hypotézy $a_1 = 1$ je ekvivalentné s testovaním $\gamma = 0$. Dickey a Fuller uvádzajú nasledovné tvary rovníc na testovanie integrácie rádu jedna:

² Aby bol proces $y_t = a_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$ stacionárny, je nutné, aby $-1 < a_1 < 1$. Ak $\gamma = a_1 - 1$, tak ekvivalentná podmienka stacionárnosti procesu $y_t = a_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$ je: $-2 < \gamma < 0$.

$$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.3)$$

$$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.4)$$

$$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + a_2 t + \varepsilon_t \quad (2.5)$$

Prvá rovnica predstavuje základný tvar, druhá a tretia obsahujú aj deterministické členy - priesečník a_0 a lineárny časový trend $a_2 t$. Vo všetkých troch rovniciach je parametrom záujmu γ . Za predpokladu nulovej hypotézy $H_0: \gamma = 0$ je $\{y_t\}$ integrovaný I(1).

Ak chceme zistiť, či náš skúmaný rad $\{y_t\}$ je I(1), odhadneme niektorú z vyššie uvedených rovníc metódou najmenších štvorcov. Dostaneme odhad koeficientu γ a aj jeho štandardnú odchýlku. Na základe porovnania príslušnej hodnoty t -štatistiky s tou, ktorú uvádza Dickey a Fuller sa rozhodneme, či:

- zamietame $H_0: \gamma = 0 \Rightarrow \{y_t\}$ je stacionárny proces
- nezamietame $H_0: \gamma = 0 \Rightarrow \{y_t\}$ je proces I(1)

Tieto kritické hodnoty môžeme nájsť v priloženej tabuľke v prílohe č.2. Závisia od typu použitej regresie a dĺžky časového radu. Pre regresiu v tvare (2.3) sa kritické hodnoty nachádzajú v časti τ , pre (2.4) v časti τ_μ a pre rovnicu (2.5) sú zaznamenané v časti τ_τ .

V sekcii τ_μ vidíme, že pre časový rad dĺžky 100 sú kritické hodnoty t -štatistiky -2.58 , -2.89 a -3.51 na 10%, 5% a 1% -nej hladine významnosti.

Príklad:

Predstavme si, že skúmame časový rad $\{y_t\}$ tvaru $y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$. Nech po pretransformovaní pomocou (2.4) dostaneme odhad koeficienta $\gamma = -0.08$. Ďalej predpokladajme, že štandardná odchýlka tohto člena je 0.035.

Potom pri testovaní hypotézy $H_0: \gamma = 0$ zistíme, že hodnota nami vypočítanej t -štatistiky je: $(-0.08 - 0) / 0.035 = -2.286$. Preto H_0 nezamietame na žiadnej zo štandardných hladín významnosti a môžeme tvrdiť, že $\{y_t\}$ je proces I(1).

Kritické hodnoty ostajú nezmenené, ak namiesto (2.3), (2.4) a (2.5) budeme uvažovať rovnice

$$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + \sum_{i=2}^p \beta_i \Delta y_{t-i+1} + \varepsilon_t \quad (2.6)$$

$$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + \sum_{i=2}^p \beta_i \Delta y_{t-i+1} + \varepsilon_t \quad (2.7)$$

$$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + a_2 t + \sum_{i=2}^p \beta_i \Delta y_{t-i+1} + \varepsilon_t \quad (2.8)$$

Ak náš skúmaný časový rad testujeme pomocou týchto regresíí, používame tzv. rozšírený Dickey-Fullerov test. Na testovanie hypotézy $\gamma = 0$ používame už spomenuté štatistiky τ , τ_μ a τ_τ . Okrem toho, Dickey a Fuller poskytujú aj F -štatistiky označované ϕ_1 , ϕ_2 a ϕ_3 .

Pomocou

- ϕ_1 štatistiky testujeme v rovnici (2.4) alebo (2.7) nulovú hypotézu $\gamma = a_0 = 0$.
- ϕ_2 štatistiky testujeme v rovnici (2.5) alebo (2.8) nulovú hypotézu $\gamma = a_0 = a_2 = 0$.
- ϕ_3 štatistiky testujeme v rovnici (2.5) alebo (2.8) nulovú hypotézu $\gamma = a_2 = 0$.

ϕ_1 , ϕ_2 a ϕ_3 sú konštruované ako všeobecné F -testy:

$$\phi_i = \frac{(RSS^* - RSS) / r}{RSS / (T - k)}$$

- kde
- RSS = suma štvorcov rezíduí v nereštringovanom modeli
 - RSS^* = suma štvorcov rezíduí v reštringovanom modeli
 - r = počet reštrikcií
 - T = počet použiteľných pozorovaní
 - k = počet odhadovaných parametrov v nereštringovanom modeli
 - $T - k$ = počet stupňov voľnosti v nereštringovanom modeli

Porovnajme vypočítané hodnoty ϕ_i s tými, čo uvádzajú Dickey a Fuller v *tabuľke 2.1*. Nulová hypotéza je, že dáta sú generované reštringovaným modelom. Alternatíva znie, že dáta sú generované nereštringovaným modelom. Ak nami vypočítané ϕ_i prevyšujú tie v tabuľke, nulovú hypotézu zamietame. Podrobnejšie uvádzame kritické hodnoty ϕ_i štatistík v prílohe č.3.

Taktiež môžeme testovať významnosť priesečníka a_0 alebo časového trendu a_2 pod nulovou hypotézou $\gamma = 0$.

Za predpokladu $\gamma = 0$:

- na testovanie hypotézy $a_0 = 0$ v rovnici (2.7) používame kritickú hodnotu $\tau_{\alpha\mu}$
- na testovanie hypotézy $a_0 = 0$ v rovnici (2.8) používame kritickú hodnotu $\tau_{\alpha\tau}$
- na testovanie hypotézy $a_2 = 0$ v rovnici (2.8) používame kritickú hodnotu $\tau_{\beta\tau}$.

Nasledovná tabuľka stručne popisuje spomenuté štatistiky a ich kritické hodnoty na najpoužívanejších hladinách významnosti pre časový rad dĺžky 100.

Krok 1:

Začneme s modelom (2.8), ktorý má najmenej reštrikcií. Na testovanie nulovej hypotézy $H_0: \gamma = 0$ použijeme τ_τ štatistiku. Ak zamietame H_0 , netreba ďalej pokračovať a prehlásime, že proces $\{y_t\}$ nie je $I(1)$.

Krok 2:

Ak H_0 nebola zamietnutá, treba otestovať, či v predošlom kroku nebolo zahrnutých príliš veľa premenných. Testujeme významnosť časového trendu (člena a_2) za predpokladu platnosti H_0 . Používame na to kritické hodnoty $\tau_{\beta\tau}$ štatistiky, ktoré sú uvedené v *tabuľke 2.1*. Mali by sme to overiť aj testovaním hypotézy $a_2 = \gamma = 0$ použitím ϕ_3 štatistiky. Ak trend nie je štatisticky významný, postupujeme do *Kroku 3*. Ak trend je štatisticky významný, testujeme znova hypotézu $\gamma = 0$ použitím štandardného normálneho rozdelenia. Ak túto hypotézu zamietame, môžeme tvrdiť, že proces $\{y_t\}$ nie je $I(1)$. V opačnom prípade prehlásime, že $\{y_t\}$ je $I(1)$.

Krok 3:

Odhadneme (2.8) bez trendovej zložky, teda v tvare (2.7). Testujeme $H_0: \gamma = 0$ pomocou τ_μ . Ak H_0 zamietame, tak $\{y_t\}$ nie je $I(1)$.

V opačnom prípade, keď H_0 nezamietame, testujeme významnosť konštanty (člena a_0) za predpokladu platnosti H_0 použitím štatistiky $\tau_{\alpha\mu}$. Mali by sme to potvrdiť testovaním $a_0 = \gamma = 0$ použitím ϕ_1 štatistiky.

Ak priesečník nie je štatisticky významný, prejdeme na *Krok 4*.

Ak priesečník je štatisticky významný, testujeme znova hypotézu $\gamma = 0$, ale použitím štandardného normálneho rozdelenia. Ak túto hypotézu $\gamma = 0$ zamietame, môžeme tvrdiť, že proces $\{y_t\}$ nie je $I(1)$. Ak ju nezamietame, prehlásime, že $\{y_t\}$ je $I(1)$.

Krok 4:

Odhadneme model v tvare (2.6). Na testovanie $H_0: \gamma = 0$ použijeme kritické hodnoty τ štatistiky. Ak H_0 zamietame, tak $\{y_t\}$ nie je $I(1)$. V opačnom prípade proces $\{y_t\}$ prehlásime za $I(1)$.

V prípade predpokladu, že časový rad by mohol byť väčšieho rádu integrácie ako 1, používame test, ktorý navrhli Dickey a Pantula (1987). Keďže viac-menej ide len o vykonanie príslušných Dickey-Fullerových testov na diferencie časového radu $\{y_t\}$, nebudeme ho v tejto časti popisovať. V praxi sa však ukazuje, že ekonomické časové rady obyčajne nie je potreba diferencovať viac ako dva razy.

3. Kointegrácia

Táto kapitola sa zaoberá modelmi, ktoré pozostávajú z nestacionárnych premenných. Ako sme už spomenuli, môže existovať taká lineárna kombinácia integrovaných premenných, ktorá je stacionárna. Potom hovoríme, že dané premenné sú *kointegrované*.

V nasledovných riadkoch predstavíme postupne teóriu kointegrácie, popíšeme vzťahy medzi kointegrovanými premennými ako aj ich správanie sa pri vychýlení sa z rovnovážneho stavu. Nemenej dôležité bude testovanie prítomnosti kointegrácie.

3.1 Lineárna kombinácia integrovaných premenných

Pre formálne zadefinovanie pojmu *kointegrácia* uvažujme množinu premenných, ktoré v rovnováhe z dlhodobého časového hľadiska spĺňajú vzťah

$$\beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + \dots + \beta_n x_{nt} = 0 \quad (3.1)$$

Ak si x_t a β označíme ako vektory $x_t = (x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{nt})^T$ a $\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$, tak vzťah (3.1) môžeme písať ako $\beta x_t = 0$. Nech e_t sú také odchýlky od dlhodobej rovnováhy, že môžeme písať

$$e_t = \beta x_t \quad (3.2)$$

Potom rovnováha je zmysluplná iba vtedy, ak proces $\{e_t\}$ je stacionárny.

Engle a Granger (1987) ponúkajú nasledovnú definíciu kointegrácie.

Hovoríme, že zložky vektora $x_t = (x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{nt})^T$ sú *kointegrované rádu d , b* , označ.: $x_t \sim CI(d, b)$, ak

1. Všetky komponenty vektora x_t sú integrované rádu d .
2. Existuje vektor $\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$ taký, že lineárna kombinácia $\beta x_t = \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + \dots + \beta_n x_{nt}$ je integrovaná rádu $(d - b)$, kde $b > 0$.

Vektor β nazývame *kointegračný vektor*³.

³ Keďže β je v skutočnosti riadok, tak podľa správnosti by sme nemali hovoriť o vektore, ale o transponovanom vektore, resp. matici typu $(1 \times n)$. V literatúre sa však zvykne napriek tomu označovať len ako vektor, preto aj my sa držíme tejto konvencie.

Poznámky:

1. Kointegrácia sa vzťahuje iba na lineárnu kombináciu nestacionárnych premenných.
2. Kointegračný vektor nie je daný jednoznačne. Ak $\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$ je kointegračný vektor, tak aj pre každé nenulové λ je $\lambda\beta = (\lambda\beta_1, \lambda\beta_2, \dots, \lambda\beta_n)$ kointegračný vektor. Táto vlastnosť sa mnohokrát využíva na normalizovanie kointegračného vektora vzhľadom na niektorú premennú vektora x_t . Ak chceme normalizovať kointegračný vektor vzhľadom na x_{it} (vzhľadom na i -tu premennú vektora x_t), volíme $\lambda = 1/\beta_i$.
3. O kointegrácii uvažujeme len vtedy, ak všetky premenné sú rovnakého rádu integrácie. Neznamená to však, že všetky premenné rovnakého rádu integrácie musia byť automaticky kointegrované.
4. Pre n -rozmerný vektor $x_t = (x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{nt})^T$ môže existovať až $n-1$ lineárne nezávislých kointegračných vektorov. Počet lineárne nezávislých kointegračných vektorov sa zvykne označovať ako *kointegračná hodnota* (cointegrating rank) vektora x_t .
5. V literatúre sa zvykne označovať pojmom „kointegrácia“ prípad $CI(1, 1)$. Ide zrejme o najčastejší prípad kointegračného vzťahu, pretože v ekonomických úlohách sa vyskytujú väčšinou premenné typu $I(1)$. My sa ďalej v texte budeme taktiež zaoberať len týmto špecifickým prípadom.

3.2 Kointegrácia a vzťah medzi trendovými zložkami

V nasledovnej sekcii sa pokúsime zdôvodniť, aký je skutočný vzťah medzi trendovými zložkami kointegrovaných premenných. Pre jednoduchosť uvažujme najprv príklad dvoch nestacionárnych radov $I(1)$.

$$\begin{aligned} y_t &= \mu_{yt} + \varepsilon_{yt} \\ z_t &= \mu_{zt} + \varepsilon_{zt} \end{aligned} \quad (3.3)$$

kde μ_{it} predstavuje proces náhodnej prechádzky a ε_{it} je stacionárny rad (nie nutne biely šum). Ak premenné y_t a z_t majú byť $CI(1, 1)$, tak musia existovať nenulové β_1 a β_2 také, že lineárna kombinácia $\beta_1 y_t + \beta_2 z_t$ je stacionárna. Po dosadení

$$\beta_1 y_t + \beta_2 z_t = \beta_1 (\mu_{yt} + \varepsilon_{yt}) + \beta_2 (\mu_{zt} + \varepsilon_{zt}) = (\beta_1 \mu_{yt} + \beta_2 \mu_{zt}) + (\beta_1 \varepsilon_{yt} + \beta_2 \varepsilon_{zt}) \quad (3.4)$$

Člen $(\beta_1 \varepsilon_{yt} + \beta_2 \varepsilon_{zt})$ na pravej strane rovnice je stacionárny. Ak má byť $\beta_1 y_t + \beta_2 z_t$ stacionárne, tak výraz $(\beta_1 \mu_{yt} + \beta_2 \mu_{zt})$ na pravej strane sa v rovnici nesmie vyskytovať. Inými slovami, musí platiť

$$(\beta_1 \mu_{y_t} + \beta_2 \mu_{z_t}) = 0 \quad (3.5)$$

Vzťah (3.5) je v tomto prípade nutnou aj postačujúcou podmienkou, aby $\{y_t\}$ a $\{z_t\}$ boli $CI(1,1)$.

Keďže sme predpokladali, že β_1 a β_2 sú nenulové, tak (3.5) platí práve vtedy, ak

$$\mu_{y_t} = -\frac{\beta_2}{\beta_1} \mu_{z_t} \quad (3.6)$$

Tento vzťah nám hovorí, že ak dva $I(1)$ stochastické procesy sú kointegrované rádu $CI(1,1)$, tak až na skalár $-\beta_2/\beta_1$ musia mať rovnaké stochastické trendy.

Predošlú úvahu môžeme ľahko zovšeobecniť pre prípad n premenných. Nech pre $\forall i \ 1 \leq i \leq n$ je x_{it} integrovaný proces pozostávajúci zo stochastického trendu μ_{it} a nejakej rušivej stacionárnej zložky ε_{it} . Označme si x_t , μ_t a ε_t ako vektory. Potom môžeme písať

$$x_t = \mu_t + \varepsilon_t \quad (3.7)$$

kde $x_t = (x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{nt})^T$, $\mu_t = (\mu_{1t}, \mu_{2t}, \dots, \mu_{nt})^T$ a $\varepsilon_t = (\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t}, \dots, \varepsilon_{nt})^T$.

Ak jeden z trendov sa dá vyjadriť ako lineárna kombinácia ostatných trendov, tak existuje vektor $\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$ taký, že

$$\beta_1 \mu_{1t} + \beta_2 \mu_{2t} + \dots + \beta_n \mu_{nt} = 0 \quad (3.8)$$

Prenásobením každého i - teho riadku v (3.7) číslom β_i a sčítaním dostaneme

$$\beta x_t = \beta \mu_t + \beta \varepsilon_t \quad (3.9)$$

Keďže podľa (3.8) $\beta \mu_t = 0$, vzťah (3.9) sa nám redukuje na tvar $\beta x_t = \beta \varepsilon_t$, z čoho vyplýva, že lineárna kombinácia βx_t je stacionárna, teda β je kointegračný vektor.

Opačne by sme mohli tvrdiť, že ak pre premenné x_{1t}, \dots, x_{nt} existuje kointegračný vektor β , tak zrejme niektorá trendová zložka sa dá napísať ako lineárna kombinácia ostatných.

Nech vektory x_t , μ_t a ε_t sú stále rovnako definované ako v (3.7). Uvažujme ale prípad, že medzi trendovými zložkami existuje $r < n$ lineárnych vzťahov takých, že platí

$$\begin{aligned}
\beta_{11}\mu_{1t} + \beta_{12}\mu_{2t} + \dots + \beta_{1n}\mu_{nt} &= 0 \\
\beta_{21}\mu_{1t} + \beta_{22}\mu_{2t} + \dots + \beta_{2n}\mu_{nt} &= 0 \\
&\vdots \\
\beta_{r1}\mu_{1t} + \beta_{r2}\mu_{2t} + \dots + \beta_{rn}\mu_{nt} &= 0
\end{aligned} \tag{3.10}$$

Označme si teraz β ako maticu

$$\beta = \begin{pmatrix} \beta_{11} & \dots & \beta_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta_{r1} & \dots & \beta_{rn} \end{pmatrix} \tag{3.11}$$

Potom (3.10) sa dá prepísať na tvar

$$\beta\mu_t = 0 \tag{3.12}$$

Podobnou úvahou ako pred chvíľou prideme k záveru, že musí platiť $\beta x_t = \beta \varepsilon_t$, z čoho vyplýva, že βx_t je stacionárne. Ale keďže teraz β bola matica typu $(r \times n)$, tak výraz βx_t nám predstavuje r stacionárnych lineárnych kombinácií, resp. každý riadok výrazu βx_t je stacionárny. Konkrétne:

$$\beta x_t = \begin{pmatrix} \beta_{11} & \dots & \beta_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta_{r1} & \dots & \beta_{rn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{1t} \\ \vdots \\ x_{nt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta_{11}x_{1t} + \dots + \beta_{1n}x_{nt} \\ \vdots \\ \beta_{r1}x_{1t} + \dots + \beta_{rn}x_{nt} \end{pmatrix} = \beta \varepsilon_t \sim I(0)$$

$$\beta_{11}x_{1t} + \dots + \beta_{1n}x_{nt} \sim I(0)$$

$$\dots \dots \dots \sim I(0)$$

$$\beta_{r1}x_{1t} + \dots + \beta_{rn}x_{nt} \sim I(0)$$

Inými slovami, každý riadok matice β predstavuje kointegračný vektor.

V prílohe č.4 uvádzame jednoduchý príklad kointegrovaných premenných.

3.3 Vzťah kointegrácie a error correction modelov

V predošlých častiach sme zistili, že kointegrované premenné vhodnou lineárnou kombináciou v dlhodobom časovom horizonte majú tendenciu približovať sa k nejakému rovnovážnemu stavu, ktorý je stacionárny. Schopnosť systému nevychýliť sa príliš od dlhodobej rovnováhy môže byť zaručená len vtedy, ak aspoň niektoré premenné vhodné

reagujú na výkyvy od vyváženého stavu. Túto situáciu by mal matematicky popisovať error-correction model.

Hovoríme, že vektor $x_t = (x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{nt})^T$, ktorého zložky sú I(1) má *error-correction* reprezentáciu, keď sa dá vyjadriť vo forme:

$$\Delta x_t = \pi_0 + \pi x_{t-1} + \pi_1 \Delta x_{t-1} + \pi_2 \Delta x_{t-2} + \dots + \pi_p \Delta x_{t-p} + \varepsilon_t \quad (3.13)$$

kde π_0 - je $(n \times 1)$ vektor priesečníkov so zložkami π_{i0}
 π_i - matica $(n \times n)$ s elementami $\pi_{jk}(i)$
 π - matica s elementami π_{jk} takými, že jedno alebo viac $\pi_{jk} \neq 0$
 ε_t - vektor $(n \times 1)$ s elementami ε_{it}

Keďže všetky premenné x_{1t}, \dots, x_{nt} ako zložky vektora x_t sú I(1) a existuje error-correction model (3.13), tak existuje lineárna kombinácia premenných x_{1t}, \dots, x_{nt} , ktorá je stacionárna. Ukážeme to úpravou (3.13), kedy dostávame:

$$\pi x_{t-1} = \Delta x_t - \pi_0 - \sum \pi_i \Delta x_{t-i} - \varepsilon_t \quad (3.14)$$

Každý výraz na pravej strane je stacionárny, preto aj πx_{t-1} je stacionárne. Tým pádom riadky matice π predstavujú kointegračné vektory. Výraz πx_{t-1} popisuje dlhodobý rovnovážny stav, prípadne niekoľko rovnovážnych stavov v závislosti od počtu lineárne nezávislých kointegračných vektorov.

Príklad:

Pre prípad dvoch premenných vzťah (3.13) môže nadobúdať nasledovný tvar:

$$\begin{aligned} \Delta y_t &= \pi_{10} - \alpha_y (y_{t-1} - \beta z_{t-1}) + \sum \pi_{11}(i) \Delta y_{t-i} + \sum \pi_{12}(i) \Delta z_{t-i} + \varepsilon_{yt} \\ \Delta z_t &= \pi_{20} + \alpha_z (y_{t-1} - \beta z_{t-1}) + \sum \pi_{21}(i) \Delta y_{t-i} + \sum \pi_{22}(i) \Delta z_{t-i} + \varepsilon_{zt} \end{aligned}$$

Ak predpokladáme, že premenné y_t a z_t splňajú dlhodobý rovnovážny stav $y_t = \beta z_t$, tak rovnice popisujú dynamiku správania sa daných premenných, ak sa momentálne nenachádzajú vo svojom rovnovážnom stave $y_t - \beta z_t = 0$.

Vzťah medzi error-correction modelmi a kointegráciou je preto nasledovný:

Keďže o y_t a z_t predpokladáme, že sú I(1), tak ich diferencie, ľavé strany rovníc, sú stacionárne. Ak rovnice majú dávať zmysel, tak aj pravé strany musia byť stacionárne,

teda $(y_t - \beta z_t)$ musí byť $I(0)$, z čoho vyplýva, že (y_t, z_t) sú kointegrované rádu $CI(1,1)$ s kointegračným vektorom $(1, -\beta)$, ktorý vlastne udáva dlhodobý rovnovážny stav.

Členy α_y a α_z sa zvyknú interpretovať ako *koeficienty popisujúce rýchlosť zmeny (speed of adjustment parameters)*.

- čím je α_y väčšie, o to viacej Δy_t reaguje na výchylky z rovnovážneho stavu.
- Ak oba koeficienty α_y aj α_z sú nulové, tak dlhodobý rovnovážny stav medzi y_t a z_t neexistuje a daný výraz nepredstavuje error-correction model.
- V praxi pri odhadovaní takéhoto modelu sa nám môže stať, že niektorý z parametrov α_y a α_z nebude mať také znamienko, aké sa od neho teoreticky očakáva. Potom hovoríme, že daný parameter a zároveň jemu prislúchajúca premenná pôsobí destabilizujúco. Mohlo by sa teda zdať, že reálny model nie je celkom v súlade s teóriou. Zvykne sa preto testovať, či koeficient s „nesprávnym“ znamienkom je štatisticky významný.

V súvislosti s rovnicou (3.13) by sa mohla vyskytnúť otázka, akým spôsobom vlastne vznikne takýto tvar modelu. Pre zodpovedanie stačí uvažovať rovnicu

$$x_t = Ax_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.15)$$

kde x_t - je $(n \times 1)$ vektor $(x_{1t}, \dots, x_{2t})^T$
 ε_t - je $(n \times 1)$ vektor $(\varepsilon_{1t}, \dots, \varepsilon_{2t})^T$
 A - je $(n \times n)$ matica parametrov

Odpočítanie x_{t-1} z každej strany rovnice (3.15) vedie ku vzťahu

$$\begin{aligned} x_t - x_{t-1} &= -x_{t-1} + Ax_{t-1} + \varepsilon_t \\ \Delta x_t &= -(I - A)x_{t-1} + \varepsilon_t \end{aligned}$$

kde I predstavuje jednotkovú $(n \times n)$ maticu. Ak si označíme $\pi = -(I - A)$, tak pôvodná rovnica (3.15) nadobúda tvar

$$\Delta x_t = \pi x_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.16)$$

čo je špeciálny prípad všeobecného modelu (3.13), v ktorom by boli všetky π_i nulové. Pre naše účely sa však stačí zaoberať aj týmto modelom, keďže dôležitú úlohu zohráva práve matica π .

- V prípade, že hodnosť matice π by bola nulová, čo zodpovedá situácii, že všetky jej prvky sú nulové, tak rovnica (3.16) sa redukuje na tvar $\Delta x_t = \varepsilon_t$. Nevystupuje tu člen πx_{t-1} , ktorý by nám popisoval dlhodobú rovnováhu. Okrem toho, ak $\Delta x_t = \varepsilon_t$, tak pre každé i platí, $\Delta x_{it} = \varepsilon_{it}$, čiže $\Delta x_{it} \sim I(0)$ a preto $x_{it} \sim I(1)$. ($x_{it} = x_{it-1} + \varepsilon_{it}$). Vidíme, že každý proces $\{x_{it}\}$ je integrovaný rádu jedna a neexistuje medzi nimi lineárna kombinácia, ktorá by bola stacionárna.
- Iný prípad nastáva, ak matica π má plnú hodnosť. Potom rovnica (3.16) ostáva zachovaná a výraz πx_{t-1} popisuje dlhodobý rovnovážny stav, v ktorom platí $\pi x_{t-1} = 0$. Po rozpísaní dostávame n rovníc; n nezávislých reštrikcií

$$\begin{aligned}\pi_{11}x_{1t} + \pi_{12}x_{2t} + \pi_{13}x_{3t} + \dots + \pi_{1n}x_{nt} &= 0 \\ \pi_{21}x_{1t} + \pi_{22}x_{2t} + \pi_{23}x_{3t} + \dots + \pi_{2n}x_{nt} &= 0 \\ &\vdots \\ \pi_{n1}x_{1t} + \pi_{n2}x_{2t} + \pi_{n3}x_{3t} + \dots + \pi_{nn}x_{nt} &= 0\end{aligned}$$

pričom rovnováhu sme kvôli prehľadnosti vyjadrili v čase t a nie v čase $t-1$.

My sme však predpokladali, že matica π má plnú hodnosť, teda je regulárna, a preto systém rovníc $\pi x_t = 0$ má len jediné, triviálne riešenie: $x_t = 0$ ($x_{1t} = x_{2t} = \dots = x_{nt} = 0$). To implikuje stacionárnosť premenných $x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{nt}$.

- Ostal nám už len posledný prípad, kedy hodnosť matice je r , pričom $0 < r < n$. Vtedy existuje r kointegračných vektorov, ktoré sú určené r lineárne nezávislými riadkami matice π . Napríklad, ak $r = 1$, tak existuje jediný kointegračný vektor daný ľubovoľným riadkom matice π . Každý rad $\{x_{it}\}$ môže byť vyjadrený v tvare error-correction. Príkladom môže byť zápis pre Δx_{1t} ,

$$\Delta x_{1t} = \pi_{11}x_{1t-1} + \pi_{12}x_{2t-1} + \pi_{13}x_{3t-1} + \dots + \pi_{1n}x_{nt-1} + \varepsilon_{1t}$$

čo sa dá po substitúcii $\alpha_1 = \pi_{11}$, $\beta_{1j} = \pi_{1j}/\pi_{11}$ normalizovať vzhľadom na premennú x_{1t-1}

$$\Delta x_{1t} = \alpha_1 (x_{1t-1} + \beta_{12}x_{2t-1} + \beta_{13}x_{3t-1} + \dots + \beta_{1n}x_{nt-1}) + \varepsilon_{1t}$$

Potom v dlhodobom horizonte $\{x_{it}\}$ spĺňajú vzťah:

$$x_{1t} + \beta_{12}x_{2t} + \beta_{13}x_{3t} + \dots + \beta_{1n}x_{nt} = 0$$

kde normalizovaný kointegračný vektor je $(1, \beta_{12}, \beta_{13}, \dots, \beta_{1n})$.

Teraz, keď už rozumieme pojmu kointegrácia, ostáva nám ešte vysvetliť spôsob testovania a hľadania kointegračných vzťahov. Toto bude náplňou ďalších riadkov, pričom zameriame sa na najznámejší spôsob, na Johansenovu metodológiu. Tá je založená na správnom odhade hodnoty matice π vystupujúcej v error-correction modeli.

3.4 Hodnosť matice a charakteristické korene

Pripomeňme si rovnicu (3.16), ktorá bola tvaru

$$\Delta x_t = \pi x_{t-1} + \varepsilon_t$$

Došli sme k záveru, že ak hodnosť štvorcovej matice π typu $(n \times n)$ bude r , pričom $0 < r < n$, tak zrejme bude existovať r lineárne nezávislých kointegračných vektorov. Preto, ak budeme vedieť vhodným spôsobom otestovať hodnotu matice π , tak budeme vlastne vedieť počet kointegračných vzťahov v rovnovážnom stave. Ešte predtým ako popíšeme samotný spôsob testovania, pozrime sa na mierne modifikovaný prípad rovnice (3.16).

$$\Delta x_t = A_0 + \pi x_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.17)$$

Na pravú stranu sme zahrnuli deterministický člen, ktorý sa v literatúre zvykne označovať ako drift. Je to vektor konštant typu $(n \times 1)$: $A_0 = (a_{10}, a_{20}, \dots, a_{n0})^T$.

Vektory x_t , ε_t a matica π sú zadefinované rovnako ako v (3.16).

Vzťahom (3.17) pripúšťame možnosť, že dáta zahŕňajú časový trend. Ak premenné vykazujú určitú tendenciu rásť alebo klesať, tak má zmysel hľadať model v tomto tvare. Potom v dlhodobom horizonte v rovnovážnom stave, keď $\pi x_{t-1} = 0$, má rad $\{\Delta x_{it}\}$ očakávanú hodnotu a_{i0} .

Niekedy sa nám môže podariť zahrnúť vektor A_0 do matice π tak, že dostaneme nejakú novú maticu π^* a člen A_0 už nebude vystupovať v rovnici (3.17) ako deterministický trend. Dá sa to, ak prvky vektora A_0 spĺňajú medzi sebou podobné vzťahy ako kointegračné vektory. Napríklad, ak hodnosť matice π je 1, tak riadky matice π sa líšia len nejakým násobkom, teda (3.17) môžeme písať v tvare

$$\begin{aligned} \Delta x_{1t} &= \pi_{11}x_{1t-1} + \pi_{12}x_{2t-1} + \dots + \pi_{1n}x_{nt-1} + a_{10} + \varepsilon_{1t} \\ \Delta x_{2t} &= s_2 (\pi_{11}x_{1t-1} + \pi_{12}x_{2t-1} + \dots + \pi_{1n}x_{nt-1}) + a_{20} + \varepsilon_{2t} \\ &\vdots \\ \Delta x_{nt} &= s_n (\pi_{11}x_{1t-1} + \pi_{12}x_{2t-1} + \dots + \pi_{1n}x_{nt-1}) + a_{n0} + \varepsilon_{nt} \end{aligned}$$

kde s_i predstavuje taký skalár, že platí $s_i \pi_{1j} = \pi_{ij}$.

Ak a_{i0} sú také, že $a_{i0} = s_i a_{10}$, tak predošlý vzťah môžeme napísať s konštantou v kointegračnom vektore:

$$\begin{aligned}\Delta x_{1t} &= (\pi_{11}x_{1t-1} + \pi_{12}x_{2t-1} + \dots + \pi_{1n}x_{nt-1} + a_{10}) + \varepsilon_{1t} \\ \Delta x_{2t} &= s_2 (\pi_{11}x_{1t-1} + \pi_{12}x_{2t-1} + \dots + \pi_{1n}x_{nt-1} + a_{10}) + \varepsilon_{2t} \\ &\vdots \\ \Delta x_{nt} &= s_n (\pi_{11}x_{1t-1} + \pi_{12}x_{2t-1} + \dots + \pi_{1n}x_{nt-1} + a_{10}) + \varepsilon_{nt}\end{aligned}$$

Ak zavedieme nasledovné označenie

$$\begin{aligned}x_t &= (x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{nt})^T \\ x_{t-1}^* &= (x_{1t-1}, x_{2t-1}, \dots, x_{nt-1}, 1)^T \\ \pi^* &= \begin{pmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} & \dots & \pi_{1n} & a_{10} \\ \pi_{21} & \pi_{22} & \dots & \pi_{2n} & a_{20} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \pi_{n1} & \pi_{n2} & \dots & \pi_{nn} & a_{n0} \end{pmatrix}\end{aligned}$$

tak (3.17) sa dá za vyššie uvedených predpokladov napísať v tvare

$$\Delta x_t = \pi^* x_{t-1}^* + \varepsilon_t \quad (3.18)$$

Takto sa nám podarilo odstrániť časový trend pre všeobecné riešenie každého $\{x_{it}\}$ a do rovnovážneho stavu sme zahrnuli priesečník. Tým pádom je v rovnovážnom stave očakávaná hodnota všetkých Δx_{it} opäť nulová.

Podobným spôsobom ako sme v predošlých častiach odvodili vznik rovnice (3.16), môžeme odvodiť aj zovšeobecnený prípad. Vychádzajme z tvaru

$$x_t = A_1 x_{t-1} + A_2 x_{t-2} + \dots + A_p x_{t-p} + \varepsilon_t \quad (3.19)$$

kde x_t je $(n \times 1)$ vektor $(x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{nt})^T$ a ε_t je $(n \times 1)$ vektor $(\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t}, \dots, \varepsilon_{nt})^T$ s nezávislými rovnako rozdelenými zložkami ε_{it} , ktoré predstavujú biely šum.

Po substitúcii:

$$\begin{aligned}\pi &= \sum_{i=1}^p A_i - I \\ \pi_i &= - \sum_{j=i+1}^p A_j\end{aligned}$$

rovnica (3.19) nadobúda tvar:

$$\Delta x_t = \pi x_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \pi_i \Delta x_{t-i} + \varepsilon_t \quad (3.20)$$

Keby sme chceli, mohli by sme v takejto rovnici uvažovať aj prítomnosť iných členov, napr. trendu A_0 . Situáciu by to nezmenilo, pretože kľúčovú úlohu zohráva matica π . Opäť platia už spomínané závery. V prípade, že jej hodnosť je nulová, rovnica (3.20) nepredstavuje error-correction model a neexistuje medzi premennými žiaden rovnovážny stav. Ak má plnú hodnosť, tak premenné sú stacionárne. Ak jej hodnosť je r , $0 < r < n$, tak aj počet nezávislých kointegračných vektorov je r . Preto musíme vedieť odhadnúť hodnosť matice π . Z algebry vieme, že hodnosť štvorcovej matice sa rovná počtu jej nenulových vlastných hodnôt. Z toho vyplýva, že ak budeme poznať počet nenulových vlastných hodnôt matice π , budeme poznať aj počet nezávislých kointegračných vzťahov.

Predpokladajme, že máme maticu π a jej n usporiadaných vlastných hodnôt takých, že $\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_n$.

Ak premenné x_{it} nie sú kointegrované, $\text{hod}(\pi)=0$ a všetky tieto charakteristické korene sú tiež rovné nule. Preto všetky výrazy $\ln(1-\lambda_i) = \ln(1) = 0$.

Podobne, ak $\text{hod}(\pi)=1$, $0 < \lambda_1 < 1$, tak prvý výraz $\ln(1-\lambda_1)$ je záporný, a keďže ostatné $\lambda_i = 0$, tak aj $\ln(1-\lambda_i) = 0$ pre $(i=2, \dots, n)$.

Na základe tohoto sú skonštruované nasledovné štatistiky.

$$\lambda_{\text{trace}}(r) = -T \sum_{i=r+1}^n \ln(1 - \hat{\lambda}_i) \quad (3.21)$$

$$\lambda_{\text{max}}(r, r+1) = -T \ln(1 - \hat{\lambda}_{r+1}) \quad (3.22)$$

kde $\hat{\lambda}_i$ = odhadnuté vlastné hodnoty matice π

T = počet použiteľných⁴ pozorovaní

Prvá štatistika testuje nasledovnú nulovú hypotézu:

H_0 : počet rozličných kointegračných vektorov je menej alebo rovné r .

⁴ Počet použiteľných pozorovaní znamená počet všetkých pozorovaní mínus strata spôsobená napríklad použitím lagov. Ak máme časové rady dĺžky 100 a odhadujeme rovnice, v ktorých sa vyskytuje posun času až do $t-2$, tak počet použiteľných pozorovaní je $T = 100 - 2 = 98$.

Príklad:

Predpokladajme, že v skutočnosti existuje veľa kointegračných vektorov. Potom zrejme $\hat{\lambda}_i$ nebudú nulové, resp. nebudú blízko pri nule. V dôsledku toho bude veľa výrazov $\ln(1 - \hat{\lambda}_i)$ záporných. Ak by sme my testovali, či existuje maximálne jeden kointegračný vektor ($H_0: r \leq 1$), tak súčet výrazov $\ln(1 - \hat{\lambda}_i)$ bude dostatočne záporné číslo. Po vynásobení $-T$ dostaneme zrejme „veľké“ kladné číslo. Teda štatistika (3.21) bude veľká, takže budeme môcť zamietnuť hypotézu, že je tam ≤ 1 kointegračných vektorov.

Podobným spôsobom je reprezentovaná aj druhá štatistika, λ_{\max} , ktorá testuje:

H_0 : počet kointegračných vektorov je r
oproti alternatíve

H_1 : počet kointegračných vektorov je $r + 1$.

Príklad:

Ak v skutočnosti existujú dva kointegračné vektory, tak zrejme $\hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2$ budú dostatočne vzdialené od nuly. Hodnota $\hat{\lambda}_3$ by mala byť už blízka nule. Ak testujeme hypotézu, že existujú dva kointegračné vektory oproti alternatíve, že sú tri ($H_0: r = 2$, $H_1: r = 3$), tak v dôsledku toho, že $\hat{\lambda}_3$ je takmer nula, výraz $-T \ln(1 - \hat{\lambda}_3)$ bude tiež blízky nule, resp. dostatočne malý na to, aby sme nezamietli nulovú hypotézu $H_0: r = 2$.

Johansen a Juselius (1990) poskytujú kritické hodnoty pre tieto štatistiky. Tie závisia:

- od počtu nestacionárnych komponentov pod nulovou hypotézou (teda od $n - r$)
- na forme vektora A_0 .
 - či predstavuje drift
 - či predstavuje konštantu v kointegračnom vektore
 - alebo neuvažujeme ani konštantu ani drift v danom modeli

Poznámky:

1. Tabuľku s kritickými hodnotami štatistík λ_{trace} a λ_{\max} uvádzame v prílohe č.5.
2. Je dôležité, aby sme pri používaní týchto štatistík mali odhadnuté vlastné hodnoty usporiadané podľa veľkosti: $\hat{\lambda}_1 > \hat{\lambda}_2 > \dots > \hat{\lambda}_n$
3. Ak máme napríklad päť premenných ($n = 5$) a pomocou štatistiky λ_{trace} testujeme, či existuje nula alebo jeden kointegračný vektor ($H_0: r \leq 1$), tak vo výraze (3.21) sumujeme od 2 po 5. Ak pripúšťame možnosť, že kointegračný vzťah obsahuje konštantu, tak nami vypočítanú hodnotu porovnáваме s kritickou hodnotou uvedenou v priloženej tabuľke v časti „ λ_{trace} s konštantou“ v riadku $n - r (= 5 - 1 = 4)$. Kritické hodnoty sú 53.347 na 95% úrovni a 60.054 na 99% hladine.

4. Ideálny prípad je, keď obe štatistiky indikujú rovnaké závery pre počet kointegračných vektorov. V praxi sa však môže stať, že výsledky sú rôzne (napr.: λ_{trace} nezamieta, že existuje nula kointegračných vektorov, ale λ_{max} zamieta, že ich je nula). Test λ_{max} má ostrejšiu alternatívnu hypotézu. Používa sa častejšie na definitívne stanovenie počtu kointegračných vektorov.

3.5 Testovanie hypotéz v kointegračnom vzťahu

Dobrou vlastnosťou Johansenovej procedúry je, že umožňuje testovať rozličné reštrikcie na nájdené kointegračné vektory. Dôležité je mať stále na pamäti, že ak existuje r kointegračných vektorov, tak len týchto r lineárnych kombinácií premenných je stacionárnych. Uvedieme niektoré základné testy:

Testovanie prítomnosti konštanty v kointegračnom vzťahu:

Vychádzajme z modelu (3.17). Ten bol tvaru

$$\Delta x_t = A_0 + \pi x_{t-1} + \varepsilon_t$$

Spomenuli sme, kedy je možné člen A_0 zahrnúť do kointegračného vzťahu, kde vystupuje ako konštanta a nemá charakter trendu. Získali sme tak model (3.18). Keď však ešte len odhadujeme model, nevieme, aký charakter bude mať v konečnom dôsledku člen A_0 . Preto odhadnime najprv všeobecný - nereštringovaný model s členom A_0 . Odhadnuté a usporiadané vlastné hodnoty matice π označme ako $\hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2, \dots, \hat{\lambda}_n$. Potom odhadneme vlastné hodnoty reštringovaného modelu – modelu s priesečníkom v kointegračnom vzťahu. Tie usporiadame podľa veľkosti a označíme ako $\hat{\lambda}_1^*, \hat{\lambda}_2^*, \dots, \hat{\lambda}_n^*$. Predpokladajme, že nereštringovaný teoretický model má r nenulových vlastných hodnôt. Existuje teda r kointegračných vzťahov.

Nulová hypotéza je tvaru:

$$H_0: \text{ V kointegračnom vzťahu sa nachádza priesečník}$$

Na jej testovanie sa používa štatistika

$$-T \sum_{i=r+1}^n \left[\ln(1 - \lambda_i^*) - \ln(1 - \lambda_i) \right] \quad (3.23)$$

ktorá má asymptoticky χ^2 rozdelenie s $(n - r)$ stupňami voľnosti.

Voľná interpretácia správania tejto štatistiky znie: V prípade, že model má mať naozaj reštrikcie (priesečník v kointegračnom vzťahu), tak počet kointegračných vektorov v reštringovanom modeli by mal ostať r , čiže taký istý, aký sme odhadli vo všeobecnom modeli. Teda matica π (bez reštrikcií) a π^* (s reštrikciami) by mali mať rovnakú hodnotu a preto aj vlastné čísla $\hat{\lambda}_i$ a $\hat{\lambda}_i^*$ by mali byť približne rovnaké (rovnako veľá by ich malo byť nenulových). Potom výrazy $\ln(1-\lambda_i^*)$ a $\ln(1-\lambda_i)$ by mali byť približne rovnaké, a preto štatistika (3.23) bude vykazovať malé hodnoty, čo implikuje, že hypotézu H_0 nezamietame.

Na druhej strane vieme, že pravdepodobnosť nájdenia stacionárnej lineárnej kombinácie n premenných je väčšia s prítomnosťou priesečníka v kointegračnom vzťahu ako bez neho. Ale vo všeobecnom modeli sme odhadli, že rovnovážnych vzťahov je r . Preto v modeli s reštrikciami ich nemôže byť zrazu viac. Z toho vyplýva, že ak nastane prípad, že v reštringovanom modeli nám vychádza väčší počet kointegračných vektorov, tak $\text{hod}(\pi^*) > \text{hod}(\pi) \Rightarrow \lambda_i^*$ nenulových je viac ako λ_i nenulových \Rightarrow štatistika (3.23) je veľká a preto zamietame nulovú hypotézu.

Testovanie reštrikcií na parametre normalizovaného kointegračného vektora:

Na vykonanie tohto testu musíme najprv poznať normalizovaný kointegračný vektor. Johansen definuje dve matice α a β typu $(n \times r)$, kde r je hodnosť π . α a β sú také, že

$$\pi = \alpha\beta^T$$

Matica α sa dá interpretovať ako matica váh, s ktorými každý kointegračný vektor vstupuje do modelu error-correction, resp. ako matica s koeficientmi, ktoré udávajú rýchlosť zmeny danej premennej, ak je sústava v nerovnovážnom stave. Matica β pozostáva z normalizovaných kointegračných vektorov. V prípade existencie jedného kointegračného vektora sú riadky matice π násobkom prvého. Ak vychádzame z rovnice (3.20), situácia vyzerá nasledovne:

$$\begin{aligned}\Delta x_{1t} &= \dots + \pi_{11}x_{1t-1} + \pi_{12}x_{2t-1} + \dots + \pi_{1n}x_{nt-1} + \varepsilon_{1t} \\ \Delta x_{2t} &= \dots + s_2(\pi_{11}x_{1t-1} + \pi_{12}x_{2t-1} + \dots + \pi_{1n}x_{nt-1}) + \varepsilon_{2t} \\ &\vdots \\ \Delta x_{nt} &= \dots + s_n(\pi_{11}x_{1t-1} + \pi_{12}x_{2t-1} + \dots + \pi_{1n}x_{nt-1}) + \varepsilon_{nt}\end{aligned}$$

kde neuvádzame členy $\pi_i \Delta x_{t-i}$.

Ak označíme $\alpha_i = s_i \pi_{11}$, pričom $s_1 = 1$, tak pre i -ty riadok v predchádzajúcej sústave platí:

$$\Delta x_{it} = \dots + \alpha_i (x_{1t-1} + \beta_2 x_{2t-1} + \dots + \beta_n x_{nt-1}) + \varepsilon_{it} \quad i = 1, \dots, n$$

kde $\beta_j = (\pi_{1j} / \pi_{11})$ pre $j = 2, \dots, n$.

V maticovom tvare to môžeme zapísať

$$\Delta x_t = \alpha \beta^T x_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \pi_i \Delta x_{t-i} + \varepsilon_t$$

kde $\beta = (1, \beta_2, \beta_3, \dots, \beta_n)^T$ a $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n)^T$.

Akonáhle máme α a β^T stanovené, môžeme prejsť k samotnému testovaniu. Môžeme testovať rozličné vzťahy medzi zložkami kointegračného vektora, napr. či $\beta_i = 0$ alebo $\beta_2 + \beta_3 = 0$ a podobne.

Opäť, nech $\hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2, \dots, \hat{\lambda}_n$ sú usporiadané vlastné hodnoty matice π nereštringovaného modelu a $\hat{\lambda}_1^*, \hat{\lambda}_2^*, \dots, \hat{\lambda}_n^*$ sú usporiadané vlastné hodnoty matice π^* pre reštringovaný model. Na testovanie reštrikcií pre maticu β použijeme testovaciu štatistiku

$$T \sum_{i=1}^r \left[\ln(1 - \lambda_i^*) - \ln(1 - \lambda_i) \right] \quad (3.24)$$

ktorá má asymptoticky χ^2 rozdelenie so stupňami voľnosti rovným počtu reštrikcií kladených na β . r je predpokladaný počet kointeračných vzťahov v nereštringovanom modeli.

Postup pri testovaní je nasledovný: Vo všeobecnom modeli odhadneme pomocou štatistík λ_{trace} a λ_{max} počet kointegračných vektorov. Nech ich je teda r ; $\beta^1, \beta^2, \dots, \beta^r$. Chceme otestovať nejaké reštrikcie, napr., že pre vektor $\beta^1 = (\beta_1^1, \beta_2^1, \beta_3^1, \dots, \beta_n^1)$ platí nulová hypotéza $H_0: \beta_1^1 = \beta_3^1 = 0$. Počet kointegračných vektorov má však s takýmito reštrikciami tendenciu klesať. Ak zostane rovnaký, teda ak $\text{hod}(\pi) = \text{hod}(\pi^*) \Rightarrow$ počet nenulových $\hat{\lambda}_i =$ počet nenulových $\hat{\lambda}_i^* \Rightarrow$ štatistika (3.24) je malá a preto nezamietame H_0 . Reštrikcie sú zrejme oprávnené, lebo nám nezmenšili počet kointegračných vzťahov.

V opačnom prípade, ak reštrikcie zmenšujú počet kointegračných vzťahov, tak $\text{hod}(\pi^*) < \text{hod}(\pi) \Rightarrow$ počet nenulových $\hat{\lambda}_i^* <$ počet nenulových $\hat{\lambda}_i \Rightarrow$ štatistika (3.24) by mala dosahovať veľké hodnoty \Rightarrow zamietame H_0 a reštrikcie neuvažujeme.

Túto štatistiku môžeme rovnakým spôsobom použiť aj na testovanie koeficientov matice α . Ak $r = 1$ a testujeme len jedinú hodnotu matice (vektora) α , tak klasická t -štatistika je asymptoticky ekvivalentná Johansenovému testu.

3.6 Testovanie kointegrácie – Johansenova metodológia

Postup testovania kointegrácie Johansenovou metodológiou uvedieme v štyroch základných krokoch:

Krok 1 - Overenie rádu integrácie premenných a stanovenie základného tvaru modelu:

Najprv sa pokúsime zistiť rád integrácie všetkých premenných. Nebudeme miešať dohromady premenné rôzneho rádu integrácie. Na toto posúdenie môžeme použiť Dickey-Fullerove testy. Niekedy môžeme získať dobrý odhad o dátach aj ich vykreslením. Vizuálna analýza nám navyše môže pomôcť pri rozhodovaní sa, či do modelu zahrnieme trend alebo nie. Po tomto prvom výbere treba stanoviť, do akej doby sa premenné budú oneskorovať v čase, teda „dĺžku časového oneskorenia sa“ daného modelu. Výsledky testov môžu byť nesprávnym posúdením značne ovplyvnené. Pre určenie dĺžky časového posunu odhadneme najprv vektor autoregresie bez diferencovaných premenných, určíme jeho správnu dĺžku a tú potom použijeme ako východiskovú aj v ďalších krokoch. Začíname najprv s „dlhším“ modelom a testujeme, či sa dá skrátiť. Napríklad, ak chceme otestovať, či oneskorenie $t-3$ až $t-4$ je dôležité, sformulujeme rovnice v nasledovnom tvare:

$$x_t = A_0 + A_1 x_{t-1} + A_2 x_{t-2} + A_3 x_{t-3} + A_4 x_{t-4} + \varepsilon_{1t} \quad (3.25)$$

$$x_t = A_0 + A_1 x_{t-1} + A_2 x_{t-2} + \varepsilon_{2t} \quad (3.26)$$

kde x_t = $(n \times 1)$ vektor premenných
 A_0 = $(n \times 1)$ matica (vektor) priesečníkov
 A_i = $(n \times n)$ matice koeficientov
 ε_{1t} a ε_{2t} = $(n \times 1)$ vektor rušivých členov

Odhadneme obe rovnice a označíme kovariančnú maticu rezíduí v rovnici (3.25) ako Σ_4 a v rovnici (3.26) ako Σ_2 . Sims (1980) odporúča na testovanie použiť štatistiku

$$(T - c) (\ln |\Sigma_2| - \ln |\Sigma_4|) \quad (3.27)$$

kde T = počet pozorovaní
 c = počet parametrov v nereštingovanom modeli
 $\ln |\Sigma_i|$ = prirodzený logaritmus determinantu matice Σ_i

Štatistiku (3.27) porovnáваме s χ^2 rozdelením so stupňami voľnosti rovným počtu reštrikcií kladených na koeficienty. Keďže v našom prípade matica A_i má n^2 koeficientov a nulová hypotéza je: $H_0: A_3 = A_4 = 0$, dostávame dohromady $2n^2$ reštrikcií. Ak nami vypočítaná hodnota štatistiky (3.27) nepresahuje kritickú hodnotu, nemôžeme zamietnuť nulovú hypotézu. Môžeme preto ďalej skúsiť pracovať s modelom, ktorý obsahuje oneskorovanie len do času $t-2$.

Krok 2 - Odhad modelu a určenie hodnosti matice π

Predpokladajme, že v kroku 1 sme zistili, že je vhodné použiť oneskorovanie do času $t-2$. Preto stanovíme hodnotu $p = 2$ a podľa (3.20) model odhadujeme v tvare

$$\Delta x_t = A_0 + \pi x_{t-1} + \pi_1 \Delta x_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.28)$$

Ak má mať model zmysel, tak po odhadnutí (3.28) by sa rezíduá dlhodobého rovnovážneho stavu mali javiť ako stacionárne a odhadnuté hodnoty $\hat{\varepsilon}_t$ ako biely šum. Ďalším krokom je odhad hodnosti matice π a určenie počtu kointegračných vektorov. Ako sme sa už v predošlých častiach zmienili, použijeme na to štatistiky λ_{trace} (3.21) a λ_{max} (3.22).

Okrem toho, v tejto časti sa musíme rozhodnúť, v akom tvare bude náš model,

- so všetkými elementmi vektora A_0 nulovými
- s vektorom A_0 vystupujúcim ako trend
- s konštantou v kointegračnom vzťahu

Pri posúdení nám môže pomôcť napr. vyššie uvedená štatistika (3.23).

Krok 3 - Analyzovanie kointegračných vektorov

V tejto časti normalizujeme nájdene kointegračné vektory a môžeme sa pokúsiť testovať niektoré reštrikcie na ich zložky. Jedná sa najmä o také obmedzenia, ktoré dávajú interpretáciu, ekonomický zmysel alebo ich očakávame na základe teoretického podkladu. Testovanie týchto vzťahov sme uviedli v sekcii (3.5) predovšetkým pomocou štatistiky (3.24).

Taktiež má zmysel testovať koeficienty predstavujúce rýchlosť reakcie konkrétnej premennej, ak je sústava v nerovnovážnom stave. Posudzujeme aj korektnosť znamienka.

Krok 4 - Vylepšovanie modelu

V záverečnej časti sa snažíme potvrdiť existenciu daného modelu, prípadne ho ešte vylepšiť. Kladieme dôraz aj na to, aby dával zmysel. V prípade, že je nereálny a nie je ekonomicky interpretovateľný, treba skúsiť zahrnúť inú skupinu premenných a predošlé kroky zopakovať.

4. Reálny efektívny výmenný kurz SR

Nasledovná kapitola sa zaoberá modelovaním rovnovážneho reálneho výmenného kurzu. Na základe teórie popísanej v predošlých kapitolách sa snažíme charakterizovať jeho vývoj. Uvedieme východiskový predpoklad, z ktorého je samotný model odvodený a predstavíme jednotlivé premenné. Potom popíšeme získané výsledky a pokúsime sa skonštruovať predikcie.

4.1 Základné pojmy a teoretické východisko modelu

Skôr ako začneme pracovať so samotnými časovými radmi, zdefinujme si *nominálny výmenný kurz* S_i medzi domácou a i -tou zahraničnou krajinou. S_i predstavuje počet jednotiek i -tej zahraničnej meny pripadajúci na jednu jednotku domácej meny:

$$S_i = \frac{\# \text{ jednotiek meny v krajine } i}{1 \text{ Sk}} \quad (4.1)$$

Nominálny výmenný kurz sme zdefinovali tak, že zvyšovanie S_i znamená zhodnocovanie výmenného kurzu (domácej meny voči zahraničnej) a pokles S_i znehodnocovanie.

Potom *reálny výmenný kurz* Q_i zohľadňujúci cenovú hladinu doma a v i -tej zahraničnej krajine zdefinujeme predpisom:

$$Q_i = S_i \frac{P}{P_i^*} \quad (4.2)$$

kde P = cenová hladina v domácej krajine meraná indexom spotrebiteľských cien
 P_i^* = cenová hladina v i -tej zahraničnej krajine meraná indexom spotrebiteľských cien

Ak predpokladáme, že zahraničie je tvorené n krajinami, tak *nominálny efektívny výmenný kurz* S^E medzi domácou krajinou a zahraničím ako celkom predstavuje geometrický priemer

$$S^E = \prod_{i=1}^n (S_i)^{w_i} \quad (4.3)$$

kde w_i = váhové koeficienty

Reálny efektívny výmenný kurz Q^E medzi domácou krajinou a zahraničím je určený vzťahom

$$Q^E = S^E \frac{P^D}{P^Z} \quad (4.4)$$

kde S^E = nominálny efektívny výmenný kurz definovaný vzťahom (4.3)

P^D = cenová hladina v domácej krajine meraná indexom spotrebiteľských cien.

(V našom prípade je $P^D = P$, ktoré sme definovali vo vzťahu (4.2))

P^Z = cenová hladina v zahraničí ako celku meraná indexom spotrebiteľských cien.

Predstavuje geometrický priemer jednotlivých P_i^* s váhovými koeficientmi w_i .

$$P^Z = \prod_{i=1}^n (P_i^*)^{w_i}$$

Uvedomme si, že hodnoty Q^E sú pozorované hodnoty. Ak poznáme v určitom časovom období dĺžky T hodnoty nominálnych výmenných kurzov S_i a jednotlivé cenové hladiny spotrebiteľských košov P a P_i^* , tak pomocou (4.4) vieme ľahko skonštruovať časový rad hodnôt Q^E , teda $\{Q_t^E\}_{t=1}^T$

Ťažiskom práce bude odvodiť *rovnovážny reálny efektívny výmenný kurz* slovenskej koruny, ktorý sa zvykne označovať ako BEER (Behavioral Equilibrium Exchange Rate). Tento predstavuje akúsi rovnovážnu úroveň, ktorá je vysvetlená pomocou vhodných ekonomických veličín.

V prípade, že pozorované hodnoty reálneho efektívneho výmenného kurzu Q^E budú v určitom období značne prevyšovať hladinu *rovnovážneho* reálneho efektívneho výmenného kurzu (BEER), teda ak $Q_t^E > Q_t^{BEER}$, bude to indikácia toho, že v danom období bol zrejme reálny výmenný kurz nadhodnotený. Opačný prípad svedčí o podhodnotenom reálnom výmennom kurze.

Metóda výpočtu BEER je založená na nájdení dlhodobého vzťahu medzi reálnym efektívnym výmenným kurzom a zodpovedajúcimi ekonomickými veličinami. Vychádza predovšetkým z rovnice nekrytej úrokovej parity (UIP), ktorá sa najčastejšie definuje medzi dvoma krajinami. Keďže my budeme pracovať so zahraničím ako celkom, túto rovnicu trochu modifikujeme a budeme ju chápať ako rovnicu medzi domácou krajinou a celým zahraničím. Ak zanedbáme rizikovú prémie domácej krajiny, rovnicu UIP môžeme zapísať ako:

$$R^Z \cong R^D + \frac{E_t [S_{t+1}^E] - S_t^E}{S_t^E} \quad (4.5)$$

kde R^D = nominálna úroková miera v domácej krajine
 R^Z = nominálna úroková miera v zahraničí
 S_t^E = nominálny efektívny výmenný kurz S^E v čase t definovaný vzťahom (4.3)
pričom jednotlivé S_t sú definované ako v (4.1))
 $E_t[S_{t+1}^E]$ = očakávaná hodnota S_{t+1}^E v čase t .

Po zahrnutí inflácie, prejdeme k logaritmickým hodnotám a za predpokladu, že $c > 0$ je riziková prémie domácej krajiny, predošlá rovnica nadobúda tvar⁵

$$q_t^E \cong E_t[q_{t+1}^E] + (r^D - r^Z) - c \quad (4.6)$$

kde r^D = reálna úroková miera v domácej krajine
 r^Z = reálna úroková miera v zahraničí
 q_t^E = prirodzený logaritmus reálneho efektívneho výmenného kurzu v čase t
 $E_t[q_{t+1}^E]$ = očakávanie v čase t .

Keďže nominálny výmenný kurz sme zadefinovali ako množstvo zahraničnej meny na jednu jednotku domácej meny, tak platí, že rast q_t^E znamená zhodnocovanie reálneho efektívneho výmenného kurzu.

Z rovnice (4.6) vidíme, že kladný úrokový diferenciál (domáci reálny úrok - zahraničný) zhodnocuje reálny efektívny výmenný kurz.

V praxi sa však ťažko dajú modelovať očakávania. Preto výraz $E_t[q_{t+1}^E]$ sa zvykne nahrádzať niektorými vhodnými ekonomickými veličinami (fundamentmi), ktoré by mali správanie sa výmenného kurzu vhodne vysvetľovať. To je zároveň ďalším predpokladom konštruovania BEER. V konečnom dôsledku nadobúda rovnica nasledovný tvar:

$$q_t^{BEER} = f(\text{fund}_1, \text{fund}_2, \dots, \text{fund}_n) \quad (4.7)$$

kde fund_i sú vhodné ekonomické veličiny, pričom jedna z nich je väčšinou úrokový diferenciál.

$f(\dots)$ predstavuje lineárnu kombináciu fundamentov, ktorá nám určuje rovnovážny reálny efektívny výmenný kurz BEER.

q_t^{BEER} je logaritmus *rovnovážneho* reálneho efektívneho výmenného kurzu určeného lineárnou kombináciou fundamentov fund_i .

⁵ Odvodenie rovnice UIP ako aj zahrnutie inflácie a prechod k rovnici (4.6) uvádzame v prílohe č.6

Tu si môžeme všimnúť rozdiel medzi reálnym efektívnym výmenným kurzom, respektíve jeho logaritmom q_t^E , ktorého hodnoty sú získané na základe vzťahu (4.4) a *rovnovážnym* reálnym efektívnym výmenným kurzom BEER. Ten je odvodený na základe UIP rovnice a q_t^E , ale jeho konečný tvar je vysvetlený pomocou lineárnej kombinácie vhodných fundamentov.

Uvedomme si, že tieto ekonomické premenné, o ktorých sa podrobnejšie zmienime v ďalšej časti, budú väčšinou nestacionárne. Keďže každá z nich fluktuuje, tak zrejme aj BEER, teda lineárna kombinácia $f(\text{fund}_1, \text{fund}_2, \dots, \text{fund}_n)$ bude fluktuovať.

Ak chceme dostať hladšie (vyrovnanejšie) hodnoty rovnovážneho reálneho efektívneho výmenného kurzu, musíme namodelovať tzv. *permanentný reálny efektívny výmenný kurz*, ktorý sa označuje PEER (Permanent Equilibrium Exchange Rate). My sa ho pokúsime získať tak, že na BEER ($= f(\text{fund}_1, \text{fund}_2, \dots, \text{fund}_n)$) aplikujeme HP filter⁶. Keďže PEER oveľa menej fluktuuje ako BEER, bude sa nám pomocou neho jednoduchšie porovnávať, v ktorom období bol výmenný kurz nadhodnotený a kedy podhodnotený.

4.2 Konštrukcia časových radov a vybrané makroekonomické ukazovatele

Konštrukcia časových radov pre zahraničie (ako celok) bude podobná, ako sme naznačili v predošlej časti. Ak zahraničie pozostáva z n krajín, pričom pre každú i -tu krajinu máme k dispozícii časový rad $\{X_{i,t}^*\}_{t=1}^T$ dĺžky T , tak časový rad reprezentujúci *zahraničie* $\{X_t^Z\}_{t=1}^T$ ako celok získame ako geometrický priemer:

$$X_t^Z = \prod_{i=1}^n (X_{i,t}^*)^{w_i} \quad (4.8)$$

kde w_i = váhový koeficient i -tej krajiny.

⁶ HP filter (Hodrick-Prescott 1984) spočíva v rozklade časového radu $\{y_1, y_2, \dots, y_T\}$ na trendovú zložku $\{\mu_t\}$ a stacionárnu zložku $y_t - \mu_t$. Úlohou je nájsť taký časový rad $\{\mu_t\}$, ktorý minimalizuje úlohu

$$\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (y_t - \mu_t)^2 + \frac{\lambda}{T} \sum_{t=2}^{T-1} [(\mu_{t+1} - \mu_t) - (\mu_t - \mu_{t-1})]^2$$

kde λ je penalizačná konštanta. Čím väčšiu hodnotu λ zvolíme, o to viac sa snažíme vyhladiť trend. Odporúčajú sa nasledovné hodnoty: $\lambda = 100$ pre ročné údaje, $\lambda = 1600$ pre štvrťročné údaje, $\lambda = 14400$ pre mesačné údaje.

Dáta pre domácu ekonomiku $\{X_t^D\}_{t=1}^T$ nebude treba konštruovať podľa predošlého vzorca, pretože pozostáva len z jednej krajiny – Slovenska.

V našej práci budeme pracovať so štvrtročnými časovými radmi z obdobia 1993:1 – 2002:4. Pôjde preto o časové rady dĺžky 40 ($T = 40$). Zahraničie bude reprezentovať 9 krajín ($n = 9$), ktoré predstavujú najväčších obchodných partnerov Slovenskej republiky. Jedná sa o krajiny: Nemecko, Česká republika, Taliansko, Rakúsko, Francúzsko, Holandsko, Veľká Británia, USA a Švajčiarsko. V priemere tieto krajiny tvorili takmer 69% zahraničného obchodu SR. Na základe objemu zahraničného obchodu⁷ s týmito krajinami sme vypočítali váhové koeficienty. Pre názornosť uvedieme tabuľku s ich hodnotami.

Krajina	Percento zahraničného obchodu	Váhový koeficient
Nemecko	26,52%	$w_{DEM} = 0,384$
Česká republika	17,16%	$w_{CZK} = 0,248$
Taliansko	7,51%	$w_{ITL} = 0,109$
Rakúsko	6,19%	$w_{ATS} = 0,090$
Francúzsko	3,97%	$w_{FRF} = 0,058$
Holandsko	2,21%	$w_{NLG} = 0,032$
Veľká Británia	2,11%	$w_{GPB} = 0,031$
USA	1,88%	$w_{USD} = 0,027$
Švajčiarsko	1,43%	$w_{CHF} = 0,021$
spolu	68,98%	1

Pomocou váhových koeficientov a vzťahu (4.8) sme skonštruovali časový rad predstavujúci:

- cenu spotrebného koša pre zahraničie:

$$P_t^Z = \prod_{i=1}^9 (P_{i,t}^*)^{w_i}$$

- nominálny efektívny výmenný kurz:

$$S_t^E = \prod_{i=1}^9 (S_{i,t})^{w_i}$$

kde $P_{i,t}^*$ = cena spotrebného koša (CPI) v i -tej zahraničnej krajine v čase t .

$S_{i,t}$ = nominálny výmenný kurz Slovenskej republiky s i -tou zahraničnou krajinou v čase t . Je definovaný podľa (4.1).

⁷ Objem zahraničného obchodu Slovenskej republiky s ostatnými krajinami sme vyčítali zo Štatistickej ročenky za rok 1998, 1999, ..., 2001. Na základe týchto údajov sme vypočítali váhové koeficienty pre každú krajinu v každom roku. Výsledný váhový koeficient danej krajiny je priemerom jednotlivých váh danej krajiny za obdobie 1998 – 2001.

Nech cena spotrebného koša v domácej krajine v čase t je P_t^D . Potom časový rad reálneho efektívneho výmenného kurzu je

$$Q_t^E = S_t^E \frac{P_t^D}{P_t^Z}$$

My budeme modelovať hodnotu jeho prirodzeného logaritmu: $q_t^E = \ln(Q_t^E)$.

Po úprave dostávame:

$$q_t^E = \sum_{i=1}^9 w_i \ln \left(S_{i,t} \frac{P_t^D}{P_{i,t}^*} \right)$$

Teda q_t^E sa dá interpretovať aj ako vážený aritmetický priemer logaritmov reálnych výmenných kurzov Slovenska s ostatnými krajinami.

Ukazovatele, ktoré by mohli vhodne vysvetľovať správanie sa výmenného kurzu sú nasledovné:

Diferenciál produktivity práce:

Vplyv diferenciálu produktivity práce na reálny výmenný kurz by mal odrážať známy Balassa-Samuelsonov⁸ efekt. Ten tvrdí, že relatívne väčší nárast v produktivite v obchodovateľnom sektore vedie v konečnom dôsledku k zhodnoteniu meny danej krajiny. Tento vzťah sa budeme snažiť vyjadriť dvoma metódami – nepriamou a priamou.

Nepriamy spôsob výpočtu diferenciálu produktivity práce (INT) porovnáva relatívny pomer cien medzi neobchodovateľnými a obchodovateľnými tovarmi doma a v zahraničí.

$$INT_t = \frac{\left(\frac{CPI_t^D}{PPI_t^D} \right)}{\left(\frac{CPI_t^Z}{PPI_t^Z} \right)} = \frac{\left(\frac{CPI_t^D}{PPI_t^D} \right)}{\prod_{i=1}^9 \left(\frac{CPI_{i,t}^*}{PPI_{i,t}^*} \right)^{w_i}}$$

kde CPI_t^D = index spotrebiteľských cien v domácej krajine v čase t ; reprezentuje ceny v neobchodovateľnom sektore

⁸ Balassa-Samuelson efekt: Teória predpokladá menšiu krajinu a konštantné výnosy z rozsahu v produkcii obchodovateľných aj neobchodovateľných tovarov. Ak v obchodovateľnom sektore vzrastie rýchlejšie faktor produktivity, tak rýchlejšie rastie aj hraničná produktivita práce. To má za následok rýchlejšiu rast miezd v tomto sektore. Vďaka dokonalej mobilite pracovnej sily musí vzrásť mzda aj v neobchodovateľnom sektore, teda cena neobchodovateľného tovaru (služby) pôjde nahor. Toto vedie postupne k zhodnocovaniu meny.

PPI_t^D = index veľkoobchodných cien v domácej krajine v čase t ; reprezentuje ceny v obchodovateľnom sektore

CPI_t^Z = index spotrebiteľských cien pre zahraničie vypočítaný pomocou (4.8).

PPI_t^Z = index veľkoobchodných cien pre zahraničie vypočítaný pomocou (4.8).

Priamy spôsob výpočtu diferenciálu produktivity práce (PRO) je založený na pomere pracovnej produktivity na Slovensku a v zahraničí. Produktivitu práce meriame ako podiel HDP a počtu zamestnaných (EM) danej krajiny. Pri výpočte sme používali indexy týchto ukazovateľov. Potom:

$$PRO_t = \frac{\left(\frac{HDPI_t^D}{EMI_t^D}\right)}{\left(\frac{HDPI_t^Z}{EMI_t^Z}\right)} = \frac{\left(\frac{HDPI_t^D}{EMI_t^D}\right)}{\prod_{i=1}^9 \left(\frac{HDPI_{i,t}^*}{EMI_{i,t}^*}\right)^{w_i}}$$

kde $HDPI_t^D$ = index hrubého domáceho produktu v domácej krajine v čase t

EMI_t^D = index zamestnanosti v domácej krajine v čase t

$HDPI_t^Z$ = index HDP pre zahraničie v čase t vypočítaný pomocou (4.8)

EMI_t^Z = index zamestnanosti pre zahraničie v čase t vypočítaný pomocou (4.8)

V práci budeme používať hodnoty prirodzených logaritmov týchto premenných:

int_t = $\ln(INT_t)$

pro_t = $\ln(PRO_t)$

Poznámka:

1. Dá sa povedať, že obe premenné popisujú rovnaký problém. Preto ich nebudeme súčasne zaraďovať do toho istého modelu. PRO a INT nie sú však úplne ekvivalentné.
2. V súlade s teóriou očakávame, že obe premenné by mali zhodnocovať kurz.
3. Všetky indexy použité na výpočet fundamentov sa vzťahujú k bázičnému roku 1995.

Fiškálna pozícia krajiny:

Fiškálna pozícia krajiny môže tiež ovplyvňovať výmenný kurz. Sprísnenie fiškálnej politiky (napr. zníženie vládnych výdavkov) môže viesť k zvýšeniu čistých zahraničných aktív a následne k zhodnoteniu výmenného kurzu. Rovnaký záver môže však nastať aj zmiernením fiškálnej politiky, pretože napr. zvýšenie vládnych výdavkov môže viesť k zvýšeniu spotreby neobchodovateľných tovarov, následne vyvolať nárast ich cien a vyústiť

do zhodnotenia meny. Nemôžeme preto jednoznačne odhadnúť vplyv zvyšovania spotreby vlády na výmenný kurz.

V modeli budeme sledovať dve premenné súvisiace s uvedeným problémom. Premenná GOV popisuje pomer vládnych výdavkov u nás a v zahraničí meraných ako percento HPD .

$$GOV_t = \frac{\left(\frac{[v. v.]_t^D}{HDP_t^D} \right)}{\left(\frac{[v. v.]_t^Z}{HDP_t^Z} \right)} = \frac{\left(\frac{[v. v.]_t^D}{HDP_t^D} \right)}{\prod_{i=1}^9 \left(\frac{[v. v.]_{i,t}^*}{HDP_{i,t}^*} \right)^{w_i}}$$

kde $[v. v.]_t^D$ = vládne výdavky (spotreba vlády) v domácej krajine v čase t .

HDP_t^D = hrubý domáci produkt v domácej krajine v čase t .

$[v. v.]_t^Z$ = vládne výdavky pre zahraničie v čase t vypočítané pomocou (4.8).

HDP_t^Z = hrubý domáci produkt v zahraničí v čase t vypočítaný pomocou (4.8).

Ako alternatívu k vládnej spotrebe sme použili premennú CON , ktorá porovnáva celkovú spotrebu (verejnú + súkromnú).

$$CON_t = \frac{\left(\frac{[c. s.]_t^D}{HDP_t^D} \right)}{\left(\frac{[c. s.]_t^Z}{HDP_t^Z} \right)} = \frac{\left(\frac{[c. s.]_t^D}{HDP_t^D} \right)}{\prod_{i=1}^9 \left(\frac{[c. s.]_{i,t}^*}{HDP_{i,t}^*} \right)^{w_i}}$$

kde $[c. s.]_t^D$ = celková spotreba (spotreba vlády + spotreba domácností) v domácej krajine v čase t .

HDP_t^D = hrubý domáci produkt v domácej krajine v čase t .

$[c. s.]_t^Z$ = celková spotreba pre zahraničie v čase t vypočítaná pomocou (4.8).

HDP_t^Z = hrubý domáci produkt v zahraničí v čase t vypočítaný pomocou (4.8).

V modeli vystupujú logaritmicke transformácie týchto premenných:

$$gov_t = \ln(GOV_t)$$

$$con_t = \ln(CON_t)$$

Obchodné podmienky krajiny:

Na vývoj výmenného kurzu môže vplývať pomer cien dovozu a vývozu. Keďže nie všetky krajiny vykazujú tieto hodnoty, je obtiažne skonštruovať premennú založenú na týchto ukazovateľoch. Niekedy sa ako náhrada zvykne používať cena ropy, označená ako *ROIL*. Presnejšie, ide o index ceny ropy s základným rokom 1995. Vplyv tohto faktora na výmenný kurz nie je jednoznačný. Výsledok môže ovplyvniť aj miera závislosti domácej krajiny na ropu a miera závislosti zahraničných krajín na ropu.

V modeli používame časový rad $roil_t = \ln(ROIL_t)$.

Platobná bilancia:

Tento ukazovateľ by teoreticky mohol tiež ovplyvňovať výmenný kurz. Deficit v bežnom účte platobnej bilancie môže spôsobiť nárast čistého zahraničného dlhu krajiny, ktorý býva často platený pomocou investorov požadujúcich vyšší výnos. Ten im môže byť pri danej úrokovej miere zaplatený prostredníctvom znehodnotenia meny zadĺženej krajiny. Okrem toho, neustály deficit bežného účtu môže akumulovať zahraničný dlh. Z tohto dôvodu sme zaviedli premennú *ACA*, ktorá udáva akumulovanú hodnotu salda bežného účtu platobnej bilancie SR ako percento *HDP*. V prípade, že budeme mať akumulovaný dlh, premenná *ACA* by mala byť záporná a mala by klesať v dôsledku čoho očakávame, že by to malo viesť k depreciácii. Naopak, nárast *ACA* by mal spôsobovať zhodnocovanie kurzu. Spôsob výpočtu tejto premennej je nasledovný:

$$ACA_1 = \frac{[\text{saldo b. u.}]_1}{HDP_1^D}$$

$$ACA_2 = \frac{[\text{saldo b. u.}]_1 + [\text{saldo b. u.}]_2}{HDP_2^D}$$

$$\vdots$$

$$ACA_t = \frac{[\text{saldo b. u.}]_1 + [\text{saldo b. u.}]_2 + \dots + [\text{saldo b. u.}]_t}{HDP_t^D}$$

kde $[\dots]_i$ = saldo bežného účtu Slovenskej republiky v čase *i*.

Čitateľ ACA_t predstavuje akumulovanú hodnotu bežného účtu platobnej bilancie až do času *t*.

HDP_t^D = *HDP* Slovenskej republiky v čase *t*.

V modeli budeme používať priamo tieto hodnoty *ACA* (nie ich logaritmy).

Diferenciál úrokových mier

Vplyv tohto faktora sme odvodili pomocou teórie nekrytej úrokovej parity. Z rovnice (4.6) vidno, že kladný úrokový diferenciál (reálny úrok doma – reálny úrok v zahraničí) by mal pôsobiť apreciačne na výmenný kurz. V modeli ho označíme ako il . Ide o úrokový diferenciál pozostávajúci z úrokových mier z dlhodobého horizontu. Bude definovaný nasledovne:

$$il = rl_t^D - rl_t^Z$$

kde rl_t^D = reálny úrok v domácej krajine z *dlhodobého* hľadiska definovaný ako rozdiel dlhodobej nominálnej úrokovej miery a očakávanej inflácie. Ak Rl_t^D predstavuje nominálny úrok v dlhodobom horizonte a π_t^D infláciu, vzťah možno zapísať nasledovne: $rl_t^D = Rl_t^D - \pi_t^D$. Keďže očakávaná inflácia sa odhaduje ťažko, π_t^D sme zadefinovali ako ročnú percentuálnu zmenu cien spotrebného koša.

$$\pi_t^D = \left(\frac{CPI_t^D - CPI_{t-4}^D}{CPI_{t-4}^D} \right) \times 100$$

Posun času až o $(t - 4)$ je v dôsledku toho, že používame štvrtročné dáta.

rl_t^Z = reálny úrok v zahraničí z *dlhodobého* hľadiska. Je definovaný ako geometrický priemer reálnych úrokových mier v krajinách reprezentujúcich zahraničie. Pre i -tu zahraničnú krajinu sme definovali $rl_{i,t}^* = Rl_{i,t}^* - \pi_{i,t}^*$, kde $Rl_{i,t}^*$ je nominálna úroková miera v tejto krajine a $\pi_{i,t}^*$ je inflácia vyjadrená vzťahom

$$\pi_{i,t}^* = \left(\frac{CPI_{i,t}^* - CPI_{i,t-4}^*}{CPI_{i,t-4}^*} \right) \times 100$$

Potom

$$rl_t^Z = \prod_{i=1}^9 rl_{i,t}^* .$$

Do modelu sme skúšali zahrnúť aj diferenciál pozostávajúci z krátkodobých úrokových mier označený ako is .

$$is = rs_t^D - rs_t^Z$$

kde rs_t^D = reálny úrok v domácej krajine z *krátkodobého* hľadiska

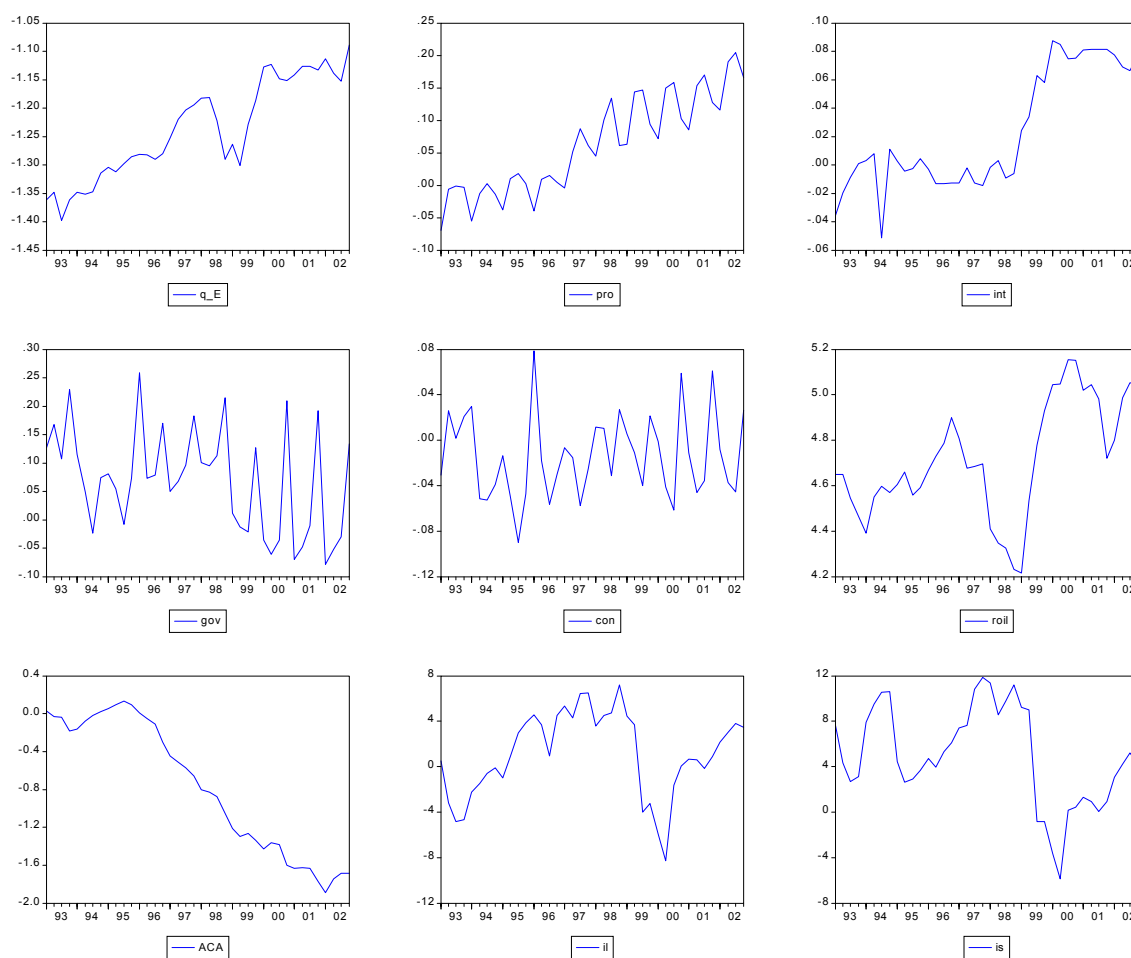
rs_t^Z = reálny úrok v zahraničí z *krátkodobého* hľadiska

Premenné rs_t^D a rs_t^Z vznikli rovnakým postupom ako sme popísali vyššie s tým rozdielom, že pri ich výpočte sme používali krátkodobé nominálne úrokové miery

4.3 Priebeh časových radov

Časové rady potrebné na výpočet horeuvedených ukazovateľov sme získali z IFS databázy Medzinárodného menového fondu. Priebeh vyššie vypočítaných fundamentov je znázornený na obrázku 4.1. Znáznomené premenné sú v logaritmickom tvare s výnimkou úrokového diferenciálu il , is a časového radu ACA .

Obrázok 4.1:

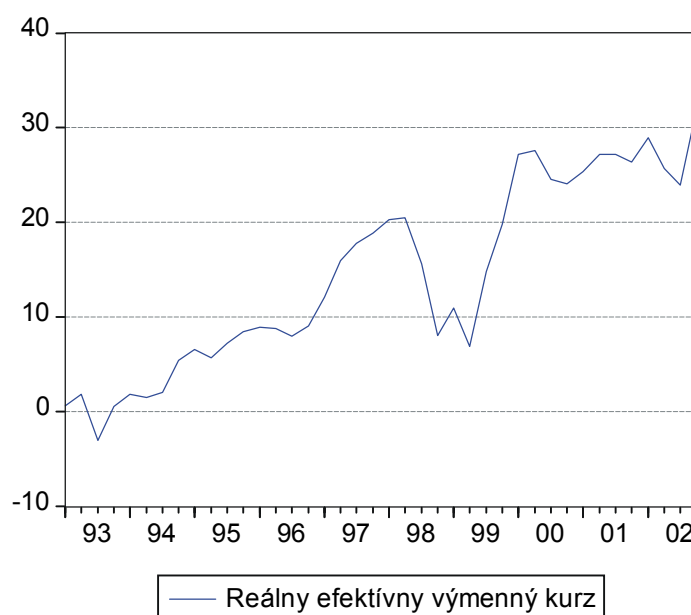


Na obrázku 4.2 je znázornený priebeh Q^E . Zvislá os udáva jeho percentuálne zhodnotenie vzhľadom na priemer roka 1993. Vidíme, že počas sledovaného obdobia desiatich rokov sa kurz reálne zhodnocoval. Konkrétne, od roku 1993:1 až po 2002:4 sa reálny efektívny výmenný kurz Q^E zhodnotil o 32%. (jeho logaritmická transformácia q^E zodpovedá zhodnoteniu o 20,4%)

V hrubom merítku môžeme povedať, že do polovice roka 1994 sa Q^E príliš nezmenil od svojej pôvodnej hodnoty. Výraznejšie zhodnocovanie je badať koncom roka 1994 až po

začiatok roka 1998, kedy sa kurz reálne zhodnotil až o 20% v porovnaní s priemernou hodnotou roku 1993. Avšak v druhej polovici roka 1998 začalo oslabovanie kurzu. Trvalo približne 1,5 roka pokiaľ kurz opäť dosiahol 1,2-násobok východiskovej hodnoty roku 1993. Nasledovalo ďalšie zhodnocovanie. Od druhej polovice roka 2000 reálny efektívny výmenný kurz osciloval okolo hodnoty 27-percentného zhodnotenia vzhľadom na rok 1993, pričom v poslednom roku sú oscilácie výraznejšie.

Obrázok 4.2:



V sledovanom období nominálny výmenný kurz SR oslabil v porovnaní s každou zahraničnou krajinou⁹. Z toho vyplýva, že aj *nominálny efektívny* výmenný kurz S^E mal prevažne klesajúcu tendenciu a *znehodnocoval sa*. Preto *apreciácia reálneho* efektívneho výmenného kurzu Q^E (obr. 4.2) sa musela odohrať prevažne cez inflačný kanál, kedy ceny spotrebného koša (CPI) na Slovensku rástli rýchlejšie ako v zahraničí.

4.4 Ekonometrická metodológia a nájdené modely

Na nájdenie dlhodobého rovnovážneho vzťahu medzi reálnym efektívnym výmenným kurzom a ostatnými vysvetľujúcimi veličinami použijeme metódu kointegrácie popísanú v tretej kapitole. Ako sme už niekoľkokrát uviedli, aby metóda mala zmysel, musia byť

⁹ Grafy nominálnych výmenných kurzov Slovenskej republiky s ostatnými krajinami uvádzame v prílohe č.7

jednotlivé stochastické procesy rovnakého rádu integrácie. V druhej kapitole sme na tento účel popisovali Dickey-Fullerove testy.

Aj v našom prípade sme začali testovaním rádu integrácie. Niekedy bolo nutné odhadnúť správnu dĺžku lagov¹⁰, ale v konečnom dôsledku sa javili všetky premenné, q^e , *pro*, *int*, *gov*, *con*, *roil*, *ACA*, *il*, *is*, ako I(1).

S otestovanými časovými radmi sme začali hľadať vhodné modely¹¹. Do modelu sme sa snažili zahrnúť podľa možnosti čo najväčší počet nezávislých vysvetľujúcich premenných, ktorých koeficienty boli štatisticky významné. Platnosť kointegračného vzťahu sme pripustili len vtedy, ak sa to potvrdilo na štandardných hladinách významnosti. Taktiež bolo nutné stanoviť optimálnu dĺžku lagov. Po nájdení modelu sme testovali normalitu rezíduí a kládli dôraz na ekonomickú interpretáciu modelu.

V súlade s vyššie spomenutou metódou a postupom sme našli model, v ktorom lineárna kombinácia fundamentov *pro*, *roil*, a *il* vytvárala rovnovážny reálny efektívny výmenný kurz q^{BEER} . Tento model vykazoval „najlepšie“ štatistické vlastnosti, no napriek tomu sme sa rozhodli skúmať aj niektoré jeho modifikácie. Postupne ich predstavíme všetky. Začneme štatisticky „najkorektnejším“ - východiskovým modelom, ktorý pracovne označíme ako model 1. Uvedieme len dlhodobú rovnovážnu závislosť medzi výmenným kurzom a fundamentmi¹².

$$\text{Model 1:} \quad q^{BEER} = 0.9480pro + 0.1165roil + 0.0054il - 1.8510$$

Z rovnice vidíme, že diferenciál produktivity práce *pro* zhodnocuje reálny efektívny výmenný kurz, podobne ako aj index ceny ropy *roil* a úrokový diferenciál *il*. Predtým, než sa začneme zaoberať veľkosťou vplyvu jednotlivých koeficientov na výmenný kurz, uvedomme si, že premenné *pro*, *roil* a q^{BEER} predstavujú logaritmické transformácie premenných *PRO*, *ROIL* a Q^{BEER} , zatiaľ čo premenná *il* je len úrokový diferenciál a nie je v logaritmickom tvare¹³. Potom vieme, že ak premenná *PRO* vzrastie o jedno percento, tak rovnovážny reálny efektívny výmenný kurz Q^{BEER} sa zhodnotí o 0.9480%.

Percentuálny nárast premennej *ROIL* spôsobuje zhodnotenie Q^{BEER} o 0.1165%.

¹⁰ Testy na určenie rádu integrácie sme vykonali použitím programu Eviews 4. Na určenie optimálnej dĺžky lagov sme používali Akaike informačné kritérium (AIC) a Schwartzovo informačné kritérium (SIC). Niekedy sa javilo vhodnejšie použiť ich modifikované kritéria.

¹¹ Modely sme konštruovali pomocou programu Eviews 4, ktorý v sebe obsahoval zakomponovanú Johansenovu metodológiu popísanú v tretej kapitole.

¹² Úplný model aj s krátkodobými vplyvmi uvádzame v prílohe č.8.

¹³ V prílohe č.9 uvádzame, aký vplyv majú zmeny jednotlivých premenných na percentuálnu zmenu Q^{BEER} .

Ak v časovom horizonte $[t-1, t]$ úrokový diferenciál vzrastie absolútne o jednotku, teda o jeden percentuálny bod (napr. z 2% p.a. na 3% p.a.), tak percentuálna zmena Q^{BEER} je: $(Q_t^{BEER} - Q_{t-1}^{BEER}) / Q_{t-1}^{BEER} = 0.0054$, teda kurz Q^{BEER} sa zhodnotí o 0.54%.

Úplný model v tvare error correction obsahuje posun premenných až do času $t-2$. Model 1 vykazoval pomerne dobré štatistické vlastnosti a je ekonomicky interpretovateľný. Normalitu rezíduí na hranici $\alpha = 0.01$ zamietnuť nemôžeme.

Ďalším alternatívnym modelom sa ukazuje Model 2, v ktorom vystupuje aj spotreba vlády.

$$\text{Model 2: } q^{BEER} = 0.9539pro - 0.3388gov + 0.0602roil - 1.5584$$

V tomto modeli percentuálny nárast diferenciálu produktivity práce zhodnotí kurz o 0.9539%. Percentuálne zvýšenie premennej *GOV* vedie k znehodnoteniu výmenného kurzu o 0,3388%. Zrejme u nás nárast vládnych výdavkov nie je spojený až s takým výrazným nárastom cien neobchodovateľných tovarov, čo by malo za následok apreciáciu meny. Skôr môžeme tvrdiť, že nárast vládnych výdavkov vedie k výraznejšiemu poklesu čistých zahraničných aktív, čo sa prejaví v znehodnotení meny. Percentuálny nárast indexu ceny ropy spôsobuje zhodnotenie Q^{BEER} o 0.0602%.

Model obsahuje lagované premenné do času $t-1$.

Ostatné fundamenty ako *ACA*, *int*, *con*, *is* sa buď nejavili v modeloch ako štatisticky významné, nedávali žiadne ekonomické vysvetlenie alebo pôsobili destabilizačne. Preto sme ich už ďalej neuvažovali.

V ďalších častiach sa budeme zaoberať aj predikciami reálneho efektívneho výmenného kurzu. Všimnime si, že v oboch modeloch vystupuje premenná *roil*. Preto naše predikcie budú do značnej miery ovplyvnené predpokladom o vývoji svetových cien ropy.

V dôsledku toho sme sa rozhodli skonštruovať aj taký model, ktorý by v sebe neobsahoval túto premennú.

$$\text{Model 3: } q^{BEER} = 1.2588pro + 0.0072il - 1.3247$$

Tento model vychádza z modelu 1, ale neuvažovali sme premennú *roil*. Normalita rezíduí ostala zachovaná, ale trochu sa zhoršili ostatné štatistické vlastnosti. Napriek tomu sme boli zvedaví, ako premenné *pro* a *il* dokážu vysvetľovať priebeh q^{BEER} . V tomto prípade nárast

premennej PRO o jedno percento vedie k zhodnoteniu Q^{BEER} o 1.2588% a absolútne zvýšenie diferenciálu úrokových mier o jeden percentuálny bod má za následok apreciáciu kurzu o 0.72%.

Aplikovaním HP filtra na všetky spomenuté modely sme získali permanentný reálny efektívny výmenný kurz Q^{PEER} a jeho logaritmickej transformáciu q^{PEER} . Graficky je situácia znázornená na obrázku 4.3. Ku každému modelu sme znázornili odchýlku q^E od q^{PEER} . Ak je kladná, značí to, že v tomto období bol reálny efektívny výmenný kurz nad svojou predpokladanou dlhodobou rovnováhou, teda bol pravdepodobne nadhodnotený. Časové intervaly, kde je táto odchýlka záporná, by mali svedčiť o podhodnotenom výmennom kurze.

4.5 Analýza citlivosti koeficientov

Doposiaľ sme vplyv fundamentov na Q^{BEER} vysvetľovali len vďaka veľkosti príslušných koeficientov a predpokladu, že daný fundament vzrastie o jedno percento. Keďže spomenuté fundamenty vznikli kombináciou dát Slovenskej republiky a deviatich zahraničných krajín, ťažko sa dá predstaviť, čo v skutočnosti znamená ich nárast o jedno percento. Z tohto dôvodu pre každý model popíšeme, aký je celkový dopad na rovnovážny reálny efektívny výmenný kurz, ak sa percentuálne zmenia zložky jednotlivých fundamentov.

Fundament PRO v čase t sme zadefinovali ako podiel domácej produktivity a produktivity v zahraničí.

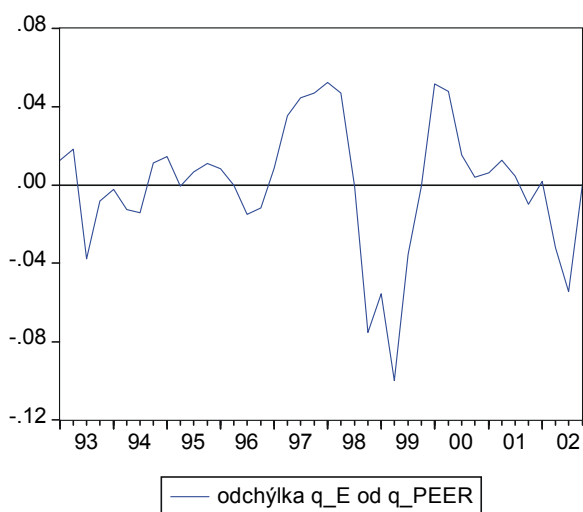
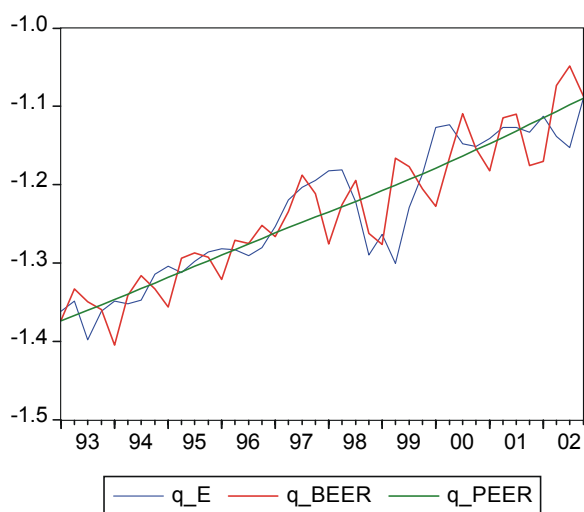
$$PRO_t = \frac{\left(\frac{HDPI_t^D}{EMI_t^D} \right)}{\prod_{i=1}^9 \left(\frac{HDPI_{i,t}^*}{EMI_{i,t}^*} \right)^{w_i}}$$

Predpokladajme, že z času t do času $t+1$:

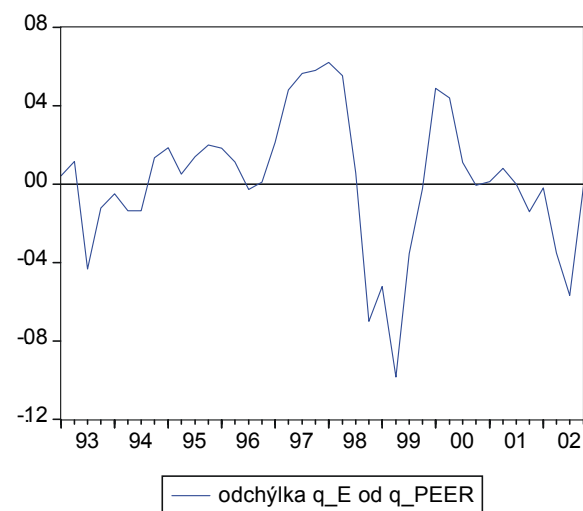
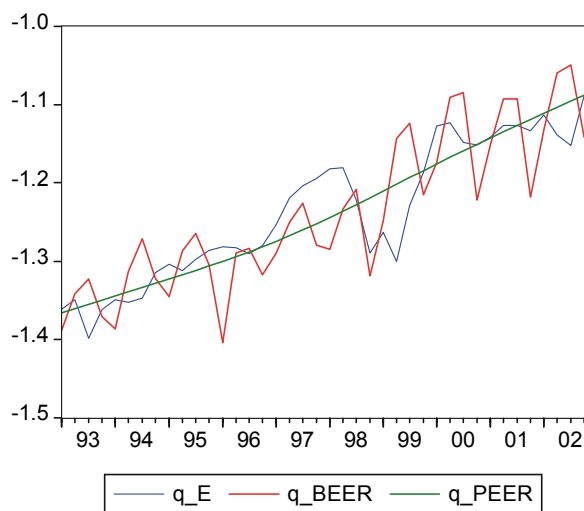
- na Slovensku produktivita vzrastie o $p_{sk}\%$
- v i -tej zahraničnej krajine produktivita vzrastie o $p_i\%$

Obrázok 4.3:

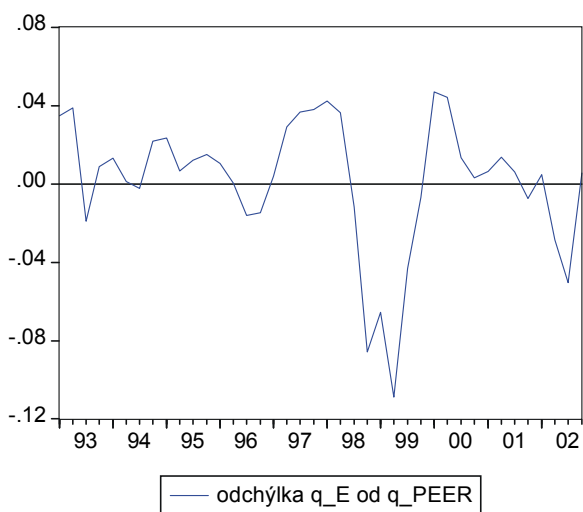
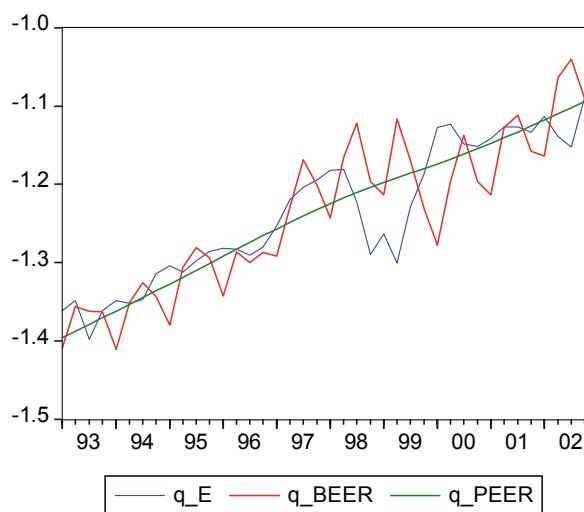
Model 1:



Model 2:



Model 3:



Potom

$$PRO_{t+1} = \frac{\left(\frac{HDPI_t^D}{EMI_t^D}\right)(1+p_{sk})}{\prod_{i=1}^9 \left(\left(\frac{HDPI_{i,t}^*}{EMI_{i,t}^*}\right)(1+p_i)\right)^{w_i}}$$

Očakávaná percentuálna zmena premennej PRO vyjadrená pomocou predpovedaných hodnôt p_{sk} a p_i je:

$$\% \Delta PRO = \frac{PRO_{t+1} - PRO_t}{PRO_t} = \frac{1+p_{sk}}{\prod_{i=1}^9 (1+p_i)^{w_i}} - 1$$

Pozrime sa, ako to dopadne pre premennú GOV .

$$GOV_t = \frac{\left(\frac{[v.v.]_t^D}{HDP_t^D}\right)}{\prod_{i=1}^9 \left(\frac{[v.v.]_{i,t}^*}{HDP_{i,t}^*}\right)^{w_i}}$$

Predpokladajme, že z času t do $t+1$:

- na Slovensku vládne výdavky $[v.v.]$ vzrastú o $v_{sk}\%$
- HDP Slovenskej republiky vzrastie o $h_{sk}\%$
- v i -tej zahraničnej krajine vládne výdavky $[v.v.]_i^*$ vzrastú o $v_i\%$
- HDP v i -tej zahraničnej krajine vzrastie o $h_i\%$

Potom

$$GOV_{t+1} = \frac{\left(\frac{[v.v.]_t^D (1+v_{sk})}{HDP_t^D (1+h_{sk})}\right)}{\prod_{i=1}^9 \left(\frac{[v.v.]_{i,t}^* (1+v_i)}{HDP_{i,t}^* (1+h_i)}\right)^{w_i}}$$

Očakávaná percentuálna zmena premennej GOV je:

$$\% \Delta GOV = \frac{GOV_{t+1} - GOV_t}{GOV_t} = \frac{1 + v_{sk}}{1 + h_{sk}} - 1$$

$$\prod_{i=1}^9 \left(\frac{1 + v_i}{1 + h_i} \right)^{w_i}$$

Premenná $ROIL$ je konštruovaná jednoducho, keďže udáva len index ceny ropy. Preto si vieme predstaviť, čo znamená jej percentuálny nárast.

Posledný fundament, ktorý sa ukázal signifikantný v našich modeloch, je úrokový diferenciál il . Nakoľko jeho interpretácia nie je príliš zložitá, nebudeme ho ďalej rozkladať a vyjadrovať pomocou úrokov jednotlivých krajín. Ak budeme predpokladať, že $il = 1$, predstavíme si pod tým, že na Slovensku sú reálne úrokové miery v dlhodobom horizonte približne o jeden percentuálny bod vyššie ako je „priemer“ v zahraničí.

Nech počas roka sa jednotlivé ukazovatele zmenia tak, ako udáva nasledovná tabuľka¹⁴:

	SK	CZ	Ostatné krajiny: DE, AT, IT, FR, NL, GP, CH, US
rast produktivity	3,60%	2,00%	1,00%
rast HDP b.c.	9,00%	9,00%	#
rast vládnych výdavkov b.c.	3,50%	3,50%	#

To má za následok nasledovnú percentuálnu zmenu fundamentov:

- PRO - zhodnotenie o 2.32%
- GOV - zhodnotenie o -3.82% (ide teda o pokles veličiny GOV)

Keďže pre Slovensko je rýchlosť rastu HDP väčšia ako rýchlosť rastu spotreby vlády, premenná GOV sa v skutočnosti znehodnocuje. Ak navyše budeme predpokladať, že:

- $ROIL$ - sa zhodnotí o 1.00%
- $il = 1$

¹⁴ Pre krajiny Nemecko, Taliansko, Rakúsko, Francúzsko, Holandsko, Veľká Británia, USA a Švajčiarsko sme predpokladali, že rast HDP a vládnych výdavkov je približne rovnaký. Inými slovami, predpokladali sme, že v rozvinutejších krajinách podiel vládnych výdavkov na HDP zotrúva približne na rovnakej hodnote.

tak zhodnotenie rovnovážneho reálneho efektívneho výmenného kurzu Q^{BEER} v každom modeli je zapísané v zátvorke pod q^{BEER} . Príspevky jednotlivých fundamentov *PRO*, *GOV*, *ROIL* na celkovom zhodnotení Q^{BEER} sú zapísané v zátvorke pod ich logaritmickými transformáciami *pro*, *gov*, *roil*, pričom v údajoch je už zahrnutý aj vplyv veľkosti koeficienta stojaceho pred nimi.

$$\text{Model 1: } q^{BEER} = \underset{(2.86\%)}{0.9480} \underset{(2.20\%)}{pro} + \underset{(0.12\%)}{0.1165} \underset{(0.54\%)}{roil} + 0.0054il - 1.8510$$

$$\text{Model 2: } q^{BEER} = \underset{(3.57\%)}{0.9539} \underset{(2.22\%)}{pro} - \underset{(1.29\%)}{0.3388} \underset{(0.06\%)}{gov} + 0.0602roil - 1.5584$$

$$\text{Model 3: } q^{BEER} = \underset{(3.65\%)}{1.2588} \underset{(2.92\%)}{pro} + \underset{(0.72\%)}{0.0072} il - 1.3247$$

4.6 Predikcie reálneho efektívneho výmenného kurzu

Teraz sa pokúsime predpovedať budúci vývoj reálneho efektívneho výmenného kurzu až do roku 2008. Keďže nami zvolené predikované obdobie 2003 – 2008 predstavuje až 6 rokov, závery budeme interpretovať len ako teoretické výsledky, ktoré sú založené na nasledovných predikovaných hodnotách niektorých veličín¹⁵:

		2003	2004	2005	2006	2007	2008
SK	Rast produktivity	3,66%	3,56%	3,73%	3,90%	3,99%	4,09%
	Spotreba vlády (%HDP) b.c.	19,30%	18,80%	18,00%	17,60%	17,10%	16,70%
	CPI	8,60%	8,10%	4,70%	3,10%	3,00%	3,00%
CZ	Rast produktivity	2,00%	2,00%	2,00%	2,00%	2,00%	2,00%
	Spotreba vlády (%HDP) b.c.	19,80%	19,20%	18,60%	17,80%	17,10%	16,40%
	CPI	0,70%	2,90%	3,00%	3,50%	3,00%	3,00%
Ostatné krajiny: DE, AT, IT, FR, NL, GP, CH, US	Rast produktivity	1,00%	1,00%	1,00%	1,00%	1,00%	1,00%
	Spotreba vlády (%HDP) b.c.	ako v r. 2002	ako v r. 2002	ako v r. 2002	ako v r. 2002	ako v r. 2002	ako v r. 2002
	CPI	2,00%	2,00%	2,00%	2,00%	2,00%	2,00%

¹⁵ Údaje pre Slovenskú republiku sme získali z Aktualizovaného menového programu NBS na rok 2003 a zo Strednodobého finančného výhľadu MF SR. Údaje pre ČR pochádzajú z Rozpočtového výhľadu 2003 – 2006 MF ČR. Niektoré predikované rasty bolo nutné prepočítať do bežných cien.

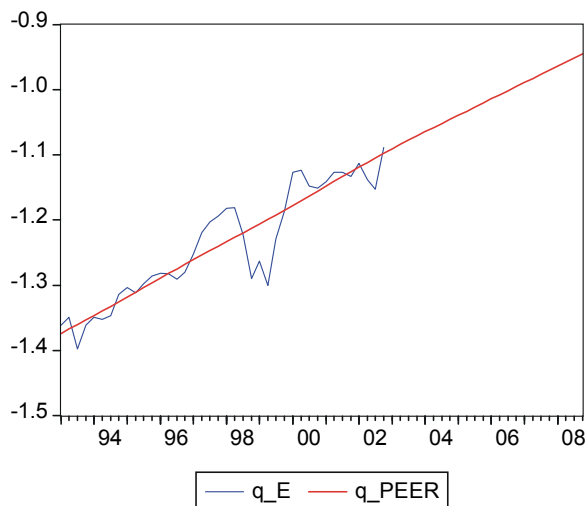
Okrem toho, predpokladali sme nasledovný scenár:

- úrokový diferenciál bude počas celého obdobia $il = 1$.
- ročný nárast indexu ceny ropy bude 1.5%.

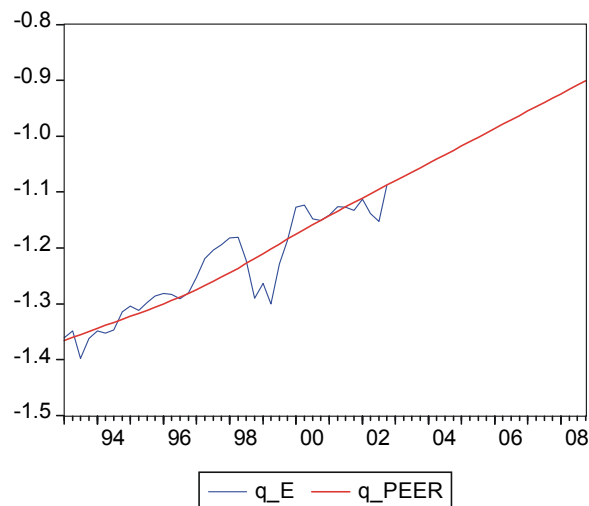
Potom vývoj q^{PEER} je zaznamenaný na obrázku 4.4.

Obrázok 4.4:

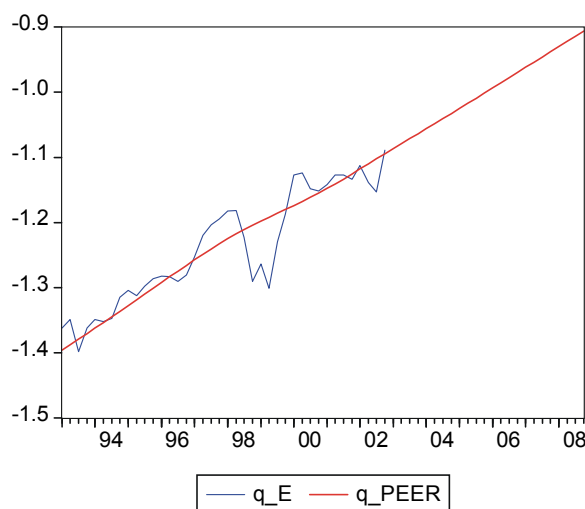
Model 1:



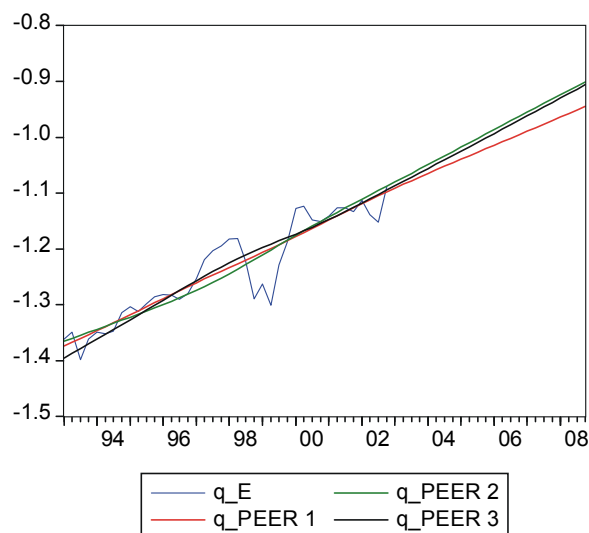
Model 2:



Model 3:



Porovnanie:

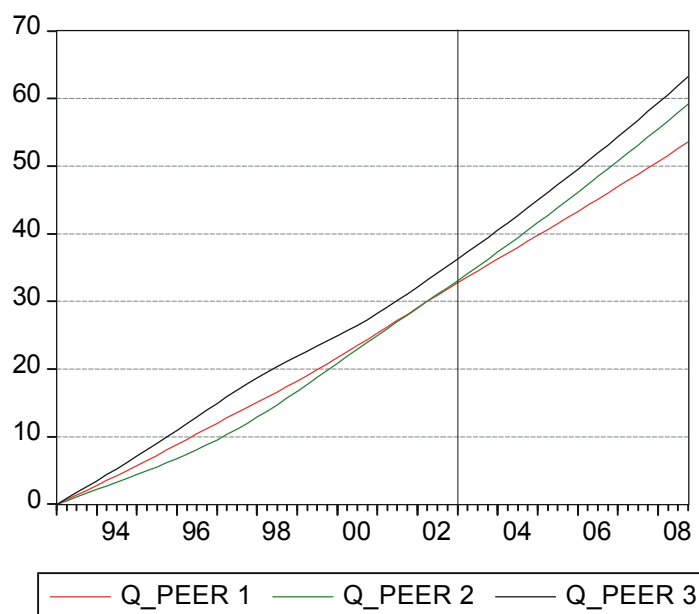


Predovšetkým na poslednom grafe si môžeme všimnúť mierne rozdiely medzi q^{PEER} jednotlivých modelov. Na začiatku sa zdá, že v modeli 1 a 2 sa q^{PEER} začína vyvíjať približne z rovnakých hodnôt. Model 3 sa javí v porovnaní s predošlými dvoma ako trochu podhodnotený. Avšak už po polke roka 1995 q^{PEER} modelu 2 zaznamenáva nižšie hodnoty v porovnaní s modelom 1 a 3. V období 1996:4 – 1999:3 pôsobí model 1 ako „stredná hodnota“ modelov 2 a 3. Potom všetky tri modely majú približne rovnaký trend až po

začiatok predikovaného obdobia. Postupne nastáva situácia, že rovnovážny reálny efektívny výmenný kurz v modeli 2 a 3 sa zhodnocuje viac ako v modeli 1.

Na zvislej osi *obrázka 4.5* si môžeme lepšie všimnúť percentuálne zhodnotenie Q^{PEER} každého modelu. Na začiatku sledovaného obdobia je hodnota všetkých Q^{PEER} nastavená na hodnotu 0%. Vďaka tomu môžeme sledovať percentuálny nárast každého z Q^{PEER} vzhľadom na začiatkové obdobie. Zároveň nám to umožňuje rozpoznať, ktorý z rovnovážnych výmenných kurzov dosahuje najrýchlejší rast v konkrétnom časovom intervale.

Obrázok 4.5:



Po prepočítaní sme zistili, že rovnovážny reálny efektívny výmenný kurz Q^{PEER}

- pre Model 1:
 - sa od 1993:1 do 2002:4 zhodnotil o 31.82%
 - sa od 1993:1 do 2008:4 zhodnotil o 53.55%
 - sa od 2002:4 do 2008:4 zhodnotil o 16.48%
- pre Model 2:
 - sa od 1993:1 do 2002:4 zhodnotil o 32.04%
 - sa od 1993:1 do 2008:4 zhodnotil o 59.16%
 - sa od 2002:4 do 2008:4 zhodnotil o 20.54%
- pre Model 3:
 - sa od 1993:1 do 2002:4 zhodnotil o 35.19%
 - sa od 1993:1 do 2008:4 zhodnotil o 63.20%
 - sa od 2002:4 do 2008:4 zhodnotil o 20.72%

Počas sledovaného obdobia 1993:1 – 2002:4 dosahuje rovnovážny reálny efektívny výmenný kurz modelu 1 rýchlejší nárast ako v modeli 2, ale ku koncu roka 2002 sa táto rýchlosť rastu vyrovná. Svedčí o tom fakt, že v tomto časovom intervale je na *obrázku 4.5* krivka Q^{PEER} modelu 1 mierne nad modelom 2, hoci v 2002:4 to už úplne neplatí, keďže $31.82 < 32.04$.

Opak sa začína diať pre predikované hodnoty, kedy Q^{PEER} modelu 2 zaznamenáva rýchlejšie zhodnocovanie ako v modeli 1 (keďže $20.54\% > 16.48\%$).

V konečnom dôsledku až do konca roka 2008 sa Q^{PEER} v modeli 2 zhodnotí viacej ako v modeli 1.

Najrýchlejšie zo všetkých modelov sa zhodnocuje rovnovážny výmenný kurz modelu 3.

Keď poznáme hodnotu q^{PEER} na konci obdobia 2008, spätne môžeme vypočítať rovnovážny nominálny efektívny výmenný kurz a z neho napríklad aj predpokladaný „optimálny“ nominálny výmenný kurz koruny voči euru. Keďže Česká republika, Veľká Británia, Švajčiarsko a USA nepoužívajú euro ako domácu menu, spätný prepočet kurzu koruny voči euru sa dá vykonať len za predpokladov, že budeme poznať hodnoty nominálnych výmenných kurzov s týmito krajinami. Aj v dôsledku tohto môžu nastať nezhody, keďže správne určiť výšku nominálnych výmenných kurzov s týmito krajinami pre rok 2008 môže byť značný problém.

Ideálne by bolo počkať aspoň do roku 2006, rozšíriť tento model potom už o poznané dáta a spraviť predikciu na jeden - dva roky dopredu. Spomíname to hlavne preto, lebo za posledné obdobie kurz SKK posilnil voči USD a CZK v porovnaní so sledovaným obdobím¹⁶. Náš model tieto fakty nezahŕňa a preto výsledky sa môžu zdať klamlivé. Okrem toho, v dôsledku „veľkej“ hodnoty váhového koeficienta s Českou republikou je kurz SKK obzvlášť citlivý na vývoj voči CZK. Napriek týmto nedostatkom sa pokúsime našu analýzu dokončiť.

¹⁶ V roku 2002 sa v priemere kurz pohyboval na nasledovnej úrovni:

SKK / CZK = 1.386 a # SKK / USD = 45.327.

Stav ku 20.2.2004 je:

SKK / CZK = 1.235 a # SKK / USD = 31.869

Za vyššie spomenutých predpokladov rastu jednotlivých veličín a za predpokladu, že nominálny výmenný kurz SKK s CZK, GBP, CHF a USD ostane na úrovni roka 2002, teda:

- #SKK / CZK = 1.386
- #SKK / GPB = 30.300
- #SKK / CHF = 29.085
- #SKK / USD = 45.327

zistujeme, že rovnovážny nominálny výmenný kurz SKK voči EUR pre rok 2008 by mal byť:

- podľa Modelu 1: #SKK / EUR = 42.270
- podľa Modelu 2: #SKK / EUR = 39.703
- podľa Modelu 3: #SKK / EUR = 40.037

Ak predpokladáme, že kurzy v roku 2008 budú rovnaké, aké ku 20.2.2004, teda:

- #SKK / CZK = 1.235
- #SKK / GPB = 60.275
- #SKK / CHF = 25.696
- #SKK / USD = 31.275

tak po prepočte dostávame, že „optimálny“ nominálny výmenný kurz SKK voči EUR na rok 2008 by mal byť:

- podľa Modelu 1: #SKK / EUR = 43.527
- podľa Modelu 2: #SKK / EUR = 40.884
- podľa Modelu 3: #SKK / EUR = 41.227

Nasledovná tabuľka poskytuje aspoň stručnú predstavu o predpokladanej hodnote výmenného kurzu #SKK / EUR na rok 2008, ak budeme meniť hodnoty výmenného kurzu SKK voči CZK a USD, pričom SKK voči GPB a CHF necháme zafixované na aktuálnych hodnotách.

#SKK / CZK	#SKK / USD	#SKK / GBP	#SKK / CHF	Rovnovážna hodnota #SKK / EUR:		
				Model 1	Model 2	Model 3
1,150	32,000	60,275	25,696	44,681	41,967	42,320
1,150	33,000	60,275	25,696	44,626	41,915	42,267
1,150	35,000	60,275	25,696	44,520	41,816	42,167
1,150	37,000	60,275	25,696	44,420	41,722	42,072
1,150	39,000	60,275	25,696	44,325	41,633	41,983
1,200	32,000	60,275	25,696	43,985	41,313	41,660
1,200	33,000	60,275	25,696	43,930	41,262	41,608
1,200	35,000	60,275	25,696	43,826	41,164	41,509
1,200	37,000	60,275	25,696	43,727	41,071	41,416
1,200	39,000	60,275	25,696	43,634	40,984	41,328
1,250	32,000	60,275	25,696	43,327	40,695	41,037
1,250	33,000	60,275	25,696	43,273	40,645	40,986
1,250	35,000	60,275	25,696	43,170	40,548	40,888
1,250	37,000	60,275	25,696	43,073	40,457	40,797
1,250	39,000	60,275	25,696	42,982	40,371	40,710
1,300	32,000	60,275	25,696	42,704	40,110	40,447
1,300	33,000	60,275	25,696	42,651	40,060	40,397
1,300	35,000	60,275	25,696	42,549	39,965	40,301
1,300	37,000	60,275	25,696	42,454	39,876	40,210
1,300	39,000	60,275	25,696	42,364	39,791	40,125
1,350	32,000	60,275	25,696	42,113	39,555	39,887
1,350	33,000	60,275	25,696	42,061	39,506	39,838
1,350	35,000	60,275	25,696	41,961	39,412	39,743
1,350	37,000	60,275	25,696	41,867	39,324	39,654
1,350	39,000	60,275	25,696	41,778	39,240	39,570

Z tabuľky si môžeme všimnúť, že podľa všetkých modelov výsledná hodnota reaguje pomerne citlivo na predpokladaný výmenný kurz s Českou republikou. Naopak, pomerne veľké zmeny Slovenskej koruny voči doláru spôsobujú len malé výkyvy vo výsledkoch, hoci v skutočnosti by sme zrejme očakávali väčšie zmeny. Je to spôsobený tým, že váha dolára je v skutočnosti oveľa väčšia ako v modeli.

Záver

V diplomovej práci sme sa sústredili na prácu s integrovanými premennými, prevažne rádu jedna. Popísali sme ich základné vlastnosti ako aj spôsob testovania. Zamerali sme sa hlavne na také integrované premenné $I(1)$, ktoré okrem iného majú tú vlastnosť, že sú navzájom kointegrované. Uviedli sme niektoré charakteristické vlastnosti kointegrovaných premenných, vzťahy medzi nimi a najznámejší spôsob testovania kointegrácie – Johansenovu metodológiu.

Nadobudnuté teoretické poznatky slúžili ako základ k praktickej časti diplomovej práce, ktorá sa zaoberala modelovaním reálneho efektívneho výmenného kurzu SR.

Predstavili sme tri modely, ktoré by mohli vhodne popisovať vývoj rovnovážneho výmenného kurzu. Ten, ako sa zdá, je vysvetlený najmä pomocou diferenciálu produktivity práce medzi domácou krajinou a zahraničím. Dôležitými premennými sa javili aj úrokový diferenciál a percento vládnej spotreby vzhľadom na HDP v domácej krajine v porovnaní so zahraničím. Index ceny ropy zohráva taktiež podstatnú úlohu. Keďže odhadnúť jeho ďalšie správanie je obtiažne, pokúsili sme sa ho v modeli č.3 neuvažovať a pozorovali sme, aký to bude mať dopad.

V sledovanom období 1993:1 – 2002:4 v porovnaní s priemernou hodnotou v roku 1993 sa reálny efektívny výmenný kurz SR zhodnotil až do konca roku 2002 o 32%. (Priemer roka 2002 predstavoval zhodnotenie 27,7%). Toto zhodnotenie nastalo napriek tomu, že nominálny výmenný kurz Slovenskej republiky oslaboval takmer so všetkými ostatnými menami. Z tohto dôvodu sa apreciácia reálneho efektívneho výmenného kurzu SR musela odohrať cez pomer cenových hladín doma a v zahraničí, pričom ceny na Slovensku museli rásť rýchlejšie ako v zahraničí.

Podľa všetkých troch modelov sa javí, že od začiatku roka 1993 až po koniec roka 1996 bol reálny efektívny výmenný kurz približne na svojej rovnovážnej hladine s miernymi výchylkami. Výraznejšie nadhodnotenie nastalo začiatkom roka 1997 a pretrvávalo približne do prvého kvartálu roka 1998. Potom, naopak, sme zaznamenali veľmi výrazné podhodnotenie kurzu, ktoré trvalo približne jeden a pol roka. Koncom roka 1999 sa kurz opäť na chvíľu javil ako nadhodnotený, hoci potom až do konca roka 2001 zotrval okolo svojej rovnovážnej hodnoty. Posledný sledovaný rok 2002 bol charakteristický podhodnoteným kurzom, ale do konca roka sa kurz vrátil opäť na svoju rovnovážnu úroveň.

Podľa jednotlivých modelov by sa reálny efektívny výmenný kurz SR mal aj naďalej zhodnocovať. Do roka 2008 by mal apreciovať o ďalších 16,5%– 20,5% v porovnaní s hodnotou, na akej sa ustálil v roku 2002. Toto zhodnocovanie by sa opäť malo odohrať predovšetkým pomocou rýchlejšieho rastu domácich cien ako zahraničných. Po spätnom prepočítaní by do budúcnosti mal rovnovážny nominálny výmenný kurz koruny voči euru mierne depreciovať v porovnaní s hodnotou ku 20.2.2004, ktorá predstavovala 40,474 SKK/ EUR.

Použitá literatúra

- [1] Alberola, E., S. G. Cervero, H. Lopez and A. Ubide (1999): *Global Equilibrium Exchange Rates: Euro, Dollar, "Ins", "Uuts" and Other Major Currencies in a Panel Cointegration Framework*. IMF Working Paper, 175, December 1999
- [2] Cipra, T.: *Analýza Časových Řad s Aplikacemi v Ekonomii*. SNTL, Praha 1986
- [3] Clark, P.B. and R. MacDonald: *Exchange Rates and Economic Fundamentals: A Methodological comparison of BEERs and FEERs*. IMF Working Paper, 67, May 1998
- [4] Clark, P.B. and R. MacDonald: *Filtering the BEER: A Permanent and Transitory Decomposition*. IMF Working Paper, 144, August 2000
- [5] Enders, W.: *Applied Econometric Time Series*. John Wiley & Sons, Inc. 1995
- [6] Francisco Maeso-Fernandez, Chiara Osbat, Bernd Schnatz: *Determinants of the Euro Real Effective Exchange Rate: A BEER/PEER Approach*. Working Paper No. 85, ECB, November 2001
- [7] Nilsson, K.: *Do Fundamentals Explain the Behaviour of the Real Effective Exchange Rate?* Working Paper No. 78, Utgiven av Konjunkturinstitutet, Stockholm, March 2002
- [8] Štulajter, F.: *Odhady v Náhodných Procesoch*. Alfa, Bratislava 1990
- [9] Zeman, J.: *Rovnovážny Reálny Výmenný Kurz Slovenskej Koruny*. NBS, Bratislava 2003

Prílohy

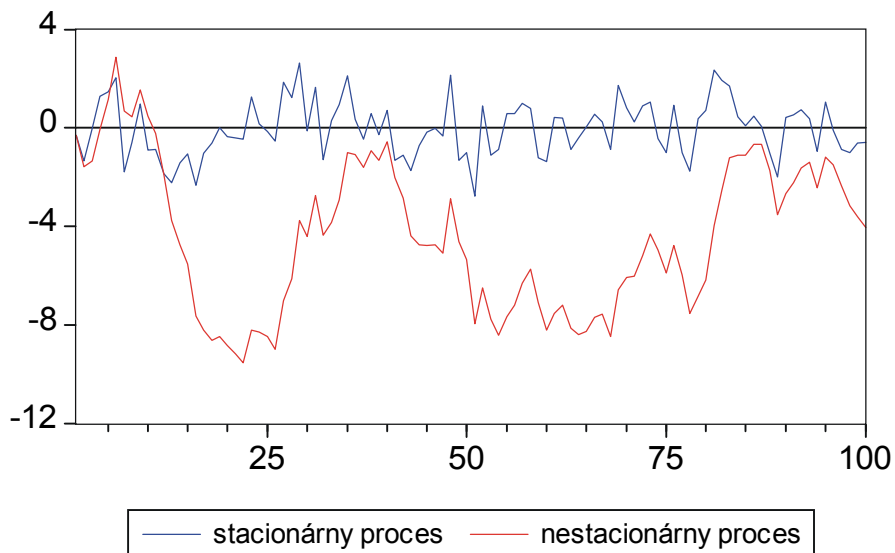
1. Príklad grafického rozdielu medzi stacionárnym a nestacionárnym časovým radom
2. Tabuľka kritických hodnôt τ štatistiky pre Dickey-Fullerove testy
3. Tabuľka kritických hodnôt ϕ štatistiky
4. Príklad kointegrovaných premenných
5. Tabuľka kritických hodnôt λ_{trace} a λ_{max} štatistiky
6. Odvodenie rovnice UIP
7. Nominálne výmenné kurzy niektorých mien voči SKK
8. Výsledky modelu 1
9. Percentuálne zmeny medzi premennými
10. Výsledky modelu 2
11. Výsledky modelu 3

Príloha 1:

Pre 100 nagenerovaných hodnôt bieleho šumu $\varepsilon_t \sim N(0,1)$ sme spravili simuláciu

stacionárneho AR(1) procesu $y_t = 0.2y_{t-1} + \varepsilon_t$

a nestacionárneho AR(1) procesu $y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t$.



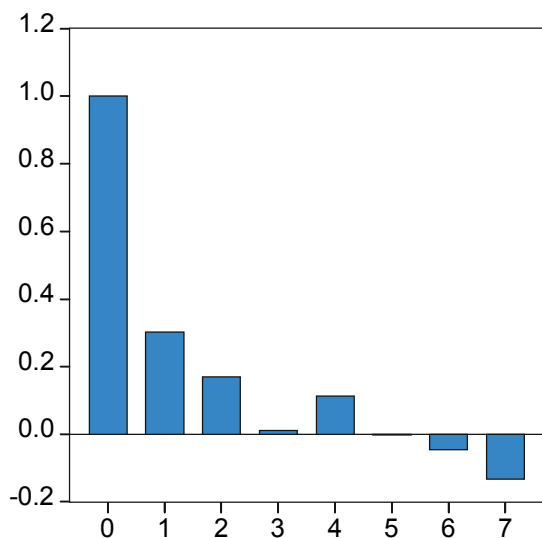
Stacionárny proces tvaru:

$$y_t = 0.2y_{t-1} + \varepsilon_t$$

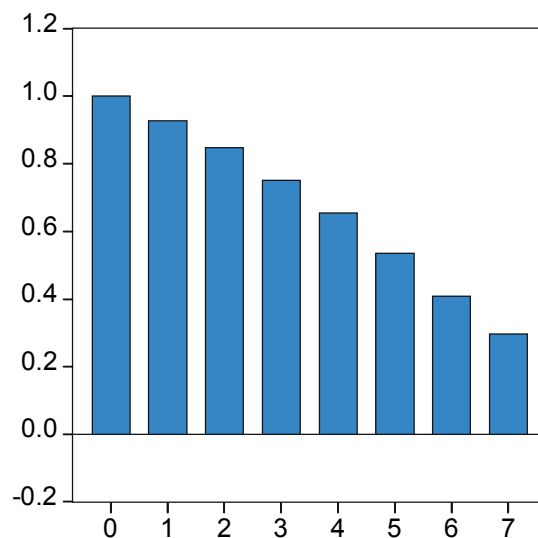
Nestacionárny proces tvaru:

$$y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t$$

Korelogram stacionárneho procesu



Korelogram nestacionárneho procesu



Príloha 2: Tabuľka kritických hodnôt τ štatistiky pre Dickey-Fullerove testy

Príloha 2:

Dĺžka časového radu	0.01	0.025	0.05	0.10	0.90	0.95	0.975	0.99
<i>Bez konštanty a bez časového trendu ($a_0 = a_2 = 0$): τ</i>								
25	-2.66	-2.26	-1.95	-1.60	0.92	1.33	1.70	2.16
50	-2.62	-2.25	-1.95	-1.61	0.91	1.31	1.66	2.08
100	-2.60	-2.24	-1.95	-1.61	0.90	1.29	1.64	2.03
250	-2.58	-2.23	-1.95	-1.62	0.89	1.29	1.63	2.01
500	-2.58	-2.23	-1.95	-1.62	0.89	1.28	1.62	2.00
∞	-2.58	-2.23	-1.95	-1.62	0.89	1.28	1.62	2.00
<i>S konštantou a bez časového trendu ($a_2 = 0$): τ_μ</i>								
25	-3.75	-3.33	-3.00	-2.62	-0.37	0.00	0.34	0.72
50	-3.58	-3.22	-2.93	-2.60	-0.40	-0.03	0.29	0.66
100	-3.51	-3.17	-2.89	-2.58	-0.42	-0.05	0.26	0.63
250	-3.46	-3.14	-2.88	-2.57	-0.42	-0.06	0.24	0.62
500	-3.44	-3.13	-2.87	-2.57	-0.43	-0.07	0.24	0.61
∞	-3.43	-3.12	-2.86	-2.57	-0.44	-0.07	0.23	0.60
<i>S konštantou a s časovým trendom: τ_τ</i>								
25	-4.38	-3.95	-3.60	-3.24	-1.14	-0.80	-0.50	-0.15
50	-4.15	-3.80	-3.50	-3.18	-1.19	-0.87	-0.58	-0.24
100	-4.04	-3.73	-3.45	-3.15	-1.22	-0.90	-0.62	-0.28
250	-3.99	-3.69	-3.43	-3.13	-1.23	-0.92	-0.64	-0.31
500	-3.98	-3.68	-3.42	-3.13	-1.24	-0.93	-0.65	-0.32
∞	-3.96	-3.66	-3.41	-3.12	-1.25	-0.94	-0.66	-0.33

Príloha 3: Tabuľka kritických hodnôt ϕ štatistiky

Príloha 3:

Dĺžka časového radu: n	0.01	0.025	0.05	0.10	0.90	0.95	0.975	0.99
Φ_1								
25	0.29	0.38	0.49	0.65	4.12	5.18	6.30	7.88
50	0.29	0.39	0.50	0.66	3.94	4.86	5.80	7.06
100	0.29	0.39	0.50	0.67	3.86	4.71	5.57	6.70
250	0.30	0.39	0.51	0.67	3.81	4.63	5.45	6.52
500	0.30	0.39	0.51	0.67	3.79	4.61	5.41	6.47
∞	0.30	0.40	0.51	0.67	3.78	4.59	5.38	6.43
Φ_2								
25	0.61	0.75	0.89	1.10	4.67	5.68	6.75	8.21
50	0.62	0.77	0.91	1.12	4.31	5.13	5.94	7.02
100	0.63	0.77	0.92	1.12	4.16	4.88	5.59	6.50
250	0.63	0.77	0.92	1.13	4.07	4.75	5.40	6.22
500	0.63	0.77	0.92	1.13	4.05	4.71	5.35	6.15
∞	0.63	0.77	0.92	1.13	4.03	4.68	5.31	6.09
Φ_3								
25	0.74	0.90	1.08	1.33	5.91	7.24	8.65	10.61
50	0.76	0.93	1.11	1.37	5.61	6.73	7.81	9.31
100	0.76	0.94	1.12	1.38	5.47	6.49	7.44	8.73
250	0.76	0.94	1.13	1.39	5.39	6.34	7.25	8.43
500	0.76	0.94	1.13	1.39	5.36	6.30	7.20	8.34
∞	0.77	0.94	1.13	1.39	5.34	6.25	7.16	8.27

Príloha 4:

Na prvom grafe vidíme simulácie troch nestacionárnych, nasledovne definovaných procesov:

$$\begin{aligned}
 & \text{---} & y_t &= \mu_{y_t} + \varepsilon_{y_t} \\
 & \text{---} & z_t &= \mu_{z_t} + \varepsilon_{z_t} \\
 & \text{---} & w_t &= \mu_{w_t} + \varepsilon_{w_t}
 \end{aligned}$$

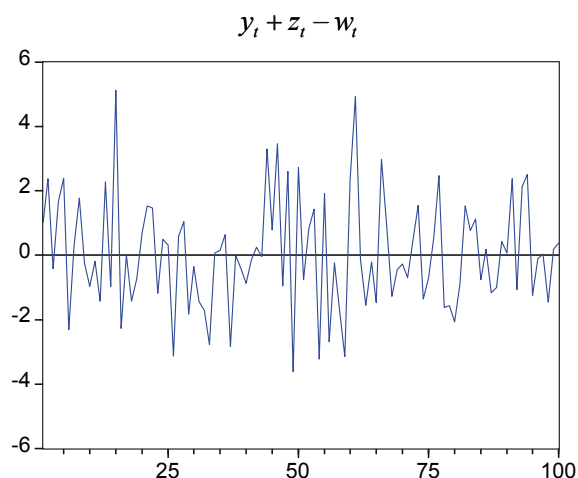
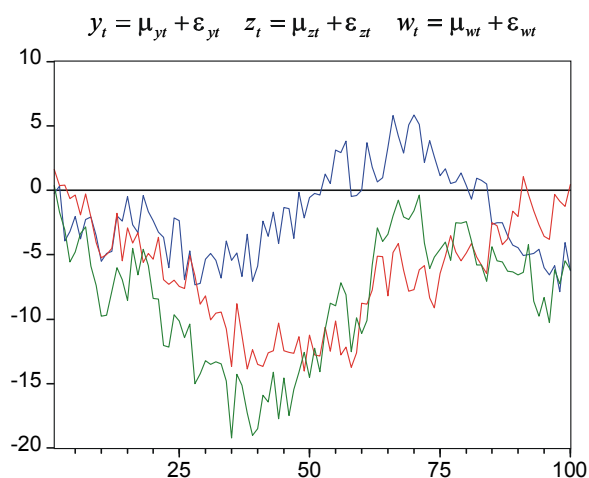
Všetky tri rady pozostávajú z trendovej zložky a nejakého „rušivého“ členu. Simulácie sme konštruovali tak, aby každý z týchto procesov bol I(1).

Na druhom obrázku si však môžeme všimnúť, že lineárna kombinácia týchto premenných, konkrétne $(y_t + z_t - w_t)$ je už stacionárna. Je to preto, lebo trend vo w_t je sumou trendov v y_t a z_t , teda: $\mu_{w_t} = \mu_{y_t} + \mu_{z_t}$.

Potom platí:

$$\begin{aligned}
 y_t + z_t - w_t &= (\mu_{y_t} + \varepsilon_{y_t}) + (\mu_{z_t} + \varepsilon_{z_t}) - (\mu_{w_t} + \varepsilon_{w_t}) = \\
 &= (\mu_{y_t} + \varepsilon_{y_t}) + (\mu_{z_t} + \varepsilon_{z_t}) - (\mu_{y_t} + \mu_{z_t} + \varepsilon_{w_t}) = \\
 &= \varepsilon_{y_t} + \varepsilon_{z_t} - \varepsilon_{w_t} \sim I(0)
 \end{aligned}$$

V tomto prípade kointegračný vektor má tvar (1,1,-1).



Príloha 5:

	80%	90%	95%	97.5%	99%
<i>n-r</i>	λ_{max} a λ_{trace} štatistika s trendom				
	λ_{max}				
1	1.699	2.816	3.962	5.332	6.936
2	10.125	12.099	14.036	15.810	17.936
3	16.324	18.697	20.778	23.002	25.521
4	22.113	24.712	27.169	29.335	31.943
5	27.889	30.774	33.178	35.546	38.341
	λ_{trace}				
1	1.699	2.816	3.962	5.332	6.936
2	11.164	13.338	15.197	17.299	19.310
3	23.868	26.791	29.509	32.313	35.397
4	40.250	43.964	47.181	50.424	53.792
5	60.215	65.063	68.905	72.140	76.955
<i>n-r</i>	λ_{max} a λ_{trace} štatistika bez trendu a bez konštanty				
	λ_{max}				
1	4.905	6.691	8.083	9.658	11.576
2	10.666	12.783	14.595	16.403	18.782
3	16.521	18.959	21.279	23.362	26.154
4	22.341	24.917	27.341	29.599	32.616
5	27.953	30.818	33.262	35.700	38.858
	λ_{trace}				
1	4.905	6.691	8.083	9.658	11.576
2	13.038	15.583	17.844	19.611	21.962
3	25.445	28.436	31.256	34.062	37.291
4	41.623	45.248	48.419	51.801	55.551
5	61.566	65.956	69.977	73.031	77.911
<i>n-r</i>	λ_{max} a λ_{trace} štatistika s konštantou v kointegračnom vzťahu				
	λ_{max}				
1	5.877	7.563	9.094	10.709	12.740
2	11.628	13.781	15.752	17.622	19.834
3	17.474	19.796	21.894	23.836	26.409
4	22.938	25.611	28.167	30.262	33.121
5	28.643	31.592	34.397	36.625	39.672
	λ_{trace}				
1	5.877	7.563	9.094	10.709	12.741
2	15.359	17.957	20.168	22.202	24.988
3	28.768	32.093	35.068	37.603	40.198
4	45.635	49.925	53.347	56.449	60.054
5	66.624	71.472	75.328	78.857	82.969

Príloha 6:

Uvažujme dve krajiny

- Domácu krajinu
- Zahraničie (akoby jedna zvyšná krajina)

Označme si:

Pre domácu krajinu (značíme indexom D):

P^D = ceny v domácej krajine

R^D = nominálna úroková miera (miera výnosu) v domácej krajine

π^D = očakávaná inflácia v domácej krajine. Predstavuje percentuálnu zmenu cien spotrebného koša v domácej ekonomike: $\pi^D = \% \Delta P^D$

r^D = reálna úroková miera (miera výnosu) v domácej krajine: $r^D = R^D - \pi^D$

Pre zahraničie (značíme indexom Z):

P^Z = ceny v zahraničí

R^Z = nominálna úroková miera v zahraničí

π^Z = očakávaná inflácia v zahraničí. Predstavuje percentuálnu zmenu cien spotrebného koša v zahraničnej ekonomike: $\pi^Z = \% \Delta P^Z$

r^Z = reálna úroková miera v zahraničí: $r^Z = R^Z - \pi^Z$

Vzťah medzi domácou krajinou a zahraničím bude vyjadrovať:

S_t^E = nominálny (efektívny) výmenný kurz S^E v čase t definovaný ako počet jednotiek zahraničnej meny na jednu jednotku domácej meny

$E_t[S_{t+1}^E]$ = očakávaná hodnota S_{t+1}^E v čase t .

Q_t^E = reálny (efektívny) výmenný kurz Q^E v čase t . $Q_t^E = S_t^E (P_t^D / P_t^Z)$

$E_t[Q_{t+1}^E]$ = očakávaná hodnota Q_{t+1}^E v čase t .

Nech M^Z predstavuje určité množstvo *zahraničnej* meny. Môžeme ho investovať dvoma stratégiami – v zahraničí alebo doma.

Ak to investujeme pri ročnej *zahraničnej* úrokovej miere R^Z , za rok množstvo M^Z vzrastie na $(1+R^Z)M^Z$, teda hodnota $(1+R^Z)M^Z - M^Z = R^Z M^Z$ predstavuje výnos a úrok R^Z môžeme chápať ako mieru výnosu.

Teraz čiastku M^Z investujme v *domácej* krajine. Množstvo M^Z predstavuje v čase t v domácej mene hodnotu (M^Z/S_t^E) . Po roku sa táto hodnota zmení na $(M^Z/S_t^E)(1+R^D)$. Je vyjadrená v domácej mene. Preto, ak ju chceme porovnať s pôvodnou hodnotou, ktorá bola

v zahraničnej mene, tak predošlý výraz treba prenásobiť očakávaným výmenným kurzom. To vedie k hodnote $(M^Z/S_t^E)(1+R^D)E_t[S_{t+1}^E]$. Teda ak množstvo zahraničnej meny M^Z zameníme za domácu menu, investujeme na jeden rok a potom zameníme späť do pôvodnej meny, tak pôvodné množstvo M^Z sa zmení na $(M^Z/S_t^E)(1+R^D)E_t[S_{t+1}^E]$. Čiastka, ktorú sme po roku získali vďaka investovaniu je:

$$\frac{M^Z}{S_t^E}(1+R^D)E_t[S_{t+1}^E]-M^Z = \left(\frac{1}{S_t^E}(1+R^D)E_t[S_{t+1}^E]-1 \right) M^Z$$

kde výraz

$$\frac{1}{S_t^E}(1+R^D)E_t[S_{t+1}^E]-1$$

predstavuje očakávanú mieru výnosu.

Z teoretického hľadiska by sa miera výnosu získaná prvou stratégiou mala rovnať miere výnosu získanej druhou stratégiou. Teda:

$$R^Z = \frac{1}{S_t^E}(1+R^D)E_t[S_{t+1}^E]-1$$

Úpravami dostávame:

$$\begin{aligned} R^Z &= (1+R^D) \frac{E_t[S_{t+1}^E]}{S_t^E} - 1 \\ R^Z &= (1+R^D) \frac{E_t[S_{t+1}^E]}{S_t^E} - 1 + \overbrace{R^D - R^D}^0 \\ R^Z &= R^D + \frac{E_t[S_{t+1}^E] - S_t^E}{S_t^E} + R^D \frac{E_t[S_{t+1}^E] - S_t^E}{S_t^E} \end{aligned}$$

Keďže R^D je pomerne malé číslo a očakávaná hodnota S_{t+1}^E sa príliš nelíši od S_t^E , tak výraz $R^D \frac{E_t[S_{t+1}^E] - S_t^E}{S_t^E}$ predstavuje hodnotu blízku nule a preto ho zanedbáme, čím dostaneme:

$$R^Z \cong R^D + \frac{E_t[S_{t+1}^E] - S_t^E}{S_t^E} \quad (6.1)$$

Rovnicu (6.1) nazývame rovnicou nekrytej úrokovej parity (UIP). Je vyjadrená pomocou nominálnych úrokových mier a za predpokladu, že neuvažujeme rizikovú prémie domácej krajiny. Skôr, ako ju uvedieme v reálnych úrokových mierach, odvodíme pomocné vzťahy:

$$\% \Delta xy \cong \frac{d(xy)}{xy} = \frac{(dx)y + x(dy)}{xy} = \frac{dx}{x} + \frac{dy}{y} \cong \% \Delta x + \% \Delta y \quad (6.2)$$

$$\% \Delta \left(\frac{x}{y} \right) \cong \frac{d\left(\frac{x}{y}\right)}{\frac{x}{y}} = \frac{(dx)y - x(dy)}{y^2} = \frac{dx}{x} - \frac{dy}{y} \cong \% \Delta x - \% \Delta y \quad (6.3)$$

kde výraz $\% \Delta$ označuje percentuálnu zmenu.

Vieme, že pre „malé“ hodnoty t môžeme s využitím Taylorového rozvoja písať:

$$e^t \approx 1+t$$

Po zlogaritmovaní oboch strán dostaneme výraz

$$\ln(1+t) \approx t \quad (6.4)$$

Keďže $\pi^D = \% \Delta P^D$ a $\pi^Z = \% \Delta P^Z$, tak s využitím vzťahu (6.3) vieme, že platí:

$$\pi^D - \pi^Z = \% \Delta P^D - \% \Delta P^Z \cong \% \Delta \left(\frac{P^D}{P^Z} \right) \quad (6.5)$$

Vráťme sa k rovnici UIP (6.1). K oboj stranám pripočítame výraz $\pi^D - \pi^Z$.

$$R^Z + \pi^D - \pi^Z \cong R^D + \frac{E_t[S_{t+1}^E] - S_t^E}{S_t^E} + \pi^D - \pi^Z \quad (6.6)$$

Úpravou (6.6) a využitím vzťahov $r^D = R^D - \pi^D$ a $r^Z = R^Z - \pi^Z$ vieme (6.6) písať v tvare

$$r^Z - r^D \cong \frac{E_t[S_{t+1}^E] - S_t^E}{S_t^E} + \pi^D - \pi^Z \quad (6.7)$$

Potom s využitím vzťahu (6.5), (6.2) a (6.4) môžeme pravú stranu rovnice (6.7) upraviť:

$$\begin{aligned}
\frac{\mathbf{E}_t[S_{t+1}^E] - S_t^E}{S_t^E} + \pi^D - \pi^Z &\cong \% \Delta S^E + \% \Delta \left(\frac{P^D}{P^Z} \right) \cong \% \Delta \left(S^E \frac{P^D}{P^Z} \right) \cong \% \Delta Q^E \cong \\
&\cong \left(\frac{\mathbf{E}_t[Q_{t+1}^E] - Q_t^E}{Q_t^E} \right) \cong \left(\frac{\mathbf{E}_t[Q_{t+1}^E]}{Q_t^E} - 1 \right) \cong \ln \left(\frac{\mathbf{E}_t[Q_{t+1}^E]}{Q_t^E} \right) \cong \\
&\cong \ln(\mathbf{E}_t[Q_{t+1}^E]) - \ln(Q_t^E)
\end{aligned} \quad (6.8)$$

Označme si zlogaritmované hodnoty malými písmenami: $\ln(Q_t^E) = q_t^E$. Potom pomocou (6.8) rovnica (6.7) nadobúda tvar:

$$r^Z - r^D \cong \mathbf{E}_t[q_{t+1}^E] - q_t^E \quad (6.9)$$

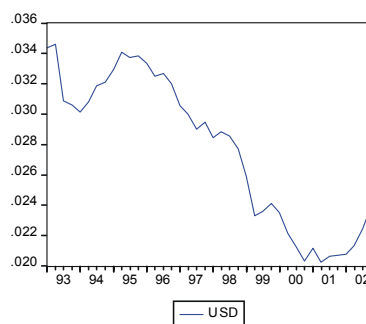
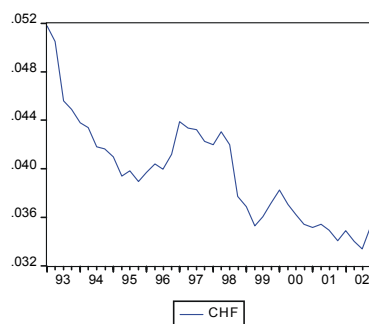
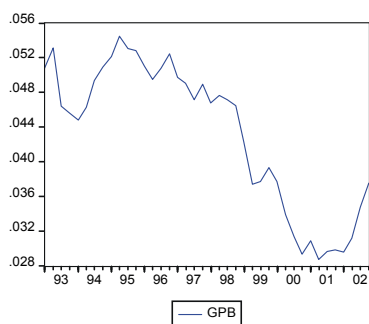
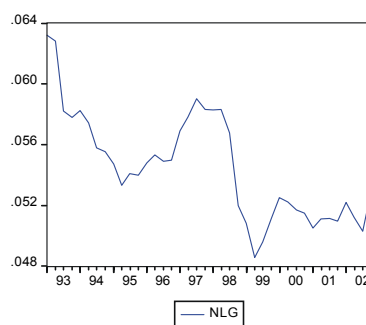
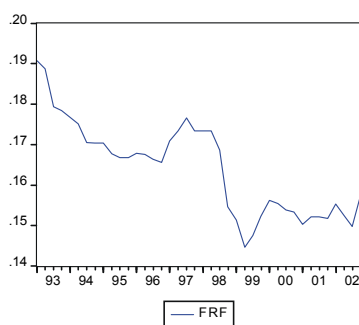
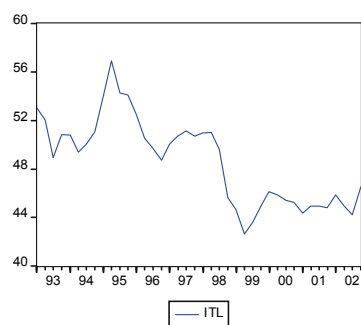
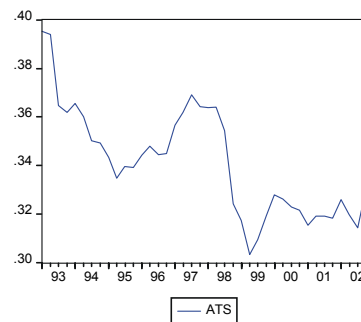
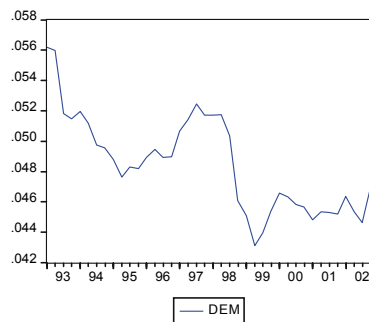
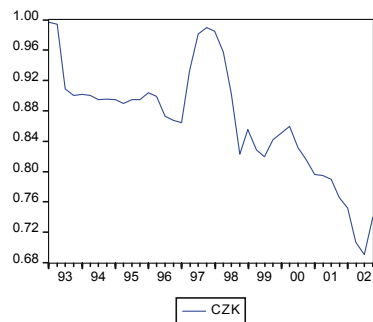
kde výraz \mathbf{E}_t teraz naznačuje len fakt, že ide o logaritmus *očakávanej* hodnoty.

Ak do rovnice zahrnieme aj rizikovú prémii domácej krajiny ($c > 0$), tak rovnicu (6.9) môžeme písať v tvare:

$$q_t^E \cong \mathbf{E}_t[q_{t+1}^E] + (r^D - r^Z) - c \quad (6.10)$$

Príloha 7: Nominálne výmenné kurzy niektorých mien voči SKK

Príloha 7:



Príloha 8:

Pre názornosť uvedieme v rozpísanej forme iba rovnicu pre zmenu logaritmu reálneho efektívneho výmenného kurzu. Vývoj ostatných fundamentov sa dá vyčítať z tabuliek.

Z množiny členov spôsobujúcich **krátkodobé výchylky** uvedieme aj tie, ktoré nie sú štatisticky významné.

Všetky premenné s výnimkou IL sú v logaritmoch.

$$D(Q_E) = -0.9131*(Q_E(-1) - 0.9480*PRO(-1) - 0.1165*ROIL(-1) - 0.0054*IL(-1) + 1.8510) + 0.5093*D(Q_E(-1)) + 0.4950*D(Q_E(-2)) - 0.5203*D(PRO(-1)) - 0.3006*D(PRO(-2)) - 0.1110*D(ROIL(-1)) + 0.0336*D(ROIL(-2)) - 0.0008*D(IL(-1)) - 0.0018*D(IL(-2)) + 0.0089$$

Nasledovná tabuľka obsahuje modro zvýraznené koeficienty vystupujúce v dlhodobej rovnováhe a ich t-štatistiky.

EViews 4
 Vector Error Correction Estimates
 Sample(adjusted): 1993:4 2002:4
 Included observations: 37 after adjusting endpoints
 Standard errors in () & t-statistics in []

Cointegrating Eq:	CointEq1
Q_EF(-1)	1.000000
PRO(-1)	-0.948028 (0.05019) [-18.8870]
ROIL(-1)	-0.116502 (0.01657) [-7.02893]
IL(-1)	-0.005396 (0.00083) [-6.50677]
C	1.851006

V ďalšej tabuľke uvedieme vlastnosti ostatných koeficientov. Hodnoty pre našu vyššie uvedenú rovnicu, pre $\Delta q^E = \dots$, sa nachádzajú v prvom stĺpci.

Taktiež si môžeme všimnúť:

- ktoré členy spôsobujúce krátkodobé efekty nie sú štatisticky významné.
- koeficient rýchlosti prispôsobovania sa v rovnici

$$D(ROIL) = -0.6886*(Q_E(-1) - 0.9480*PRO(-1) - 0.1165*ROIL(-1) - 0.0054*IL(-1) + 1.8510) + \dots$$

pôsobí kvôli znamienku destabilizujúco. Príliš to však nevedí, pretože sa ukazuje ako štatisticky nevýznamný.

- koeficient rýchlosti prispôsobovania sa v rovnici pre Δpro je štatisticky nevýznamný

Error Correction:	D(Q_EF)	D(PRO)	D(ROIL)	D(IL)
CointEq1	-0.913055 (0.14448) [-6.31951]	0.056629 (0.23430) [0.24169]	-0.688661 (1.00537) [-0.68498]	59.51830 (17.7342) [3.35613]
D(Q_EF(-1))	0.509270 (0.13860) [3.67430]	-0.141336 (0.22477) [-0.62882]	0.291542 (0.96446) [0.30229]	-15.76646 (17.0126) [-0.92675]
D(Q_EF(-2))	0.494968 (0.14504) [3.41270]	0.159410 (0.23520) [0.67777]	-0.303562 (1.00923) [-0.30079]	-37.12296 (17.8023) [-2.08529]
D(PRO(-1))	-0.520250 (0.10492) [-4.95856]	-0.152496 (0.17014) [-0.89629]	-0.815232 (0.73008) [-1.11664]	46.52855 (12.8782) [3.61297]
D(PRO(-2))	-0.300607 (0.09616) [-3.12605]	-0.721602 (0.15594) [-4.62741]	-1.293493 (0.66914) [-1.93308]	33.64738 (11.8032) [2.85069]
D(ROIL(-1))	-0.110995 (0.03289) [-3.37478]	-0.018337 (0.05334) [-0.34381]	0.307729 (0.22886) [1.34462]	0.351459 (4.03696) [0.08706]
D(ROIL(-2))	0.033629 (0.03052) [1.10188]	-0.021697 (0.04949) [-0.43841]	-0.255053 (0.21237) [-1.20100]	5.579336 (3.74606) [1.48939]
D(IL(-1))	-0.000806 (0.00145) [-0.55642]	-0.003000 (0.00235) [-1.27651]	-0.014735 (0.01008) [-1.46137]	0.198695 (0.17786) [1.11713]
D(IL(-2))	-0.001792 (0.00129) [-1.38431]	0.001271 (0.00210) [0.60516]	-0.012810 (0.00901) [-1.42174]	-0.044028 (0.15894) [-0.27702]
C	0.008931 (0.00298) [2.99622]	0.011151 (0.00483) [2.30685]	0.030188 (0.02074) [1.45541]	-0.059336 (0.36588) [-0.16217]
R-squared	0.748170	0.691451	0.362962	0.441360
Adj. R-squared	0.664227	0.588602	0.150616	0.255146
Sum sq. resids	0.007100	0.018671	0.343772	106.9655
S.E. equation	0.016216	0.026297	0.112838	1.990399
F-statistic	8.912799	6.722935	1.709295	2.370181
Log likelihood	105.8334	87.94602	34.05511	-72.14012
Akaike AIC	-5.180182	-4.213298	-1.300276	4.440006
Schwarz SC	-4.744799	-3.777915	-0.864893	4.875389
Mean dependent	0.008358	0.004542	0.013529	0.224419
S.D. dependent	0.027985	0.040998	0.122434	2.306240
Determinant Residual Covariance		6.63E-09		
Log Likelihood		161.7089		
Log Likelihood (d.f. adjusted)		138.3929		
Akaike Information Criteria		-5.102317		
Schwarz Criteria		-3.186631		

Príloha 9:

Percentuálna zmena premennej sa približne rovná rozdielu hodnôt jej prirodzených logaritmov. Napríklad, pre premennú M sa jej percentuálna zmena z času 0 do času 1 dá pomocou Taylorovho rozvoja vyjadriť ako:

$$\% \Delta M = \frac{M_1}{M_0} - 1 \approx \ln \left(\frac{M_1}{M_0} \right) = \ln M_1 - \ln M_0 = m_1 - m_0$$

Model 1 si môžeme vyjadriť v čase 0 a čase 1 nasledovne:

$$q_0^{BEER} = \ln(Q_0^{BEER}) = \beta_1 \ln PRO_0 + \beta_2 \ln ROIL_0 + \beta_3 il_0$$
$$q_1^{BEER} = \ln(Q_1^{BEER}) = \beta_1 \ln PRO_1 + \beta_2 \ln ROIL_1 + \beta_3 il_1$$

Potom percentuálna zmena Q^{BEER} je:

$$\% \Delta Q^{BEER} \approx \ln Q_1^{BEER} - \ln Q_0^{BEER} = \beta_1 [\ln PRO_1 - \ln PRO_0] + \beta_2 [\ln ROIL_1 - \ln ROIL_0] + \beta_3 [il_1 - il_0]$$
$$\% \Delta Q^{BEER} \approx \beta_1 \% \Delta PRO + \beta_2 \% \Delta ROIL + \beta_3 [il_1 - il_0]$$

Vidíme, že:

- percentuálna zmena premennej PRO vyvolá β_1 násobok percentuálnej zmeny premennej Q^{BEER} .
- percentuálna zmena premennej $ROIL$ vyvolá β_2 násobok percentuálnej zmeny premennej Q^{BEER} .
- absolútna zmena premennej il vyvolá β_3 násobok percentuálnej zmeny premennej Q^{BEER} .

Príloha 10:

EViews 4
 Vector Error Correction Estimates
 Sample(adjusted): 1993:3 2002:4
 Included observations: 38 after adjusting endpoints
 Standard errors in () & t-statistics in []

Cointegrating Eq:	CointEq1
Q_E(-1)	1.000000
PRO(-1)	-0.953890 (0.11704) [-8.15032]
GOV(-1)	0.338775 (0.13619) [2.48747]
ROIL(-1)	-0.060185 (0.02985) [-2.01658]
C	1.558386

Speed of adjustment
 parameters:

D(Q_E)	-0.328572 (0.09962) [-3.29833]
D(PRO)	0.455253 (0.10943) [4.16006]
D(GOV)	-1.247711 (0.39172) [-3.18520]
D(ROIL)	-0.276243 (0.46114) [-0.59904]

Príloha 11:

EViews 4
 Vector Error Correction Estimates
 Sample(adjusted): 1993:3 2002:4
 Included observations: 37 after adjusting endpoints
 Standard errors in () & t-statistics in []

Cointegrating Eq:	CointEq1
Q_E(-1)	1.000000
PRO(-1)	-1.258845 (0.09932) [-12.6746]
IL(-1)	-0.007230 (0.00193) [-3.74201]
C	1.324734

Speed of adjustment
 parameters:

D(Q_E)	-0.296205 (0.12575) [-2.35556]
D(PRO)	0.072018 (0.12573) [0.57282]
D(IL)	45.57281 (8.76146) [5.19990]