

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE

FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY



Diplomová práca

Bratislava 2005

Luboš Šesták

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE

FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY

KATEDRA APLIKOVANEJ MATEMATIKY A ŠTATISTIKY

Využitie matematických metód pri riadení kreditného
rizika pri správe devízových rezerv NBS

Diplomová práca

Vedúci diplomovej práce: Ing. Michal Zajac

Bratislava 2005

Luboš Šesták

Cestné prehlásenie:

Cestne prehlasujem, že predkladanú prácu som vypracoval samostatne pod odborným vedením vedúceho diplomovej práce len s použitím uvedenej literatúry.

.....

Luboš Šesták

Podakovanie

Predovšetkým sa chcem podakovať vedúcemu diplomovej práce Ing. Michalovi Zajacovi za množstvo času, ktoré mi venoval pri zodpovedaní odborných i praktických otázok spojených s diplomovou prácou, za jeho odborné vedenie, pripomienky, návrhy a trpezlivosť. A v neposlednom rade patrí vďaka mojej rodine a priateľom za ich neustálu morálnu podporu.

Abstrakt

Jednou z úloh Národnej banky Slovenska je správa devízových aktív Slovenskej republiky. Aby dosiahla výnos, investuje NBS tieto prostriedky na medzinárodných finančných trhoch. Keďže ide o verejné prostriedky, pri ich investovaní sa kladie veľký dôraz na bezpečnosť a poznanie rizika investícií. V posledných rokoch pozorujeme pokles úrokových sadzieb na trhu. V snahe dosahovať vyšší výnos uvažuje NBS o nových investičných možnostiach, pri ktorých je banka vystavená novému riziku – kreditnému riziku. Cieľom tejto práce je zhodnotiť súčasné modely a navrhnúť model pre meranie kreditného rizika pre NBS.

Prvá kapitola popisuje investičnú politiku NBS, hlavné riziká a metódy ich merania. Druhá kapitola sa venuje existujúcim modelom kreditného rizika. V tretej kapitole je návrh nového štruktúrneho modelu vysvetľujúceho kreditné riziko pomocou dlhopisových spreadov, ktorý vyhovuje špecifickým požiadavkám NBS. Hľadá sa rovnovážna úroveň spreadu pre jednotlivé dlhopisy a odchýlky od tejto rovnováhy sú spôsobené zmenou ratingu. V závere práce sú numerické výsledky pre navrhnutý model a odhad kreditného rizika pre vybrané portfólio.

Obsah

<u>1.</u>	<u>Úvod</u>	1
1.1.	<u>Ciele investicnej politiky</u>	1
1.2.	<u>Hlavné riziká investičného procesu</u>	2
1.3.	<u>Metódy merania rizika</u>	7
1.4.	<u>Základy ocenenia dlhopisov</u>	11
<u>2.</u>	<u>Súčasné modely kreditného rizika</u>	13
2.1.	<u>Model Credit VaR</u>	13
2.2.	<u>Model KMV</u>	20
2.3.	<u>Model CreditRisk+</u>	30
2.4.	<u>CreditPortfolioView</u>	32
<u>3.</u>	<u>Model NBS</u>	34
3.1.	<u>Východiská modelu</u>	34
3.2.	<u>Výnos dlhopisu</u>	35
3.3.	<u>Všeobecný model</u>	37
3.4.	<u>Dáta</u>	40
3.5.	<u>Špecifikácia modelu</u>	41
<u>4.</u>	<u>Numerické výsledky</u>	43
4.1.	<u>Začiatok krivky</u>	45
4.2.	<u>Krátkodobý model</u>	45
4.3.	<u>Dlhodobý model</u>	46
4.4.	<u>Reziduá – kreditné spready</u>	48
4.5.	<u>Odhad rizika</u>	50
<u>5.</u>	<u>Záver</u>	53
<u>6.</u>	<u>Použitá literatúra</u>	55

1. Úvod

Jednou z funkcií Národnej banky Slovenska (NBS) je podľa zákona o NBS¹ správa devízových rezerv. Za účelom zhodnocovania týchto prostriedkov NBS investuje devízové rezervy na zahraničnom finančnom trhu. Pozícia Národnej banky sa však odlišuje od pozície klasického investora. I keď má postavenie podnikateľa, jej hospodárenie nie je zamerané na dosahovanie či maximalizáciu zisku, ale na udržanie cenovej stability v Slovenskej republike a stability bankového systému.

Národná banka spravuje devízové rezervy od svojho vzniku v roku 1993, ale kvalitatívne prešla správa devízových rezerv razantným vývojom. V prvej etape sa budovali základné štruktúry investičného procesu, ktorá bola završená definovaním investicnej politiky NBS, cieľov, hlavných rizík a metód ich riadenia. V ďalšej etape sa prešlo k monitoringu a aktívnemu riadeniu rizík.

1.1. Ciele investicnej politiky

Národná banka, tak ako každý investor na finančnom trhu, cieľ volbe medzi rizikom, výnosnosťou a likviditou svojej investície. Keďže nie je možné zároveň dosahovať vysoký výnos pri nízkom riziku s vysokou likviditou investície, je nutné, aby investor definoval svoju pozíciu na trhu, teda ktorý z týchto faktorov bude pri investovaní preferovať a mieru substitúcie medzi nimi.

Bezpečnosť – hlavný cieľ

Volba pozície na trhu je však v Národnej banke obmedzená ostatnými funkciami, ktoré musí plniť. Keďže Národná banka je verejná inštitúcia a spravuje verejné prostriedky, hlavným a najdôležitejším cieľom investičného procesu je bezpečnosť devízových rezerv. Táto požiadavka sa odráža v snahe minimalizovať možné straty z investícií, najmä minimalizovať pravdepodobnosť negatívneho výnosu investície.

Likvidita

V prvých rokoch od svojho vzniku bola úroveň devízových rezerv nízka a NBS sa sústreďovala na udržiavanie pevného výmenného kurzu a obranu slovenskej meny.

¹ Zákon č. 566/1992 Zb.

V tomto case bola hlavnou požiadavkou likvidita, aby mala Národná banka k dispozícii devízové rezervy na operácie potrebné na udržovanie kurzu a garantovanie vymeniteľnosti slovenskej meny.

Výnos

V roku 1998 prišlo k zmene režimu výmenného kurzu z pevného na volne plávajúci. Národná banka sa zamerala priamo na cenovú stabilitu. Zároveň dochádza k postupnému navyšovaniu devízových rezerv. V tomto období už nie kladený dôraz na likviditu devízových rezerv, ale na efektivitu ich riadenia. Táto požiadavka sa stáva významnou najmä v súčasnosti, keď pozorujeme výrazné zvýšenie objemu devízových rezerv.

Kým ku koncu roka 2001 bol objem devízových rezerv na úrovni 4.500 mil. USD, ku koncu roka 2002 sa devízové rezervy zdvojnásobili na 9.195,5 mil. USD. Trend nárastu pokračoval aj v roku 2003, keď na jeho konci dosiahli devízové rezervy 12,1 mld USD. Na zvyšovanie objemu devízových rezerv mali najväčší vplyv intervencie NBS, privatizácia a vládne pôžičky zo zahraničia. (NBS, Výročná správa 2002, 2003). V roku 2004 a začiatkom roku 2005 Národná banka bojuje proti príliš rýchlemu zhodnocovaniu Slovenskej koruny. Po viacerých priamych intervenciách presiahli devízové rezervy začiatkom roku 2005 hodnotu 16 miliárd USD. Preto snaha o efektívne investovanie môže výrazne ovplyvniť hospodárenie NBS.

Výzva na efektívne riadenie devízových rezerv je o to náročnejšia, že treba stále dbať aj na ostatné ciele. Výber aktív, do ktorých je možné investovať je preto výrazne obmedzený požiadavkami na bezpečnosť a likviditu (aspoň časti) portfólia devízových rezerv. Takisto možnosti obmedzenia niektorých rizík diverzifikáciou sú zúžené, napríklad pevným stanovením menovej skladby (v súčasnosti 70% v EUR a 30% v USD) a inými príkazmi, ktoré schválila Banková rada NBS.

1.2. Hlavné riziká investičného procesu

Národná banka, rovnako ako iní investori, cieľ na finančnom trhu rôznymi rizikami. Keďže hlavnou požiadavkou na správu devízových rezerv je ich bezpečnosť, je veľmi dôležité tieto riziká poznať, zvoliť mieru tolerancie rizika a v týchto medziach potom

riadit riziko celkového portfólia rezerv. Možné riziká môžeme rozdeliť do dvoch hlavných kategórií:

Trhové riziko

Za trhové riziko sa označuje riziko spojené s globálnymi ekonomickými, politickými a spoločenskými javmi, ktoré majú bezprostredný vplyv na správanie sa investorov na trhu (Chovancová B. a kol., 1999). Tieto javy ovplyvňujú očakávania investorov a spôsobujú odchýlku skutočného výnosu od očakávaného výnosu investície. Treba poznamenať, že skutočný výnos môže byť aj vyšší ako očakávaný a teda neistota môže priniesť aj zvýšenie výnosu. Celkové trhové riziko investície môžeme rozložiť na parciálne riziká, ktoré sa viažu s tým-ktorým trhom:

Kurzové riziko

Kurzové riziko je riziko straty spôsobenej zmenou výmenného kurzu slovenskej koruny voči inej mene. Do roku 1998 sa na riadenie kurzového rizika používala metóda imunizácie.² Po prechode na režim voľne plávajúceho výmenného kurzu v októbri 1998 je riadenie tohoto rizika obmedzené stanovením cieľovej menovej skladby devízových rezerv, ktorú určila Banková rada NBS na 70% EUR a 30% USD.

Toto rozhodnutie má za následok, že kurzové riziko je v súčasnosti naviazané nielen na volatilitu výmenného kurzu EUR/SKK, ale aj volatilitu kurzu EUR/USD. Kým NBS má možnosť do istej miery ovplyvňovať kurz EUR/SKK, kurz EUR/USD je plne neovplyvniteľný faktor. Kurzové riziko je v súčasnosti monitorované a odhadujú sa budúce dopady kurzových pohybov na hospodárenie banky.

Úrokové riziko

Riziku zmeny úrokových sadzieb je vystavený každý investor, ktorý investuje do dlhopisov. Vďaka svojej relatívnej bezpečnosti sú dlhopisy dominantnou formou investovania pre väčšinu centrálnych bánk na svete. Preto najdôležitejšou časťou riadenia rizika je riadenie úrokového rizika.

² Menová imunizácia – zosúladenie menovej štruktúry aktív a pasív podľa menového koša v režime pevného výmenného kurzu

Miera úrokového rizika rastie priamoúmerne s priemernou splatnosťou dlhopisu, tzv. modifikovanou duráciou³. Platí, že čím vyššia je durácia, tým vyššie je aj riziko investície. Volba cieľovej modifikovanej durácie preto jednoznačne hovorí o miere tolerancie rizika investora. Národná banka volí relatívne krátkodobé pásmo modifikovanej durácie, ktorá zabezpečuje minimálnu pravdepodobnosť záporného výnosu v ročnom horizonte a relatívne uspokojivý očakávaný výnos.

Likvidné riziko

Likvidné riziko je riziko straty, ktorá vzniká tým, že investor, ktorý okamžite potrebuje hotovosť, nie je schopný predat svoje aktíva na trhu za ich plnú trhovú hodnotu, ale musí ich predat za nižšiu cenu. Keďže potreby likvidity sú pre NBS dôležité na riadenie menovej politiky, na ich zabezpečenie je vytvorené samostatné portfólio svysokou likviditou zabezpečenou starostlivým výberom cenných papierov. Dôležitým zostáva rozhodnutie o optimálnej veľkosti tohoto portfólia, pretože toto portfólio dosahuje minimálny výnos. Rozhodnutie o jeho veľkosti je však v kompetencii Bankovej rady.

Kreditné riziko

Druhou veľkou skupinou rizík je kreditné riziko. Pri kúpe dlhopisu vzniká riziko, že organizácia emitujúca dlhopis nebude schopná splatiť tieto záväzky. Kreditným rizikom chápeme riziko finančnej straty v dôsledku tzv. kreditnej udalosti, teda insolventnosti alebo zníženia dôveryhodnosti emitenta dlhopisu. Na prvý pohľad by sa mohlo zdať, že kreditné riziko je súčasťou trhového rizika, nie je tomu však tak. Na rozdiel od trhového rizika kreditné riziko má charakter špecifického rizika, teda vyplýva priamo zvnútornej povahy danej investície (Chovancová B. a kol., 1999). Pre finančného investora nie je dôležitá vnútorná príčina vzniku kreditnej udalosti, ale zaujíma sa o jej vonkajší prejav. Podľa typu kreditnej udalosti môžeme clenit kreditné riziko na tri druhy:

Riziko defaultu

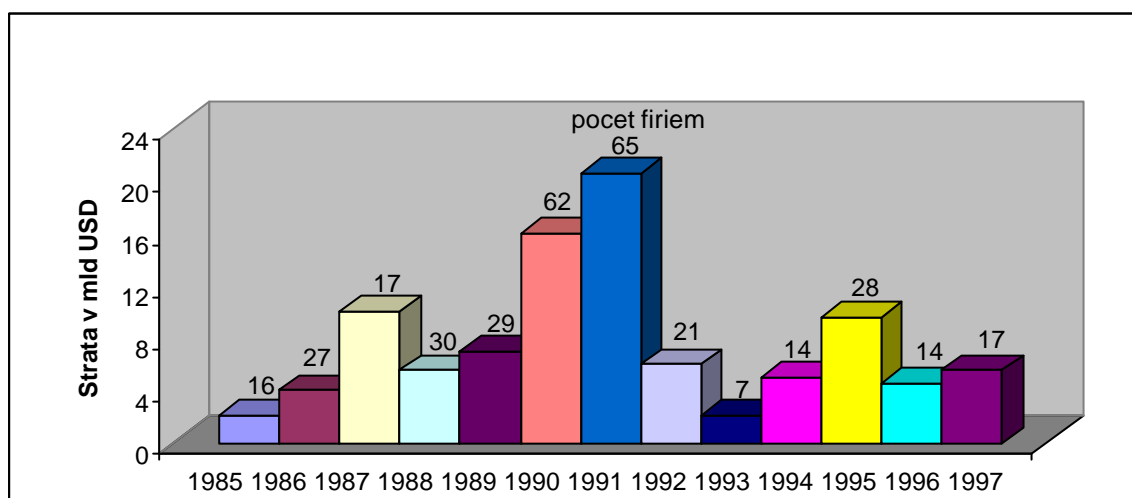
Defaultom rozumieme nesplatenie istiny a/alebo úrokov v určený čas v plnej výške v dôsledku platobnej neschopnosti emitenta. Pri pokračujúcej platobnej neschopnosti dochádza k najvýraznejším stratám, ktoré môžu dosiahnuť až 100% pôvodnej investície.

³ Pozri kapitolu 1.4, základy ocenenia dlhopisov

Táto udalosť je však veľmi málo pravdepodobná, čo môžeme vidieť aj na grafe 1.1. Veľmi malý počet udalostí, rádovo desiatky, spôsobil straty v miliardách dolárov.

Pri pretrvávajúcom defaulte môže prísť ku konkurznému konaniu v insolventnej spoločnosti a z predaja jej aktív je možné uspokojiť aspoň časť pohľadávok veriteľov. Túto časť nazývame recovery rate. Podľa rôznej úrovne zabezpečenia dosahujú jednotlivé dlhopisy rôznu recovery rate.

Graf 1.1: Riziko defaultu vo svete



Zdroj: Standard&Poor's

Riziko downgrade

Downgrade znamená zníženie ratingu dlhopisu, ktorý držíme v portfóliu. Znížením ratingu dáva nezávislá inštitúcia alebo samotný investor⁴ vyhlásenie o znížení dôveryhodnosti emitenta dlhopisu. V dôsledku vyššieho rizika defaultu tento cenný papier stráca na svojej hodnote, kvôli čomu dochádza ku kapitálovej strate investora. Pri tomto type rizika môže dôjsť aj k priaznivej situácii – upgrade-u, kedy rating dlhopisu stúpne a investor dosiahne kapitálový zisk.

Riziko rozšírenia spreadu⁵

Spread dlhopisu vyjadruje vzťah medzi výnosom daného dlhopisu a trhovou úrokovou sadzbou, ktorú reprezentuje swapová sadzba⁶. Spreadové riziko je riziko vyplývajúce

⁴ pokiaľ investori používajú vlastný rating pre svojich dlžníkov

⁵ Spread – rozdiel výnosu dlhopisu oproti swapovej sadzbe na LIBOR príslušnej maturity

⁶ Podľa Ramaswamyho swapová krivka je správnou krivkou na modelovanie trhového rizika

z fluktuácie spreadu, jeho zužovania a rozširovania. Keďže swapová sadzba sa samotná považuje za rizikovú sadzbu na úrovni AA, pre najbezpečnejšie dlhopisy môže byť spread aj záporný.

Spreadové riziko sa podobá na úrokové riziko, zaradujeme ho však ku kreditnému riziku, pretože sa viaže na rizikovosť cenného papiera. Musíme si uvedomiť, že nejde iba o úrokové riziko. Pri fluktuácii bezrizikovej úrokovej sadzby pozorujeme dodatočnú fluktuáciu spreadov rizikových cenných papierov. Podobne ako pri úrokovom riziku, rozšírenie spreadu spôsobuje kapitálovú stratu, zúženie spreadu prináša kapitálový zisk držiteľovi dlhopisu.

Samostatný prístup k jednotlivým typom kreditného rizika prináša niekoľko problémov. Po prvé, spreadové riziko je spojené tak s trhovým ako aj s kreditným rizikom, preto je potrebné dbať na to, aby sa pri výpočte celkového rizika nezapočítavalo do oboch súčasne. K pohybu spreadov dochádza kvôli zmenám v rovnováhe na dlhopisovom trhu, ktoré majú vplyv na celú škálu spreadov. Tieto zmeny sú spôsobené zmenami postojov investorov, najmä zmenou ich tolerancie k riziku. Napríklad safe heaven flight, kedy dochádza k masívnemu presunu investícií do bezrizikových aktív, spôsobuje nárast spreadov.

Naopak pri poklese úrokových sadzieb na trhu môžeme pozorovať snahu investorov o zachovanie pôvodného výnosu a presúvanie investícií do rizikovejších aktív. Týmto krokom sa zvyšuje dopyt po rizikových aktívach, v dôsledku čoho klesajú aj spready. Na druhej strane dochádza k pohybu spreadov pri zmene dôveryhodnosti emitenta. Tieto dve udalosti môžu nastať oddelene, ale aj súčasne.

Po druhé, riziko downgrade-u je čisto spreadové riziko. Pokiaľ sa zhorší dôveryhodnosť emitenta, spready na jeho cenných papieroch narastajú a naopak, pokiaľ sa jeho dôveryhodnosť zlepšuje. Takisto obvyčajné scítanie spreadového a downgrade-ového rizika môže viesť k opakovanému započítaniu rizika. Oddelenie trhového a kreditného rizika je zhoršené tým, že účastníci na trhu často predpokladajú vznik kreditnej udalosti predtým, než sa v skutočnosti stane a tomu sa prispôsobuje aj spread. Stáva sa, že spread odzrkadľuje nový stav dávno predtým, než ratingová agentúra zmení rating. Mohlo by sa preto zdať, že sa zmenila trhovú úrokovú sadzbu, no v skutočnosti táto sadzba vyjadruje len názor trhu o dôveryhodnosti emitenta.

Po tretie, default je iba špeciálnym prípadom downgrade-u, kedy sa dôveryhodnosť dostane do stavu, v ktorom dlžník už nie je schopný splácať svoje záväzky. Preto sa na modely kreditného rizika kladie požiadavka, aby riešili downgrade a default konzistentným spôsobom.

1.3. Metódy merania rizika

Klasickými mierami vyjadrujúcimi riziko je priemerná strata a jej variabilita, ktoré sú reprezentované strednou hodnotou a štandardnou odchýlkou stratovej funkcie. V terminológii kreditného rizika sa zvyknú nazývať aj očakávaná a neočakávaná strata. Nedostatkom je sústredenie sa na hodnoty blízke priemernej hodnote. Štandardná odchýlka vyjadruje mieru variability očakávaného výnosu. Neposkytuje nám však informáciu o veľkosti možných strát. Nedokážeme rozlíšiť prípady, malých odchýlok s veľkou frekvenciou od opacného extrému, málo pravdepodobných vážnych strát. Preto sa budem zaoberať niekoľkými ďalšími metódami merania rizika, ktoré budem v práci používať.

Metóda Value at Risk – VaR

Metóda Value at Risk je v súčasnosti najrozšírenejšou a najznámejšou metódou merania rizika vznikajúceho pri obchodovaní na finančných trhoch. VaR bol vyvinutý americkými bankami v osemdesiatych rokoch, keď sa začalo intenzívnejšie obchodovať na derivátových trhoch. Postupom času vznikalo rôzne množstvo investičných a zabezpečovacích nástrojov a pre každý sa vyvíjali aj špecifické spôsoby merania rizika. Keďže na každý nástroj sa používala iná tradícia miera rizika, vedenia bánk strácali prehľad nad celkovým rizikom banky. Mali síce množstvo čiastkových informácií, chýbala im však schopnosť porovnávať rizikovosť jednotlivých aktivít banky. VaR umožnil merať riziko pri všetkých produktoch porovnateľným spôsobom a agregovať riziko za všetky činnosti banky.

Value at Risk je maximálny objem peňazí, ktoré je možné na danom portfóliu stratiť počas daného časového úseku s danou pravdepodobnosťou.

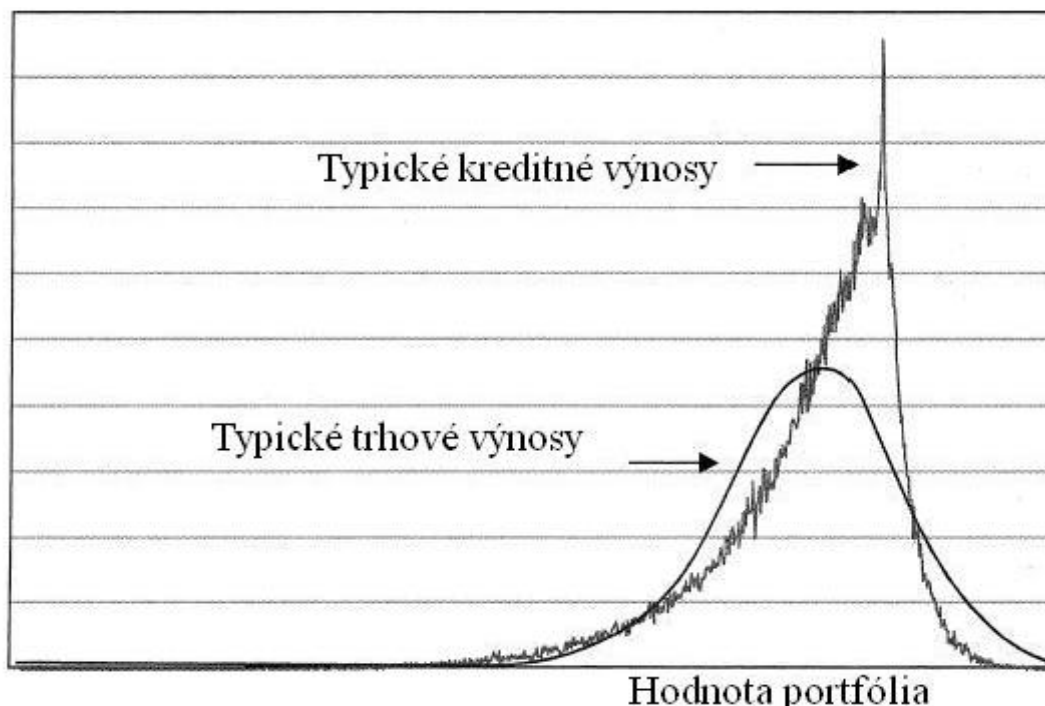
VaR závisí na dvoch parametroch – úrovni pravdepodobnosti a časovom horizonte, ktoré by sa vždy mali uvádzať spolu s hodnotou VaR-u. Pri výpočte sa predpokladá, že

portfólio sa počas daného času nebude meniť. Štandardne sa VaR počíta na úsek jedného dňa pri 95 percentnej úrovni pravdepodobnosti.

Jednou z najväčších výhod VaR-u je schopnosť zmerať riziko rôznych portfólií a vyjadriť ich vo forme zrozumiteľnej aj laikom. Zároveň poskytuje odpoveď na otázku, akú veľkú stratu možno očakávať. VaR poskytuje zároveň novú možnosť riadenia rizika, VaR limit, čo je maximálna povolená hodnota VaR. Táto metóda riadenia rizika prenecháva manažérom flexibilitu vo výbere investičných nástrojov a zároveň zabezpečuje prijateľnú mieru rizika, bez rozsiahlych pravidiel. VaR samozrejme nie je dokonalý. Jeho nevýhoda spočíva v neschopnosti predpovedať mimoriadne závažné a zriedkavé udalosti, ktorá vyplýva zo samotnej podstaty metódy, abstrahovať od málo pravdepodobných udalostí. Problémom môže byť tiež výpočet príslušných kvantilov pri inom ako normálnom rozdelení a predpoklad, že budúci vývoj aktíva sa bude správať podobne ako v minulosti.

VaR bol úspešne implementovaný pri trhovom riziku. Na rozdiel od trhového VaR-u, kreditný VaR obnáša niekoľko problémov. Kým u trhových výnosov sa dá predpokladať normalita, kreditné výnosy sú vo svojej podstate vychýlené a ťažkými chvostami (Graf 1.2). Kreditné výnosy rastú len dovedy, kým dôveryhodnosť dlžníka stúpa. Naopak strata dôveryhodnosti prináša vážne dôsledky pre veriteľa, z ktorých najhorší je default. Pri normalite trhových výnosov sa na odhad kvantilov dala použiť aproximácia pomocou strednej hodnoty a štandardnej odchýlky. V prípade kreditných výnosov to nie je možné a treba úplne simulovať rozdelenie pravdepodobnosti výnosov.

Graf 1.2: Porovnanie kreditných a trhových výnosov



Zdroj: Canadian Imperial Bank of Commerce (CIBC)

Na výpočet rozdelenia pravdepodobnosti výnosov kreditného portfólia potrebujeme zmerať diverzifikačný efekt portfólia. Na to potrebujeme určiť korelácie medzi kreditnými udalosťami jednotlivých dvojíc dlžníkov. Tieto korelácie však nie sú priamo pozorovateľné v realite. K zmene dôveryhodnosti nedochádza príliš často a dynamicky, o to menej dochádza k zmenám simultánnym. Týchto údajov je príliš málo na to, aby sa z nich dali korelácie odhadnúť priamo.

Expected shortfall - ESF

Expected shortfall, očakávaný úpadok, zachytáva to, čo doterajšie metódy neboli schopné. Sústreďuje sa na dianie pri najextrémnejších situáciách a najväznejších stratách. VaR bol schopný povedať, aká bude maximálna strata s danou pravdepodobnosťou. Kam až strata siahne v horších situáciách povedať schopný nebol. Jednou z možností merať dopad týchto najhorších strát je expected shortfall. Podobne ako VaR, aj ESF vyžaduje špecifikovať úroveň pravdepodobnosti, ktorá sa volí rovnako, ako pri VaR-e. Expected shortfall meria priemernú stratu, pokiaľ táto strata presiahne hodnotu VaR. Matematicky je ESF podmienená pravdepodobnosťou pre stratovú funkciu L :

$$ESF = E[L|L > VaR]$$

Ratingový systém

Rating je špeciálna miera čisto kreditného rizika, ktorá vyjadruje dôveryhodnosť dlžníka. Investori na finančnom trhu potrebujú poznať kreditné riziko pred nákupom investície. Keďže plánujú iba finančné investície, spravidla nemajú dostatok prostriedkov, času, odborníkov ani práv na to, aby sami zistili skutočný stav v konkrétnom podniku a ohodnotili kreditné riziko.

Externá informácia od dôveryhodného zdroja je preto pre nich veľmi dôležitá. Túto informáciu v súčasnosti poskytujú najmä renomované ratingové agentúry ako Standard&Poor's alebo Moody's. Tieto agentúry zverejňujú rating skúmaných spoločností, zároveň zverejňujú aj pravdepodobnosti, že sa v horizonte jedného roka rating zmení. Príklad týchto pravdepodobností si môžeme pozrieť v tabuľke 1.1.

Hlavným problémom ratingového systému je čas, ktorý je potrebný na vykonanie zmeny. Ratingové agentúry prehodnocujú rating zvyčajne raz alebo dvakrát ročne. Takisto samotné zistenie nového stavu spoločnosti istý čas trvá. Spoločnosti sa však vyvíjajú veľmi dynamicky a preto aktuálny rating nemusí vyjadrovať skutočný stav. Podobne aj matica prechodu nemusí byť konštantná, ale môže sa vyvíjať v čase. V obdobiach recesie je zvýšená pravdepodobnosť súčasného úpadku ako keď sa ekonomike darí.

Tabuľka 1.1: Matica prechodu - pravdepodobnosti zmeny ratingu v horizonte 1 rok

		rating na konci roku							
		AAA	AA	A	BBB	BB	B	C	Default
rating na začiatku roku	AAA	90,81%	8,33%	0,68%	0,06%	0,12%	0,00%	0,00%	0,00%
	AA	0,70%	90,65%	7,79%	0,64%	0,06%	0,14%	0,02%	0,00%
	A	0,09%	2,27%	91,05%	5,52%	0,74%	0,26%	0,01%	0,06%
	BBB	0,02%	0,33%	5,95%	86,93%	5,30%	1,17%	1,12%	0,18%
	BB	0,03%	0,14%	0,67%	6,48%	80,53%	4,07%	1,00%	1,06%
	B	0,00%	0,11%	0,24%	0,43%	6,48%	83,46%	4,07%	5,20%
	C	0,00%	0,00%	0,22%	1,30%	2,38%	11,24%	64,86%	19,79%

Zdroj: Standard&Poor's CreditWeek (Apríl 15, 1996)

1.4. Základy ocenenia dlhopisov

Dlhopis je cenný papier ponúkajúci budúci cash-flow C_1, \dots, C_n vyplácaný v časoch t_1, \dots, t_n . Súčasná hodnota takéhoto cash-flow je hodnota jednotlivých platieb odúročená úrokovou sadzbou r_i na príslušnú dobu:

$$P = \lambda \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{(1+r_i)^{t_i}} \quad (1)$$

Takéto ocenenie vyžaduje poznať časovú štruktúru úrokových sadzieb. Pre jednoduchosť sa dá časová štruktúra nahradit výnosom do splatnosti y_{TM} tak, aby hodnota dlhopisu bola:

$$P = \lambda \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{(1+y_{TM})^{t_i}} \quad (1)$$

Výnos do splatnosti je zaužívaný na dlhopisovom trhu, kde sa namiesto kotácie cien dlhopisov kótuje výnos do splatnosti. So zmenou výnosu do splatnosti dochádza aj k zmene ceny a tým ku kapitálovým stratám alebo ziskom. Pokiaľ dochádza k zmenám trhových sadzieb hovoríme o trhovom riziku. Pokiaľ dochádza k zmenám spreadov, ide o spreadové kreditné riziko.

Cenu dlhopisu môžeme chápať ako funkciu výnosu do splatnosti $P = P(y)$. Túto funkciu môžeme rozvinúť do Taylorovho polynómu stupňa 2 v bode y_{TM} :

$$P(y) = P(y_{TM}) + P'(y_{TM})(y - y_{TM}) + 0.5P''(y_{TM})(y - y_{TM})^2$$

Potom zmena hodnoty portfólia je:

$$\Delta P = P(y) - P(y_{TM}) = -P'(y_{TM})D\Delta y + 0.5P''(y_{TM})C\Delta y^2 \quad (1.3)$$

kde $\Delta y = y - y_{TM}$ je zmena výnosu do splatnosti a D a C je modifikovaná durácia a konvexita dlhopisu, ktoré sú dané vztahmi:

$$D = \frac{1}{1+y_{TM}} \frac{1}{P(y_{TM})} \lambda \sum_{i=1}^n \frac{t_i C_i}{(1+y_{TM})^{t_i}} \quad (1.4)$$

$$C = \frac{1}{(1+y_{TM})^2} \frac{1}{P(y_{TM})} \lambda \sum_{i=1}^n \frac{t_i(1+t_i)C_i}{(1+y_{TM})^{t_i}}$$

2. Súčasné modely kreditného rizika

V literatúre sa vyskytujú dva hlavné typy modelov kreditného rizika. V takzvanom *štrukturálnom modeli* sa modeluje pozorovateľný reálny stav organizácie, hľadá sa model popisujúci ich činnosť, väzby na ekonomiku, vývoj aktív a pasív. Potom sa hľadá taký stav týchto veličín, ktorý zodpovedá defaultu, napríklad keď hodnota aktív klesne pod hodnotu pasív.

Štrukturálne modely sú podložené ekonomickou teóriou, nie sú však schopné vysvetliť niektoré vlastnosti spreadov pozorované na trhu. Dôvodom je, že v štrukturálnom modeli je default daný pozorovateľným reálnym stavom firmy a preto je plne predpovedateľný.

V *reduced form* prístupe nie je default modelovaný cez reálny stav firmy, ale je typicky daný exogénne. V tomto teoretickom prístupe default nastáva úplne nepredvídateľne, šokujúco pre trh. Modeluje sa stochastický proces spôsobujúci default. Vďaka nepredvídateľnosti defaultu sa dosahuje priaznivé popísanie spreadových vlastností pozorovaných na trhu.

2.1. Model Credit VaR⁷

Model je určený pre riziko defaultu a downgrade, ide o štrukturálny model. Default nastáva, pokiaľ hodnota aktív klesne pod hodnotu pasív. Odhaduje sa rozdelenie pravdepodobnosti hodnoty portfólia v danom časovom horizonte, pre nás jeden rok. Zmeny hodnoty portfólia sú spôsobené výlučne prípadnými zmenami dôveryhodnosti dlžníka, či už jeho zlepšenie, zhoršenie alebo default.

Credit VaR pre samostatný dlhopis

Predpokladajme, že máme zvolený nejaký ratingový systém a poznáme maticu prechodu zodpovedajúcu tomuto ratingovému systému. Ďalej máme nejaké očakávanie o budúcich výnosových krivkách jednotlivých ratingových kategórií. Potom poznáme aj ceny dlhopisov s jednotlivým ratingom. Tieto informácie môžeme transformovať do jednoduchého rozdelenia pravdepodobnosti hodnoty nášho dlhopisu o jeden rok.

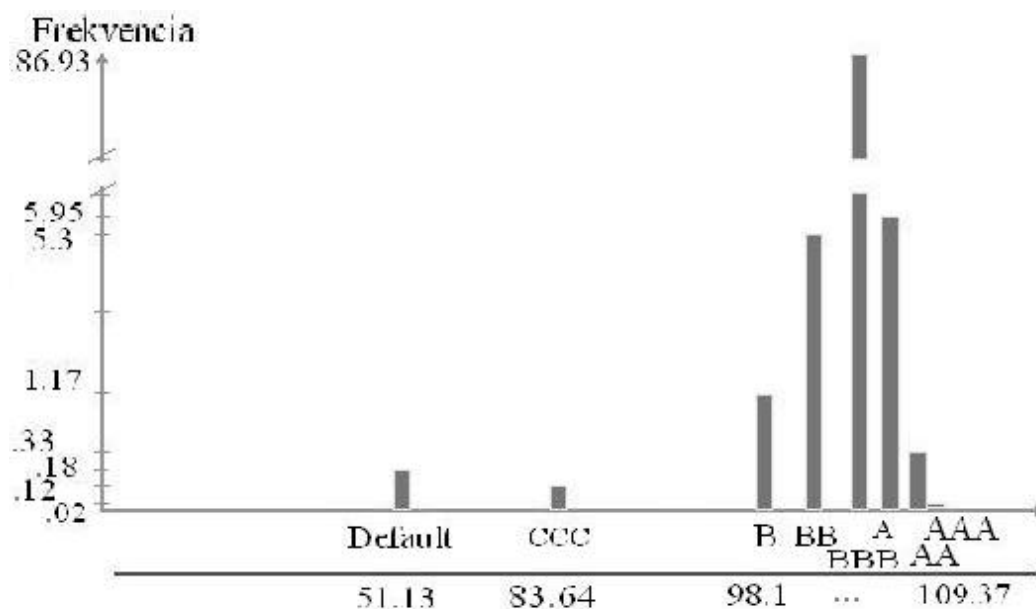
Príklad: Máme ratingový systém Standard&Poor's a maticu prechodu v Tabulke 1.1.

Ocakávame nasledovné výnosové krivky:

Koncoročný rating	Rok 1	Rok 2	Rok 3	Rok 4
AAA	3,6	4,17	4,73	5,12
AA	3,65	4,22	4,78	5,17
A	3,72	4,32	4,93	5,32
BBB	4,1	4,67	5,25	5,63
BB	5,55	6,02	6,78	7,27
B	6,05	7,02	8,03	8,52
CCC	15,05	15,02	14,03	13,52

Vlastníme 1 dlhopis s ratingom BBB, maturitou 5 rokov a ročným kupónom 6 percent. V prípade defaultu sa nám podarí dostať naspäť 51,13 % nominálnej hodnoty.

Graf 2.1: Rozdelenie pravdepodobnosti ceny dlhopisu BBB o rok



Zdroj: Crouhy M., Galai D., Mark R. Journal of Banking & Finance 24 (2000, str.71

Credit VaR pre portfólio dlhopisov

Na začiatok uvažujme portfólio dvoch dlhopisov, napríklad s ratingom A a BB. Ak predpokladáme, že rating emitentov sa mení nezávisle od ostatných emitentov, môžeme pomocou matice prechodu odvodiť združené prechodové pravdepodobnosti oboch dlžníkov. Napríklad pravdepodobnosť, že obaja dlžníci si zachovávajú svoj súčasný rating

⁷ Credit VaR bol vyvinutý CIBC a je rovnaký ako model CreditMetrics od firmy JP Morgan. Novšia forma modelu Credit VaR II zahŕňa aj tržové riziko zavedením stochastickej úrokovej miery

by bola $0,7372 = 0,8053 \times 0,9105$. Podobne môžeme odvodiť aj ostatné združené pravdepodobnosti.

Takáto informácia je však málo užitočná, pretože v praxi chceme odmerať najmä efekt diverzifikácie pri väčších portfóliách. V skutočnosti korelácie medzi dôveryhodnosťou jednotlivých emitentov nie je nulová a celkový kreditný VaR je od tejto korelácie výrazne závislý. Presný odhad tejto korelácie je preto veľmi dôležitý, najmä pri voľbe optimálnej prémie za riziko pri investovaní.

Ocakávame, že korelácie budú vyššie medzi firmami v rovnakom hospodárskom sektore alebo regióne ako medzi firmami v nesúvisiacich sektoroch. Navyše korelácie závisia od stavu ekonomiky a hospodárskych cyklov. V recesii, väčšina aktív dlžníkov stráca na hodnote a pravdepodobnosť viacerých súasných defaultov sa zvyšuje. Naopak v rozmachu hospodárstva sa pravdepodobnosť súčasného defaultu znižuje. Nemôžeme preto predpokladať, že matice prechodu a korelácie budú stabilné v case. Potrebujeme nejaký štruktúrny model, ktorý by odvodil pravdepodobnosť defaultu z nejakých fundamentálnych premenných, ktorých korelácie sú v case stabilné. Model Credit VaR odvodzuje združené pravdepodobnosti defaultu z Mertonovho modelu firiem. Maticu prechodu berieme ako vstup do modelu, ktorý aktualizujeme vždy podľa najnovších údajov ratingovej agentúry.

Mertonov prístup

Mertonov prístup sa zakladá na princípe obmedzeného rucenia, ktorý umožňuje majiteľom nesplniť záväzky organizácie. V takomto prípade sa musia vzdať majetku organizácie, ktorý bude slúžiť na pokrytie týchto záväzkov. Pri tomto pohľade chápeme záväzok ako nárok na majetok organizácie, ktorý sa dá uplatniť v case maturity záväzku. Predpokladajme, že firma je financovaná vlastným imaníom s hodnotou S_t a jediným bezkupónovým dlhopisom s maturitou v case T , nominálnou hodnotou F a súčasnou hodnotou B_t . Potom pre aktíva firmy A_t dostávame vzťah:

$$A_t = S_t + B_t \quad (2.1)$$

K defaultu dochádza v case maturity, pokiaľ hodnota majetku nedosiahne výšku dlhu, teda pokiaľ $A_T < F$. Vývoj aktív v case sa štandardne modeluje ako lognormálny proces na pravdepodobnostnom priestore (Ω, \mathcal{F}, P) :

$$dA_t / A_t = \mathbf{m}dt + \mathbf{s}dW_t \quad (2.2)$$

kde W_t je Brownov pohyb. Potom pre vývoj aktív dostávame vzťah:

$$A_t = A_0 e^{(\mathbf{m}-\mathbf{s}^2/2)t + \mathbf{s}\sqrt{t}Z} \quad (2.3)$$

kde Z je náhodná premenná s normalizovaným normálnym rozdelením. Pravdepodobnosť defaultu je potom:

$$\begin{aligned} P_{def} &= P[A_T < F] = \\ &= P\left[A_0 e^{(\mathbf{m}-\mathbf{s}^2/2)T + \mathbf{s}\sqrt{T}Z} < F\right] = \\ &= P\left[Z < \frac{\ln(F/A_0) - (\mathbf{m}-\mathbf{s}^2/2)T}{\mathbf{s}\sqrt{T}}\right] = \\ &= P[Z < -D] = \Phi(-D) \end{aligned} \quad (2.4)$$

kde

$$D = \frac{\ln(A_0/F) + (\mathbf{m}-\mathbf{s}^2/2)T}{\mathbf{s}\sqrt{T}} \quad (2.5)$$

sa nazýva vzdialenosť do defaultu.

Pravdepodobnosti P_{def} môžeme priradiť hranicu $Z_{CCC} = -D$ tak, aby $P_{def} = \Phi(Z_{CCC})$.

Zovšeobecnením tejto úvahy môžeme dostať postupne hranice $Z_{CCC} < Z_B < \dots < Z_{AAA}$ tak, že $P[Z_i < Z < Z_{i+1}]$ je pravdepodobnosť javu, že emitent bude mať na konci roka rating i . Príslušná hranica Z_i zodpovedá pravdepodobnosť

$$P[Z < Z_i] = P_{def} + P_{CCC} + \dots + P_i$$

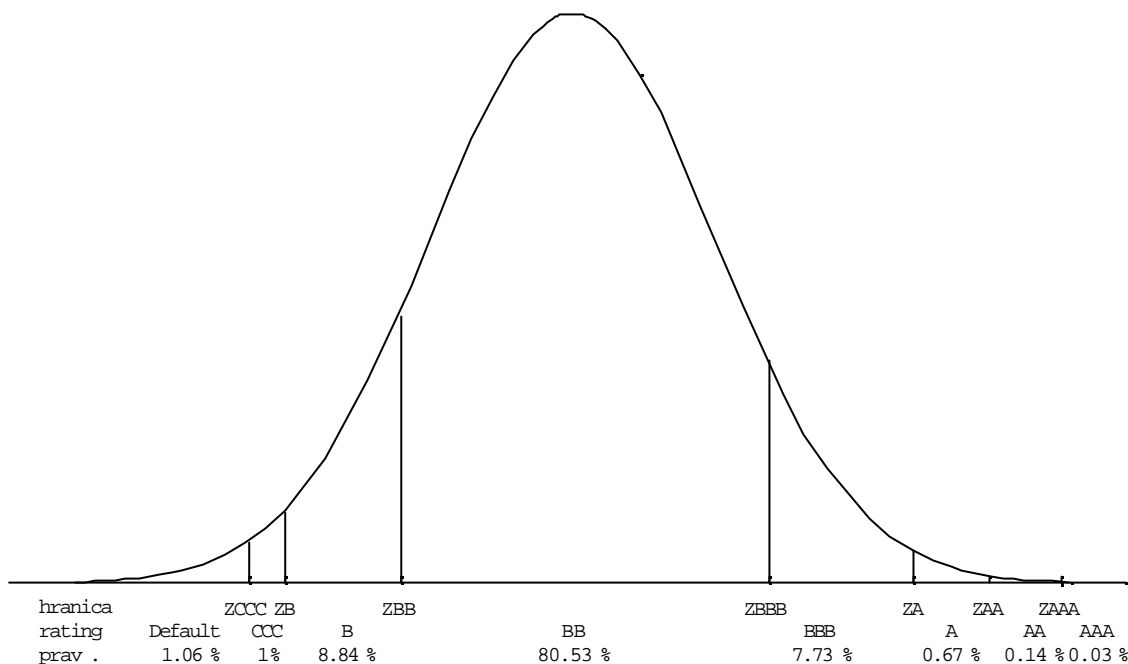
Pre lepšiu názornosť pokračujeme v príklade s emitentami A a BB. Pre náš príklad s dvoma emitentami s ratingom A a BB sú hranice v tabuľke 2.1.

Všimnime si, že jednotlivé hranicné body, sú kvantily normálneho rozdelenia, ktoré zodpovedajú príslušným kumulatívnym pravdepodobnostiam z matice prechodu. Na ich výpočet sme teda nepotrebovali poznať hodnotu aktív, ani odhadovať príslušné parametre m a S . Podobne aj na výpočet združených pravdepodobností nepotrebujeme poznať hodnotu aktív, ale stačí poznať príslušné hranicné body jednotlivých emitentov. Uvedomme si tiež, že na výpočet kvantilov sme mohli použiť ľubovoľné rozdelenie pravdepodobnosti. Voľba tohoto modelu je výhodná len v tom, že poskytuje znalosť korelácií medzi jednotlivými časťami portfólia odvodenú zo skutočne pozorovaných korelácií na akciovom trhu.

Tabulka 2.1: Pravdepodobnosti zmeny ratingu a k nim prislúchajúce hranice

Rating o jeden rok	Emitent A		Emitent BB	
	Pravdepodobnosť	Hranica Z	Pravdepodobnosť	Hranica Z
AAA	0,09%	3,12	0,03%	3,43
AA	2,27%	1,98	0,14%	2,93
A	91,05%	-1,51	0,67%	2,39
BBB	5,52%	-2,30	7,73%	1,37
BB	0,74%	-2,72	80,53%	-1,23
B	0,26%	-3,19	8,84%	-2,04
CCC	0,01%	-3,24	1,00%	-2,30
Default	0,06%		1,06%	

Graf 2.2: $N(0,1)$ rozdelenie pre emitenta BB príslušné hranice



Na zaciatok predpokladajme, že poznáme koreláciu medzi normalizovanými logaritmovanými výnosmi aktív týchto firiem, ktorá je r . Potom ich združená hustota je daná vztahom:

$$f(r_1, r_2, \mathbf{r}) = \frac{1}{2p\sqrt{1-r^2}} e^{\frac{-1}{2(1-r^2)} [r_1^2 - 2rr_1r_2 + r_2^2]} \quad (2.6)$$

Potom môžeme jednoducho vypocítat pravdepodobnosti, že emitenti budú v ľubovolnej kombinácii ratingov. Napríklad pravdepodobnosť toho, že naši dvaja emitenti si zachovajú svoj rating je:

$$\begin{aligned} & P[-1,23 < r_{BB} < 1,37; -1,51 < r_A < 1,98] = \\ & = \int_{-1,23}^{1,37} \int_{-1,51}^{1,98} f(r_{BB}, r_A, \mathbf{r}) dr_{BB} dr_A = 0.7365 \end{aligned}$$

(pri korelácii $r = 0.2$).

Keď použijeme túto procedúru na všetkých 64 možných kombinácií ratingu na konci roku, dostaneme združené pravdepodobnosti prechodu medzi jednotlivými ratingami.

Kedže vývoj aktív nie je priamo pozorovateľný, použijeme namiesto neho vývoj cien akcií, ktorý pozorovateľný je. Tabuľka 2.2 ilustruje tieto kombinácie pre náš príklad.

Tabuľka 2.2: Združené pravdepodobnosti zmeny ratingu dvoch emitentov

Rating emitenta BB	Rating emitenta A								
	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	Default	Spolu
AAA	0,00%	0,00%	0,03%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,03%
AA	0,00%	0,01%	0,13%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,14%
A	0,00%	0,04%	0,61%	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,66%
BBB	0,02%	0,35%	7,10%	0,20%	2,00%	0,01%	0,00%	0,00%	9,68%
BB	0,07%	1,79%	73,65%	4,24%	0,56%	0,18%	0,01%	0,04%	80,54%
B	0,00%	0,08%	7,80%	0,79%	0,13%	0,05%	0,00%	0,01%	8,86%
CCC	0,00%	0,01%	0,85%	0,11%	0,02%	0,01%	0,00%	0,00%	1,00%
Default	0,00%	0,01%	0,90%	0,13%	0,02%	0,01%	0,00%	0,00%	1,07%
Spolu	0,09%	2,29%	91,07%	5,48%	2,73%	0,26%	0,01%	0,05%	

Zaujímavým údajom je aj vzťah medzi defaultami oboch emitentov. Označme udalosť, že emitent i defaultuje ako DEF_i , označme pravdepodobnosť ich defaultu $P_1 = P[DEF_1]$, $P_2 = P[DEF_2]$ a združenú pravdepodobnosť, že obaja defaultujú naraz $P_{1,2} = P[DEF_1 \& DEF_2]$. Potom korelácia medzi defaultami oboch emitentov je daná vzťahom:

$$Cor(DEF_1, DEF_2) = \frac{P_{1,2} - P_1 P_2}{\sqrt{P_1(1-P_1)P_2(1-P_2)}}.$$

Príklad: $r = 0,2$, $P_{1,2} = 0,000054$, $P_1(A) = 0,06$, $P_2(BB) = 1,06$

Potom korelácia $Cor(DEF_1, DEF_2) = \frac{P_{1,2} - P_1 P_2}{\sqrt{P_1(1-P_1)P_2(1-P_2)}} = 0,019$, teda približne

desatina korelácie medzi cenami akcií.

Analýza diverzifikácie

Vyššie uvedený analytický postup, ktorý sme ukázali na príklade dvoch emitentov nie je použiteľný pre veľké portfóliá, keďže počet združených pravdepodobností, ktoré treba vypočítať, rastie exponenciálne s počtom emitentov v portfóliu. Namiesto toho sa používa Monte-Carlo simulácia na zistenie rozdelenia pravdepodobnosti hodnoty portfólia v horizonte jedného roka. Na túto simuláciu sú potrebné nasledujúce kroky:

- Vypočítať hranice Z_i pre jednotlivé ratingy

- Odhadnúť korelácie medzi výnosmi akcií jednotlivých emitentov
- Generovanie výnosov akcií pomocou korelovaného viacrozmerného normálneho rozdelenia
- Pre každý scenár previesť vygenerované výnosy do ratingov
- Ocenit portfólio pomocou výnosových kriviek jednotlivých ratingov
- Zopakovať procedúru veľa krát
- Nájst príslušné kvantily na výpočet kreditného VaR

Zhodnotenie

Tento model je vhodný pre výpočet kreditného VaR pre portfóliá dlhopisov emitentov, ktorých akcie sú obchodované na burzách. Dôležité je, aby ceny akcií mali výpovednú hodnotu, teda aby prebiehal intenzívny obchod a trh bol likvidný, čo sa dosahuje najmä pri veľkých korporáciách a firmách.

V prostredí NBS je však tento model nevhodný. Keďže hlavnou prioritou NBS pri investovaní je bezpečnosť, firmy, ktorých akcie sa predávajú na burzách sú pre NBS príliš rizikové. Typické investície NBS smerujú do vládnych, vládou garantovaných a podobne bezpečných dlhopisov s najvyšším AAA ratingom. K týmto dlhopisom neexistuje žiadny akciový trh, na ktorom by sa dala zistiť aspoň približne cena ich aktív, čo je predpoklad modelu.

Presnosť modelu je založená na dvoch predpokladoch: po prvé, všetky firmy v jednej ratingovej kategórii sú homogénne, teda majú rovnaké pravdepodobnosti defaultu a migrácie. Druhým predpokladom je, že tieto pravdepodobnosti sa zhodujú z historickými pravdepodobnosťami zistenými dlhodobými pozorovaniami. Tento pohľad sa stretol svýrazným nesúhlasom spoločnosti KMV, ktorá vyvinula vlastný model. Problémy nastávajú najmä pri striedaní hospodárskych cyklov, kedy sa pravdepodobnosť defaultu výrazne zvyšuje.

2.2. Model KMV⁸

KMV vychádza pri modelovaní kreditného rizika, podobne ako aj Credit VaR, z akciového trhu, ide teda o štruktúrálny model. KMV však nesúhlasí s tým, že pravdepodobnosti defaultu a migrácie závisia jedine od ratingu, ale považujú ich

za individuálne pre každého emitenta. Tento pohľad je v zásade správny, keďže pravdepodobnosti defaultu sa menia spojite, kým rating sa mení v dost výrazných časových odstupoch.

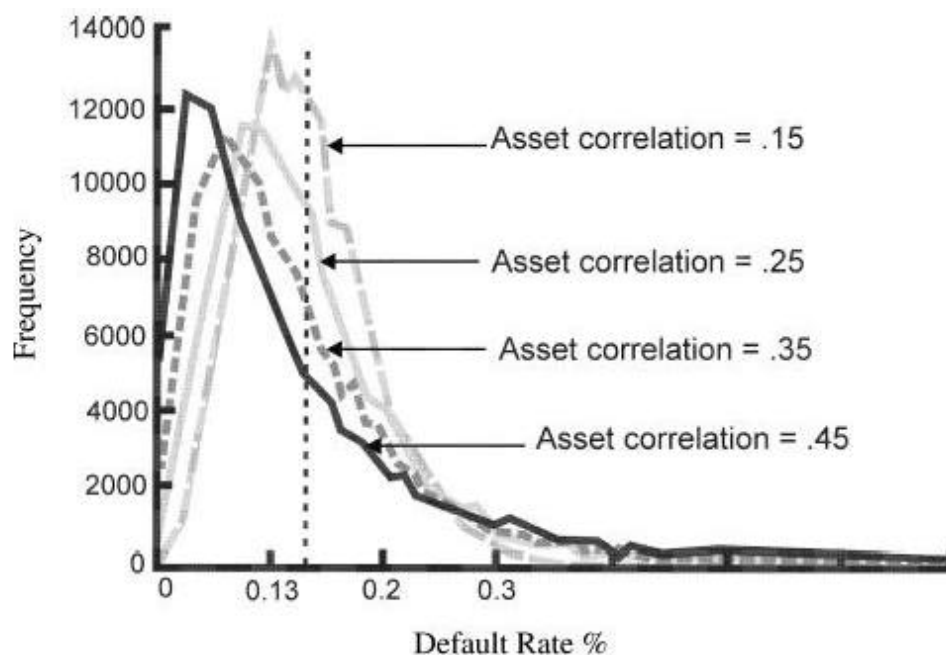
KMV urobila simuláciu Moodyho štatistiky, zobrali rovnakú vzorku firiem ako Moody's, priradili im historickú pravdepodobnosť defaultu podľa ratingov a simulovali vývoj za 25 rokov, z ktorého dostali simulovanú pravdepodobnosť defaultu. Výsledkom (Graf 2.3) bolo dolava zošikmené rozdelenie pravdepodobnosti defaultu so strednou hodnotou vyššou ako medián. Priemerná historická pravdepodobnosť defaultu preto nadhodnocuje pravdepodobnosť defaultu pre typického (mediánového) dlžníka. Takisto nastali aj veľké prekryvy v jednotlivých ratingových kategóriách, kde sa rating dlžníkov s rovnakou pravdepodobnosťou defaultu mohol líšiť aj o 2 triedy.

Na rozdiel od Credit VaR, KMV model nepoužíva migračné matice z ratingových agentúr, ale odvádza pravdepodobnosť defaultu EDF⁹ pre každého dlžníka na základe akciového modelu firmy. Pravdepodobnosť defaultu závisí od kapitálovej a dlhovej štruktúry firmy a kreditné udalosti sú týmto predvídateľné. Model sa najviac hodí pre verejne obchodované spoločnosti, ktorých cena je určená trhom.

⁸ KMV Corporation – Stephen Kealhofer, John McQuown, Oldrich Vasicek

⁹ EDF - expected default frequency, očakávaná frekvencia defaultu

Graf 2.3: Simulovaná pravdepodobnosť defaultu pre BBB dlhopis so skutočnou pravdepodobnosťou defaultu 0,13



Zdroj: Crouhy M., Galai D., Mark R. *Journal of Banking & Finance* 24 (2000, str.71

Pravdepodobnosti defaultu EDF

Používame Mertonov model, predpokladáme lognormálny vývoj aktív firmy A_t daný rovnicou 2.2, krátkodobý dlh STD a dlhodobý dlh LTD . Potom pravdepodobnosť defaultu je daná vztahom 2.4:

$$P_{def} = P_{\xi Z} \left[\frac{\ln(F/A_0) - (m - s_A^2/2)T}{s_A \sqrt{T}} \right] = \Phi(-D)$$

kde vzdialenosť do defaultu je podľa 2.5:

$$D = \frac{\ln(A_0/F) + (m - s_A^2/2)T}{s_A \sqrt{T}}$$

KMV zistila na vzorke niekoľkých stoviek firiem, že k defaultu nedochádza pokiaľ hodnota aktív klesne pod celkový dlh, ale pod úroveň niekde medzi krátkodobým a dlhodobým dlhom. Túto kritickú hodnotu aktív si nazveme bod defaultu - DPT¹⁰.

¹⁰ DPT – default point, bod defaultu

KMV určila bod defaultu empiricky ako $DPT = STD + 0.5 \times LTD$. Potom vzdialenosť do defaultu je:

$$DD = \frac{\ln(A_0 / DPT) + (m - s_A^2 / 2)T}{s_A \sqrt{T}} \quad (2.7)$$

a pravdepodobnosť defaultu EDF:

$$P_{def} = P_{\xi} \left[Z < \frac{\ln(DPT / A_0) - (m - s_A^2 / 2)T}{s_A \sqrt{T}} \right] = \Phi(-DD) \quad (2.8)$$

Keďže nepoužívame ratingom dané pravdepodobnosti defaultu, potrebujeme na ich určenie poznať parametre vývoja aktív m a s_A . Keďže hodnota aktív nie je priamo pozorovaná, nemôžeme ani tieto parametre priamo odhadovať. Čo však pozorovať môžeme, je vývoj cien akcií. Pokiaľ firma defaultuje, všetky aktíva firmy sa použijú na vyplatenie veriteľov. Pokiaľ nedefaultuje, veritelia sa vyplatia a akcionárom zostane zvyšný majetok. Preto na akciu sa môžeme pozerat ako na call opciu na majetok firmy, so strike price rovnou DPT. Potom pre hodnotu akcie v čase maturity T dlhu platí vzťah pre hodnotu call opcie na aktíva:

$$S_T = A_T \times \Phi(d_1) - e^{-rT} \times DPT \times \Phi(d_2) \quad (2.9)$$

kde

$$d_1 = \frac{\ln(A_T / DPT) + (r + s_A^2 / 2)T}{s_A \sqrt{T}} \quad (2.10)$$

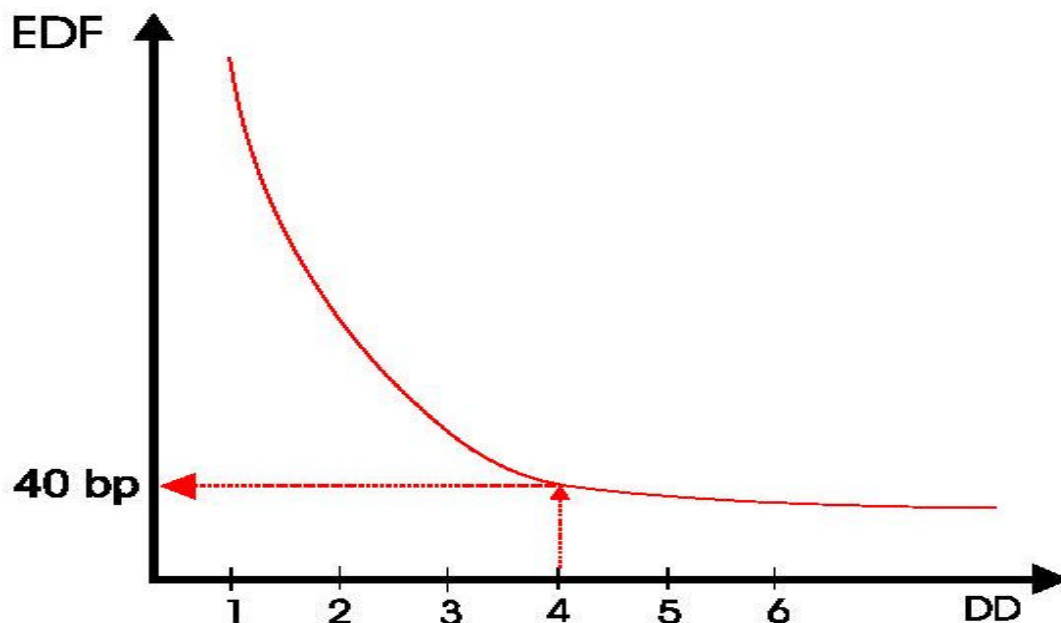
$$d_2 = d_1 - s_A \sqrt{T}$$

Dá sa ukázať, že volatility akcií a aktív sú spojené vzťahom:

$$s_s = \frac{A_T}{S_T} \Phi(d_1) \times s_A \quad (2.11)$$

Potom z rovníc 2.9 a 2.1.10 vieme numericky vypočítať A_T a s_A . Spolu s očakávaným rastom m môžeme podľa vzorca 2.8 vypočítať EDF. Na základe historických údajov zostrojila KMV štatistiku, ktorá prevádza vzdialenosť do defaultu na EDF – graf 2.4.

Graf 2.4: Odvodenie EDF zo vzdialenosti do defaultu



Zdroj: Crouhy M., Galai D., Mark R. *Journal of Banking & Finance* 24 (2000, str.71

Vztah EDF¹¹ a ratingu

Tabulka 2.3 reprezentuje vzťah medzi EDF a ratingami jednotlivých agentúr. V každej kategórii sa EDF zhlukuje okolo mediánovej hodnoty. Avšak priemerná hodnota EDF je pre každú kategóriu vyššia, ako EDF typickej firmy. To je spôsobené nepružnosťou ratingu, tým že sa v kategórii nachádzajú firmy, ktoré by už mali byť downgrade-ované. Pri takýchto firmách narastá EDF približne exponenciálne. Tento nárast vychyluje priemerný EDF od mediánového. Tabulka 2.4 ukazuje premenlivosť EDF v jednotlivých ratingových kategóriách.

KMV takisto zostrojila aj vlastnú maticu prechodu na základe ratingov vyplývajúcich z EDF. Podľa historických zmien EDF môžeme zostrojiť maticu prechodu, ktorú predstavuje tabulka 2.5. Môžeme vidieť výrazné rozdiely medzi touto maticou a maticou z tabulky 1.1, ktorú vydala agentúra Standard&Poor's. Pravdepodobnosť zachovania ratingu sa znížila asi na polovicu, výrazne stúpli pravdepodobnosti posunu ratingu o 1 stupeň. Takisto klesla pravdepodobnosť defaultu, najmä pri nižších stupňoch. Takéto rozdiely majú výrazný vplyv na výpočet VaR-u.

¹¹ EDF sa štandardne uvádza v základných bodoch – bp. Jeden bp má hodnotu 0,01%

Tabulka 2.3: Porovnanie EDF a ratingov

EDF (bp)	S&P	Moody's	CIBC	Nationalbank	SBC
2-4	>AA	>Aa2	1	AAA	C1
4-10	AA/A	A1	2	AAA	C2
10-19	A/BBB+	Baa1	3	AAA	C3
19-40	BBB+/BBB-	Baa3	4	A/BBB	C4
40-72	BBB-/BB	Ba1	4,5	BBB/BB	C5
72-101	BB/BB-	Ba3	5	BBB/BB	C6
101-143	BB-/B+	B1	5,5	BBB/BB	C7
143-202	B+/B	B2	6	BB/B	C8
202-345	B/B-	B3	6,5	B	C9

Zdroj: Crouhy M., Galai D., Mark R. *Journal of Banking & Finance* 24 (2000, str.71)

Tabulka 2.4: Variabilnosť EDF v jednotlivých ratingoch

Kvantil	10	25	50	75	90	Priemer
AAA	0,02	0,02	0,02	0,02	0,10	0,04
AA	0,02	0,02	0,02	0,04	0,10	0,06
A	0,02	0,03	0,08	0,13	0,28	0,14
BBB	0,05	0,09	0,15	0,33	0,71	0,30
BB	0,12	0,22	0,62	1,30	2,53	1,09
B	0,44	0,87	2,15	3,80	7,11	3,30
CCC	1,43	2,09	4,07	12,24	18,82	7,21

Zdroj: KMV Corporation

Tabulka 2.5: Matica prechodu vypočítaná pomocou EDF

		rating na konci roku (%)							
		AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	Default
rating na začiatku roku	AAA	66,26	22,22	7,37	2,45	0,86	0,67	0,14	0,02
	AA	21,66	43,04	25,83	6,56	1,99	0,68	0,20	0,04
	A	2,76	20,34	44,19	22,94	7,42	1,97	0,28	0,10
	BBB	0,30	2,80	22,63	42,54	23,52	6,95	1,00	0,26
	BB	0,08	0,24	3,69	22,93	44,41	24,53	3,41	0,71
	B	0,01	0,05	0,39	3,48	20,47	53,00	20,58	2,01
	CCC	0,00	0,01	0,09	0,26	1,79	17,77	69,94	10,13

Zdroj: KMV Corporation

Ocenovanie rizikového cash-flow

V modeli Credit VaR ocenenie prebiehalo podľa očakávaných budúcich výnosových kriviek. Každý ratingovej kategórii prislúcha spreadová krivka a rozdelenie pravdepodobnosti ratingu je v matici prechodu.

Model KMV pristupuje k oceneniu pomocou rizikovo neutrálnych pravdepodobností a ceny sa rovnajú strednej hodnote budúceho cash-flow pri týchto rizikovo neutrálnych pravdepodobnostiach. Pri ocenení sa berie do úvahy iba riziko defaultu, nie riziko downgrade. Prípadný downgrade sa prejaví v náraste EDF a potom aj v náraste rizikovo neutrálnej pravdepodobnosti defaultu, čo povedie k zníženiu hodnoty. V poslednom kroku sa odvodí rozdelenie pravdepodobnosti strát celého portfólia.

Jediný cash-flow

Uvažujme prípad ocenenia diskontného dlhopisu (s maturitou 1 rok, nominálnou hodnotou 1 koruna). V prípade defaultu získame naspät recovery rate R . Potom strata v prípade defaultu je $LGD = 1 - R$. Bezriziková úroková sadzba je r . Takýto dlhopis ponúka bezrizikový cash-flow $1 - LGD$, ktorý získame vždy a rizikový cash-flow LGD , ktorý sa vyplatí, ak nenastane default. Potom cena bezrizikovej casti je:

$$P_1 = (1 - LGD)/(1 + r) \quad (2.12)$$

Predpokladajme na chvíľu, že rizikovo neutrálnu pravdepodobnosť defaultu Q poznáme. Potom cena rizikovej casti je

$$P_2 = \frac{1}{1 + r} E_Q(\text{rizikový cash flow}) = LGD \times (1 - Q)/(1 + r) \quad (2.12)$$

Následne môžeme vypočítať rizikovú úrokovú mieru $i = r + CS$, kde CS je kreditný spread. Pre rizikovú úrokovú mieru platí:

$$P_1 + P_2 = \frac{1 + LGD}{1 + r} + \frac{LGD \times (1 - Q)}{1 + r} = \frac{1}{1 + r + CS} \quad (2.13)$$

Riešenie rovnice pre CS vyzerá nasledovne:

$$CS = \frac{LGD \times Q \times (1 + r)}{1 - LGD \times Q} \quad (2.14)$$

Zovšeobecný model pre dlhopis

Predchádzajúci postup sa dá ľahko zovšeobecniť pre ocenenie postupnosti platieb C_1, \dots, C_n vyplácaných v case t_1, \dots, t_n

$$PV = (1 - LGD) \lambda \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{(1 + r_i)^{t_i}} + LGD \lambda \sum_{i=1}^n \frac{(1 - Q_i) C_i}{(1 + r_i)^{t_i}} \quad (2.15)$$

alebo pre prípad spojitého úročenía:

$$PV = (1 - LGD) \lambda \sum_{i=1}^n C_i e^{-\tilde{r}_i t_i} + LGD \lambda \sum_{i=1}^n (1 - Q_i) C_i e^{-\tilde{r}_i t_i} \quad (2.16)$$

kde Q_i je rizikovo neutrálna pravdepodobnosť defaultu v case t_i a \tilde{r}_i je spojitý bezrizikový úrok. Podobne ako v prípade jednej platby, môžeme odvodiť rizikový úrokový sadzbu \tilde{R}_i :

$$e^{-\tilde{R}_i t_i} = e^{-\tilde{r}_i t_i} [(1 - LGD) + (1 - Q_i) LGD] \quad (2.17)$$

Po zlogaritmovaní dostávame vzťah pre kreditný spread:

$$CS_i = \tilde{R}_i - \tilde{r}_i = \frac{1}{t_i} \ln(1 - Q_i LGD) \quad (2.18)$$

Odvodenie rizikovo neutrálnych EDF

V pravdepodobnostnom priestore (Ω, \mathbf{j}, P) sa vývoj aktív firmy riadi lognormálnym procesom 2.2:

$$dA_t / A_t = \mathbf{m}t + \mathbf{s}dW_t$$

Vývoj odúročených aktív $Z_t^* = e^{-\tilde{r}_t t} A_t$ sa podľa Itôvej lemy riadi procesom:

$$dZ_t^* / Z_t^* = (\mathbf{m} - r)dt + \mathbf{s}dW_t \quad (2.19)$$

Dalej definujeme $\tilde{W}_t = W_t + (\mathbf{m} - r)t / \mathbf{s}$. Potom vývoj procesu Z_t^* môžeme prepísať:

$$dZ_t^* / Z_t^* = \mathbf{s}d\tilde{W}_t \quad (2.20)$$

Dalej existuje rizikovo neutrálna pravdepodobnostná miera Q taká, že v pravdepodobnostnom priestore (Ω, \mathbf{j}, Q) je \tilde{W}_t Brownov pohyb a Z_t^* je Q -martingal.

Vývoj aktív A_t má potom tvar:

$$dA_t / A_t = rdt + \mathbf{s}d\tilde{W}_t \quad (2.21)$$

Ekonomické vysvetlenie je, že po neutralizovaní rizika musia mať všetky aktíva na trhu rovnaký výnos – bezriziková úroková sadzba r . Rizikovo neutrálna EDF je potom rizikovo neutrálna pravdepodobnosť:

$$Q = Q[A_t < DPT] = Q[Z < -DD^*] = \Phi(-DD^*) \quad (2.22)$$

kde modifikovaná vzdialenosť do defaultu DD^* je:

$$DD^* = \frac{\ln(A_0 / DPT) + (r - s_A^2 / 2)T}{s_A \sqrt{T}} \quad (2.23)$$

Potom medzi DD a DD^* je vzťah:

$$DD^* = DD + \frac{m - r}{s} \sqrt{T} \quad (2.24)$$

Po dosadení 2.24 do 2.22 dostávame rizikovo neutrálnu pravdepodobnosť v case T :

$$Q_T = \Phi \left(\chi \Phi^{-1}(EDF_T) + \frac{m - r}{s} \sqrt{T} \right) \quad (2.25)$$

Keďže $m \lambda r$, tak $Q_T \lambda EDF_T$, teda rizikovo neutrálna pravdepodobnosť defaultu je vyššia ako pozorovaná pravdepodobnosť. Podľa CAPM modelu:

$$m - r = bp \quad (2.)$$

kde $p = m_M - r$ je trhovú riziková prémie za jednotku rizika, b je beta parameter aktíva, $b = Rho \frac{s}{s_M}$, kde Rho je korelácia medzi výnosom aktíva a výnosom trhového portfólia a s , s_M sú príslušné volatility. Dosadením do rovnice 2.25 dostávame:

$$Q_T = \Phi \left(\chi \Phi^{-1}(EDF_T) + Rho \frac{p}{s_M} \sqrt{T} \right) \quad (2.27)$$

V praxi je veľmi ťažké odhadnúť štatisticky hodnotu rizikovej prémie p , EDF nezodpovedá presne danej pravdepodobnosti a rozdelenie výnosov nie je presne normálne. Preto sa používa na odhad rizikovo neutrálnych pravdepodobností kalibrácia trhového Sharp ratio $U = p / s_M$ a parametra q z trhových dlhopisových dát pomocou rovnice:

$$Q_T = \Phi\left(\Phi^{-1}(EDF_T) + RhoUT^q\right) \quad (2.28)$$

Spojením 2.28 s rovnicou 2.18 dostávame:

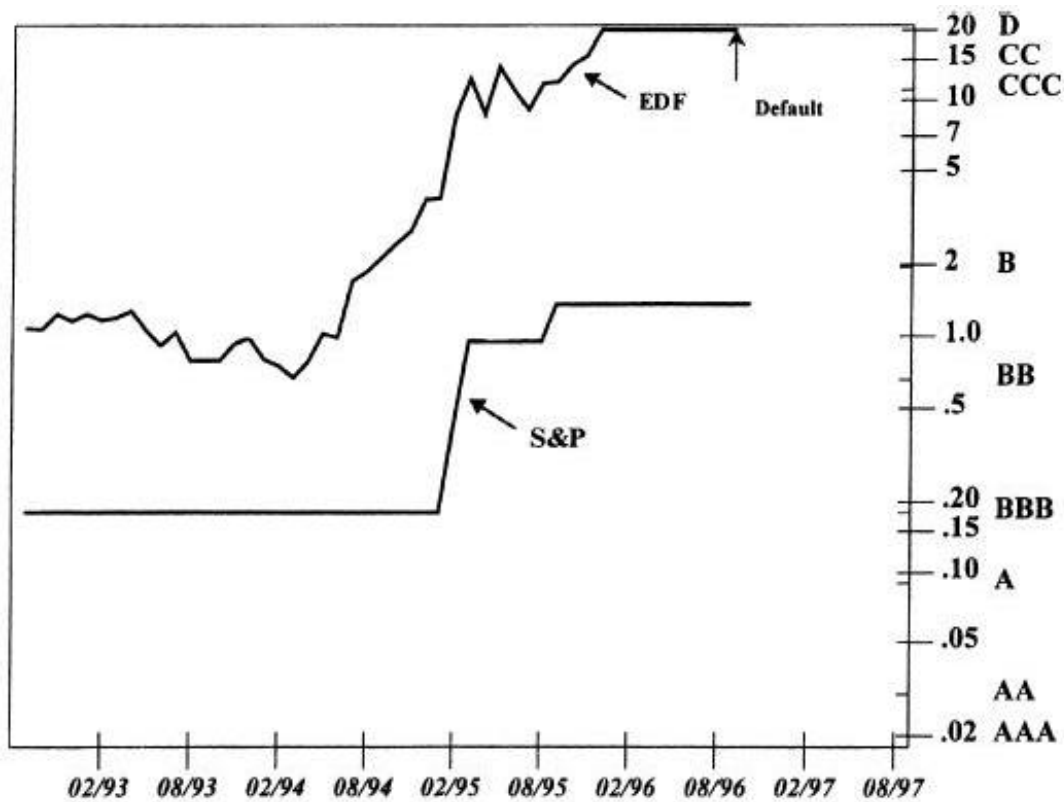
$$CS_i = -\frac{1}{t_i} \ln \left[1 - \Phi\left(\Phi^{-1}(EDF_T) + RhoUT^q\right) LGD \right]$$

Pri istých zjednodušujúcich predpokladoch sa dá ukázať, že pre dobre diverzifikované portfólio je rozdelenie pravdepodobnosti strát portfólia približne inverzné normálne rozdelenie.

Zhodnotenie

EDF sa ukazuje byť dobrým prediktorom defaultu. Pokiaľ sa zhoršuje finančná situácia organizácie, EDF zvykne rapídne stúpať. Na analýze asi 2000 amerických spoločností, ktoré defaultovali počas posledných 20 rokov, vo všetkých prípadoch došlo k prudkému nárastu EDF asi 1 až 2 roky pred defaultom. Zmeny EDF zvyknú taktiež predpovedať aj downgrade-ovanie ratingovými spoločnosťami.

Graf 2.5: Porovnanie EDF a ratingu firmy, ktorá defaultovala v októbri 1996



Zdroj: Crouhy M., Galai D., Mark R. *Journal of Banking & Finance* 24 (2000, str.71

Na grafe 2.5 môžeme vidieť vývoj EDF a ratingu firmy, ktorá nakoniec defaultovala. Na rozdiel od historických matíc prechodu, EDF zahrna aj vplyvy hospodárskych cyklov, pretože vzdialenosť k defaultu sa znižuje v recesii, keď pravdepodobnosť defaultu narastá a naopak v konjunktúre vzdialenosť k defaultu narastá.

Model KMV rieši nedostatky z modelu Credit VaR. Základná myšlienka, odvodiť schopnosť firmy splácať svoje záväzky z cien akcií, sa však nemení. Preto aj model KMV nie je pre potreby NBS vhodný.

2.3. Model CreditRisk+¹²

Model CreditRisk+ predstavuje reduced form model. Modeluje sa iba riziko defaultu a na rozdiel od predchádzajúcich modelov default nie je spojený s kapitálovou štruktúrou firmy ani so žiadnou inou pozorovateľnou veličinou. Nehľadajú sa žiadne príčiny ani náznaky vzniku defaultu. Nejaký dlžník A buď je v defaulte s pravdepodobnosťou P_A , alebo nie je v defaulte s pravdepodobnosťou $1 - P_A$. Ďalej predpokladáme, že:

- pravdepodobnosť defaultu za nejaký krátky časový úsek je rovnaká pre ľubovoľný rovnako dlhý úsek
- pre veľké množstvo dlžníkov, pravdepodobnosť defaultu jedného dlžníka je malá
- počet defaultov v jednej časovej perióde nezávisí od množstva defaultov v minulých periódach

Pri týchto predpokladoch je náhodná premenná udávajúca počet defaultov za rok dobre popísaná Poissonovým rozdelením¹³ s parametrom m , kde m je priemerný počet defaultov za rok a platí:

$$m = \sum_A P_A$$

¹² CreditRisk+ bol vyvinutý Credit Suisse Financial Products

¹³ Je zrejmé, že v portfóliu máme len konečne veľa dlžníkov. Preto Poissonovo rozdelenie, ktoré udáva nenulovú pravdepodobnosť pre výskyt akéhokolvek počtu defaultov je iba aproximáciou. Avšak, ak je počet dlžníkov dostatočne veľký, pravdepodobnosť, že počet defaultov bude väčší ako počet dlžníkov je zanedbateľná.

Frekvencia defaultov

Pri predpoklade Poissonovho rozdelenia pocu defaultov ocakávame, že štandardná odchýlka bude približne rovná odmocnine zo strednej hodnoty. Štatistika pocu defaultov však vykazuje približne dvojnásobne väčšie hodnoty a to pre všetky ratingové kategórie. Toto pozorovanie nie je prekvapujúce, nakoľko ocakávame variabilnosť pravdepodobnosti defaultu v case. Túto vlastnosť dostaneme, ak predpokladáme, že aj samotný priemerný počet defaultov za rok je náhodná premenná. Ponúka sa predpoklad, že priemerný počet defaultov bude mať Gamma rozdelenie s parametrami m a s_m , ktoré je konjugovaným rozdelením k Poissonovmu rozdeleniu.

Rozdelenie pravdepodobnosti strát portfólia

Na získanie rozdelenia pravdepodobnosti strát pre dobre diverzifikované portfólio, rozdelíme si prípadné straty do skupín podľa veľkosti strát. Zvolme jednotku straty L . Dlžník A patrí do skupiny j , pokiaľ jeho možná strata L_A je v intervale:

$$(j-1) \times L \leq L_A < j \times L$$

Možná strata každého dlžníka v skupine j bude $v_j = j \times L$. Na každú skupinu sa budeme pozerat ako na nezávislé portfólio s nasledovným označením:

	Oznacenie		Oznacenie
Dlžník	A		
Možná strata	L_A	Možná strata jedného v skupine	v_j
Pravdepodobnosť defaultu	P_A	Ocakávaný počet defaultov	m_j
Ocakávaná strata	e_A	Ocakávaná strata v skupine	e_j

Potom podľa definície:

$$e_j = v_j \times m_j$$

$$e_A = L_A \times P_A$$

Ocakávaná strata v skupine j je súčtom ocakávaných strát jednotlivých dlžníkov.

Potom:

$$m_j = \frac{e_j}{v_j} = \lambda \frac{e_A}{v_j}$$

Pocet defaultov v každej skupine sa riadi Poissonovým rozdelením s parametrom \mathbf{m}_j . Pravdepodobnostná vytvárajúca funkcia pre skupinu j má tvar:

$$G_j(z) = \sum_{n=0}^{\infty} P(n \text{ defaultov}) z^{nv_j} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-\mathbf{m}_j} \mathbf{m}_j^n}{n!} z^{nv_j} = \exp\{-\mathbf{m}_j + \mathbf{m}_j z^{v_j}\}$$

Keďže sme predpokladali nezávislosť jednotlivých skupín, pravdepodobnostná vytvárajúca funkcia celého portfólia bude:

$$G(z) = \prod_{j=1}^m \exp\{-\mathbf{m}_j + \mathbf{m}_j z^{v_j}\} = \exp\left\{\sum_{j=1}^m \{-\mathbf{m}_j + \mathbf{m}_j z^{v_j}\}\right\}$$

Potom rozdelenie pravdepodobnosti strát portfólia je:

$$P(\text{strata} = nL) = \frac{1}{n!} \left. \frac{d^n G(z)}{dz^n} \right|_{z=0}$$

Zhodnotenie

Výhodou modelu CreditRisk+ je relatívne ľahká implementácia. Pre rozdelenie pravdepodobnosti strát portfólia existuje vzorec v tvare uzavretej formuly, čo robí model výpočtovo atraktívny. Pre každý investičný nástroj je takisto potrebné definovať iba pravdepodobnosť defaultu a možnú stratu. Nevýhodou je, že model nezahráva riziko downgrade. Pre potreby NBS je však dôležitejšie riziko downgrade, nakoľko riziko defaultu je veľmi nízke výberom najkvalitnejších cenných papierov do portfólia.

2.4. CreditPortfolioView

CreditPortfolioView je viacfaktorový model na simulovanie pravdepodobností defaultu a migrácií pre jednotlivé ratingy, krajiny a odvetvia na základe makroekonomických ukazovateľov ako sú HDP, nezamestnanosť, dlhodobé úrokové sadzby vládne výdavky a podobne. Model je založený na pozorovaní, že pravdepodobnosti defaultu a migrácií sú spojené so stavom ekonomiky. Keďže stav ekonomiky je dobre popísaný makroekonomickými ukazovateľmi, ponúka sa možnosť vysvetliť zmeny v pravdepodobnostiach migrácií a defaultu pomocou týchto ukazovateľov.

Pravdepodobnosti defaultu $P_{j,t}$ pre dlžníka v krajine a sektore j sa modelujú pomocou logit funkcie v závislosti od špeciálneho indexu $Y_{j,t}$:

$$P_{j,t} = \frac{1}{1 + e^{-Y_{j,t}}}$$

Makroekonomický index zachytávajúci stav ekonomiky získame z viacfaktorového modelu:

$$Y_{j,t} = X_{j,t}^T \mathbf{b}_j + v_{j,t}$$

kde $v_{j,t}$ je chybový člen nezávislý od $X_{j,t}$ s normálnym rozdelením $N(0, \mathbf{s}_j)$.

Pokiaľ existuje dostatok dát, môžeme model nakalibrovať. Po odhade koeficientov \mathbf{b}_j môžeme simulovať pravdepodobnosti defaultu do budúcnosti. Ako základ matice prechodu zoberieme historickú maticu vydanú ratingovými agentúrami. Pokiaľ je hodnota simulovanej pravdepodobnosti väčšia ako historická pravdepodobnosť, zvýšime hodnoty downgrade v matici prechodu. Pokiaľ je táto pravdepodobnosť nižšia, znižujú sa takisto pravdepodobnosti downgrade. Takýmto spôsobom môžeme simulovať maticu prechodu na ľubovoľný časový úsek. Opakovaním simulácií dostaneme rozdelenie pravdepodobností migrácie.

Nevýhodou modelu je potreba kalibrovať model pre každú krajinu a odvetvie zvlášť, na čo nemusí existovať dostatočne veľké množstvo dát. Dalším problémom je nejasný postup pri úprave matíc prechodu. Nie je preukázané, že takýto postup je lepší ako jednoduchý Bayesovský odhad pravdepodobností migrácie. Pre potreby NBS je tento model tiež nevhodný, keďže vyžaduje vysoké množstvo údajov. Keďže NBS investuje do najbezpečnejších cenných papierov, informácií o defaulte a downgrade týchto cenných papierov nie je dostatok.

3. Model NBS

V predchádzajúcej kapitole sú popísané hlavné súčasné modely merania kreditného rizika. Tieto modely sú vhodné pre klasických investorov investujúcich do podnikových obligácií a pre investorov na hranici špekulatívnych ratingov, nie však pre výrazne rizikovo averzných investorov ako sú centrálné banky. Preto je potrebné navrhnúť nový model pre potreby NBS. Pri tvorbe nového modelu treba prihliadať na:

- Schopnosť modelu merať všetky formy kreditného rizika
- Dostupnosť dát
- Relatívne nízku náročnosť spracovania dát
- Ekonomickú interpretáciu modelu

3.1. Východiská modelu

Národná banka v súčasnosti investuje a v budúcnosti aj bude investovať do dlhopisov s nízkou mierou kreditného rizika. Z veľkej časti emitenti týchto dlhopisov nebudú akciové spoločnosti obchodované na burzách. Dá sa však očakávať, že dlhopisy týchto emitentov budú na trhu často obchodované a dostatočne likvidné. Za predpokladu dostatočnej likvidity trhu môžeme predpokladať, že trhová cena a trhový výnos do splatnosti týchto dlhopisov odráža trhové aj kreditné riziko odhadované jednotlivými agentmi na trhu. Táto informácia by sa dala pri meraní rizika využiť.

Dalšou dostupnou informáciou je rating, väčšina dlhopisov v portfóliu však bude mať najvyšší rating AAA, prípadne o niečo nižší AA alebo A. Samotný rating teda nebude poskytovať vysokú informáciu o diverzifikácii, tento efekt treba modelovať inak. Bude potrebné zaviesť jemnejšiu štruktúru ako je rating. Rating však môže poskytnúť informáciu o pravdepodobnostiach defaultu alebo downgrade-u.

Vývoj výnosových kriviek a rating jednotlivých dlhopisov sú veľmi ľahko dostupné informácie. Ich získanie nevyžaduje od národnej banky žiadnu dodatočnú aktivitu.

3.2. Výnos dlhopisu

Pre jednoduchost predpokladajme, že národná banka kúpi dlhopis vyplácajúci kupón jedenkrát ročne s výnosom do splatnosti y_{TM} za cenu danú rovnicou 1.2:

$$P = \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{(1 + y_{TM})^i}$$

Ocakávaný výnos z tohoto dlhopisu za najbližší rok je:

$$R = P_1 / P - 1 \quad (3.1)$$

kde P_1 je hodnota dlhopisu o jeden rok. Na konci roka inkasuje NBS kupón s hodnotou C_1 a ostane jej v portfóliu dlhopis s maturitou o jeden rok nižšou ocenený knovému dátumu. Predpokladajme, že výnos do splatnosti sa za rok nezmení. Hodnota tohoto dlhopisu je potom:

$$P_1 = C_1 + \sum_{i=2}^n \frac{C_i}{(1 + y_{TM})^{i-1}} \quad (3.2)$$

Výnos takéhoto dlhopisu za rok je, podľa ocakávania, y_{TM} . Toto je však špeciálny prípad, v ktorom je výnos do splatnosti konštantný v case. Takáto situácia v praxi nenastáva a výnos do splatnosti má svoju časovú štruktúru. To znamená, že dlhopis tej istej spoločnosti s rovnakými podmienkami ale s rôznou maturitou sa predáva s rôznym výnosom do splatnosti.

V reálnom prostredí teda ocakávame, že sa výnos do splatnosti zmení na novú hodnotu y_{TM}^e . Zmena výnosu do splatnosti z pôvodnej y_{TM} na y_{TM}^e spôsobí kapitálovú stratu alebo zisk (v prípade rastúcej štruktúry výnosov ide o zisk), ktorá je daná rovnicou 3. Ocakávaný výnos dlhopisu za rok je teda daný vzťahom:

$$\begin{aligned} R^e &= \frac{P_1 + \Delta P}{P} - 1 = y_{TM} + \frac{\Delta P}{P} = y_{TM} + \frac{-PD\Delta y + 0.5PC\Delta y^2}{P} = \\ &= y_{TM} - D\Delta y + 0.5C\Delta y^2 \end{aligned} \quad (3.3)$$

kde D a C je durácia a konvexita tohoto dlhopisu a $\Delta y = y_{TM}^e - y_{TM}$.

Ocakávaný ročný výnos dlhopisu teda pozostáva z výnosu do splatnosti pri ktorom bol dlhopis nakúpený a kapitálového zisku (prípadne strate) ocakávanej zmeny výnosu do splatnosti. Táto zmena je spôsobená znížením maturity dlhopisu o rok, takzvaným pohybom po výnosovej krivke.

Riziko spojené s dlhopisom

Na zaciatku roka Národná banka ocakáva ročný výnos na úrovni danej rovnicou 3.3. Skutocný výnos, ktorý NBS za rok dosiahne, však závisí na skutocnom výnose do splatnosti, ktorým bude dlhopisy ocenovat na konci roka. Pri držaní dlhopisu je NBS vystavená riziku, že skutocný výnos do splatnosti sa o rok bude líšiť od ocakávaného výnosu do splatnosti. V dôsledku zmeny výnosu do splatnosti sa hodnota dlhopisu zvýši alebo zníži oproti ocakávanej hodnote. Táto zmena výnosu môže byť spôsobená tromi rôznymi faktormi:

- Zmenami úrokových sadzieb na trhu
- Rozširovaním alebo zužovaním spreadov v dôsledku trhových zmien
- Zmenami spreadov v dôsledku zmien v dôveryhodnosti emitenta

Zmeny výnosu do splatnosti môžeme prehľadne znázorniť takto:

$$\Delta y_{TM}^e = \Delta \text{trhovej sadzby} + \Delta \text{spreadu}$$

$$\Delta \text{spreadu} = \Delta \text{spôsobená z trhu} + \Delta \text{spôsobená dôverou}$$

Skutocný výnos dlhopisu je potom daný rovnicou 3.3, kde $\Delta y = y_{TM}^e - y_{TM} + \Delta y_{TM}^e$. Keď abstrahujeme od trhového rizika a tým aj pohybov spreadov vyvolaných trhom, zostáva riziko spôsobené zmenami spreadu. Výnos je potom daný rovnicou 3.3 s $\Delta y = y_{TM}^e - y_{TM} + \Delta sd$, kde Δsd je zmena spreadu spôsobená dôverou.

Informácie obsiahnuté v spreadoch

Základným predpokladom modelu je, že spread dlhopisu vyjadruje názor trhu na dôveryhodnosť emitenta. Pokiaľ spready rastú, dôveryhodnosť je naštŕbená. Naopak pri zvyšovaní dôveryhodnosti sa spready zužujú. Výška spreadov však závisí aj na trhových podmienkach. Pokiaľ je veľký dopyt po rizikovejších dlhopisoch, spready sa budú zužovat, bez nejakej náväznosti na zmenu dôveryhodnosti. Prudký nárast

spreadu jedného konkrétneho emitenta však indikuje zhoršenie dôveryhodnosti agentov na trhu voci jeho schopnosti splácať svoje záväzky.

Cielom je nájsť model, ktorý by popisoval vývoj spreadov v case – akýsi očakávaný spread. Odchýlky skutočných hodnôt od týchto očakávaných sa nedajú vysvetliť dianím na trhu. Jediné racionálne vysvetlenie, prečo sa cena dlhopisu zmenila voci trhovým podmienkam je, že sa zmenila dôveryhodnosť trhu k tomuto dlhopisu.

3.3. Všeobecný model

Predpokladajme vývoj denných zmien spreadov:

$$\Delta s_j(t) = X_j^T(t) \mathbf{b}_j + \mathbf{e}_j(t) \quad j = 1 \dots m, t = 1 \dots T$$

kde s_j je spread cenného papiera j , X_j sú premenné vysvetľujúce vývoj spreadov, napríklad trhové úrokové sadby, akciový index, \mathbf{b}_j je vektor parametrov a \mathbf{e}_j je biely šum pre každé j . Sú to nevysvetliteľné odchýlky spôsobené zmenami v dôveryhodnosti jednotlivých emitentov, ktoré môžu byť korelované navzájom, sú však nezávislé od vysvetľujúcich premenných X_j . Korelácia medzi jednotlivými rezíduami vyjadruje mieru závislosti medzi zmenou dôveryhodnosti jednotlivých emitentov. Diverzifikáciou portfólia dosiahneme stav, kedy bude portfólio zložené z viacerých skupín dlhopisov, ktoré majú nízku mieru korelácie. Pri takomto portfóliu sa znižuje pravdepodobnosť súčasných downgrade-ov, čím klesá aj celkové riziko.

Aby model zodpovedal vývoju na trhu, musí zabezpečiť konzistentný pohyb spreadových kriviek. Nemala by nastať situácia, kedy napríklad krátkodobý a dlhodobý spread prudko rastie, kým strednodobý spread rýchlo klesá.

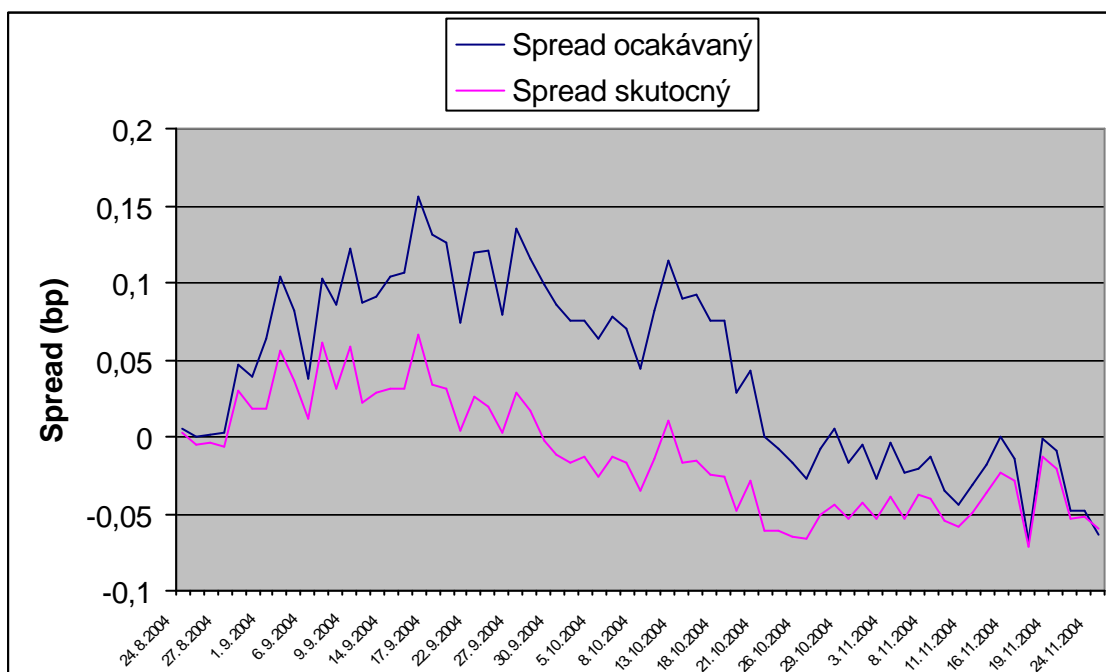
Rocnú zmenu spreadu dostaneme spocítaním jednotlivých denných zmien za 262 obchodných dní v roku¹⁴:

$$\Delta s_j = \sum_{t=1}^{262} \Delta s_j(t) = \sum_{t=1}^{262} X_j^T(t) \mathbf{b}_j + \sum_{t=1}^{262} \mathbf{e}_j(t)$$

¹⁴ Založené na 5-dnovom týždni

Ako príklad sa môžeme pozrieť na graf 3.1. Pocas septembra a októbra bola odchýlka medzi očakávaným a skutočným spreadom relatívne veľká. V tomto case sa objavili pozitívne správy a trh reagoval zvýšením dôveryhodnosti. Tieto správy však nemali dlhší efekt a tak v novembri opäť očakávaný a skutočný spread sú blízko seba. Takisto si môžeme všimnúť, že v októbri prišlo k zmenám na trhu a tak očakávaný spread klesol. Keby na trhu pretrvala zvýšená dôvera v tohoto emitenta, skutočný spread by koncom októbra zaznamenal rovnaký pokles ako očakávania. Zmeny v očakávanom spreade boli spôsobené trhovými zmenami, kým odchýlka skutočnosti od očakávaného spreadu znamená zmenu dôveryhodnosti.

Graf 3.1: Príklad pohybu očakávaného a skutočného spreadu



Keď teraz odhliadneme od trhových zmien (nemennia sa trhovú sadzby ani veľkosť spreadov), dostaneme pre ročnú zmenu spreadu z dôvodu špecifických zmien emitenta tvar:

$$\Delta s_j = \hat{\lambda} \sum_{t=1}^{262} \Delta s_j(t) = \hat{\lambda} \sum_{t=1}^{262} e_j(t)$$

Ak predpokladáme normalitu rezíduí \mathbf{e}_j , tak ročná zmena spreadu má normálne rozdelenie so strednou hodnotou 0 a disperziou $262\mathbf{s}_{e_j}^2$. Analogicky ako v modeli Credit VaR môžeme toto rozdelenie pravdepodobnosti skombinovať s maticou prechodu na zistenie jednotlivých defaultov alebo downgrade-ov. Pre každý cenný papier j má ročná zmena spreadu Δs_j rozdelenie pravdepodobnosti $N(0, 262\mathbf{s}_{e_j}^2)$ a platí $\text{Corr}(\Delta s_i, \Delta s_j) = \text{Corr}(\mathbf{e}_i, \mathbf{e}_j)$. Ďalej pre každý cenný papier vieme nájsť hranice $Z_{j,i}$ tak, aby $P[Z_{j,i} < \Delta s_j < Z_{j,i+1}]$ vyjadrovala pravdepodobnosť, že cenný papier j bude mať o rok rating i , ktorá je daná v matici prechodu.

Skutocný spread môže kolísť okolo očakávanej úrovne a tieto zmeny spôsobujú každodennú zmenu v ocenení dlhopisu. Čím dlhšie dlhopis vlastníme, tým väčšia môže byť odchýlka spreadu od očakávanej úrovne. Pokiaľ však nastala výrazne nepravdepodobná zmena, dôvodom na to nebude len fluktuácia. Skutocným dôvodom bude zmena ratingu.

Keďže pravdepodobnosti downgrade-ov sú dané v matici prechodu, rezíduá z modelu nám poskytnú iba informáciu o vzájomnej korelácii, ktorá je pozorovateľná na trhu. Rovnako nie je dôležitý ani predpoklad normality rezíduí. V takom prípade je treba odhadnúť inak kvantily zodpovedajúce pravdepodobnostiam migrácie.

Na získanie rozdelenia pravdepodobnosti výnosu portfólia urobíme Monte-Carlo simuláciu:

- V každom kroku simulujeme zmeny spreadu z viacrozmerného normálneho rozdelenia s danou korelačnou maticou
- Zistíme, do ktorého z intervalov $(Z_{j,i}, Z_{j,i+1})$ zmeny spreadov patria
- Pre každý cenný papier zistíme zmenu jeho výnosu podľa ratingu do ktorého patrí, pohybu po krivke a zmeny spreadu.

Získame rozdelenie pravdepodobnosti výnosu portfólia v horizonte jeden rok.

3.4. Dáta

Údaje používané v tejto práci pochádzajú zo zdrojov NBS. Používam denné dáta na báze 5 dnového týždňa. Rok má približne 262 dní. Väčšina dát je od 1. apríla 2002 do 24.11.2004, niektoré od 3.septembra 2001.

Na výpočet rizika zoberieme časť investičného portfólia NBS denominovaného vEUR pozostávajúceho z 89 dlhopisov. Jednotlivé cenné papiere sú zaradené v 8 kategóriách s maturitami 3 mesiace až 5 rokov. Zloženie skupín portfólia je v tabulke 3.1:

Tabulka 3.1: Zloženie modelového portfólia

Kód skupiny	Skupina	Cas do maturity						
		3mesiace	6mesiacov	1 rok	2 roky	3 roky	4 roky	5 rokov
664	Composite AAA	0,00	13,87	0,00	0,00	6,85	4,80	2,67
910	German Sovereign	0,00	1,78	6,14	1,78	0,00	4,45	0,00
926	Regional Sovereign	0,00	0,00	0,89	0,00	0,00	0,00	2,95
932	Agency AAA	4,62	5,25	5,34	3,20	1,42	1,16	4,45
934	Agency AA	1,96	0,44	0,00	4,62	3,65	0,53	0,18
961	Upper Band	1,09	0,89	0,00	2,31	0,00	2,85	0,00
962	Sovereign Strips AAA	0,00	1,33	0,00	1,33	0,89	0,00	0,00
963	Sovereign Strips AA	0,89	2,40	0,00	1,60	0,53	0,89	0,00

Celkovo je portfólio zložené 17,69% v dlhopisoch s ratingom AA a 82,31% v dlhopisoch AAA.

V práci používam nasledovné časové rady – konečné ceny k danému dnu:

- $C9612y$ - Výnos do splatnosti pre jednotlivú skupinu a maturitu, prvé 3 číslice tvoria kód skupiny, posledné 2 znaky určujú dĺžku času do maturity, všeobecný zápis premennej bude $cKODM$, kde za M môžeme dosadiť ľubovoľnú maturitu a za KOD ľubovoľný kód skupiny.
- $SWAP3y$ - Hodnota swapovej sadzby na LIBOR pre danú maturitu
- DAX - Akciový index Frankfurtskej burzy

Vytvorené časové rady:

- $X9612y$ - Spread dlhopisu $C9612y$, $X9612y = C9612y - SWAP2y$
- $dMENO$ - Zmena premennej $MENO$, $dMENO = MENO(t) - MENO(t-1)$

Pocet Monte-Carlo simulácií pre odhad rizika je 5000. Na odhad rizika sa použila aktualizovaná matica prechodu v tabulke 3.2:

Tabulka 3.2: Aktualizovaná matica prechodu

		rating na konci roku							
		AAA	AA	A	BBB	BB	B	C	Default
rating na začiatku roku	AAA	93,65%	5,83%	0,40%	0,08%	0,03%	0,00%	0,00%	0,00%
	AA	0,66%	91,72%	6,94%	0,49%	0,06%	0,09%	0,02%	0,01%
	A	0,07%	2,25%	91,74%	5,19%	0,49%	0,20%	0,01%	0,04%
	BBB	0,03%	0,25%	4,83%	89,25%	4,44%	0,81%	0,16%	0,22%
	BB	0,03%	0,07%	0,44%	6,67%	83,28%	7,47%	1,05%	0,98%
	B	0,00%	0,10%	0,33%	0,46%	5,77%	84,16%	3,87%	5,30%
	C	0,00%	0,00%	0,31%	0,93%	2,00%	10,74%	64,07%	21,94%

3.5. Špecifikácia modelu

Dáta môžeme roztriediť podľa maturity (zdôvodnenie v kapitole 4) na 3 druhy: začiatok krivky, krátkodobé sadzby a dlhodobé sadzby. Vývoj spreadov jednotlivých druhov je iný a ovplyvňujú ho iné faktory, tieto faktory sú však rovnaké bez rozdielu na skupinu, do ktorej dlhopis patrí. Preto má každý druh vlastný model vývoja. Cieľom bolo nájsť pre každý druh taký model, ktorý bude dobre popisovať danú situáciu bez rozdielu na skupiny dlhopisov.

Špecifikom znakom zmien spreadov je ich kmitanie, teda zmenu v jednom období zvykne striedať opačná zmena v nasledujúcom období. Tento vzťah je významným faktorom zmien spreadov.

Teória hovorí, že pokiaľ sa darí akciovému trhu, s dlhopisovým trhom to bude horšie a naopak. Preto môže byť prekvapujúce, že na prvý pohľad spready niektorých skupín nezávisia od akciového indexu. V skutočnosti aj tieto skupiny závisia od situácie na akciovom trhu, ale nepriamo prostredníctvom swapovej sadzby. Akciový trh hrá významnú rolu pri pohyboch trhovej sadzby reprezentovanej swapovou sadzbou, cez ktorú sa tento vplyv prenáša aj do spreadov.

Začiatok krivky – 3-mesacný výnos

Začiatok krivky, 3-mesacný výnos, je najviac volatilná časť krivky. Jej pohyby sú najmenej predvídateľné a najcitlivejšie reaguje na globálne aj špecifické zmeny. Napriek vysokej nepredvídateľnosti tejto sadzby pozorujeme vzťah medzi zmenou 3-

mesacného spreadu a zmenou swapovej sadzby a to 3-mesacným a jednorocným. Model pre 3-mesacný spread:

$$dxKOD3m = C + \mathbf{b}_1 dswap3m + \mathbf{b}_2 dswap1y + \mathbf{b}_3 dxKOD3m(-1) + \mathbf{e}$$

Krátkodobý vývoj– 6-mesacné a 1-ročné sadzby

Krátkodobé sadzby sú takisto volatilné, ich vývoj sa však dá predvídať podľa zaciatku krivky. Pokiaľ rastie zaciatocná sadzba, budú rásť aj krátkodobé sadzby. Pri pohyboch úrokových sadzieb nestací iba táto väzba. Preto je aj tu priama väzba na swapovú sadzbu príslušnej maturity. Model pre túto skupinu:

$$dxKOD6m = C + \mathbf{b}_1 dswap6m + \mathbf{b}_2 dxKOD3m + \mathbf{b}_3 dswap3m + \mathbf{b}_4 dxKOD6m(-1) + \mathbf{e}$$

$$dxKOD1y = C + \mathbf{b}_1 dswap1y + \mathbf{b}_2 dxKOD6m + \mathbf{b}_3 dswap6m + \mathbf{b}_4 dxKOD1y(-1) + \mathbf{e}$$

Dlhodobý vývoj – 2 a viacročné sadzby

Dlhodobé sadzby sú najmenej volatilné, majú tendenciu držať svoju stabilnú úroveň a nereagujú príliš silno na trhové zmeny, čo platí aj o dlhodobých swapových sadzbách. V tomto prípade môžeme pozorovať kointegráciu medzi spreadom a swapovou sadzbou rovnakej maturity. Dlhodobé sadzby majú tendenciu sa držať v dlhodobom ekvilibriu danom vzťahom:

$$xKODM = -c - \mathbf{g}_{swapM}$$

Krátkodobé pohyby sú potom dané Error Correction modelom:

$$dxKODM = \mathbf{a}(xKODM(-1) + C + \mathbf{g}_{swapM}(-1)) + \mathbf{b}_1 dxKOD(M-1) + \mathbf{b}_2 dxKODM(-1) + \mathbf{e}$$

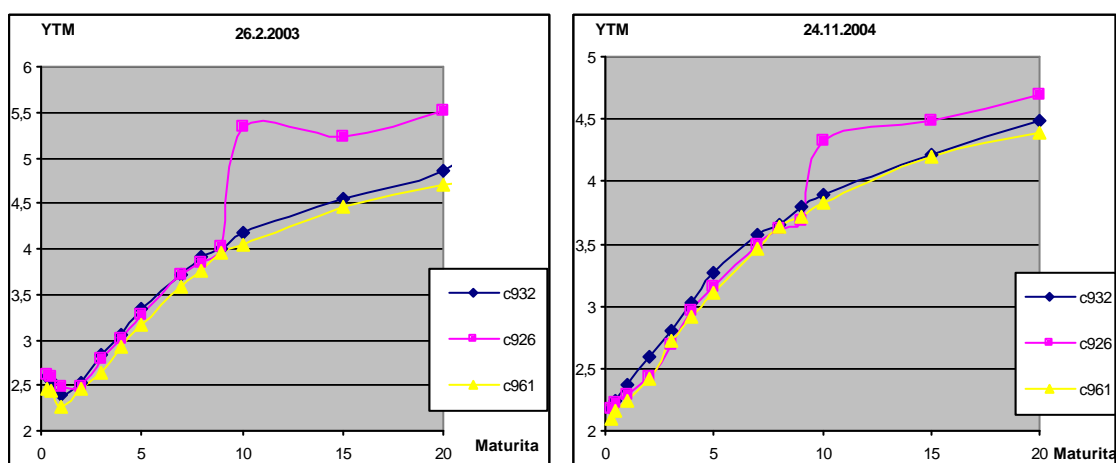
4. Numerické výsledky

Na grafe 4.2 môžeme vidieť vzájomný vzťah medzi jednotlivými výnosovými krivkami, krivka C934 má najvyšší spread. Môžeme tiež vidieť, že swapová krivka je na štvrtom mieste, krivky pod ňou budú mať záporný spread. Vývoj pre ostatné maturity je podobný.

Vzťahy medzi výnosmi jednotlivých maturít môžeme vidieť na príklade Composite AAA krivky – graf 4.3. Ide o rastúcu štruktúru úrokových sadzieb, iba v období od augusta 2002 do augusta 2003 nastala zmena, kedy sa výnosová krivka dostala do podoby „fajky“ - na grafe 4.1 sú výnosové krivky pre vybrané skupiny dna 26. februára 2003 a 24.11.2004.

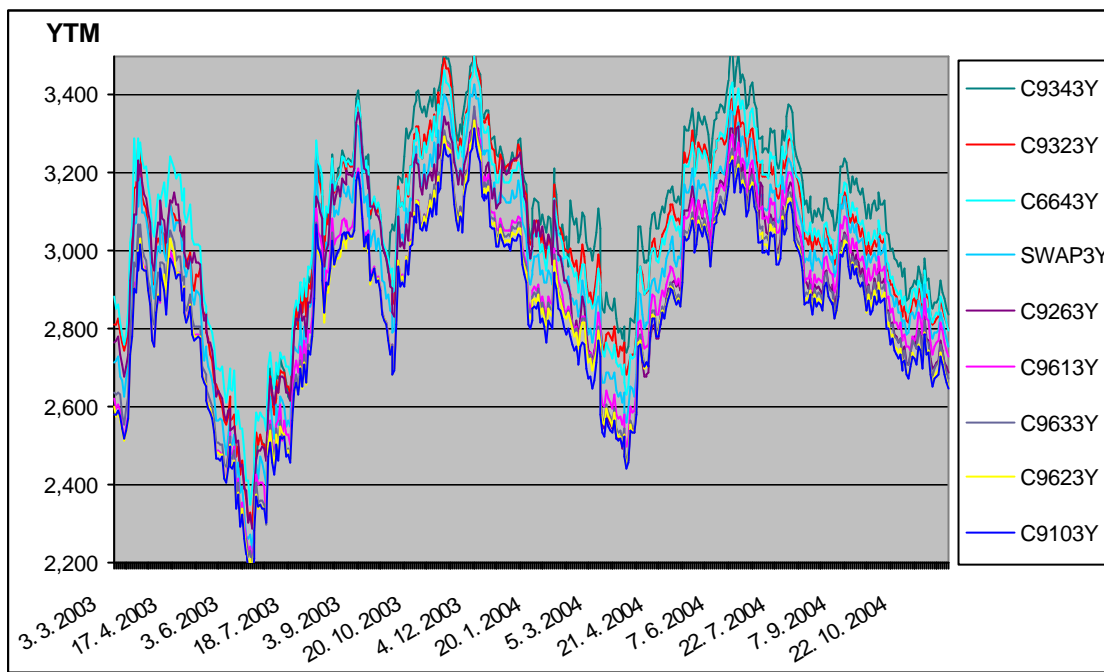
Zmena štruktúry úrokových sadzieb sa prejavila vo všetkých skupinách, rozdiel bol iba v miere poklesu jednorocných a dvojročných sadzieb. V niektorých skupinách sa dostali na najnižšiu úroveň obe sadzby, u niektorých len jednorocná sadzba. Táto zmena spôsobila opačnú závislosť medzi krátkodobými sadzbami na prelome rokov 2002 a 2003, preto krátkodobé modely nie sú príliš dobré.

Graf 4.1: Porovnanie časovej štruktúry úrokových sadzieb

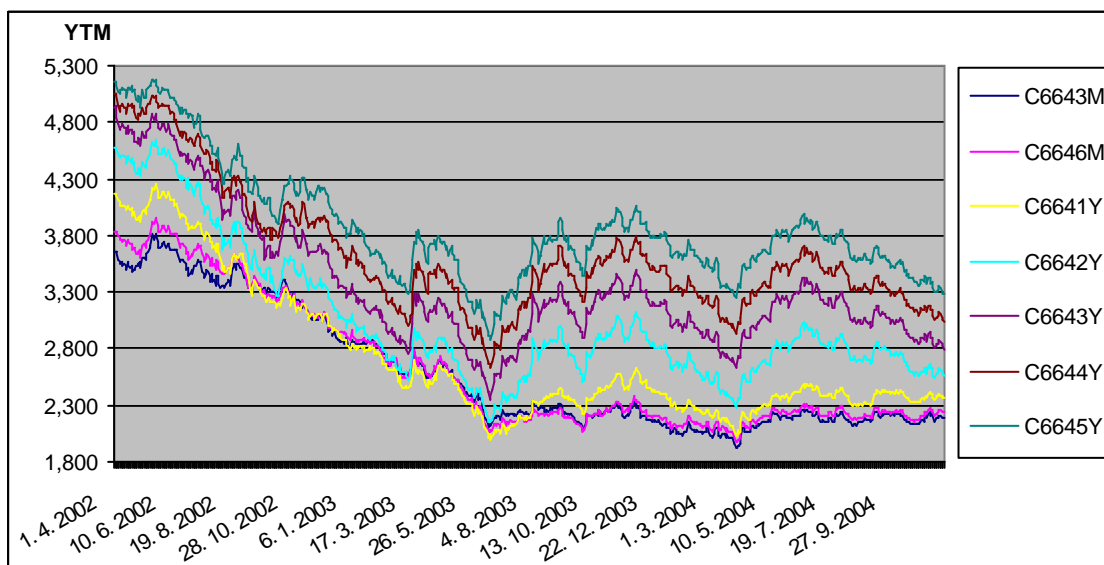


Všetky časové rady výnosov do splatnosti sú AR(1) procesy a s výnimkou skupín Sovereign Strips obsahujú Unit Root. Modelovanie v diferenciách je v tomto prípade správny prístup.

Graf 4.2: Vývoj výnosov v jednotlivých skupinách



Graf 4.3: Vývoj výnosov pre rôzne maturity



4.1. Zaciatok krivky

Kedže zaciatok výnosových kriviek je veľmi volatilný, dosiahnutý fit je dostatočný. Zvláštnosťou trojmesacnej sadzby je relatívne menší výkyv v roku 2003 oproti dlhodobejším sadzbám. Pozorujeme vyvažovací efekt, kedy 3-mesacná sadzba znižuje spread, kým jednorocná ho zvyšuje. Výsledný pohyb spreadu je medzi tým.

Tabulka 4.1: Odhad parametrov pre model zaciatku krivky

$$dxKOD3m = C + \mathbf{b}_1 dswap3m + \mathbf{b}_2 dswap1y + \mathbf{b}_3 dxKOD3m(-1) + \mathbf{e}$$

Skupina	C	β_1	β_2	β_3	DAX	DDAX	R ²
664	-0,000423	-0,878909	0,653725	-0,112842		-0,029762	0,681187
910	-0,010456	-0,880787	0,229984	-0,06244	0,002547		0,807841
926	-0,001024	-0,944719	0,582055	-0,056252			0,745394
932	-0,001086	-0,948015	0,703546	-0,055476			0,756413
934	-0,001918	-0,959262	0,748631	-0,024963			0,763657
961	-0,007053	-0,863484	0,270398	-0,136835	0,001644		0,67451
962	-0,021623	-0,718254	0,185506	-0,157684	0,004356		0,561347
963	-0,001347	-0,773718	0,227666	-0,098813		-0,01992	0,676043

4.2. Krátkodobý model

Šestmesacná sadzba má dobrý fit. Horšia situácia je iba pri skupinách 961, 962 a 963, ktoré sú najviac ovplyvnené zmenou tvaru výnosovej krivky. Pri týchto skupinách je aj najhoršia situácia pri modelovaní jednorocnej sadzby. Pri jednorocnej sadzbe je už fit horší. Dôvodom je rozdielny vývoj sadzieb v období zmeneného tvaru výnosovej krivky, kedy sa narušili očakávané väzby. Kým pri šestmesacnej sadzbe tento jav nebol až taký výrazný, pri jednorocnej sa prejavil pri všetkých skupinách.

Tabulka 4.2: Odhad parametrov pre krátkodobý model, 6-mesacný

$$dxKOD6m = C + \mathbf{b}_1 dswap6m + \mathbf{b}_2 dxKOD3m + \mathbf{b}_3 dswap3m + \mathbf{b}_4 dxKOD6m(-1) + \mathbf{e}$$

Skupina	C	β_1	β_2	β_3	β_4	DDAX	R^2
664	-0,000324	-0,935045	0,8458	0,848027	-0,022401	0,039221	0,865794
910	-0,000197	-0,822278	0,540621	0,563272	-0,108819		0,829309
926	0,000158	-0,951444	0,924127	0,942878	-0,018666		0,908007
932	0,000122	-0,943325	0,912057	0,906746	-0,016739		0,925076
934	0,00049	-0,948157	0,911722	0,914533	0,008489		0,906458
961	-0,000188	-0,857667	0,645938	0,631863	-0,105199		0,745087
962	-0,000609	-0,756079	0,453794	0,490691	-0,132499		0,670608
963	-0,000553	-0,833573	0,622926	0,636231	-0,129425	0,051333	0,719796

Tabulka 4.3: Odhad parametrov pre krátkodobý model, jednorocný

$$dxKOD1y = C + b_1 dswap1y + b_2 dxKOD6m + b_3 dswap6m + b_4 dxKOD1y(-1) + e$$

Skupina	C	β_1	β_2	β_3	β_4	DDAX	R^2
664	-0,000316	-0,724219	0,678188	0,715458	-0,130832		0,61697
910	0,005333	-0,332347	0,522708	0,547923	-0,355251	-0,001406	0,445667
926	-8,44E-05	-0,854369	0,732102	0,765571	-0,11044		0,564514
932	0,000431	-0,74129	0,698998	0,751598	-0,181901		0,570678
934	0,001088	-0,833157	0,756979	0,773468	-0,124094		0,672697
961	6,49E-05	0,369815	-0,364747	0,39719	-0,304916		0,419813
962	0,000174	-0,282651	0,379744	0,403658	-0,241538		0,379281
963	5,47E-05	-0,316528	0,361374	0,395473	-0,29444	0,018907	0,393985

Pri oboch maturitách pozorujeme fakt, že swapová sadzba prenesená z nižšej maturity znižuje spread, kým súčasná swapová sadzba koriguje túto zmenu na správnu úroveň.

4.3. Dlhodobý model

Pri dlhodobých sadzbách môžeme pozorovať najväčšiu stabilitu. Jednotlivé spready sú kointegrované so swapovou sadzbou príslušnej maturity. Tento kointegracný vzťah však vysvetľuje iba menšiu časť dát a preto výsledný model vykazuje niekedy nízky fit. S rastúcou maturitou sa fit zlepšuje, najhorší je pri dvoj- a trojročnej sadzbe, kde je ešte silná väzba na narušenie jednorocnej sadzby.

Tabulka 4.4: Odhad parametrov pre dlhodobý model

$$xKODM = -c - g_{swap}M$$

$$dxKODM = a(xKODM(-1) + C + g_{swap}M(-1)) + b_1 dxKOD(M-1) + b_2 dxKODM(-1) + e$$

Skupina-5y	C	γ	DAX	α	β_1	β_2	R^2
910	0.001377	0.099773	-0.060155	-0.033881	0.956843	-0.026848	0.817242
926	-0.005815	-0.002094		-0.114913	0.689149	-0.116733	0.565173
932	-0.067155	-0.001566		-0.049554	0.783780	-0.077055	0.672973
934	-0.059181	-0.019212		-0.070823	0.690497	-0.124385	0.600229
961	0.001366	-0.000336	0.001366	-0.067084	0.848449	-0.076737	0.763170
962	-0.084149	0.084160	-0.029917	-0.050291	0.960256	-0.062871	0.826850
963	0.039511	0.026696	-0.021298	-0.117190	0.915133	-0.019582	0.819147
Skupina-4y							
910	-0.227575	0.104456	-0.002817	-0.011890	0.767549	-0.160904	0.709213
926	-0.050037	0.012826		-0.077651	0.562670	-0.215922	0.494933
932	0.059184	-0.032707		-0.100762	0.635301	-0.157768	0.578406
934	-0.343446	0.054538		-0.022147	0.558949	-0.224905	0.530585
961	-0.019337	0.026659	-0.002326	-0.070729	0.771174	-0.090460	0.699907
962	-0.048987	0.058723	-0.014617	-0.055735	0.784018	-0.111120	0.745079
963	-0.020453	0.038449	-0.011798	-0.078750	0.808072	-0.064398	0.752235

Tabulka 4.5: Odhad parametrov pre dlhodobý model - pokračovanie

Skupina-3y	C	γ	DAX	α	β_1	β_2	R^2
910	0.050512	0.050559	-0.022658	-0.097048	0.838405	-0.056330	0.667763
926	0.158068	-0.049308		-0.043506	0.670151	-0.085372	0.512818
932	-0.063698	-0.000538		-0.120463	0.667059	-0.132944	0.581618
934	-0.188696	0.018423		-0.099863	0.582418	-0.159458	0.442363
961	0.094636	0.035078	-0.036831	-0.090664	0.793044	-0.091965	0.640149
962	0.007937	0.059043	-0.020650	-0.069373	0.887973	-0.076659	0.705233
963	0.037985	0.022702	-0.004670	-0.079694	0.899322	-0.070461	0.741343
Skupina-2y							
910	0.127569	0.044903	-0.030692	-0.091892	0.722496	-0.229801	0.519985
926	0.475986	-0.144958		-0.024631	0.582911	-0.117321	0.367980
932	-0.082097	0.008679		-0.030138	0.718625	-0.210309	0.482518
934	-0.074079	-0.015087		-0.065308	0.651600	-0.284293	0.431718
961	0.056536	-0.013587	0.018367	-0.066795	0.511381	-0.251240	0.420486
962	0.111072	0.028754	-0.019233	-0.093996	0.661895	-0.178456	0.495421
963	0.090841	0.016245	-0.010208	-0.180007	0.699110	-0.149531	0.543753

Pri dvojrocnej maturite v skupine 926 je už príliš nízky fit. Preto som sa rozhodol použiť krátkodobý model pre túto skupinu. Rovnaká situácia nastala aj v skupine 664, kde bol dlhodobý model úplne nevhodný a dosahoval R^2 iba okolo 0,2. preto aj v tejto skupine som použil krátkodobý model.

Pokiaľ je v kointegracnej rovnici aj akciový index, má práve on väčšiu úlohu pri raste spreadov, swapová sadzba zmiernuje tento efekt. Pokiaľ však akciová index nie je dôležitý, swapová sadzba sa stará o pohyb spreadov.

Tabulka 4.6: Odhad parametrov pre krátkodobý model pre problémové krivky

$$dxKODM = C + \mathbf{b}_1 dswapM + \mathbf{b}_2 dxKOD(M-1) + \mathbf{b}_3 dswap(M-1) + \mathbf{b}_4 dxKODM(-1) + \mathbf{e}$$

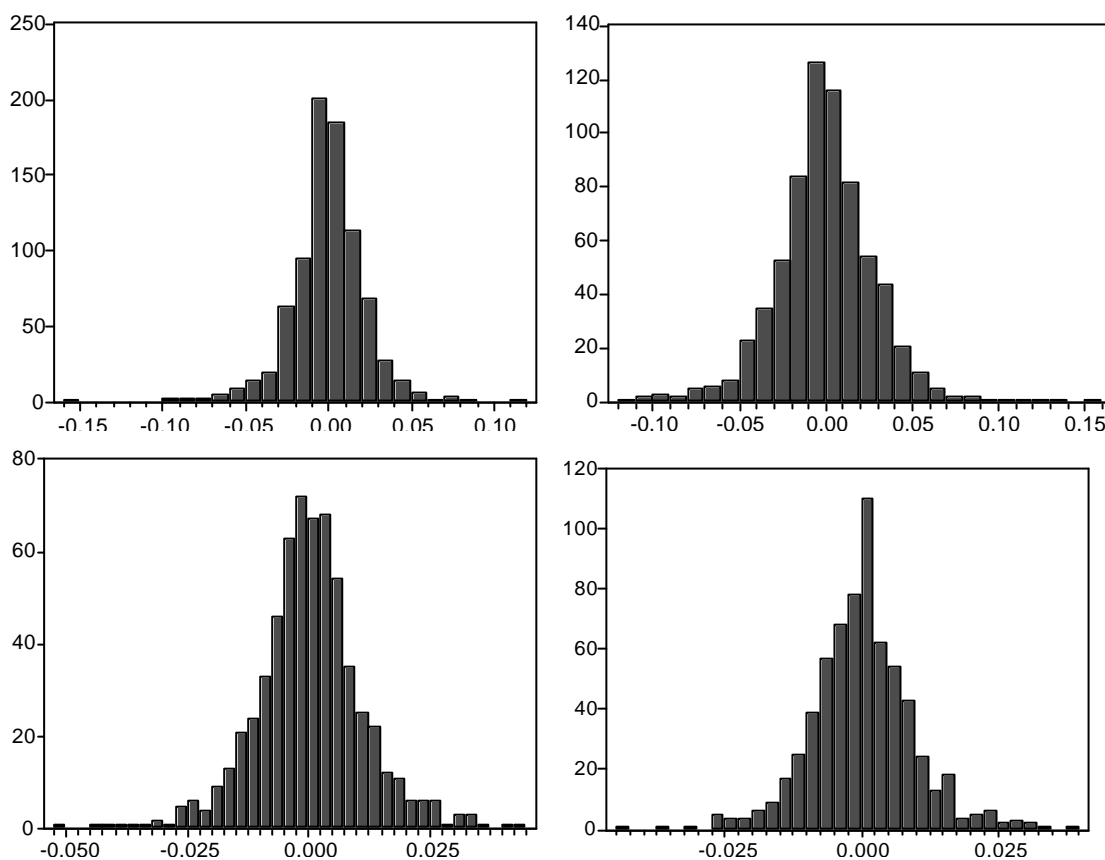
Skupina	C	β_1	β_2	β_3	β_4	R^2
9262y	-0.000243	-0.413417	0.462638	0.338554	-0.122806	0.448853
6642y	-8.59E-05	-0.267556	0.382873	0.274315	-0.293389	0.356525
6643y	-0.000250	-0.564632	0.647638	0.535630	-0.223863	0.554576
6644y	-0.000265	-0.346348	0.400329	0.242226	-0.261096	0.416606
6645y	-0.000121	-0.499099	0.557678	0.400630	-0.237795	0.533666

4.4. Rezíduá – kreditné spready

Všetky rozdelenia rezíduí sú symetrické so strednou hodnotou 0, príklady sú uvedené na grafe. Rozdelenia nie sú zošikmené a mediánová hodnota je blízko priemeru. Štandardná odchýlka sa pohybuje v rozpätí od 0,01 pb do 0,02 pb, korelácia od slabých záporných korelácií až po 0,85.

Napriek známemu tvaru, rozdelenie rezíduí nie je normálne. Voci normálnemu rozdeleniu má príliš veľkú špicatost, ide o tzv. leptokurtózne rozdelenie. Podľa Ramaswamyho väčšina ekonomických dát, o ktorých sa v teórii predpokladá normálne rozdelenie, má v praxi podobné leptokurtózne rozdelenia. Viacero empirických štúdií zistilo zaujímavý fakt, že finančné časové rady majú odlišné vlastnosti od normálneho rozdelenia. Finančné časové rady sa zvyčajne správajú veľmi závislo v prípade extrémnych udalostí a nie za bežných podmienok. Rozdelenie s takouto vlastnosťou, závislosťou chvostov, má väčšiu tendenciu generovať simultánne extrémne hodnoty oproti rozdeleniam bez tejto vlastnosti.

Graf 4.4: Rozdelenie pravdepodobnosti rezíduí pre vybrané maturity. Postupne 9103m, 6646m, 9632y, 9104y



Viacrozmerné normálne rozdelenie nemá závislé chvosty. Korelácia pochádza najmä zo spoločných pohybov dát z oblasti priemeru. Na modelovanie davového správania sa trhu je preto vhodnejšie iné rozdelenie. Pri kreditnom rozdelení to znamená, že v obdobiach recesie sa zvyšuje pravdepodobnosť súasných viacerých defaultov. Ramaswamy navrhuje použiť namiesto normálneho rozdelenia viacrozmerné Studentovo rozdelenie. Toto rozdelenie má závislé chvosty a zároveň iba minimálne modifikuje korelačnú maticu. Otvoreným problémom zostáva voľba stupňov voľnosti, zvyčajne sa volí číslo medzi 5 a 10.

Napriek týmto vlastnostiam používam na simulovanie viacrozmerné normálne rozdelenie. Dôvodom je, že z extrémnych hodnôt tohoto rozdelenia chcem odvodiť downgrade emitenta dlhopisu. Pri daných pozorovaných odchýlkach však k žiadnemu nedošlo. Preto vycleníť časť z pozorovaní a označiť ich za downgrade by mohlo viesť k preceneniu rizika. Použitie normálneho rozdelenia s rovnakými parametrami má tú

výhodu, že generuje s väčšou pravdepodobnosťou aj extrémnejšie hodnoty, ako boli pozorované. Ponecháva to doteraz pozorované hodnoty v intervale, v ktorom k žiadnemu downgrade-u nedochádza.

4.5. Odhad rizika

Ocakávaný výnos portfólia je 2,762 %, ktorý pozostáva z výnosu do splatnosti 2,536 %, ocakávaného výnosu z pohybu po krivke 0,4057 % a ocakávanej straty zo zmeny spreadov 0,1796 %. Táto ocakávaná strata zo zmeny spreadov je spôsobená tým, že výnosové krivky sú nastavené o trochu vyššie, ako súčasný výnos do splatnosti. Takáto situácia nastane, pokiaľ sa nezmení žiaden parameter.

Rozdelenie pravdepodobnosti strát z downgrade-u je zošíkmené do stratovej oblasti, pričom dve tretiny pozorovaní, 3282, sú vyššie ako priemer. Priemerná strata je iba 0,02pb¹⁵, čo je zanedbateľná strata. Vyskytujú sa však aj extrémne prípady so stratou okolo 0,5 pb čo je až 18-percentné zníženie ocakávaného výnosu. Týchto pozorovaní je však iba 12 z celkového počtu 5000.

Na prvý pohľad vyzerá zaujímavo rozdelenie pravdepodobnosti výnosu z pohybu po krivke. Toto rozdelenie sa skladá z niekoľkých podobných rozdelení, ktoré sú posunuté o strednú hodnotu. K tomuto posunu dochádza v prípade downgrade-u. Vtedy sa dostáva dlhopis na vyššiu a strmšiu výnosovú krivku, kde je vyšší výnos z pohybu po krivke. Tento výnos je stabilný a tvorí asi 15 percent celkového výnosu.

Ocakávali by sme, že rozdelenie pravdepodobnosti zmien spreadov bude normálne rozdelené so strednou hodnotou rovnou ocakávanej zmene spreadu 0,1796 %. Pozorujeme však rozdelenie trochu zošíkmené a stredná hodnota je iba -0,11 %. Tento rozdiel je spôsobený downgrade-om. Keďže extrémnejšie hodnoty spreadov spôsobujú downgrade, tak aby sme riziko nezapocítali dvakrát, v prípade downgrade-u je spreadové riziko rovné 0. Pri AAA dlhopisoch je možný len downgrade, upgrade nie. Preto extrémne záporné hodnoty pri týchto dlhopisoch sa prejavili ako zmena spreadu, kým extrémne pozitívne realizácie ako downgrade. Keďže rozloženie váh je výrazne v prospech AAA dlhopisov, spôsobilo menšiu transformáciu rozdelenia. Variabilita je veľká a pohybuje sa od -0,5 až do +0,5 pb.

Tabulka 4.7: Simulované rozdelenie pravdepodobnosti výnosu portfólia - štatistiky

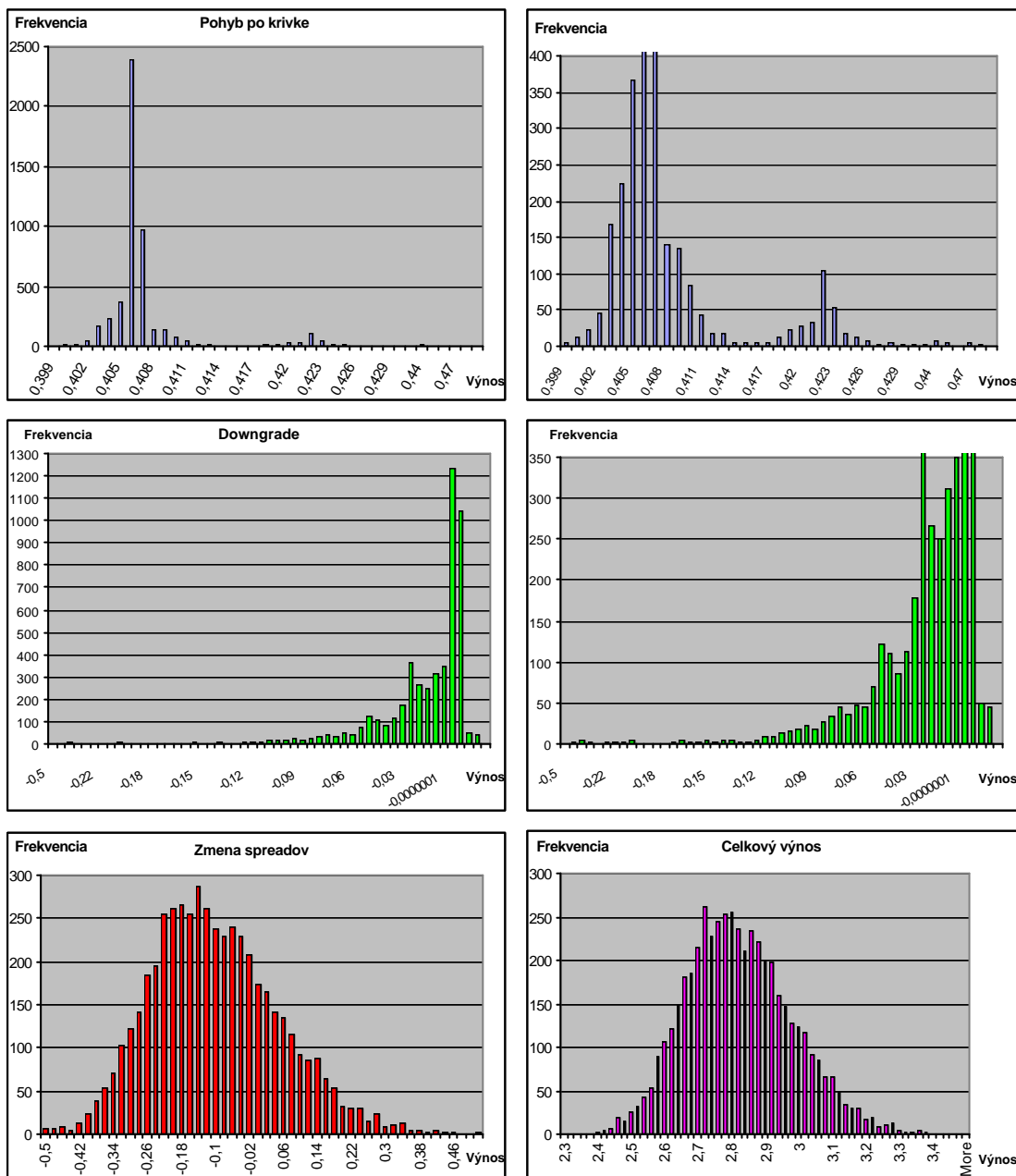
	Výnos celkom	YTM	Pohyb po krivke	Downgrade	Zmena spreadu
Priemer	2,813293486	2,536	0,406958958	-0,01997563	-0,1097805
Medián	2,800511417		0,405733654	-0,006135127	-0,123677254
Štandardná odchýlka	0,160273135		0,005277349	0,032598532	0,151192025
Šikmost	0,067598909		70,81274736	32,66949203	0,159145333
Špicatost	0,351765879		6,044198769	-4,20840141	0,431182548
VaR 95%	2,572816761		0,402990422	-0,078825601	-0,334695774
VaR 99%	2,481323765		0,401495568	-0,148047247	-0,407697637
ESF 95%	2,518158287		0,402037548	-0,122455553	-0,381522326
ESF 99%	2,441814529		0,400174228	-0,216477387	-0,451428092
Minimum	2,306638472		0,395611475	-0,5317771	-0,540386569
Maximum	3,457558103		0,518784429	0,00255347	0,515733791

Zmeny spreadov prinášajú najväčšie riziko pre toto portfólio, čo sa dalo očakávať. Preto aj rozdelenie pravdepodobnosti celkového výnosu má podobný tvar ako rozdelenie spreadových strát. Toto rozdelenie je modifikované rozdeleniami ostatných faktorov, výrazné zmeny však nenastávajú. Zaujímavosťou je, že priemerný výnos je vyšší ako očakávaný výnos.

Keďže väčšina portfólia bola v AAA dlhopisoch, riziko downgrade bolo malé, väčší význam preto dosiahlo riziko spreadov. Pri zložení portfólia z dlhopisov s horším ratingom a vyšším výnosom by dosiahlo významnejšiu úlohu riziko downgrade. Toto riziko je však do malej miery kompenzované zvýšeným ziskom z pohybu po krivke.

¹⁵ Pb – percentuálny bod

Graf 4.5: Simulované rozdelenie pravdepodobnosti výnosu portfólia



5. Záver

Model NBS bol vyvinutý tak, aby vyhovoval špecifickým požiadavkám Národnej banky Slovenska. Zameriava sa na meranie všetkých foriem kreditného rizika pre portfólio dlhopisov, všetky formy kreditného rizika vysvetluje pomocou spreadov výnosových kriviek jednotlivých cenných papierov. Kreditné riziko meria v štandardnej forme pomocou VaR a ESF.

Prínosom modelu je schopnosť merať kreditné riziko štruktúrnym modelom aj pre iné, ako podnikové dlhopisy s akciami obchodovanými na burze. Zároveň ponúka možnosť merať riziko jednotným spôsobom pre všetky typy dlhopisov a tým porovnávať jednotlivé portfóliá. Ďalšou výhodou je prepojenie medzi kreditným a trhovým rizikom a rozlíšenie zmien spreadu vyvolané trhovým rizikom a kreditným rizikom. Zavedením stochastických zmien do očakávaných výnosových kriviek model integruje trhovú a kreditné riziko do jedného celku.

Tretou výhodou je možnosť voľby agregácie údajov. V našom príklade sme agregovali 89 dlhopisov do 8 skupín v 7 maturitách. Bez problémov by sa dalo ísť do akejkoľvek hĺbky rozlišovania až na úroveň jednotlivých dlhopisov a modelovať ich výnosové krivky zvlášť. Výsledky detailnejšieho delenia by presnejšie odhadli riziko, keďže by obsahovali väzby medzi dlhopismi, ktoré sú teraz v jednej skupine. Výraznejšie by sa prejavil efekt diverzifikácie.

Tento model je iba základným modelom a má aj niektoré nedostatky, ktoré treba zlepšiť. Hlavným problémom je používanie matice prechodu, vydanéj ratingovou agentúrou, ktorá nadhodnocuje pravdepodobnosť downgrade-u u väčšiny dlhopisov v portfóliu.

Ďalšou nevýhodou je numerická náročnosť modelu, najmä pri väčšej detailnosti. Pre každú skupinu dlhopisov potrebujeme modelovať celú výnosovú krivku, čo znásobuje počet odhadovaných rovníc a aj veľkosť potrebnej simulácie. Ďalší priestor je aj pri zlepšovaní modelovaných rovníc, najmä pri jednorocnej sadzbe a odstránení autokorelácie u niektorých rovníc. Zlepšiť treba aj rozdelenie pravdepodobnosti rezíduí, ktoré podľa výsledkov nie je normálne.

Další vývoj by mohol smerovať k využitiu modelu na aktívny manažment portfólia dlhopisov. Súčasný model je schopný merať riziko, nie je však schopný určiť optimálne zloženie portfólia z danej skupiny aktív. Smerovať by sa mohlo k hranicnému VaR, teda hodnote, ako sa zmení VaR pri dodaní jedného aktíva k súčasnému portfóliu. Rozšírením modelu by mohlo byť aj zavedenie obmieňania portfólia, transakčných nákladov s tým spojených a modelovanie času, v ktorom kreditná udalosť nastane. V obdobiach nasledujúcich po downgrade sa zvyšuje výnos do splatnosti, ktorý kompenzuje kapitálovú stratu z downgrade-u. Pokiaľ k downgrade-u príde na začiatku roka, tento zvýšený výnos kompenzuje stratu už v priebehu tohoto roka.

6. Použitá literatúra

1. Národná banka Slovenska: informacná brožúra, NBS, Bratislava 2003
2. Chovancová B., Jankovská A., Hájniková J., Majcher M., Šturc B.: Finančný trh, nástroje, transakcie, inštitúcie, Eurounion s.r.o., Bratislava 1999
3. Národná banka Slovenska: Výročná správa 2002, NBS, Bratislava 2003
4. Národná banka Slovenska: Výročná správa 2003, NBS, Bratislava 2004
5. Crouhy M., Galai D., Mark R.: A comparative analysis of current credit risk models, *Journal of Banking & Finance* 24 (2000) strany 59-117
6. Ramaswamy S.: Managing credit risk in corporate bond portfolios, A practitioner's guide, The Frank J. Fabozzi series, John Wiley & Sons Inc., New Jersey 2004
7. Giesecke K.: Credit risk modeling and valuation: An introduction, Department of Economics, Humboldt-Universität zu Berlin, 2002.
8. Rau-Bredow H.: Credit Portfolio Modelling, Marginal Risk Contributions and Granularity Adjustment, 2002, <http://www.wifak.uni-wuerzburg.de/bwl4/namen/bredow2.htm>