



FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY  
A INFORMATIKY UNIVERZITY  
KOMENSKÉHO V BRATISLAVE

KATEDRA APLIKOVANEJ MATEMATIKY A ŠTATISTIKY

EKONOMICKÁ A FINANČNÁ MATEMATIKA

## DIPLOMOVÁ PRÁCA

DOPAD DÔCHODKOVEJ REFORMY

A OPTIMÁLNE SPRÁVANIE SA BUDÚCICH DÔCHODCOV

PETER SIDÓ

VEDÚCI DIPLOMOVEJ PRÁCE: DOC. RNDR. JÁN BOĎA, CSC.

BRATISLAVA, 2005

ČESTNÉ PREHLÁSENIE

ČESTNE PREHLASUJEM, ŽE TÚTO PRÁCU SOM PÍŠAL SÁM S POUŽITÍM LITERATÚRY.

.....

## POĎAKOVANIE :

CHCEL BY SOM SA POĎAKOVAŤ PÁNOVI DOC. RNDR. JÁNOVI BOĎOVI, CSC.,  
MÔJMU DIPLOMOVÉMU VEDÚCEMU, PANI DOC. RNDR. MARGARÉTY HALICKEJ,  
CSC. A PÁNOVI MGR. IGOROVI MELICHERČÍKOVI, PHD, MOJIM PROFESOROM NA  
UNIVERZITE ZA NEOCENITELNÉ RADY A NÁVRHY, KTORÝMI PRISPELI K NAPÍSANIU  
TEJTO PRÁCE.

POĎAKOVANIE PATRÍ AJ MOJIM RODIČOM A ZNÁMIM, KTORÍ MI TIEŽ VEĽA  
POMOHLI.

## Obsah

<b>Úvod</b> .....	1
<b>Dôchodková reforma</b> .....	2
Jednoduchý prehľad možností dôchodkového poistenia .....	2
Analýza možností dôchodkového poistenia .....	3
Dôchodková reforma .....	5
Dôchodkové odvody .....	6
Výhody a nevýhody jednotlivých pilierov .....	7
<i>I. pilier - Priebežný systém</i> .....	7
<i>II. pilier - Sporivý systém</i> .....	8
<i>Analýza podmienky antidiskriminácie žien a mužov</i> .....	11
<b>Matematický model dôchodkového zabezpečenia</b> .....	14
Úžitková funkcia .....	14
Účtovné obmedzenie .....	15
Celoživotný úžitok .....	16
Príjem .....	17
Daň a nezdaniteľné minimum .....	18
Daňová úľava z tretieho piliera dôchodkového zabezpečenia .....	19
Pravdepodobnosť úmrtia .....	19
Výpočet dôchodkov .....	20
<i>Dôchodok z I. piliera</i> .....	20
<i>Dôchodok z kombinovaného piliera</i> .....	21
<i>Pozostalostné dôchodky</i> .....	23
<i>Valorizácia dôchodkov</i> .....	24
Výpočet renty .....	28
Oceňovanie doživotnej renty .....	28
<i>Výpočet renty pre slobodných</i> .....	28
<i>Výpočet renty pre ženatých a vydaté</i> .....	31
Ostatné predpoklady modelu .....	33
<b>Aparát výpočtu</b> .....	36
Dynamické programovanie .....	36
<i>Základné pojmy v dynamickom programovaní</i> .....	36

Úloha maximalizácie celoživotného úžitku .....	37
<b>Program</b> .....	40
Konštrukcia a nastavenia programu .....	40
Školské vzdelanie .....	41
Inflácia, reálny rast miezd .....	42
Podmienená pravdepodobnosť dožitia .....	42
Algoritmus .....	43
<b>Výstupy programu</b> .....	44
Typy výstupov .....	44
Riešenie úloh (experiment) .....	46
<i>Graf príjmov</i> .....	46
<i>Percentuálny podiel dôchodku ku mzde</i> .....	49
<i>Celoživotný úžitok</i> .....	50
<i>Pomer úžitkov</i> .....	51
<i>Pomer dôchodkov</i> .....	51
Výstupy pre jednotlivca .....	54
<i>Výstupy pri termínovanom výbere</i> .....	54
<i>Bez termínovaného výberu</i> .....	56
Hľadanie vekovej indierencie .....	59
<i>Bakalárske vzdelanie</i> .....	60
<i>Úplné stredoškolské vzdelanie</i> .....	61
<i>Vysokoškolské vzdelanie</i> .....	62
<i>Zhrnutie</i> .....	69
<b>Citlivosť modelu</b> .....	71
<b>Použitá literatúra</b> .....	73
<b>Príloha A</b> .....	75
Predpoklad nulového reálneho výnosu fondov DSS .....	75
Vysvetlivka k grafom znázorňujúce indierentný vek .....	76
<b>Príloha B</b> .....	80

## Úvod

Na Slovensku sa reforma dôchodkového systému spustila v roku 2004. Táto reforma nadobudla platnosť 1. 1. 2005 a zúčastnia sa jej všetci občania Slovenskej republiky. Na rozdiel od ostatných reforiem prijatých v posledných rokoch, sa občan môže rozhodnúť, či sa chce zúčastniť na dôchodkovom sporení ponúknutom v tejto reforme, alebo zostane radšej v starom dôchodkovom systéme – ktorý bol z časti tiež reformovaný.

Dôchodková reforma – pre ľudí starších ako 16 rokov (v roku 2004), ktorí do 31. 12. 2004 zaplatili aspoň jednu mesačnú čiastku dôchodkového poistenia – prináša možnosť šetriť si na dôchodok prostredníctvom kapitálového šetrenia. Právo na rozhodnutie je možné využiť od 1. 1. 2005 do 30. 6. 2005 alebo do 30 dní od nástupu do prvého zamestnania. Znamená to, že budeme mať možnosť časť svojich odvodov na dôchodkové sporenie ukladať na osobnom účte vo fondoch, ktoré spravujú dôchodkové správcovské spoločnosti (ďalej len DSS).

Táto práca je zameraná na určenie skupiny ľudí, pre ktorých výber kapitálového šetrenia prinesie väčší úžitok ako zotrvanie v pôvodnom dôchodkovom systéme a to pri rôznych variantoch dôchodkového poistenia. V tejto práci sa snažíme namodelovať dôchodkové poistenie platný podľa zákonov Slovenskej Republiky v roku 2004. V niektorých prípadoch skúsime legislatívne riadenie vylepšiť, tak aby mala čo najväčšiu stabilitu pri rovnakých alebo podobných kladných dopadoch pre jednotlivcov. Teda zameriame sa aj na odhalenie možných nedostatkov v zákonoch o dôchodkovom poistení. Určíme v legislatíve ustanovenia, ktorých dodržanie pravdepodobne nebude možné, resp. navrhujeme zmeny v legislatíve ktorými by dôchodkové poistenie mohlo lepšie fungovať. Ľudí kategorizujeme podľa ich veku, najvyššieho dosiahnutého školského vzdelania a pohlavia. Úloha je založená na dynamickom programovaní. Maximalizuje sa suma diskontovaného úžitku z budúcich príjmov upraveného s pravdepodobnosťou dožitia, pritom sporiteľ má účtovné obmedzenie, náklady na pôžičku, dané príjmy a nutnosť splatiť pôžičku do smrti.

## **Dôchodková reforma**

Podľa zákona o sociálnom poistení si v termíne od 1. 1. 2005 do 30. 6. 2006 každý, kto bol do 31. 12. 2004 aspoň mesiac dôchodkovo poistený, alebo nastupuje do zamestnania v termíne od 1. 1. 2005 do 30. 6. 2006, má možnosť vybrať, či odvody za dôchodkové poistenie bude platiť do Sociálnej poisťovne – tým zostáva v priebežnom dôchodkovom systéme (odvody bude platiť výlučne do I. piliera, ako aj v starom systéme), alebo časť odvodov presunie do fondov, ktoré spravujú dôchodkové správcovské spoločnosti. Takto vstúpi do II. piliera dôchodkového poistenia, ktorý sa nazýva tiež sporivým pilierom alebo kapitálovým sporením. Ak človek sa rozhodne pre nový systém, bude ako dôchodca dostávať dva dôchodky. Jeden zo Sociálnej poisťovne (zodpovedá dôchodku z I. piliera), druhý z renty nakúpenej z akumulovaných peňazí v dôchodkovom fonde v správe dôchodkovej správcovskej spoločnosti (zodpovedá dôchodku z II. piliera).

### ***Jednoduchý prehľad možností dôchodkového poistenia***

Priebežný systém je založený na odvodoch produktívne aktívneho obyvateľstva. Všetci pracujúci odvádzajú poistné na dôchodkové poistenie, z ktorého sa vyplácajú dôchodky terajším dôchodcom. Suma, ktorá do Sociálnej poisťovne vtečie, sa hneď vypláca dôchodcom.

Rovnováha tohto systému je závislá hlavne na:

- raste populácie,
- miere starnutia populácie,
- raste produktivity práce,
- raste technologického pokroku,

ale rovnováha je časovo invariantná, o rovnováhe môžeme hovoriť v každom časovom okamihu.

Ak odvody do Sociálnej poisťovne platí čoraz menej produktívnych ľudí, a z nich musí Sociálna poisťovňa vyplácať dôchodky rastúcemu počtu dôchodcov, tak pri nezmenených výškach odvodoch tento systém nemôže byť v rovnováhe, respektíve reálne dôchodky musia klesať. Práve rast miezd a technologického pokroku má priaznivý vplyv na túto rovnováhu, lebo rastom miezd a technologického pokroku rastú aj jednotlivé čiastky odvodov. Teda, aj keď do Sociálnej poisťovne platí odvody čoraz menej ľudí, ich celková suma môže naďalej rásť. Je však otázkou, ktorý efekt je silnejší: Technologický pokrok a rast miezd alebo starnutie populácie.

Sporivý systém je založený na tom, že časť odvodov sa zhromažďuje v dôchodkovom fonde na osobnom dôchodkovom účte a bude investovaná. Nakoniec dôchodca dostane dôchodok z investičných výnosov a vložených peňazí. Na rovnováhu v takomto systéme je potrebné podľa zákona minimálne 10 rokov ale v skutočnosti je potrebné cca. 40 rokov. Toľko rokov uplynie medzi prvým nástupom do zamestnania a dovŕšením dôchodkového veku. Preto priebežný systém, vzhľadom na čas potrebný na udržanie rovnováhy, má výhodu oproti sporivému. V priebežnom systéme je rovnováha daná krátkym časovým intervalom - jedným rokom kým v sporivom to je minimálne 10 až 40 rokov.

### ***Analýza možností dôchodkového poistenia***

Zjednodušíme štruktúru populácie na dve generácie: na mladých a starých. Mladí pracujú a odvádzajú dôchodkové poistenie štátu alebo na osobný dôchodkový účet v sume  $\tau$  násobku hrubej mzdy. Každý si pri tom môže sporiť na dôchodok aj sám vo výške  $S_t$ . V priebežnom systéme starí dostávajú ako dôchodok odvody mladých, v kapitálovom systéme sa odvody prevedú na osobný dôchodkový účet a sporiteľ v dôchodkovom veku dostane z nasporenej sumy dôchodok.

Predpokladáme, že každý človek si maximalizuje svoju celoživotnú spotrebu.

V každom čase  $t$  nech je  $N_t$  počet mladých pracujúcich (potom v čase  $t$  počet dôchodcov je  $N_{t-1}$  ak zanedbáme úmrtnosť mladých). Ich vzťah nech je daný rovnicou  $N_{t+1} = (1+n) \times N_t$ . V priemere všetci mladí produkujú  $y_t$  bohatstva (priemernú mzdu), ktoré sa riadi vzťahom  $y_{t+1} = (1+g)y_t$  - rastie s rastom produktivity práce, s  $g$ . Uvažujme s  $r$  percentným priemerným reálnym výnosom počas sporenia na dôchodok.

V priebežnom systéme mladí konzumujú

$$C_0^t = (1-\tau)y_t - S_t$$

a starí konzumujú

$$C_1^t = \tau \cdot y_t + (1+r)S_{t-1}$$

Potom jedna generácia má spotrebu:

kým je mladá

$$C_0^t = (1-\tau)y_t - S_t$$

v dôchodku

$$C_1^{t+1} = \tau \cdot \frac{N_t}{N_{t-1}} y_{t+1} + (1+r)S_t =$$

$$\underline{\underline{C_1^{t+1} = \tau \cdot (1+n)(1+g)y_t + (1+r)S_t}}$$

V kapitálovom sporení mladí konzumujú

$$C_0^t = (1-\tau)y_t - S_t$$



a starí konzumujú

$$C_1^t = \tau \cdot (1+r)y_{t-1} + (1+r)S_{t-1}$$

Teda jedna generácia má spotrebu:

kým je mladá	$C_0^t = (1-\tau)y_t - S_t$
v dôchodku	$C_1^{t+1} = (1+r)\tau \cdot y_t + (1+r)S_t$

Rozhodnúť, či sa oplatí zostať v priebežnom systéme závisí od výšky spotreby človeka vo veku „mladých“ a vo veku „starých“. Teda treba porovnať hore uvedené dva páry vzorcov ktoré sú rovnako podčiarknuté. Ako „mladí“ má každý rovnakú spotrebu. Rozdiel v spotrebe je iba vo veku „starí“. Preto treba porovnať spotreby starých

v priebežnom systéme:	$\tau \cdot (1+n)(1+g)y_t + (1+r)S_t$
a v sporivom systéme:	$(1+r)\tau \cdot y_t + (1+r)S_t$

Ak si lepšie pozrieme vzorce, vidíme, že stačí porovnať iba čísla  $(1+n)(1+g)$  a  $1+r$ . Pomocou aproximácie  $(1+n)(1+g) \approx 1+n+g$  sme zjednodušili vzorec a dostali sme sa k problematike zistiť reálnosť nerovnosti  $n+g \geq r$  alebo  $n+g \leq r$  a určiť to aj do budúcnosti.

Na Slovensku sa nezaviedol plný sporivý systém, ale **kombinácia sporivého a priebežného systému**. V ďalšej časti u nás zavedený dôchodkový systém budeme nazývať **kombinovaným systémom**. Časť dôchodku budeme môcť sporiť v sporivom, druhú časť v priebežnom systéme.

Uvedieme model aj kombinovaného dôchodkového zabezpečenia, ktoré sa zaviedlo v Slovenskej republike:

Mladí majú spotrebu	$C_0^t = (1-\tau)y_t - S_t$
Starí	$C_1^{t+1} = \frac{\tau}{2} \cdot \frac{N_t}{N_{t-1}} y_{t+1} + (1+r) \frac{\tau}{2} \cdot y_t + (1+r)S_t$ $= \tau \cdot \frac{1}{2} [(1+n)(1+g) + (1+r)] \cdot y_t + (1+r)S_t$

V tomto prípade je otázka, či  $\frac{1}{2}[(1+n)(1+g) + (1+r)] \geq 1+r$ . Ľavá časť výrazu sa dá aproximovať pomocou  $\frac{1}{2}[(1+n)(1+g) + (1+r)] \approx 1 + \frac{1}{2}(n+g+r)$ , ktorým sme sa dostali k predošlej problematike: zistiť reálnosť nerovnosti  $n+g \geq r$  alebo  $n+g \leq r$  a určiť to aj do budúcnosti.

Toto bola hrubá analýza o prijatí sporivého dôchodkového systému, založená na makroekonomickom vnímaní. Je dôležitá pri rozhodovaní, či sa má zaviesť sporivý

dôchodkový systém alebo nie. Samozrejme takáto analýza dáva iba hrubú odpoveď na túto otázku, lebo mnoho faktorov sme zanedbali v modeli, ako je napríklad úmrtnosť mladých a starých.

Ale našou úlohou nie je odôvodniť, či dôchodková reforma bola potrebná a či prinesie celkový resp. per-capita rast úžitku populácie, ale určiť skupinu ľudí, pre ktorých takáto zmena prinesie zvýšenie celoživotnej spotreby, resp. úžitku z celoživotnej spotreby, a či sa im oplatí vstúpiť do II. piliera. Popritom hľadať možné zmeny v legislatíve na stabilnejší dôchodkový systém.

## **Dôchodková reforma**

Od 1. 1. 2005 je platný zákon o sociálnom zabezpečení, ktorý zmenil systém dôchodkového sporenia. Zriadili sa tri piliere dôchodkového zabezpečenia. **Prvý pilier** je tzv. priebežný systém. Je to skopírovanie doterajšieho dôchodkového zabezpečenia s malými zmenami. **Druhý pilier** je tzv. sporivý pilier kapitálového dôchodkového zabezpečenia. **Tretí pilier** je dobrovoľný, tvorí ho doplnkové dôchodkové sporenie.

V **prvom pilieri** sa zhromažďujú peniaze v Sociálnej poisťovni, ktorá peniaze hneď použije na dôchodky súčasných dôchodcov, na invalidné\* a na pozostalostné dôchodky. Do tohto piliera sú zapojení všetci občania v aktívnom veku, ktorý podľa zákona majú platiť dôchodkovej poisťovne.

V **druhom pilieri** sa peniaze zhromažďujú na dôchodkovom účte sporiteľa. Tieto účty spolu vytvárajú dôchodkové fondy. Ktoré spravujú tzv. dôchodkové správcovské spoločnosti (DSS). Ak občan rozhodne zapojiť sa do tohto piliera, tak polovica jeho odvodov bude posielaná zo Sociálnej poisťovne ďalej do fondu, ktorý spravuje DSS. Každý účastník II. piliera si vyberie jednu DSS, u ktorej bude sporiť. Svoju DSS si potom môže - raz ročne - bezplatne meniť. Tí, ktorí neboli poistení v Sociálnej poisťovni pred 1. 1. 2005 automaticky vstupujú do II. piliera. Občan, ktorý sa zúčastní druhého piliera dôchodkového poistenia už nemôže svoje rozhodnutie zmeniť. Navždy zostane v druhom pilieri.

**Tretí pilier** je dobrovoľný. Vstúpiť doň môže každý. Táto možnosť prináša dlhodobé kapitálové šetrenie v doplnkovej dôchodkovej poisťovni (DDP) s daňovou úľavou v sume 12 tisíc korún ročne. Je to výhoda pre všetkých nás. Výnosy v DDP sú ročne „reálne výnosy kapitálového trhu“ – ako aj v DSS – ale navyše v DDP dosiahneme výnosy navýšené o odpustený „daň z príjmu“. Toto najvyššie tvorí využitie daňovej úľavy, teda

---

\* na poistenie v invalidite ľudia platia zvlášť odvody do Sociálnej poisťovne. V tejto práci neuvažujeme týmito odvodmi, ani s výplatom invalidného dôchodku

peniaze vložené do DDP do výšky 12 tisíc korún ročne nepodliehajú dani. To je potom výnos vo výške „daň z príjmu“ počas celého sporenia z vložených peňazí (nie ročne). Preto čím dlhšie sporíme v DDP, tým menej percent výnosu z daňovej úľavy pripadá na jeden rok. Na peniaze vložené nad 12 tisíc korún ročne si nemôžeme uplatniť daňovú úľavu, a preto môžeme túto možnosť šetrenia uvažovať za štandardný spôsob šetrenia. Do DDP môžeme voľne vstúpiť aj vystúpiť, teda vybrať všetky svoje peniaze z DDP (pritom DDP môže mať poplatky pri prerušení zmluvy). Avšak peniaze, na ktoré sme využili daňovú úľavu si nemôžeme vybrať skôr ako po 10 rokoch sporenia a pred dovŕšením 55 rokov života. Ak by niekto predsa chcel vybrať peniaze skôr, musel by okrem pokuty od DDP splatiť naspäť peniaze štátu do 3 rokov vo výške využitých daňových úľav.

## Dôchodkové odvody

Ak občan zostane výlučne v prvom pilieri, tak všetky odvody platí do Sociálnej poisťovne. Ak je občan zapojený do sporivého piliera, tak polovicu odvodov (celú časť platenú zamestnávateľom) presunie Sociálna poisťovňa do občanom vybratej DSS. Presné odvody sú znázornené v nasledujúcich tabuľkách.

### Tabuľka č. 1; Odvody do I. piliera

#### Prispievanie výlučne do I. piliera (platné od 1. januára 2005)

Výška odvodov (stanovená ako % z vymeriavacieho* základu)	Platca odvodov do Sociálnej poisťovne					
	Zamestnanec**	Zamestnávateľ (za svojho zamestnanca)	SZČO***	Dobrovoľne poistená osoba****	Štát (za vojakov a rodičov, ktorí nepracujú a starajú sa o dieťa)	Sociálna poisťovňa (za invalidných dôchodcov)
Odvody na starobné poistenie	0 - 4 % (podľa počtu detí)⊕	14 %	18 %	18 %	18 %	18 %
Odvody na invalidné poistenie	3 %	3 %	6 %	6 %	6 %	0 %
Odvody do rezervného fonde solidarity	0	4,75 %	4,75 %	4,75 %	2 %	0 %
dôchodkové odvody spolu	3 — 7 %	21,75 %	28,75 %	28,75 %	26 %	18 %
	24,75 — 28,75 %					

\* Vymeriavací základ je - s dobrým priblížením – mesačná mzda pred odvodmi a zdanením. (Hrubá mzda)

\*\* Odvody na starobné poistenie pre zamestnanca sú vo výške 4 % z vymeriavacieho základu, no tieto odvody si môže jeden zo zamestnaných rodičov znížiť o 0,5 % za každé nezaopatrené dieťa. Takže napr. ak má občan dve nezaopatrené deti, bude do Sociálnej poisťovne platiť odvody na starobné poistenie namiesto 4 % len vo výške 3 % z vymeriavacieho základu.

\*\*\* Samostatne zárobkovo činná osoba

\*\*\*\* Osoba, ktorá podľa zákona nie je povinná platiť dôchodkové poistenie

⊕ Odvody na starobné poistenie pre zamestnanca sú vo výške 4% z vymeriavacieho základu, no tieto odvody si jeden zo zamestnaných rodičov môže znížiť o 0,5 % za každé nezaopatrené dieťa.

**Tabuľka č. 2; Odvody do II. piliera****Po vstupe do II. piliera (platné od 1. januára 2005 )**

Výška odvodov (stanovená ako % z vymeriavacieho* základu)	Platca odvodov do I. a II. piliera					
	Zamestnanec**	Zamestnávateľ (za svojho zamestnanca)	SZČO***	Dobrovoľn e poistená osoba****	Štát (za vojakov a rodičov, ktorí nepracujú a starajú sa o dieťa)	Sociálna poisťovňa (len za tých invalidných dôchodcov, ktorí sa stali invalidmi po vstupe do II. piliera)
Odvody na starobné poistenie (I. pilier)	0 - 4 % (podľa počtu detí)⊕	5 %	9 %	9 %	9 %	9 %
Odvody na starobné sporenie (II. pilier) — osobný dôchodkový účet občana	0%	9 %	9 %	9 %	9 %	9 %
Odvody na invalidné poistenie	3 %	3 %	6 %	6 %	6 %	0 %
Odvody do rezervného fondu solidarity	0%	4,75 %	4,75 %	4,75 %	2 %	0 %
dôchodkové odvody spolu	3 — 7 % 24,75 — 28,75 %	21,75 %	28,75 %	28,75 %	26 %	18 %

**Výhody a nevýhody jednotlivých pilierov****I. pilier - Priebežný systém**

Za prvým pilierom stojí Sociálna poisťovňa. Dôchodky z prvého piliera sú zákonom – štátom – garantované. Avšak zákony sa môžu ľahko zmeniť.

Výška dôchodku závisí:

- od doby poistenia,
- od pomeru priemerného ročného platu sporiteľa v daných rokoch počas života a priemerného ročného zárobku v hospodárstve SR v daných rokoch,
- od dôchodkovej hodnoty.

Dôchodková hodnota je zákonom daná. V roku 2004 jej hodnota bola rovná 183,58. Táto hodnota sa určí každý rok a zvyšuje sa oproti predchádzajúceho roku s mierou rastu nominálnych miezd.

\* Vymeriavací základ je - s dobrým priblížením – mesačná mzda pred odvodmi a zdanením. (Hrubá mzda)

\*\* Odvody na starobné poistenie pre zamestnanca sú vo výške 4 % z vymeriavacieho základu, no tieto odvody si môže jeden zo zamestnaných rodičov znížiť o 0,5 % za každé nezaopatrené dieťa. Takže napr. ak má občan dve nezaopatrené deti, bude do Sociálnej poisťovne platiť odvody na starobné poistenie namiesto 4 % len vo výške 3 % z vymeriavacieho základu.

\*\*\* Samostatne zárobkovo činná osoba

\*\*\*\* Osoba, ktorá podľa zákona nie je povinná platiť dôchodkové poistenie

⊕ Odvody na starobné poistenie pre zamestnanca sú vo výške 4% z vymeriavacieho základu, no tieto odvody si jeden zo zamestnaných rodičov môže znížiť o 0,5 % za každé nezaopatrené dieťa.

Dôchodok, ktorý už bol uznaný, sa valorizuje každý rok o polovicu inflácie a o polovicu rastu nominálnych miezd, čo je ekvivalentné s valorizáciou o infláciu a o polovicu rastu reálnych miezd. Táto metóda zvyšovania dôchodku sa volá **Švajčiarska indexácia**. Je reálne očakávať situáciu, že zmenou legislatívy sa táto indexácia zmení iba na indexáciu o infláciu. Švajčiarska indexácia dáva nadštandardné dôchodky – polovičnou rýchlosťou ako rast reálnych miezd zvyšuje pomer voči poslednej mzde a aktuálnemu dôchodku. Kým indexácia o infláciu približne zachováva pomer voči poslednej mzde a aktuálnemu dôchodku, zachováva reálnu hodnotu dôchodku – teda dôchodca sa môže udržať na svojom vlastnom dlhodobom štandarde.

Žiadosť na uznanie dôchodku môže dať sporiteľ najskôr po 10. rokoch sporenia na dôchodok. Pred uplynutím desiatich rokov sporiteľ nemá nárok na dôchodok.

Zákon umožňuje odísť do dôchodku aj skôr aj neskôr ako je zákonom stanovený dôchodkový vek. Za každý navyše odpracovaný mesiac sa mesačná dávka dôchodku zvýši o 0,5% a za každý neodpracovaný mesiac sa dôchodok zníži o 0,5%. Výška uznaného dôchodku však nikdy – ani pri zákonom danom dôchodkovom veku – nemôže byť nižšia ako 1,2 násobok životného minima, ak sa dôchodca zúčastnil iba prvého piliera dôchodkového poistenia. Ak dôchodca vstúpil do II. piliera, tak z I. piliera stačí, ak dostane minimálne 0,6 násobok životného minima.

Dôchodca bude dostávať dôchodok z odvodov pracujúcich do Sociálnej poisťovne, ktorá však v celku nemusí kryť nároky na dôchodky. Práve pri takejto situácii sa očakáva zmena indexácie dôchodkov alebo iné zmeny legislatívy týkajúce sa výšky dôchodkov.

V prípade úmrtia nemajú pozostalí na odvody prevedené do Sociálnej poisťovne právo ale príbuzní sporiteľa, resp. dôchodcu môžu dostávať pozostalostné dôchodky určený podľa zákona.

## ***II. pilier - Sporivý systém***

Je to druhý pilier dôchodkového zabezpečenia. Peniaze – odvody – vložené do tohto piliera pôjdu do fondov, ktoré spravujú DSS.

DSS sú povinné vytvoriť 3 typy fondov:

- konzervatívny,
- vyvážený,
- rastový.

Tieto fondy nie sú majetkom DSS, DSS sú len správcami týchto fondov. Peniaze sú uložené u depozitára – v banke – a DSS dáva pokyny pre depozitára na ich správu. Peniaze sú 100%-ným majetkom sporiteľa na dôchodok, ale ten s nimi nemôže nakladať pred dovŕšením dôchodku.

Sporiteľ (prostredníctvom Sociálnej poisťovne) mesačne odvádza časť odvodov do fondov DSS. Tieto peniaze sa investujú na kapitálovom alebo peňažnom trhu. Majiteľom týchto peňazí je sporiteľ, avšak nemôže ich použiť na iné ciele, iba na zabezpečenie svojho budúceho dôchodku. Kým má občan peniaze v DSS, sú jeho 100% majetkom, teda sú **predmetom dedenia**.

Sporiteľ môže podať **žiadost' o dôchodok** po uplynutí 10. rokov sporenia v II. pilieri a dôchodok z II. piliera musí byť minimálne vo výške 0,6 násobku životného minima.

Sporenie na dôchodok v tomto pilieri je spojené s rizikom, ktoré prináša investovanie do kapitálových a peňažných aktív. Riziko pri investovaní do akcií je veľké, pri investovaní do dlhopisov je mierne a pri investovaní do peňažných prostriedkov je malé. Preto musia všetky DSS vytvoriť tri fondy zodpovedajúce týmto trom typom investovania.

**Rastový fond** znáša v sebe najväčšie riziko. Portfólio fondu môže obsahovať až 80% akcií. Dlhodobu sa očakáva, že bude mať najvyšší priemerný výnos pri veľkej disperzii (neistote) výnosov. Občan v tomto fonde môže sporiť maximálne do 15. rokov pred dovŕšením dôchodkového veku.

**Vyvážený fond** znáša v sebe mierne riziko. Portfólio fondu môže obsahovať maximálne 50% akcií a minimálne 50% dlhopisov alebo peňažných prostriedkov. Občan v tomto fonde môže sporiť maximálne do 7. rokov pred dovŕšením dôchodkového veku.

**Konzervatívny fond** znáša v sebe najmenšie riziko, ale stále nie je bezrizikový. Portfólio fondu je 100% podiel dlhopisov alebo peňažných aktív s maximálnou dĺžkou do dvoch rokov.

Sporiteľ si môže raz ročne bezplatne vybrať inú DSS. Bývalá DSS dá depozitárovi príkaz previesť peniaze vo výške v akej ich mal sporiteľ na dôchodkovom účte, k depozitárovi DSS vybratou sporiteľom. Hodnotu dôchodkového účtu si sporiteľ môže sledovať on-line na Internete bezplatne.

DSS aj Sociálna poisťovňa účtujú **poplatky za prevod** aj za **správu fondu**. Sociálna poisťovňa účtuje 0,5% z každej prevedenej sumy do DSS. DSS zas účtuje maximálne 1% za prijatú platbu a 0,07% správcovský poplatok z čistej hodnoty majetku na dôchodkovom fonde. Správcovský poplatok v prvých troch rokoch funkčnosti DSS môže byť až 0,08%.

DSS je pod stálym dohľadom viacerých inštitúcií:

- Úrad pre finančný trh,
- Depozitár,
- Vnútorňa kontrola DSS,
- Audítor,
- Občan.

Peniaze vo fondoch nie sú dostupné pre správcu fondov – t.j. pre DSS. Preto, ak DSS skrachuje, peniaze zostanú u depozitára a práva na správu fondu sa presunú na inú

DSS. Ak dôjde k nejakému ukráteniu sporiteľa v zmysle nesprávneho (nezákonného) správania sa DSS, resp. depozitára, Slovenská republika ručí za aktuálnu hodnotu (vkladov aj výnosov) vloženú do fondov prostredníctvom Sociálnej poisťovne do výšky 100%.

Peniaze sa akumulujú na dôchodkovom účte sporiteľa a po splnení podmienok na dôchodok, môže sporiteľ požiadať svoju DSS, aby časť peňazí previedla do niektorej poisťovne, ktorú si vyberie sporiteľ, a tam si za tie peniaze kúpi doživotnú rentu, ktorá bude jeho dôchodkom z druhého piliera. Dôchodok musí byť minimálne vo výške 0,6 násobku životného minima. Sporiteľ je povinný dať previesť minimálne toľko peňazí do niektorej poisťovne, za koľko si tam môže kúpiť rentu na zákonom stanovený minimálny dôchodok. Tieto peniaze prestanú byť jeho majetkom a kúpená renta nebude predmetom dedenia. Peniaze, ktoré sporiteľ nechal na účte v DSS, si môže s termínovaným výberom vybrať. Tieto peniaze v celej hodnote sú jeho majetkom, teda sú aj predmetom dedenia. Preto **II. pilier** môžeme chápať aj ako **životné poistenie do dôchodkového veku**. Ak človek zomrie pred odchodom do dôchodku, všetky peniaze na dôchodkovom účte zdedia jeho príbuzní. Avšak ak dožije dôchodkový vek, tieto peniaze použije on sám na kúpu doživotnej renty.

Typ renty, ktorú si budúci dôchodca musí kúpiť, nie je určená. Pravdepodobne bude veľká konkurencia medzi poisťovňami a budú ponúkať rôzne typy rent.

Rentu s

- konštantným mesačným výnosom (neindexovanú),
- indexovanú o infláciu,
- indexovanú o rast nominálnych miezd,
- resp. kombinácie predchádzajúcich – (napr. Švajčiarska indexácia).

V zákone je daný aj vzorec\* na výpočet minimálnej sumy dôchodku, ktorú musí poisťovňa ponúknuť dôchodcovi za jednotku vložených peňazí, avšak tento vzorec dáva iba dolnú hranicu. Skôr by sme potrebovali odhadnúť relevantnú sumu potrebnú na danú rentu.

Výpočet tejto sumy určíme v nasledujúcich kapitolách.

Dôležitou podmienkou v zákone je zákaz diskriminácie mužov a žien, presnejšie: na výpočet pravdepodobnosti úmrtia sa majú použiť zmiešané úmrtnostné tabuľky schválené Úradom pre finančný trh. Preto musí byť žene a mužovi ponúknutá taká istá renta, ak majú rovnaký vek a rovnaké množstvo peňazí prevedené zo svojej DSS na účet poisťovne. Tento postup bude viesť k nespravodlivým dôchodkom voči mužom, pretože ženy žijú v priemere dlhšie ako muži. Ženy by mali dostať nižšiu rentu ako muži,

---

\* vzorce od Ministerstva sociálnych vecí a rodiny Slovenskej Republiky nie sú konečné, resp. budú použité najskôr o 10 rokov. Je veľká pravdepodobnosť, že vzorce sa ešte upresnia, zmenia.

lebo pravdepodobne si vyberú viac splátok doŕivotnej renty – doŕijú sa vyššieho veku. Preto **poist'ovne budú kompenzovať dôchodky ženám na úkor mužov.**

### **Analyza podmienky antidiskriminácie ŕien a mužov**

Takáto viazanosť môže viesť k veľkým problémom u poist'ovní. Predpokladajme, ŕe ľudia by sa správali racionálne. Maximalizovali by svoj úžitok, v akejkol'vek forme by nedopustili menší oĀakávaný dôchodok ako by mohli dostať. Preto muži by zvolili termínovaný výber v maximálnej moŕnej výške, ŕeny zas iba doŕivotnú rentu. Ako príklad uvedieme ilustráciu.

Predpokladajme, ŕe priemerné úspory na osobnom dôchodkovom úĀte budú 1 500 000 Sk. Z toho si kaŕdý bude musieť kúpiť minimálne za 1 000 000 Sk doŕivotnú rentu ako dôchodok.

Ak by ľudia správali racionálne, vybrali by moŕnosť:

- muži: minimálny dôchodok s termínovaným výberom
- ŕeny: maximálny dôchodok bez termínovaného výberu

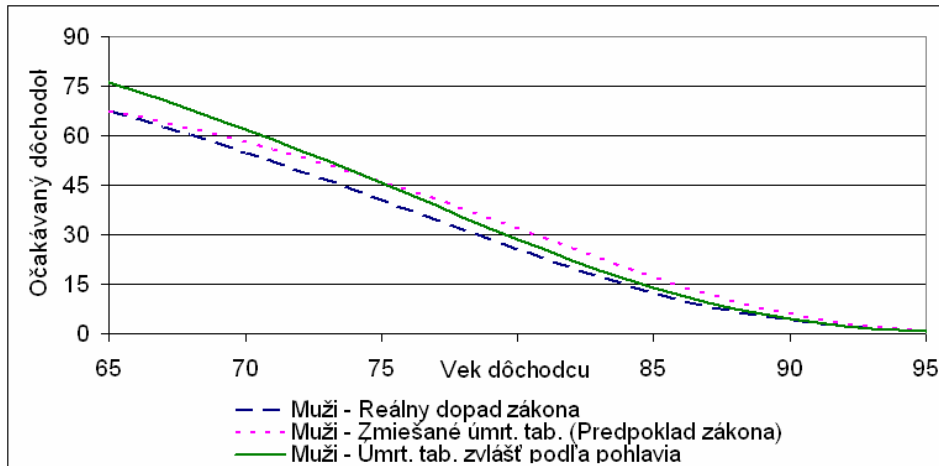
Máme nasledujúci model:

Metóda na výpoĀet dôchodku je popísaná nižšie. Predpoklady k výpoĀtu sú, ŕe je neinflaĀné prostredie (úspory sa nedevalvujú resp. dôchodok sa nevalorizuje), a peniaze (úspory) sa neúroĀia. Pritom poist'ovne sú neziskové organizácie, robia celú sluŕbu v prospech dôchodcu, zadarmo, neziskovo, nestratovo. Prevádzkové náklady poist'ovní v skutoĀnej výške hradí štát, resp. sú nulové.

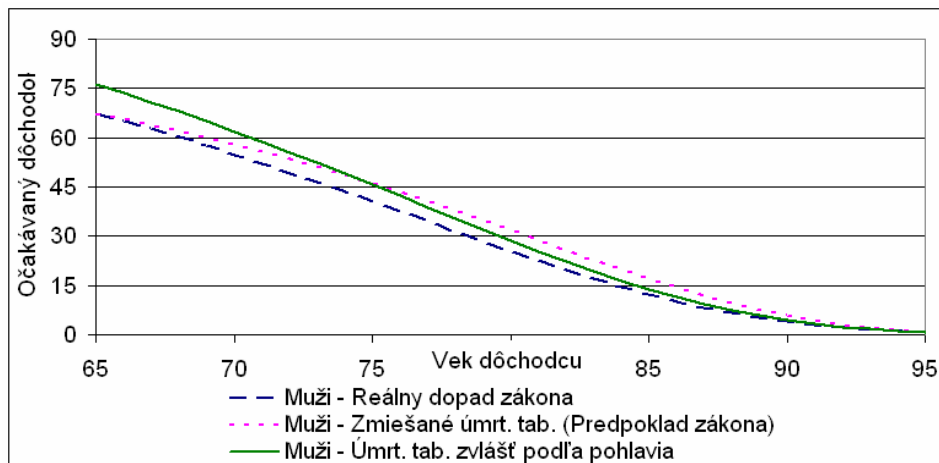
<b>RoĀný dôchodok vypoĀítaný z úmrtnosných tabuliek</b>	jednotka	Muŕi	ŕeny	Priemer
VypoĀítaný z úmrt. tab. zvlášť pre obe pohlavie	Sk	76 080	90 860	83 470
VypoĀítaný zo zmiešaných úmrt. tab.	Sk	67 450	101 170	84 310
RoĀný rozdiel	Sk	8 630	-10 310	- 840

**Tabuľka Ā. 3; RoĀný dôchodok vypoĀítaný z úmrtnosných tabuliek**





Graf č. 1; Očakávaný dôchodok, muži



Graf č. 2; Očakávaný dôchodok, muži

Muži	Očakávaná hodnota budúcich dôchodkov
Muži – Reálny dopad zákona	886 500 Sk
Muži - Zmiešané úmrt. tab. (Predpoklad zákona)	1 000 000 Sk
Muži - Úmrt. tab. zvlášť podľa pohlavia	1 000 000 Sk
<b>Ženy</b>	
Ženy – Reálny dopad zákona	1 670 200 Sk
Ženy - Zmiešané úmrt. tab. (Predpoklad zákona)	1 500 000 Sk
Ženy - Úmrt. tab. zvlášť podľa pohlavia	1 500 000 Sk

**Reálny dopad** – hovorí o tom, že poisťovne vypočítajú rentu podľa zmiešaných úmrtnostných tabuliek, ale muži aj ženy budú mať rôznu dĺžku očakávaného života, ako to je aj v skutočnosti.

**Zmiešané úmrt. tab. (Predpoklad zákona)** – hovorí o tom, že poisťovne vypočítajú rentu podľa zmiešaných úmrtnostných tabuliek, a pravdepodobnosť úmrtia bude pre

každého rovná hodnotám uvedeným v zmiešaných úmrtnostných tabuľkách, bez ohľadu na pohlavie.

**Úmrt. tab. zvlášť podľa pohlavia** – hovorí o tom, že poisťovne nevypočítajú rentu podľa zmiešaných úmrtnostných tabuliek. Očakávaná dĺžka života bude rôzne pre pohlavia, ako to je aj v skutočnosti.

**Očakávaná hodnota budúcich dôchodkov** – je očakávaná hodnota budúcich dôchodkov, ktoré dôchodca bude dostávať. Je to vypočítaný s násobením budúceho dôchodku s pravdepodobnosťou dožitia daného veku.

Výpočet je založený na oceňovaní budúcich príjmov. Pri našich predpokladoch sme príjmy (dôchodky) nemuseli odúročiť, dôchodky boli konštantné a vyplácané na začiatku periódy ročne. Očakávanú hodnotu dôchodku v danom veku sme počítali iba cez pravdepodobnosť dožitia tohoto veku. Aj z takého jednoduchého modelu je jasne vidno že:

- Poisťovňa bude musieť vyplatiť viac peňazí, ako ľudia vložili
  - o Peniaze, ktoré muži a ženy spolu vložili do poisťovne sú:  
 $1\,500\,000 + 1\,000\,000 = 2\,500\,000$  Sk,  
a poisťovňa v priemere musí vyplatiť sumu:  
 $886\,500 + 1\,670\,200 = 2\,556\,700$  Sk.
- Muži od poisťovne dostanú späť menej peňazí, ako tam vložili:
  - o vložili 1 000 000 Sk, a očakávaná hodnota budúcich dôchodkov mužov je 886 500 Sk
- Ženy od poisťovne dostanú späť viac peňazí, ako tam vložili:
  - o vložili 1 500 000 Sk, a očakávaná hodnota budúcich dôchodkov ženám je 1 670 200 Sk

Táto situácia sa nezmení ani v inflačnom prostredí. Ak uvažujeme aj o výnosnosti kapitálu, tak cena renty zaplatená poisťovni môže vynášať výnosy, z ktorých poisťovňa by kryla svoje navýšené výdavky spôsobené optimálnym správaním žien a mužov. To by mohlo byť riešením, ale predpokladáme za viac pravdepodobnú zmenu v legislatíve, alebo, že poisťovne budú môcť obísť nejakou formou zákon a ponúknuť ženám a mužom iné renty.

## Matematický model dôchodkového zabezpečenia

Snažíme sa čo najlepšie odhadnúť budúce dôchodky, preto všetky výpočty, týkajúce sa budúcnosti, sú v reálnych peniazoch. Rast reálnej mzdy je ľahšie odhadnuteľný, ako rast nominálnej mzdy (kombinácia rastu reálnej mzdy a inflácie). Časový krok značí jeden rok, kým **příjmy, dôchodky, spotreba, aktíva, dlh a pod. sú akoby mesačné**. To sme urobili kvôli lepšej prehľadnosti – každý z nás vie lepšie odhadnúť mesačné príjmy a výdaje ako ročné, ale treba si pri tom dávať pozor, lebo dlh, resp. nasporené peniaze zas málokedy premietame na mesiace. Naša úloha je v tomto smere lineárna. Preto 1 Sk v modeli označená ako ročný dlh bude v reálnom svete znamenať 12 Sk dlhu. Akoby sme korunu revalvovali na 12-krát silnejšiu menu a počítali všade s takou menou.

### Úžitková funkcia

Úžitková funkcia  $u(x)$  má za úlohu pretransformovať vstup podľa nasledujúcich pravidiel:

1. každá pridaná jednotka vo vstupe zvyšuje hodnotu úžitkovej funkcie, to znamená, že úžitková funkcia musí byť rýdzo rastúca, teda  $u' > 0$ ;
2. každá nová pridaná jednotka vo vstupe zvyšuje hodnotu úžitkovej funkcie o menej, než predchádzajúca, to znamená, že úžitková funkcia musí byť konkávna, teda  $u'' < 0$ .

Známa trieda úžitkových funkcií je  $u(x) = \frac{x^{1-p} - 1}{1-p}$  kde  $p$  je kladný parameter. Pre  $p=1$  je úžitková funkcia logaritmus:  $u(x) = \ln(x)$ .

V širšom ponímaní má úžitková funkcia spĺňať podmienku  $\frac{u'''u'}{u''^2} = k \geq 0$ , kde  $k$  je ľubovoľná konštanta. Trieda týchto úžitkových funkcií sa volá Hyperbolicky absolútne riziko averzné (HARA). Pre úžitkovú funkciu  $u(x) = \frac{x^{1-p} - 1}{1-p}$  zlomok  $\frac{u'''u'}{u''^2}$  sa rovná

$$1 + \frac{1}{p} \geq 0.$$

Úžitková funkcia je funkcia, ktorá pretransformuje vstup, resp. vstupy nejakej veličiny na čísla bez mierky, nazývané ako výška úžitku. Ak je úloha dobre naformulovaná, rôzne úžitkové funkcie by mali dať rovnaké výsledky. Samozrejme nie číselné výsledky, ale

pomer alebo iné porovnávanie jednej užitočnosti k druhej. K tejto otázke sa ešte vrátíme pri riešení úlohy, v kapitole *Ostatné predpoklady modelu*.

## Účtovné obmedzenie

Každý človek – sporiteľ na dôchodok – musí dodržať účtovné obmedzenie. To spočíva v tom, že nemôže minúť viac než má, alebo koľko bude môcť pravdepodobne splatiť do konca života. Ľahko to naformulujeme takto:

$$\text{Aktíva zajtra} = \text{Aktíva dnes} - \text{Spotreba dnes} + \text{Príjmy dnes} + \text{Úroky}$$

s tým, že na začiatku a na konci života bude mať človek veľkosť aktív exogénne danú.

Výška úrokov sa vypočíta nasledovne:

Určí sa hodnota: Aktíva dnes – Spotreba dnes + Príjmy dnes, z ktorého sa počítajú úroky.

Ak vyššie uvedená hodnota je kladná, tak človek drží peniaze ktoré sa úročia. Preto úroky budú kladné. Ak je vyššie uvedená hodnota záporná, tak človek v danom okamihu žije na dlh, preto musí platiť úroky z požičaných peňazí, ktoré budú záporné.

V našom modeli pracujeme s účtovným obmedzením typu:

$$A_{t+1} = (A_t + Y_t - C_t - T_t) \times (1 + r_t)$$

kde

$A_t, A_{t+1}$	sú aktíva v čase t resp. t+1,
$Y_t$	je príjem v čase t,
$C_t$	je čistá spotreba v čase t, bez spotrebnej dane
$T_t$	je suma dane z príjmu, dane zo spotreby a odvody,
$r_1$	je priemerný úrok z aktív,
$r_2$	je priemerná úroková sadzba na pôžičky,
$i$	je 1, ak má sporiteľ na konci obdobia t úspory, je 2, ak má sporiteľ na konci obdobia t dlh.

Príjem v čase t je pre pracujúceho jeho zárobok v čase t. Ak človek už je dôchodca, tak príjem je jeho dôchodok v čase t.

Úročenie sa určí nasledovne:

- Ak je hodnota  $A_t + Y_t - C_t - T_t$  kladná, človek prenáša do nasledujúceho obdobia úspory a dostáva za ne úroky. Preto  $i = 1$ , a úspory  $A_t + Y_t - C_t - T_t$  sa úročia s úrokom  $r_i = r_1$ .
- Ak je hodnota  $A_t + Y_t - C_t - T_t$  záporná, človek prenáša do nasledujúceho obdobia dlh a musí z dlhu platiť úroky. Preto  $i = 2$ , a pôžička  $A_t + Y_t - C_t - T_t$  sa úročí s úrokom  $r_i = r_2$ .

## Celoživotný úžitok

Pri danom účtovnom obmedzení sa maximalizuje celoživotný úžitok zo spotreby. Celoživotný úžitok by mal vyhovieť podmienkam:

- má byť rastúcou funkciou úžitkov v budúcnosti, ktoré sú funkciou spotreby
- odloženie úžitku pre sporiteľa znamená zníženie celoživotného úžitku. Rovnaká veľkosť úžitku o  $t+1$  rokov má menšiu hodnotu dnes ako úžitok do  $t$  rokov. Preto treba úžitok diskontovať diskontnou sadzbou  $\beta$  na súčasnú hodnotu.
- v úžitku musí byť odzrkadlené, či daný úžitok sporiteľ môže využiť – teda či sa dožije daného veku. V našom prípade je to spravené s pravdepodobnosťou dožitia daného veku.

Týmto podmienkam vyhovuje celoživotný úžitok, ktorý je maximalizáciou účelovej funkcie:

$$\max_{C_t} \sum_{t=t_0}^{\infty} \beta^{t-t_0} u(C_t) \pi\left(t + \frac{1}{2} | t_0\right)$$

kde

$\beta$	je diskontný faktor,
$C_t$	je čistá spotreba v čase $t$ , bez spotrebnej dane
$u$	je úžitková funkcia,
$\pi(t \tau)$	je pravdepodobnosť $\tau$ ročného človeka dožiť sa veku $t$ alebo viac,
$t_0$	je čas „teraz“, čas začiatku optimalizácie.

## Príjem

Na výpočet dôchodku musíme odhadnúť pravdepodobný vývoj budúcich príjmov, kým človek pracuje, teda má menej rokov než dôchodkový vek. Výpočet dôchodku určíme v nasledujúcej kapitole.

**Príjmy jednotlivca v minulosti** sú počítané deterministicky. Dajú sa určiť nasledovne: Predpokladáme, že  $t$  ročný človek reálne zarábala rovnako ako dnes zarába  $t$  ročný človek s prepočtom jeho príjmu na súčasnú hodnotu pomocou indexu reálnych miezd. Vo vzorci to vyzerá nasledovne:

$$Y(t) = P(t) \times R_t$$

kde

$P(t)$  je príjem  $t$  ročného jednotlivca v súčasnosti,

$R_t$  je index reálnych miezd v roku  $t$  k súčasnému bázovému roku.

Predpokladaný **budúci vývoj príjmu** jednotlivca je počítaný stochastickým a deterministickým spôsobom. Z tabuliek príjmu podľa veku a vzdelania sa určí príjem jednotlivca v danom veku. Potom sa v každom nasledujúcom roku pripočíta k doterajšej mzde rast mzdy medzi vekovou skupinou s daným vzdelaním a vekom jednotlivca. Nakoniec sa takto určená suma úročí s rastom reálnych miezd a dostaneme sa k mzde v nasledujúcom roku. Samozrejme, ak sa človek medzitým stane dôchodcom, tento výpočet sa nahradí dôchodkom.

V modeloch sme tento výpočet modifikovali s možnosťou **stochastického náhodného vývoja mzdy**. Predošlým spôsobom vypočítaná mzda sa modifikuje pripočítaním náhodnej premennej rastu/poklesu miezd, ktorá je úmerná so mzdou. Presnejšie to je:

$$Y(t) = (Y(t-1) + P(t) - P(t-1)) \times (1 + r_t) + \xi \times i \times (Y(t-1) + P(t) - P(t-1)) =$$

$$Y(t) = (Y(t-1) + P(t) - P(t-1)) \times (1 + r_t + \xi \times i)$$

kde

- $Y(t)$  je príjem jednotlivca v čase  $t$  prepočítaný na reálne peniaze,  
 $P(t)$  je príjem  $t$  ročného jednotlivca teraz,  
 $r_t$  je rast reálnych miezd v čase  $t$ ,  
 $\xi$  je náhodná veličina s hodnotami  $-1$ ,  $0$  a  $1$  s rovnakými pravdepodobnosťami,  
 $i$  je exogénna premenná, označuje citlivosť príjmu jednotlivca na šoky.

### Daň a nezdaniteľné minimum

Daň ( $T$ ) sa v modeloch vyskytuje ako aditívna časť, ale v skutočnosti to nie je presne tak. Z príjmu sa odrátajú odvody (13 % z hrubej mzdy) a zo sumy, ktorá zostane nad nezdaniteľnou čiastkou sa odráta 19 % daň. Ďalšia daň, s ktorou uvažujeme v modeli je spotrebná daň, ktorá je 19 % zo spotreby.

Nezdaniteľná časť príjmu v roku 2004 bola 80 500 Sk ročne, 6 710Sk mesačne. Táto čiastka sa v modeli každý rok zvyšuje s rastom reálnej mzdy, aby pomer medzi priemerným platom a nezdaniteľným minimom bol konštantou.

V matematickom prepise to vyzerá nasledovne:

$$NM_t = NM_{t_0} \times (1 + r)^{t-t_0}$$

kde

- $NM_t$  je nezdaniteľné minimum v čase  $t$   
 $NM_{t_0}$  je nezdaniteľné minimum na začiatku, je to 6 710 Sk v roku 2004  
 $r$  je rast nezdaniteľného minima, je rovné rastu reálnej mzdy

Preto sa v účtovnom obmedzení daň ( $T_t$ ) určí nasledovne:

Pred dôchodkovým vekom:  $T_t = \frac{19\%}{81\%} C_t + Y_t \times 13\% + \max(Y_t \times 87\% - NM_t, 0) \times 19\%$

V dôchodkovom veku:  $T_t = \frac{19\%}{81\%} C_t$

## Daňová úľava z tretieho piliera dôchodkového zabezpečenia

V rámci III. piliera dôchodkového zabezpečenia je možnosť sporiť v doplnkovej dôchodkovej poisťovni (DDP). Táto možnosť povoľuje odrátať ročne maximálne 12 tisíc Sk zo základu dane z vložených peňazí do DDP, ako sporenie v III. pilieri dôchodkového zabezpečenia.

Nie je dostatočne odôvodnené, či sa oplatí vstúpiť do III. piliera. Môžeme iba povedať, že sporenie prináša mesačne maximálne 200 Sk úsporu, ktorú si človek môže vybrať najskôr po 10 rokoch a po dovŕšení veku 55 rokov života. Pravdepodobne toto nebude veľkou motivačnou silou na vstup do III. piliera. Napriek viazanostiam (uvedeným tu a v kapitole **Dôchodková reforma** opisujúca III. pilier) v tomto pilieri, my si v modeli uplatníme nárok na tento spôsob sporenia na dôchodok. Má extra výnosy (je to odpustená daň z príjmu do 12 tisíc Sk ročne to je 2300 Sk/rok), ale aj väčšie poplatky ako majú DSS.

V našej modeli uvažujeme s využitím tejto možnosti. A to spôsobom najvyššieho ročného nezdaniateľného minima o 12 tisíc Sk. Túto čiastku budeme v modeli postupne s rastom reálnej mzdy zväčšovať spolu s nezdaniateľným minimom. Čiastka nezdaniateľného minimum sa v modeli každý rok zvyšuje s rastom reálnej mzdy, aby pomer medzi priemerným platom a predmetom daňovej úľavy (v modeli je to jeho dvanástina, čiže 1000 Sk) bola konštantou.

Musíme pripomenúť, že úspory vložené do výšky možnosti využitia daňovej úľavy nemajú výrazný vplyv na naše výsledky.

V matematickom prepise táto časť nášho modelu vyzerá nasledovne:

$$PDU_t = PDU_{t_0} \times (1 + r)^{t-t_0}$$

kde

$PDU_t$	je predmet daňovej úľavy v čase $t$
$PDU_{t_0}$	je predmet daňovej úľavy na začiatku, čiže 1000 Sk
$r$	je rast predmetu daňovej úľavy, je rovný rastu reálnej mzdy

## Pravdepodobnosť úmrtia

Pravdepodobnosti úmrtia sú výpočty Štatistického úradu Slovenskej republiky. Sú to úmrtnostné tabuľky pre ženy aj mužov na ročnej báze. Z týchto údajov sa ľahko vypočíta pravdepodobnosť dožitia veku  $t$ , ak človek má  $\tau$  rokov teraz:  $\pi(t | \tau)$ .



$$\pi(t | \tau) = \frac{l(\tau)}{l(t)}$$

kde  $l(T)$  je počet žijúcich vo veku  $T$ , získaný od ŠÚ SR.

## Výpočet dôchodkov

Vypočítame dva typy dôchodkov.

Prvý je, ak sporiteľ nevstúpi do novo vytvoreného piliera a na svoj budúci dôchodok bude sporiť výlučne v reformovanom priebežnom systéme, v I. pilieri, prostredníctvom Sociálnej poisťovne.

Druhý typ dôchodku je, ktorý sporiteľ dostane v dôchodkovom veku, ak vstúpi do novo vytvoreného II. piliera. Nikto nemôže prestúpiť do II. piliera, iba vstúpiť. Polovica odvodov naďalej zostáva v Sociálnej poisťovni v I. pilieri a iba druhá polovica sa prevedie do II. piliera dôchodkového zabezpečenia na dôchodkový účet v DSS. Takto bude budúci dôchodca dostávať dva typy dôchodkov. Jeden zo Sociálnej poisťovne, druhý z II. piliera dôchodkového zabezpečenia prostredníctvom niektorej poisťovne, u ktorej si dôchodca kúpi doživotnú rentu zo sumy nasporenej v dôchodkovom fonde prostredníctvom DSS.

Dôležité ohraničenie je, že žiaden dôchodok sa nemôže vyplácať za kratšiu dobu aktívneho sporenia, ako 10 rokov a celkový dôchodok nemôže byť nižší než 1,2 násobok životného minima.

## Dôchodok z I. piliera

Najprv vyrátame hodnoty dôchodku, ktorý sa vyplatí v prvom výplatnom termíne po odchode do dôchodku. Vývoj dôchodku v ďalších mesiacoch určíme neskôr. Dôchodok vyrátame zo vzorca:

$$POMB \cdot R \cdot ADH$$

Kde

<i>POMB</i>	je priemerný osobný mzdový bod,
<i>R</i>	je obdobie poistenia v Sociálnej poisťovni v rokoch – pre väčšinu ľudí to je to doba, koľko rokov pracovali,
<i>ADH</i>	je aktuálna dôchodková hodnota.

Priemerný osobný mzdový bod sa vypočíta z ročných osobných mzdových bodov ako aritmetický priemer. Vyjadruje index, ktorý ukazuje, koľko zarábal človek oproti

priemernému zárobku v celom hospodárstve SR, je to teda pomer jeho hrubého ročného zárobku voči priemernému zárobku v hospodárstve SR.

ADH je daná v zákone 183,58 pre rok 2004. Táto hodnota sa zvyšuje každý rok približne s rastom nominálnej mzdy.

Takto vypočítaný dôchodok sa zvyšuje, resp. znižuje o 0,5% za každých 30 dní, ktoré budúci dôchodca odpracuje navyše, resp. odíde skôr do dôchodku. To sa akumuluje a za každý rok odpracovaný navyše, vychádza najvyššie dôchodku na úrovni 6%.

Uznaný dôchodok sa každý rok valorizuje polovicou inflácie a polovicou rastu nominálnych miezd. Inak povedané o rast inflácie a o polovicu rastu reálnych miezd. Táto indexácia sa nazýva Švajčiarska indexácia. Dá sa očakávať, že tento spôsob indexácie bude zmenený na systém indexovania iba o infláciu.

### **Dôchodok z kombinovaného piliera**

Dôchodok z II. piliera nie je celý dôchodok. Každý, kto dostáva z druhého piliera dôchodok, dostáva dôchodok aj z prvého piliera, ale nižšiu sumu, ako bolo určené v predchádzajúcej časti.

Z prvého piliera dôchodca dostáva dôchodok, ako bolo určené v predchádzajúcej časti, znížený o primeranú časť odvodov, ktoré už do Sociálnej poisťovne neodvádzal.

To znamená, že dôchodok z I. piliera v tomto prípade je:

$$POMB \cdot R \cdot ADH - \frac{1}{2} POMB \cdot M \cdot ADH = POMB \cdot ADH \cdot \left(R - \frac{M}{2}\right)$$

Kde

$M$  je počet rokov dôchodkového poistenia v I. pilieri po vstupe do II. piliera.

Ostatné premenné sú ako v predchádzajúcej časti.

( $R$  je celkový počet rokov dôchodkového poistenia v I. pilieri, t.j. pred aj po vstupe do II. piliera)

Dôchodok z II. piliera sa počíta oveľa ťažšie. Najprv sa vypočíta suma, ktorú si sporiteľ naakumuluje. Mesačne pôjdu odvody vo výške 18% mesačného hrubého platu do Sociálnej poisťovne. Polovica z týchto odvodov putuje ďalej zo Sociálnej poisťovne do dôchodkového fondu sporiteľom vybranej DSS. Za tieto odvody Sociálna poisťovňa účtuje 0,5% administratívny poplatok z prevedenej sumy, ďalej DSS účtuje maximálne 1% administratívny poplatok za prijatú platbu a 0,07% správcovský poplatok za správu fondov z celej naakumulovanej hodnoty mesačne. Ročne približne 0,84%.

Takto sa prevedú peniaze do fondu, kde sa investujú na peňažnom, dlhopisovom a na akciovom trhu. Na dôchodku si dôchodca prevedie časť naakumulovaných peňazí do niektorej poisťovne. Tá za tieto peniaze predá dôchodcovi doživotnú rentu, ktorá bude slúžiť ako dôchodok.

Odvody a ich poplatky sa ľahko dajú vypočítať, aj mesačný správcovský poplatok 0,07% je ľahko odpočítateľný.

Problémom je určiť výnosnosť jednotlivých fondov:

- konzervatívneho,
- vyváženého,
- rastového.

Z historických dát vieme odhadnúť výnosnosť a disperziu jednotlivých finančných produktov.

Portfólio	Priemerný nominálny ročný výnos	Priemerný reálny ročný výnos	Štandardná odchýlka	Disperzia
Štátne pokladničné poukážky	3,6 %	0,5 %	3,3 %	10,9 %
Štátne dlhopisy	4,7 %	1,7 %	8,5 %	72,3 %
Firemné dlhopisy	5,3 %	2,4 %	8,4 %	70,6 %
Akcie	12,1%	8,8 %	20,9 %	436,8 %

#### Tabuľka č. 4; Výnosy finančných aktív

Dáta tejto tabuľky čerpané z literatúry [ a ] kapitola 7.1

Môžeme očakávať, že výnosnosť konzervatívneho fondu bude podobná výnosnosti štátnych pokladničných poukážok. Výnosnosť vyváženého fondu by mala byť medzi výnosnosťou, akú majú štátne a firemné dlhopisy a akcie. Výnosnosť rastového fondu by mala byť podobná vyváženej, ale viac vychýlená k akciám.

Náš odhad na očakávané reálne výnosnosti fondov je:

1. 0,5 % konzervatívneho fondu,
2. 2 % vyváženého fondu,
3. 6,5% rastového fondu.

Uvažovali sme aj o náhodnom vývoji výnosnosti teda s neistotou, pomocou výkyvu tejto výnosnosti. K výnosu sme pripočítali biely šum s disperziou zodpovedajúcou fondu. V nasledujúcej tabuľke znázorníme naše odhadované disperzie a štandardné odchýlky výnosností:

	Konzervatívny fond	Vyvážený fond	Rastový fond
Disperzia	10,9 %	70 %	250 %
Štandardná odchýlka	3,3 %	8,36 %	15,8 %

Tabuľka č. 5; Výnosy a disperzia dôchodkových fondov

### Pozostalostné dôchodky

V zákone je stanovené, že pozostalí dostávajú dôchodky po zomretej osobe podľa pravidiel:

- Pre vdovu resp. vdovca počas jedného roka po úmrtí sa vypláca vdovský resp. vdovecký dôchodok,
  - o ak vdova resp. vdovec dovŕšil dôchodkový vek, tak vdovský resp. vdovecký dôchodok bude môcť poberať až do konca života,
  - o ak vdova resp. vdovec má nezaopatrené dieťa alebo ak je minimálne 70% invalidný/á môže poberať ďalej vdovský resp. vdovecký dôchodok,
  - o vdovský alebo vdovecký dôchodok je 60% dôchodku zosnulého,
  - o nárok na vdovský resp. vdovecký dôchodok sa neobnovuje po jeho zániku
- Pre siroty sirotsky dôchodok,
  - o sirotsky dôchodok je 30% dôchodku zosnulého.

Viac o pozostalostných dôchodkoch a ich modelovaní sú v kapitole **Výpočet renty**.

Vždy počítame očakávané dôchodky, teda ak jednotliviec (predpokladajme žena) je vydatá, tak v jeho dôchodku zohľadníme aj pozostalostné dôchodky. V každom roku pripočítame k jej dôchodku 60% dôchodku muža, vynásobeným s pravdepodobnosťou, že muž umrie v danom roku pred vyplatením jeho dôchodku, alebo už umrel.

Aby sme čo najviac vystihli rovnomerné rozloženie úmrtí počas roka, budeme predpokladať, že dôchodca dostáva dôchodok raz ročne v jednej sume, a to v čase, ak má presne pol roka do dovŕšenia ďalšieho celočíselného veku.

Z našich predpokladov sú dôchodky párov rovnaké, teda matematicky to môžem ľahko naformulovať takto:

$$E[d_{sex}(t)] = d_{sex}(t) + 0,6 \times d_{osex}(t) \times \prod_{\tau=t_D}^t \left( 1 - \pi \left( \tau + \frac{1}{2} \mid t_D \right) \right)$$

$$E[d_{sex}(t)] = d_{sex}(t) + 0,6 \times d_{sex}(t) \times \prod_{\tau=t_D}^t \left( 1 - \pi \left( \tau + \frac{1}{2} \mid t_D \right) \right)$$

Kde

- $\pi(t | \tau)$  je pravdepodobnosť  $\tau$  ročného človeka dožiť sa veku  $t$  alebo viac
- $d(t)$  je dôchodok v čase  $t$
- $t_D$  je zákonom stanovený dôchodkový vek
- $E[x]$  je očakávaná hodnota  $x$

Index  $sex$  označuje, či dôchodca je muž alebo žena. Zavedme aj index  $Osex$ , ktorý je práve opak indexu  $sex$ . Teda  $sex$  a  $Osex$  je jeden manželský pár.

### **Valorizácia dôchodkov**

Podľa zákona, by dôchodky mali byť valorizované Švajčiarskym systémom. To je každoročne zvýšiť o polovicu inflácie a o polovicu rastu nominálnych miezd v hospodárstve SR. To je to isté akoby zvyšovali o infláciu a o polovicu rastu reálnych miezd. Ako ukážeme v krátkom a veľmi zjednodušenom modeli, pravdepodobne na Slovensku nebude možné túto valorizáciu dodržať dlhodobo, táto indexácia bude musieť byť zrušená.

Od Slovenskej štatistickej a demografickej spoločnosti (Výskumné demografické centrum) sme dostali predpokladaný vývoj počtu populácie podľa veku na nasledujúcich 45 rokov. V našom modeli počítame iba s ľuďmi od 20, preto predpoveď 20 rokov dopredu môžeme predpokladať za dôveryhodnú.

Rozdeľme populáciu na 3 časti:

20 rokov a mladší	nepracujúci,
Od 20 do 64 rokov	mladí, ľudia v ekonomicky aktívnom veku. Platia odvody do I. piliera ktoré peniaze sa použijú na dôchodky starých,
Nad 65 rokov a starší	starí, dostávajú dôchodok z I. piliera.

Počet mladých v čase  $t$  nech je  $M(t)$ , počet starých v čase  $t$  nech je  $S(t)$ . Rast počtu populácie mladých v čase  $t$  (oproti času  $t-1$ ) označme  $m(t)$ , rast počtu populácie starých v čase  $t$  (oproti času  $t-1$ ) označme  $s(t)$ .

Nech odvody sa odvádzajú v sume  $\tau$  násobku hrubej mzdy. Priemernú mzdu v čase  $t$  označme ako  $pm(t)$ , priemerný dôchodok v čase  $t$  označme  $d(t)$ . Infláciu v čase  $t$  označme ako  $i(t)$ , rast reálnej mzdy ako  $r(t)$ .

Potom vývoj počtu mladých a starých je:

$$M(t+1) = M(t) \times (1 + m(t))$$

$$S(t+1) = S(t) \times (1 + s(t))$$

Vývoj priemernej mzdy a dôchodku je:

Priemerná mzda:

$$pm(t+1) = pm(t) \times (1 + i(t) + r(t))$$

Dôchodok pri inflačnom navyšovaní:

$$D(t+1) = D(t) \times (1 + i(t))$$

Dôchodok pri švajčiarskej indexácii:

$$D(t+1) = D(t) \times (1 + i(t) + \frac{1}{2}r(t))$$

Indexáciu dôchodku (v čase  $t$ ) budeme značiť iba ako  $(1 + d(t))$ .

V čase  $t = 0$  nech systém je v rovnováhe, to znamená, že celkové odvody sa rovnajú celkovej sume dôchodkov:

$$M(0) \times pm(0) \times \tau = S(0) \times D(0)$$

V čase  $T > 0$ :

$$M(T) \times pm(T) \times \tau = S(T) \times D(T)$$

Po dosadení dostaneme rovnosť:

$$M(0) \times pm(0) \times \tau \times \prod_{t=0}^T (1 + m(t)) \times (1 + i(t) + r(t)) = S(0) \times D(0) \times \prod_{t=0}^T (1 + s(t)) \times (1 + d(t))$$

Z rovnováhy v čase  $t = 0$  vyplýva vzťah:

$$\prod_{t=0}^T (1 + m(t)) \times (1 + i(t) + r(t)) = \prod_{t=0}^T (1 + s(t)) \times (1 + d(t))$$

Po úprave dostaneme vzťah:

$$\prod_{t=0}^T \frac{1 + i(t) + r(t)}{1 + d(t)} = \prod_{t=0}^T \frac{1 + s(t)}{1 + m(t)}$$

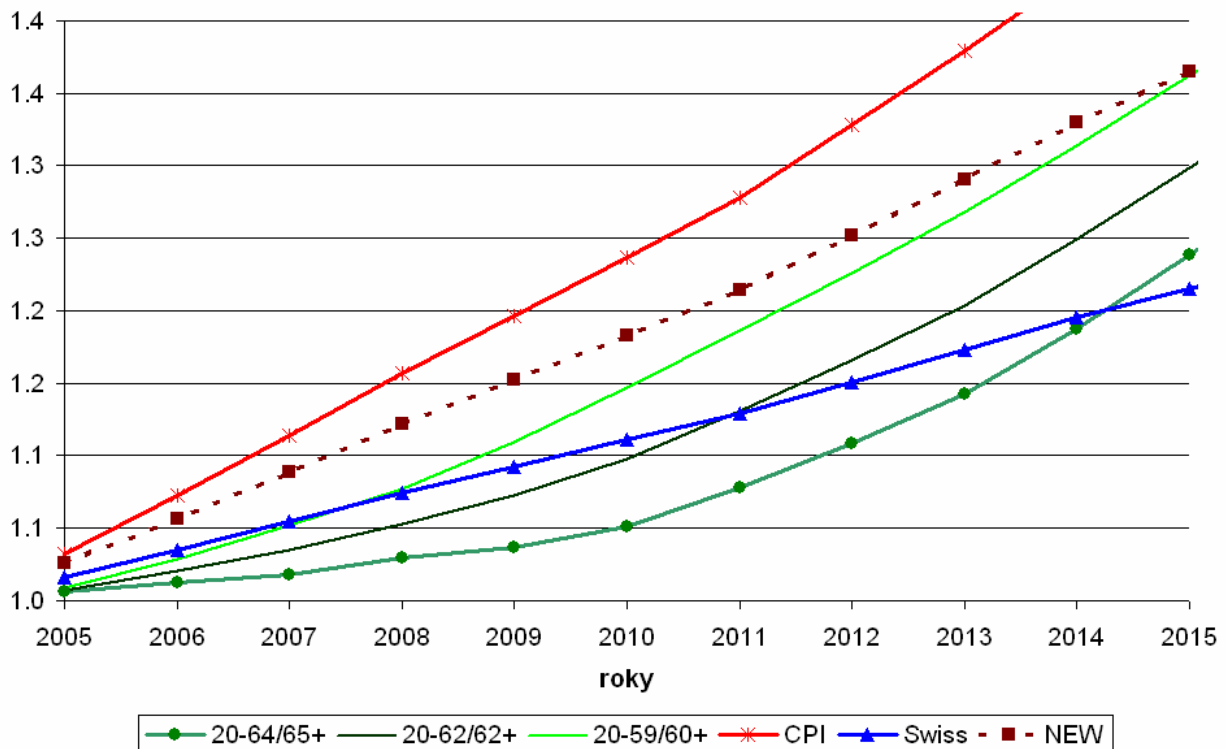
Ak v tomto vzorci nastáva rovnosť pre dané  $t$ , tak systém je v rovnováhe v čase  $t$ . Ak ľavá strana je menšia ako pravá, to znamená, že z odvodov sa nazbiera menej peňazí, než je potrebné na vyplatenie dôchodkov.

Pravú stranu rovnice sa dá vypočítať z predikovanej štruktúry obyvateľstva, ľavú stranu rovnice sme počítali z dát uvedených v kapitole **Inflácia, reálny rast miezd**.

Ako funkciu znázorníme ľavú aj pravú stranu rovnice na grafe. Je tu znázornených 6 čiar:

pravá strana rovnice	Čiara <b>20-64/65+</b> je	mladí sú definovaní od 20 do 64 rokov, starí ako 65 a viac
	Čiara <b>20-62/62+</b> je	mladí sú definovaní od 20 do 62 rokov, starí ako 62 a viac
	Čiara <b>20-59/60+</b> je	mladí sú definovaní od 20 do 59 rokov, starí ako 60 a viac
ľavá strana rovnice	Čiara <b>CPI</b> je	dôchodok sa valorizuje o infláciu
	Čiara <b>SWISS</b> je	dôchodok sa valorizuje švajčiarskou valorizáciou.
	Čiara <b>NEW</b>	vysvetlíme nižšie.

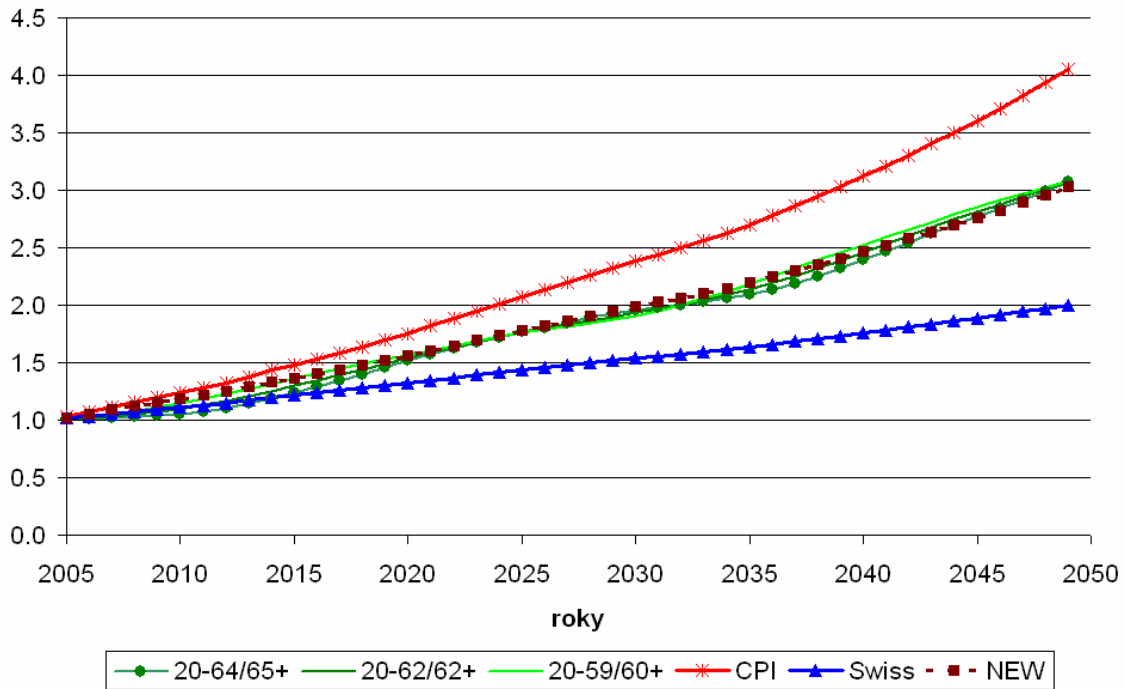
**Tabuľka č. 6; Popis grafov Graf č. 3; Dopad valorizácií 2005-2015 a Graf č. 4; Dopad valorizácií 2005-2050**



**Graf č. 3; Dopad valorizácií 2005-2015**

Z grafu vidíme že krátkodobo maximálne 10 rokov by mohla fungovať švajčiarska indexácia dôchodkov.

Z ďalšieho grafu je vidieť, že z dlhodobého hľadiska švajčiarska indexácia nemôže byť udržateľná.



Graf č. 4; Dopad valorizácií 2005-2050

Z tohto grafu už je dobre vidieť, čo značí hnedá bodkovaná čiara **NEW**. Ukazuje to najväčšiu indexáciu, ktorú by sa na Slovensku dlhodobo dalo udržať. Je to pri indexácií o infláciu a o pätinu rastu reálnych miezd:

$$d(t) = i(t) + \frac{1}{5}r(t)$$

Hodnotu 0,205 sme vypočítali s metódou najmenších štvorcov (NLS).

Z grafu vidíme aj to, že čiary CPI a SWISS sa stále navzájom vzdďaľujú, a vzdďaľujú sa aj od ostatných čiar, ktoré sú medzi nimi. To znamená, že dôchodkový systém by nemohol byť udržateľný ani v prípade, ak sa počiatočná rovnováha určená so vzorcom  $M(0) \times pm(0) \times \tau = S(0) \times D(0)$  nenastala v roku 2005 ale neskôr.

Spravili sme výpočty aj pre priemerné hodnoty  $s(t)$ ,  $m(t)$ ,  $i(t)$  a  $r(t)$ . Táto analýza dáva podobné výsledky, uvádzame ju v tabuľke podľa predošlých značení. V tabuľke „OK“ znamená, že daná kombinácia je udržateľná dlhodobo, „NO“ znamená, že daná kombinácia sa nedá udržať dlhodobo.

	CPI	Swiss	NEW
20-64/65+	OK	NO	OK
20-62/62+	OK	NO	OK
20-59/60+	OK	NO	OK

Tabuľka č. 7; Dopadu valorizácií dôchodkov



## **Výpočet renty**

Ak máme vypočítanú nasporenú sumu dôchodcu v dôchodkovom fonde pred odchodom do dôchodku, je potrebné určiť splátku renty, ktorá sa za tieto peniaze musí kúpiť.

V tejto práci uvažujem s dve možnosti:

- za všetky nasporené peniaze na dôchodkovom účte si dôchodca kúpi doživotnú rentu,
- dôchodca využije možnosť danú zákonom a prevedie iba časť peňazí do poisťovne, za ktoré kúpi rentu zodpovedajúcu minimálnym dôchodkom. Zvyšok peňazí si vyberie s termínovaným výberom. Zákom daná minimálna dĺžka termínovaného výberu je jeden mesiac, teda si ich môže vybrať aj naraz.

Ak chce dôchodca využiť možnosť termínovaného výberu z dôchodkového fondu, tak si najprv musí previesť časť peňazí do niektorej poisťovne a potom kúpiť za ne zákonom určenú minimálnu doživotnú rentu, teda so splátkou minimálne vo výške 1,2 násobku životného minima.

Prvú možnosť sa oplatí využiť ľuďom, ktorí očakávajú dĺžku života dlhšiu ako je priemerný vek v SR, hlavne ženám.

Druhú zas hlavne mužom, a tým, ktorí sú chorí, alebo sa pravdepodobne nedožijú priemerného veku v SR.

Pre mužov je výhodnejšie vybrať si čiastku v hotovosti, lebo oni aj tak dostanú menej, ako by podľa pravdepodobnosti úmrtia bolo spravodlivé kvôli zákazu diskriminácie. Pre ženy zas naopak, viac sa oplatí kúpiť za všetky nasporené peniaze doživotnú rentu.

## **Oceňovanie doživotnej renty**

### **Výpočet renty pre slobodných**

Predpokladajme, že budúci dôchodca je slobodný a práve chce kúpiť rentu. Pre poisťovňu je rozdiel, ak by nebol slobodný, lebo podľa zákona poisťovňa je povinná vyplácať aj pozostalostné dôchodky podľa vyššie uvedených podmienok.

Ak poistenec je slobodný, tak vdovecký a vdovský dôchodok poisťovňa nebude musieť vyplácať. Sirotský by mohla, ale v našom modeli sirotský dôchodok zanedbáme s tým, že poisťovňa ho bude platiť na úkor svojej marže. Predpokladáme, že sirotské dôchodky nebudú tvoriť vysoko nákladovú položku. Viac o tom napíšeme na konci tejto kapitoly.

Zákon dáva vzorec na výpočet ceny dožitovej renty, ktorú poisťovňa musí ponúknuť dôchodcovi. Tento výpočet však nemusí odzrkadľovať realitu, dáva maximálnu dovolenú cenu renty. Pritom vzorce na výpočet renty ešte nie sú konečné, stále sa na nich pracuje. Preto použijeme matematickú teóriu oceňovania dožitovej renty, ktorú považujeme za oveľa vierohodnejšiu. Predpokladajme, že dôchodca si chce kúpiť rentu za svoje nasporené peniaze vo svojom DSS vo výške  $P$  Sk a poisťovňa má nulový očakávaný zisk z predaja renty.

Uvažujme dve možnosti:

- A. renta bude mať rovnaké nominálne splátky, nebude valorizovaná,
- B. renta bude mať splátky v rovnakej reálnej hodnote, teda splátka bude valorizovaná každý rok o infláciu.

V prípade A použijeme vzorec:

$$d = \frac{P \times \left(1 + \frac{i(t_D)}{2}\right)}{\sum_{h=1}^{\infty} \left[ \frac{\pi\left(t_D + h + \frac{1}{2} \mid t_D\right)}{\prod_{\tau=t_D+1}^{t_D+h} (1+i(\tau))} \right] + \pi\left(t_D + \frac{1}{2} \mid t_D\right)}$$

Vzorec A

V prípade B použijeme vzorec :

$$d_{t_D} = \frac{P \times \left(1 + \frac{i(t_D)}{2}\right)}{\sum_{h=1}^{\infty} \left[ \pi\left(t_D + h + \frac{1}{2} \mid t_D\right) \right] + \pi\left(t_D + \frac{1}{2} \mid t_D\right)}$$

Vzorec B

Kde

- $\pi(t \mid \tau)^*$  je pravdepodobnosť  $\tau$  ročného človeka dožiť sa veku  $t$  alebo viac
- $d_t$  je dôchodok v čase  $t$
- $t_D$  je zákonom stanovený dôchodkový vek
- $j(t)$  je technická úroková miera\*\* v roku  $t$
- $i(t)$  je inflácia v roku  $t$

Hore uvedené vzorce A a B sa odvodnia nasledovne:

\* Funkcia  $\pi(t \mid \tau)$  je rýdzo klesajúca pri zafixovanom parametri  $\tau$ , a je vždy  $\leq$  ako 1.

\*\* Technická úroková miera predstavuje takú mieru zhodnotenia finančných prostriedkov, pri ktorej sa hodnota budúcich záväzkov vyplývajúcych z poistenia vypočítaná poisťom a tematickými metódami rovná hodnote budúceho poisťného.

V každom roku po dôchodkovom veku dostáva dôchodca dôchodok v hodnote:

$$d_{t_D}, d_{t_D+1}, d_{t_D+2}, \dots, d_{t_D+h}, \dots$$

Aby sme čo najviac vystihli rovnomerné rozloženie úmrtí počas roka, budeme predpokladať, že dôchodca dostáva dôchodok raz ročne v jednej sume, a to v čase, ak má presne pol roka do dovŕšenia ďalšieho celočíselného veku.

Pravdepodobnosť, že dôchodca dostane danú sumu je pravdepodobnosť dožitia daného veku (výplaty dôchodku v danom roku) alebo viac:

$$d_{t_D} \times \pi\left(t_D + \frac{1}{2} | t_D\right), d_{t_D+1} \times \pi\left(t_D + 1 + \frac{1}{2} | t_D\right), d_{t_D+2} \times \pi\left(t_D + 2 + \frac{1}{2} | t_D\right), \dots, d_{t_D+h} \times \pi\left(t_D + h + \frac{1}{2} | t_D\right) \dots$$

Prepočet danej sumy na súčasnú hodnotu – diskontovanie s technickou úrokovou mierou:

$$\frac{d_{t_D} \times \pi\left(t_D + \frac{1}{2} | t_D\right)}{1}, \frac{d_{t_D+1} \times \pi\left(t_D + 1 + \frac{1}{2} | t_D\right)}{(1 + j(t_D))}, \frac{d_{t_D+2} \times \pi\left(t_D + 2 + \frac{1}{2} | t_D\right)}{\prod_{\tau=t_D}^{t_D+1} (1 + j(\tau))} \dots$$

$$\frac{d_{t_D+h} \times \pi\left(t_D + h + \frac{1}{2} | t_D\right)}{\prod_{\tau=t_D}^{t_D+h-1} (1 + j(\tau))} \dots$$

Súčet tohto radu by mal byť rovný sume peňazí potrebných na kúpu tejto renty v čase  $\frac{1}{2}$  roka po dovŕšení dôchodkového veku. Preto celé množstvo vynaložených peňazí na kúpu renty sa má odúročiť s polročnou úrokovou mierou. Takto sme sa dostali k vzorcu:

$$\sum_{h=1}^{\infty} \left[ d_{t_D+h} \times \frac{\pi\left(t_D + h + \frac{1}{2} | t_D\right)}{\prod_{\tau=t_D}^{t_D+h-1} (1 + j(\tau))} \right] + d_{t_D} \times \pi\left(t_D + \frac{1}{2} | t_D\right) = P \times \left(1 + \frac{j(t_D)}{2}\right)$$

Pri vzorci A vieme, že hodnoty  $d_{t_D+h}$  sú rovnaké, označme ich ako  $d$ . Po vyňatí  $d$  zo všetkých členov v súčte dostaneme:

$$d \times \left\{ \sum_{h=1}^{\infty} \left[ \frac{\pi \left( t_D + h + \frac{1}{2} \mid t_D \right)}{\prod_{\tau=t_D}^{t_D+h-1} (1+j(\tau))} \right] + \pi \left( t_D + \frac{1}{2} \mid t_D \right) \right\} = P \times \left( 1 + \frac{j(t_D)}{2} \right)$$

z čoho už vyplýva vzorec A.

Vzorec B sa dá odvodiť tak, že namiesto  $d_{t_D+h}$  dosadíme hodnoty navýšené o infláciu. Kvôli zjednodušeniu sme dôchodok zvyšovali o infláciu nie o technickú diskontnú sadzbu. Na konci tejto kapitoly náš krok odôvodníme.

$$d_{t_D+h} = d_{t_D} \times \prod_{\tau=t_D+1}^{t_D+h} (1+i(\tau)).$$

Po dosadení a po zjednodušení dostaneme rovnicu:

$$d_{t_D} \times \left\{ \sum_{h=1}^{\infty} \left[ \pi \left( t_D + h + \frac{1}{2} \mid t_D \right) \right] + \pi \left( t_D + \frac{1}{2} \mid t_D \right) \right\} = P \times \left( 1 + \frac{i(t_D)}{2} \right)$$

z ktorej už priamo vyplýva vzorec B.

### **Výpočet renty pre ženatých a vydaté**

Ak dôchodca, ktorý chce kúpiť doživotnú rentu v poisťovni, je ženatý resp. vydatá, tak poisťovňa musí uvažovať aj o svojej povinnosti vyplácať doživotný vdovský resp. vdovecký dôchodok v sume 60% dôchodku dôchodcu, ktorý kupuje rentu. Predpokladajme, že manžel a manželka sú rovnako starí. Z toho vyplýva, že ak manžel alebo manželka zomrie, tak vdova resp. vdovec určite bude dostávať pozostalostný dôchodok. Poisťovňa samozrejme svoj model môže ľubovoľne zmeniť na aktuálny stav manželského páru. Takúto analýzu v tejto práci sme nerobili. My sme použili aproximáciu, že pár je vekovo rovnakí.

Vychádzajme zo vzorca, ktorý sme dostali pre slobodných:

$$\sum_{h=1}^{\infty} \left[ d_{t_D+h} \times \frac{\pi_{sex} \left( t_D + h + \frac{1}{2} \mid t_D \right)}{\prod_{\tau=t_D}^{t_D+h-1} (1+i(\tau))} \right] + d_{t_D} \times \pi \left( t_D + \frac{1}{2} \mid t_D \right) = P \times \left( 1 + \frac{i(t_D)}{2} \right)$$

Index  $sex$  označuje, či dôchodca je muž alebo žena. Zavedme aj index  $Osex$ , ktorý je práve opak indexu  $sex$ . Teda  $sex$  a  $Osex$  je jeden manželský pár.

Uvedený vzorec musíme modifikovať v zmysle, že dôchodca môže dostávať aj pozostalostné dôchodky. A to práve vtedy, keď stal vdovcom resp. vdovou, teda ak on resp. ona žije a manželka resp. manžel už zomrel. Potom sa nám vzorec mierne zmení s pripočítaním pozostalostných dôchodkov vynásobenými s pravdepodobnosťou jeho výplaty. Takto sme dostali vzorec:

$$\sum_{h=1}^{\infty} \left[ \frac{d_{t_D+h} \times \left[ \pi_{sex} \left( t_D + h + \frac{1}{2} \mid t_D \right) + 0,6 \times \left( 1 - \pi_{sex} \left( t_D + h + \frac{1}{2} \mid t_D \right) \right) \pi_{Osex} \left( t_D + h + \frac{1}{2} \mid t_D \right) \right]}{\prod_{\tau=t_D}^{t_D+h-1} (1+i(\tau))} \right] +$$

$$+ d_{t_D} \times \left[ \pi_{sex} \left( t_D + \frac{1}{2} \mid t_D \right) + \pi_{Osex} \left( t_D + \frac{1}{2} \mid t_D \right) \times \left( 1 - \pi_{sex} \left( t_D + \frac{1}{2} \mid t_D \right) \right) \right] = P \times \left( 1 + \frac{i(t_D)}{2} \right)$$

V tomto prípade nevalorizovaný a o infláciu valorizovaný dôchodok bude vyzerat' takto:

V prípade konštantnej renty použijeme vzorec :

$$d = \left[ \frac{P \times \left( 1 + \frac{i(t_D)}{2} \right)}{\sum_{h=1}^{\infty} \left[ \frac{\pi_{sex} \left( t_D + h + \frac{1}{2} \mid t_D \right) + 0,6 \times \left( 1 - \pi_{sex} \left( t_D + h + \frac{1}{2} \mid t_D \right) \right) \pi_{Osex} \left( t_D + h + \frac{1}{2} \mid t_D \right)}{\prod_{\tau=t_D}^{t_D+h-1} (1+i(\tau))} \right] + \right. \\ \left. + \pi_{sex} \left( t_D + \frac{1}{2} \mid t_D \right) + \pi_{Osex} \left( t_D + \frac{1}{2} \mid t_D \right) \times \left( 1 - \pi_{sex} \left( t_D + \frac{1}{2} \mid t_D \right) \right) \right]$$

Vzorec A'

V prípade valorizácie o infláciu použijeme vzorec :

$$d_{t_D} = \left[ \frac{P \times \left( 1 + \frac{i(t_D)}{2} \right)}{\sum_{h=1}^{\infty} \left[ \pi_{sex} \left( t_D + h + \frac{1}{2} \mid t_D \right) + 0,6 \times \left( 1 - \pi_{sex} \left( t_D + h + \frac{1}{2} \mid t_D \right) \right) \pi_{Osex} \left( t_D + h + \frac{1}{2} \mid t_D \right) \right] + \right. \\ \left. + \pi_{sex} \left( t_D + \frac{1}{2} \mid t_D \right) + \pi_{Osex} \left( t_D + \frac{1}{2} \mid t_D \right) \times \left( 1 - \pi_{sex} \left( t_D + \frac{1}{2} \mid t_D \right) \right) \right]$$

Vzorec B'

Vo výpočtoch nie sú zahrnuté náklady a požadovaný zisk poisťovne. Strata poisťovne spojená so zmenou úmrtnostných tabuliek, s vyplatením sirotských dôchodkov, ani zisk, čo poisťovňa môže zarobiť investovaním vložených peňazí. Tieto veličiny sme navzájom skrátili a predpokladali, že celkový zisk poisťovne bude zisk z investovania vložených peňazí znížený o hore uvedené náklady poisťovne, ktorý zisk by mala byť ešte stále kladný. Potom technická úroková miera vystupujúca v našich vzorcoch sa nahradí infláciou, preto aproximácia pri odvodení vzorca B sa stáva priamym výpočtom.

Zo Štatistického úradu sme dostali pravdepodobnosti úmrtia na celočíselné veku ľudí. V našich výpočtoch vystupujú pravdepodobnosti úmrtia o pol roka posunuté, ktoré sa dajú aproximovať nasledovne:

$$\pi\left(t + \frac{1}{2} \mid \tau\right) = \frac{1}{2} [\pi(t \mid \tau) + \pi(t + 1 \mid \tau)]$$

### ***Ostatné predpoklady modelu***

Aby sa takáto úloha dala riešiť, je potrebné zadať počiatočnú a koncovú hodnotu  $A_t$  a  $A_\infty$  ( $A_t$  sú aktíva v čase  $t$ ). Teoreticky by sa takáto úloha už dala riešiť, ale má ešte niekoľko nedostatkov:

- na nekonečnom časovom horizonte sa takáto úloha nedá v konečnom čase riešiť,
- úmrtnostné tabuľky sú iba do 100. roku veku pozorované. Nad týmto vekom sa stanú nespoľahlivé a nezverejňujú sa. Ani vzhľadom k dôchodkom nemá zmysel počítať s dlhším časovým rozpätím. Diskontovanie zníži hodnotu úžitku vo veku 100 rokov na zanedbateľnú a aj pravdepodobnosť dožitia 100. roku života je zanedbateľne malé číslo. Preto úlohu zmeníme z nekonečného časového horizontu na konečný časový horizont.

Z praktických príčin sme do modelu zabudovali ešte ohraničenie na spotrebu  $C_t \geq C_{\min, t_0} \times (1 + r)^{t - t_0}$ , kde  $C_{\min, t_0}$  je životné minimum v čase  $t_0$  zodpovedajúce minimálnej spotrebe a  $r$  je rast životnej úrovne zodpovedajúci rastu reálnej mzdy. Túto aproximáciu sme zaviedli, aby pomer priemerného platu k životnému minimu bol konštantný.

Ďalšie ohraničenia sú tie, ktoré vyplývajú z reálneho života, t.j. že dôchodca už nemôže mať dlh. V reálnom svete banky nedávajú pôžičku starým ľuďom, lebo banka chce

dostať späť peniaze s úrokmi, nie len zábezpeku. Pre banky nie je zaujímavý klient, ktorý si u nich nechá majetok (zábezpeku) namiesto peňazí s úrokmi.

Preto máme ďalšie ohraňenie v tvare :

$$A_t \geq 0 \text{ pre } t \geq t_D$$

$t_D$  je zákonom daný dôchodkový vek.

V premennej  $A_{t_0}$  si môžeme nastaviť veľkosť majetku na začiatku optimalizácie (resp. pri prvom vstupe do pracovného pomeru) a v premennej  $A_{100}$  sumu ktorú si dôchodca chce nechať, ak sa dožije práve 100 rokov – možnosť nastavenia tejto premennej ako kladnej je nereálna, štandardne je to 0. V našich úlohách parametre  $A_{t_0}$  a  $A_{100}$  nastavíme na hodnotu 0.

Nakoniec sme sa dostali k problematike:

$$\max_{C_t} \sum_{t=t_0}^{t_M} \left[ \beta^{t-t_0} u(C_t) \pi \left( t + \frac{1}{2} \mid t_0 \right) \right]$$

$$u(x) = \frac{x^{1-p} - 1}{1-p}$$

s obmedzeniami:

$$A_{t+1} = (A_t + Y_t - C_t - T_t) \times (1 + r_t)$$

$$A_{t_0} = 0, A_{100} = 0, A_{t_D} \geq 0$$

$$C_t \geq C_{\min, t_0} \times \prod_{\tau=0}^{t-t_D} (1 + r_\tau)$$

$$T_t = \frac{19\%}{81\%} C_t + Y_t \times 13\% + \text{Max}(0 ; Y_t \times 87\% - NM_t) \times 19\%, \text{ ak } t < t_D$$

$$T_t = \frac{19\%}{81\%} C_t \text{ ak } t \geq t_D$$

kde  $t_D$  je zákonom stanovený dôchodkový vek,  $t_M$  je maximálny sledovaný vek a  $p$  je parameter úžitkovej funkcie.

K problematike nastavenia hodnoty parametra  $p$  existuje veľa literatúry. Niektoré zdroje uvádzajú ako vhodnú hodnotu blízko k 2, nameranú empiricky. Niekedy sa používa štandardná hodnota 1, kedy úžitková funkcia je prirodzený logaritmus. Poznamenáme však, že hodnota tohto parametra naše výsledky modelu význačne neovplyvnila, čo je

veľmi pozitívny jav. Hovorí to o tom, že **riešenie nezávisí od voľby úžitkovej funkcie**

z triedy úžitkových funkcií  $u(x) = \frac{x^{1-p} - 1}{1-p}$ .

Dôchodkový vek je v zákone určený na 62 rokov. Táto hodnota určite bude rásť. Ak si pozrieme krajiny Európskej únie, Severnú Ameriku, Austráliu vidíme že táto hodnota je okolo 65 rokov. V programe môžeme určiť zákonom daný dôchodkový vek, ale väčšinou našich výpočtov sme spravili s najviac pravdepodobnou hodnotou, 65 rokov.



## Aparát výpočtu

Náš model je maximalizácia účelovej funkcie pri úctovnom obmedzení s ďalšími ohraničeniami. Túto úlohu sme riešili metódou dynamického programovania.

### Dynamické programovanie

Dynamické programovanie je aparát na riešenie úloh optimálneho riadenia so stavovou diferenciálnou rovnicou v tvare:

$$x_{i+1} = F_i(x_i, u_i), \quad i = 0, 1, 2, \dots, k$$

s ohraničeniami na stavovú ( $x$ ) a riadiacu ( $u$ ) premennú na množiny:

$$x_i \in X_i, \quad u_i \in U_i$$

pevným začiatočným stavom  $x_0$ , a cieľovou množinou  $C$  (teda  $x_k \in C$ ) s účelovou funkciou  $f_i(x_i, u_i)$ , ktorú maximalizujeme:  $\sum_{j=0}^{k-1} f_j(x_j, u_j)$ .

### Základné pojmy v dynamickom programovaní

Z Bellmanovho princípu optimality vyplýva, že ak úloha  $\sum_{i=0}^{k-1} f_i(x_i, u_i)$  má optimálne riešenie  $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_k\}$  pri riadení  $\{u_1, u_2, u_3, \dots, u_{k-1}\}$ , tak úloha  $\sum_{i=j}^{k-1} f_i(x_i, u_i)$  musí mať optimálne riešenie  $\{x_j, x_{j+1}, x_{j+2}, x_{j+3}, \dots, x_k\}$  pri riadení  $\{u_j, u_{j+1}, u_{j+2}, u_{j+3}, \dots, u_{k-1}\}$ .

Zadefinujme si nasledujúci vektor a funkciu:

$$V_j(x_j) = \max_{U_j} \sum_{i=j}^{k-1} f_i(x_i, u_i)$$

pre  $j = k - 1$  to je 
$$V_{k-1}(x_{k-1}) = \max_{u_{k-1}} \sum_{i=k-1}^{k-1} f(x_i, u_i)$$

kde  $U_j$  je množina prístupných riadení úlohy,  $U_j = (u_j, u_{j+1}, u_{j+2}, \dots, u_{k-1})$ .

Môžeme napísať vzťah:

$$\begin{aligned} V_j(x_j) &= \max_{U_j} \left[ \sum_{i=j}^{k-1} f_i(x_i, u_i) \right] = \max_{U_j} \left[ f_j(x_j, u_j) + \sum_{i=j+1}^{k-1} f_i(x_i, u_i) \right] \\ &= \max_{u_j} \max_{U_{j+1}} \left[ f_j(x_j, u_j) + \sum_{i=j+1}^{k-1} f_i(x_i, u_i) \right] = \max_{u_j} \left[ f_j(x_j, u_j) + \max_{U_{j+1}} \sum_{i=j+1}^{k-1} f_i(x_i, u_i) \right] \\ &= \max_{u_j} [f_j(x_j, u_j) + V_{j+1}(x_{j+1})] = \max_{u_j} [f_j(x_j, u_j) + V_{j+1}(F_j(x_j, u_j))] \end{aligned}$$

Funkcia  $V$  sa v dynamickom programovaní nazýva hodnotová funkcia a vzťah

$V_j(x_j) = \max_{u_j} [f_j(x_j, u_j) + V_{j+1}(F_j(x_j, u_j))]$  je základným kameňom riešenia úloh dynamického programovania.

Dá sa ukázať, že tento postup riešenia úloh typu:

$x_{i+1} = F_i(x_i, u_i)$ ,  $i = 0, 1, 2, \dots, k$ ,  $x_i \in X_i$ ,  $u_i \in U_i$ , s pevným  $x_0$  a s cieľovou množinou  $C$ ,

$x_k \in C$ , s účelovou funkciou  $\sum_{i=0}^{k-1} f_i(x_i, u_i)$ , ktorú maximalizujeme, dáva dobré riešenie,

ktoré je jediné.

Takéto riešenie pri diskretnom čase a konečnom horizonte vždy existuje, lebo maximum, resp. supremum danej účelovej funkcie existuje vždy.

### Úloha maximalizácie celoživotného úžitku

Máme úlohu zadanú nasledovne:

$$\max_{C_t} \sum_{t=t_0}^{t_M} \left[ \beta^{t-t_0} u(C_t) \pi \left( t + \frac{1}{2} \mid t_0 \right) \right]$$

s obmedzeniami

$$A_{t+1} = (A_t + Y_t - C_t - T_t) \times (1 + r_t)$$

$$A_{t_0} = 0, A_{100} = 0, A_{t_D} \geq 0$$

$$C_t \geq C_{\min, t_0} \times \prod_{\tau=0}^{t-t_D} (1 + r_\tau)$$

$$T_t = \frac{19\%}{81\%} C_t + Y_t \times 13\% + \text{Max}(0; Y_t \times 87\% - NM_t) \times 19\%, \text{ ak } t < t_D$$

$$T_t = \frac{19\%}{81\%} C_t \text{ ak } t \geq t_D$$

V zmysle dynamického programovania jednotlivé premenné sú:

Diferenčná rovnica	$A_{t+1} = (A_t + Y_t - C_t - T_t) \times (1 + r_t)$
Účelová funkcia	$\beta^{t-t_0} u(C_t) \pi\left(t + \frac{1}{2} \mid t_0\right)$
Stavová premenná	$A_t$
Riadiaca premenná	$C_t$
Ohraničenia pre stavovú premennú	$A_{t_0} = 0, A_{100} = 0, A_{t_D} \geq 0$
Ohraničenia pre riadiacu premennú	$C_t \geq C_{\min, t_0} \times \prod_{\tau=0}^{t-t_D} (1 + r_\tau)$

Na takto naformulovaný matematický model už vieme napísať program, ktorý vie danú úlohu riešiť. Ale aby sme riešenie našli v konečnom čase, budeme musieť diskretizovať riadiacu premennú.

Ak sa pozrieme na účelovú funkciu, vidíme, že v nej nevystupuje stavová premenná. Pritom riadiaca premenná sa ľahko vyjadří z diferencnej rovnice. Preto je lepšie, ak diskretizujeme stavovú premennú. Riadiacu premennú vypočítame pomocou diskretizovanej stavovej premennej pomocou vzorca:

$$C_t = \frac{A_{t+1}}{(1+n)^i} - A_t - Y_t + T_t$$

Poznamenáme si, že kvôli špeciálnemu typu účelovej funkcie riešenie môžeme hľadať aj pomocou rovnice  $V_j(x_j) = \max_{u_j} [f_j(x_j, u_j) + \beta \times V_{j+1}(F_j(x_j, u_j))]$  pri zmenenej účelovej funkcii  $u(C_t)\pi(t|t_0)$ . To nám zrýchli algoritmus výpočtov.

Alebo aj s rovnicou  $V_j(x_j) = \max_{u_j} \left[ f_j(x_j, u_j) + \pi \left( j + \frac{1}{2} \mid j - \frac{1}{2} \right) \times \beta \times V_{j+1}(F_j(x_j, u_j)) \right]$  pri zmenenej účelovej funkcii  $u(C_t)$ .

# Program

## Konštrukcia a nastavenia programu

Náš program má niekoľko vstupných parametrov. Program je zjednodušený matematický model skutočnosti. V určitých prípadoch sme boli ohraničení technickými možnosťami. To sa týkalo najmä diskretizácie jednotlivých premenných, ktoré sú:

- Aktíva
- Čas
- Spotreba (nepriamo)

Vstupné parametre úlohy sú nasledovné:

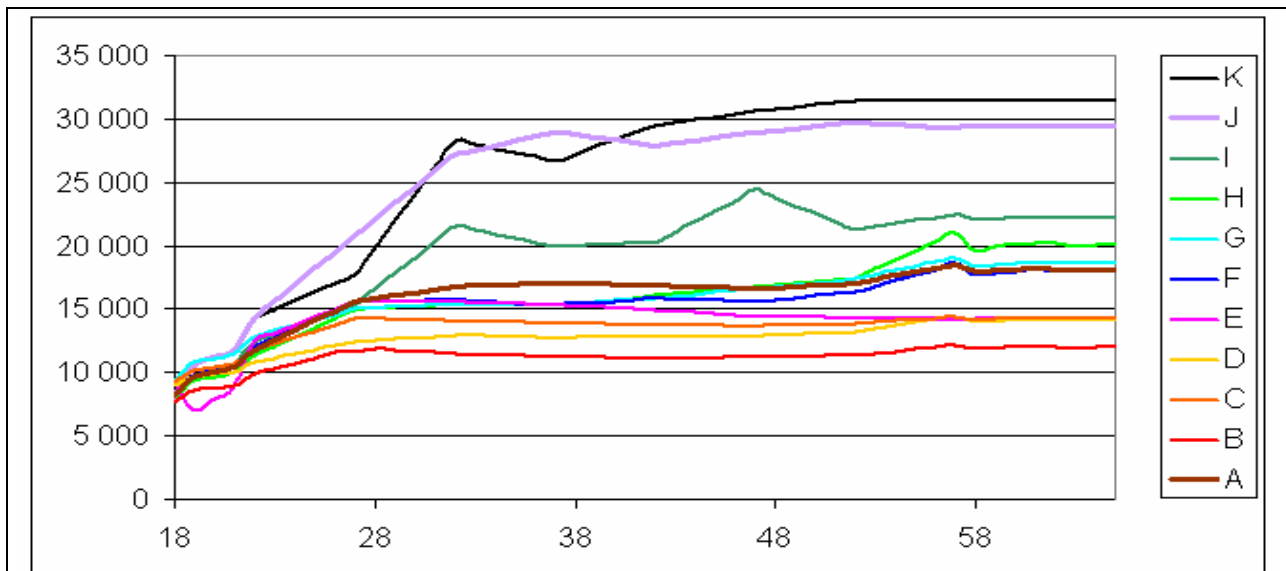
Diskontný faktor	:	97,5%
Výška dane (spotrebná daň, a daň z príjmu)	:	19%
Diskretizácia hodnôt aktív, ktoré je možné držať	:	dolná a horná hranica, počet delení
Parameter užítkovej funkcie	:	1, t.j. $\ln(c_t)$
Aktíva na začiatku a na konci iterácií	:	0
Reálne úrokové miery na vklady a na pôžičky	:	1%; 2,5%
Minimálna spotreba	:	4 000 – mesačná hodnota
Nezdaniteľné minimum upravené o III. pilieri	:	7780 – mesačná hodnota
Minimálny vek	:	18
Maximálny vek	:	100
Priemerná mzda	:	16206 – ročná hodnota
Dôchodková hodnota v roku 2004	:	183,58
Životné minimum	:	3 000 – mesačná hodnota
Inflácia (od 1994 do 2133)	:	*
Rast reálnej mzdy (od 1994 do 2133)	:	*
Výnos konzervatívneho fondu v II. pilieri	:	0,5%
Výnos vyváženého fondu v II. pilieri	:	2%,
Výnos rastového fondu v II. pilieri	:	6,5%
Percento náhodného ročného najvyšenia / zníženia zárobku	:	2%
Zárobky podľa školského vzdelania	:	*
Pravdepodobnosť úmrtia pre ženy a mužov	:	*

\* hodnoty neuvedených parametrov sa nachádzajú nižšie v texte

Tabuľka č. 8; Vstupné parametre

## Školské vzdelanie

Vo vstupe programu máme 11 kategórií pre školské vzdelanie. Poradové číslo určí číslo, pod ktorým môžeme túto skupinu v programe nastaviť a písmeno pred menom je skratka v grafe. Príjem podľa školského vzdelania a veku sme znázornili na nasledujúcom grafe:



Graf č. 5; Časová štruktúra mesačnej mzdy podľa školského vzdelania

Merítko na osi x označuje hrubý mesačný príjem, a na osi y vek človeka.

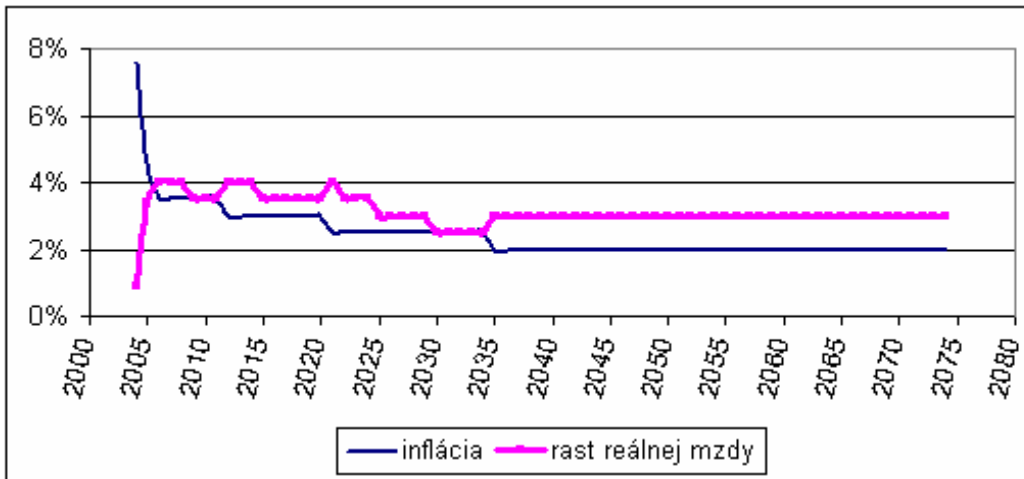
1	A	Neuvedené vzdelanie
2	B	Základné
3	C	Vyučení
4	D	Stredné (bez maturity)
5	E	Vyučení s maturitou
6	F	Úplné stredné všeobecné

7	G	Úplné stredné odborné
8	H	Vyššie odborné
9	I	Bakalárske vzdelanie
10	J	Vysokoškolské
11	K	Vedecká kvalifikácia
12	L	Zárobok nad 60 000 Sk mesačne bez ohľadu na školské vzdelanie

Tabuľka č. 9; Školské vzdelanie

Okrem školského vzdelania sme do vstupov zaradili aj dvanástu skupinu. Je to skupina vysoko nadpriemerne zarábajúcich (60 000 mesačne), bez ohľadu na školské vzdelanie. Tento príjem rastie spolu rastom priemernej mzdy v hospodárstve SR.

## Inflácia, reálny rast miezd

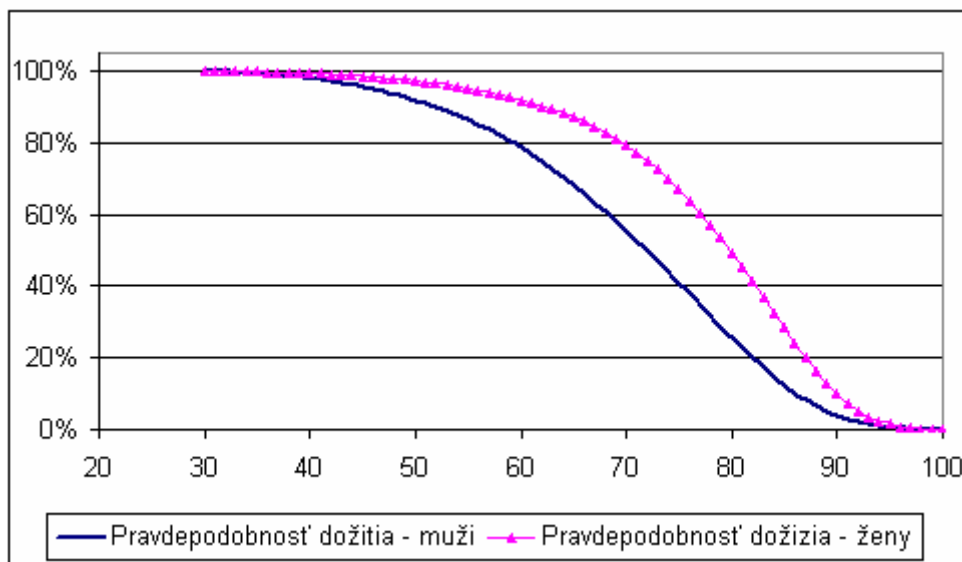


Graf č. 6; Predpokladaný vývoj inflácie a rastu reálnej mzdy

Merítka na osi x označuje rok, a na osi y výšku inflácie a rastu reálnej mzdy

Uvedený graf znázorňuje predpokladaný vývoj inflácie (modrá tenšia čiara) a vývoj rastu reálnej mzdy (hrubšia ružová čiara). Dáta sme získali zo Slovenskej Spraviteľne.

## Podmienená pravdepodobnosť dožitia



Graf č. 7; Pravdepodobnosť úmrtia pre 30 ročného muža a ženy

Merítka na osi x označuje vek človeka, na osi y pravdepodobnosť dožitia

Tu uvedený graf znázorňuje podmienenú pravdepodobnosť dožitia daného veku pre 30 ročného muža (hladká modrá čiara) a ženy (ružová čiara s trojuholníkmi).

Pravdepodobnosť úmrtia v danom veku je rovná  $1 -$  pravdepodobnosť dožitia daného veku. Tieto podmienené pravdepodobnosti sú vypočítané z úmrtnostných tabuliek získaných od Štatistického úradu Slovenskej republiky. Tieto hodnoty sa menia so zmenou veku človeka, sú to podmienené pravdepodobnosti dožitia daného veku.

Vo vstupnom súbore nájdeme ešte ďalšie hodnoty používané počas výpočtov. Slúžia na generovanie normálne rozdelených čísiel. Generovanie sme technicky riešili pomocou veľkého množstva náhodných čísiel (10 000) vo vstupnom súbore. Z tých čísiel sme vybrali náhodným výberom, a tak sme dostali náhodné čísla s normálnym rozdelením. Kvôli veľkému počtu čísiel, z ktorých vyberáme a malému výberu môžeme predpokladať, že takto získaný výber má normálne rozdelenie. To využijeme pri modelovaní náhodnosti výnosov fondov v II. pilieri. Vo vstupnom súbore máme normálne rozdelenie typu  $N(0,1)$ , ktoré sa musí preškálovať na vhodné rozdelenie zodpovedajúce disperzií daného fondu II. piliera dôchodkového zabezpečenia. Parametre na preškálovanie sa tiež nachádzajú vo vstupnom súbore hneď pred 10 000 normálne rozdelenými číslami.

## Algoritmus

Samotný program je písaný v Borland Delphi 6 student version a je priložený v prílohe. Algoritmus dynamického programovania – mimo načítania hodnôt vstupných premenných, procedúr na výpočet dôchodkov, spotreby, mzdy a po diskretizovaní možného bohatstva atď. je:

```

for t = Agemax downto Agemin do
  for i = Low(A) to High(A) do
    for j = Low(A) to High(A) do
      cj = Consumption(Y[t], A[i], A[j])
      gj = Maxcj(TargetFunction(t, cj)) + Vt+1
    Vt = max(gj)
  Ci = Arg Maxcj(gcj)

```



# Výstupy programu

## Typy výstupov

Program sme vyvíjali tak, aby sa samostatne dal použiť a dával výstupy pre rôzne nastavené parametre.

Jeden z možných výstupov sme nazvali „**experiment**“. Je to vygenerovanie viac náhodných prípadov a ich riešenie.

Vo výstupoch nájdeme:

- úžitok z I. piliera a z **kombinovaného dôchodkového zabezpečenia** (keď človek vstúpi do II. piliera, teda zúčastňuje sa aj priebežného aj sporivého systému dôchodkového zabezpečenia),
- možnú výšku dôchodku v prípadoch, ak jednotlivec vstúpi, aj ak nevstúpi do II. piliera dôchodkového zabezpečenia,
- peniaze na dôchodkovom účte v II. pilieri dôchodkového zabezpečenia,
- výšku peňazí, ktoré si dôchodca môže vybrať s termínovaným výberom z dôchodkového účtu z DSS v II. pilieri dôchodkového zabezpečenia,
- pomer výšky prvého dôchodku k poslednému platu pre oba typy dôchodkov,
- stochastický vývoj platu počas života,
- vývoj úžitku počas života.

Pri generovaní celého výstupu „**experiment**“ z výstupov „stochastický vývoj platu počas života“ a „vývoj úžitku počas života“ v programe treba určiť, ktoré chceme dať vypísať.

V programe sa dá nastaviť aj to, aby tieto výstupy vygeneroval pre všetky možné počiatkové hodnoty veku človeka medzi voľne nastaviteľnými číslami. Tento výstup sme nazvali „**experiment - indifferent age**“. Týmto spôsobom sa dá nájsť vek, v ktorom je pre človeka s danými vstupnými parametrami indiferentné, či vstúpi alebo nevstúpi do II. piliera. Tento typ výstupu je pre nás najdôležitejší.

Druhým typom výstupov je „**one sample**“. Je to riešenie jediného príkladu s časovým radom všetkých dôležitých ukazovateľov a s výpisom začiatkových podmienok – konštánt.

Výstupy sú:

- dátum (rok),
- vek človeka,
- vývoj úžitku,
- hrubý zárobok – bez dôchodku,
- čistý zárobok – bez dôchodku,
- pravdepodobnosť dožitia daného veku,

- dôchodok z I., II. a z kombinovaného piliera,
- peniaze ktoré drží a dlhuje (+/-),
- inflácia v roku
- rast reálnej mzdy v roku.

Pri všetkých typoch výstupu sa dajú nastaviť ešte tieto parametre:

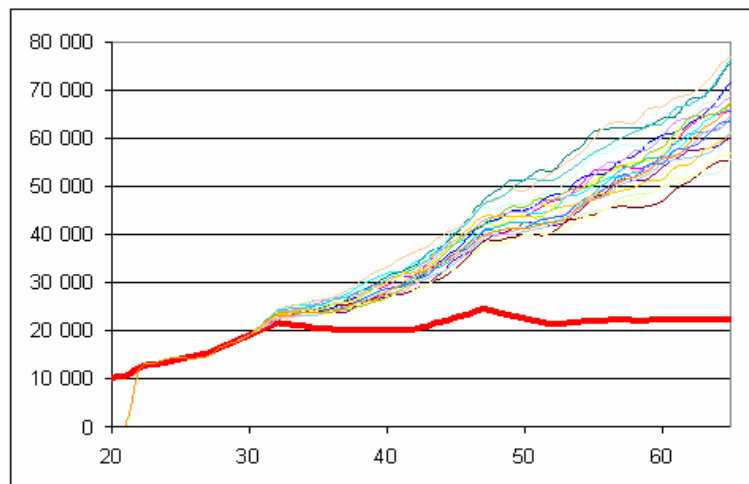
- vstúpil / nevstúpil človek do II. piliera (ak výstup nepočíta s oboma možnosťami),
- dôchodok v II. pilieri bude valorizovaný o infláciu alebo nebude valorizovaný,
- dôchodok v I. pilieri bude valorizovaný o infláciu alebo bude valorizovaný švajčiarskym spôsobom,
- vek človeka,
- školské vzdelanie ,
  - o parameter od 1 až do 12,
  - o presný popis jednotlivých skupín je v kapitole **Školské vzdelanie**,
- vek, v ktorom človek začal pracovať,
- zákonom stanovený dôchodkový vek,
- či ide o ženu alebo muža
- či výnosy v II. pilieri dôchodkového zabezpečenia sú isté, alebo sa vyvíjajú náhodne,
- či si dôchodca kúpi doživotnú rentu za všetky svoje nasporené peniaze, alebo využije termínovaný výber (teda si zvolí zákonom povolený minimálny dôchodok),
- či poisťovňa, u ktorej dôchodca kúpi doživotnú rentu, bude vyplácať vdovský resp. vdovecký dôchodok alebo nie,
- či poisťovňa, u ktorej dôchodca kúpi doživotnú rentu, výšku dôchodku vypočíta pomocou zmiešaných úmrtnostných tabuliek, alebo použije úmrtnostné tabuľky podľa pohlavia,
- koľkokrát sa má spustiť výpočet s rovnakými parametrami. Je to užitočné pri náhodnom vývoji. Pomocou takého pokusu sa dá odhadnúť pravdepodobnostný interval, v ktorom budú výsledky a odhadnúť aj ich pravdepodobnosť.

Tieto výstupy sa najlepšie interpretujú na grafoch. Preto nebudeme uvádzať číselné výsledky, ale znázorníme ich na grafoch – ľahko sa v nich orientuje a majú väčšiu vypovedaciu hodnotu oproti tabuľkám čísiel.

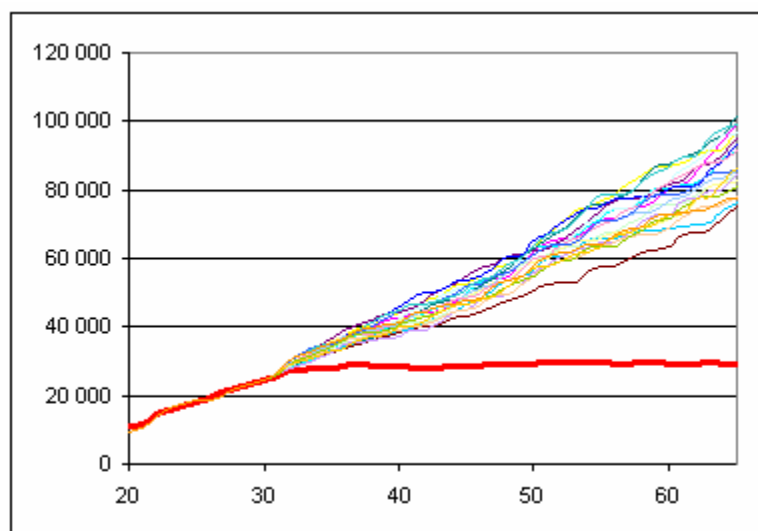
## Riešenie úloh (experiment)

### Graf príjmov

Tu znázorníme graf 40-tich realizácií pravdepodobného vývoja hrubých príjmov podľa veku<sup>1</sup> v dnešných peniazoch. Hrubá červená čiara znázorňuje terajšie príjmy danej skupiny podľa veku. Ostatné čiary znázorňujú časový vývoj doterajších a budúcich príjmov 40-tich realizácií. Tu sme vybrali 9. a 10. skupinu podľa vzdelania, čiže ľudí s bakalárskym vzdelaním a s vysokoškolským vzdelaním.



Graf č. 8; Hrubý príjem – bakalárske vzdelanie



Graf č. 9; Hrubý príjem – vysokoškolské vzdelanie

Merítka na osi x označuje vek človeka, na osi y hrubý príjem

<sup>1</sup> V programe počítame s 12-krát silnejšou menou a nie v Sk, podrobný popis bol v kapitole *Matematický model*.

Ďalej uvedieme niekoľko dôležitých parametrov. Všetky sú znázornené na grafoch. Vybrali sme 15 možností (typov), ktoré uvedieme. Výber typov sme konštruovali podľa najpravdepodobnejších dopadov dôchodkovej reformy a aby sme pokryli čo najväčšiu vzorkou populácie. Parametre na grafe budú uvedené v nasledujúcom poradí:

1.	Bakalárske vzdelanie, pracuje od 22 rokov, Dôchodky valorizované o infláciu, Muž, Zmiešané úmrt. tabuľky, Slobodný
2.	Bakalárske vzdelanie, pracuje od 22 rokov, Dôchodky valorizované o infláciu, Žena, Zmiešané úmrt. tabuľky, Slobodná
3.	Stredoškolské vzdelanie, pracuje od 19 rokov, Dôchodky valorizované o infláciu, Muž, Zmiešané úmrt. tabuľky, Slobodný
4.	Stredoškolské vzdelanie, pracuje od 19 rokov, Dôchodky valorizované o infláciu, Žena, Zmiešané úmrt. tabuľky, Slobodná
5.	Vysoko nadpriemerne zarábajúci, pracuje od 23 rokov, Dôchodky valorizované o infláciu, Muž, Zmiešané úmrt. tabuľky, Slobodný
6.	Vysokoškolské vzdelanie, pracuje od 23 rokov, Dôchodky valorizované o infláciu, Muž, Úmrt. tabuľky pre mužov, Slobodný
7.	Vysokoškolské vzdelanie, pracuje od 23 rokov, Dôchodky valorizované o infláciu, Muž, Zmiešané úmrt. tabuľky, Slobodný
8.	Vysokoškolské vzdelanie, pracuje od 23 rokov, Dôchodky valorizované o infláciu, Muž, Zmiešané úmrt. tabuľky, ženatý
9.	Vysokoškolské vzdelanie, pracuje od 23 rokov, Dôchodky valorizované o infláciu, Žena, Úmrt. tabuľky pre ženy, Slobodná
10.	Vysokoškolské vzdelanie, pracuje od 23 rokov, Dôchodky valorizované o infláciu, Žena, Zmiešané úmrt. tabuľky, Slobodná
11.	Vysokoškolské vzdelanie, pracuje od 23 rokov, Dôchodky valorizované o infláciu, Žena, Zmiešané úmrt. tabuľky, vydatá
12.	Vysokoškolské vzdelanie, pracuje od 23 rokov, Dôchodok: I valorizovaný o infláciu II nevalorizovaný Termínovaný výber, Muž, Zmiešané úmrt. tabuľky, Slobodný
13.	Vysokoškolské vzdelanie, pracuje od 23 rokov, Dôchodok: I valorizovaný švajčiarskym spôsobom II valorizovaný o infláciu, Muž, Zmiešané úmrt. tabuľky, Slobodný
14.	Vysokoškolské vzdelanie, pracuje od 23 rokov, Dôchodok: I valorizovaný švajčiarskym spôsobom II valorizovaný o infláciu, Muž, Zmiešané úmrt. tabuľky, ženatý
15.	Vysokoškolské vzdelanie, pracuje od 23 rokov, Dôchodok: I valorizovaný švajčiarskym spôsobom II valorizovaný o infláciu, Žena, Zmiešané úmrt. tabuľky, vydatá

**Tabuľka č. 10; Pozorované typy možných dopadov dôchodkovej reformy**

To znamená, že prvý variant sa na grafe nachádza v prvom stĺpci, druhý v druhom atď.

Ukazovatele, ktoré znázorňujeme na grafoch sú:

1. a. Percentuálny podiel dôchodku ku mzde ak dôchodca vytrvá v I pilieri  
b. Percentuálny podiel dôchodku ku mzde ak dôchodca vstúpi do II. piliera
2. a. Celoživotný úžitok ak dôchodca vytrvá v I pilieri  
b. Celoživotný úžitok ak dôchodca vstúpi do II. piliera
3. Pomer celoživotných úžitkov
4. a. Pomer dôchodkov  
b. Nasporené peniaze na dôchodkovom konte  
c. Výška terminovaného výberu

Teda v nasledujúcej časti uvedieme niekoľko grafov. Všetky majú tieto spoločné predpoklady:

- výnosy II. piliera sú neisté, sú modelované, ako sme to v kapitole **Dôchodok z kombinovaného piliera** uviedli,
- Dôchodkový vek je 65 rokov,
- Modrý štvorec je realizácia pre 30 ročného človeka,
- Zelená bodka je realizácia pre 40 ročného človeka,
- Červený trojuholník je realizácia pre 50 ročného človeka.

Z pohľadu modelovania je dôležitá možnosť, že sa v programe dá nastaviť typ výnosnosti fondov. **Istý výnos** znamená, že fondy každý rok vynášajú taký istý výnos nastavený v programe. **Neistý výnos** znamená, že výnosy sú náhodné. Fondy majú výnosy náhodne rozdelené. Naše výstupy, ktoré tu uvádzame, sú všetky s neistým výnosom.

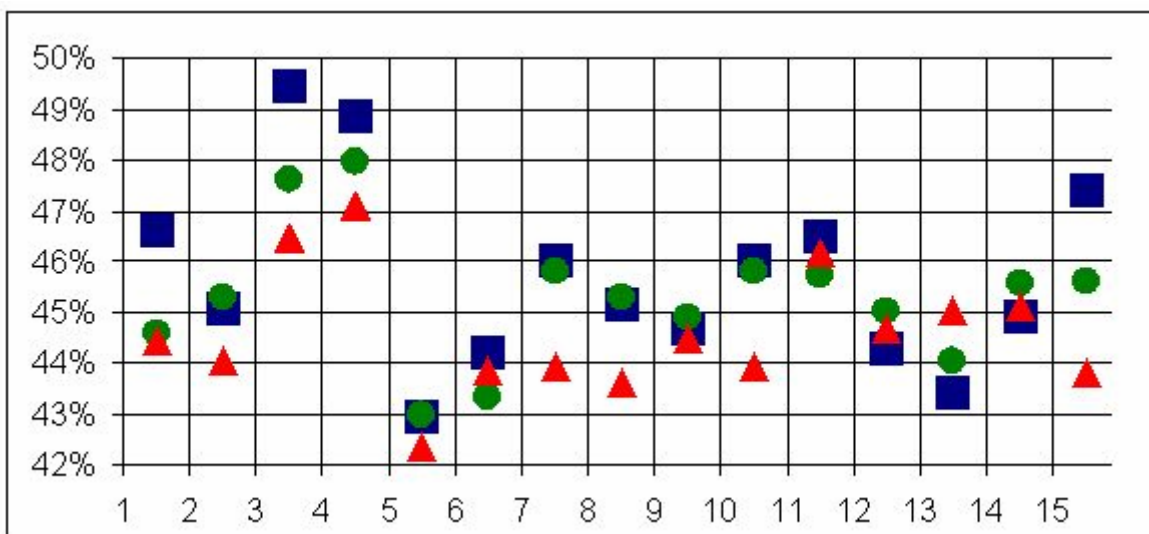
Z pohľadu dôchodcu je dôležité, že sa dá vybrať možnosť terminovaný výber. **Termínovaný výber** znamená, že dôchodca si zvolí minimálny dôchodok, ostatné nasporené peniaze si vyberie jednorázovo v čase, keď sa stane dôchodcom. **Bez termínovaného výberu** znamená, že za všetky nasporené peniaze si dôchodca kúpi doživotnú rentu – ako dôchodok. Ak si dôchodca zvolí termínovaný výber, tak má možnosť zvoliť iba minimálny dôchodok, povinný podľa zákona. Zvyšok peňazí si môže vybrať jednorázovo. Toto je obmedzenie nášho programu, nevyplýva to zo zákona.

Môžeme očakávať dva varianty:

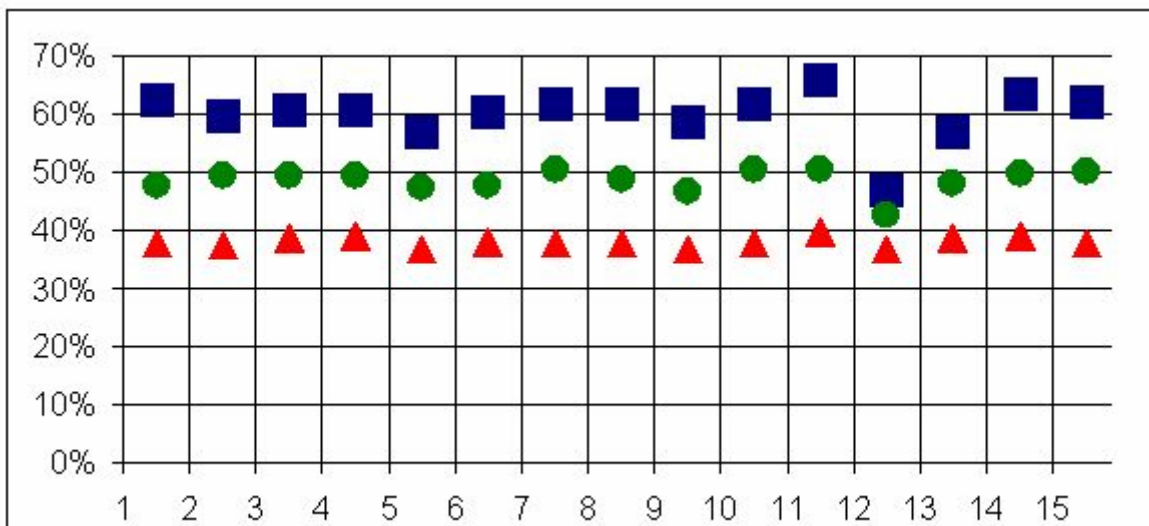
- oplatí sa čo najviac peňazí vybrať jednorázovo – termínovaný výber,
- oplatí sa za celú čiastku kúpiť doživotnú rentu.

Nie je efektívne všetko parametrizovať, pravdepodobne jeden z týchto dvoch krajných prípadov bude pre dôchodcu optimálny. Treba zvýrazniť, že o tom, či si dôchodca zvolí termínovaný výber musí rozhodnúť až v čase, keď sa stane dôchodcom, nie teraz. Dovtedy veľa vecí sa môže zmeniť (hlavne v legislatíve) a dôchodca bude mať k dispozícii výšku nasporených peňazí v II. pilieri dôchodkového zabezpečenia, oveľa ľahšie sa bude môcť rozhodnúť. Preto sme nehľadali optimálnu voľbu, iba sme pripustili dva krajné prípady, od ktorých očakávame, že budú optimálnymi.

### Percentuálny podiel dôchodku ku mzde



Graf č. 10; Podiel prvého dôchodku z I. piliera ku poslednej mzde



Graf č. 11; Podiel prvého dôchodku z kombinovaného piliera ku poslednej mzde

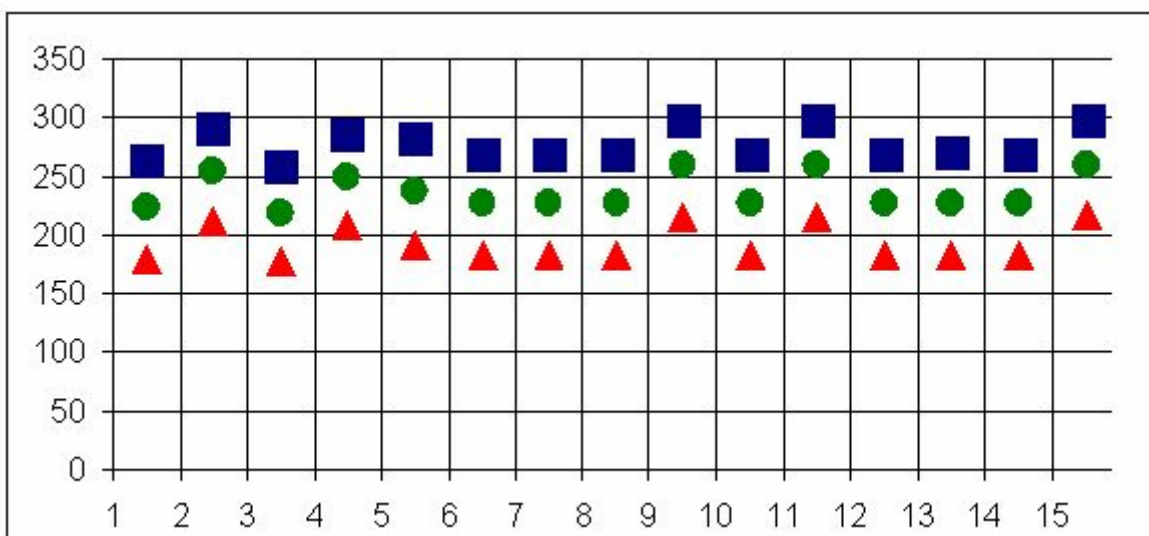
Na osi y sú znázornené pomery prvého dôchodku k poslednej mzde v percentách, na osi x sú poradové čísla typov nastavení

Tieto grafy znázorňujú pomer prvého dôchodku k poslednej mzde v percentách. Prvý graf ukazuje prípad, ak človek nevstúpi do II. piliera dôchodkového zabezpečenia, druhý zas prípad, ak do neho vstúpi.

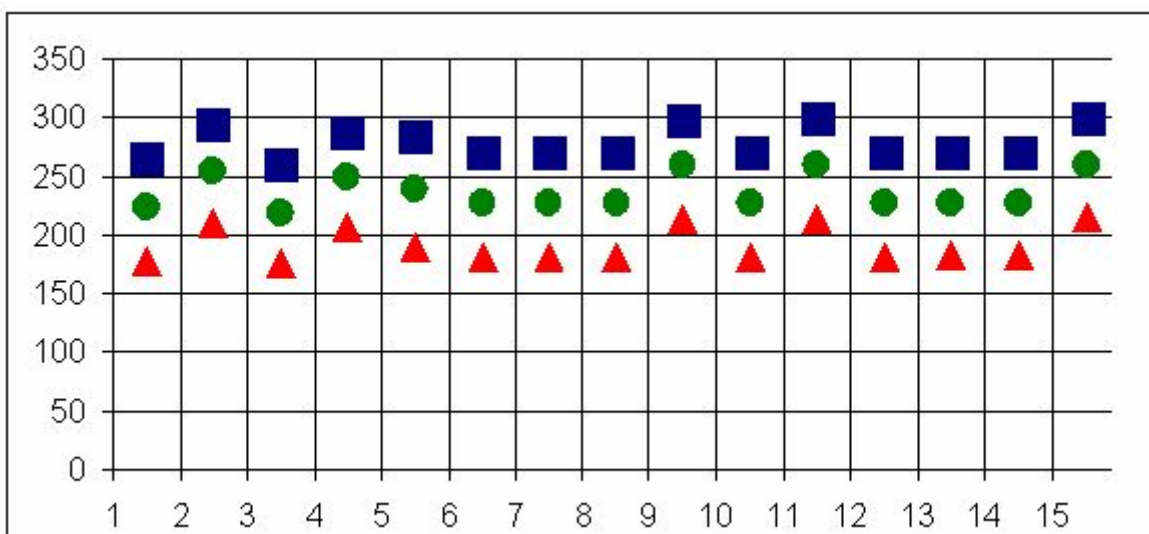
Vysoká hodnota tohto ukazovateľa hovorí, že dôchodky budú tiež vysoké. 50% je očakávaná hodnota, ako aj dlhodobý priemer na Slovensku aj v EU.

Samotné vysoké dôchodky nemusia byť jednoznačne dobrým javom. Môžeme to dosiahnuť aj tak, že všetky peniaze – okrem nutnej spotreby na prežitie – si ukladáme na dôchodok, čo zjavne nie je dobrým výstupom pre väčšinu ľudí. Taktiež sa dôchodok výrazne zníži, ak si dôchodca zvolí termínovaný výber.

### Celoživotný úžitok



Graf č. 12; Celoživotný úžitok v prípade vytrvania v I. pilieri



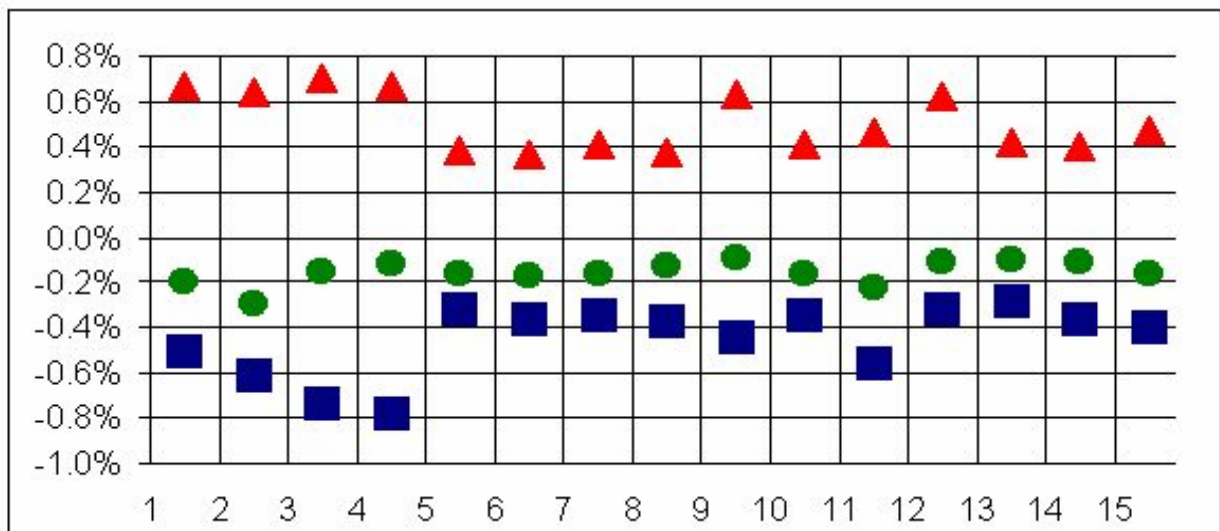
Graf č. 13; Celoživotný úžitok v prípade vstupu do II. piliera

Na osi y sú znázornené výšky celoživotného úžitku, na osi x sú poradové čísla typov nastavení

Tieto grafy znázorňujú celožitovný ťžitok zo spotreby. Prvý graf ukazuje ak človek nevstúpi do II. piliera dôchodkového zabezpečenia, druhý, ak vstúpi.

Tento ukazovateľ je veľmi dôležitý, lebo hovorí o výške celožitovného ťžitku.

### **Pomer ťžitkov**



**Graf č. 14; Pomer ťžitkov**

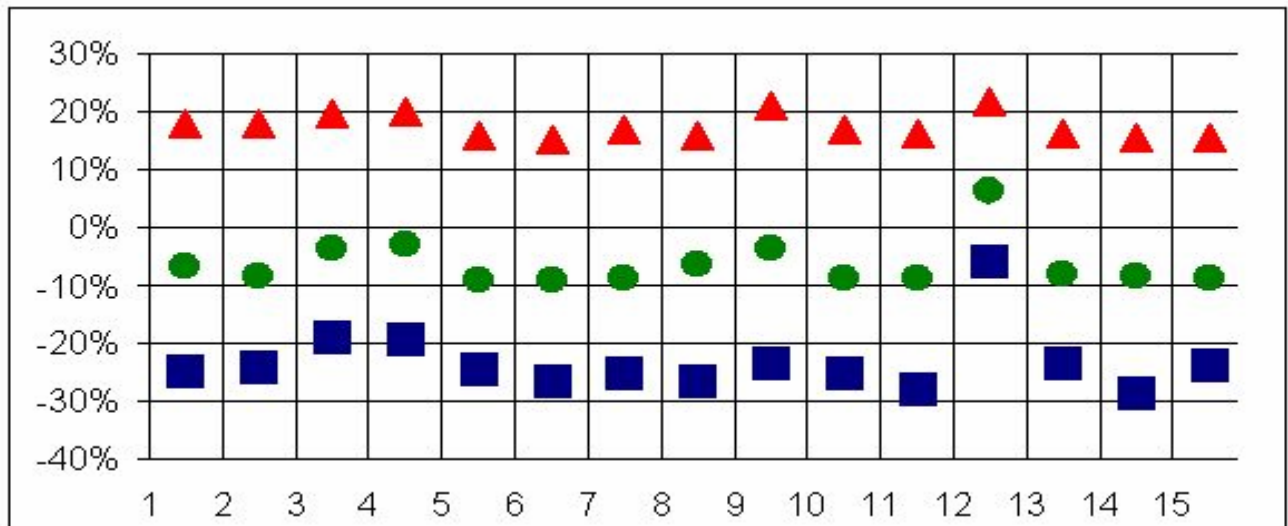
Na osi y sú znázornené percentuálne rozdiely pomerov celožitovných ťžitkov v prípade ak dôchodca využije iba I alebo obe piliere. Na osi x sú poradové čísla typov nastavení

Tento graf znázorňuje rozdiel celožitovného ťžitku z prvého piliera a kombinovaného (pri vstupe do II. piliera) dôchodkového systému, ktorého hodnota je normovaná s celožitovným ťžitkom kombinovaného systému. Je to teda percentuálny rozdiel ťžitkov. Záporné hodnoty znamenajú, že vstupom do II. piliera dosiahneme vyšší ťžitok. Kladné hodnoty zas presný opak. Výška pomeru je úmerná rozdielu ťžitkov. Tento ukazovateľ slúži na porovnanie ťžitkov z I. piliera a z kombinovaného piliera. Hodnota aj znamienko tohto ukazovateľa sú dôležitým indikátorom. Znamienko ukazuje, z ktorého systému máme väčší ťžitok, absolútna hodnota zas ukazuje mieru, o koľko je prvá možnosť lepšia alebo horšia ako druhá. Z grafu je vidieť, že pre jednotlivca do veku 40 rokov sa ešte oplatí vstúpiť do II. piliera, ale vo veku 50 sa už neoplatí.

### **Pomer dôchodkov**

Pomer prvého dôchodku z I. piliera a prvého dôchodku z kombinovaného systému.





**Graf č. 15; Pomer dôchodkov**

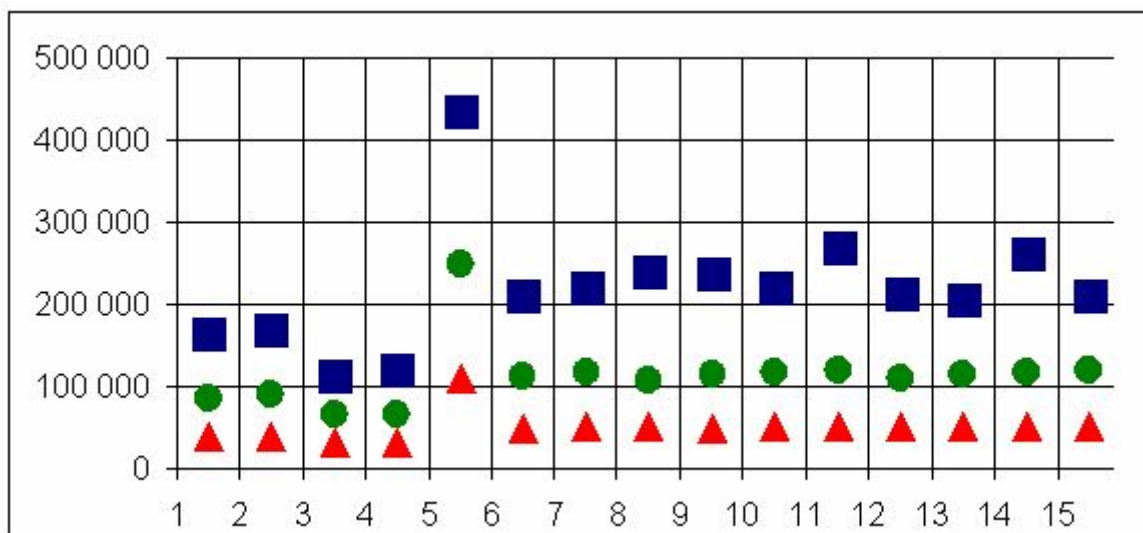
Na osi y sú znázornené percentuálne rozdiely pomerov dôchodkov z I a z kombinovaného piliera.  
Na osi x sú poradové čísla typov nastavení

Tento graf znázorňuje rozdiel prvého dôchodku z prvého piliera a kombinovaného (po vstupe do II. piliera) dôchodkového systému. V grafe sú znázornené normované hodnoty (normované s kombinovaným systémom) rozdielu dôchodkov. Záporná hodnota znamená že vstupom do II. piliera človek dosiahne pravdepodobne vyšší prvý dôchodok, kladná hodnota znamená presný opak. Výška pomeru je úmerná rozdielu dôchodkov. Tento graf odzrkadľuje situáciu v dôchodkovom veku človeka.

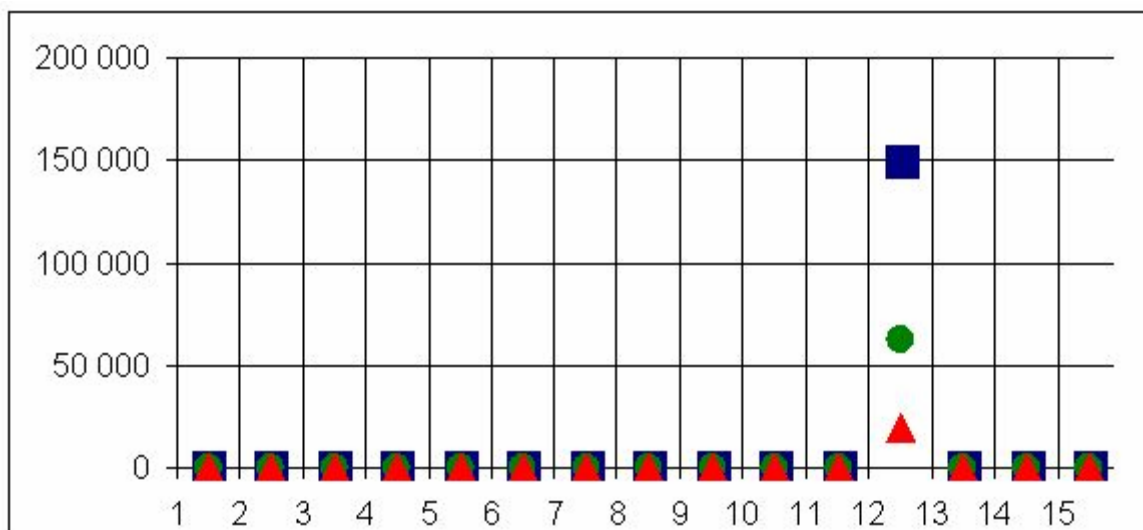
Z grafu vidíme, že teraz 30 ročný človek ak vstúpi do II. piliera, tak pravdepodobne dostane v priemere o 25% vyšší dôchodok akoby nevstúpil do II. piliera. Pre 40 ročného človeka ak vstúpi do II. piliera, tak pravdepodobne dostane v priemere o 7% vyšší dôchodok akoby nevstúpil do II. piliera. Pre 50 ročného človeka ak nevstúpi do II. piliera, tak pravdepodobne dostane v priemere o 20% vyšší dôchodok akoby vstúpil do II. piliera.

V ďalších dvoch grafoch znázorníme sumu peňazí za ktoré si dôchodca môže kúpiť doživotnú rentu a maximálnu možnú sumu peňazí termínovaného výberu<sup>1</sup> – ak to daný typ povoľuje.

<sup>1</sup> V programe počítame s 12-krát silnejšou menou a nie v Sk, podrobný popis bol v kapitole *Matematický model*.



Graf č. 16; Hodnota nasporených peňazí na dôchodkovom účte



Graf č. 17; Hodnota peňazí ktoré si dôchodca vyberie terminovaným výberom

Na osi y je znázornená výška peňazí<sup>1</sup>, na osi x sú poradové čísla typov nastavení

Prvý graf označuje bohatstvo, ktoré si dôchodca do dôchodku naspovil v II. pilieri, druhý graf znázorňuje množstvo peňazí, čo si dôchodca môže vyberať s termínovaným výberom<sup>1</sup> – ak to daný typ povolí. Je to iba dvanásty typ, preto všade inde sú nulové hodnoty.

Predošlé výstupy ukazujú, že vo veku 40 alebo 30 sa pravdepodobne oplatí vstúpiť do II. piliera. Predpokladáme, že zlom bude tesne nad 40 rokov. V kapitole *Hľadanie vekovej indiferencie* budeme určovať vek, v ktorom vstup do II. piliera dáva rovnaké

<sup>1</sup> V programe počítame s 12-krát silnejšou menou a nie v Sk, podrobný popis bol v kapitole *Matematický model*.

výhody pre jednotlivca, ako keby doňho nevstúpil. Tento vek nazveme **indiferentným vekom** alebo **vekom indiferencie** vzhľadom k vstupu do II. piliera.

### Výstupy pre jednotlivca

(one sample)

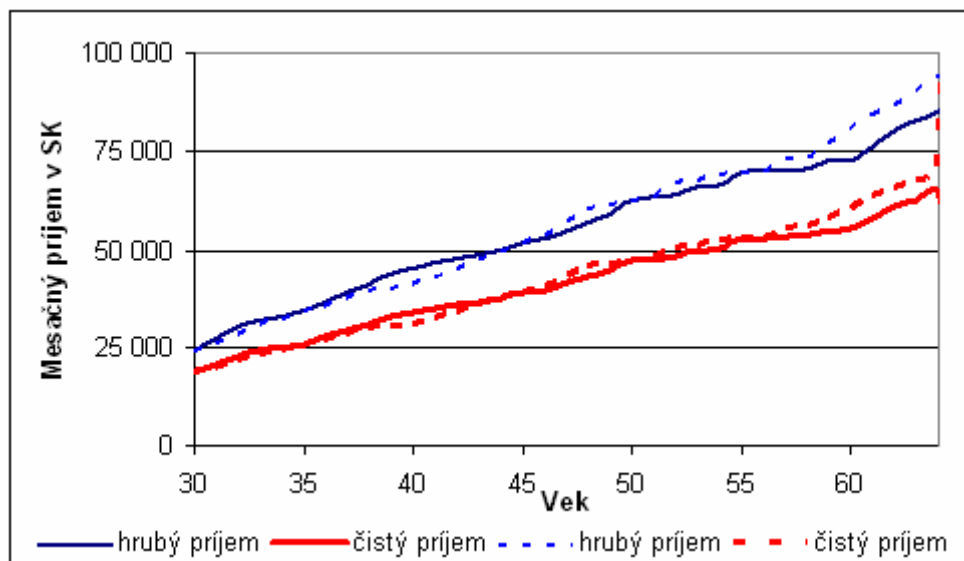
Tento výstup je vedľajším produktom nášho programu. Tieto dáta sme potrebovali pri vývoji, testovaní a doladovaní programu. Výstupy nám dávajú odpoveď, ako sa jednotlivec má správať počas života a koľko môže spotrebovať, či sa mu oplatí vkladať peniaze do banky, v celej výške ich spotrebovať, alebo si zobrať na vyrovnanie celoživotnej spotreby úver. Výstupy sú:

- čistý a hrubý príjem,
- spotreba,
- vklady / pôžička,
- dôchodok.

Uvedieme príklad 30-ročného muža s vysokoškolským vzdelaním. Dôchodok z II. piliera je valorizovaný o infláciu. V prípade úmrtia vdovecký dôchodok poisťovňa nevypláca, dôchodok z I. piliera je valorizovaný švajčiarskou valorizáciou.

### Výstupy pri termínovanom výbere

**Príjem:**

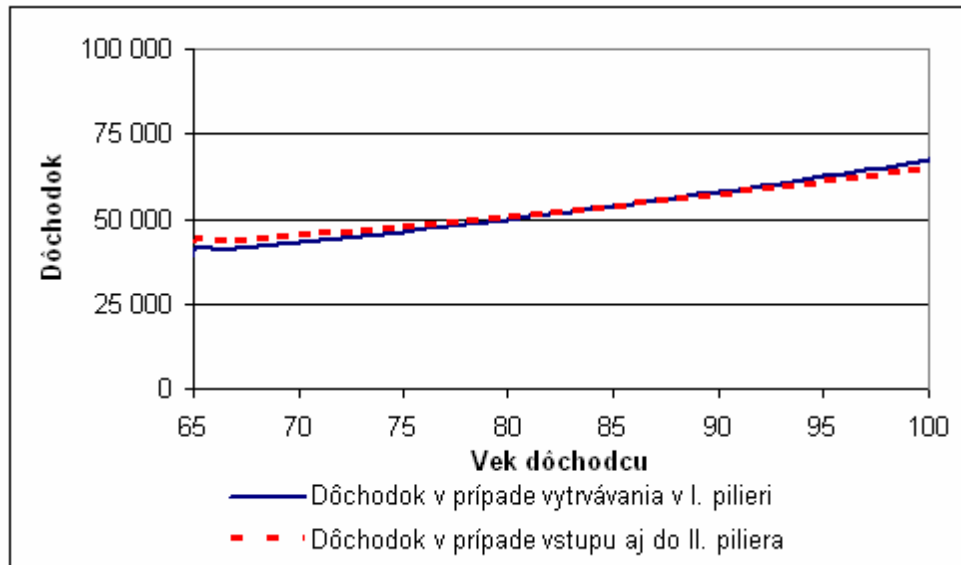


Graf č. 18; Hrubý a čistý príjem

Merítko na osi x označuje vek človeka, na osi y mesačný príjem

Tento graf znázorňuje hrubý (modré čiary) a čistý (červené čiary) príjem jednotlivca. Bodkovaná čiara je náhodná realizácia pri vstupe do II. piliera, súvislá čiara je realizácia ak do II. piliera nevstúpi. Sú to dve náhodné realizácie vývoja miezd – ktoré nezávisia od toho, či jednotlivec vstúpi alebo nevstúpi do II. piliera.

### Dôchodok:



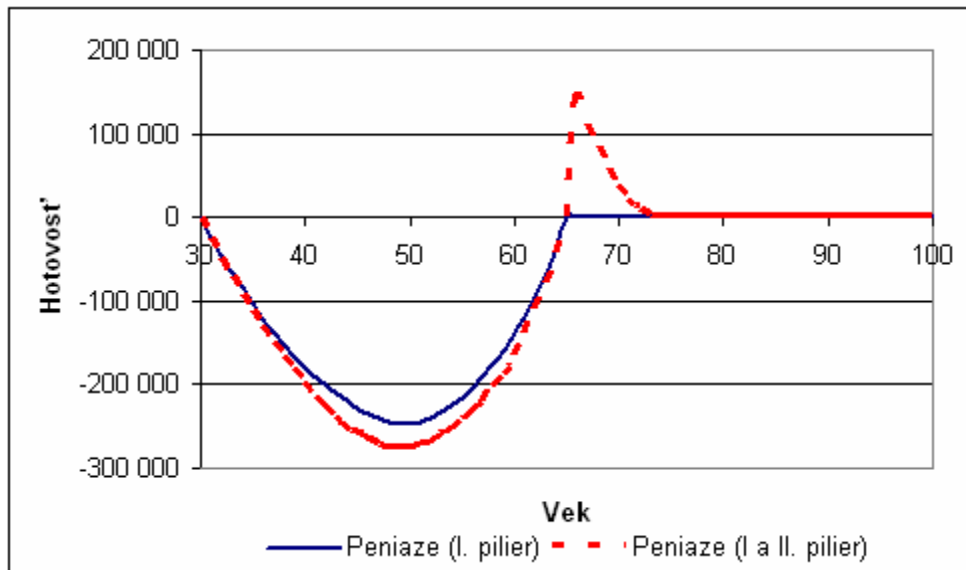
Graf č. 19; Dôchodkov z I a z kombinovaného piliera

Merítka na osi x označuje vek človeka, na osi y mesačný dôchodok

Tento graf znázorňuje výšku dôchodku. Bodkovaná červená čiara je vývoj dôchodku z kombinovaného piliera, súvislá modrá čiara je vývoj dôchodku, ak človek vytrvá v I. pilieri.

### Úspory / pôžičky:

Dole uvedený graf znázorňuje úspory mínus pôžičky, teda čisté úspory. Ak je číslo kladné, človek má čisté úspory, ak je záporné, tak má čisté pôžičky. V čase, kedy človek sa stal dôchodcom, vybral si termínovaným výberom peniaze z II. piliera dôchodkového zabezpečenia, preto mu nabehli peniaze na účet. Bodkovaná červená čiara znázorňuje prípad, ak vstúpi do II. piliera, súvislá modrá, ak nevstúpi a vytrvá v I. pilieri.

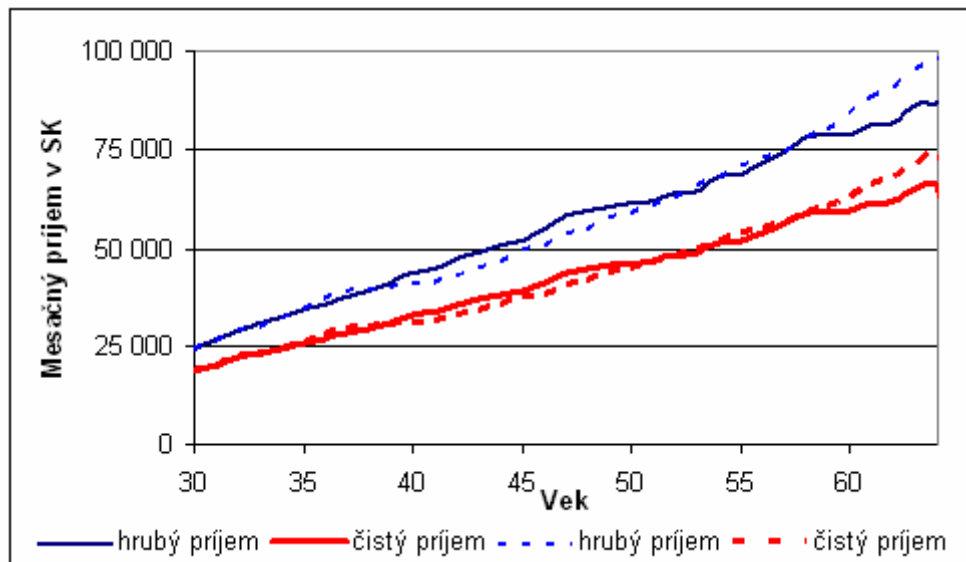


Graf č. 20; Nasporené peniaze (+), dlh (-)

Merítka na osi x označuje vek človeka, na osi y dlh / úspory<sup>1</sup>

### Bez termínovaného výberu

#### Prijem:



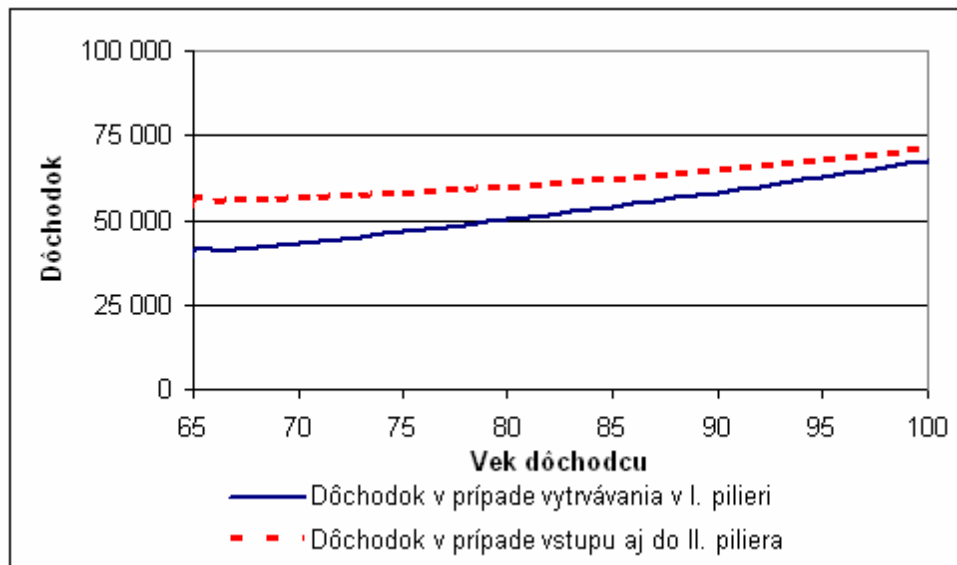
Graf č. 21; Hrubý a čistý príjem

Merítka na osi x označuje vek človeka, na osi y mesačný príjem

<sup>1</sup> V programe počítame s 12-krát silnejšou menou a nie v Sk, podrobný popis bol v kapitole *Matematický model*.

Tento graf znázorňuje hrubý (modré čiary) a čistý (červené čiary) príjem jednotlivca. Bodkovaná čiara je náhodná realizácia pri vstupe do II. piliera, súvislá čiara je realizácia ak do II. piliera nevstúpi. Sú to dva náhodné realizácie vývoja miezd – ktoré nezávisia od toho, či jednotlivec vstúpi alebo nevstúpi do II. piliera.

### Dôchodok:



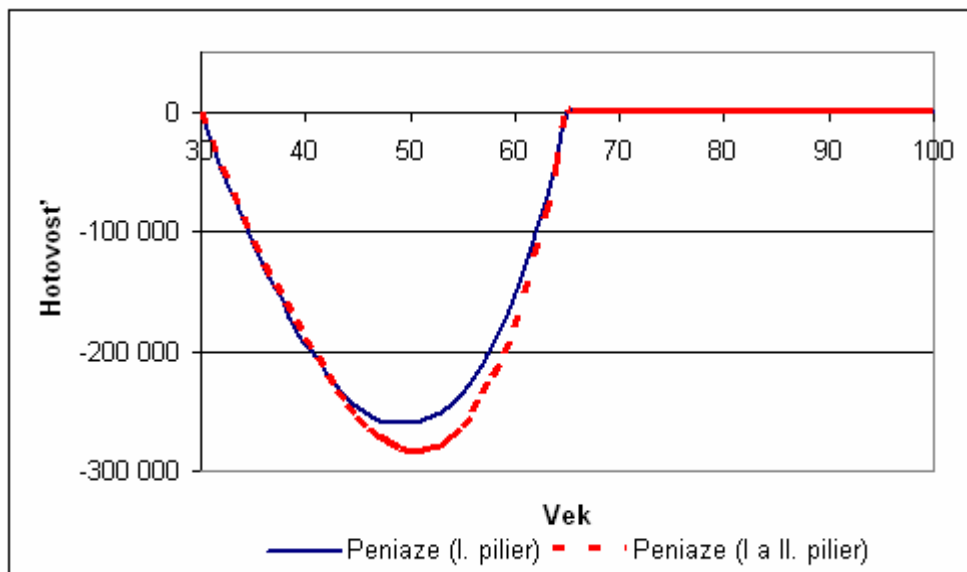
Graf č. 22; Dôchodkov z I a z kombinovaného piliera

Merítka na osi x označuje vek človeka, na osi y mesačný dôchodok

Tento graf znázorňuje výšku dôchodku. Bodkovaná červená čiara je vývoj dôchodku z kombinovaného piliera, súvislá modrá čiara je vývoj dôchodku, ak človek vytrvá v I. pilieri.

### Úspory / pôžičky:

Dole uvedený graf znázorňuje úspory mínus pôžičky, teda čisté úspory. Ak je číslo kladné, človek má čisté úspory, ak je záporné, tak má čisté pôžičky. V čase, kedy človek sa stal dôchodcom, vybral si maximálny dôchodok z II. piliera dôchodkového zabezpečenia. Bodkovaná červená čiara znázorňuje prípad, ak vstúpi do II. piliera, súvislá modrá, ak nevstúpi a vytrvá v I. pilieri.



Graf č. 23; Nasporené peniaze (+), dlh (-)

Merítka na osi x označuje vek človeka, na osi y dlh / úspory<sup>1</sup>

<sup>1</sup> V programe počítame s 12-krát silnejšou menou a nie v Sk, podrobný popis bol v kapitole **Matematický model**.

## Hľadanie vekovej indiferencie

(experiment – indifferent age)

Našou úlohou v tejto kapitole je nájsť vek, pri ktorom je pre jednotlivca **indiferentné, či vstúpi alebo nevstúpi do II. piliera**. Zadefinujme si, že jednotlivec je indiferentný voči vstupu do II. piliera, **ak maximalizácia celoživotného úžitku jednotlivca dáva rovnaké hodnoty** aj keby vytrval v I. pilieri, aj keby vstúpil do II. piliera. Nazývame ho vekovo indiferentný voči vstupu do II. piliera.

Tento vek sa dá nájsť pomocou výstupu „experiment - indifferent age“. Tento výstup sme vygenerovali pre každý vek niekoľkokrát, aby sme dostali rozdelenie pravdepodobnosti ukazovateľov v danom veku.

Nasledujúce grafy znázorňujú množinu realizácií od 30 do 50 rokov veku jednotlivca. Pre každý vek sme vygenerovali výstupy niekoľkokrát. Ich strednú hodnotu na grafe značí stred červeného obdĺžnika, horný a dolný koniec obdĺžnika znázorňuje priemer +/- štandardná odchýlka. Ďalej sme znázornili aj minimum a maximum z výstupov v danom veku, ktorú označujú konce zvislých čiar, ako pokračovania obdĺžnikov.

Spoločné predpoklady:

- Dôchodkový vek je 65 rokov,
- Výnosy II. piliera sú neisté, sú modelované, ako sme to v kapitole *Dôchodok z kombinovaného piliera* uviedli.

Pozorované typy možných dopadov dôchodkovej reformy sú tie isté, ako sme mali v kapitole *Riešenie úloh*, v tabuľke *Tabuľka č. 10; Pozorované typy možných dopadov dôchodkovej reformy*.

Poznamenáme, že v zákone prvý pilier by mal byť valorizovaný švajčiarskym systémom a tu sú uvedené hlavne dôchodkové systémy s valorizáciou o infláciu. Švajčiarsku indexáciu predpokladáme za priveľké zaťaženie priebežného systému. Ako sme na to už v kapitole *Valorizácia dôchodkov* ukázali, táto valorizácia dlhodobo sa nedá udržať. Možno niekoľko rokov – reálne 7 až 10 rokov. Iba dotedy, kým priemerné hodnoty dôchodkov sa priblížia k priemeru dôchodkom v EU. Potom budú valorizované iba o infláciu. Ako uvidíme nižšie, pre jednotlivcov okolo veku indiferentnosti valorizácia už by mala byť iba o infláciu (lebo majú viac ako 10 rokov do dôchodkového veku).

Merítka na osi y značí normovaný rozdiel úžitkov:

- z celoživotného úžitku výlučne z prvého piliera sa odpočíta úžitok z kombinovaného dôchodkového sporenia,

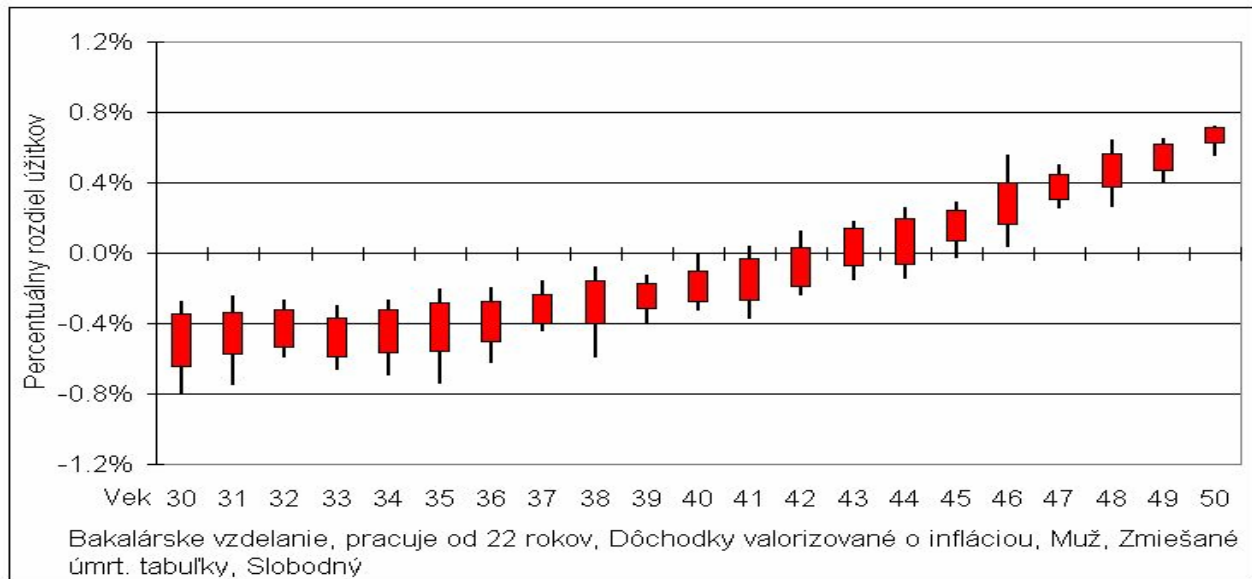


- rozdiel sme normovali (vydelili) úžitkom z kombinovaného dôchodkového piliera.

Typy dopadov kategorizujeme podľa vzdelania

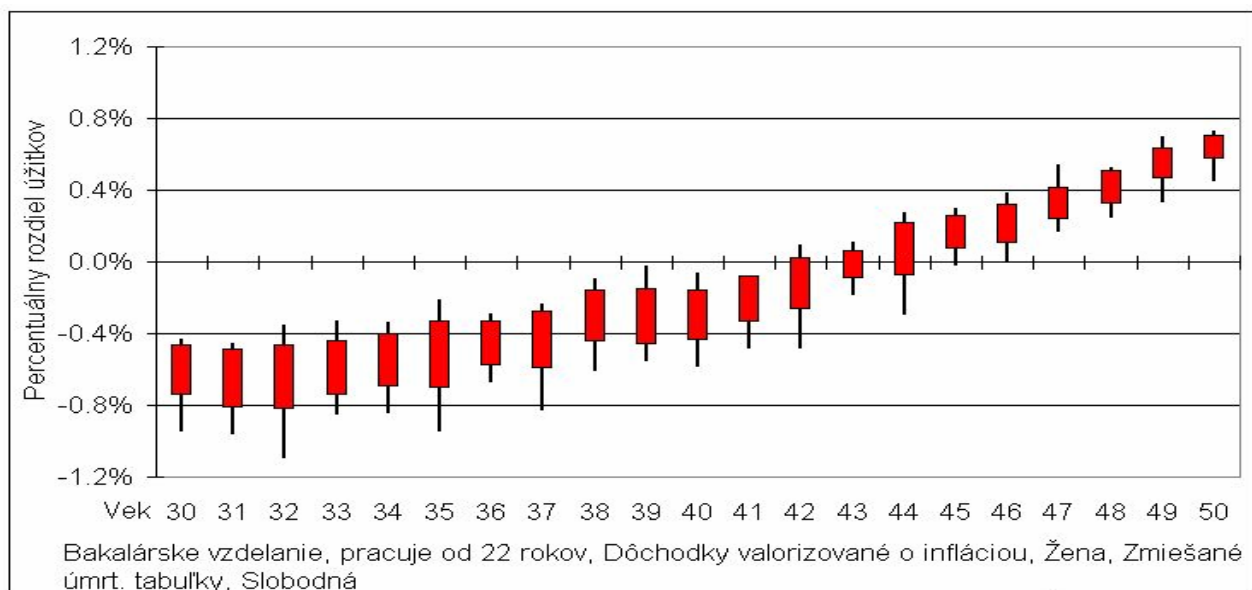
### **Bakalárske vzdelanie**

Muži – bakalárske vzdelanie



**Graf č. 24; Bakalárske vzdelanie, pracuje od 22 rokov, Dôchodky valorizované o infláciu, Muž, Zmiešané úmrt. tabuľky, Slobodný**

Ženy – bakalárske vzdelanie

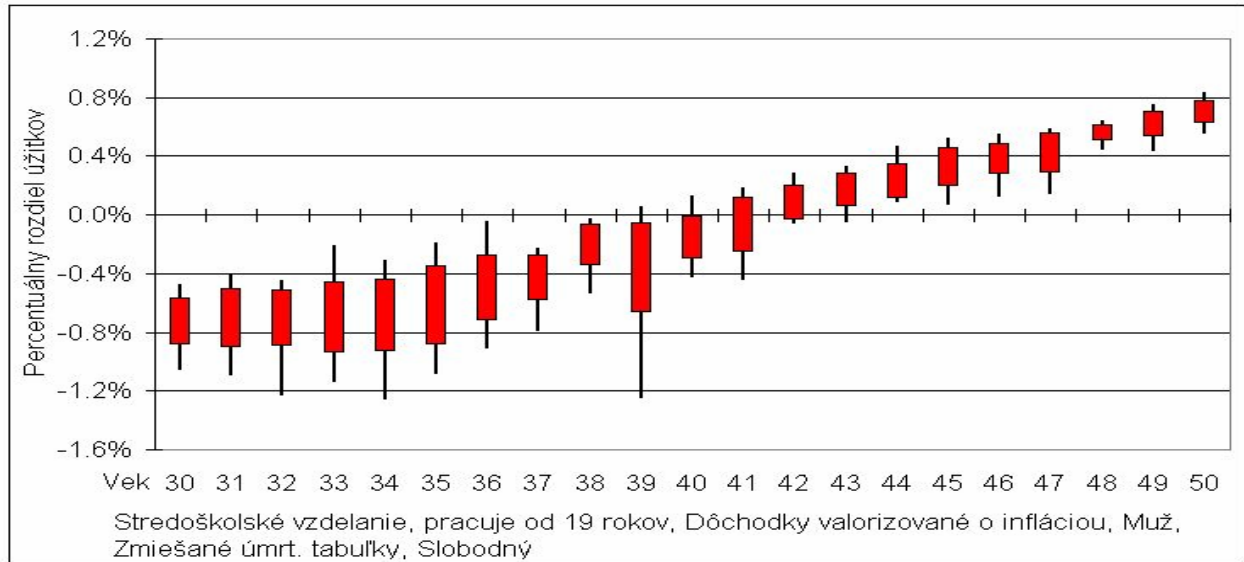


**Graf č. 25; Bakalárske vzdelanie, pracuje od 22 rokov, Dôchodky valorizované o infláciu, Žena, Zmiešané úmrt. tabuľky, Slobodná**

Z výsledkov vidíme, že vek indiferentnosti, kedy je človek s bakalárskym vzdelaním indiferentný voči vstupu do II. piliera, pre človeka s bakalárskym vzdelaním je približne 43 rokov. Bez ohľadu na pohlavie.

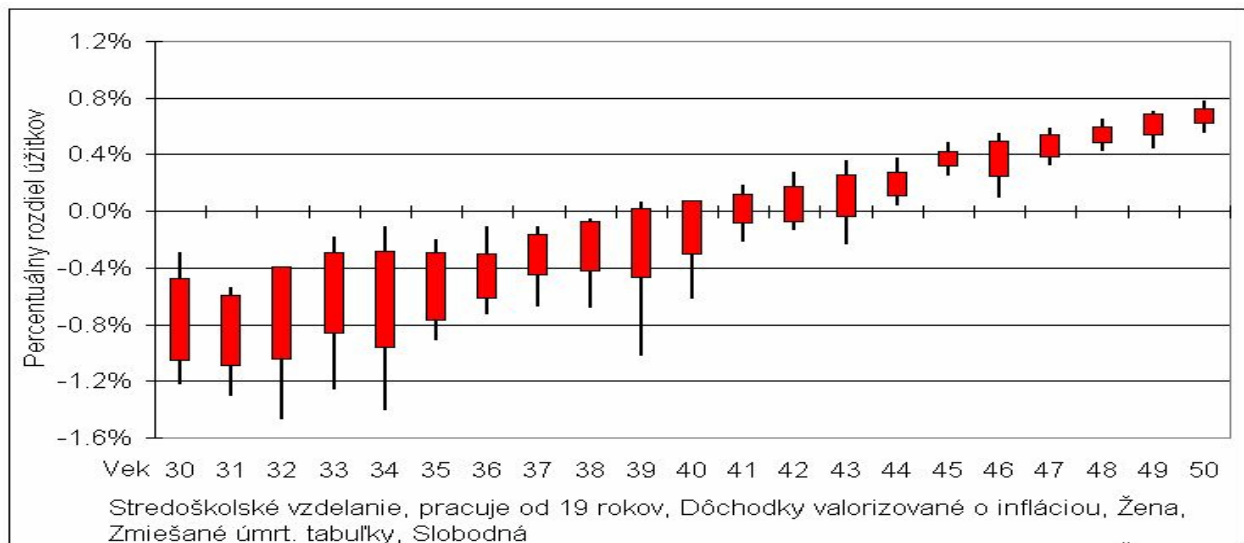
### Úplné stredoškolské vzdelanie

Muži – úplné stredoškolské vzdelanie



**Graf č. 26; Stredoškolské vzdelanie, pracuje od 19 rokov, Dôchodky valorizované o infláciu, Muž, Zmiešané úmrt. tabuľky, Slobodný**

Ženy – úplné stredoškolské vzdelanie



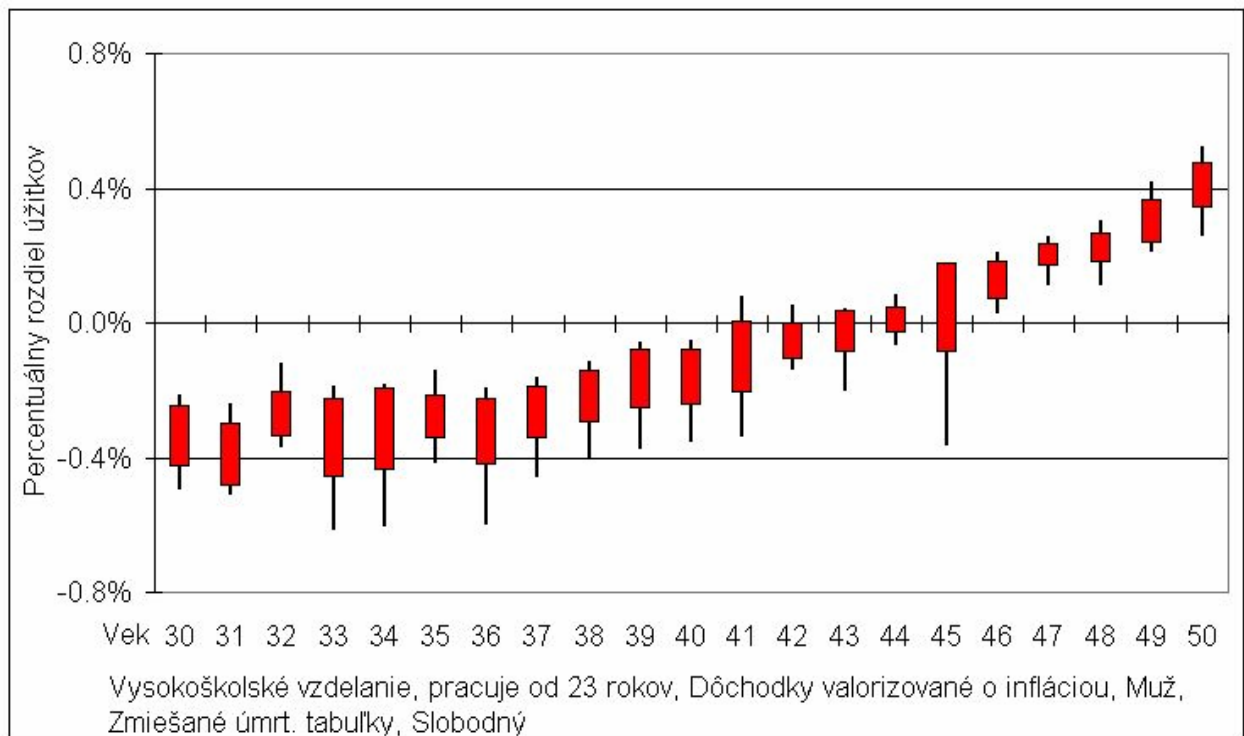
**Graf č. 27; Stredoškolské vzdelanie, pracuje od 19 rokov, Dôchodky valorizované o infláciu, Žena, Zmiešané úmrt. tabuľky, Slobodná**

Z výsledkov vidíme, že vek indiferentnosti, kedy je človek s úplným stredoškolským vzdelaním indiferentný voči vstupu do II. piliera, pre človeka s úplným stredoškolským vzdelaním je približne 41 rokov. Bez ohľadu na pohlavie.

### Vysokoškolské vzdelanie

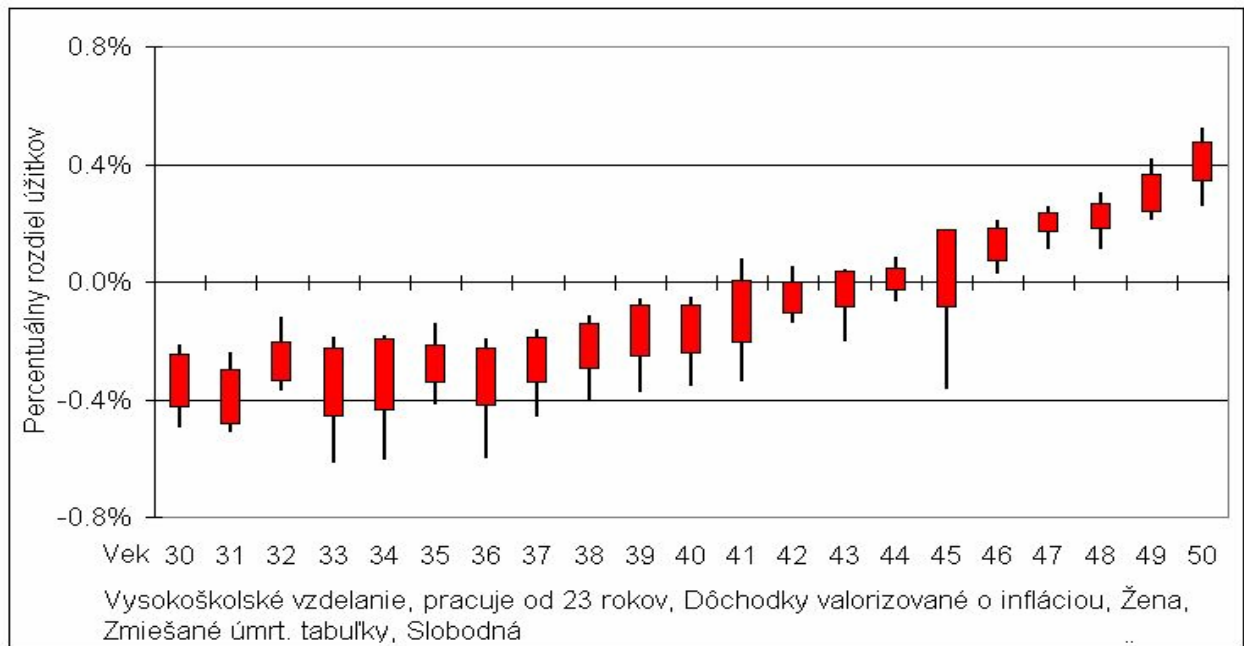
Pre vysokoškolské vzdelanie sme vygenerovali viacero možností podľa dopadov a možných zmien dôchodkovej reformy v budúcnosti.

Muži – vysokoškolské vzdelanie



**Graf č. 28; Vysokoškolské vzdelanie, pracuje od 23 rokov, Dôchodky valorizované o infláciu, Muž, Zmiešané úmrt. tabuľky, Slobodný**

## Ženy – vysokoškolské vzdelanie

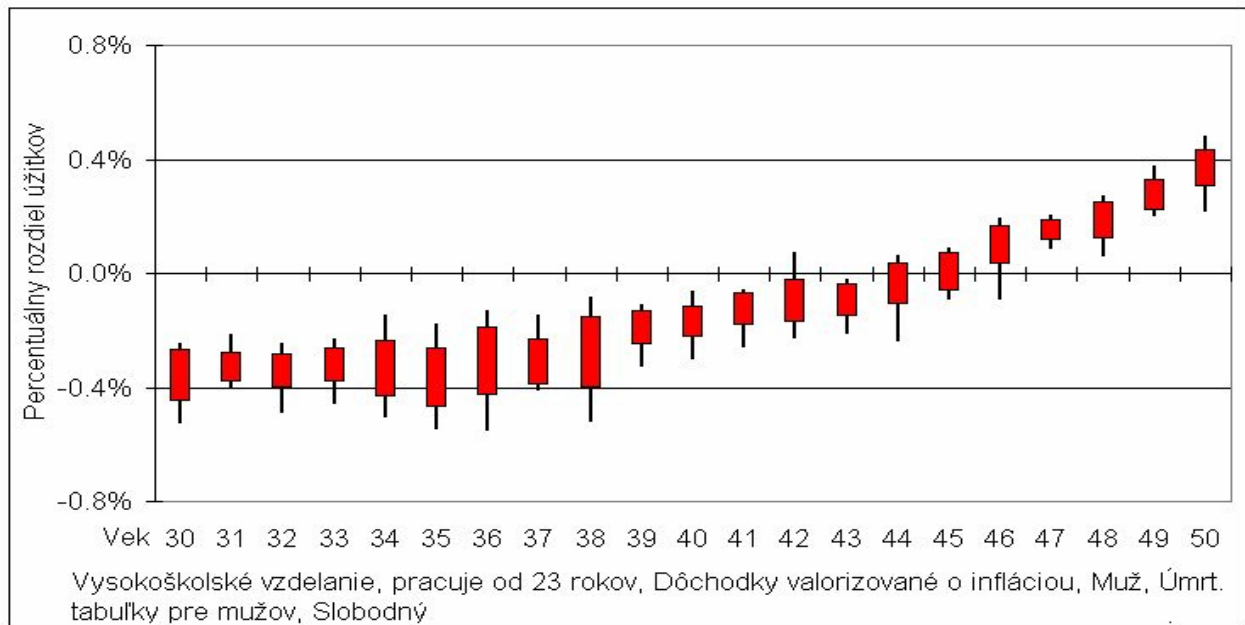


**Graf č. 29; Vysokoškolské vzdelanie, pracuje od 23 rokov, Dôchodky valorizované o infláciu, Žena, Zmiešané úmrt. tabuľky, Slobodná**

Vidíme, že vek indiferentnosti, pri rovnakých parametroch ako sme mali aj pre stredoškolské a bakalárske vzdelanie sa trochu zvýši u ľudí s vysokoškolským vzdelaním. Je to vek okolo 44 rokov u žien aj u mužov.

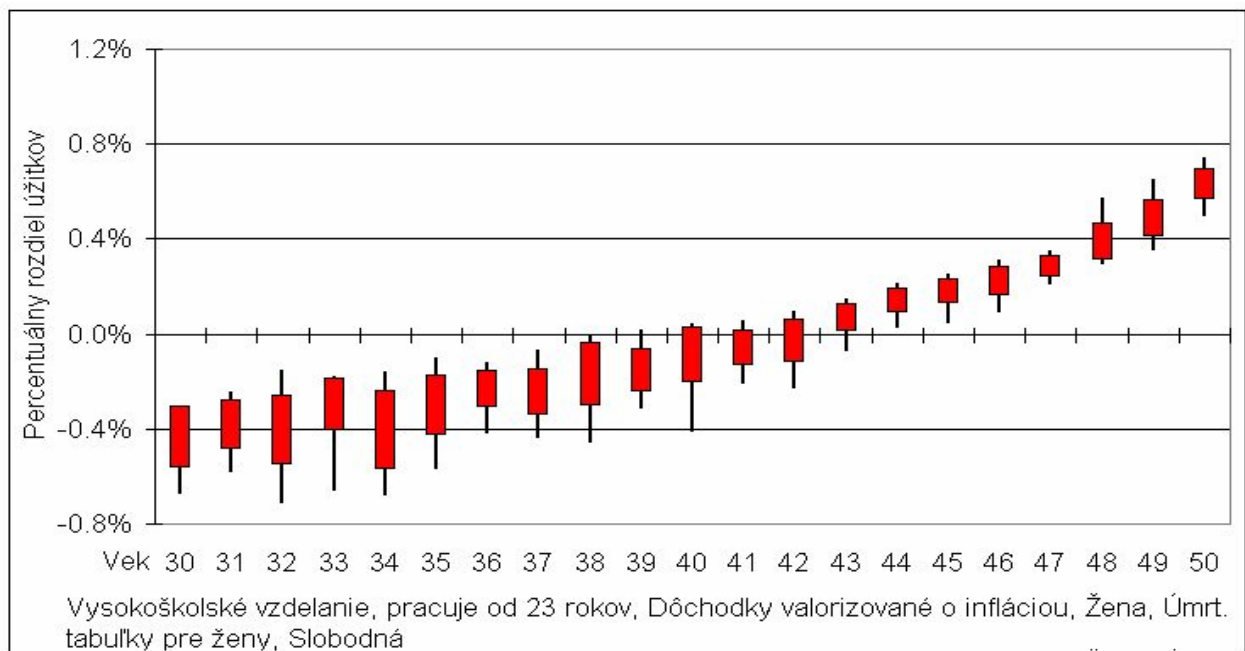
Z dôvodu zmiešaných úmrtnostných tabuliek vek indiferentnosti pre mužov a pre ženy je sú veľmi blízke. To platí pri všetkých typoch školského vzdelania. Ak by poisťovne mohli použiť úmrtnostné tabuľky zvlášť pre mužov a ženy, dopad by bol trochu iný. Vidíme to z nasledujúcich grafov:

## Muži – vysokoškolské vzdelanie



**Graf č. 30; Vysokoškolské vzdelanie, pracuje od 23 rokov, Dôchodky valorizované o infláciu, Muž, Úmrt. tabuľky pre mužov, Slobodný**

## Ženy – vysokoškolské vzdelanie



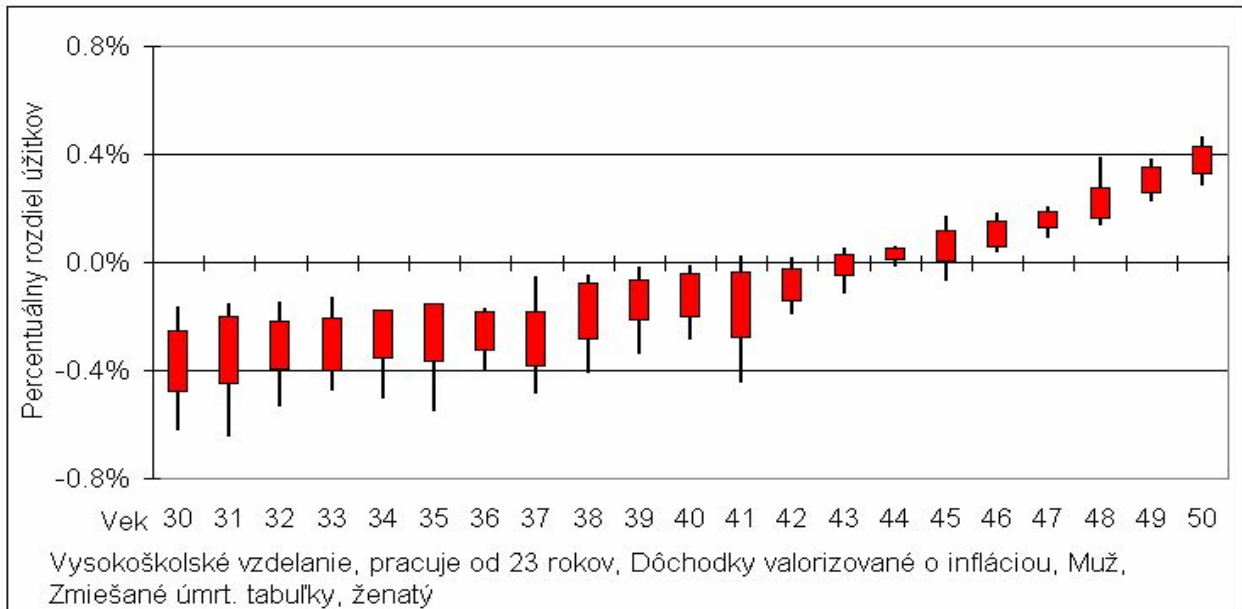
**Graf č. 31; Vysokoškolské vzdelanie, pracuje od 23 rokov, Dôchodky valorizované o infláciu, Žena, Úmrt. tabuľky pre ženy, Slobodná**

Vidíme, že pre mužov, ktorým dôchodky pri použití zmiešaných úmrtnostných tabuliek boli nižšie z dôvodu použitia zmiešaných úmrtnostných tabuliek, sa vek indiferentnosti

troška posunul nahor, pre ženy zas nadol. Vek indiferentnosti sa dostal u mužov až na hodnotu 45 rokov, u žien na hodnotu 42 rokov.

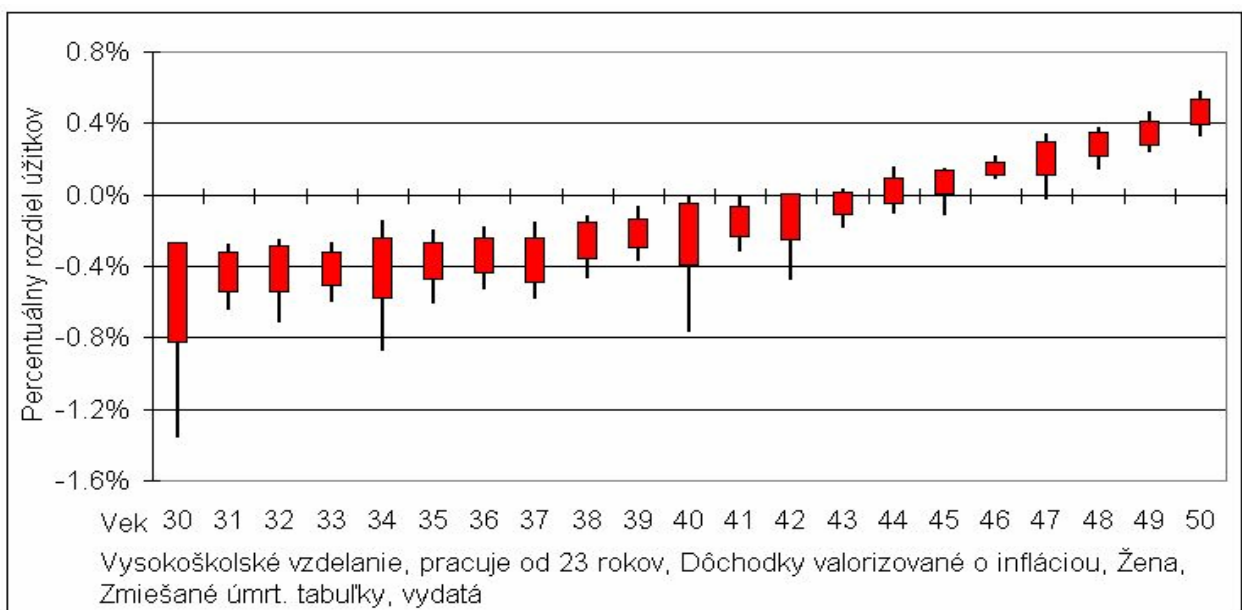
Ak zohľadníme aj rodinný stav jednotlivca, tak naše grafy sa zmenia nasledovne:

#### Muži – vysokoškolské vzdelanie



**Graf č. 32; Vysokoškolské vzdelanie, pracuje od 23 rokov, Dôchodky valorizované o infláciu, Muž, Zmiešané úmrt. tabuľky, ženatý**

#### Žena – vysokoškolské vzdelanie

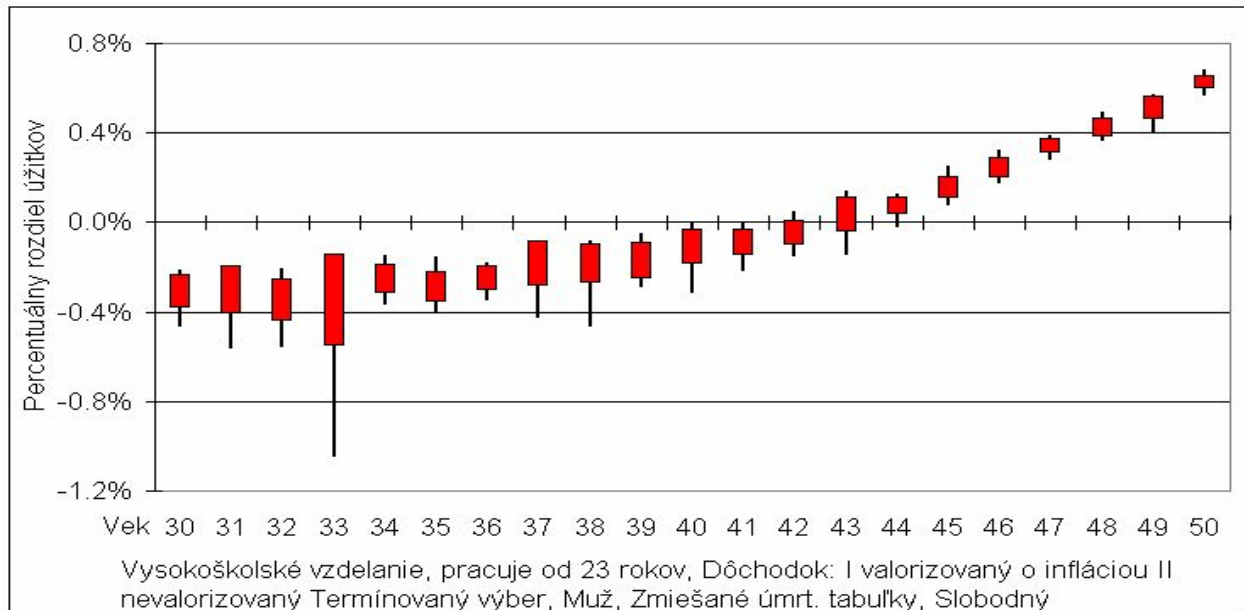


**Graf č. 33; Vysokoškolské vzdelanie, pracuje od 23 rokov, Dôchodky valorizované o infláciu, Žena, Zmiešané úmrt. tabuľky, vydatá**

Vek indiferentnosti pre mužov aj pre ženy, ak predpokladáme, že poisťovňa bude platiť aj pozostalostné dôchodky, sa posunie bližšie k hodnote 43-44 rokov.

Ďalej uvedieme 4 možné zmeny v legislatíve. Niektoré grafy sme vygenerovali iba pre mužov, pri ženách zmena je štandardne podobná ako pri mužoch.

Muž, Dôchodok z II. piliera poisťovňa nebude valorizovať a budúci dôchodca využije termínovaný výber:

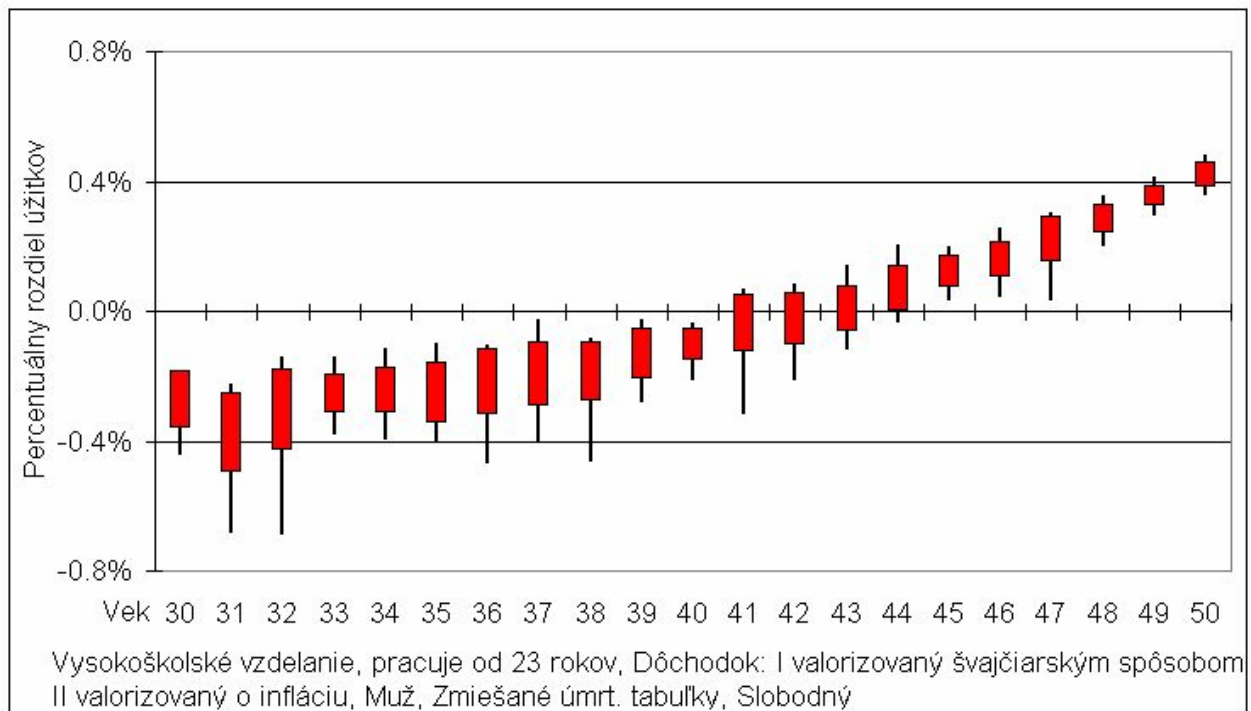


**Graf č. 34; Vysokoškolské vzdelanie, pracuje od 23 rokov, Dôchodok I valorizovaný o infláciu II nevalorizovaný Termínovaný výber, Muž, Zmiešané úmrt. tabuľky, Slobodný**

Vek indiferentnosti je 43 rokov. Teda o 2 roky menej, ako bez zmien. Sú tu dve zmeny ktoré znižujú vek indiferentnosti:

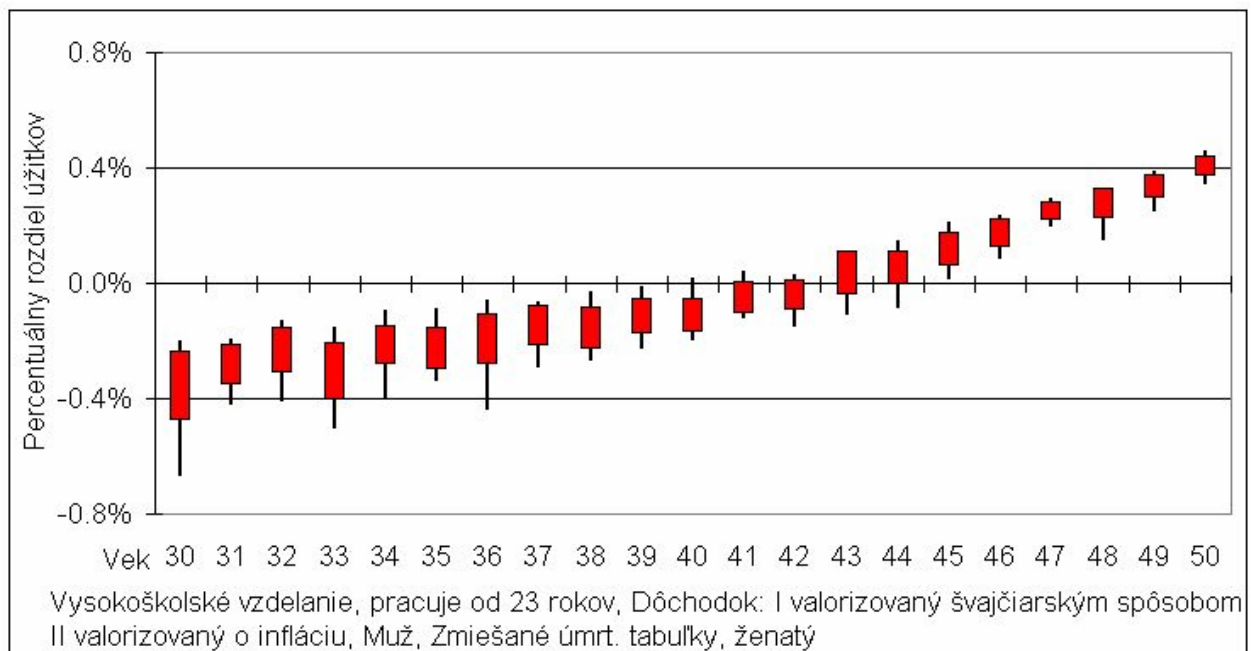
- **termínovaný výber:** lebo peniaze ktoré si dôchodca vyberie termínovaným výberom v dôchodkovom veku už nie sú ďalej diskontované s pravdepodobnosťou úmrtia, teda dôchodca má z toho väčší úžitok,
- **rovnaké mesačné splátky renty, teda renta nie je valorizovaná:** lebo dôchodca prvé dôchodky dostane väčšie, a neskôr menšie oproti tomu, akoby splátky boli valorizované. Ale peniaze, ktoré dostane časovo skôr majú väčšiu hodnotu pre dôchodcu ako peniaze ktoré dostane neskôr, teda hranica vekovej indiferentnosti pre jednotlivca aj kvôli tejto zmene sa posunie smerom dole.

Muž, Dôchodok z I piliera bude valorizovaný švajčiarskym systémom:



**Graf č. 35; Vysokoškolské vzdelanie, pracuje od 23 rokov, Dôchodok I valorizovaný švajčiarskym spôsobom II valorizovaný o infláciu, Muž, Zmiešané úmrt. tabuľky, Slobodný**

Muž, Dôchodok z I piliera bude valorizovaný švajčiarskym systémom a poisťovňa bude vyplácať aj pozostalostné dôchodky teda budúci dôchodca je ženatý:

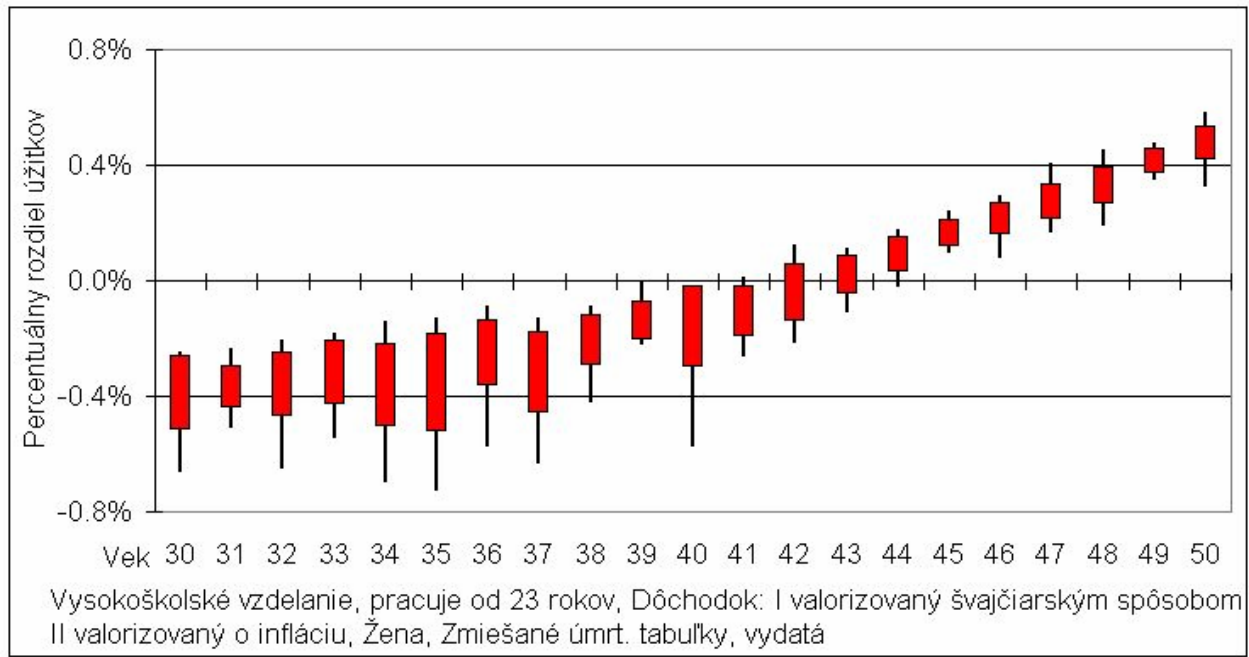


**Graf č. 36; Vysokoškolské vzdelanie, pracuje od 23 rokov, Dôchodok I valorizovaný švajčiarskym spôsobom II valorizovaný o infláciu, Muž, Zmiešané úmrt. tabuľky, ženatý**



Valorizácia švajčiarskym systémom pre jednotlivca zvýhodňuje I. pilier, preto hranica vekovej indiferentnosti sa posunie smerom nadol. Približne o rok, 2 roky na hodnotu 42-43 rokov.

Žena, Dôchodok z I piliera bude valorizovaný švajčiarskym systémom a poisťovňa bude vyplácať aj pozostalostné dôchodky teda budúci dôchodca je vydatá:

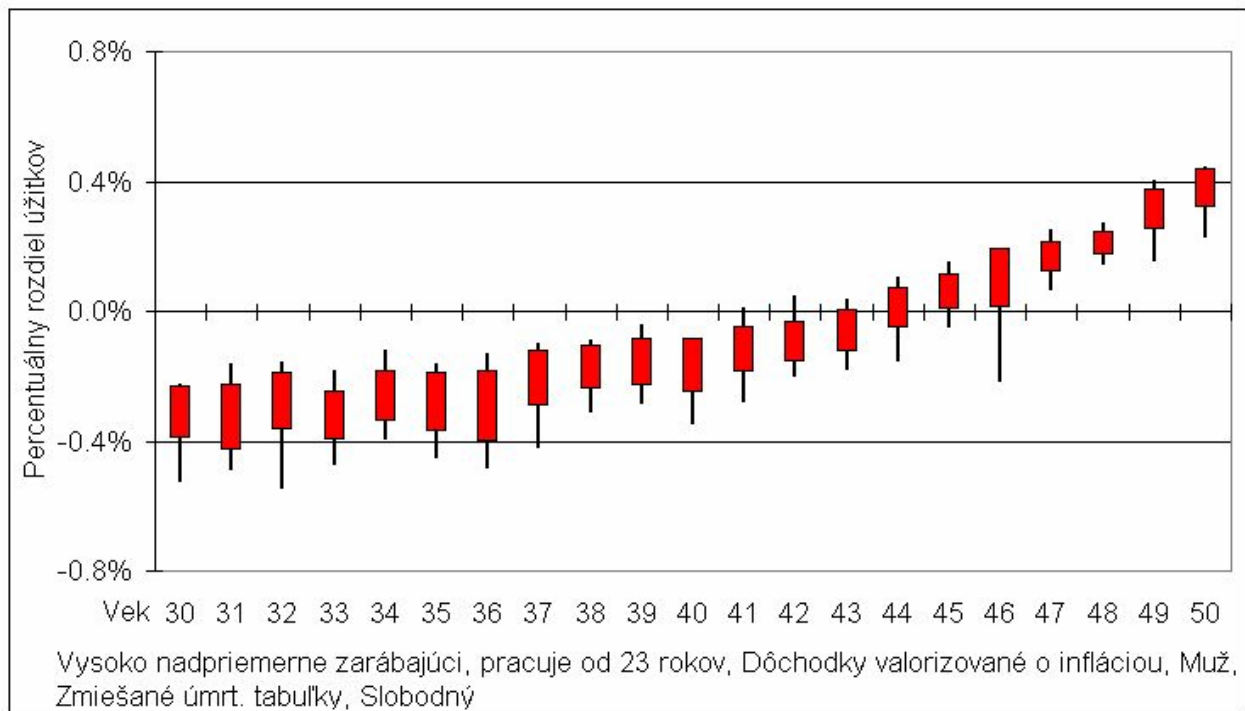


**Graf č. 37; Vysokoškolské vzdelanie, pracuje od 23 rokov, Dôchodok I valorizovaný švajčiarskym spôsobom II valorizovaný o infláciu, Žena, Zmiešané úmrt. tabuľky, vydatá**

Pre ženu zmena valorizácie podľa platných zákonov znamená 2 ročnú zmenu vo vekovej indiferentnosti oproti prvému typu. Pri tomto type vek indiferentnosti je 43 rokov.

Poznamenáme, že zmena školského vzdelania spôsobí iba malé zmeny v pomere úžitku, teda vo veku indiferentnosti. S nižším školským vzdelaním sa hranica posunie smerom nadol, s vyšším školským vzdelaním sa hranica posunie smerom nahor. Zmena školského vzdelania je spätá s priemerným platom, preto tu uvedieme ešte jeden graf, z ktorého sa dá určiť vek indiferentnosti pre ľudí, ktorí bez ohľadu na školské vzdelanie zarábajú nadpriemerne, cca. 60 000 Sk mesačne. Ich zárobok rastie s rastom priemernej mzdy v hospodárstve SR.

## Vysoko nadpriemerne zarábajúci



**Graf č. 38; Vysoko nadpriemerne zarábajúci, pracuje od 23 rokov, Dôchodky valorizované o infláciu, Muž, Zmiešané úmrt. tabuľky, Slobodný**

Vidíme, že ani vtedy, ak človek počas života zarába vysoko nadpriemerne sa vek indiferentnosti nad istú hranicu nedostane. V tomto prípade je to vek 44 rokov. Súvisí to so spôsobom výpočtov dôchodkov v I. pilieri. Ale ak zohľadníme, že odvody do I. piliera aj dôchodky z I. piliera môžu byť limitované, pre týchto ľudí sa pravdepodobne oplatí vstúpiť do II. piliera. To ani nie z hľadiska, že by tak mohli dosiahnuť vyšší úžitok alebo dôchodok, ale že nasporené peniaze v II. pilieri, ktorých suma je vysoká oproti ostatným dôchodcom aj v porovnaní úspor jednotlivcov, sa nestratia pri úmrtí. Ak využijú termínovaný výber, tak väčšinu peňazí z II. piliera môžu vybrať.

### Zhrnutie

Vek indiferentnosti je citlivý na školské vzdelanie, ale nad istú hranicu sa nedostane. Vek, pri ktorom jednotlivec je indiferentný voči vstupu do II. piliera je od 42 do 45 rokov. Ak použijeme zmiešané úmrtnostné tabuľky na určenie renty – to je že poisťovňa nediskriminuje dôchodcov podľa pohlavia – tak vek indiferentnosti mužov a ženám sa navzájom priblížia (43 rokov). Ak by poisťovne mohli použiť zvlášť úmrtnostné tabuľky pre ženy a mužov, tak vekový rozdiel medzi vekom indiferentnosti pre mužov a žien by bol 3 ročný. Mužom by vek indiferentnosti narástol, ženám klesol. U mužov na hodnotu 45 rokov a u žien na hodnotu 42 rokov.

Různe zmeny v legislatíve môžu spôsobiť niekoľko ročný posun vo vekovej indiferentnosti.

Celkovo môžeme povedať, že vek, pri ktorom sa ešte oplatí vstúpiť do II. piliera je okolo 40-45 rokov v závislosti od platnej legislatívy.

Avšak tento vek znamená, že v 50% prípadov človek dopadne lepšie, v 50% prípadov horšie resp. podobne akoby nevstúpil do II. piliera. Preto treba dbať aj na štandardnú odchýlku v danom veku. Preto odporúčame vstúpiť do II. piliera, ak celý štvorec v danom veku je na grafe pod osou y, vo väčšine prípadov je to vek 40 rokov.

Poznamenáme, že počas riešenia sme vygenerovali oveľa viac výsledkov, nie iba tie, ktoré sú tu uvedené. V tomto texte sme uviedli iba tie, ktoré sa nám zdali zaujímavé, pritom sme sa snažili pokryť čo najväčšiu vzorku populácie a čo najpravdepodobnejšie zmeny v legislatíve. Iné špecifické prípady s voľne nastaviteľnými parametrami sa dajú vypočítať pomocou programu, ktorý sme použili pri výpočte hore uvedených dát. Program je priložený v prílohe. **Program je možné voľne použiť a rozširovať len na neobchodné účely.**

## Citlivost' modelu

Počas vývoja programu sme parametre nastavili tak, aby čo najlepšie odzrkadľovali realitu. Niektoré sme nastavili pomocou hodnôt dlhodobých historických dát, ako napríklad výnosy fondov. Iné sme zas prebrali od relevantných inštitúcií. Sú to napríklad predpoveď inflácie a rastu nominálnej mzdy pre najbližších 50 rokov; predpoveď vekovej štruktúry Slovenskej republiky do roku 2050; hrubá mesačná mzda podľa veku a školského vzdelania. Infláciu a rast reálnych miezd máme zo SLSP, odboru analýz. Vekovú štruktúru sme dostali od Slovenskej demografickej spoločnosti, štruktúru miezd podľa vzdelania a veku od Trexima s.r.o. a od Ministerstva sociálnych vecí a rodiny Slovenskej Republiky.

Parametre, ktoré sme vo vstupe nastavili na konštantnú hodnotu, majú malý vplyv na výsledok. Po viacerých zmenách v parametroch a v účelovej funkcii sme dospeli k tomu, že model je stabilný, na malé výkyvy reaguje celoživotný úžitok malými zmenami. Pritom z pohľadu riešenia pomer úžitkov je dôležitejší. Tento pomer je ešte stabilnejší ako samotný úžitok, lebo pri zmene vstupných parametrov úžitok sa vychýli tým istým smerom aj v prípade vstupu do II. piliera, aj v prípade vytrvávania v I. pilieri. Teda náš model je dostatočne málo citlivý na zmenu parametrov.

S istotou môžeme povedať, že na nepresnosť výsledkov bude mať oveľa väčší vplyv zmena legislatívy ako zmena niektorého parametra.

Relevantné vstupné parametre, ktoré môžu ovplyvniť výsledky:

- valorizácia dôchodkov v I. a v II. pilieri
- Diskontný faktor
- Výška dane (spotrebná daň, daň z príjmu)
- Reálne úrokové miery na vklady a na pôžičky
- Nezdaniiteľné minimum
- Inflácia
- Rast reálnej mzdy
- Výnos konzervatívneho fondu v II. pilieri
- Výnos vyváženého fondu v II. pilieri
- Výnos rastového fondu v II. pilieri
- Percento ročného najvyššenia / zníženia zárobku
- Zárobky podľa školského vzdelania

## Zoznam použitých zákonov

Zákon č.: zo Z.z. SR	Názvom:
461-2003	Zákon o sociálnom poistení
511-2003	Zákon, ktorým sa mení a dopĺňa zákon č. 414/2002 Z. z. o hospodárskej mobilizácii a o zmene zákona Národnej rady Slovenskej republiky č. 274/1993 Z. z. o vymedzení pôsobnosti orgánov vo veciach ochrany spotrebiteľa v znení neskorších predpisov
186-2004	Zákon, ktorým sa mení a dopĺňa zákon č. 95/2002 Z. z. o poisťovníctve a o zmene a doplnení niektorých zákonov v znení zákona č. 430/2003 Z. z. a o zmene a doplnení niektorých ďalších zákonov
291-2004	Zákon, ktorým sa určujú podrobnosti o spôsobe ustanovenia orgánov školskej samosprávy, o ich zložení, o ich organizačnom a finančnom zabezpečení
365-2004	Zákon o rovnakom zaobchádzaní v niektorých oblastiach a o ochrane pred diskrimináciou a o zmene a doplnení niektorých zákonov (antidiskriminačný zákon)
43-2004	Zákon o starobnom dôchodkovom sporení a o zmene a doplnení niektorých zákonov
439-2004	Zákon, ktorým sa mení a dopĺňa zákon č. 461/2003 Z. z. o sociálnom poistení v znení neskorších predpisov a o zmene a doplnení niektorých zákonov
600-2004	Zákon o prídavku na dieťa a o zmene a doplnení zákona č. 461/2003 Z. z. o sociálnom poistení
650-2004	Zákon o doplnkovom dôchodkovom sporení a o zmene a doplnení niektorých zákonov
732-2004	Zákon, ktorým sa mení a dopĺňa zákon č. 328/2002 Z. z. o sociálnom zabezpečení policajtov a vojakov a o zmene a doplnení niektorých zákonov v znení neskorších predpisov a o zmene a doplnení niektorých zákonov

## Použitá literatúra

- [ a ] Andrew A. Samwick: New Evidence On Pension, Social Security, and The timing of Retirement - NBER WP 6534
- [ b ] Brealey, Myers: Principles of Corporate Finance
- [ c ] Miroslav Verbič: Teoretični vidiki odločitev o upokojevanju – Diplomová práca Univerza v Mariboru, EPF
- [ d ] Noviny o ekonomike Hospodárske noviny
- [ e ] Týždenník o ekonomike Trend
- [ f ] H. Peyton Young: Progressive Taxation and Equal Sacrifice – The American Economic Review, Vol. 80, No 1
- [ g ] Christopher D. Carroll  
Miles S. Kimball On the Concavity of the Consumption Function, 1995
- [ h ] Irwin Friend,  
Marshall E. Blume: The Demand for Risky Assets – The American Economic Review, Vol. 65, No 5
- [ i ] Ján Boďa: Dynamické programovanie – praktický návod
- [ j ] Ján Mészáros: Metodický materiál – Výpočet úmrtnostných tabuliek
- [ k ] Jeffrey R. Brown,  
James M. Poterba: Joint Life Annuities and Annuity Demand By Married Couples - NBER WP 7199
- [ l ] Jeffrey R. Brown: Private Pension, Mortality Risk, and the Decision to Annuitize – NBER WP 7191
- [ m ] Keneth L. Judd: Numerical Methods in Economics. Chapter 12 – Numerical Dynamic Programming
- [ n ] Margaréta Halická: Optimálne riadenia – dynamické programovanie
- [ o ] Matthias Doepke  
Andreas Lehnert  
Andrew W. Sellgren Macroeconomics
- [ p ] MPSVaR SR: Brožúra Nové dôchodky od A po Z
- [ q ] Národná obroda: Seriál článkov o dôchodkovej reforme
- [ r ] NR SR: Zbierka zákonov
- [ s ] Richard V. Burkhauser,  
J. S. Butler,  
Gulcin Gumus: Otion Value and Dynamic Programming, Model Estimates of Social Security Disabilitz Insurance Application Timing. IZA DP No. 941
- [ t ] Rodrigo Cifuentes: How Does Pension Reform Affect Saving and Welfare – Central Banc of Chile, WP No 80

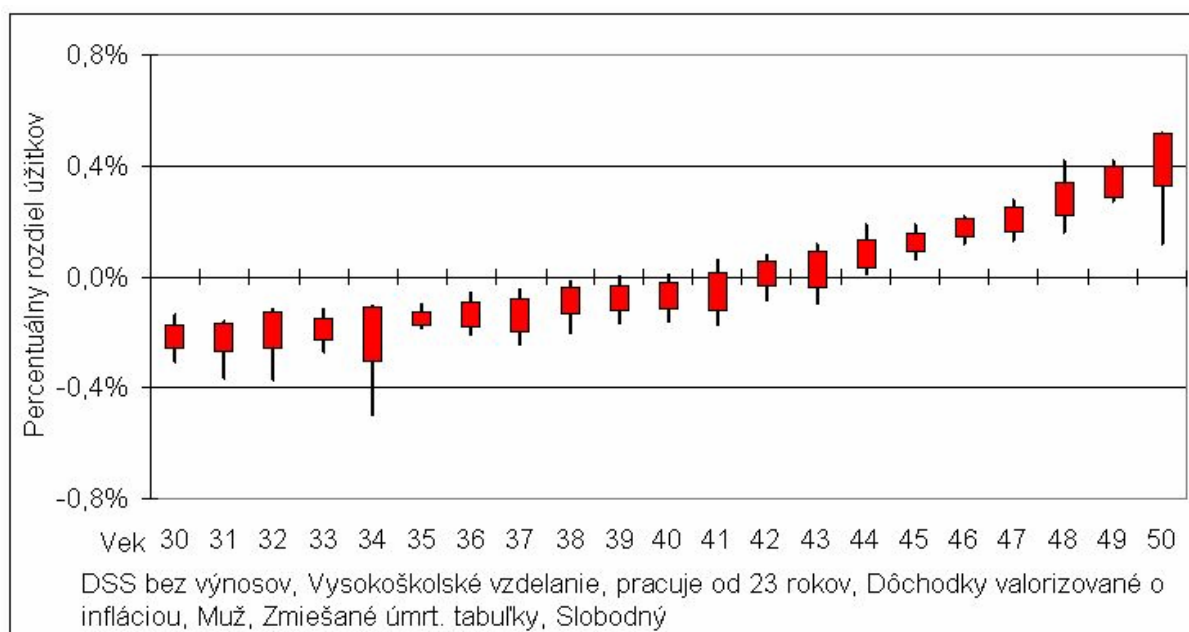
- [ u ] Russel Cooper: Consumption
- [ v ] Stacho Mudrák: Investovanie a prispôsobovacie náklady – Diplomová práca  
UK FMFI EFM
- [ w ] Keizo Nagatani: Life Cycle Saving: Theory and Fact

## Príloha A

### *Predpoklad nulového reálneho výnosu fondov DSS*

Predpokladajme, že DSS nebudú úspešné, a podarí sa im iba udržať hodnotu portfólia na stálej, nezmenenej reálnej hodnote. Potom by fondy mali nulový reálny výnos. V kapitole *Citlivosť modelu* sme písali, že náš model je málo citlivý na zmenu parametrov. Malý test parametra „výnos fondov“ napriek tomu uvidíme. Znáznorníme dva grafy, z ktorých sa dá vyčítať rozdiel úžitkov v prípade vstupu do II. piliera v porovnaní s prípadom vytrvania v I. pilieri pre mužov a pre ženy.

Z predpokladu, že vložené peniaze vo fondoch majú nulové reálne výnosy by sme mohli očakávať rapídny pokles veku indiferentnosti. Ale ako vidíme z tu uvedených grafov, takto to nie je:

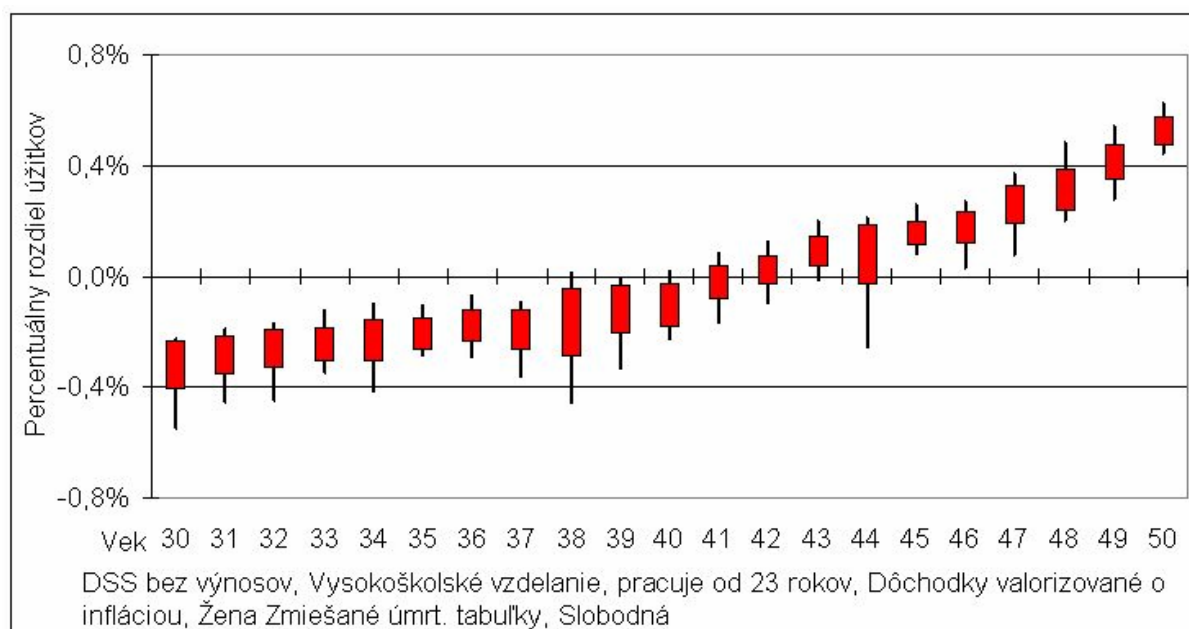


**Graf č. 39; DSS bez reálnych výnosov - Vysokoškolské vzdelanie, pracuje od 23 rokov, Dôchodky valorizované o infláciu, Muž, Zmiešané úmrt. tabuľky, Slobodný**

Indiferentný vek pre mužov a ženy klesol na hodnotu 42 rokov, z hodnoty 44 rokov. Je to spôsobené tým, že pre ľudí, ktorí sú blízko indiferentného veku, výnosy fondov oproti vloženým peniazom nie sú také významné, ako pre mladých. Priebežne vkladajú peniaze na dôchodkový účet. Na začiatku sporenia majú veľké výnosy na málo vložených peňazí. Na konci už síce majú pomerne veľa peňazí na účte, ale investovať môžu iba do málo rizikových fondov, ktoré majú aj malé očakávané výnosy.



Z výstupov realizácií jednotlivých typov dôchodkového zabezpečenia sme dostali, že približne 40 ročný človek s vysokoškolským vzdelaním nazbiera na dôchodkovom účte 1 170 000 Sk do 65. veku života ak fondy DSS nemajú reálne výnosy, a nazbiera približne 1 400 000 Sk do 65. veku ak fondy DSS majú reálne výnosy presne ako sme uviedli v kapitole *Dôchodok z kombinovaného piliera*. Ak človek sporí v II. pilieri iba posledných 25 rokov pred dovŕšením dôchodkového veku, jeho výnosy na dôchodkovom účte by mali byť ekvivalentné s priemerným rastom 230%\* s predpokladom, že na dôchodkový účet vloží peniaze v 40. roku. Jednovkladový ekvivalent oproti realitou (lineárny rast vkladov z nulovej hodnoty na cieľovú 1 170 000 Sk) je, že na dôchodkový účet vloží na začiatku polovicu celkových vkladov. Potom by na dôchodkovom účte mal vložených približne  $1\,170\,000 / 2 = 585\,000$  Sk, to sa zvýši o 230%, to je  $1\,345\,500$  Sk  $\approx 1\,400\,000$  Sk. Rozdiel je spôsobený z nekonštantných ročných výnosov dôchodkového účtu.



**Graf č. 40; DSS bez reálnych výnosov - Vysokoškolské vzdelanie, pracuje od 23 rokov, Dôchodky valorizované o infláciu, Žena, Zmiešané úmrt. tabuľky, Slobodná**

### **Vysvetlivka k grafom znázorňujúce indiferentný vek**

Osi y grafov znázorňujúce indiferentný vek reprezentujú percentuálne zmeny úžitkov. Kvôli ľahšej interpretácie tejto veličiny uvedieme aj prevodnú tabuľku medzi percentuálnou zmenou v úžitkoch a zmenou spotreby. Pomocou tejto tabuľky môžeme vypočítať, že ak vstupom do II. piliera máme vyšší úžitok o dané percento, tak o koľko nám pribudne viac v peniazoch pri voľbe vstupu do II. piliera.

\*  $1,005^7 \times 1,02^8 \times 1,065^{10} = 2,3$

Potrebuje k tomu vedieť našu priemernú čistú mesačnú spotrebu (teda mesačnú spotrebu bez dani z pridanej hodnoty). V našej práci sme spotrebu počítali bez dane, preto aj tu uvádzame čisté spotreby.

V nasledujúcej tabuľke do jednotlivých stĺpcov sme dali čisté mesačné spotreby, do riadkov zmeny úžitkov pri voľbe vstupu do II. piliera. V tabuľke je znázornená zmena pomeru úžitkov v percentách. Ak zmena úžitku je kladná, tak to znamená zvýšenie spotreby, ak je záporná tak to znamená zníženie spotreby.

Prevodná tabuľka:

		Priemerná mesačná spotreba								
		10000	15000	20000	25000	30000	35000	40000	45000	50000
Zmena úžitku	0,10%	0,93%	0,97%	1,00%	1,02%	1,04%	1,05%	1,07%	1,08%	1,09%
	0,15%	1,39%	1,45%	1,50%	1,53%	1,56%	1,58%	1,60%	1,62%	1,64%
	0,20%	1,86%	1,94%	2,00%	2,05%	2,08%	2,11%	2,14%	2,17%	2,19%
	0,25%	2,33%	2,43%	2,51%	2,56%	2,61%	2,65%	2,68%	2,71%	2,74%
	0,30%	2,80%	2,93%	3,02%	3,08%	3,14%	3,19%	3,23%	3,27%	3,30%
	0,35%	3,28%	3,42%	3,53%	3,61%	3,67%	3,73%	3,78%	3,82%	3,86%
	0,40%	3,75%	3,92%	4,04%	4,13%	4,21%	4,27%	4,33%	4,38%	4,42%
	0,45%	4,23%	4,42%	4,56%	4,66%	4,75%	4,82%	4,88%	4,94%	4,99%

**Tabuľka č. 11; Percentuálna zmena v spotrebe pri percentuálnej zmene v úžitku a pri danej spotrebe**

Teda, ak človek má priemernú mesačnú čistú spotrebu 25 000 Sk, a zmenou typu dôchodkového zabezpečenia (teda vstupom do II. piliera) sa jeho pomer úžitkov zmení o 0,30%, tak jeho spotreba sa zmení o 3,08%, to je o 771 Sk mesačne, ročne o 9 252 Sk. Ak zmena pomeru úžitkov je kladná, tak sa dostane na hodnotu spotreby 25 771 Sk mesačne, ak je záporná tak sa dostane na hodnotu spotreby 24 229 Sk mesačne.

Treba brať do úvahy, že spotreba človeka v mesiaci (zmysle tejto práce) nie je suma tovarov, čo v danom mesiaci kúpi, ale priemerné mesačné výdavky (spolu so splátkou hypotéky a úverov, kúpou auta, nehnuteľnosti aj spotrebných tovarov atď.).

Uvedieme aj tabuľku znázorňujúcu zmeny v spotrebe v korunách:

		Priemerná mesačná spotreba								
		10000	15000	20000	25000	30000	35000	40000	45000	50000
Zmena úžitku	0,10%	93	145	199	254	311	368	426	485	544
	0,15%	139	218	299	383	468	554	641	729	818
	0,20%	186	291	400	511	625	740	857	975	1 094
	0,25%	233	365	501	641	783	928	1 074	1 222	1 371
	0,30%	280	439	603	771	942	1 116	1 292	1 470	1 650
	0,35%	328	513	705	902	1 102	1 305	1 511	1 720	1 930
	0,40%	375	588	808	1 033	1 263	1 496	1 732	1 971	2 211
	0,45%	423	663	911	1 166	1 424	1 687	1 954	2 223	2 495

Tabuľka č. 12; Absolútna zmena v spotrebe pri percentuálnej zmene v úžitku a pri danej spotrebe

Pre úplnosť, uvedieme ešte tabuľku priemernej optimálnej čistej mesačnej spotreby počas aktívneho veku človeka počas našich pozorovaných typov dôchodkového poistenia.

Poradové číslo	Typy realizácií	Priemerná optimálna čistá mesačná spotreba v Sk
1.	Bakalárske vzdelanie, pracuje od 22 rokov, Dôchodky valorizované o infláciu, Muž, Zmiešané úmrt. tabuľky, Slobodný	23 235
2.	Bakalárske vzdelanie, pracuje od 22 rokov, Dôchodky valorizované o infláciu, Žena, Zmiešané úmrt. tabuľky, Slobodná	22 665
3.	Stredoškolské vzdelanie, pracuje od 19 rokov, Dôchodky valorizované o infláciu, Muž, Zmiešané úmrt. tabuľky, Slobodný	18 030
4.	Stredoškolské vzdelanie, pracuje od 19 rokov, Dôchodky valorizované o infláciu, Žena, Zmiešané úmrt. tabuľky, Slobodná	17 673
5.	Vysoko nadpriemerne zarábajúci, pracuje od 23 rokov, Dôchodky valorizované o infláciu, Muž, Zmiešané úmrt. tabuľky, Slobodný	57 177
6.	Vysokoškolské vzdelanie, pracuje od 23 rokov, Dôchodky valorizované o infláciu, Muž, Úmrt. tabuľky pre mužov, Slobodný	29 751
7.	Vysokoškolské vzdelanie, pracuje od 23 rokov, Dôchodky valorizované o infláciu, Muž, Zmiešané úmrt. tabuľky, Slobodný	30 236
8.	Vysokoškolské vzdelanie, pracuje od 23 rokov, Dôchodky valorizované o infláciu, Muž, Zmiešané úmrt. tabuľky, ženatý	29 616
9.	Vysokoškolské vzdelanie, pracuje od 23 rokov, Dôchodky valorizované o infláciu, Žena, Úmrt. tabuľky pre ženy, Slobodná	30 754
10.	Vysokoškolské vzdelanie, pracuje od 23 rokov, Dôchodky valorizované o infláciu, Žena, Zmiešané úmrt. tabuľky, Slobodná	30 236
11.	Vysokoškolské vzdelanie, pracuje od 23 rokov, Dôchodky valorizované o infláciu, Žena, Zmiešané úmrt. tabuľky, vydatá	30 731
12.	Vysokoškolské vzdelanie, pracuje od 23 rokov, Dôchodok: I valorizovaný o infláciu II nevalorizovaný Termínovaný výber, Muž, Zmiešané úmrt. tabuľky, Slobodný	30 350
13.	Vysokoškolské vzdelanie, pracuje od 23 rokov, Dôchodok: I valorizovaný švajčiarskym spôsobom II valorizovaný o infláciu, Muž, Zmiešané úmrt. tabuľky, Slobodný	28 868

14.	Vysokoškolské vzdelanie, pracuje od 23 rokov, Dôchodok: I valorizovaný švajčiarskym spôsobom II valorizovaný o infláciu, Muž, Zmiešané úmrt. tabuľky, ženatý	29 393
15.	Vysokoškolské vzdelanie, pracuje od 23 rokov, Dôchodok: I valorizovaný švajčiarskym spôsobom II valorizovaný o infláciu, Žena, Zmiešané úmrt. tabuľky, vydatá	30 024

**Tabuľka č. 13; Priemerná optimálna čistá mesačná spotreba**

Spotrebu v dôchodkovom veku sme do priemeru nezapočítali, lebo z optimalizácie s ohraničením, že „dôchodca nemôže žiť na dlh“ vyplýva, že musí všetok dôchodku spotrebovať. Potom hrubá spotreba je rovné jeho dôchodku.

Z hore uvedenej tabuľky vidíme, že pre človeka so stredoškolským vzdelaním priemerná optimálna čistá mesačná spotreba je okolo 18 000 Sk, pre človeka s bakalárskym vzdelaním je približne 22 500 Sk, pre človeka s vysokoškolským vzdelaním okolo 30 000 Sk. Tieto spotreby odzrkadľujú reálnu spotrebu, teda priemerná optimálna čistá mesačná spotreba sa počítala bez inflačného zvyšovania.

## **Príloha B**

Príloha: 1 kus CD

Obsah CD:

### **Diplomovka CD**

**Data** - použité dáta pri výpočtoch

**Program** - program použitý na výpočet a vypočítané výstupy

**Požítá literatúra**

## Grafy

Graf č. 1; Očakávaný dôchodok, muži .....	12
Graf č. 2; Očakávaný dôchodok, muži .....	12
Graf č. 3; Dopad valorizácií 2005-2015 .....	26
Graf č. 4; Dopad valorizácií 2005-2050 .....	27
Graf č. 5; Časová štruktúra mesačnej mzdy podľa školského vzdelania .....	41
Graf č. 6; Predpokladaný vývoj inflácie a rastu reálnej mzdy .....	42
Graf č. 7; Pravdepodobnosť úmrtia pre 30 ročného muža a ženy.....	42
Graf č. 8; Hrubý príjem – bakalárske vzdelanie .....	46
Graf č. 9; Hrubý príjem – vysokoškolské vzdelanie .....	46
Graf č. 10; Podiel prvého dôchodku z I. piliera ku poslednej mzde .....	49
Graf č. 11; Podiel prvého dôchodku z kombinovaného piliera ku poslednej mzde .....	49
Graf č. 12; Celoživotný úžitok v prípade vytrvania v I. pilieri .....	50
Graf č. 13; Celoživotný úžitok v prípade vstupe do II. piliera .....	50
Graf č. 14; Pomer úžitkov.....	51
Graf č. 15; Pomer dôchodkov .....	52
Graf č. 16; Hodnota nasporených peňazí na dôchodkovom účte.....	53
Graf č. 17; Hodnota peňazí ktoré si dôchodca vyberie terminovaným výberom .....	53
Graf č. 18; Hrubý a čistý príjem .....	54
Graf č. 19; Dôchodkov z I a z kombinovaného piliera .....	55
Graf č. 20; Nasporené peniaze (+), dlh (-).....	56
Graf č. 21; Hrubý a čistý príjem .....	56
Graf č. 22; Dôchodkov z I a z kombinovaného piliera .....	57
Graf č. 23; Nasporené peniaze (+), dlh (-).....	58
Graf č. 24; Bakalárske vzdelanie, pracuje od 22 rokov, Dôchodky valorizované o infláciu, Muž, Zmiešané úmrt. tabuľky, Slobodný .....	60
Graf č. 25; Bakalárske vzdelanie, pracuje od 22 rokov, Dôchodky valorizované o infláciu, Žena, Zmiešané úmrt. tabuľky, Slobodná .....	60
Graf č. 26; Stredoškolské vzdelanie, pracuje od 19 rokov, Dôchodky valorizované o infláciu, Muž, Zmiešané úmrt. tabuľky, Slobodný .....	61
Graf č. 27; Stredoškolské vzdelanie, pracuje od 19 rokov, Dôchodky valorizované o infláciu, Žena, Zmiešané úmrt. tabuľky, Slobodná .....	61
Graf č. 28; Vysokoškolské vzdelanie, pracuje od 23 rokov, Dôchodky valorizované o infláciu, Muž, Zmiešané úmrt. tabuľky, Slobodný .....	62
Graf č. 29; Vysokoškolské vzdelanie, pracuje od 23 rokov, Dôchodky valorizované o infláciu, Žena, Zmiešané úmrt. tabuľky, Slobodná .....	63
Graf č. 30; Vysokoškolské vzdelanie, pracuje od 23 rokov, Dôchodky valorizované o infláciu, Muž, Úmrt. tabuľky pre mužov, Slobodný .....	64
Graf č. 31; Vysokoškolské vzdelanie, pracuje od 23 rokov, Dôchodky valorizované o infláciu, Žena, Úmrt. tabuľky pre ženy, Slobodná.....	64

Graf č. 32; Vysokoškolské vzdelanie, pracuje od 23 rokov, Dôchodky valorizované o infláciu, Muž, Zmiešané úmrt. tabuľky, ženatý .....	65
Graf č. 33; Vysokoškolské vzdelanie, pracuje od 23 rokov, Dôchodky valorizované o infláciu, Žena, Zmiešané úmrt. tabuľky, vydatá .....	65
Graf č. 34; Vysokoškolské vzdelanie, pracuje od 23 rokov, Dôchodok I valorizovaný o infláciu II nevalorizovaný Termínovaný výber, Muž, Zmiešané úmrt. tabuľky, Slobodný .....	66
Graf č. 35; Vysokoškolské vzdelanie, pracuje od 23 rokov, Dôchodok I valorizovaný švajčiarskym spôsobom II valorizovaný o infláciu, Muž, Zmiešané úmrt. tabuľky, Slobodný .....	67
Graf č. 36; Vysokoškolské vzdelanie, pracuje od 23 rokov, Dôchodok I valorizovaný švajčiarskym spôsobom II valorizovaný o infláciu, Muž, Zmiešané úmrt. tabuľky, ženatý .....	67
Graf č. 37; Vysokoškolské vzdelanie, pracuje od 23 rokov, Dôchodok I valorizovaný švajčiarskym spôsobom II valorizovaný o infláciu, Žena, Zmiešané úmrt. tabuľky, vydatá .....	68
Graf č. 38; Vysoko nadpriemerne zarábajúci, pracuje od 23 rokov, Dôchodky valorizované o infláciu, Muž, Zmiešané úmrt. tabuľky, Slobodný .....	69
Graf č. 39; DSS bez reálnych výnosov - Vysokoškolské vzdelanie, pracuje od 23 rokov, Dôchodky valorizované o infláciu, Muž, Zmiešané úmrt. tabuľky, Slobodný .....	75
Graf č. 40; DSS bez reálnych výnosov - Vysokoškolské vzdelanie, pracuje od 23 rokov, Dôchodky valorizované o infláciu, Žena, Zmiešané úmrt. tabuľky, Slobodná .....	76

## Tabuľky

Tabuľka č. 1; Odvody do I. piliera .....	6
Tabuľka č. 2; Odvody do II. piliera .....	7
Tabuľka č. 3; Ročný dôchodok vypočítaný z úmrtnostných tabuliek .....	11
Tabuľka č. 4; Výnosy finančných aktív .....	22
Tabuľka č. 5; Výnosy a disperzia dôchodkových fondov .....	23
Tabuľka č. 6; Popis grafov <i>Graf č. 3; Dopad valorizácií 2005-2015</i> a <i>Graf č. 4; Dopad valorizácií 2005-2050</i> .....	26
Tabuľka č. 7; Dopadu valorizácií dôchodkov .....	27
Tabuľka č. 8; Vstupné parametre .....	40
Tabuľka č. 9; Školské vzdelanie .....	41
Tabuľka č. 10; Pozorované typy možných dopadov dôchodkovej reformy .....	47
Tabuľka č. 11; Percentuálna zmena v spotrebe pri percentuálnej zmene v úžitku a pri danej spotrebe .....	77
Tabuľka č. 12; Absolútna zmena v spotrebe pri percentuálnej zmene v úžitku a pri danej spotrebe .....	78
Tabuľka č. 13; Priemerná optimálna čistá mesačná spotreba .....	79