

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE  
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY

Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky



DIPLOMOVÁ PRÁCA

## Kalibrácia modelu na riadenie portfólia

Študijný odbor: Matematika  
Špecializácia: Ekonomická a finančná matematika

Diplomant: Blanka Hajduková  
Vedúci diplomovej práce: Mgr. Igor Melicherčík, PhD.  
Bratislava 2006

Čestne vyhlasujem, že som diplomovú prácu vypracovala samostatne s využitím vlastných teoretických poznatkov získaných počas štúdia a uvedenej odbornej literatúry.

Bratislava, Apríl 2006

Blanka Hajduková

## Poďakovanie

Touto cestou by som sa chcela poďakovať vedúcemu diplomovej práce Mgr. Igorovi Melicherčíkovi, PhD. za jeho odborné vedenie, cenné rady a pripomienky, ktoré mi venoval pri vypracovávaní diplomovej práce.

# Abstrakt

Cieľom diplomovej práce je vytváranie scenárov potrebných pre realizáciu modelu na riadenie portfólia za účelom čo najvýhodnejšieho zhodnotenia investovaného kapitálu. Charakteristiky na jeho efektívne rozdelenie do aktív sú výnos a riziko, preto je v modeloch portfólia využitá mean-variance analýza. Jednotlivé scenáre sú založené na rôznych metódach výpočtu očakávaného výnosu z aktív a možno ich rozdeliť do troch skupín: modely zohľadňujúce priemer, modely motivované teóriou CAPM a faktorové modely. Následne sú nimi nakalibrované dva modely na tvorbu a riadenie portfólia - Markowitzov model portfólia a model s kvadratickou funkciou užitočnosti, ktoré ponúkajú riešenie investorovho problému „kam investovať a ako periodicky rebalancovať portfólio“.

Testy na historických dátach určujú, ktoré metódy očakávaného výnosu sú najvýhodnejšie za predpokladu, že si investor vopred zvolí očakávaný výnos z portfólia, alebo zadefinuje svoju mieru averzie k riziku.

## **Kľúčové slová:**

očakávaný výnos, riziko, portfólio, mean-variance analýza, Markowitzová teória portfólia, funkcia užitočnosti, faktorový model.

# Obsah

Úvod	3
<b>1 Mean-Variance analýza</b>	<b>4</b>
1.1 Výnos	4
1.2 Riziko	5
1.3 Efektívne portfólio	6
<b>2 Modely výnosu</b>	<b>8</b>
2.1 Modely zohľadňujúce priemer	10
2.1.1 Krátkodobý historický priemer	10
2.1.2 Dlhodobý historický priemer	10
2.1.3 Kumulovaný výnos	10
2.2 Modely výnosu založené na CAPM	10
2.2.1 Index „mena“	11
2.2.2 Index „splatnosť“	11
2.3 Faktorové modely	11
2.3.1 Aplikácia modelov	12
<b>3 Markowitzova teória portfólia</b>	<b>14</b>
3.1 Predpoklady modelu	14
3.2 Formulácia modelu	15
3.3 Praktická aplikácia	16
<b>4 Funkcia užitočnosti</b>	<b>17</b>
4.1 Vlastnosti	17
4.2 Funkcionálna forma	18
<b>5 Model portfólia s funkciou užitočnosti</b>	<b>20</b>
5.1 Predpoklady modelu a popis premenných	20
5.2 Účelová funkcia	21
5.3 Ohraničenia	22
5.4 Zhrnutie modelu a praktická aplikácia	22

<b>6</b>	<b>Vyhodnotenie</b>	<b>24</b>
6.1	Vyhodnocovacie kritéria . . . . .	24
6.2	Model Markowitzovej teórie portfólia . . . . .	27
6.2.1	Krátkodobý investičný horizont . . . . .	27
6.2.2	Strednodobý investičný horizont . . . . .	29
6.2.3	Neúspešné stratégie . . . . .	32
6.2.4	Vzájomné porovnanie stratégií . . . . .	32
6.3	Model portfólia s funkciou užitočnosti . . . . .	34
6.3.1	Vysoká averzia k riziku . . . . .	35
6.3.2	Nízka averzia k riziku . . . . .	36
	<b>Záver</b>	<b>40</b>
	<b>Literatúra</b>	<b>41</b>
	Príloha A . . . . .	42
	Príloha B . . . . .	53
	Príloha C . . . . .	64

# Úvod

*„Ak ste ochotní vzdať sa všetkého ostatného - študovať celú históriu, pozadie trhu a všetky hlavné spoločnosti, ktorých účastiny sú na trhu, tak starostlivo ako študent medicíny študujúci anatómiu - ak toto všetko dokážete urobiť a okrem toho máte chladné nervy veľkého hráča, šiesty zmysel telepata a odvahu leva - potom máte tiež nádeje.“*

*Bernard Baruch*

Výnos je hnací motor v investičnom procese. Dobrý odhad budúceho výnosu je jediná racionálna cesta ako porovnať alternatívne možnosti za účelom získania maximálnej odmeny z investície. Cieľom tejto práce je práve vytváranie rôznych scenárov, ktoré sú potrebné pre realizáciu modelu na tvorbu portfólia, na základe odhadu očakávaného výnosu a testy na historických dátach. Sledované obdobie je 2.1.1996-20.5.2003. Dáta tvoria rôzne akciové a dlhopisové indexy. Akcie sú zastúpené burzovými indexami CAC, DAX, FTSE a SPI. Americké, britské, európske a švajčiarske dlhopisové indexy reprezentujú dlhopisy s dobami splatnosti 1, 5, 10 a 30 (v prípade britských 20) rokov.

V prvej kapitole je popísaná mean-variance analýza, ktorej úlohou je maximalizovať očakávaný výnos z portfólia pri čo najmenšom riziku.

Druhá kapitola ponúka rôzne scénare na výpočet očakávaného výnosu z aktív, ktoré sú potrebné na kalibráciu modelov na riadenia portfólia. Možno ich rozdeliť do skupín podľa spôsobu akým boli zhotovené: modely zohľadňujúce priemer, modely inšpirované CAPM a faktorové modely.

Obsah tretej kapitoly je tvorený formuláciou prvého modelu na tvorbu portfólia, ktorým je Markowitzová teória. Sú tu zahrnuté všetky predpoklady modelu a stručný popis toho, ako bol aplikovaný v praxi.

Nasledujúce dve kapitoly obsahujú formuláciu druhého modelu použitého na tvorbu portfólia. Štvrtá kapitola približuje kvadratickú funkciu užitočnosti, ktorá je základom pre účelovú funkciu modelu periodického rebalancovania. Ten je popísaný v kapitole piatej.

Záverečnú kapitolu tvorí vyhodnotenie rôznych scenárov výpočtu očakávaného výnosu, ktoré boli testované na historických dátach v prípade obidvoch modelov na tvorbu a riadenie portfólia.

Prílohu tvorí tabuľkové zhrnutie všetkých výsledkov testovania a grafické znázornenie vybraných stratégií.

# Kapitola 1

## Mean-Variance analýza

Riziko a výnos sú charekteristiky portfólia potrebné na efektívne rozdelenie kapitálu, ktorý chce investor vložiť do vybraných aktív. Ak by sa tvorca portfólia zaoberal len výnosom, kapitál by bol rozdelený do aktív s vysokým výnosom, ktoré je väčšinou sprevádzané aj vysokým rizikom. Ak by sa naopak zaoberal len rizikom, kapitál by bol rozdelený do veľkého množstva aktív v malých častiach, aby širokou diverzifikáciou eliminoval riziko.

### 1.1 Výnos

Investori porovnávajú finančné aktíva na základe ich výnosov, teda relatívnych zmien ceny počas sledovaného obdobia:

$$r_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}. \quad (1.1)$$

Obvykle sa predpokladá, že zmeny v cenách sú z krátkodobého hľadiska lognormálne rozdelené náhodné premenné a výnosy je možno aproximovať rozdielom logaritmov cien. Dá o nich teda povedať, že majú normálne rozdelenie. Úpravou (1.1) a následným logaritmovaním:

$$\frac{P_t}{P_{t-1}} = 1 + r_t \Leftrightarrow \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) = \ln(1 + r_t) \approx r_t. \quad (1.2)$$

Nech má investor vybraných  $N$  aktív, z ktorých chce zostaviť portfólio. Jeho výnos je vážený priemer výnosov z jednotlivých aktív, ktoré sú v portfóliu zastúpené. Platí:

$$r_p = \sum_{i=1}^N w_i r_i, \quad (1.3)$$

kde

$r_p$  - výnos z portfólia,

$r_i$  - výnos z  $i$ -tého aktíva,

$w_i$  - váha, resp. proporcionálne zastúpenie  $i$ -tého aktíva v portfóliu, pričom platí:

$$\sum_{i=1}^N w_i = 1, \quad (1.4)$$

ak  $w_i > 0$  tak je  $i$ -té aktívum v dlhej pozícii, ak  $w_i < 0$  tak je  $i$ -té aktívum v krátkej pozícii.

Analogicky ako (1.3) možno vypočítať očakávaný výnos z portfólia ako vážený priemer očakávaných výnosov z jednotlivých aktív:

$$\bar{r}_p = \sum_{i=1}^N w_i \bar{r}_i, \quad (1.5)$$

kde

$$\begin{aligned} \bar{r}_p &= E[r_p] - \text{očakávaný výnos z portfólia,} \\ \bar{r}_i &= E[r_i] - \text{očakávaný výnos z } i\text{-tého aktíva.} \end{aligned}$$

Denne mnoho ľudí s očakávaním zapína počítač či otvára noviny, len aby sa dozvedeli, ako sa vyvíjajú ceny na finančných trhoch. Všetci investori sa snažia tieto ceny predpovedať, ale ich presnú hodnotu nemožno určiť vopred, lebo ceny finančných aktív sú náhodné premenné. Rovnako je aj očakávaný výnos (stredná hodnota výnosu) náhodná premenná, teda dnes nemožno s istotou povedať, akú hodnotu bude mať zajtra.

## 1.2 Riziko

Riziko je neistota, pri ktorej možno pomocou rôznych metód kvantifikovať možnosť resp. pravdepodobnosť odklonu skutočných podmienok alebo výsledkov od očakávaných hodnôt. Zjednodušene sa dá definovať ako neistota budúcich výnosov. Najpoužívanejšou mierou je smerodajná odchýlka  $\sigma$ , ktorá je druhou odmocninou variancie  $\sigma_i^2 = \text{var}(r_i)$ . Obvykle sa predpokladá, že za sebou idúce výnosy sú navzájom nezávislé. Nestálosť narastá so zväčšujúcou sa dĺžkou periódy držania aktíva, rozdelenie výnosov je rozptýlenejšie, zvyšuje sa variancia, teda riziko.

Avšak nemožno povedať, že výnosy medzi rôznymi aktívami sú nezávislé. Technické a výpočtové možnosti poskytujú lepšie sledovanie aktív a predpovedanie trendov na trhu, čo spôsobuje nárast obchodovania a značnú globalizáciu finančných trhov. Dochádza k ich synchronizácii, čo môže spôsobiť naviazanosť pohybov cien aktív, a teda aj ich výnosov. Túto naviazanosť medzi dvoma časovými radmi výnosov resp. dvoma náhodnými premennými popisuje korelácia  $\rho$ ,  $-1 \leq \rho \leq 1$ , ktorá hovorí o tom, koľko informácii možno získať o hodnote jednej premennej, ak je známa hodnota druhej. Pozitívna korelácia medzi aktívami poukazuje, že rast výnosov z jedného aktíva je sprevádzaný rastom výnosov z druhého aktíva. Naopak, pri negatívnej korelácií spôsobuje nárast výnosov z jedného aktíva pokles výnosov z druhého. Zjednodušene, obe indikujú naviazanosť aktív, no pri pozitívnej korelácií sa výnosy pohybujú rovnakým smerom a pri negatívnej smerom opačným. Ak je korelácia resp. korelačný koeficient nulový, výnosy z aktív nie sú na seba naviazané, teda sú nezávislé.

Mieru naviazanosti výnosov z aktív, ako aj ich veľkosť popisuje kovariancia  $\sigma_{ij} = \text{cov}(r_i, r_j)$ , ( $\sigma_{ii} = \sigma_i^2$ ). Možno povedať, že hovorí o tom, aký je príspevok jednotlivých

aktív k riziku celého portfólia  $\sigma_p^2$ . Platí:

$$\sigma_{ij} = \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}, \quad (1.6)$$

kde

- $\sigma_{ij}$  - kovariancia medzi výnosmi z  $i$ -tého a  $j$ -tého aktíva,
- $\sigma_i$  - smerodajná odchýlka z výnosu  $i$ -tého aktíva,
- $\rho_{ij}$  - korelačný koeficient medzi výnosmi z  $i$ -tého a  $j$ -tého aktíva.

Varianciu (rozptyl) z výnosu portfólia možno vypočítať:

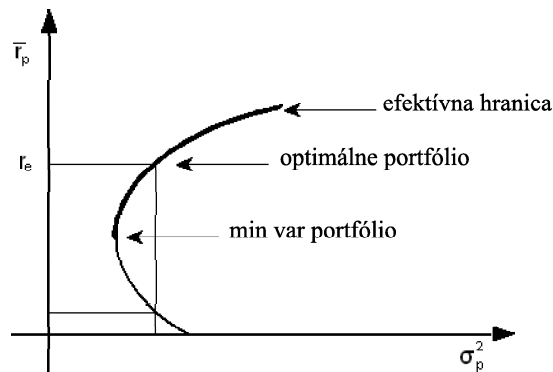
$$\begin{aligned} \sigma_p^2 &= E[(r_p - \bar{r}_p)^2] = E\left[\left(\sum_{i=1}^N w_i r_i - \sum_{i=1}^N w_i \bar{r}_i\right)^2\right] = E\left[\left(\sum_{i=1}^N w_i (r_i - \bar{r}_i)\right)^2\right] = \\ &= \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i w_j \text{cov}(r_i, r_j) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i w_j \sigma_{ij}. \end{aligned} \quad (1.7)$$

### 1.3 Efektívne portfólio

Pre efektívne rozdelenie kapitálu je nevyhnutné uvažovať o oboch charakteristikách portfólia. Platí, že portfólio  $P^*$  je *mean-variance efektívne*, ak neexistuje portfólio  $P$  také, že:

$$E[r_p] \geq E[r_p^*], \text{var}(r_p) < \text{var}(r_p^*). \quad (1.8)$$

Mean-variance efektívne portfólio nie je v skutočnosti jediné, ale je to množina portfólií, obsahujúca všetky efektívne, ktoré sú založené na rôznych stupňoch očakávaného výnosu a rizika (variance). Inými slovami, je to taká množina portfólií, pre ktorú neexistujú žiadne portfólia, ktoré by mali vyšší výnos pri rovnakom riziku alebo nižšie riziko pri rovnakom výnose.



Množina mean-variance portfólií tvorí parabolu v „ $\sigma_p^2 - \bar{r}_p$  priestore“. Množinu efektívnych portfólií spĺňajúcich (1.8) možno chápať ako efektívnu hranicu, časť paraboly, ktorá popisuje závislosť očakávaného výnosu a variance. Táto konkávna krivka obsahuje každé

efektívne portfólio také, že neexistuje žiadne iné efektívne portfólio, ktoré by ponúkalo nižšiu variáciu pri rovnakom očakávanom výnose. Zostávajúca časť paraboly obsahuje tzv. neefektívne portfólia, pretože pre každé portfólio z neefektívnej hranice existuje efektívne portfólio s rovnakou variáciou a vyšším výnosom. Rozhranie medzi jednotlivými hranicami tvorí vrchol paraboly, zodpovedúci portfóliu s minimálnou variáciou, ktoré je vhodné pre investora s najväčšou averziou k riziku. Pohybujúc sa smerom vpravo po efektívnej hranici postupne narastá výnos aj riziko, preto sú tieto portfólia určené pre investorov s menšou averziou k riziku.

Existuje viacero všeobecných modelov na tvorbu portfólia, ktoré dokážu z množiny efektívnych portfólií vybrať to, ktoré najlepšie vystihuje investorove „potreby“. Tvorba portfólia však musí zohľadňovať očakávaný výnos a rizikovosť každého aktíva, rovnako ako vzájomnú naviazanosť výnosov aktív. V prípade, že sú tieto činitele ovplyvňujúce výkonnosť portfólia známe, možno nimi nakalibrovať všeobecný model.

Kľúčovou úlohou investora je teda výpočet očakávaného výnosu z aktív, lebo ten implikuje výpočet očakávaného výnosu a rizikovosť celého portfólia. Zároveň tvorí oporný pilier pre mean-variance analýzu.

# Kapitola 2

## Modely výnosu

Realizovaný výnos je výnos „ex post“, teda taký, ktorý bol alebo potenciálne mohol byť zarobený v minulosti. Jeho hodnoty možno napočítať podľa vzorca (1.1) na základe historických cien aktív. Očakávaný výnos je naopak výnos odhadovaný investormi, ktorý sa v budúcnosti môže ale nemusí realizovať.

Výnos je hnacou silou v investovaní na finančných trhoch. Všetci investori sa snažia hľadať aktíva, ktoré majú čo možno najvyšší očakávaný výnos, a teda maximalizujú budúci zisk. Keďže nikto nevlastní krištáľovú guľu, ktorá by s istotou ukazovala budúcnosť, kľúčovou úlohou pri investovaní je správny odhad výnosu.

Dôležitú rolu pre odhad výnosu z aktív majú historické dáta, na základe ktorých možno predpovedať budúci vývoj. Možností ako vypočítať očakávaný výnos je viacero a sú popísané v tejto kapitole. Každá metóda výnosu je následne použitá na reálnych historických dátach rôznych akciových a dlhopisových indexov. Dlhopisy zastupujú americké, európske, britské a švajčiarske dlhopisové indexy s dobami splatnosti 1, 5, 10 a 30 (v prípade britských 20) rokov. Akcie zastupujú burzové indexy FTSE, DAX, CAC a SPI. Na porovnanie vývoja výnosov slúži trhoví index S&P500. Časový horizont je 2.1.1996 – 20.5.2003 a zahrňuje iba pracovné dni. Všetky indexy sú prepočítané do základnej meny - USD, teda riziko z výnosov zahrňuje už aj riziko kurzové, ktoré je spôsobené kolísaním výmenných kurzov na trhu.

Dáta možno popísať základnými výberovými charakteristikami výnosov, ktoré sú vypočítané bodovými odhadmi:

- Priemerný výnos  $\bar{r}$  a rozptyl výnosov  $\sigma_r^2$ :

$$\hat{r} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n r_t, \hat{\sigma}_r^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^n (r_t - \hat{r})^2.$$

- Minimálny výnos  $r_{min}$  a maximálny výnos  $r_{max}$
- Šikmosť  $SK_r$  a špicatosť  $K_r$ :

$$\hat{SK}_r = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \frac{(r_t - \hat{r})^3}{\hat{\sigma}_r^3}, \hat{K}_r = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \frac{(r_t - \hat{r})^4}{\hat{\sigma}_r^4}$$

Charakteristiky 5-denných výnosov sú zhrnuté v nasledujúcej tabuľke:

Index	n	$\bar{r}$	$r_{min}$	$r_{max}$	$\sigma_r^2$	$SK_r$	$K_r$
1Y USD	330	0,001158	-0,003546	0,009964	0,000001	1,30	13,19
5Y USD	330	0,001904	-0,021173	0,030913	0,000046	0,23	5,00
10Y USD	330	0,002037	-0,035435	0,029586	0,000116	-0,31	3,55
30Y USD	330	0,002290	-0,054273	0,050379	0,000273	-0,18	3,49
1Y EUR	330	0,000529	-0,045370	0,067477	0,000246	0,69	4,74
5Y EUR	330	0,001552	-0,059966	0,071836	0,000297	0,63	4,85
10Y EUR	330	0,001921	-0,068177	0,078252	0,000351	0,51	4,73
30Y EUR	330	0,002329	-0,080596	0,102971	0,000518	0,33	4,84
1Y CHF	330	0,000350	-0,048059	0,071975	0,000277	0,70	4,81
5Y CHF	330	0,001058	-0,064914	0,081054	0,000332	0,61	5,01
10Y CHF	330	0,001396	-0,083050	0,081022	0,000404	0,45	4,90
30Y CHF	330	0,001398	-0,096241	0,122076	0,000660	0,39	5,51
1Y GBP	330	0,001615	-0,030852	0,041479	0,000141	-0,05	3,25
5Y GBP	330	0,002011	-0,048169	0,043120	0,000174	-0,17	3,47
10Y GBP	330	0,002488	-0,059204	0,044391	0,000236	-0,17	3,43
20Y GBP	330	0,002737	-0,070658	0,059525	0,000373	-0,03	3,39
FTSE	330	0,001368	-0,112097	0,105351	0,000671	-0,44	5,05
DAX	330	0,000554	-0,114641	0,118521	0,001230	-0,23	4,38
CAC	330	0,001927	-0,129690	0,112451	0,001231	-0,23	4,59
SPI	330	0,001295	-0,100077	0,102406	0,000901	-0,27	3,83
S&P500	330	0,001962	-0,106750	0,101367	0,000834	-0,11	4,40

Tabuľka 2.1: Charakteristiky 5-denných výnosov

Hodnoty šikmosti a špicatosti hovoria o tom, ako veľmi sa líši rozdelenie výnosov od normálneho, ktoré charakterizujú hodnoty 0 pre šikmosť a 3 pre špicatosť.

Z tabuľky vidieť, že všetky indexy majú zošikmené rozdelenie oproti normálnemu. Najvýraznejšie je u 1-ročného amerického dlhopisového indexu, ktorý je oproti ostatným stabilnejší, menej volatilný, a teda kladné výnosy sa objavujú častejšie než záporné. Hodnoty špicatosti sú vo všetkých prípadoch čísla väčšie ako 3. Skutočné rozdelenie výnosov je teda špicatejšie než normálne, takže nízke kladné a záporné výnosy sa objavujú častejšie, než predpokladá normálne rozdelenie. Najväčšiu hodnotu dosahuje opäť 1-ročný americký dlhopisový index, teda rozdelenie jeho výnosov je „najšpicatejšie“.

Ďalej je na označenie indexov použitý výraz „aktívum“ a skratky ako v tabuľke 2.1.

## 2.1 Modely zohľadňujúce priemer

Najjednoduchšou cestou ako predpovedať budúci výnos je použitie priemeru z výnosov minulých. Táto metóda sa najčastejšie uvádza v odbornej literatúre a preferuje ju aj veľa investorov a analytikov. Na výpočet možno použiť aritmetický alebo geometrický priemer. Aritmetický priemer však nie je vhodné používať v dlhom časovom horizonte. Jeho nevýhodu možno ukázať extrémnym príkladom: Nech je cena aktíva 100. Na druhý deň táto hodnota vzrastie na 150, a teda prinesie výnos 50%. Ďalší deň klesne späť na 100, čo prislúcha výnosu -33%. Priemerný výnos z aktíva je 6,5% avšak skutočný 0%. V takýchto prípadoch je aritmetický priemer z napočítaných výnosov klamlivý a spôsobuje nadhodnotenie očakávaného výnosu. V krátkych časových intervaloch však ceny nekolíšu tak prudko, a teda možno tieto nepresnosti zanedbať.

### 2.1.1 Krátkodobý historický priemer

Tento model výnosu je zostrojený jednoduchým aritmetickým priemerom z 5-denných výnosov príslušného aktíva počas sledovaného obdobia 100 alebo 250 dní, ktorým prislúcha 20 alebo 50 pozorovaní.

### 2.1.2 Dlhodobý historický priemer

Model výnosu založený na dlhodobom historickom priemere je skonštruovaný rovnako ako krátkodobý, teda jednoduchým aritmetickým priemerom z 5-denných výnosov, avšak sledované obdobie je vždy od začiatku investovania, t.j. počiatočného času v prvom roku až do okamihu zostavovania portfólia.

### 2.1.3 Kumulovaný výnos

Táto metóda výpočtu výnosu využíva náznak geometrického priemeru. Očakávaný výnos možno narátať nasledovne:

$$\bar{r} = (1 + r_1)(1 + r_2) \cdots (1 + r_n) - 1, \quad (2.1)$$

kde  $\bar{r}$  označuje totálny výnos za celé sledované obdobie a  $r_1, r_2, \dots, r_n$  sú „čiastkové“ výnosy počas jednotlivých období. Každá perióda zodpovedá jednému pozorovaniu, ktoré tvorí 5 dní. Sledované obdobie je 100 alebo 250 dní, teda 20 alebo 50 pozorovaní.

## 2.2 Modely výnosu založené na CAPM

Capital Asset Pricing Model (CAPM) je model, ktorého úlohou je hľadanie rovnovážnych cien aktív na finančných trhoch. Možno ho popísať vzťahmi:

$$\bar{r}_i = r_f + \beta_i(\bar{r}_M - r_f), \quad (2.2)$$

$$\beta_i = \frac{\sigma_{iM}}{\sigma_M^2} = \frac{\text{cov}(r_i, r_M)}{\sigma_M^2}, \quad (2.3)$$

kde

$r_f$  - výnos z bezrizikového aktíva, v tomto prípade výnos z indexu 1-ročných amerických dlhopisov 1Y USD,

$\bar{r}_M$  - očakávaný výnos z trhového portfólia,

$\beta_i$  - „beta“, ktorá vyjadruje naviazanosť výnosu z jednotlivých aktív na výnos trhu, resp. trhového portfólia. Ak má aktívum kladné beta, jeho hodnota má tendenciu rásť a naopak.

Zostrojiť trhové portfólio je v praxi náročné, preto sa používa aproximácia indexom.

### 2.2.1 Index „mena“

V tomto prípade je trhový index pre každú menu vypočítaný aritmetickým priemerom z jednotlivých dlhopisových indexov príslušnej meny. Napríklad pre dlhopisový index 5Y EUR je trhový index zostrojený aritmetickým priemerom z 1Y EUR, 5Y EUR, 10Y EUR a 30Y EUR. V prípade akciových indexov možno použiť trhový index S&P500.

### 2.2.2 Index „splatnosť“

Tento index je zostrojený podobne ako predchádzajúci s tým rozdielom, že prislúcha aktívam s rovnakou dobou splatnosti, teda je vypočítaný aritmetickým priemerom z aktív s rovnakou dobou splatnosti. Napríklad pre 5Y EUR je index zostrojený z 5Y USD, 5Y EUR, 5Y GBP a 5Y CHF. Pre akciové indexy je opäť použitý trhový index S&P500.

V oboch prípadoch možno očakávaný výnos z indexu zhotoviť krátkodobým aritmetickým priemerom. Báza modelu je 5-denná a sledované obdobie tvorí 20 pozorovaní, teda 100 dní. Očakávaný výnos z aktíva je následne vypočítaný podľa (2.2). Tieto modely nie sú skutočné CAPM, ale sú ním iba motivované. Ich skratka bude MCAPM.

## 2.3 Faktorové modely

Tieto modely predpokladajú, že výnos z aktív je závislý od vývoja rôznych faktorov. Príkladom môžu byť makroekonomické ukazovatele ekonomiky alebo faktory ovplyvňujúce finančné trhy. Model výnosu z aktíva založený na faktoroch možno zapísať nasledovne:

$$r_i = a_i + \sum_{j=1}^m b_{ij} f_j + \epsilon_i, \quad (2.4)$$

kde

$a_i$  - konštanty pre  $\forall i = 1, \dots, n$  ( $n$  - počet aktív),

$f_j$  - faktory, ktorých počet je  $m$ ,  $j = 1, \dots, m$ ,

$b_{ij}$  - konštanta vyjadrujúca citlivosť aktíva  $i$  na faktor  $j$ ,  
 $\epsilon_i$  - individuálny príspevok k náhodnosti daného aktíva.

Predpoklady modelu:

1.  $\bar{\epsilon}_i = 0$ .
2.  $cov(f_i, \epsilon_j) = 0$  pre  $\forall i, j$ .
3.  $cov(\epsilon_i, \epsilon_j) = 0$  pre  $i \neq j$ .

Ak sa uvažuje iba jeden faktor, model vyzerá nasledovne:

$$r_i = a_i + b_i f + \epsilon_i. \quad (2.5)$$

Parameter  $b_i$  možno odhadnúť z historických dát:

$$b_i = \frac{cov(r_i, f)}{\sigma_f^2}. \quad (2.6)$$

Pre očakávaný výnos platí:

$$\bar{r}_i = a_i + b_i \bar{f}, \quad (2.7)$$

kde  $\bar{f}$  je výhľad do budúcnosti, teda očakávaná hodnota faktora. Kovariančnú maticu výnosov aktív možno vypočítať:

$$\sigma_{ij} = cov(r_i, r_j) = \begin{cases} b_i^2 \sigma_f^2 + \sigma_{\epsilon_i}^2, & i = j, \\ b_i b_j \sigma_f^2, & i \neq j. \end{cases} \quad (2.8)$$

Výraz  $b_i^2 \sigma_f^2$  sa dá považovať za systematické alebo trhové riziko, ktoré je ovplyvňované makroekonomickými udalosťami (faktormi) a nemožno ho eliminovať. Naopak výraz  $\sigma_{\epsilon_i}^2$  je nesystematické riziko a možno ho odstrániť diverzifikáciou. Odhad disperzie individuálnych príspevkov aktív  $\epsilon_i$  by mal byť menší než odhad disperzie výnosov z aktív, aby bolo možné povedať, že faktorový model vysvetlí veľa z náhodnosti výnosov aktív, a teda je „dobrý“.

Rovnakým spôsobom možno skonštruovať aj viacfaktorové modely.

### 2.3.1 Aplikácia modelov

Na výpočet výnosov pomocou faktorového modelu sú použité nasledujúce makroekonomické ukazovatele<sup>1</sup>:

1. iHDP - index hrubého domáceho produktu, báza 1995q4=100 vzhľadom na US (štvrtročné dáta).

---

<sup>1</sup>Zdroj dát: <<http://epp.eurostat.cec.eu.int/portal/>>

2. CPI - index spotrebiteľských cien, percentuálna zmena oproti predchádzajúcemu mesiacu (mesačné dáta).
3. UNEM - miera nezamestnanosti v % (mesačné dáta).

Vzhľadom na frekvenciu dát ukazovateľov je v tejto skupine modelov použitá 10-denná báza. Na modelovanie výnosu je použitých spolu 6 faktorových modelov. Tri z nich sú jednofaktorové pre jednotlivé makroekonomické ukazovatele iHDP, CPI, UNEM. Ďalšie dva sú dvojfaktorové, pričom je použitá kombinácia iHDP-CPI a iHDP-UNEM. Posledný je trojfaktorový model, ktorý je tvorený všetkými tromi ukazovateľmi iHDP-CPI-UNEM. U jednofaktorových modelov je sledované obdobie stanovené na 100 alebo 200 dní, teda 10 alebo 20 pozorovaní. U viacfaktorových 200 dní, teda 20 pozorovaní.

Tieto modely popisujú rôzne metódy výpočtu očakávaného výnosu z aktív. Výnos však nie je jedinou charakteristikou portfólia, preto nemožno zabúdať na riziko, ktoré so sebou výnos prináša.

Cieľovou úlohou investora nie je vypočet očakávaného výnosu, ale zostavenie portfólia, ktoré diverzifikuje kapitál tak, aby eliminovalo riziko a zvyšovalo efektívnosť danú výkonnosťou portfólia podľa jeho „potrieb“.

# Kapitola 3

## Markowitzova teória portfólia

Táto teória portfólia je založená na mean-variance analýze. Jej úlohou resp. úlohou investora je maximalizovať očakávaný výnos na základe minimalizácie rizika:

$$\bar{r}_p \longrightarrow \max, \sigma_p \longrightarrow \min \quad (3.1)$$

Kritérium výberu efektívneho portfólia je založené na kompromise medzi výnosom a rizikom. Preferencie investora sú komplikovanejšie než preferencie v rovine „viac peňazí je vždy viac než menej.“ Pri výbere musí zohľadniť aj riziko, ktoré prináleží každému výnosu.

Kľúčovou úlohou investora je stanovenie výšky očakávaného výnosu  $r_e$ , na základe ktorého mu Markowitzová teória portfólia priradení z efektívnej množiny jeho optimálne portfólio.

### 3.1 Predpoklady modelu

Predpoklady pre klasický mean-variance model Markowitzovej teórie portfólia:

1. Na trhu existuje  $N$  rizikových aktív a žiadne bezrizikové.
2. Uvažuje sa jedna časová perióda.
3. Neexistujú transakčné náklady.
4. Všetky aktíva na trhu sú likvidné.
5. Aktíva sú nekonečne deliteľné.
6. Výber portfólia je na základe mean-variance analýzy.

## 3.2 Formulácia modelu

Cieľom modelu je minimalizovať varianciu portfólia (1.7) pre vopred daný očakávaný výnos  $r_e$  za podmienky (1.4). Kľúčom k nájdeniu efektívneho portfólia je nasledujúca minimalizačná úloha:

$$\begin{aligned} \min \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i w_j \sigma_{ij} \\ \sum_{i=1}^N w_i \bar{r}_i = r_e \\ \sum_{i=1}^N w_i = 1 \end{aligned} \quad (3.2)$$

### Poznámky

1. Prípustná množina riešení nevyklučuje krátke pozície. Pre zjednodušenie možno predpokladať, že investori si nemôžu požičiavať aktíva, teda platí:

$$w_i \geq 0, \forall i = 1, \dots, N. \quad (3.3)$$

Do modelu je možné pridať doplnkové ohraničenia  $c_i \leq w_i$  resp.  $w_i \leq d_i, \forall i = 1, \dots, N$ .<sup>1</sup>

2. Parameter  $r_e$  je exogénne daný a riešenie závisí od jeho výberu.
3. Model je úlohou kvadratického programovania s nelineárnou účelovou funkciou a lineárnymi ohraničeniami.

### Technické predpoklady

1. Existujú prvé a druhé momenty všetkých náhodných premenných ( $E[r], var(r)$ ).
2. Kovariančná matica  $\Sigma = (\sigma_{ij})$  je symetrická, kladne definitná a regulárna.<sup>2</sup>
3. Vektor očakávaných výnosov je lineárne nezávislý s jednotkovým vektorom.<sup>3</sup>

Tieto predpoklady sú nevyhnutnou podmienkou pre jednoznačnosť riešenia.

---

<sup>1</sup>Tieto ohraničenia hovoria o tom, že do  $i$ -tého aktíva nesmie byť investovaných menej ako  $c_i$  resp. viac ako  $d_i$  percent celkového kapitálu.

<sup>2</sup>Tento predpoklad zabezpečuje, že všetkých  $N$  aktív je skutočne rizikových. Rovnako to platí aj pre konvexné kombinácie aktív.

<sup>3</sup>V opačnom prípade by mali všetky aktíva rovnaký očakávaný výnos  $\bar{r}$ , teda očakávaný výnos z portfólia by bol takisto  $\bar{r}$ . Ak by sa táto hodnota nerovnalala vopred stanovenému výnosu  $r_e$ , úloha by nemala riešenie.

### 3.3 Praktická aplikácia

Riešenie Markowitzovho problému (3.2) za podmienky (3.3) ponúka vektor váh efektívneho portfólia  $w_p$  pri očakávanom výnose  $r_e$ . Investor si v čase  $t = 0$  určí množstvo peňazí, ktoré chce investovať, a na základe vypočítaných váh rozdelí finančné prostriedky medzi jednotlivé aktíva. Na konci sledovanej periódy, v čase  $t = 1$ , zhodnotí výnos z portfólia na základe aktuálnych cien aktív a určí výšku kapitálu, ktorým momentálne disponuje. Túto chvíľu možno opäť označiť časom  $t = 0$  a investor znova rieši Markowitzov problém, aby zistil váhy a mohol rozdeliť svoj súčasný majetok do aktív za úmyslom zhodnotenia kapitálu. Zjednodušene možno predpokladať, že investor na konci jednej periódy predá všetky momentálne vlastnené aktíva a na začiatku periódy druhej aktíva opäť nakúpi podľa aktuálneho vektora váh. Na konci sledovaného obdobia, ktoré pozostáva z jednotlivých periód, investor zhodnotí výnos z portfólia a výšku vlastneného kapitálu.

Cieľom je na základe popísaných metód výpočtu očakávaného výnosu z aktív nájsť takú, ktorá prináša maximálny celkový výnos z portfólia pre rôzne úrovne očakávaného výnosu  $r_e$ . Markowitzov model portfólia je nakalibrovaný na základe rôznych scénarov výpočtu očakávaného výnosu z aktív a následne testovaný na historických dátach.

Iný pohľad na maximalizáciu výnosu z portfólia za predpokladu minimálneho rizika má model, ktorého účelovú funkciu tvorí kvadratická funkcia užitočnosti. Tento model zahŕňa transakčné náklady a investor si vyberá optimálne portfólio na základe svojej averzie k riziku popísanej funkciou užitočnosti.

# Kapitola 4

## Funkcia užitočnosti

Výber efektívneho portfólia každého investora je založený na jeho postoji k riziku. Ak je rizikovo averzný, vyberie si to, ktoré má nízku varianciu a nízky výnos radšej než vysoko-výnosné, avšak vysokorizikové portfólio .

Preferencie investora možno reprezentovať funkciou užitočnosti  $U^1$ , ktorá priradí reálne číslo každej hodnote budúceho blahobytu  $W$  (*wealth*), ktorý môže investor dosiahnuť. Existencia  $U(W)$  je zabezpečená troma postačujúcimi podmienkami:

1. *Tranzitívne preferencie* - investor, ktorý preferuje možnosť  $A$  pred  $B$  a možnosť  $B$  pred  $C$ , tak preferuje aj možnosť  $A$  pred  $C$ .<sup>2</sup>
2. *Nezávislosť* - ak je investor indiferentný medzi možnosťami  $A$  a  $B$ , tak je indiferentný aj medzi kombináciami  $pA + (1 - p)C$  a  $pB + (1 - p)C$  pre každé  $C$  a pre všetky pravdepodobnosti  $0 \leq p \leq 1$ .
3. *Určitostná ekvivalencia* - pre každú rizikovú možnosť existuje taký bezrizikový určitostný ekvivalent (istota), že investor je indiferentný.

### 4.1 Vlastnosti

Každá funkcia užitočnosti musí mať nasledujúce vlastnosti:

1. Odhliadnuc od rizika platí, že „viac je lepšie“, teda možno povedať, že  $U' > 0$ . Ak existuje prvá derivácia funkcie užitočnosti  $U'$ , funkcia  $U$  je *rastúca* a hovorí, že ak má investor na výber dve portfólia, ktoré ponúkajú isté výnosy  $r_1$  a  $r_2$ , pričom  $r_1 > r_2$ , tak platí  $U(r_1) > U(r_2)$ . Investor si vyberie to, ktoré mu prinesie výnos  $r_1$ , a teda väčšiu užitočnosť.

---

<sup>1</sup> $U : \Omega \rightarrow R$ , kde  $\Omega$  je priestor všetkých možností investovania  $\omega$ .

<sup>2</sup> $A, B, C$  možno chápať ako prvky množiny portfólií, z ktorej si investor vyberá to, ktoré najviac zodpovedá jeho postoju k riziku.

2. Zakrivenie funkcie užitočnosti vyjadruje preferencie investora k riziku. Ak zvažuje rizikové portfólio  $P$ , ktoré má očakávanú hodnotu<sup>3</sup>  $\bar{W}$  a varianciu  $\sigma^2$ , možno jeho funkciu užitočnosti, v prípade, že je dostatočne hladká, použitím Taylorovho rozvoja v okolí  $\bar{W}$  zapísať:

$$U(W) = U(\bar{W}) + U'(\bar{W})(W - \bar{W}) + \frac{1}{2}U''(\bar{W})(W - \bar{W})^2 + R^3. \quad (4.1)$$

$R^3$  sú členy vyššieho ako druhého rádu, ktoré možno zanedbať. Aplikovaním strednej hodnoty platí:

$$E[U(W)] = U(\bar{W}) + \frac{1}{2}U''(\bar{W})\text{var}(\bar{W})^2. \quad (4.2)$$

Na základe jednej z podmienok existencie funkcie užitočnosti má rizikové portfólio  $P$  bezrizikový určitostný ekvivalent<sup>4</sup>  $M$ . Potom ak:

- $U'' < 0$ , tak  $U(M) < U(\bar{W})$  - investor je *rizikovo averzný*, lebo užitočnosť bezrizikového ekvivalentu  $M$  je nižšia než očakávaná hodnota rizikového portfólia (inými slovami, rizikovo averzný investor si nikdy nevyberie rizikové portfólio, ktoré má rovnaký, alebo nižší výnos než jeho bezrizikový ekvivalent),
- $U'' = 0$ , tak  $U(M) = U(\bar{W})$  - investor je *rizikovo neutrálny*,
- $U'' > 0$ , tak  $U(M) > U(\bar{W})$  - investor je *riziko milujúci*.

Je rozumné predpokladať, že investor je rizikovo averzný. Platí  $U'' < 0$ , teda funkcia užitočnosti  $U$  je *konkávna*.

Nech platí:

$$-U''(\bar{W}) = \alpha.$$

Rovnicu 4.2 možno teda prepísať:

$$E[U(W)] = U(\bar{W}) - \frac{1}{2}\alpha\text{var}(\bar{W})^2. \quad (4.3)$$

## 4.2 Funkcionálna forma

Odborná literatúra ponúka viacero tvarov funkcie užitočnosti, ktoré popisujú rôzne stupne investorovho postoja k riziku pre rôzne úrovne očakávaného výnosu. Stupeň „neznášateľnosti“ investora k rizikovým investíciám je obvykle meraný absolútnym koeficientom averzie k riziku:

$$A(x) = -\frac{U''(x)}{U'(x)}. \quad (4.4)$$

<sup>3</sup>Očakávaná hodnota portfólia je stredná hodnota z jej všetkých možných budúcich hodnôt.

<sup>4</sup>Platí:  $U(M) = E[U(W)]$ , teda užitočnosť určitostného ekvivalentu je rovná očakávanej užitočnosti portfólia.

Veľkosť tohto koeficientu sa zväčšuje so zväčšujúcou sa mierou averzie investora k riziku. Averzia investora k riziku býva meraná aj relatívnym koeficientom:

$$R(x) = -\frac{xU''(x)}{U'(x)}. \quad (4.5)$$

Pre účely tejto práce je najvýhodnejšie použiť kvadratickú funkciu užitočnosti, ktorá má tvar:

$$U(x) = x - \frac{1}{2}\alpha x^2. \quad (4.6)$$

Koeficient  $\alpha > 0$  vyjadruje konkrétny postoj k riziku a zaručuje konkávnosť funkcie užitočnosti. So zvyšujúcou hodnotou  $\alpha$  narastá investorova averzia k riziku. Platí:

$$A(x) = \frac{\alpha}{1 - \alpha x}, R(x) = \frac{\alpha x}{1 - \alpha x}, \quad (4.7)$$

Investor, ktorého charakterizuje táto funkcia užitočnosti, sa správa tak, že s rastúcim bohatstvom drží menej rizikových aktív, narastá jeho averzia k riziku. Aby bola zaručená aj druhá vlastnosť funkcie užitočnosti, investor musí brať do úvahy iba tú časť definičného oboru, na ktorom je funkcia rastúca. Konkávna kvadratická funkcia nadobúda maximum v bode  $x = \frac{1}{\alpha}$ , ktorý je tzv. bod obratu<sup>5</sup>. Pre všetky hodnoty  $x$  naľavo od tohto bodu, je táto podmienka splnená.

Funkcia je zároveň výhodná pri riešení problému, ktorý je bližšie popísaný v nasledujúcej kapitole.

---

<sup>5</sup>Bod, v ktorom sa konkávna funkcia mení z rastúcej na klesajúcu.

# Kapitola 5

## Model portfólia s funkciou užitočnosti

Na tomto mieste možno pripomenúť úlohu investora pri zostavovaní portfólia. Cieľom je maximalizovať očakávaný výnos a minimalizovať riziko portfólia. Tento problém rieši mean-variance analýza. Ponúka efektívnu množinu, z ktorej je potrebné vybrať také optimálne portfólio, ktoré spĺňa „potreby“ investora. V prípade Markowitzovej teórie je tento výber uskutočnený na základe stanovenia výšky očakávaného výnosu z portfólia. Model s funkciou užitočnosti pristupuje k tomuto problému výberu na základe rizika. Každý investor má inú averziu k riziku, a teda iné optimálne portfólio. Kľúčovou úlohou investora v tomto prípade nie je stanoviť výšku očakávaného výnosu, ale stanoviť stupeň svojej averzie k riziku.

Tento model portfólia má oproti Markowitzovej teórii dve výhody. Zahŕňa transakčné náklady a ponúka možnosť periodického rebalancovania. V prípade Markowitzovej teórie je prerovnávanie portfólia uskutočnené tak, že investor v každom okamihu rebalancovania rieši optimalizačný problém. Vektor váh mu hovorí, do akých aktív má investovať svoj kapitál, ale neberie ohľad na to, aké aktíva investor aktuálne vlastní. V prípade, že by mu riešenie v každom okamihu prerovňovania ponúklo iný vektor váh, investor by mal vysoké transakčné náklady na uskutočnenie nákupu aktív. Model popísaný v tejto kapitole berie pri prerovňovaní portfólia do úvahy to, aké aktíva už investor vlastní. Na základe toho a výšky transakčných nákladov rieši optimalizačný problém. Jeho riešenie mu hovorí to, aké aktíva má nakúpiť a predať, aby maximalizoval svoj budúci majetok a „nezruinoval“ sa na transakčných nákladoch.

### 5.1 Predpoklady modelu a popis premenných

Predpoklady tohto modelu sú podobné predpokladom Markowitzovej teórie:

1. Na trhu existuje  $N$  rizikových aktív a žiadne bezrizikové.
2. Všetky aktíva na trhu sú likvidné.
3. Aktíva sú nekonečne deliteľné a nevyplácajú dividendy.

4. Výber portfólia je na základe mean-variance analýzy.

Jednotlivé premenné modelu možno definovať nasledovne:

- $\bar{r}_i^t$  - očakávaný výnos z  $i$ -tého aktíva pre čas  $t + 1$  stanovený v čase  $t$ .
- $B_i^t$  - množstvo  $i$ -tého indexu nakúpeného (buy) v čase  $t$ .
- $b_i^t$  - nákupná cena  $i$ -tého indexu v čase  $t$ .
- $H_i^t$  - množstvo  $i$ -tého indexu aktuálne vlastneného (hold) v čase  $t$ .
- $S_i^t$  - množstvo  $i$ -tého indexu predaného (sell) v čase  $t$ .
- $s_i^t$  - predajná cena  $i$ -tého indexu v čase  $t$ .
- $\delta$  - faktor transakčných nákladov vyjadrený v bázičných bodoch.
- $a_0$  - počiatočné množstvo kapitálu určeného na investovanie.

## 5.2 Účelová funkcia

Snahu investora maximalizovať očakávaný výnos z portfólia na základe averzie k riziku možno zakomponovať do účelovej funkcie modelu. Tá maximalizuje očakávanú užitočnosť portfólia:

$$\max E[U(W)]. \quad (5.1)$$

Užitočnosť je daná kvadratickou funkciou (4.6). Strednú hodnotu z užitočnosti možno vypočítať z rovnice (4.3). Budúci, resp. očakávaný blahobyt  $W$  je v čase  $t$  definovaný nasledovne:

$$W = \sum_{i=1}^n (1 - \delta) s_i^t (1 + \bar{r}_i^t) H_i^t. \quad (5.2)$$

Účelovú funkciu modelu má teda konečný tvar:

$$\begin{aligned} E[U(W)] &= \sum_{i=1}^n (1 - \delta) s_i^t (1 + \bar{r}_i^t) H_i^t \\ &\quad - \frac{1}{2} \alpha \sum_{i=1}^n (1 - \delta)^2 (s_i^t)^2 (1 + \bar{r}_i^t)^2 (H_i^t)^2 \\ &\quad - \frac{1}{2} \alpha \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (1 - \delta)^2 s_i^t s_j^t \text{cov}(r_i^t, r_j^t) H_i^t H_j^t. \end{aligned} \quad (5.3)$$

Výraz  $\text{cov}(r_i^t, r_j^t)$  popisuje vzájomnú naviazanosť výnosov z aktív. Jeho hodnota je narátaná z historických výnosov za obdobie predchádzajúceho roka, teda z 250 dní.

## 5.3 Ohraničenia

Ohraničenia modelu možno sformulovať nasledovne:

### Nezápornosť

Rovnako, ako v prípade Markowitzovho modelu, nie sú povolené krátke pozície, teda dlhovanie aktív. Množstvá všetkých indexov, ktoré sú v každom okamihu aktuálne nakúpené, vlastnené alebo predané, sú kladné čísla:

$$B_i^t, H_i^t, S_i^t \geq 0, \quad \forall i = 1, \dots, n, \quad \forall t = 0, \dots, T. \quad (5.4)$$

### Inventory balance

Toto ohraničenie vyjadruje rovnováhu medzi množstvami aktív portfólia:

$$H_i^{t-1} + B_i^t - S_i^t = H_i^t, \quad \forall i = 1, \dots, n, \quad \forall t = 1, \dots, T \quad (5.5)$$

Ak sa k množstvu vlastneného aktíva, ktoré má investor z predchádzajúceho obdobia, pripočíta dokúpené množstvo a odpočíta predané, výsledkom je množstvo, ktoré je aktuálne vlastnené. Platí to pre každé aktívum v každom čase.

### Cash-flow accounting

Ohraničenie vyjadruje rovnováhu medzi peňažnými tokmi:

$$\sum_{i=1}^n s_i^t S_i^t = \sum_{i=1}^n b_i^t B_i^t, \quad \forall i = 1, \dots, n, \quad \forall t = 1, \dots, T. \quad (5.6)$$

V každom čase sa musí rovnať peňažná hodnota nákladov na nákup aktív hodnote zisku z predaja aktív. V čase 0 platí, že počiatočná suma kapitálu určeného na investovanie sa rovná nákladom na kúpu aktív, lebo investor zatiaľ nevlastní žiadne aktíva, a teda nemôže mať zisk z predaja:

$$a_0 = \sum_{i=1}^n b_i^0 B_i^0. \quad (5.7)$$

## 5.4 Zhrnutie modelu a praktická aplikácia

Tento model je nevyhnutné sformulovať pre dva rôzne časy, lebo v čase zostavovania počiatočného portfólia  $t = 0$  sa správa inak ako v ďalších časoch  $t > 0$ . Model portfólia pre

čas  $t = 0$  možno zapísať:

$$\begin{aligned}
 \max \quad & E[U(\sum_{i=1}^n (1 - \delta) s_i^0 (1 + \bar{r}_i^0) B_i^0)], \\
 & B_i^0 \geq 0, \\
 & a_0 = \sum_{i=1}^n b_i^0 B_i^0, \\
 & \forall i = 0, \dots, n.
 \end{aligned} \tag{5.8}$$

Pre čas  $t > 0$  platí:

$$\begin{aligned}
 \max \quad & E[U(\sum_{i=1}^n (1 - \delta) s_i^t (1 + \bar{r}_i^t) H_i^t)], \\
 & B_i^t, H_i^t, S_i^t \geq 0, \\
 & H_i^{t-1} + B_i^t - S_i^t = H_i^t, \\
 & \sum_{i=1}^n s_i^t S_i^t = \sum_{i=1}^n b_i^t B_i^t, \\
 & \forall i = 0, \dots, n.
 \end{aligned} \tag{5.9}$$

## Poznámky

1. Parametre  $\alpha$  a  $\delta$  sú exogénne dané a riešenie závisí od ich výberu.
2. Model je optimalizačnou úlohou s kvadratickou účelovou funkciou a lineárnymi ohraničeniami.
3. Rovnako, ako v prípade Markowitzovej teórie, možno do modelu pridať doplnkové ohraničenia pre percentuálne podiely aktív, ktoré musia byť v portfóliu zastúpené vo vopred danom minimálnom alebo maximálnom množstve.

Riešenie optimalizačného problému (5.8) ponúka investorovi návod, ako zostrojiť portfólio v čase  $t = 0$ . Problém (5.9) zas spôsob ako ho prehodnocovať vzhľadom na investorovu averziu k riziku a transakčné náklady. Hodnoty očakávaných výnosov z aktív možno nakalibrovať na základe rôznych metód ich výpočtu. V koncovom čase  $T$  investor predá všetky aktuálne vlastnené aktíva a zhodnotí výšku disponibilného kapitálu, z ktorého určí celkový výnos z portfólia za sledovanie obdobie  $t = 0, \dots, T$ .

Cieľom je nájsť také scenáre na riadenie a tvorbu portfólia, ktoré investorovi skutočne maximalizujú užitočnosť budúceho kapitálu pre rôzne úrovne výšky transakčných nákladov a jeho averzie k riziku.

# Kapitola 6

## Vyhodnotenie

Predchádzajúce kapitoly popisujú rôzne scenáre na výpočet očakávaného výnosu a dva rôzne modely na tvorbu a riadenie portfólia. Na ich základe sú urobené testovania na spomínaných historických dátach. Možno pripomenúť, že dáta zahŕňajú rôzne akciové a dlhopisové indexy v časovom horizonte 2.1.1996-20.5.2003. Prvých sto dní je z investovania vynechaných, teda deň zostavovania počiatočného portfólia je 3.6.1996. Keďže má každý rok iný počet pracovných dní a dáta nie sú dostupné každý deň pre všetky indexy (rôzne krajiny nemajú totožné dni pracovného pokoja), tak je stanovený „priemerný rok“ dĺžky 250 dní. Tento počet dní zároveň slúži ako časová báza pre výpočet variancie z výnosov aktív. Celkový investičný horizont trvá 1550 dní teda 6,2 roka. Portfólia sú zostavované na základe stratégií, tvorených z kombinácií rôznych metód očakávaného výnosu a modelov portfólia. Každú stratégiu možno pre zjednodušenie popísať skratkou, ktorú tvorí:

- Skratka názvu metódy výpočtu očakávaného výnosu.
- Dĺžka sledovaného obdobia v dňoch - história, na základe ktorej sa počíta očakávaný výnos. V prípade dlhodobého historického priemeru tvoria históriou všetky pozorovania až do okamihu investovania, teda použitá skratka je H.
- Časová báza modelu v dňoch - perióda prehodnocovania portfólia.
- Skratka typu modelu portfólia. (M - Markowitzová teória portfólia, U - model s kvadratickou funkciou užitočnosti)

Napríklad metóda kumulovaného výnosu, ktorou je kalibruvaný Markowitzov model s 5-dennou časovou bázou a sledovaným obdobím 100 dní, má skratku : KV 100/5/M.

### 6.1 Vyhodnocovacie kritéria

Počiatočný majetok na začiatku investovania je stanovený na 1.000.000 USD. Zaujímavou je teda hodnota, ktorú dosiahne portfólio na konci investovania - 20.5.2003. Na základe nej možno stanoviť priemerný ročný výnos. Tieto parametre však nepopisujú správanie sa

portfólia počas celého obdobia. Môže nastať prípad, kedy by investícia celý čas stúpala a na konci sledovaného obdobia prudko spadla. Takýto pokles, drawdown, možno zachytiť. Je dôležité sledovať, o koľko spadne portfólio od okamihu, keď dosiahne nejaký vrchol, až po minimum, zároveň ako dlho trvá, kým sa dostane na pôvodnú úroveň. Zaujímavou informáciou pre investora môže byť, koľko aktív je priemerne zahrnutých do portfólia. Hovorí to, či je investícia rozložená do malého počtu aktív, alebo je širšie diverzifikovaná. Tieto kritéria, ktoré sledujú správanie sa portfólia, možno zhrnúť nasledovne:

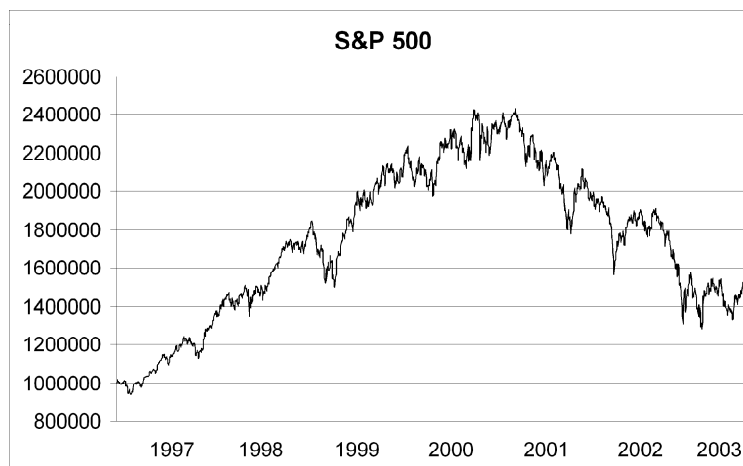
- KHP - Koncová hodnota portfólia - záverečný kapitál.
- PRV - Priemerný ročný výnos z portfólia.
- Max DD - Maximum drawdown - maximálny percentuálny pokles hodnoty investície.
- Max DDL - Maximum drawdown length - maximálny čas v dňoch, počas ktorého investícia klesla a vrátila sa späť na pôvodnú úroveň.
- PPAP - Priemerný počet aktív v portfóliu.

Tieto skratky sú ďalej použité pri vyhodnocovaní stratégií.

Správanie sa portfólia závisí samozrejme od toho, aké aktíva obsahuje, resp. aké aktíva sú k dispozícii pri jeho tvorbe. Správanie sa jednotlivých aktív možno popísať rovnakými kritériami ako správanie sa portfólia. V takom prípade je hodnota PPAP 1. Tabuľka 6.1 obsahuje parametre popisujúce správanie sa indexov použitých pri testovaní, za predpokladu, že index možno samostatne nakúpiť na začiatku sledovaného obdobia za plnú sumu počiatočného kapitálu, t.j. 1.000.000 USD a držať až do konca sledovaného časového horizontu. Je vidieť, že 1Y USD sa opäť výrazne líši od ostatných aktív. Investícia do tohto indexu má priemerný ročný výnos 7% pri maximálnom poklese kapitálu 0,52% a z pádov sa „zotaví“ do 32 dní. Ostatné aktíva majú hodnoty priemerného výnosu v rozpätí -0,6-21,9%. Maximálny pokles je v priemere 29,27% a hodnota Max DDL dosahuje priemerne 728 dní. Tieto poklesy sú následkom cenovej bubliny, ktorá sa na trhu začala tvoriť v druhej polovici 90-tych rokov. Proces globalizácie, rozvoj internetu a silná ekonomická aktivita spôsobili na akciovom trhu vlnu optimizmu, ktorá bola nasledovaná krachom v roku 2000. Táto skutočnosť môže negatívne ovplyvniť stratégie, lebo v čase cenových bublín sa finančné trhy nesprávajú racionálne a mnohé odvetvia ekonomiky sú nadhodnotené. Vývoj trhu možno popísať indexom S&P500, ktorého priebeh zachytáva nasledujúci graf.

Index	KHP	PRV	Max DD	Max DDL
1Y USD	1439887	7,09	0,52	32
5Y USD	1859299	13,86	5,19	341
10Y USD	1995917	16,06	12,56	434
30Y USD	2204021	19,42	20,01	506
1Y EUR	1194735	3,14	27,70	1424
5Y EUR	1580894	9,37	24,74	840
10Y EUR	1771396	12,44	25,73	798
30Y EUR	2043231	16,83	32,66	828
1Y CHF	1159987	2,58	28,45	1424
5Y CIIF	1425795	6,87	27,72	851
10Y CHF	1593762	9,58	27,43	842
30Y CHF	1590466	9,52	30,61	808
1Y GBP	1620515	10,01	11,43	390
5Y GBP	1806224	13,00	13,65	649
10Y GBP	2117188	18,02	15,28	646
20Y GBP	2357926	21,90	20,27	602
DAX	962710	-0,60	66,84	683
CAC	1457850	7,38	56,91	623
SPI	1353692	5,70	44,02	576
FTSE	1318134	5,13	46,78	730
S&P500	1531869	8,58	47,41	571

Tabuľka 6.1: Charakteristiky popisujúce správanie sa aktív.



## 6.2 Model Markowitzovej teórie portfólia

Vyhodnotenie úspešných stretégii používajúcich model Markowitzovej teórie portfólia je rozdelené do dvoch skupín podľa toho, o aký dlhý investičný horizont má investor potenciálne záujem. Investor, ktorý zvažuje investíciu na rok, má iné preferencie než ten, ktorý pripúšťa niekoľko-ročný časový horizont. Podmienky investorov pre výber prípustných stretégii, ktorí uvažujú krátkodobo alebo strednodobo, sú rôzne a závisia na individuálnom postoji. Nie je možné vyhodnotiť všetky prístupy, preto je použitý ilustračný príklad, ako by mohol investor s daným investičným horizontom postupovať pri výbere.

### 6.2.1 Krátkodobý investičný horizont

Pre investora, ktorý uvažuje „krátkodobo“, je dôležité, ako sa správa stratégia na malých časových intervaloch. Možno predpokladať, že plánuje investíciu najdlhšie na jeden rok - 250 dní. Zaujíma ho teda predovšetkým hodnota Max DDL. Na základe nej vie, aký maximálny počet dní trvalo vrátiť sa na pôvodnú úroveň kapitálu v prípade poklesu. Táto hodnota by preto nemala byť vyššia než polovica plánovaného času na investovanie. Prípustná hodnota Max DDL je teda pol roka - 125 dní. Ďalším dôležitým merítkom je PRV. Jeho hodnota by mala dosahovať hodnoty očakávaného výnosu  $r_e$ . Možno predpokladať, že investor pripúšťa pokles o 1%. Zároveň by mal byť vyšší než hodnota Max DD, ktorej výška sa pripúšťa maximálne 5%. Stratégia by sa teda mala správať tak, aby prípadne poklesy kapitálu neboli vyššie než táto stanovená hodnota. Tieto podmienky, na základe ktorých sa vyhodnocujú stratégie, možno zhrnúť:

1. Max DDL  $\leq 125$ .
2. PRV  $\geq r_e - 1\%$ .
3. PRV  $\geq$  Max DD, Max DD  $\leq 5\%$ .

Stratégie spĺňajúce tieto podmienky investora, ktorý zvažuje investičný horizont jeden rok, možno nasledovne zosumarizovať, pričom treba podotknúť, že na tomto mieste nie je z priestorových dôvodov možné uviesť všetky číselné hodnoty. V prípade bližšieho záujmu čitateľa ich možno nájsť v prílohe.

#### Krátkodobý historický priemer - KDHP 100/5/M

Táto metóda ponúka stratégie spĺňajúce stanovené požiadavky pri úrovni očakávaného výnosu 3-15%.

$r_e$	KHP	PRV	Max DD	Max DDL	PPAP
3	1429466	6,93	0,44	32	3,15
7	1522273	8,42	1,33	53	3,65
11	1704302	11,36	3,21	59	4,07
15	1831252	13,41	4,47	91	4,05

### Krátkodobý historický priemer - KDHP 250/5/M

Táto stratégia má oproti predchádzajúcej „dlhšiu históriu“. Ponúka nepatrne vyššie výnosy, ale hodnoty Max DD sú rovnako vyššie. Požadované podmienky sa dosahujú pri úrovni  $r_e$  3-10%.

$r_e$	KHP	PRV	Max DD	Max DDL	PPAP
3	1429520	6,93	0,45	32	3,15
6	1508757	8,21	0,51	42	3,47
10	1823363	13,28	3,71	75	4,10

### Dlhodobý historický priemer - DDHP H/5/M

Stratégie spĺňajúce stanovené podmienky majú úrovne očakávaného výnosu z portfólia 3-8%.

$r_e$	KHP	PRV	Max DD	Max DDL	PPAP
3	1428611	6,91	0,44	32	3,10
8	1550900	8,89	2,50	106	4,40

### Kumulovaný výnos - KV 100/5/M

Podobne ako metóda KDHP 100/5/M, aj táto ponúka stratégie spĺňajúce uvedené podmienky na úrovni očakávaného výnosu 3-16%. Tieto dve metódy sú porovnateľné, lebo majú výpočet očakávaného výnosu z aktíva založený na tom istom princípe. Nasledujúca tabuľka uvádza vybrané úspešné stratégie:

$r_e$	KHP	PRV	Max DD	Max DDL	PPAP
3	1429731	6,93	0,44	32	3,16
7	1520829	8,40	1,55	51	3,61
11	1740559	11,94	3,21	69	3,97
16	1881536	14,22	4,89	88	3,94

### Kumulovaný výnos - KV 250/5/M

Podmienkam vyhovujú stratégie, ktoré majú  $r_e$  na úrovni 3-7%. Hodnoty Max DD sú pri rovnakej hodnote očakávaného výnosu vyššie než u predchádzajúcich metód, v prípade  $r_e = 7\%$  dokonca mierne prevyšuje stanovených 5%. Sú však kompenzované hodnotami priemerného ročného výnosu, ktoré dosahujú viac ako dvojnásobok očakávaného výnosu z portfólia.

$r_e$	KHP	PRV	Max DD	Max DDL	PPAP
3	1540181	8,71	1,89	67	3,56
5	1778828	12,56	3,21	90	3,90
7	1888941	14,34	5,41	91	3,90

### Faktorový model - iHDP 100/10/M

Stratégie na úrovni očakávaného výnosu 3-9% spĺňajú stanovené podmienky. Pri faktorových modeloch je dôležité, aby boli splnené aj predpoklady modelu o reziduách  $\epsilon_i$ . Zároveň by mal faktor zlepšiť vysvetlenie náhodnosti výnosu z aktíva. Teda je potrebné sledovať hodnoty  $\sigma_{r_i}^2$  a  $\sigma_{\epsilon_i}^2$ . V tomto prípade boli hodnoty  $\sigma_{\epsilon_i}^2$  nižšie priemerne o 11,4% (medián - 6,6%) oproti  $\sigma_{r_i}^2$ .

$r_e$	KHP	PRV	Max DD	Max DDL	PPAP
3	1437490	7,06	0,46	36	3,66
6	1439642	7,09	0,91	35	3,72
9	1508869	8,21	1,59	80	4,12

### Faktorový model - CPI 100/10/M

V tomto prípade sú úspešné všetky stratégie v rozpätí očakávaného výnosu 3-13%. Hodnoty  $\sigma_{r_i}^2$  sú oproti hodnotám  $\sigma_{\epsilon_i}^2$  nižšie priemerne o 14,58% (medián - 8,83%).

$r_e$	KHP	PRV	Max DD	Max DDL	PPAP
3	1447134	7,21	0,55	66	3,78
6	1512043	8,26	1,17	51	3,90
10	1648958	10,47	3,18	92	4,19
13	1753072	12,15	4,48	119	4,05

### Faktorový model - CPI 200/10/M

Táto metóda sa pri dvojnásobne dlhšom sledovanom období ako predchádzajúca, správa veľmi podobne. Úspešné sú opäť stratégie na úrovni očakávaného výnosu 3-10%. Hodnoty variancie výnosov sú oproti variancii reziduí vyššie o 6,25% (medián - 3,46%), teda vysvetlenie náhodnosti výnosov z aktív faktormi je nižšie než pri rovnakej metóde s polovičnou dĺžkou sledovaného obdobia - CPI 100/10/M.

$r_e$	KHP	PRV	Max DD	Max DDL	PPAP
3	1440525	7,11	0,53	35	3,72
6	1493731	7,96	0,82	36	3,97
10	1633712	10,22	4,76	119	4,17

## 6.2.2 Strednodobý investičný horizont

Táto skupina stratégií obsahuje tie, ktoré by prípadne zvažoval investor za predpokladu, že jeho investičný horizont je dlhší ako jeden rok. Nakoľko je sledované obdobie iba o čosi vyššie ako 6 rokov, pod pojmom „strednodobo“ sa dajú chápať investície, ktorých časový horizont je 2-4 roky. V takomto prípade sú požiadavky investora na správanie sa portfólia iné než pri „krátkodobom“ zmýšľaní. Max DDL je prípustný do jedného roka, t.j. do 250 dní a Max DD do úrovne 10% v prípade, že bude nižší než priemerný ročný výnos. Do tejto

skupiny samozrejme patria všetky stratégie vhodné pre krátkodobý investičný horizont a sú doplnené o tie, ktorých poklesy sú nižšie a ich návrat na pôvodnú úroveň po páde trvá dlhšie. Obvykle boli tieto podmienky splnené pre stratégie s vyšším očakávaným výnosom, preto možno stanoviť prípustný rozdiel 3% oproti priemernému ročnému výnosu. Všetky podmienky možno zhrnúť nasledovne:

1.  $\text{Max DDL} \leq 250$ .
2.  $\text{PRV} \geq r_e - 3\%$ .
3.  $\text{PRV} \geq \text{Max DD}$ ,  $\text{Max DD} \leq 10\%$ .

Opäť sú priamo v texte zobrazené len vybrané stratégie, ostatné sú zhrnuté v prílohe.

### Krátkodobý historický priemer - KDHP 100/5/M

Táto stratégia spĺňa požiadavky pre úrovne očakávaného výnosu 16-20%. Hodnoty Max DD sú o viac ako polovicu menšie než je priemerný ročný výnos. Jeho hodnoty sú o 3-5% nižšie než hodnoty  $r_e$ , stále to je však výnos v rozpätí 13-15%, ktorý možno považovať za dobrý.

$r_e$	KHP	PRV	Max DD	Max DDL	PPAP
16	1852156	13,74	4,96	148	4,04
18	1923343	14,89	5,86	198	3,95
20	1933720	15,06	7,86	209	3,85

### Krátkodobý historický priemer - KDHP 250/5/M

Stratégie s úrovňami očakávaného výnosu 11-14% spĺňajú požadované kritéria. Rovnako ako u predchádzajúcej metódy, aj tu dosahujú hodnoty Max DD približne polovicu priemerného ročného výnosu, ktorý je približne o 2-3% vyšší než hodnota  $r_e$ . Úrovne očakávaného výnosu 15-21% majú Max DD vyššie než je stanovených 10%. Hodnoty priemerného ročného výnosu však dosahujú alebo prevyšujú výnos očakávaný a majú približne o 5% viac než Max DD. Preto možno konštatovať, že aj tieto stratégie sú pre investora prijateľné, hoci nepatrne presahujú aj hodnotu Max DDL.

$r_e$	KHP	PRV	Max DD	Max DDL	PPAP
11	1879313	14,18	5,11	187	4,12
14	1997006	16,08	8,50	203	3,91
17	2142682	18,43	13,71	252	3,57
21	2241068	20,02	14,99	253	3,18

### Dlhodobý historický priemer - DDHP H/5/M

Táto metóda pripúšťa stratégie na úrovni 9 a 10%.

$r_e$	KHP	PRV	Max DD	Max DDL	PPAP
9	1604946	9,76	3,90	133	4,40
10	1596821	9,63	6,21	191	4,38

### Kumulovaný výnos - KV 100/5/M

Požiadavky spĺňajú stratégie na úrovni očakávaného výnosu 17 a 18%. Hodnoty Max DD sú malé oproti priemernému ročnému výnosu, ktorý síce dosahuje hodnoty nižšie než očakávaný výnos, no samotná hodnota je dosť vysoká a zaujímavá pre investora.

$r_e$	KHP	PRV	Max DD	Max DDL	PPAP
17	1896151	14,45	5,25	150	3,89
18	1897078	14,47	6,33	198	3,84

### MCAPM - index „splatnosť“ 100/5/M

Táto stratégia spĺňa zadané kritéria až do úrovne očakávaného výnosu 13%. Má pomerne nízke hodnoty Max DD a Max DDL, pričom prináša priemerný ročný výnos 9-11%.

$r_e$	KHP	PRV	Max DD	Max DDL	PPAP
4	1582013	9,39	1,85	158	3,88
8	1714818	11,53	6,89	154	4,15
13	1686892	11,08	7,89	112	4,21

### Faktorový model - iHDP 100/10/M

Táto metóda ponúka stratégie pri úrovni  $r_e$  10-13%, ktoré síce majú menší priemerný ročný výnos ako je očakávané, ale hodnoty Max DD sú do 2% a Max DDL do sto dní. Rozdiel medzi varianciami výnosov a rezíduí je priemerne 11,46% (medián - 6,37%).

$r_e$	KHP	PRV	Max DD	Max DDL	PPAP
11	1571311	9,21	2,33	93	4,16
13	1626131	10,10	2,50	97	4,27

### Faktorový model - CPI 100/10/M

Táto metóda sa vyznačuje nízkymi hodnotami Max DDL - 120 dní, rovnako ako hodnoty Max DD - približne 5%. Vyhovujúce sú stratégie na úrovni očakávaného výnosu 14 a 15%. Variancia  $\sigma_{\epsilon_i}^2$  je nižšia priemerne o 12,56% (medián - 6,66%) než variancia  $\sigma_{r_i}^2$ .

$r_e$	KHP	PRV	Max DD	Max DDL	PPAP
14	1772891	12,47	4,83	119	4,06
15	1783641	12,64	5,18	120	4,07

### 6.2.3 Neúspešné stratégie

Do tejto skupiny možno zaradiť jednofaktorové modely UNEM 100/10/M, 200/10/M a viacfaktorové modely iHDP-CPI 200/10/M, iHDP-UNEM 200/10/M, iHDP-CPI-UNEM 200/10/M, ktoré nespĺňali základné predpoklady teórie faktorových modelov o individuálnych príspevkoch  $\epsilon_i$ .

Rovnako tu možno zaradiť stratégiu MCAPM s indexom „mena“, ktorá síce prináša primerané ročné výnosy 8-10%, no hodnoty Max DD a Max DDL sú oproti iným stratégiám vysoké.

### 6.2.4 Vzájomné porovnanie stratégií

V tejto chvíli možno povedať, že testovanie rôznych stratégií výpočtu očakávaného výnosu Markowitzovou teóriou dospelo k ich rozdeleniu na „dobré a zlé“. Stále však nie je jasné, ktoré z dobrých stratégií sú najlepšie, preto je nevyhnutné vzájomné porovnanie. Postupným vylučovaním „horších“ sa možno dopracovať k tým, ktoré dosahujú najlepšie výkony.

Najhoršou z týchto stratégií je DDHP H/5/M. Do úrovne očakávaného výnosu 10% poskytuje uspokojivé výsledky. Za touto hranicou však hodnoty PRV klesajú a Max DD dosahuje až 30%. Podobné správanie má aj KV 250/5/M. Ponúka síce vysoký priemerný ročný výnos pre úroveň očakávaného výnosu 8-16%, no je sprevádzaný dramatickými hodnotami Max DD - 25% a Max DDL - 700 dní. Analyzovaním priebehu stratégie možno zistiť, že prudký pokles nastáva po spľasnutí cenovej bubliny v roku 2000 a vytrváva až do ustálenia cien na trhu koncom roka 2002.

O čosi lepšie sa správa faktorový model iHDP založený na 100 a 200 dennom sledovanom období. Do úrovne očakávaného výnosu 7% sa výkony veľmi nelíšia. Pri vyšších hodnotách  $r_e$  sa začína iHDP 200/10/M výraznejšie zhoršovať. Hodnoty jeho priemerného ročného výnosu sa až do úrovne očakávaného výnosu 20% držia okolo 10%, Max DDL postupne narastá do dĺžky 300 dní a Max DD rastie až na 10%. V prípade iHDP 100/10/M sa PRV takisto drží na úrovni okolo 11%. Hodnoty Max DDL sú do jedného roka - 230 dní a Max DD je na úrovni 5%. Skúmanie postupného vývoja scenáru prezrádza, že stagnácia je v rokoch 1999-2000, kedy dochádzalo k rastu cien aktív na trhu, ktoré však neovplyvnili výšku hrubého domáceho produktu krajín natoľko, aby to dokázal zachytiť faktorový model. Odhliadnuc od toho má stratégia neustále rastúci priebeh s menšími fluktuáciami. Porovnateľne sa správala aj stratégia MCAPM s indexom „splatnosť“.

$r_e$	KHP	PRV	Max DD	Max DDL	PPAP
iHDP 200/10/M					
14	1568536	9,17	6,76	296	4,38
18	1650482	10,49	9,22	299	4,29
iHDP 100/10/M					
14	1647080	10,44	2,59	194	4,26
18	1693438	11,18	4,06	223	4,29
MCAPM - S 100/5/M					
14	1656811	10,59	7,81	165	4,13
18	1753848	12,16	9,39	201	3,85

Stratégie KDHP 100/5/M a KV 100/5/M sú takmer indentické pri všetkých úrovniach očakávaného výnosu až do výšky 20%. Tento výsledok nie je vôbec prekvapivý, lebo sú obe založené na veľmi podobnej filozofii aritmetického a geometrického priemeru. Naopak veľmi prekvapivo dosahujú podobné výsledky metódy očakávaného výnosu založené na krátkodobom historickom priemere a faktorovom modeli CPI. Pre dlhšie sledované obdobie sa KDHP 250/5/M a CPI 200/20/M správajú do úrovne očakávaného výnosu 13% veľmi podobne. Pri vyšších hodnotách  $r_e$  sa začínajú prehlbovať rozdiely. Metóda založená na krátkodobom historickom priemere dosahuje o 3-6% vyšší priemerný ročný výnos. Faktorový model má naopak nižšie hodnoty veličín popisujúcich poklesy. Max DD je približne o 3% nižší a Max DDL dosahuje zhruba polovičné hodnoty.

$r_e$	KHP	PRV	Max DD	Max DDL	PPAP
KDHP 250/5/M					
17	2142682	18,43	13,71	252	3,57
25	2406945	22,69	16,10	407	2,76
CPI 200/10/M					
17	1827200	13,34	9,92	134	3,75
25	2084714	17,50	12,58	218	3,35

V tomto prípade je ťažké rozhodnúť, ktorá metóda je lepšia. Časový priebeh metód je rastúci s výnimkou rokov 1999-2002. V tomto období dochádza k striedaniu poklesov a nárastov. KDHP zaznamenáva menej väčších poklesov, kým faktorový model CPI viac menších. Menšie poklesy možno chápať tak, že sa aj po hlbšom páde rýchlo dostanú späť na pôvodnú úroveň. Záleží na individuálnom prístupe investora, ktorú metódu výpočtu očakávaného výnosu zvolí.

V prípade kratšieho sledovaného obdobia - 100 dní sa tieto metódy správajú porovnateľne. Hodnoty Max DD sú takmer rovnaké. Od UOV 17% dosahuje faktorový model približne o 80 dní menšie Max DDL. V porovnaní s predchádzajúcimi stratégiami s dlhším sledovaným obdobím prinášajú tieto nižší priemerný ročný výnos, sú však stabilnejšie, teda ich rast nepostihuje toľko výkyvov. V prípade KDHP 100/10/M možno sledovať menšiu stagnáciu v roku 2002, no oproti CPI prináša priemerný ročný výnos vyšší o 1-1,5%. Opäť teda nemožno jednoznačne rozhodnúť v prospech jednej ani druhej stratégie.

$r_e$	KHP	PRV	Max DD	Max DDL	PPAP
KDHP 100/5/M					
16	1852155	13,74	4,96	148	4,04
20	1933720	15,06	7,86	209	3,85
CPI 100/10/M					
16	1797808	12,87	5,53	120	4,10
20	1822406	13,26	8,29	123	3,99

Na záver teda možno skonštatovať, že najúspešnejšie sú také scenáre na kalibráciu a riadenie portfólia, u ktorých sa výpočet očakávaného výnosu z aktív zakladá na krátkodobom historickom priemere alebo je skonštruovaný faktorovým modelom. Jeho základom je index spotrebiteľských cien daný percentuálnymi zmenami oproti minulému mesiacu. Sumár výsledkov pre všetky testované úrovne očakávaného výnosu z portfólia možno nájsť spolu s grafickými znázorneniami vybraných vývojov hodnôt portfólia v Prílohe A.

### 6.3 Model portfólia s funkciou užitočnosti

Tento model zahŕňa transakčné náklady, ktoré sú pri testovaniach na historických dátach určené na troch úrovniach 10, 20 a 30 základných bodov. Na porovnanie sú všetky stratégie otestované aj pri nulových transakčných nákladoch. Dá sa očakávať, že rovnako dobrá stratégia ako v prípade Markowitzovej teórie môže mať nižší zisk. Model sa prehodnocuje niekoľko krát ročne a pri každom rebalancovaní sa strhávajú transakčné poplatky, ktorých súčet môže v konečnom dôsledku tvoriť aj niekoľko percent.

Kľúčovou úlohou investora je stanovenie svojej averzie k riziku. Je rozumné predpokladať, že je rizikovo averzný, teda ho zaujíma len tá časť funkcie užitočnosti, ktorá je rastúca a konkávna: Uvažujú sa dvaja investori s odlišnou mierou averzie k riziku. Každéj miere averzie prislúcha iná hodnota koeficientu  $\alpha$ , a teda iný tvar funkcie užitočnosti. Rozhodujúcim faktorom je stanovenie bodu obratu kvadratickej funkcie užitočnosti, ktorý je daný vzťahom  $x = \frac{1}{\alpha}$ , kde hodnota  $x$  predstavuje bod vyjadrujúci množstvo majetku, ktorý maximalizuje užitočnosť. Investor si stanoví túto hodnotu tak, aby odpovedala jeho averzii k riziku. Túto hodnotu stanovuje  $k$ -násobkom aktuálne vlastneného kapitálu. Číslo  $k$  možno chápať ako koeficient averzie k riziku. Pri výpočtoch je stanovený tak, že vyjadruje výšku rizika, ktorá prislúcha očakávaným výnosom 5-7% a 10-15%. Konkrétne hodnoty  $k$  sú pri výpočtoch stanovené na 1,005, 1,015, 1,03 pre investora s veľkou averziou k riziku a 1,25, 1,3, 1,35 pre menej averzného. Každá metóda výpočtu výnosu je testovaná pre oboch investorov s rôznymi mierami averzie k riziku a transakčným nákladmi.

Treba mať na pamäti, že historické dáta sú z obdobia, kedy sa na trhu postupne formovala a následne spľasla cenová bublina. Charakteristiky dát ukazujú, že okrem 1Y USD zaznamenali všetky indexy v tomto čase hlboký pád. Ich návrat na pôvodnú úroveň trval dlho. Tento fakt ovplyvňuje aj správanie sa testovaných portfólií. Vývoj výkonu má vo

väčšine prípadov začiatkom obdobia rastúci trend, v čase trvania cenovej bubliny stagnuje a potom opäť rastie. To spôsobuje vysoké hodnoty Max DD a Max DDL.

Vyhodnotenie testovania modelu pri rôznych scenároch výpočtu výnosu možno rozdeliť podľa rôznej výšky investorovej averzie k riziku.

### 6.3.1 Vysoká averzia k riziku

V tejto časti sú vyhodnotené stratégie pre nižšie koeficienty rizika prislúchajúce investorovi s vyššou mierou averzie. Pre rôzne koeficienty rizika sú porovnávané len tie, ktoré majú transakčné náklady vo výške 30 základných bodov, lebo výsledky sa pre rôzne hodnoty príliš nelíšia. Model prerovnáva portfólio „rozumne“, teda na transakčných nákladoch sa príliš nestratí. Opäť platí, že investor pripúšťa len tie stratégie, ktoré majú vysoký priemerný ročný výnos s malými a krátkymi poklesmi.

V prípade koeficientu rizika 1,005 sa stratégie príliš nelíšia. Všetky dosahujú priemerné ročné výnosy okolo 7%. Je to spôsobené tým, že väčšina kapitálu je investovaná do takmer bezrizikového 1Y USD, aby bola splnená požiadavka na nízke riziko. Nasledujúca tabuľka ilustruje vybrané stratégie:

Metóda	KHP	PRV	Max DD	Max DDL	PPAP
KDHP 100/5/U	1456216	7,36	0,82	42	5,41
CAPM-M 100/5/U	1438798	7,08	1,25	86	5,16
CPI 100/10/U	1448091	7,23	1,03	86	4,57

V prípade vyššieho koeficientu rizika, a teda menšej averzie investora k riziku, sa výkon portfólií mierne zlepšuje. Priemerné ročné výnosy dosahujú úroveň 8-10%. Hodnoty Max DD sa pohybujú na úrovni 3-5% a Max DDL okolo 250 dní, čo je stále prípustné pre veľmi rizikovo averzného investora. Najlepšie výkony majú stratégie zaznamenané v nasledujúcej tabuľke:

Metóda	KHP	PRV	Max DD	Max DDL	PPAP
CPI 200/10/U	1610301	9,81	3,55	205	4,85
KDHP 250/5/U	1588048	9,48	2,71	219	6,16
iHDP 100/10/U	1578794	9,34	3,11	212	5,13
KV 250/5/U	1577280	9,31	4,25	272	6,01

Tieto stratégie dosahujú dobré výsledky na všetkých úrovniach transakčných nákladov.

Výkon portfólií sa s rastúcim koeficientom  $k$ , teda s klesajúcou averziou k riziku zlepšuje. Stratégie dosahujú výnos vo výške 9-12% a v porovnaní s predchádzajúcimi sú hodnoty Max DD a Max DDL vyššie. Z vývoja je však jasné, že k stagnácii dochádza opäť v rokoch 1999-2001. Najlepšie sa darí stratégii KDHP 250/5/U, ktorá je spolu s ďalšími úspešnými zaznamenaná v nasledujúcej tabuľke:

Metóda	KHP	PRV	Max DD	Max DDL	PPAP
KDHP 250/5/U	1741473	11,96	6,68	284	5,24
KDHP 100/5/U	1646981	10,44	9,58	570	5,13
KV 250/5/U	1738542	11,91	9,25	475	5,79
iHDP 100/10/U	1769014	12,40	7,63	470	4,97
iHDP 200/10/U	1648683	10,46	9,67	622	4,84
CPI 200/10/U	1733760	11,83	10,58	627	4,40

Pri rôznych úrovniach transakčných nákladov sa tieto stratégie veľmi nelíšia. Majú porovnateľné poklesy, ktoré sa mierne znižujú s klesajúcimi transakčnými nákladmi. V prípade nulových poplatkov za nákup a predaj dosahujú priemerné ročné výnosy vo výške 13-16%. Celkovo najlepšie výkony dosahujú faktorové modely CPI a iHDP. Vysvetlenie náhodnosti aktív faktormi je pomerne veľké. Nasledujúci prehľad zahŕňa priemer a medián percentuálnych rozdielov medzi varianciami aktív  $\sigma_{r_i}^2$  a reziduí  $\sigma_{\epsilon_i}^2$ :

Metóda	priemer	medián
iHDP 100/10/U	10,32	6,06
iHDP 200/10/U	8,63	5,83
CPI 100/10/U	13,98	8,05
CPI 200/10/U	8,32	5,21

Všetky výsledky testovania možno nájsť v Prílohe B spolu s vybranými grafickými znázoreniami výkonov portfólií.

### 6.3.2 Nízka averzia k riziku

Investorovi s nízkou averziou k riziku prislúcha vyšší koeficient. V tomto prípade je stanovený tak, že bod obratu kvadratickej funkcie užitočnosti tvorí 1,25, 1,3 a 1,35 násobok hodnoty aktuálne vlastneného majetku investora. Výsledky jednotlivých stratégií sa pre jednotlivé úrovne koeficientu rizika veľmi nelíšia. Rozdiely sa prehĺbujú pri rôznych transakčných nákladov. Tie sú testované na úrovniach 10, 20 a 30 základných bodov. Pre porovnanie slúžia testovania a vyhodnocovania rovnakého problému s nulovými transakčnými nákladmi.

Najhoršie výkony zaznamenáva metóda DDHP H/5/U. Nie je to vôbec prekvapivé, lebo výpočet očakávaného výnosu dlhodobým historickým priemerom nemôže „fungovať“ pri veľkých výkyvoch na finančných trhoch. Ak sa navyše prirátajú transakčné náklady, výnosy z portfólia dosahujú úroveň 4%.

DDHP H/5/U					
k - $\delta$	KHP	PRV	Max DD	Max DDL	PPAP
1,25 - 30BB	1287836	4,64	44,83	730	1,09
1,35 - 0	1640599	10,33	28,32	672	2,13

Metóda výpočtu očakávaného výnosu CPI 100/10/U dosahuje dobré výsledky pri nulových transakčných nákladoch. Hodnoty priemerného ročného výnosu siahajú až do úrovne 17%. Tento výsledok je však klamlivý. Vývoj prezrádza, že prudký nárast je zaznamenaný len do konca roka 1998 a potom od roku 2002. V rokoch 1999-2001 dochádza k prudkému poklesu a následnému návratu na pôvodnú hodnotu. V prípade transakčných nákladov možno sledovať po roku 1999 stagnáciu výkonu až do konca sledovaného obdobia. Vysvetlenie náhodnosti aktív faktormi je veľké, rozdiel medzi varianciami aktív a reziduí je priemerne 13,49% (medián 7,48%).

CPI 100/10/U					
k - $\delta$	KHP	PRV	Max DD	Max DDL	PPAP
1,3 - 30BB	1315640	5,09	24,54	1071	3,90
1,35 - 0	2103485	17,80	22,06	826	2,54

Rovnako ako predchádzajúca metóda aj iHDP 200/10/U zaznamenáva rast len do roku 1999. Nasledujúce obdobie sa striedajú hlboké poklesy s nárastmi, dosiahnutá úroveň výnosu sa však už neprekročí. Rozdiel medzi  $\sigma_{r_i}^2$  a  $\sigma_{\epsilon_i}^2$  je priemerne 9,97% (medián 5,59%).

iHDP 200/10/U					
k - $\delta$	KHP	PRV	Max DD	Max DDL	PPAP
1,3 - 30BB	1642718	10,37	21,03	985	1,35
1,35 - 10BB	1628751	10,14	27,94	1096	1,24

Ostatné stratégie zaznamenávali približne rovnaký priebeh: nárast do roku 1999, stagnácia poznačená menšími alebo väčšími fluktuáciami a po roku 2001 opäť nárast. Niektoré z nich dosahujú lepšie výkony pri nulových nákladoch, iné naopak prerovnávajú portfólio rozumnejšie pri vyšších transakčných poplatkoch. Stred tvorí metóda MCAPM 100/5/U, ktorá dosahuje porovnateľné priemerné ročné výnosy na všetkých úrovniach transakčných nákladov.

MCAPM - M 100/5/U					
k - $\delta$	KHP	PRV	Max DD	Max DDL	PPAP
1,35 -30BB	1963134	15,53	28,19	601	2,94
1,25 - 10BB	1933442	15,06	18,77	576	2,42

### Vyššie transakčné náklady - lepšie výkony

Do tejto časti spadajú tie stratégie, ktoré prinášajú vyššie priemerné ročné výnosy v prípade vyšších transakčných nákladov.

Metóda KDHP 100/5/U zaznamenáva do roku 2000 približne rovnaký priebeh pri všetkých úrovniach transakčných nákladov. Po tomto roku dosahuje výrazné zlepšenie pri poplatkoch vo výške 20 a 30 bazických bodov.

KDHP 100/5/U					
k - $\delta$	KHP	PRV	Max DD	Max DDL	PPAP
1,25 - 20BB	2020058	16,45	17,81	387	2,25
1,35 - 0	1655896	10,58	32,63	683	1,37

Podobne aj stratégia KV 100/5/U vykazuje do roku 2000 porovnateľné výsledky pre všetky úrovne  $\delta$ . Potom sa dosahuje výrazné zlepšenie v prípade transakčných nákladov na úrovni 30 základných bodov. Hodnoty priemerných ročných výnosov sa príliš nelíšia, ale pri vyšších hodnotách  $\delta$  je priebeh rastúci, kým pri nižších nasleduje prudký nárast po dlhom období stagnácie.

KV 100/5/U					
k - $\delta$	KHP	PRV	Max DD	Max DDL	PPAP
1,3 - 30BB	1960099	15,49	18,75	573	2,07
1,35 - 10BB	1756269	12,20	29,05	1071	1,78

Najvýraznejšie zlepšenie výkonu s rastúcimi transakčnými nákladmi možno sledovať po roku 2000 v prípade stratégie MCAPM - S 100/5/U. Výnosy vzrastajú z 3% na 14% a hodnoty Max DD a Max DDL dosahujú polovičné úrovne než v prípade nulových poplatkov.

MCAPM - S 100/5/U					
k - $\delta$	KHP	PRV	Max DD	Max DDL	PPAP
1,30 - 30BB	1870527	14,04	16,03	492	2,51
1,25 - 0	1179667	2,90	27,84	1019	2,20

### Vyššie transakčné náklady - horšie výkony

Tu možno zaradiť tie stratégie, ktoré prinášajú veľký priemerný ročný výnos v prípade, že sa uvažujú nulové transakčné náklady. Približne do roku 1999 možno sledovať podobný vývoj pre všetky úrovne  $\delta$ . Od roku 2000 sa však s ich rastom dosahujú horšie výkony.

Najhladší rast zaznamenáva metóda iHDP 100/10/U. Pri nízkych transakčných nákladoch dosahuje priemerný ročný výnos okolo 15%, s ich rastom sa výkon zhoršuje. Výnos klesá na úroveň 9-10% a dochádza k miernemu zhoršeniu Max DD a Max DDL. Faktory pomerne dobre vysvetľujú náhodnosť aktív. Priemerné rozdiely medzi  $\sigma_{r_i}^2$  a  $\sigma_{\epsilon_i}^2$  tvoria 10,47% (medián 5,17%).

iHDP 100/10/U					
k - $\delta$	KHP	PRV	Max DD	Max DDL	PPAP
1,30 - 0	2108479	17,88	12,64	383	2,62
1,35 - 10BB	1938174	15,13	14,01	639	2,85
1,25 - 30BB	1570078	9,19	15,19	885	3,63

Stratégie KDHP 250/5/U a KV 250/5/U založené na výpočte očakávaného výnosu priemerom majú podobný priebeh. V prípade transakčných nákladov 10 základných bodov dosahujú najlepšie výsledky. Priemerný ročný výnos sa pohybuje nad úrovňou 20%. S rastúcimi  $\delta$  výnos postupne klesá až na polovičné hodnoty, naopak hodnoty Max DD a Max DDL sa takmer zdvojnásobujú. Stratégie sú teda vhodné pre investora s nízkou averziou k riziku, avšak nevedia sa dobre vysporiadať s vyššími transakčnými nákladmi.

KDHP - 250/5/U					
k - $\delta$	KHP	PRV	Max DD	Max DDL	PPAP
1,25 - 10BB	2366063	22,03	19,75	506	2,08
1,30 - 30BB	1605094	9,76	31,91	1071	2,29
KV - 250/5/U					
k - $\delta$	KHP	PRV	Max DD	Max DDL	PPAP
1,35 - 10BB	2464308	23,62	19,56	542	1,81
1,25 - 30BB	1774539	12,49	24,85	1070	2,21

Najlepšie výkony pri všetkých úrovniach transakčných nákladov dosahuje stratégia založená na faktorovom modeli CPI 200/10/U. V prípade nulových nákladov zaznamenáva rekordné hodnoty priemerného ročného výnosu, ktoré siahajú až na úroveň 30% a vyznačuje sa pomerne nízkymi hodnotami Max DDL. S rastúcimi nákladmi však výkon postupne klesá až na 12%. Rozdiel medzi varianciami aktív a reziduí tvorí priemerne 10,28% (medián 5,17%)

CPI 200/10/U					
k - $\delta$	KHP	PRV	Max DD	Max DDL	PPAP
1,30 - 0	2805996	29,13	23,67	383	1,38
1,25 - 10BB	2510319	24,36	21,26	594	1,61
1,30 - 20BB	2158736	18,69	23,75	672	1,54
1,25 - 30BB	1784620	12,66	26,94	956	1,87

Výsledky pre všetky úrovne transakčných nákladov pri úrovniach koeficientu rizika 1,25, 1,3 a 1,35 možno nájsť v Prílohe C. Príloha takisto zahŕňa vybrané grafické znázornenia výkonov portfólií.

## Záver

Táto práca sa zaoberá kalibráciou modelov na tvorbu a riadenie portfólia. V praxi je dôležité, aby boli všetky neznáme veličiny vstupujúce do modelu čo najlepšie odhadnuté, lebo od nich závisí budúci výkon portfólia. Neznámou veličinou sa chápe výnos, ktorého hodnoty sú známe až v momente, keď sa zrealizuje. Pre každého investora je teda kľúčovou úlohou určiť očakávaný výnos tak, aby najlepšie predikoval budúci vývoj na finančných trhoch.

Rôzne spôsoby výpočtu očakávaného výnosu sú v práci rozdelené do troch skupín a tvoria podklad pre Markowitzov model, ktorý riadi portfólio na základe vopred stanoveného očakávaného výnosu a model s kvadratickou funkciou užitočnosti. Ten naopak riadi výber aktív do portfólia z pohľadu investorovej averzie k riziku, ktorá je reprezentovaná koeficientom rizika a navyše uvažuje transakčné náklady.

Stratégie, ktorých je výpočet očakávaného výnosu založený na priemere, sa najčastejšie používajú v praxi a pri testovaniach na historických dátach dosahujú dobré výsledky. Výnimku tvorí výpočet dlhodobým historickým priemerom, ktorý je vhodný len v prípade, keď nie je na finančných trhoch zaznamenaný veľký výkyv cien.

Výpočet očakávaného výnosu krátkodobým historickým priemerom sa príliš nelíši od kumulovaného výnosu, čo spôsobuje, že obe stratégie dosahujú porovnateľné výsledky. V prípade, že sú počítané na základe „100-dennej histórie“, dosahujú najlepšie výsledky pre model s kvadratickou funkciou užitočnosti za predpokladu, že investorova averzia k riziku na nízka. Model je prerovnávaný rozumne a dosahuje lepšie výsledky pri vyšších transakčných nákladoch. Ak podklad pre výpočet očakávaného výnosu tvorí 250 dní, dosahujú stratégie všeobecne dobré výsledky pre rôzne výšky stanoveného očakávaného výnosu z portfólia a pre rôzne stupne investorovej averzie k riziku.

Stratégie, v ktorých je výpočet očakávaného výnosu z aktív motivovaný teóriou CAPM, dosahujú iba priemerné výsledky. Ich veľkou výhodou však je, že majú pomerne hladký priebeh, ktorý nie je poznačený hlbokými a dlhotrvajúcimi poklesmi, ako to možno sledovať u iných stratégií, ktoré majú v konečnom dôsledku vyšší priemerný výnos.

Použitie faktorových modelov na výpočet očakávaného výnosu možno považovať za prínos tejto práce. Tieto stratégie, používajúce na odhad budúcich výnosov makroekonomické ukazovatele index spotrebiteľských cien a index hrubého domáceho produktu, dosahujú porovnateľné alebo lepšie výkony ako metódy založené na priemere. Výrazne dobré výsledky pre oba modely portfólia zaznamenáva stratégia používajúca faktor iHDP na 100-dennom sledovanom období. Všeobecne najlepšie sa darí stratégii s faktorom CPI pre 200-denné obdobie. Tento úspech možno prisúdiť faktu, že index spotrebiteľských cien vyjadruje mieru inflácie, ktorá súvisí s výnosmi aktív na finančných trhoch.

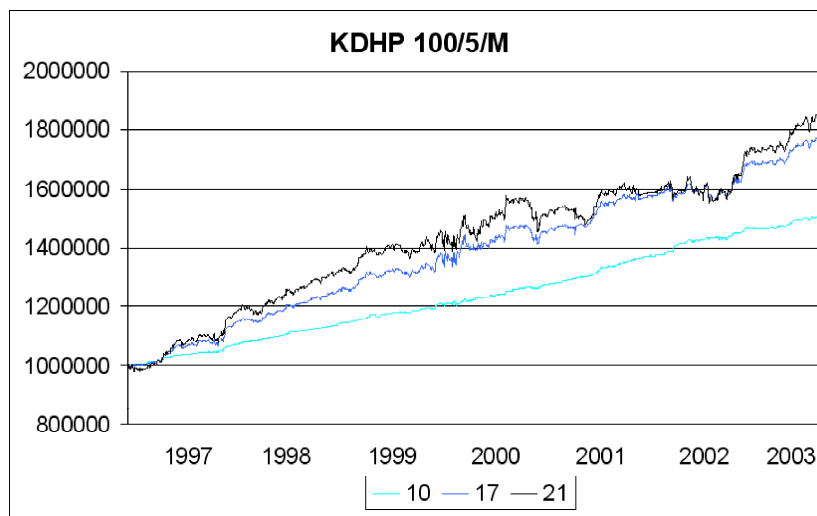
# Literatúra

- [1] Alexander, C., *Market Models*, Chichester, John Wiley & Sons Ltd, 2001.
- [2] Arlt, J., Arltová, M., *Finanční časové řady*, Praha, Grada, 2003.
- [3] Kečkéš, M., *Optimalizácia portfólia dlhopisov vo viacerých menách*, Bratislava, Diplomová práca FMFI UK, 2004.
- [4] Melicherčík, I., Olšárová, L., Úradníček, V., *Kapitoly z finančnej matematiky*, Bratislava, EPOS, 2005.
- [5] Piaček, R., *Riadenie portfólia so zapojením finančných derivátov*, Bratislava, Diplomová práca FMFI UK, 2005.
- [6] Skácel, J., *Možnosti zmiernovania rizika portfóliových investícií*, Bratislava, Diplomová práca FM UK, 2005.
- [7] Tregler, K., *Oceňování akciových trhu - metody měření správnosti ocenění*, Praha, C. H. Beck, 2005.

# Príloha A

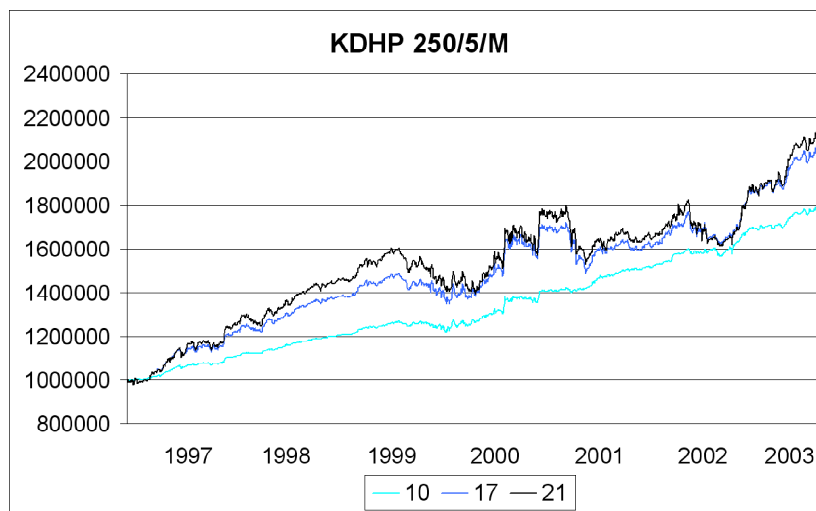
$r_e$	3	4	5	6	7	8
KHP	1429466	1431618	1455448	1480987	1522273	1570660
PRV	6,93	6,96	7,35	7,76	8,42	9,20
Max DD	0,44	0,44	0,44	0,73	1,33	1,94
Max DDL	32	32	33	53	53	51
PPAP	3,15	3,28	3,28	3,45	3,65	3,85
$r_e$	9	10	11	12	13	14
KHP	1624083	1670718	1704302	1736258	1779600	1807840
PRV	10,07	10,82	11,36	11,88	12,57	13,03
Max DD	2,53	3,13	3,21	3,24	3,48	3,97
Max DDL	51	52	59	96	78	91
PPAP	3,92	4,03	4,07	4,10	4,07	4,05
$r_e$	15	16	17	18	19	20
KHP	1831251	1852155	1857668	1923343	1928384	1933720
PRV	13,41	13,74	13,83	14,89	14,97	15,06
Max DD	4,47	4,96	5,51	5,86	6,41	7,86
Max DDL	91	148	197	198	202	209
PPAP	4,05	4,04	4,00	3,95	3,91	3,85

Tabuľka 6.2: Krátkodobý historický priemer 100/5/M



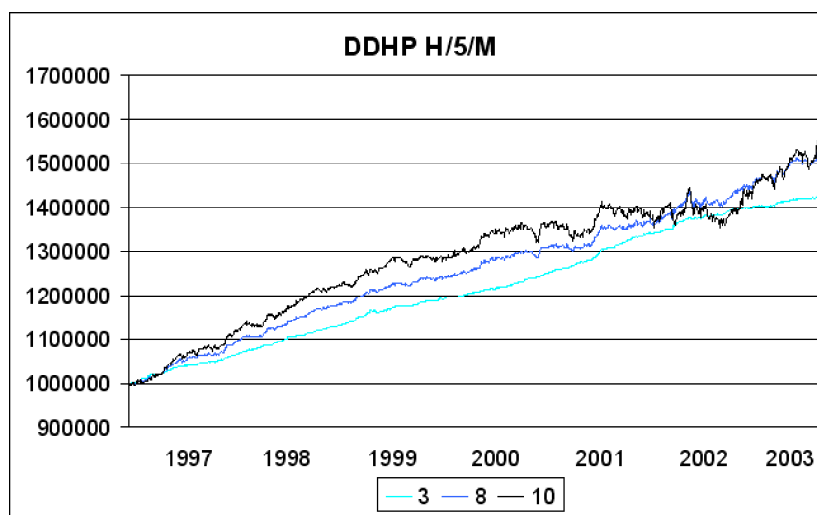
$r_e$	3	4	5	6	7	8
KHP	1429520	1431781	1460339	1508757	1572326	1652878
PRV	6,93	6,96	7,42	8,21	9,23	10,53
Max DD	0,45	0,45	0,45	0,51	1,40	2,40
Max DDL	32	32	32	42	42	70
PPAP	3,15	3,19	3,38	3,47	3,72	4,00
$r_e$	9	10	11	12	13	14
KHP	1742443	1823363	1879313	1925961	2015776	1997006
PRV	11,97	13,28	14,18	14,93	16,38	16,08
Max DD	2,68	3,71	5,11	6,93	7,78	8,50
Max DDL	73	75	187	196	202	203
PPAP	4,02	4,10	4,12	4,11	4,01	3,91
$r_e$	15	16	17	18	19	20
KHP	2054848	2102974	2142682	2168283	2177992	2206910
PRV	17,01	17,79	18,43	18,84	19,00	19,47
Max DD	11,27	13,05	13,71	14,27	14,52	14,77
Max DDL	218	238	252	267	252	253
PPAP	3,80	3,67	3,57	3,46	3,37	3,29
$r_e$	21	22	23	24	25	26
KHP	2241068	2247499	2295408	2376244	2406945	2436136
PRV	20,02	20,12	20,89	22,20	22,69	23,16
Max DD	14,99	15,22	15,48	15,98	16,10	16,37
Max DDL	253	271	253	406	407	407
PPAP	3,18	3,09	2,97	2,85	2,76	2,64

Tabuľka 6.3: Krátkodobý historický priemer 250/5/M



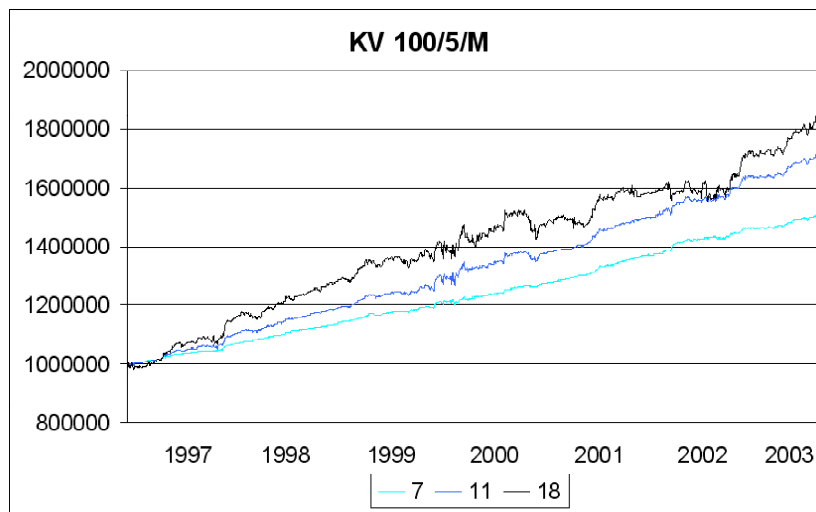
$r_e$	3	4	5	6	7	8
KHP	1428611	1428191	1428001	1437835	1487784	1550900
PRV	6,91	6,91	6,90	7,06	7,87	8,89
Max DD	0,44	0,44	0,44	0,44	1,15	2,50
Max DDL	32	32	32	32	87	106
PPAP	3,10	3,09	3,09	3,57	4,43	4,40
$r_e$	9	10	11	12	13	14
KHP	1604946	1596821	1577765	1431654	1326458	1277669
PRV	9,76	9,63	9,32	6,96	5,27	4,48
Max DD	3,90	6,21	9,03	20,62	29,14	32,46
Max DDL	133	191	357	493	493	673
PPAP	4,40	4,38	4,40	4,18	3,90	3,79

Tabuľka 6.4: Dlhodobý historický priemer H/5/M



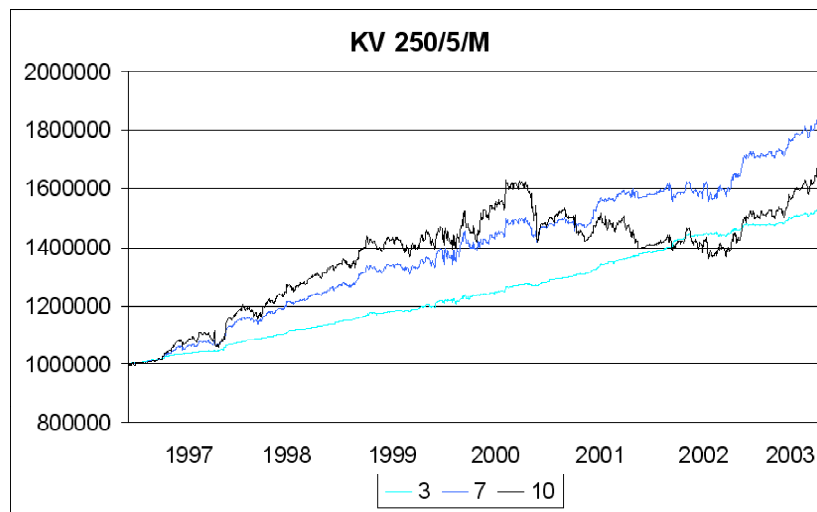
$r_e$	3	4	5	6	7	8
KHP	1429731	1432154	1455560	1481389	1520829	1568865
PRV	6,93	6,97	7,35	7,76	8,40	9,18
Max DD	0,44	0,44	0,44	0,84	1,55	2,26
Max DDL	32	32	33	52	51	38
PPAP	3,16	3,30	3,30	3,41	3,61	3,75
$r_e$	9	10	11	12	13	14
KHP	1630618	1695129	1740559	1786657	1802125	1818317
PRV	10,17	11,21	11,94	12,69	12,94	13,20
Max DD	2,97	3,15	3,21	3,07	3,47	3,97
Max DDL	42	56	69	78	91	91
PPAP	3,81	3,94	3,97	4,02	3,98	3,98
$r_e$	15	16	17	18	19	20
KHP	1832914	1881536	1896151	1897078	1837935	1836433
PRV	13,43	14,22	14,45	14,47	13,52	13,49
Max DD	4,65	4,89	5,25	6,33	10,01	11,80
Max DDL	91	88	150	198	259	511
PPAP	4,00	3,94	3,89	3,84	3,81	3,76

Tabuľka 6.5: Kumulovaný výnos 100/5/M



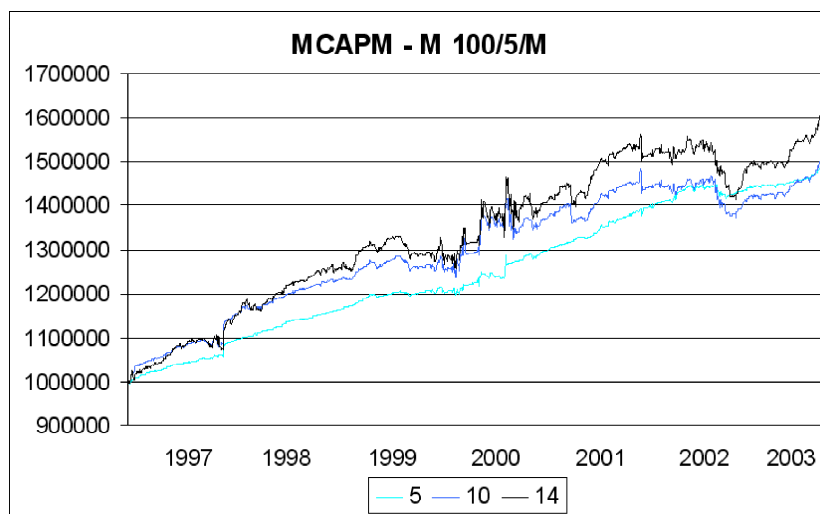
$r_e$	3	4	5	6	7	8
KHP	1540181	1681831	1778828	1813522	1888941	1821464
PRV	8,71	11,00	12,56	13,12	14,34	13,25
Max DD	1,89	3,15	3,21	4,65	5,41	11,69
Max DDL	67	56	90	91	91	510
PPAP	3,56	3,89	3,90	3,92	3,90	3,83
$r_e$	9	10	11	12	13	14
KHP	1789805	1734697	1661018	1651415	1711805	1849762
PRV	12,74	11,85	10,66	10,51	11,48	13,71
Max DD	12,75	16,70	20,65	21,01	23,83	25,06
Max DDL	632	693	699	699	700	699
PPAP	3,75	3,59	3,47	3,27	3,09	2,86
$r_e$	15	16	17	18	19	20
KHP	1898986	1875538	1836077	1841689	1802908	1771349
PRV	14,50	14,12	13,49	13,58	12,95	12,44
Max DD	27,04	28,09	28,77	29,30	29,88	30,16
Max DDL	702	707	707	707	677	677
PPAP	2,62	2,43	2,27	2,10	1,98	1,80

Tabuľka 6.6: Kumulovaný výnos 250/5/M



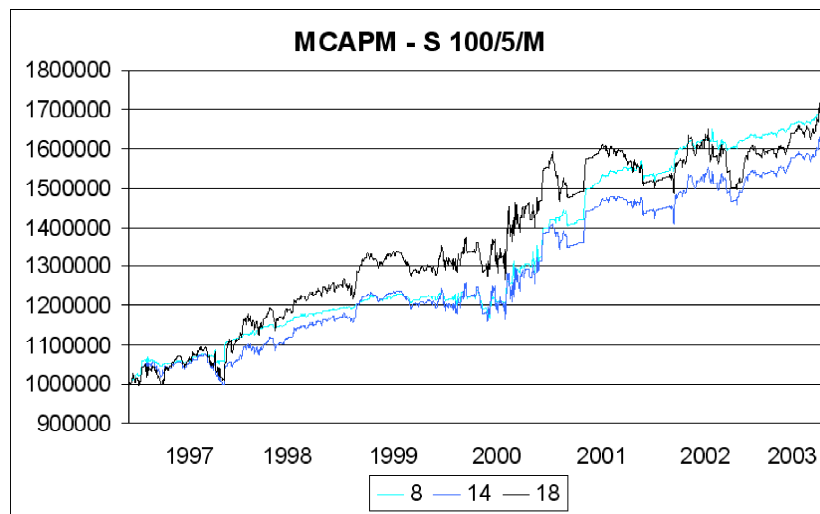
$r_e$	3	4	5	6	7	8
KHP	1436983	1467718	1484929	1466139	1542090	1556694
PRV	7,05	7,54	7,82	7,52	8,74	8,98
Max DD	1,09	1,46	2,18	3,58	3,84	4,23
Max DDL	100	70	122	345	347	195
PPAP	3,67	3,79	3,87	4,00	4,14	4,21
$r_e$	9	10	11	12	13	14
KHP	1521651	1507491	1532962	1585723	1622408	1619422
PRV	8,41	8,19	8,60	9,45	10,04	9,99
Max DD	5,47	8,01	8,39	8,23	9,04	9,52
Max DDL	371	395	392	391	393	391
PPAP	4,30	4,37	4,37	4,41	4,39	4,24

Tabuľka 6.7: MCAPM - index „mena“ 100/5/M



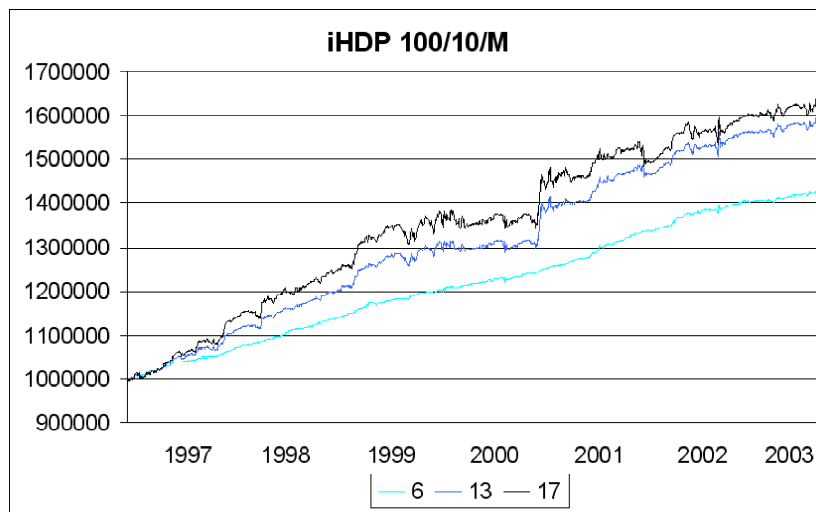
$r_e$	3	4	5	6	7	8
KHP	1492860	1582013	1656644	1705189	1764339	1714818
PRV	7,95	9,39	10,59	11,37	12,33	11,53
Max DD	1,53	1,85	2,36	4,41	5,06	6,89
Max DDL	78	158	150	150	149	154
PPAP	3,79	3,88	3,97	4,05	4,14	4,15
$r_e$	9	10	11	12	13	14
KHP	1680798	1680273	1724531	1668409	1686892	1656811
PRV	10,98	10,97	11,69	10,78	11,08	10,59
Max DD	7,41	7,41	7,58	7,67	7,89	7,81
Max DDL	132	125	119	129	112	165
PPAP	4,22	4,24	4,26	4,26	4,21	4,13
$r_e$	15	16	17	18	19	20
KHP	1605084	1633574	1675237	1753848	1727042	1673336
PRV	9,76	10,22	10,89	12,16	11,73	10,86
Max DD	7,95	8,32	9,20	9,39	9,57	9,75
Max DDL	190	197	204	201	191	303
PPAP	4,06	4,00	3,90	3,85	3,78	3,69

Tabuľka 6.8: MCAPM - index „splatnosť“ 100/5/M



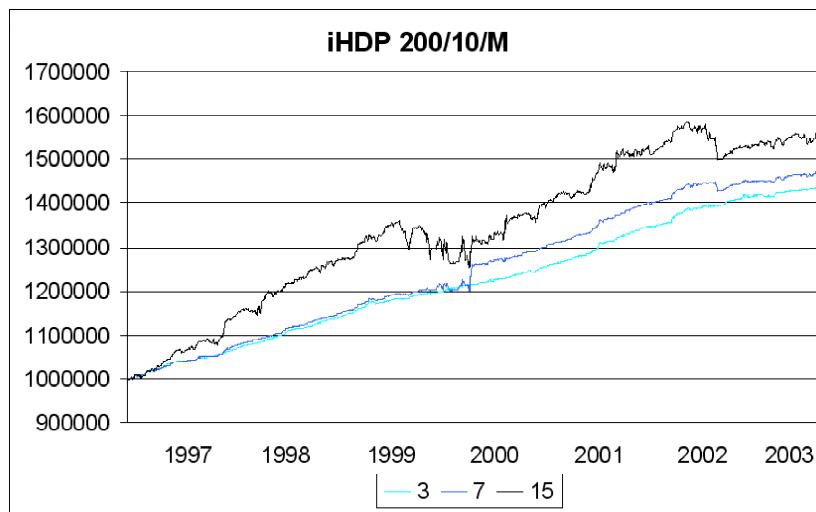
$r_e$	3	4	5	6	7	8
KHP	1437490	1439752	1439426	1439642	1454754	1484151
PRV	7,06	7,09	7,09	7,09	7,33	7,81
Max DD	0,46	0,47	0,69	0,91	1,13	1,35
Max DDL	36	37	37	35	51	51
PPAP	3,66	3,70	3,65	3,72	3,82	4,03
$r_e$	9	10	11	12	13	14
KHP	1508869	1541825	1571311	1603453	1626131	1647080
PRV	8,21	8,74	9,21	9,73	10,10	10,44
Max DD	1,59	2,24	2,33	2,42	2,50	2,59
Max DDL	80	93	93	96	97	194
PPAP	4,12	4,13	4,16	4,22	4,27	4,26
$r_e$	15	16	17	18	19	20
KHP	1666448	1671384	1682462	1693428	1701098	1714666
PRV	10,75	10,83	11,01	11,18	11,31	11,53
Max DD	2,81	3,14	3,58	4,06	4,37	4,52
Max DDL	222	222	197	223	223	223
PPAP	4,30	4,28	4,28	4,29	4,32	4,26

Tabuľka 6.9: Faktorový model - iHDP 100/10/M



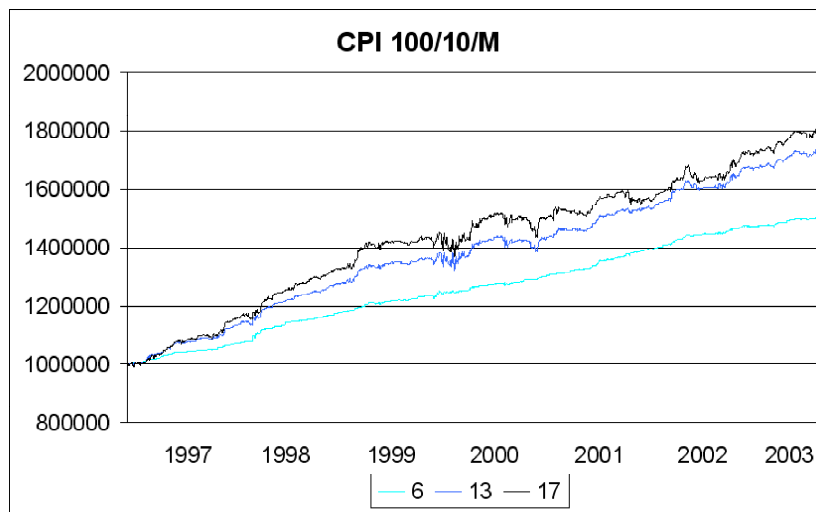
$r_e$	3	4	5	6	7	8
KHP	1442258	1442660	1456653	1473941	1485939	1488619
PRV	7,13	7,14	7,37	7,61	7,84	7,88
Max DD	0,52	0,52	0,52	1,18	1,89	2,36
Max DDL	36	36	46	68	68	143
PPAP	3,71	3,72	3,80	3,91	4,07	4,26
$r_e$	9	10	11	12	13	14
KHP	1481572	1496734	1505261	1520480	1543110	1568536
PRV	7,77	8,01	8,15	8,39	8,76	9,17
Max DD	3,68	3,86	4,07	4,95	5,65	6,76
Max DDL	257	255	255	293	296	296
PPAP	4,35	4,46	4,50	4,42	4,43	4,38
$r_e$	15	16	17	18	19	20
KHP	1594892	1615218	1634796	1650482	1669653	1686774
PRV	9,60	9,92	10,24	10,49	10,80	11,08
Max DD	7,87	8,46	8,77	9,22	9,55	9,82
Max DDL	299	299	299	299	299	493
PPAP	4,37	4,31	4,41	4,29	4,29	4,27

Tabuľka 6.10: Faktorový model - iHDP 200/10/M



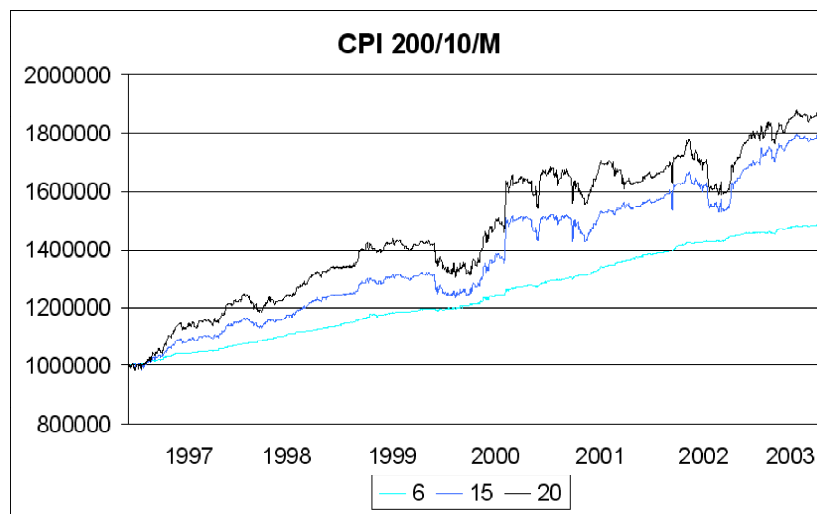
$r_e$	3	4	5	6	7	8
KHP	1447134	1461427	1485034	1512043	1546515	1584272
PRV	7,21	7,41	7,82	8,26	8,81	9,42
Max DD	0,55	0,58	0,74	1,17	1,49	1,95
Max DDL	66	66	68	51	39	71
PPAP	3,78	3,72	3,81	3,90	3,97	4,07
$r_e$	9	10	11	12	13	14
KHP	1616268	1648958	1679263	1713549	1753072	1772891
PRV	9,94	10,47	10,96	11,51	12,15	12,47
Max DD	2,57	3,18	3,37	3,63	4,48	4,83
Max DDL	88	92	98	111	119	119
PPAP	4,11	4,19	4,08	4,06	4,05	4,06
$r_e$	15	16	17	18	19	20
KHP	1783641	1797808	1833043	1828970	1813955	1822406
PRV	12,64	12,87	13,44	13,37	13,13	13,26
Max DD	5,18	5,53	5,77	6,12	6,84	8,29
Max DDL	120	120	120	120	120	123
PPAP	4,07	4,10	4,08	4,00	4,03	3,99

Tabuľka 6.11: Faktorový model CPI 100/10/M



$r_e$	3	4	5	6	7	8
KHP	1440525	1447027	1465662	1493731	1533527	1581309
PRV	7,11	7,21	7,51	7,96	8,61	9,38
Max DD	0,53	0,53	0,53	0,82	1,49	2,52
Max DDL	35	35	53	36	82	99
PPAP	3,72	3,79	3,81	3,97	4,15	4,22
$r_e$	9	10	11	12	13	14
KHP	1630584	1633712	1675144	1735718	1774274	1807519
PRV	10,17	10,22	10,89	11,87	12,49	13,02
Max DD	3,64	4,76	5,46	5,63	5,81	6,78
Max DDL	117	119	123	123	124	124
PPAP	4,18	4,17	4,11	4,11	4,04	4,01
$r_e$	15	16	17	18	19	20
KHP	1820982	1807124	1827200	1838193	1877619	1916338
PRV	13,24	13,02	13,34	13,52	14,16	14,78
Max DD	8,26	9,61	9,92	10,23	10,57	10,90
Max DDL	124	134	134	134	204	205
PPAP	3,97	3,84	3,75	3,69	3,63	3,62
$r_e$	21	22	23	24	25	26
KHP	1969549	2117340	2153816	2185436	2084714	2213212
PRV	15,64	18,02	18,61	19,12	17,50	19,57
Max DD	11,24	11,58	11,91	12,25	12,58	12,88
Max DDL	205	206	207	207	218	275
PPAP	3,57	3,46	3,44	3,38	3,35	3,28

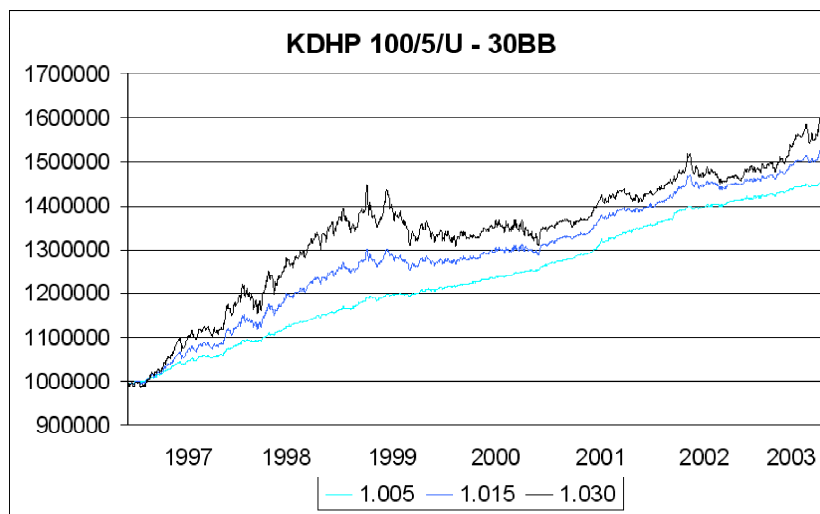
Tabuľka 6.12: Faktorový model CPI 200/10/M



## Príloha B

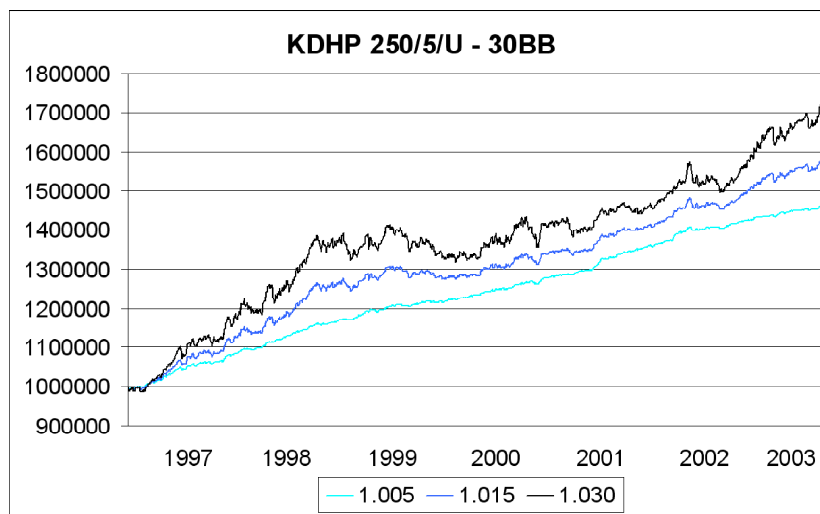
$\delta$	0	10BB	20BB	30BB
k	1,005			
KHP	1475068	1452490	1444183	1456216
PRV	7,66	7,30	7,16	7,36
Max DD	1,00	0,91	0,82	0,82
MaxDDL	86	84	39	42
PPAP	3,91	4,61	5,18	5,41
k	1,015			
KHP	1613282	1542936	1535411	1533947
PRV	9,89	8,76	8,64	8,61
Max DD	3,75	4,22	4,31	3,82
MaxDDL	277	289	311	289
PPAP	4,23	5,35	5,40	5,63
k	1,03			
KHP	1828607	1693905	1648439	1619668
PRV	13,36	11,19	10,46	9,99
Max DD	8,74	9,88	10,54	9,60
MaxDDL	519	677	559	668
PPAP	4,01	5,36	5,52	5,74

Tabuľka 6.13: Krátkodobý historický priemer 100/5/U



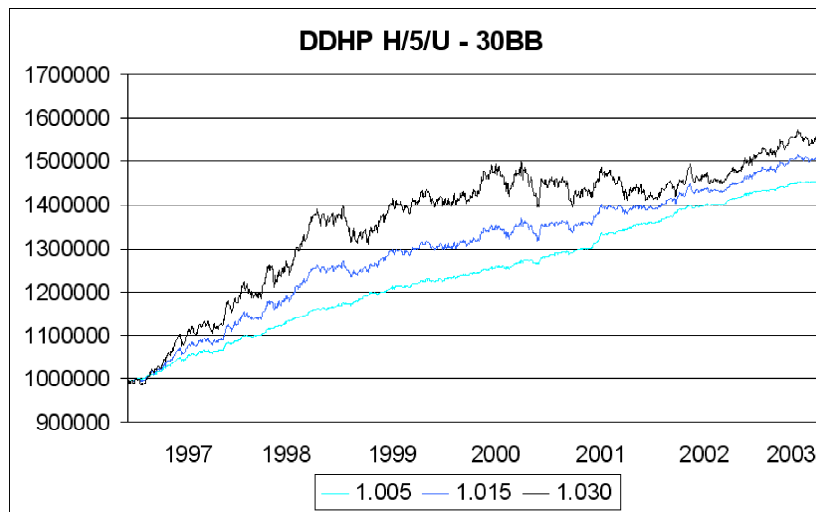
$\delta$	0	10BB	20BB	30BB
k	1,005			
KHP	1466838	1452530	1449710	1465002
PRV	7,53	7,30	7,25	7,50
Max DD	0,72	0,79	0,68	0,83
Max DDL	60	44	45	47
PPAP	3,84	4,21	5,12	5,23
k	1,015			
KHP	1608901	1564770	1529100	1588048
PRV	9,82	9,11	8,53	9,48
Max DD	3,79	3,84	3,80	2,71
Max DDL	219	205	231	219
PPAP	4,15	5,28	5,13	6,16
k	1,03			
KHP	1845822	1732918	1613377	1741473
PRV	13,64	11,82	9,89	11,96
Max DD	7,51	8,52	9,30	6,68
Max DDL	450	456	575	284
PPAP	4,06	4,94	5,24	5,24

Tabuľka 6.14: Krátkodobý historický priemer 250/5/U



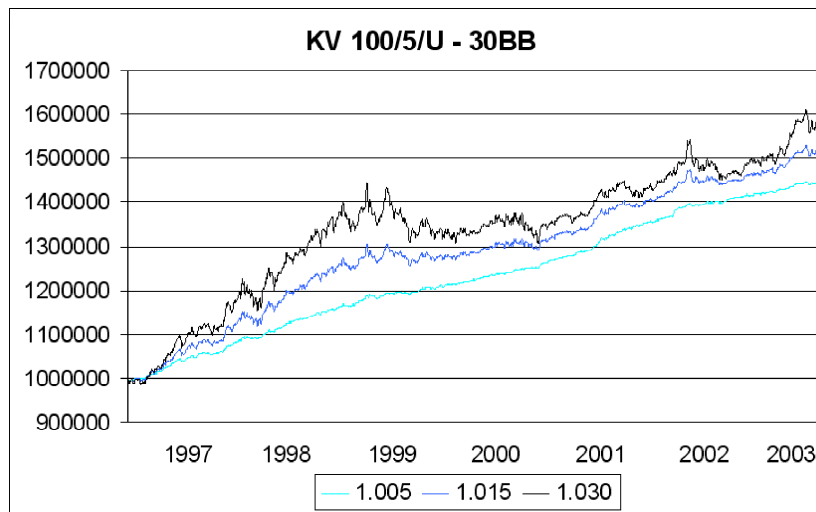
$\delta$	0	10BB	20BB	30BB
k	1,005			
KHP	1443032	1431446	1447679	1466288
PRV	7,15	6,96	7,22	7,52
Max DD	0,57	0,44	0,60	0,77
Max DDL	45	28	34	42
PPAP	4,00	4,70	4,91	4,48
k	1,015			
KHP	1488630	1488829	1532320	1540740
PRV	7,88	7,88	8,59	8,72
Max DD	2,66	2,11	3,00	3,60
Max DDL	159	64	161	163
PPAP	4,65	5,95	6,28	5,39
k	1,03			
KHP	1584769	1579129	1642939	1611677
PRV	9,43	9,34	10,37	9,87
Max DD	5,62	5,30	6,34	7,10
Max DDL	205	197	370	499
PPAP	4,70	5,96	6,37	5,45

Tabuľka 6.15: Dlhodobý historický priemer H/5/U



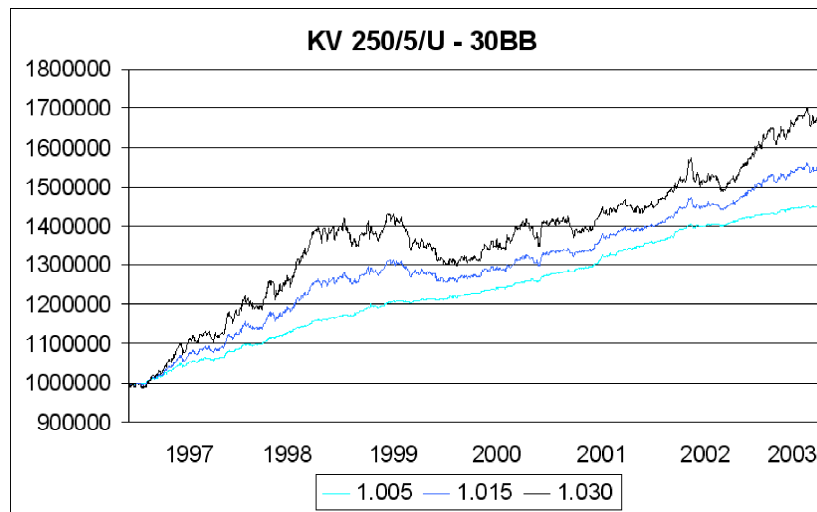
$\delta$	0	10BB	20BB	30BB
k	1,005			
KHP	1477992	1453925	1445358	1456154
PRV	7,71	7,32	7,18	7,36
Max DD	1,01	0,92	0,86	0,82
Max DDL	86	84	41	42
PPAP	3,80	4,70	4,75	5,38
k	1,015			
KHP	1622358	1553014	1533887	1550140
PRV	10,04	8,92	8,61	8,87
Max DD	3,94	4,18	4,31	3,81
Max DDL	277	288	289	288
PPAP	4,15	5,17	5,42	5,61
k	1,03			
KHP	1845947	1715416	1650683	1646981
PRV	13,64	11,54	10,49	10,44
Max DD	8,58	9,70	10,61	9,58
Max DDL	518	679	573	570
PPAP	3,87	5,11	5,53	5,13

Tabuľka 6.16: Kumulovaný výnos 100/5/U



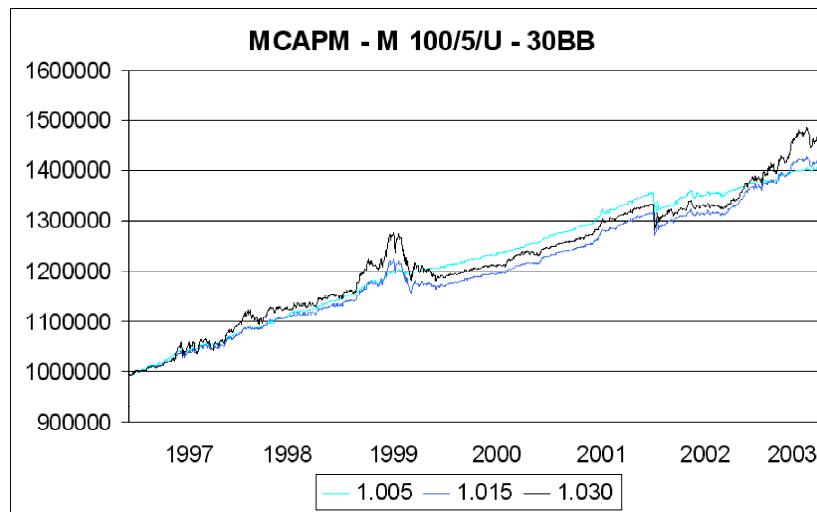
$\delta$	0	10BB	20BB	30BB
k	1,005			
KHP	1471586	1459297	1456973	1459609
PRV	7,61	7,41	7,37	7,41
Max DD	0,75	0,85	0,81	0,81
Max DDL	44	45	46	48
PPAP	3,70	4,01	5,20	5,87
k	1,015			
KHP	1622632	1591721	1549938	1577280
PRV	10,04	9,54	8,87	9,31
Max DD	3,99	4,22	4,36	4,25
Max DDL	221	218	230	272
PPAP	3,93	4,91	5,28	6,01
k	1,03			
KHP	1874920	1811015	1679339	1738542
PRV	14,11	13,08	10,96	11,91
Max DD	7,97	8,41	9,80	9,25
Max DDL	455	456	508	475
PPAP	3,82	4,51	5,18	5,79

Tabuľka 6.17: Kumulovaný výnos 250/5/U



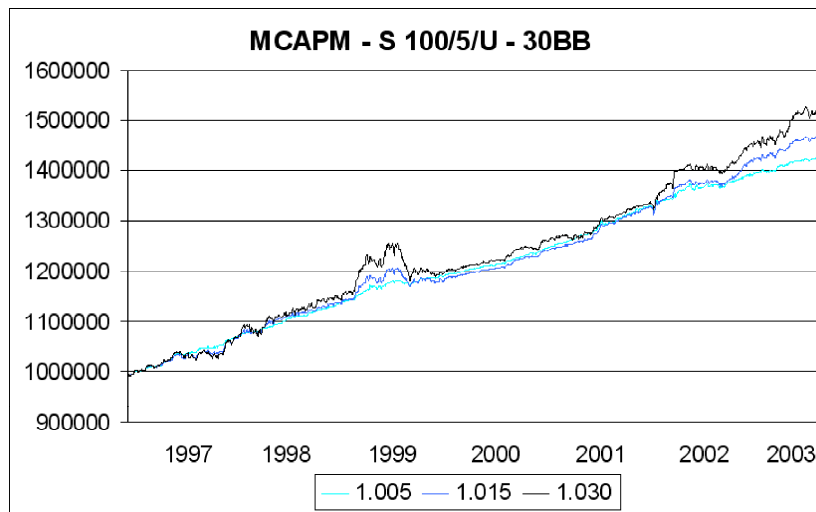
$\delta$	0	10BB	20BB	30BB
k	1,005			
KHP	1442784	1424512	1420902	1415829
PRV	7,14	6,85	6,79	6,71
Max DD	3,53	3,53	3,53	3,62
Max DDL	60	76	78	94
PPAP	3,94	4,26	4,54	4,97
k	1,015			
KHP	1517715	1496754	1474780	1443825
PRV	8,35	8,01	7,66	7,16
Max DD	3,53	3,91	5,15	5,41
Max DDL	197	272	299	331
PPAP	3,92	4,27	4,83	4,64
k	1,03			
KHP	1626305	1602219	1591167	1514113
PRV	10,10	9,71	9,53	8,29
Max DD	6,65	7,13	7,32	7,31
Max DDL	391	398	448	447
PPAP	3,79	4,38	4,24	4,29

Tabuľka 6.18: MCAPM - index „mena“ 100/5/U



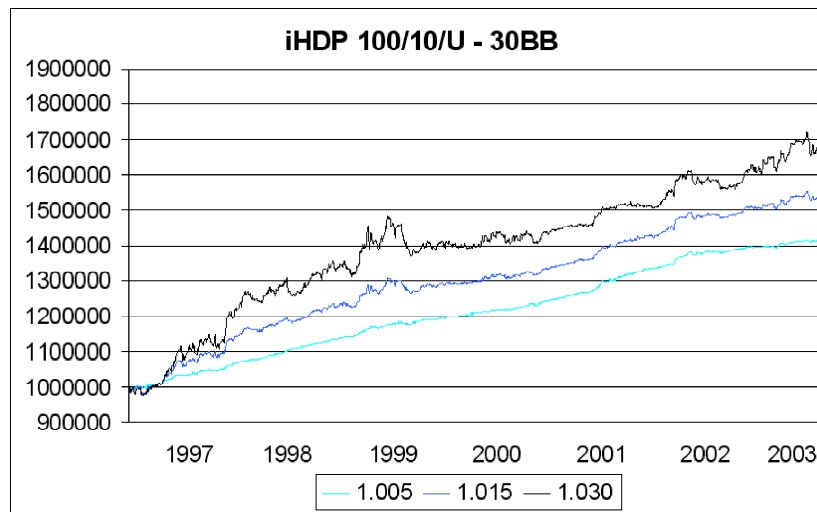
$\delta$	0	10BB	20BB	30BB
k	1,005			
KHP	1460952	1434998	1431170	1438798
PRV	7,43	7,02	6,95	7,08
Max DD	0,84	0,97	1,10	1,25
Max DDL	46	46	49	86
PPAP	3,99	4,24	4,67	5,16
k	1,015			
KHP	1443440	1426960	1441805	1491864
PRV	7,15	6,89	7,13	7,93
Max DD	3,35	4,18	4,35	3,00
Max DDL	288	288	272	233
PPAP	3,97	4,67	4,54	4,63
k	1,03			
KHP	1456921	1435506	1462096	1559590
PRV	7,37	7,02	7,45	9,03
Max DD	5,98	6,84	7,02	5,91
Max DDL	484	490	469	334
PPAP	3,94	4,51	5,04	5,04

Tabuľka 6.19: MCAPM - index „splatnosť“ 100/5/U



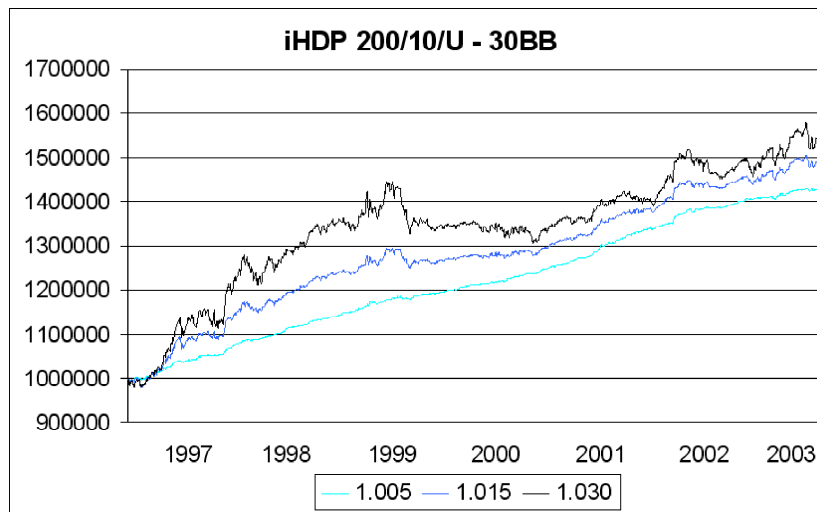
$\delta$	0	10BB	20BB	30BB
k	1,005			
KHP	1469045	1455003	1444188	1430549
PRV	7,57	7,34	7,16	6,94
Max DD	0,66	0,68	0,69	0,99
MaxDDL	49	49	49	48
PPAP	3,91	4,03	4,17	4,26
k	1,015			
KHP	1627876	1565649	1573648	1578794
PRV	10,13	9,12	9,25	9,31
Max DD	2,72	2,71	3,08	3,11
MaxDDL	135	187	212	212
PPAP	4,44	4,89	5,26	5,13
k	1,03			
KHP	1844143	1726078	1797240	1769014
PRV	13,62	11,71	12,86	12,40
Max DD	6,10	6,52	7,56	7,63
MaxDDL	239	470	471	470
PPAP	3,97	4,50	4,97	4,97

Tabuľka 6.20: Faktorový model - iHDP 100/10/U



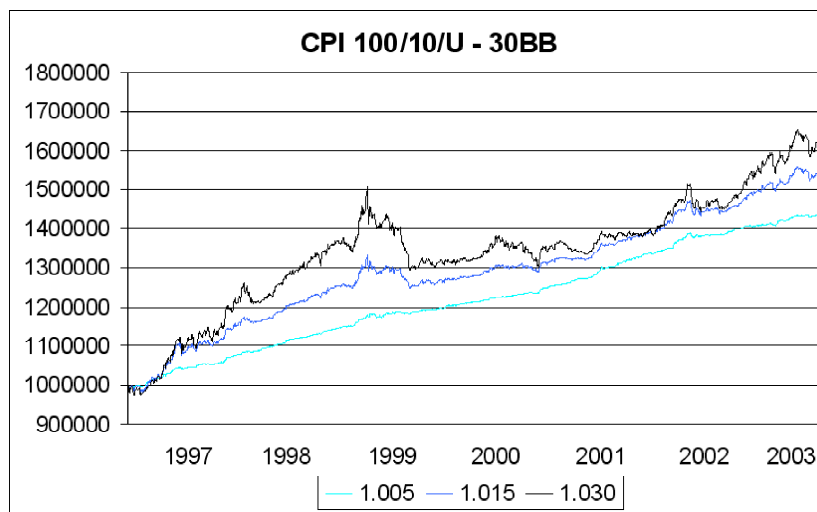
$\delta$	0	10BB	20BB	30BB
k	1,005			
KHP	1466465	1457966	1449862	1448077
PRV	7,52	7,39	7,26	7,23
Max DD	0,69	0,71	0,73	0,99
Max DDL	45	45	42	42
PPAP	4,13	4,49	4,58	4,65
k	1,015			
KHP	1617834	1585702	1566018	1538717
PRV	9,97	9,45	9,13	8,69
Max DD	2,93	3,55	3,85	3,69
Max DDL	215	340	340	341
PPAP	4,46	4,92	4,87	4,81
k	1,03			
KHP	1913723	1812796	1738511	1648683
PRV	14,74	13,11	11,91	10,46
Max DD	7,23	8,90	9,75	9,67
Max DDL	466	608	627	622
PPAP	3,98	4,56	4,67	4,84

Tabuľka 6.21: Faktorový model - iHDP 200/10/U



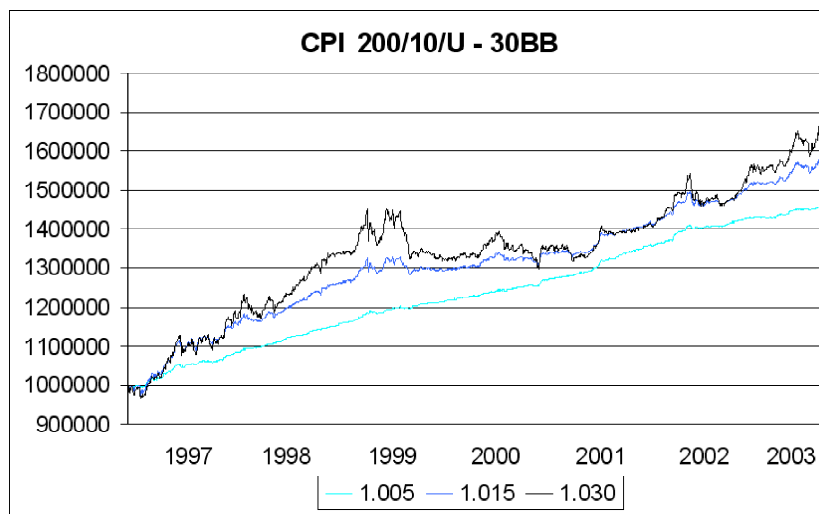
$\delta$	0	10BB	20BB	30BB
k	1,005			
KHP	1487563	1468716	1460965	1448091
PRV	7,86	7,56	7,43	7,23
Max DD	0,81	0,85	0,89	1,03
MaxDDL	80	84	84	86
PPAP	3,96	4,24	4,53	4,57
k	1,015			
KHP	1701586	1659983	1613292	1588265
PRV	11,32	10,64	9,89	9,49
Max DD	3,50	4,76	5,80	6,31
MaxDDL	225	278	419	504
PPAP	4,21	4,60	4,85	4,93
k	1,03			
KHP	2045561	1916624	1822589	1719192
PRV	16,86	14,78	13,27	11,60
Max DD	9,15	11,03	12,34	14,11
MaxDDL	572	668	691	715
PPAP	3,78	4,14	4,35	4,46

Tabuľka 6.22: Faktorový model - CPI 100/10/U



$\delta$	0	10BB	20BB	30BB
k	1,005			
KHP	1483716	1471098	1471381	1468213
PRV	7,80	7,60	7,60	7,55
Max DD	0,85	0,90	0,93	1,03
Max DDL	80	83	84	84
PPAP	3,98	4,04	4,38	4,70
k	1,015			
KHP	1638509	1597514	1599840	1610301
PRV	10,30	9,64	9,67	9,84
Max DD	3,72	4,29	3,59	3,55
Max DDL	287	394	221	205
PPAP	4,11	4,31	4,62	4,85
k	1,03			
KHP	1894326	1743777	1715407	1733760
PRV	14,42	12,00	11,54	11,83
Max DD	9,43	11,17	10,97	10,58
Max DDL	572	648	664	627
PPAP	3,58	4,03	4,29	4,40

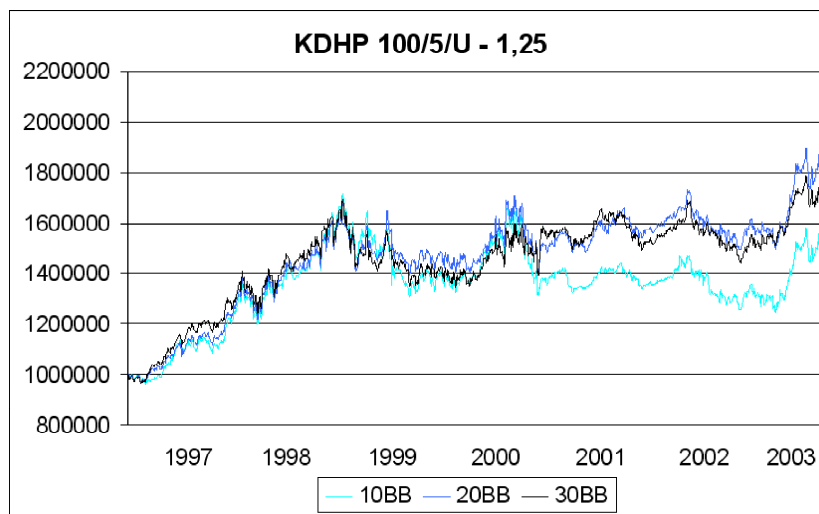
Tabuľka 6.23: Faktorový model - CPI 200/10/U



## Príloha C

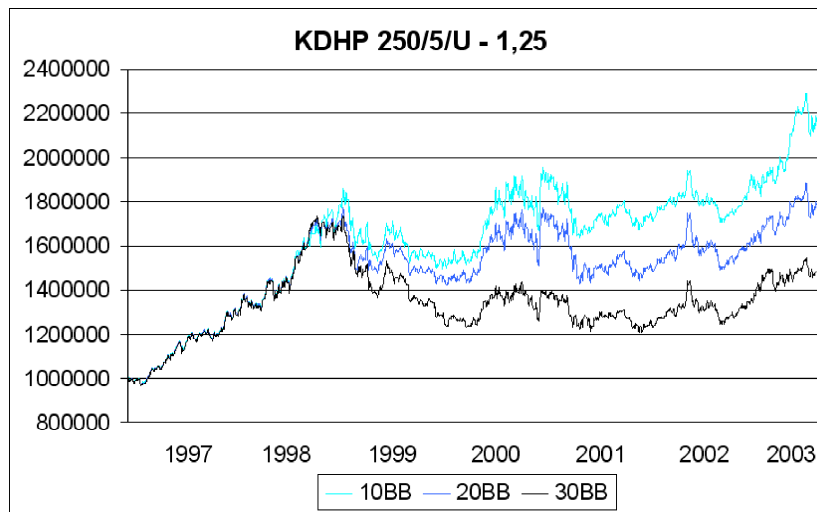
$\delta$	0	10BB	20BB	30BB
k	1,25			
KHP	1770454	1679778	2020058	1836129
PRV	12,43	10,96	16,45	13,49
Max DD	27,64	27,39	17,81	20,64
Max DDL	683	1172	387	1009
PPAP	1,52	2,12	2,25	2,56
k	1,3			
KHP	1703409	1622031	2034726	1844207
PRV	11,35	10,03	16,69	13,62
Max DD	30,43	30,60	18,62	18,62
Max DDL	683	1072	387	387
PPAP	1,44	1,87	2,17	2,45
k	1,35			
KHP	1655896	1581770	2024153	1804196
PRV	10,58	9,38	16,52	12,97
Max DD	32,63	32,72	19,72	19,43
Max DDL	683	1072	626	575
PPAP	1,37	1,73	2,01	2,13

Tabuľka 6.24: Krátkodobý historický priemer 100/5/U



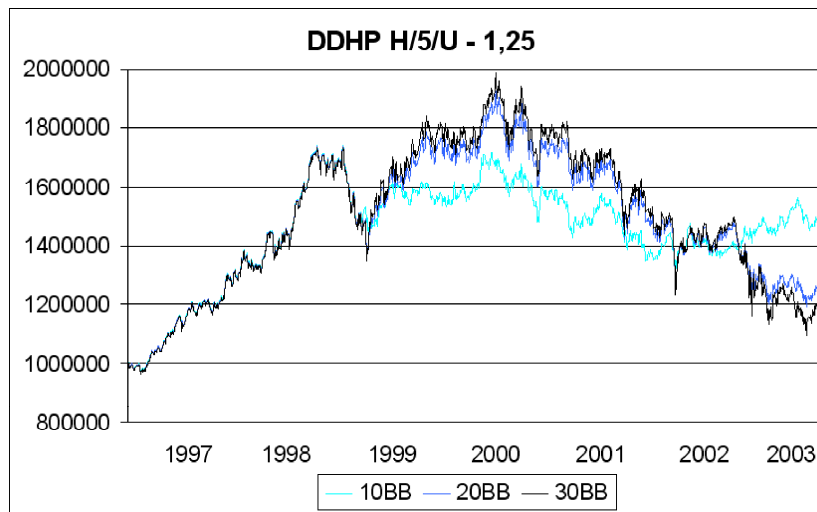
$\delta$	0	10BB	20BB	30BB
k	1,25			
KHP	2153111	2366063	1966010	1629444
PRV	18,60	22,03	15,58	10,15
Max DD	17,81	19,75	19,57	30,24
Max DDL	371	506	999	1071
PPAP	1,69	2,08	1,93	2,32
k	1,3			
KHP	2303879	2303879	1973697	1605094
PRV	21,03	21,03	15,70	9,76
Max DD	21,04	21,04	19,58	31,91
Max DDL	528	528	551	1071
PPAP	1,60	2,26	2,22	2,29
k	1,35			
KHP	2184523	2281526	1965897	1592229
PRV	19,11	20,67	15,58	9,55
Max DD	20,35	21,57	20,04	32,74
Max DDL	365	528	551	1071
PPAP	1,53	1,86	1,87	2,15

Tabuľka 6.25: Krátkodobý historický priemer 250/5/U



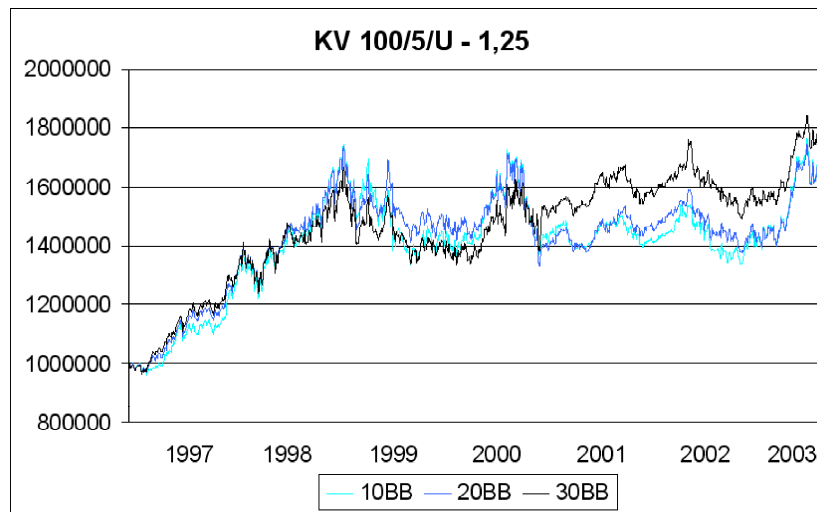
$\delta$	0	10BB	20BB	30BB
k	1,25			
KHP	1726479	1608983	1355787	1287836
PRV	11,72	9,82	5,74	4,64
Max DD	21,96	24,27	37,87	44,83
Max DDL	672	1071	730	730
PPAP	2,41	2,34	1,65	1,09
k	1,3			
KHP	1677206	1586539	1312262	1276128
PRV	10,92	9,46	5,01	4,45
Max DD	25,42	25,04	42,25	46,10
Max DDL	672	1071	730	730
PPAP	2,26	2,13	1,11	1,08
k	1,35			
KHP	1640599	1569074	1297554	1280846
PRV	10,33	9,18	4,80	4,53
Max DD	28,32	25,71	43,32	46,66
Max DDL	672	1071	730	730
PPAP	2,13	2,13	1,10	1,03

Tabuľka 6.26: Dlhodobý historický priemer H/5/U



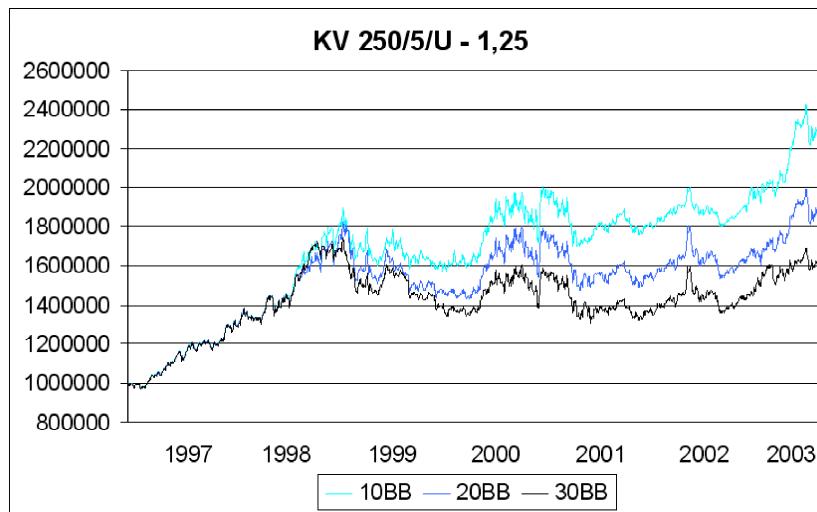
$\delta$	0	10BB	20BB	30BB
k	1,25			
KHP	1809336	1863562	1836931	1928045
PRV	13,05	13,93	13,50	14,97
Max DD	26,36	23,44	23,32	19,78
Max DDL	683	1035	1035	624
PPAP	1,49	1,95	2,34	2,17
k	1,3			
KHP	1750143	1829951	1851519	1960099
PRV	12,10	13,39	13,73	15,19
Max DD	28,80	25,96	22,40	18,75
Max DDL	683	1067	671	573
PPAP	1,40	1,79	2,09	2,07
k	1,35			
KHP	1699747	1756269	1909229	1973695
PRV	11,29	12,20	14,66	15,70
Max DD	31,02	29,05	22,46	18,68
Max DDL	683	1071	670	570
PPAP	1,35	1,78	2,00	2,04

Tabuľka 6.27: Kumulovaný výnos 100/5/U



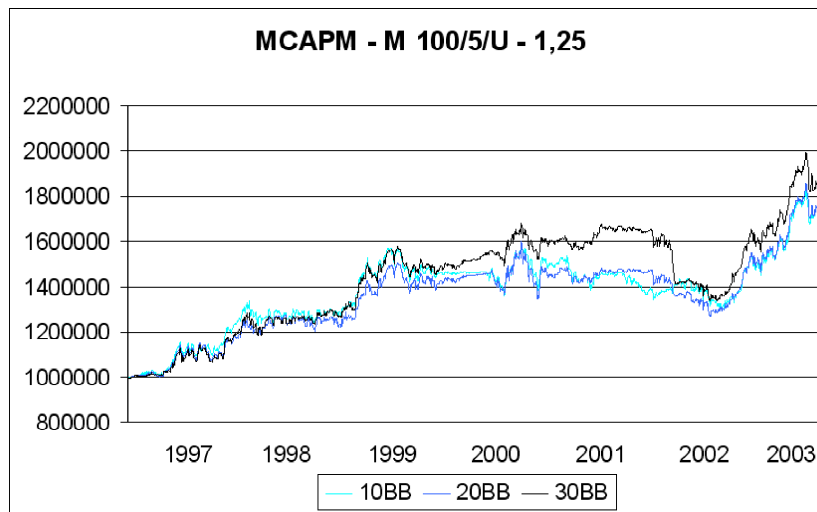
$\delta$	0	10BB	20BB	30BB
k	1,25			
KHP	2102344	2534037	2039379	1774539
PRV	17,78	24,74	16,76	12,49
Max DD	21,06	17,05	21,54	24,85
Max DDL	769	489	999	1070
PPAP	1,56	2,00	1,86	2,21
k	1,3			
KHP	2121071	2489055	1986372	1756680
PRV	18,08	24,02	15,91	12,20
Max DD	21,83	18,55	22,34	25,51
Max DDL	449	528	1003	1070
PPAP	1,46	1,93	1,92	1,91
k	1,35			
KHP	2138667	2464308	1951196	1716240
PRV	18,37	23,62	15,34	11,55
Max DD	21,81	19,56	23,03	27,19
Max DDL	383	542	1008	1071
PPAP	1,41	1,81	1,67	1,79

Tabuľka 6.28: Kumulovaný výnos 250/5/U



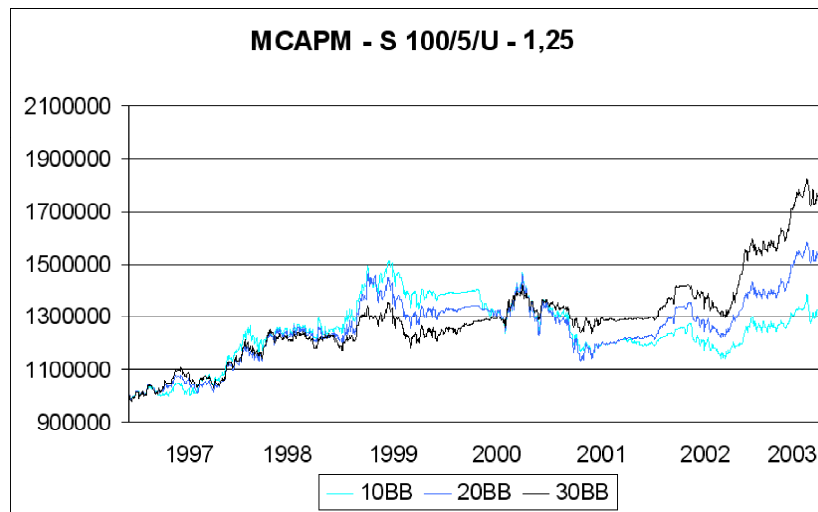
$\delta$	0	10BB	20BB	30BB
k	1,25			
KHP	1791600	1933442	1896386	2012747
PRV	12,77	15,06	14,46	16,33
Max DD	16,44	18,77	20,81	20,34
Max DDL	409	576	577	556
PPAP	2,11	2,42	2,76	2,76
k	1,3			
KHP	1766483	1921456	1903896	2011355
PRV	12,36	14,86	14,58	16,31
Max DD	17,89	21,63	22,65	24,71
Max DDL	453	601	598	596
PPAP	2,02	2,33	2,46	2,75
k	1,35			
KHP	1767625	1903586	1900187	1963134
PRV	12,38	14,57	14,52	15,53
Max DD	18,59	24,07	24,56	28,19
Max DDL	471	605	601	601
PPAP	1,92	2,23	2,37	2,94

Tabuľka 6.29: MCAPM - index „mena“100/5/U



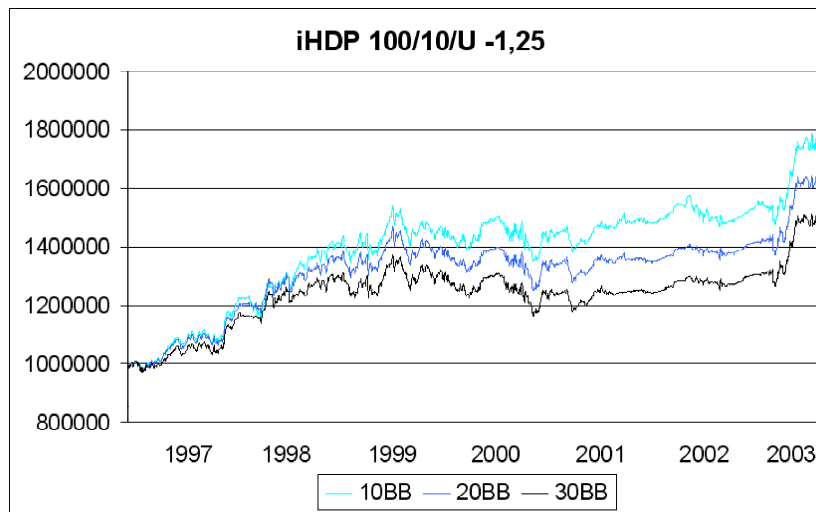
$\delta$	0	10BB	20BB	30BB
k	1,25			
KHP	1179667	1439744	1647241	1902722
PRV	2,90	7,09	10,44	14,56
Max DD	27,84	24,29	22,26	12,92
Max DDL	1019	971	942	483
PPAP	2,20	2,81	2,78	2,90
k	1,3			
KHP	1188030	1480329	1672900	1870527
PRV	3,03	7,75	10,85	14,04
Max DD	29,03	24,57	23,71	16,03
Max DDL	1019	971	598	492
PPAP	2,06	2,52	2,51	2,51
k	1,35			
KHP	1198296	1498693	1741828	1834141
PRV	3,20	8,04	11,96	13,45
Max DD	30,02	25,88	23,40	19,03
Max DDL	1019	971	509	479
PPAP	2,01	2,36	2,19	2,35

Tabuľka 6.30: MCAPM - index „splatnosť“100/5/U



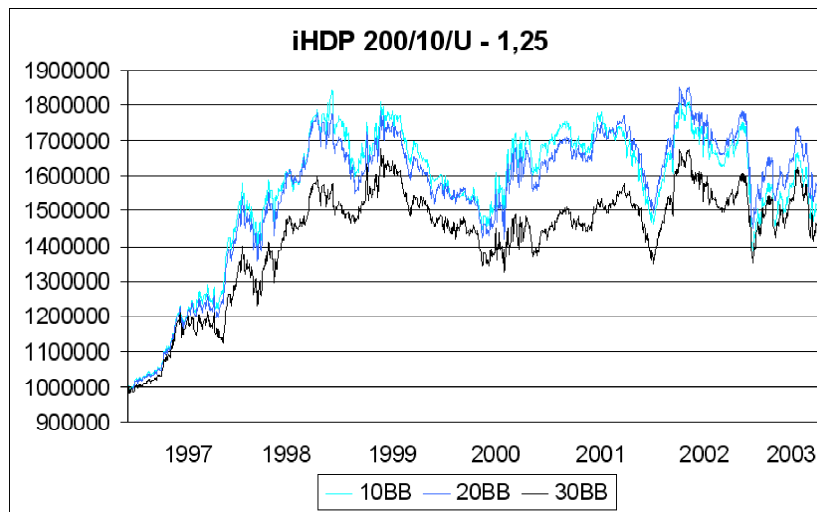
$\delta$	0	10BB	20BB	30BB
k	1,25			
KHP	2090674	1855545	1706770	1570078
PRV	17,59	13,80	11,40	9,19
Max DD	11,20	12,56	14,67	15,19
Max DDL	620	630	879	885
PPAP	2,73	3,25	3,33	3,63
k	1,3			
KHP	2108479	1871034	1749922	1617150
PRV	17,88	14,05	12,10	9,95
Max DD	12,64	13,73	16,12	16,39
Max DDL	383	635	885	888
PPAP	2,62	3,04	3,11	3,28
k	1,35			
KHP	2099053	1938174	1789311	1710770
PRV	17,73	15,13	12,73	11,46
Max DD	14,08	14,01	16,026	17,50
Max DDL	390	639	885	888
PPAP	2,47	2,85	2,93	3,06

Tabuľka 6.31: Faktorový model - iHDP 100/10/U



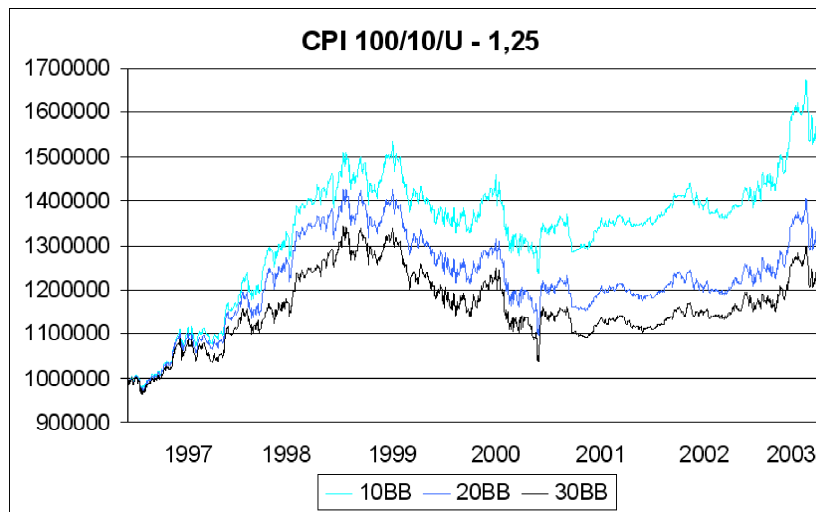
$\delta$	0	10BB	20BB	30BB
k	1,25			
KHP	1875339	1698448	1770839	1642718
PRV	14,12	11,27	12,43	10,37
Max DD	23,91	24,90	21,69	21,03
Max DDL	985	1096	658	985
PPAP	1,27	1,35	1,35	1,35
k	1,3			
KHP	1920225	1663838	1710356	1638183
PRV	14,84	10,71	11,46	10,29
Max DD	23,85	26,67	24,04	21,38
Max DDL	985	1086	777	664
PPAP	1,23	1,29	1,33	1,29
k	1,35			
KHP	1976902	1628750	1676539	1625368
PRV	15,76	10,14	10,91	10,09
Max DD	24,01	27,94	23,99	23,64
Max DDL	494	1096	778	654
PPAP	1,17	1,24	1,29	1,27

Tabuľka 6.32: Faktorový model - iHDP 200/10/U



$\delta$	0	10BB	20BB	30BB
k	1,25			
KHP	1911648	1668783	1411028	1306442
PRV	14,70	10,79	6,63	4,94
Max DD	20,18	19,45	23,13	22,68
Max DDL	861	887	1071	1071
PPAP	2,84	3,28	4,00	4,24
k	1,3			
KHP	2027359	1648710	1374248	1315640
PRV	16,57	10,46	6,01	5,09
Max DD	20,77	21,66	24,25	24,54
Max DDL	814	888	1071	1071
PPAP	2,72	3,15	3,76	3,90
k	1,35			
KHP	2103485	1624261	1407398	1320782
PRV	17,80	10,07	6,57	5,17
Max DD	22,06	24,33	25,27	25,37
Max DDL	826	1003	1071	1071
PPAP	2,54	3,06	3,41	3,58

Tabuľka 6.33: Faktorový model - CPI 100/10/U



$\delta$	0	10BB	20BB	30BB
k	1,25			
KHP	2852382	2510319	2235526	1784620
PRV	29,88	24,36	19,93	12,66
Max DD	21,72	21,26	22,04	26,94
Max DDL	383	594	672	956
PPAP	1,42	1,61	1,67	1,87
k	1,3			
KHP	2805996	2418132	2158736	1715001
PRV	29,13	22,87	18,69	11,53
Max DD	23,67	24,78	23,75	29,59
Max DDL	383	741	672	959
PPAP	1,38	1,55	1,54	1,68
k	1,35			
KHP	2732605	2315221	2072970	1656916
PRV	27,95	21,21	17,31	10,60
Max DD	25,84	28,70	25,76	32,15
Max DDL	594	764	994	1010
PPAP	1,33	1,42	0,14	1,65

Tabuľka 6.34: Faktorový model - CPI 200/10/U

