FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY
UNIVERZITY KOMENSKÉHO V BRATISLAVE

# Diplomová práca

Bratislava 2006

Stanislav Sekereš

FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY
UNIVERZITY KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
Ekonomická a finančná matematika

# Teória statických a dynamických CGE modelov

Diplomová práca

Diplomant: Stanislav Sekereš
Vedúci diplomovej práce: prof. RNDr. Pavel Brunovský, DrSc.
Bratislava 2006

Zadanie diplomovej práce:

Úlohou diplomovej práce je systematické spracovanie teoretických základov statických a dynamických CGE modelov a všeobecný návod na ich zostavenie

Čestné prehlásenie:

Týmto prehlasujem, že som diplomovú prácu vypracoval samostatne len s využitím teoretických vedomostí a s použitím uvedenej literatúry.

V Bratislave, 28. apríla 2006

Poďakovanie:

Chcel by som sa poďakovať svojmu diplomovému vedúcemu prof. RNDr. Pavlovi Brunovskému, DrSc. za jeho cenné rady a pripomienky, ktoré mi pomohli pri písaní tejto práce. Úprimne ďakujem aj svojím rodičom, ktorí mi umožnili študovať na vysokej škole a za ich všestrannú podporu počas celého štúdia.

# Abstrakt

Modely všeobecnej vypočítataľnej rovnováhy (CGE - Computable General Equilibrium) sú makroekonomické modely založené na mikroekonomických princípoch optimálneho správania sa subjektov. Vychádzajú z teórie všeobecnej rovnováhy na trhoch, ktorá bola prvýkrát zverejnená francúzskym ekonómom Leónom Walrasom v roku 1874. Numerická aplikácia tejto teórie v podobe CGE modelov zaznamenala rozmach až v sedemdesiatych rokoch dvadsiateho storočia, čo súviselo hlavne s rozvojom výpočtovej techniky. Pôvodné CGE modely sú komparatívno-statické, čiže abstrahujú od chápania času. Dynamické CGE modely sú už obohatené o optimálne správanie sa subjektov vzhľadom na priebeh viacerých časových období. CGE modely sa používajú na modelovanie exogénnych šokov v ekonomike. Cieľom tejto diplomovej práce je systematické spracovanie teoretickej podstaty statických a dynamických CGE modelov ako aj poskytnutie návodu na ich zostavenie.

# Obsah

# Úvod

Modely vypočítateľnej všeobecnej rovnováhy (CGE - Computable General Equilibrium) sú v súčasnosti štandardne používaným nástrojom pre makroekonomické analýzy. Vzhľadom na svoju numerickú náročnosť bola tvorba týchto modelov podmienená rozvojom informačných technológií, takže svoj rozmach zaznamenali až v polovici sedemdesiatych rokov minulého storočia. Existujúca literatúra sa spravidla zaoberá opisom CGE modelov, ktoré boli použité na konkrétne analýzy. Celkovo chýbajú texty, ktoré by mohli byť použité ako učebnica pre základné zoznámenie sa s teóriou CGE modelovania. Diplomová práca predstavuje krok k takémuto textu.

Cieľom tejto práce je oboznámiť čitateľa s teoretickým základom, na ktorom sú CGE modely postavené a zároveň mu poskytnúť návod ako tieto modely skonštruovať. Konštrukcia modelu na konkrétne praktické využitie je pomerne náročná, pretože v ňom musia byť zahrnuté všetky ekonomické vzťahy súčasne. Pre čitateľa, ktorý sa s touto problematikou iba zoznamuje by tak práca nemusela splniť stanovený cieľ. V texte sme sa preto postupne zamerali na to, akým spôsobom bývajú jednotlivé vzťahy v CGE modeloch zachytené, pričom sme abstrahovali od ostatných ekonomických skutočností.

Práca je organizovaná nasledovným spôsobom. Prvá kapitola poskytuje stručnú charakteristiku CGE modelov. V druhej kapitole opíšeme teoretické pozadie, na ktorom sú CGE modely budované. Postupne sú v nej spomenuté základné výsledky z teórie firmy, spotrebiteľa a všeobecnej ekonomickej rovnováhy. V tretej kapitole sa venujeme stavbe statických CGE modelov. Najprv v nej čitateľa oboznámime s najjednoduchším variantom statického CGE modelu, ktorý potom bude následne "rozšírený" viacerými spôsobmi. V tejto kapitole tak bude postupne predstavených šesť rôznych modelov. Štvrtá kapitola sa zaoberá dynamickými CGE modelmi a obsahuje tri konkrétne modely. V piatej kapitole stručne predstavíme najpoužívanejší program na riešenie CGE modelov - GAMS. Prílohou k práci je prehľad produkčných funkcií, ktoré boli v našich modeloch použité, zdrojové kódy jednotlivých modelov v GAMS-e a zoznam dôležitých príkazov tohto programu.

# 1 Modely vypočítateľnej všeobecnej rovnováhy

Modely vypočítateľnej všeobecnej rovnováhy sú makroekonomické modely, ktoré simulujú vzájomné interakcie jednotlivých subjektov v ekonomike. Sú založené na komparatívnom prístupe, čo znamená, že porovnávajú dva rozdielne vývoje konkrétnej ekonomiky ako dôsledok exogénnych šokov. CGE modely vychádzajú z poznatkov mikroekonomickej teórie o optimálnom správaní sa firiem a spotrebiteľov a z teórie všeobecnej ekonomickej rovnováhy. Sú založené na neoklasických predpokladoch, ale môžu byť obohatené aj o niektoré iné prvky. Väčšinou sú budované na úrovni národných ekonomík, môžu sa však použiť aj na modelovanie ekonomík menších územných celkov, alebo viacerých regiónov súčasne. Zostavenie CGE modelu je do veľkej miery závislé iba na údajoch z jedného časového obdobia, čo pomáha prekonať problémy pri nedostatku dostatočne dlhých a konzistetných časových radov, ktoré sú potrebné na tvorbu ekonometrických modelov. Na druhej strane však CGE modely vyžadujú veľmi presné údaje o všetkých nominálnych tokoch medzi jednotlivými subjektami v ekonomike počas daného časového obdobia. Správne výsledky modelu sú tiež podmienené dostatočne presným odhadom toho, ako sú jednotlivé tovary, služby a výrobné faktory navzájom substituovateľné v spotrebe a vo výrobe jednotlivých subjektov. Statické CGE modely úplne abstrahujú od chápania času, analyzujú iba novú alokáciu zdrojov v ekonomike, ktorá vzniká následkom nemarginálnych zmien (napríklad zmena daňovej politiky). Dynamické modely študujú túto alokáciu už aj z časového hľadiska. Najčastejším použitím CGE modelov, sú analýzy týkajúce sa zmien v daňovej, sociálnej, enviromentálnej a zahranično-obchodnej politike.

# 2 Teoretický základ

## 2.1 Teória firmy

### 2.1.1 Technológia

Z teoretického pohľadu si každú produkciu v ekonomike predstavujeme ako akúsi "čiernu skrinku", ktorá použije $n$ vstupov a vytvorí $m$ výstupov.[1] Jednotlivé vstupy a výstupy pritom chápeme ako množstvá za danú časovú jednotku. Ako príklad si môžeme zobrať ľudového rezbára, ktorý v priebehu jedného mesiaca spotrebuje 1 meter kubický dreva a použije 1 nôž, pričom vytvorí 20 drevených lyžičiek a 10 misiek. Tento výrobný proces teda využíva tri vstupy ($1m^3$ dreva, 1 nôž, 1 rezbára) na produkciu dvoch výstupov (20 lyžičiek, 10 misiek). Pri modelovaní konkrétnej ekonomiky však bývajú jednotlivé výrobky a jednotlivé produkčné procesy pre veľkú rôznorodosť agregované do väčších skupín. V prípade ľudového rezbára by sme jeho produkované lyžičky a misky mohli charakterizovať napríklad aj ako rezbárske výrobky. Z tohto dôvodu sa pre jednoduchosť obmedzíme iba na prípad $n$ vstupov a jedného výstupu.

Konkrétny druh produkcie budeme teda charakterizovať pomocou vektora použitých vstupov, ktorý označíme $x = (x_1, ..., x_n)$ a množstva výstupu, ktoré označíme symbolom $y$. Vektor $z = (x_1, ..., x_n, y)$ budeme nazývať technológiou. Ekonomický význam budú mať zrejme iba nezáporné množstvá, čiže vektory $z \in \mathbb{R}^n_+$. Produkčné možnosti výrobcu potom zodpovedajú jeho množine všetkých možných technológií $Z \subset \mathbb{R}^n_+$, skrátene ju nazveme technologická množina. V mikroekonomickej teórii sa od technologickej množiny firmy požaduje splnenie niekoľkých vlastností.

#### Axiómy technologickej množiny

- $(x, 0) \in Z$ pre všetky $x \in \mathbb{R}^n_+$. Nulové množstvo môže firma vyrobiť pri použití akýchkoľvek vstupov
- $(0, y) \in Z \Rightarrow y = 0$. Pri nulových vstupoch nemôže firma vyrobiť kladné množstvo produktu.
- Ak $(x, y) \in Z$ a $\tilde{x} \geq x$ potom $(\tilde{x}, y) \in Z$. Podmienku $\tilde{x} \geq x$ chápeme v zmysle $\tilde{x}_i \geq x_i$ pre $i = 1, ..., n$. Táto vlastnosť hovorí, že navýšenie niektorého zo vstupov nemôže zhoršiť produkčné možnosti firmy.

[1] V tejto kapitole vychádzame z [3]

- Z je konvexná a uzavretá. Konvexnosť je zdôvodnená tým, že ak počas časového obdobia dĺžky $\alpha \in \langle 0, 1 \rangle$ firma používa technológiu $(x, y)$ a počas obdobia $(1 - \alpha)$ technológiu $(\tilde{x}, \tilde{y})$, za celú časovú jednotku vyrobí $\alpha y + (1 - \alpha)\tilde{y}$ produktu pri spotrebe faktorov $\alpha x + (1 - \alpha)\tilde{x}$. Uzavretosť je matematicko-technická záležitosť.

Je potrebné zdôrazniť, že takto definovaná technologická množina dobre opisuje iba dostatočne veľké produkčné subjekty keďže v sebe obsahuje viaceré zjednodušujúce predpoklady. Uvedené axiómy predpokladajú napríklad neobmedzenú deliteľnosť objemov vstupov a výstupu.

### 2.1.2 Produkčná funkcia

Technologická množina vymedzuje produkčné možnosti firmy, nedáva však odpoveď na to, ktoré kombinácie vstupov a výstupu sú pre firmu "zaujímavé". Daná množina obsahuje totiž aj technológie, ktoré vo veľkej miere plytvajú zdrojmi. Napríklad technológie typu $(x, 0)$. Pod racionálnym správaním sa firmy rozumieme to, že sa snaží maximalizovať svoj zisk, čiže rozdiel medzi príjmami z predaného výstupu a nákladmi, ktoré vynaloží na nadobudnutie vstupov. Z tohto dôvodu sa preto rozhodne pre takú technológiu, ktorá jej pri daných vstupoch dá najväčší výstup. Takéto správanie sa firmy sa v mikroekonomickej teórii charakterizuje pomocou produkčnej funkcie. Nech $Z$ je technologická množina, produkčnou funkciou nazývame funkciu $\mathfrak{f} : \mathbb{R}^n_+ \to \mathbb{R}$ definovanú predpisom $\mathfrak{f}(x) = \sup\{y : (x, y) \in Z\}$.

Pre produkčné funkcie sa zavádza tiež terminológia, ktorá vyjadruje zmenu produkovaného množstva keď objem každého vstupu rovnako zvýšime (napríklad zdvojnásobíme). Ak pre každé $a > 1$, kde $a \in \mathbb{R}$, platí:

- $\mathfrak{f}(ax) = a\mathfrak{f}(x)$, hovoríme, že funkcia má konštantné výnosy z rozsahu.
- $\mathfrak{f}(ax) < a\mathfrak{f}(x)$, hovoríme, že funkcia má klesajúce výnosy z rozsahu.

### 2.1.3 Maximalizácia zisku

Produkčná funkcia nám teda reprezentuje tie kombinácie vstupov a výstupu, ktoré sú pre firmu efektívne. Konkrétna voľba hladiny produkcie a objemu použitých faktorov však závisia aj od cien za aké firma svoje výrobky predáva a za aké si zaobstará jednotlivé vstupy. Predpokladajme, že firma sa nachádza v podmienkach dokonalej konkurencie. To znamená, že má dostatočne veľa konkurentov, takže svojím správaním nemôže priamo ovplyvniť ceny na trhu.

Všetky ceny sú pre ňu exogénne dané. Zisk maximalizujúca firma tak rieši nasledovný problém

$$\max_x p\mathfrak{f}(x) - < w, x >$$

kde $p \geq 0$ je cena výstupu a $w \geq 0$ je vektor cien vstupov.

Úlohu maximalizácie zisku môžeme rozdeliť na dva stupne. V prvej fáze sa firma snaží minimalizovať svoje náklady pri danej hladine produkcie. Rieši teda úlohu

$$\min_x < w, x >$$

za podmienky

$$y = \mathfrak{f}(x)$$

kde y je daná hladina výstupu. Vzhľadom na nezápornosť $\langle w, x \rangle$ a vzhľadom na konvexnosť a uzavretosť technologickej množiny má táto úloha riešenie vždy. Optimálna hodonota $\hat{x}(y, w)$ sa nazýva podmienená funkcia dopytu, skrátene podmienený dopyt.

V druhej fáze firma určí hladinu, pri ktorej je rozdiel príjmu z predaja a vynaložených nákladov najväčší, čiže rieši problém

$$\max_y py - c(y, w)$$

kde $c(y, w)$ je nákladová funkcia, ktorá je definovaná vzťahom $c(y, w) = \langle w, \hat{x}(y, w) \rangle$. Ak pre nákladovú funkciu $c(y, w)$ existuje prvá parciálna derivácia podľa $y$, potom aby $\hat{y}$ mohlo byť riešením daného problému, musí spĺňať rovnicu $p - \frac{\partial c(y,w)}{\partial y}(\hat{y}) = 0$.

### 2.1.4 Produkčná funkcia s konštatnými výnosmi z rozsahu

Špeciálny prípad v úlohe maximalizácie zisku nastáva keď nákladová funkcia $c(y, w)$ je odvodená od produkčnej funkcie s konštantnými výnosmi z rozsahu.

**Tvrdenie**

Ak pre produkčnú funkciu $\mathfrak{f} : \mathbb{R}^n_+ \to \mathbb{R}$ platí $\mathfrak{f}(ax) = a\mathfrak{f}(x)$ pre každé $a > 1$, $a \in \mathbb{R}$, potom podmienená dopytová funkcia $\hat{x}(y, w)$ a nákladová funkcia $c(y, w)$ sú lineárne v $y$, t.j. $\hat{x}(y, w) = y\hat{x}(1, w)$ a $c(y, w) = yc(1, w)$.

**Dôkaz**

Nákladová funkcia je definovaná vzťahom $c(y,w) = \langle w, \hat{x}(y,w)\rangle$. Z toho vyplýva, že rovnosť $c(y,w) = yc(1,w)$ platí práve vtedy keď platí vzťah $\hat{x}(y,w) = y\hat{x}(1,w)$. Podmienený dopyt $\hat{x}(1,w)$ je riešenie úlohy minimalizácie nákladov

$$\min_x < w, x > \quad \text{za podmienky} \quad 1 = \mathfrak{f}(x)$$

Pre všetky $x$, ktoré spĺňajú $1 = \mathfrak{f}(x)$ preto platí $\langle w, x\rangle \geq \langle w, \hat{x}(1,w)\rangle$. Zvoľme ľubovoľné $x$ také, že $\mathfrak{f}(x) = y$. Potom pre $\tilde{x} = \frac{x}{y}$ platí $\mathfrak{f}(\tilde{x}) = \mathfrak{f}(\frac{x}{y}) = \frac{1}{y}\mathfrak{f}(x) = 1$. Na základe definície $\hat{x}$ potom platí $\langle w, \frac{x}{y}\rangle \geq \langle w, \hat{x}(1,w)\rangle$ z čoho dostávame

$$\langle w, x\rangle \geq \langle w, y\hat{x}(1,w)\rangle$$

Z rovností $\mathfrak{f}(y\hat{x}) = y\mathfrak{f}(\hat{x}) = y$ a uvedenej nerovnosti potom vyplýva tvrdenie.

### 2.1.5 Rovnovážne ceny

Ako už bolo spomenuté, snahou racionálne spravajúcej sa firmy je maximalizácia jej zisku. Ekvivalentným postupom je minimalizácia jej nákladov pri danej hladine produkcie a následné určenie optimálnej úrovne výstupu, čomu zodpovedá úloha $\max_y py - c(y,w)$. Keďže v prípade produkčnej funkcie s konštantnými výnosmi z rozsahu je nákladová funkcia lineárna v premennej $y$, túto úlohu môžeme prepísať do tvaru $\max_y y(p - c(1,w))$. Rozhodnutie firmy potom vyzerá nasledovne:

- ak $p > c(1,w)$, firma má tendenciu rozširovať svoju produkciu do nekonečna, pretože čím vyššiu hladinu výstupu zvolí, tým je jej zisk väčší
- ak $p < c(1,w)$, firma neprodukuje nič, lebo by dosiahla stratu
- ak $p = c(1,w)$, zisk firmy je nulový a firma produkuje ľubovoľné množstvo

Predpokladáme, že všetky firmy na trhu produkujú na základe produkčnej funkcie s konštantnými výnosmi z rozsahu. Ustálená úroveň celkovej produkcie v takejto ekonomike môže teda nastať iba vtedy, keď ceny všetkých statkov spĺňajú pre každú firmu podmienku nulovosti zisku $py = c(y,w)$. V opačnom prípade majú niektoré firmy sklon zvyšovať svoju výrobu do nekonečna alebo naopak trh opúšťajú. Dostávame sa tak k pojmu akýchsi "rovnovážnych cien", pri ktorých žiadna z firiem nie je motivovaná meniť úroveň svojej produkcie.

### 2.1.6 Agregácia do produkčných sektorov

V CGE modeloch bývajú jednotliví výrobcovia agregovaní do väčších skupín a to na základe toho, aký druh výrobkov produkujú. Celková výroba v ekonomike je tak rozdelená do niekoľkých produkčných sektorov. Produkcia každého sektoru býva opísaná pomocou produkčnej funkcie s konštantnými výnosmi z rozsahu. V štandardných CGE modeloch sa zároveň predpokladá, že produkčné sektory sa správajú ako firmy na dokonale konkurenčnom trhu. Takýto postup je korektný, ak sa v rámci produkčného sektoru nachádza dostatočne veľa konkurujúcich si firiem, pričom všetky produkujú s konštantnými výnosmi z rozsahu. Oprávnený je aj v prípade ak sektor pozostáva z veľkého počtu konkurujúcich si výrobcov, pričom nárast množstva výstupu zodpovedá väčšiemu počtu výrobcov na trhu.

Predpokladajme, že každý výrobca produkuje pre neho špecifické množstvo $\tilde{y}_j$ na základe jeho produkčnej funkcie $\tilde{y}_j = \mathfrak{f}_j(\tilde{x}_j)$, kde $j$ je indexová množina výrobcov. Každý z výrobcov zároveň maximalizuje svoj zisk $p\tilde{y}_j - \langle w, \tilde{x}_j \rangle$. Všetci producenti v sektore spolu vyprodukujú množstvo $y = \sum_j \tilde{y}_j$, pričom na jeho výrobu spotrebujú objem vstupov $x = \sum_j \tilde{x}_j$. Keďže $\tilde{x}_j$, $\tilde{y}_j$ boli ľubovoľné, produkciu celého sektoru môžeme vo všeobecnosti popísať pomocou produkčnej funkcie $y = \mathfrak{f}(x)$. Vzťah $a\mathfrak{f}(x) = \mathfrak{f}(ax)$ platí práve vtedy,

- keď pre produkčnú funkciu každého výrobcu platí $a\mathfrak{f}_j(x_j) = \mathfrak{f}_j(ax_j)$
- alebo keď výrobcovia sú identickí a môžu produkovať iba konštatné množstvo $\tilde{y}$, pričom zvýšenie výstupu zodpovedá iba nárastu počtu výrobcov na trhu. Čiže $ay = an\tilde{y} = \tilde{n}\tilde{y}$, kde $\tilde{n}$ je celkový počet výrobcov už aj po príchode nových producentov, $n$ je ich starý počet. Identickosťou producentov rozumieme, že všetci majú rovnakú produkčnú funkciu.

V uvedenej ekonomike predpokláme, že počet konkurujúcich si výrobcov je dostatočne veľký na to, aby ceny na trhu boli exogénne pre každého z nich. Úloha optimalizácie zisku každého výrobcu zvlášť $\max p\tilde{y}_j - \langle w, \tilde{x}_j \rangle$ je ekvivalentná úlohe maximalizácie zisku celého sektoru $\max \sum_j p\tilde{y}_j - \sum_j \langle w, \tilde{x}_j \rangle$. Môžeme to zapísať aj ako $\max py - \langle w, x \rangle$. Celý produkčný sektor sa teda tiež správa ako firma v podmienkach dokonalej konkurencie.

## 2.2 Teória spotrebiteľa

### 2.2.1 Preferencie

V mikroekonomicekj teórii je spotrebiteľove správanie sa vyjadrené na základe jeho priorít, ktoré priraďuje spotrebe jednotlivých statkov. Statky môžu byť napríklad rozličné tovary, služby alebo trávenie voľného času. Rôzne súbory statkov (spotrebné koše) $h = (h_1, ..., h_n)$ majú pre spotrebiteľa rôzny význam. Vo všeobecnosti sa pre spotrebné koše definuje relácia preferencie, ktorá porovnáva dva spotrebné koše z hľadiska spotrebiteľových priorít. Ak jeden z dvojice košov je pre spotrebiteľa lepší hovoríme, že ho spotrebiteľ preferuje. Zápis $h \prec \hat{h}$ znamená, že $\hat{h}$ preferujeme pred $h$. Ak kôš $h$ nepreferujeme pred košom $\hat{h}$, píšeme $h \preceq \hat{h}$. Ak obidva majú pre neho rovnakú prioritu hovoríme, že spotrebiteľ je k daným košom indiferentný, označujeme to výrazom $h \sim \hat{h}$. Vychádza sa pritom z myšlienky, že spotrebiteľ vie rozhodnúť, spotreba ktorej kombinácie statkov je pre neho lepšia, ich spotrebu však nevie priamo číselne ohodnotiť.

### 2.2.2 Funkcia užitočnosti

Predpokladáme však, že spotrebiteľ vie všetky spotrebné koše rozdeliť do akýchsi množín s rovnakou preferenciou a tieto množiny usporiadať od najhoršej po najlepšiu. Na takomto systéme množín môžeme následne definovať funkciu, ktorá každému košu priradí hodnotu a to podľa nasledujúcich pravidiel

- košom z rovnakej preferenčnej množiny priradí rovnakú hodnotu,
- košu z horšej preferenčnej množiny priradí nižšiu hodnotu ako košu z lepšou preferenciou.

Ďalej predpokladajme, že

- statky sú nekonečne deliteľné
- preferencie sú priamo úmerné množstvu (t.j. z $h \leq \tilde{h}$ vyplýva, že $h \preceq \tilde{h}$)
- množiny $\{\tilde{h} : \hat{h} \preceq h\}$ a $\{\tilde{h} : \hat{h} \succeq h\}$ sú uzavreté a druhá z nich je konvexná,
- z $h \preceq \tilde{h}$ a $h \neq \tilde{h}$ vyplýva $h \prec \tilde{h}$.

Potom existuje spojitý variant danej funkcie. Takúto funkciu nazývame funkciou užitočnosti spotrebiteľa. Vzhľadom na "nevedomosť" spotrebiteľa čo sa týka priamej číselnej hodnoty jeho spotreby, nie je pre nás dôležité aké konkrétne hodnoty funkcia užitočnosti nadobúda.

### 2.2.3 Maximalizácia úžitku

Ako racionálne správanie sa spotrebiteľa označujeme jeho snahu o maximalizovanie svojho úžitku zo spotreby jednotlivých statkov. Možnosti jeho výberu sú však limitované výškou jeho príjmu a teda zároveň aj cenami, za ktoré si tieto staty môže kúpiť. Spotrebiteľ tak rieši nasledovný problém:

$$\max_h u(h) \quad \text{za podmienky} \quad m = < p, h >$$

kde $h$ je vektor statkov, $u(h)$ je funkcia užitočnosti, $m$ sú jeho príjmy a $p$ je vektor cien. Ak sú množiny $\{h : u(h) \geq c\}$, kde $c > 0$, ostro konvexné a $u(h)$ je spojite diferencovateľná potom daná úloha ma jednoznačné riešenie. Optimálne množstvo spotreby jednotlivých statkov $h(m, p)$, ktoré je riešením tejto úlohy, nazývame Marshalovskou dopytovou funkciou.

## 2.3 Teória všeobecnej ekonomickej rovnováhy

### 2.3.1 Pojem všeobecnej rovnováhy

Všeobecná rovnováha predstavuje stav ekonomiky, v ktorom každý spotrebiteľ maximalizuje svoju užitočnosť vzhľadom na svoje rozpočtové ohraničenie a každá firma maximalizuje svoj zisk. Ako bolo uvedené v predchádzajúcej časti, úžitok každého spotrebiteľa je určený spotrebou jednotlivých statkov. Zároveň zisk každej firmy sa odvíja od vyrobeného množstva, pričom jeho produkcia závisí od jednotlivých vstupov. V prípade všeobecnej rovnováhy sa teda všetky statky a výrobné faktory obchodujú za také ceny, pri ktorých v ekonomike neexistuje nenasýtený dopyt. Takéto ceny sa nazývajú rovnovážnymi cenami a dané predávané množstvá rovnovážnymi množstvami.

### 2.3.2 Walrasov zákon

Teóriu všeobecnej ekonomickej rovnováhy publikoval francúz Léon Walras v roku 1874.[2] Vzťahy medzi jednotlivými subjektami v ekonomike sa snažil

[2]Modernú verziu teórie všeobecnej ekonomickej rovnováhy publikovali v roku 1954 autori Kenneth J. Arrow a Gerard Debreu

zachytiť pomocou teoretického matematického modelu. Pri jeho konštrukcii vychádzal z predpokladov, ktoré sú od reality vzdialené najviac a tie potom postupne odstraňoval. V tejto časti budeme vychádzať z podobných predpokladov, aké obsahoval jeho najabstraktnejší a realite najviac vzdialený model.

Predpokladáme, že ekonomika pozostáva z $k$ subjektov, pričom každý z nich je vybavený akýmsi počiatočným množstvom $n$ tovarov $y^i = (y_1^i, ..., y_n^i)$, kde $i = 1, ..., k$ je indexová množina označujúca jednotlivé subjekty. Žiadny subjekt na trhu nič nevyrába, pridelené tovary si iba vymieňajú. Takýto druh ekonomiky môžeme nájsť napríklad na jarmokoch. Predpokladáme, že každý zo subjektov sa snaží maximalizovať svoju funkciu užitočnosti $u^i(x_1^i, ..., x_n^i)$ vzhľadom na svoje rozpočtové ohraničenie $m^i =< p, y^i >$, kde $x^i = (x_1^i, ..., x_n^i)$ je jeho vektor množstiev a $p = (p_1^i, ..., p_n^i)$ označuje všeobecné ceny za aké si subjekty jednotlivé tovary vymieňajú. Predpokladáme, že optimalizačná úloha má jednoznačne definované riešenie, Marshalovský dopyt $\hat{x}^i(p, m)$.

Všeobecná rovnováha v takejto ekonomike nastáva, keď celkový dopyt po jednotlivých tovaroch je nižší ako súčet ich počiatočných vybavení, čiže keď platí nerovnosť:

$$\sum_{i=1}^{k} \hat{x}^i(p, m) \leq \sum_{i=1}^{k} y^i$$

Pre každého účastníka daného výmenného trhu musí platiť, že hodnota množstva tovarov, ktoré mu po výmene ostanú sa rovná hodnote jeho počiatočného vybavenia. Celkovo teda platí:

$$\sum_{i=1}^{k} < p, \hat{x}^i(p, m) >= \sum_{i=1}^{k} < p, y^i >$$

Tento vzťah môžeme prepísať do tvaru

$$< p, \sum_{i=1}^{k} (\hat{x}^i(p, m) - y^i) >= 0$$

ktorý nazývame Walrasov zákon. Jeden z dôsledkov tohto tvrdenia hovorí, že ak sa ekonomika nachádza v stave všeobecnej rovnováhy a na niektorom z trhov nastáva prípad

$$\sum_{i=1}^{k} \hat{x}^i(p, m) < \sum_{i=1}^{k} y^i$$

potom pre cenu daného tovaru platí $p_j = 0$. To znamená, že ak na j-tom trhu je prebytok ponúkaného množstva, potom musí byť zadarmo a dopyt po ňom je pri nulovej cene ohraničený. Ak predpokladáme nenulovosť cien, potom na trhoch platí rovnosť ponuky a dopytu.

### 2.3.3 Existencia rovnováhy

Uviedli sme si aké podmienky musia trhy vo všeobecnej rovnováhe spĺňať, z definovaných vzťahov však nie je jasné, či takýto druh rovnováhy v takejto ekonomike vôbec existuje. Dôkaz existencie všeobecnej rovnováhy je netriviálny a opiera sa o Brouwerovu vetu o pevnom bode, ktorá hovorí, že ak funkcia $\mathfrak{f} : K \to K$ je spojitá a zároveň $K$ je konvexná kompaktná množina, potom $\mathfrak{f}$ má pevný bod (bod ktorý sa zobrazí sám na seba). Zaveďme označenie

$$z(p) = \sum_{i=1}^{k} \hat{x}^i(p, m) - \sum_{i=1}^{k} y^i$$

Pretože platí $z(p) = z(ap)$, pre každé $a > 0$, rovnovážne ceny môžeme hľadať medzi cenovými vektormi z množiny $S = \{p; \sum_{j=1}^{n} p_j = 1, p_j \geq 0\}$. Definujme funkciu $\mathfrak{f} : S \to S$ predpisom

$$\mathfrak{f}_i(p) = \frac{p_i + \max\{0, z_i(p)\}}{1 + \sum_{j=1}^{n} \max\{0, z_j(p)\}}$$

Táto funkcia je spojitá a má preto pevný bod $\hat{p}$, ktorý zároveň zodpovedá rovnovážnym cenám v ekonomike. Z vlastnosti pevného bodu $\mathfrak{f}_j(\hat{p}) = \hat{p}_j$ môžeme totiž odvodiť rovnicu

$$\sum_{j=1}^{n} z_j(\hat{p}) \max\{0, z_j(\hat{p})\} = 0$$

Ľavú stranu rovnice tvorí súčet nezaporných čísel. Uvedená rovnosť tak môže byť splnená iba vtedy, keď každý člen súčtu je nulový. Z toho dostávame, že $z_j(\hat{p}) \leq 0$ pre každé $j$. Pre danú ekonomiku teda existuje všeobecná rovnováha. Dôkaz existencie všeobecnej rovnováhy a tiež Walrasov zákon podobným spôsobom platia v ekonomike, v ktorej vystupujú aj producenti.

### 2.3.4 Paretova optimalita

Walrasov súčasník francúz Vilfredo Preto ukázal, že Walrasom definovaná všeobecná ekonomická rovnováha je pareto optimálna. To znamená, že rovnovážne ceny, ktoré sa vytvoria na konkurenčných trhoch, rozdelia statky medzi jednotlivými subjektami takým spôsobom, že novým prerozdelením statkov nemôžeme zvýšiť uspokojenie jedného subjektu bez toho, aby sme tým nepoškodili niektorý iný subjekt.

# 3 Konštrukcia statického CGE modelu

## 3.1 Všeobecná stavba CGE modelov

V literatúre sa ako najčastejší spôsob zostavenia a riešenia CGE modelov uvádza formulácia v tvare systému nelineárnych rovníc. [3] Vzhľadom na možné numerické problémy, ktoré táto metóda prináša, sú súčasné CGE modely konštruované modernejšou metódou, kedy tieto modely formulujeme ako úlohu komplementárneho programovania. Tvorcom uvedenej metódy je nórsky matematik Lars Mathiensen. V tejto práci však budeme modely formolovať a riešiť ako systém nelineárnych rovníc. Takáto formulácia modelu je totiž názornejšia a umožňuje lepšie pochopenie vnútornej logiky a štruktúry CGE modelov, ako aj predpokladov, na ktorých sú založené. Preformulovanie takéhoto modelu na iný - numericky stabilnejší - tvar je potom už len technickou záležitosťou.

CGE modely sú založené na komparatívnom prístupe, to znamená, že porovnávame stav ekonomiky pred a po zavedení vonkajšieho šoku. Predpokladáme, že v počiatočnom štádiu je ekonomika vo všeobecnej rovnováhe. Po zavedení šoku sa zmenia preferencie, rozpočtové ohraničenia alebo technológia niektorých subjektov, čím sa v ekonomike generuje nový druh všeobecnej rovnováhy. Predmetom skúmania je potom porovnávanie jednotlivých ekonomických veličín v obidvoch rovnovážnych stavoch. Predpokladáme, že na všetkých trhoch vládne dokonalá konkurencia. Pri statických CGE modeloch úplne abstrahujeme od časovej stránky, analyzujeme iba vonkajší zásah do ekonominky, ktorý nastal v jednom období. Dynamické CGE modely už umožňujú skúmať aj viacero šokov v rôznych časových obdobiach a zároveň analyzujú aj zmeny vyplývajúce z očakávaní jednotlivých subjektov smerom do budúcnosti.

Jednotlivé subjekty v ekonomike sú na základe svojich vlastností rozdelené do skupín, ktoré nazývame sektory. V štandardnom CGE modeli rozlišujeme tri typy sektorov. Produkčné sektory, sektory konečnej spotreby (domácnosti, vláda, investície) a sektor zahraničia. Produkčné sektory bývajú opísané pomocou produkčných funkcií s konštatnými výnosmi z rozsahu, spotrebitelia pomocou funkcií užitočnosti s rovnakou vlastnosťou. Z týchto funkcií je potom za predpokladu racionálneho správania sa odvodený dopyt a ponuka jednotlivých sektorov. Na základe predpokladov o dokonalej konkurencii a prítomnosti všeobecnej rovnováhy, dostávame rovnice, ktoré vyjadrujú nulový zisk firiem a rovnosť dopytu a ponuky na jednotlivých trhoch. Posledným ty-

[3]Štruktúru štandardného CGE modelu je možné nájsť v [10]

pom rovníc sú rovnice pre rozpočtové ohraničenia spotrebiteľských sektorov. Keďže v CGE modeloch abstrahujeme od monetárnej stránky, jednotlivé ceny v modeli majú význam iba keď ich navzájom porovnávame. Z tohto dôvodu sa zvolí jedna z cien ako "numeraire". Ostatné ceny sú potom vyjadrené v porovnaní k tejto cene.

## 3.2 Jednoduchý CGE model

### 3.2.1 Predpoklady

Majme uzavretú ekonomiku, ktorá pozostáva iba z racionálne správajúcich sa firiem a domácností. To znamená, že každá firma sa snaží maximalizovať svoj zisk a každá domácnosť optimalizuje svoj úžitok. Všetky trhy v ekonomike sú dokonale konkurenčné, takže žiadny subjekt na trhu nemôže svojím správaním priamo ovplyvniť výšku cien. Každá firma vyrába iba jednu komoditu, ktorú produkuje pomocou ľudskej práce, kapitálu a spotrebuváva pritom určité množstvo jednotlivých komodít. Produkcia každej firmy je plne opísaná jej produkčnou funkciou s konštantnými výnosmi z rozsahu. Príjmy domácnostiam tvoria odmeny za kapitál a ľudskú prácu, ktoré poskytujú firmám. Všetci zamestnanci v ekonomike majú tú istú kvalifikáciu a v konkrétnom výrobnom procese sú rovnako produktívni. Každý zamestnanec dostáva rovnakú mzdu. Podobne každá jednotka kapitálu má tú istú produktivitu a náklady na ňu sú rovnaké. Výrobné faktory sú medzi jednotlivými firmami dokonale mobilné. Táto vlastnosť čiastočne vyplýva zo spomenutej rovnakej produktivity. Navyše však hovorí aj to, že z pohľadu zamestnancov nezáleží na tom, kde sa jednotlivé firmy nachádzajú a zároveň, že každá jednotka kapitálu môže byť bez problémov premiestnená. Náklady na prepravu komodít sú nulové. Spotreba každej domácnosti je charakterizovaná príslušnou funkciou užitočnosti, ktorá má tiež vlastnosť konštantných výnosov z rozsahu. V ekonomike nenastávajú žiadne vonkajšie šoky, štruktúra obyvateľstva sa nemení a taktiež nedochádza k zmenám v celkovej zásobe kapitálu. Všetky výrobky sú spotrebované domácnosťami alebo ako medzispotreba v produkcii. Ekonomika sa správa podľa neoklasických predpokladov, čiže všetky výrobné faktory sú využité. Nezamestnanosť je teda nulová.

### 3.2.2 Zostavenie modelu

Podľa druhu vyrábanej komodity môžeme firmy agregovať do $n$ produkčných sektorov. Agregácia do konkrétnych skupín môže byť rôzna, závisí to od cieľov analýzy. Pre názornosť budeme uvažovať rozdelenie do troch sektorov: poľnohospodárstvo, priemysel a služby. Každý produkčný sektor takto celkovo vyrába iba jednu pre neho špecifickú agregovanú komoditu. V našom prípade máme teda na trhu tri druhy komodít: poľnohospodárske produkty, priemyselné výrobky a služby. Nech $i \in \{ag, in, sr\}$ je indexová množina, ktorá označuje jednotlivé produkčné sektory a k nim prislúchajúce komodity (ag - poľnohospodárstvo, in - priemysel, sr - služby). Z predpokladov o produkcii s konštantnými výnosmi z rozsahu vo firmách vyplýva, že výrobu v jednotlivých sektoroch môžeme opísať pomocou produkčnej funkcie agregovaných vstupov, ktorá má tiež uvedenú vlastnosť (viď 2.1.6). Každý sektor teda vyrába možstvo "svojej" komodity $Y^i$ podľa produkčnej funkcie $\mathfrak{f}^i$, pričom používa množstvo ľudskej práce $L^i$, množstvo kapitálu $K^i$ a množstvo $j$-tej komodity $X^i_j$, kde $j \in \{ag, in, sr\}$. Produkcia v každom sektore sa tak riadi vzťahom

$$Y^i = \mathfrak{f}^i(L^i, K^i, X^i_{ag}, X^i_{in}, X^i_{sr})$$

Keďže predpokladáme racionálne správanie sa firiem a dokonale konkurenčné trhy, jednotlivé sektory sa správajú tiež ako firma, ktorá maximalizuje svoj zisk v podmienkach dokonalej konkurencie (viď 2.1.6). Každý produkčný sektor teda minimalizuje svoje náklady

$$\min wL^i + rK^i + \sum_j P_j X^i_j$$

pri danej hladine produkcie a daných cenách:

$$Y^i = \mathfrak{f}^i(L^i, K^i, \mathbf{X}^i)$$

kde $w$ označuje cenu práce v ekonomike, $r$ cena kapitálu a $P_j$ cenu $j$-tej komodity. Symbolom $\mathbf{X}^i$ sme označili vektor vstupov $X^i_{ag}, X^i_{in}, X^i_{sr}$.

V CGE modeloch býva produkcia najčastejšie charakterizovaná Leontieffovou, Cobb-Douglasovou alebo CES produkčnou funkciou. Úloha minimalizácie nákladov má pre tieto funkcie jednoznačné riešenie. Konkrétny predpis týchto funkcií, ako aj ich podmienené dopytové funkcie sú uvedené v prílohe. Pre každý produkčný sektor $i$ teda dostávame jeho podmienený dopyt po práci $L^i(Y^i, w, r, \mathbf{P})$, kapitáli $K^i(Y^i, w, r, \mathbf{P})$ a po $j$-tej komodite $X^i_j(Y^i, w, r, \mathbf{P})$, kde $\mathbf{P}$ reprezentuje vektor cien.

V ďalšej fáze produkčný sektor rieši úlohu určenia optimálnej hladiny produkcie tak, aby maximalizoval svoj zisk. Keďže ekonomika sa nachádza v rovnováhe, produkčný sektor v danom momente vyrába také množstvo, ktoré jeho zisk už maximalizuje. Vzhľadom na to, že produkcia v sektore sa riadi podľa predpokladu konštatných výnosov z rozsahu, jeho optimálny výstup spĺňa podmienku nulového zisku (viď 2.1.4 a 2.1.5)

$$P_i Y^i = wL^i + rK^i + \sum_j P_j X_j^i$$

Všetky domácnosti v ekonomike pre jednoduchosť agregujeme do jednej reprezentatívnej domácnosti (sektor domácností). Vo všeobecnosti ich agregácia tiež vychádza s cieľov analýzy. Môžeme rozlišovať napríklad viacero typov domácností, ktoré majú rôzny charakter. Na základe predpokladov o funkciách užitočnosti jednotlivých domácností, môžeme spotrebné preferencie celého sektoru charakterizovať tiež pomocou funkcie užitočnosti s konštantnými výnosmi z rozsahu (v zmysle 2.1.6). Keďže ekonomika pozostáva z domácností maximalizujúcich svoj úžitok, reprezentatívna domácnosť sa tiež správa ako optimalizujúci spotrebiteľ. Sektor domácností tak rieši úlohu

$$\max \mathfrak{u}(H_{ag}, H_{in}, H_{sr}) \quad \text{za podmienky} \quad M = \sum_j P_j H_j$$

kde $\mathfrak{u}$ je funkcia užitočnosti, $H_j$ je množstvo $j$-tej komodity, ktoré domácnosti spotrebujú a $M$ sú príjmy domácností.

Pre funkcie užitočnosti sa často používajú podobné predpisy ako v prípade produkčných funkcií, čiže funkcie Leontieffovho a Cobb-Douglasovho typu alebo CES funkcie. V tejto práci sa narába iba s týmito druhmi funkcií užitočnosti. Podobne ako úloha minimalizácie nákladov, ktorú rieši firma, má aj úloha maximalizácie úžitku spotrebiteľa pre ne jediné riešenie. Po každej komodite teda domácnosti vytvárajú dopyt daný vzťahom $H_j(M, \mathbf{P})$. Príjmy reprezentatívnej domácnosti tvoria celkové odmeny za kapitál a za prácu. Platí teda

$$M = \sum_i wL^i + \sum_i rK^i$$

Z vlastností všeobecnej rovnováhy vyplýva, že na žiadnom trhu neexistuje nenasýtený dopyt. Keďže CGE modely sa používajú na modelovanie reálnych ekonomík, o jednotlivých cenách predpokladáme, že nadobúdajú kladné hodnoty. Je totiž nepravdepodobné, aby cena agregovanej komodity v niektorom zo sektorov klesla až na nulu, čiže daná komodita by bola zadarmo. Predpokladáme teda

$$P_j > 0$$

pre $j \in \{ag, in, sr\}$. Vzhľadom na to, že v ekonomike neexistuje nenasýtený dopyt, musí na základe dôsledku Walrasovho zákona platiť rovnosť ponuky a dopytu na každom trhu (viď 2.3.2). Z toho dostávame rovnice pre rovnováhu na trhoch s komoditami

$$Y^j = \sum_i X^i_j + H_j$$

rovnicu rovnováhy na trhu práce

$$\overline{TL} = \sum_i L^i$$

a rovnicu rovnováhy na kapitálovom trhu

$$\overline{TK} = \sum_i K^i$$

kde $\overline{TL}$ je celková ponuka pracovnej sily v ekonomike a $\overline{TK}$ je celková zásoba kapitálu. Množstvá komodít, kapitálu a práce, ktoré sa v nami uvažovanej ekonomike obchodujú, ako aj všetky ceny, ktoré sú na jednotlivých trhoch, musia spĺňať všetky doposiaľ uvedené vzťahy. Dostávame tak nasledujúci systém nelineárnych rovníc, v ktorom jednotlivé množstvá a ceny chápeme ako endogénne premenné.

**Dopyt firiem:**

$$L^i = L^i(Y^i, w, r, \mathbf{P})$$
$$K^i = K^i(Y^i, w, r, \mathbf{P})$$
$$X^i_j = X^i_j(Y^i, w, r, \mathbf{P})$$

**Dopyt domácností:**

$$H_j = H_j(M, \mathbf{P})$$

**Rovnice nulového zisku:**

$$P_i Y^i = wL^i + rK^i + \textstyle\sum_j P_j X^i_j$$

**Rovnováha na trhoch:**

$$Y^j = \textstyle\sum_i X^i_j + H_j$$
$$\overline{TL} = \textstyle\sum_i L^i$$
$$\overline{TK} = \textstyle\sum_i K^i$$

**Príjmy domácností:**

$M = \sum_i wL^i + \sum_i rK^i$

**Endogénne premenné:**

$Y^i$ - produkcia v sektore $i$

$L^i$ - dopyt po práci v sektore $i$

$K^i$ - dopyt po kapitáli v sektore $i$

$X^i_j$ - dopyt po komodite $j$ v sektore $i$

$H_j$ - dopyt po komodite $j$ v sektore domácností

$P_j$ - cena komodity $j$

$w$ - cena práce

$r$ - cena kapitálu

$M$ - príjem domácností

**Exogénne premenné:**

$\overline{TL}$ - celková ponuka práce

$\overline{TK}$ - celková zásoba kapitálu

Keďže sme predpokladali, že štruktúra obyvateľstva a celková zásoba kapitálu ostávajú v nami uvažovanej ekonomike nezmenené, premenné $\overline{TL}$ a $\overline{TK}$ sú pre model exogénne.

### 3.2.3 Riešiteľnosť

Keďže predpokladáme, že cena žiadnej komodity nemôže klesnúť na nulu ($P_j > 0$), náš model už nespĺňa predpoklady, na ktorých bol odvodený dôkaz existencie všeobecnej ekonomickej rovnováhy v časti 2.3.3. (resp. nespĺňa jeho verziu pre ekonomiku, ktorá okrem spotrebiteľov obsahuje aj producentov). Dôležitým predpokladom daného dôkazu je totiž kompaktnosť množiny $S = \{P; \sum_j P_j = 1, P_j \geq 0\}$. Pozrime sa preto na štruktúru uvedených rovníc. Model nami uvažovanej ekonomiky je systém $n^2 + 5n + 3$ rovníc s $n^2 + 5n + 3$ premennými. Táto vlastnosť však nehovorí nič o množine riešení daného systému a dokonca nezaručuje ani jeho samotnú riešiteľnosť. Podľa Walrasovho zákona platí, že ak je rovnováha na $n-1$ trhoch, potom rovnováha musí byť aj na $n$-tom trhu. Z toho vyplýva, že jedna z rovníc $Y^j = \sum_i X^i_j + H_j$

je zbytočná, pretože sa dá odvodiť z ostatných. Platnosť tohto zákona z daného systému vzťahov vyplýva nasledovne. Sčítaním rovníc nulového zisku dostaneme rovnicu

$$\sum_i P_i Y^i = \sum_i wL^i + \sum_i rK^i + \sum_i \sum_j P_j X_j^i$$

Keďže podmienené dopytové funkcie domácností boli odvodené z úlohy maximalizácie užitočnosti pri danom rozpočtovom ohraničení, rovnice $H_j = H_j(M, \mathbf{P})$ v sebe obsahujú predpoklad $M = \sum_j P_j H_j$. Využitím uvedenej rovnice pre rozpočtové ohraničenie domácností a rovnice pre príjmy domácností, ich následným dosadením do súčtu rovníc nulového zisku a vhodným preindexovaním dostávame

$$\sum_j P_j Y^j = \sum_j \sum_i P_j X_j^i + \sum_j P_j H_j$$

Táto rovnica sa dá upraviť na tvar

$$\sum_j P_j (Y^j - \sum_i X_j^i - H_j) = 0$$

čo je Walrasov zákon. Ak teda predpokladáme, že platí $n-1$ rovníc $Y^j = \sum_i X_j^i + H_j$ a cena komodity na $n$-tom trhu je nulová, potom platí aj zvyšná $n$-tá rovnica. Rovnice pre dopyt firiem po výrobných vstupoch, pre dopyt domácností po komoditách a pre rozpočtové ohraničenie domácností nám spolu určujú premenné $L^i, K^i, X_j^i, H_j, M$ ako funkcie ostatných endogénnych premenných $Y^i, P_j, w, r$. Tieto premenné môžeme preto v ostatných rovniciach nahradiť príslušnými funkciami. Systém rovníc sa nám tak zúži na

$$P_i Y^i = wL^i(Y^i, w, r, \mathbf{P}) + rK^i(Y^i, w, r, \mathbf{P}) + \sum_j P_j X_j^i(Y^i, w, r, \mathbf{P})$$

$$Y^j = \sum_i X_j^i(Y^i, w, r, \mathbf{P}) + H_j(Y_{ag}, Y_{in}, Y_{sr}, w, r, \mathbf{P})$$

$$\overline{TL} = \sum_i L^i(Y^i, w, r, \mathbf{P})$$

$$\overline{TK} = \sum_i K^i(Y^i, w, r, \mathbf{P})$$

čo je systém s $2n+2$ premennými a najviac $2n+1$ nezávislými rovnicami. Z predpokladu produkcie s konštatnými výnosmi z rozsahu vyplýva, že dopytové funkcie sú lineárne v premenných $Y^i$. Ak predpokladáme, že každý sektor produkuje nenulové množstvá, systém môžeme upraviť na tvar

$$P_i = wL^i(w,r,\mathbf{P}) + rK^i(w,r,\mathbf{P}) + \sum_j P_j X^i_j(w,r,\mathbf{P})$$

$$Y^j = \sum_i X^i_j(w,r,\mathbf{P})Y^i + H_j(w,r,\mathbf{P}) \sum_i (wL^i(w,r,\mathbf{P}) + rK^i(w,r,\mathbf{P}))Y^i$$

$$\overline{TL} = \sum_i L^i(w,r,\mathbf{P})Y^i$$

$$\overline{TK} = \sum_i K^i(w,r,\mathbf{P})Y^i$$

kde $L^i(w,r,\mathbf{P})$ znamená to isté ako $L^i(1,w,r,\mathbf{P})$. Podobný zápis volíme aj pre ostatné dopytové funkcie.

Riešiteľnosť takéhoto systému závisí od voľby konkrétnych produkčných funkcií a funkcií užitočnosti.

### 3.2.4 Kalibrácia modelu

Pri modelovaní reálneho sveta však produkčné funkcie, podľa ktorých sa výroba v ekonomike správa, nepoznáme. Vhodná voľba konkrétneho typu produkčnej funkcie by mala vychádzať z empirických štúdií jednotlivých produkčných sektorov, čo väčšinou vyžaduje dostatočne dlhé a konzistetné časové rady. Takéto údaje však častokrát nie sú k dispozícii. V CGE modeloch preto voľba tvaru produkčnej funkcie vychádza z predpokladov o možnosti substitúcie medzi jednotlivými vstupmi. Predpokladajme napríklad, že v uvažovanej ekonomike je elasticita substitúcie medzi jednotlivými vstupmi vo všetkých sektoroch rovná jednej. Predpokladali sme ďalej, že nárast produkcie sa riadi konštatnými výnosmi z rozsahu. Takýto druh produkcie môžeme potom charakterizovať pomocou Cobb-Douglasovej produkčnej funkcie, ktorá spĺňa obidve spomenuté vlastnosti. V našom prípade by produkčná funkcia v sektore $i$ mala tvar

$$Y^i = \gamma(L^i)^{\alpha_L}(K^i)^{\alpha_K}(X^i_{ag})^{\alpha_{ag}}(X^i_{in})^{\alpha_{in}}(X^i_{sr})^{\alpha_{sr}}$$

kde $\gamma > 0$ a $\alpha_L + \alpha_K + \alpha_{ag} + \alpha_{in} + \alpha_{sr} = 1$

Produkciu v ekonomike tak už máme charakterizovanú pomocou konkrétnych funkcií, stále však nepoznáme jej parametre $\gamma, \alpha_L, \alpha_K, \alpha_{ag}, \alpha_{in}, \alpha_{sr}$. Tieto parametre je možné určiť na základe údajov z jedného sledovaného obdobia, ktoré už poznáme. Nech $\overline{L}^i, \overline{K}^i, \overline{X}^i_j$ predstavujú množstvá vstupov, ktoré sektor $i$ v konkrétnom časovom období použil vo svojej výrobe. Ďalej nech $\overline{Y}^i$ je množstvo výstupu za dané časové obdobie a $\overline{w}, \overline{r}, \overline{P_j}$ sú ceny, za ktoré sa tieto množstvá na trhu predávali. Pre parametre produkčnej funkcie potom platí

$$\gamma = \frac{\overline{Y}^i}{(\overline{L}^i)^{\alpha_L}(\overline{K}^i)^{\alpha_K}(\overline{X}^i_{ag})^{\alpha_{ag}}(\overline{X}^i_{in})^{\alpha_{in}}(\overline{X}^i_{sr})^{\alpha_{sr}}}$$

$$\alpha_L = \frac{\overline{w}\overline{L}^i}{\overline{w}\overline{L}^i + \overline{r}\overline{K}^i + \sum_j \overline{P}_j \overline{X}^i_j}$$

$$\alpha_K = \frac{\overline{r}\overline{K}^i}{\overline{w}\overline{L}^i + \overline{r}\overline{K}^i + \sum_j \overline{P}_j \overline{X}^i_j}$$

$$\alpha_m = \frac{\overline{P}_m \overline{X}^i_m}{\overline{w}\overline{L}^i + \overline{r}\overline{K}^i + \sum_j \overline{P}_j \overline{X}^i_j}$$

kde $m \in \{ag, in, sr\}$.

Podobne funkciu užitočnosti uvažujeme v tvare

$$\mathfrak{u}(H_{ag}, H_{in}, H_{sr}) = (H_{ag})^{\alpha^H_{ag}}(H_{in})^{\alpha^H_{in}}(H_{sr})^{\alpha^H_{sr}}$$

kde $\alpha^H_{ag} + \alpha^H_{in} + \alpha^H_{sr} = 1$

Táto funkcia neobsahuje parameter $\gamma$, pretože spotrebiteľ nevie svoju spotrebu číselne ohodnotiť. Presná hodnota účelovej funkcie preto nie je dôležitá, potrebné je iba zachovanie preferencií pre jednotlivé kombinácie statkov. Parametre tejto funkcie sa vypočítajú podobným spôsobom.

$$\alpha^H_k = \frac{\overline{P}_k \overline{H}_k}{\sum_j \overline{P}_j \overline{H}_j}$$

Kalibrácia jednotlivých druhov funkcií je uvedená v prílohe.

### 3.2.5 SAM matica

Okrem, parametrov produkčných funkcií býva riešenie CGE modelov závislé aj od rôznych exogénnych premenných a iných druhov parametrov. Vo všeobecnosti bývajú CGE modely kalibrované na základe špeciálnej tabuľky, ktorá sa nazýva Matica spoločenských účtov, skrátene SAM matica (Social Accounting Matrix). SAM matica je súhrnná tabuľka, ktorá zobrazuje všetky nominálne toky v ekonomike za dané časové obdobie. Jednotlivé subjekty v nej bývajú agregované rovnakým spôsobom ako sú modelované. Konštrukcia SAM matice vychádza z dvoch princípov:

- výdavky jedného subjektu tvoria zároveň príjem iných subjektov
- príjmy a výdavky toho istého subjektu sa musia rovnať

Jednotlivé príjmy každého subjektu bývajú znázornené v príslušnom riadku a jeho výdavky v stĺpci. SAM matica je teda štvorcová matica. Vráťme sa teraz k našej uzavretej ekonomike firiem a domácností. Výsledok napríklad jednoročného hospodárenia môžeme potom znázorniť v SAM matici, ktorej štruktúra je zobrazená v tabuľke 1.

| | Produkčné sektory | Práca | Kapitál | Domácnosti |
|---|---|---|---|---|
| Komodity | Náklady na medzispotrebu jednotlivých komodít v jednotlivých sektoroch | | | Spotreba jednotlivých komodít domácnosťami |
| Práca | Náklady na prácu v jednotlivých sektoroch | | | |
| Kapitál | Náklady na kapitál v jednotlivých sektoroch | | | |
| Domácnosti | | Príjmy domácností z pracovnej činnosti | Príjmy domácností z kapitálu | |

Tabuľka 1: SAM matica - všeobecne

Jednotlivé hodnoty $\overline{L}^i, \overline{K}^i, \overline{X}_j^i, \overline{Y}^i, \overline{w}, \overline{r}, \overline{P}_j, \overline{M}, \overline{TK}, \overline{TL}$ potom získame nasledovným spôsobom. Keďže SAM matica zobrazuje iba nominálne toky, v každom políčku sa nachádza údaj, ktorý vyjadruje cenu×množstvo. Vzhľadom na to, že jednotlivé agregované komodity pozostávajú z veľkého množstva rôznorodých výrobkov, vyčíslenie ich množstva v konkrétnych merných jednotkách nemá veľký ekonomický význam (priemyselné výrobky napríklad obsahujú mobilné telefóny, nakladače, naftu,...). Pri štandardnom prístupe sa z tohto dôvodu všetky ceny v ekonomike položia rovné jednej. Inak povedané, za mernú jednotku berieme množstvo jednotkovej ceny. Čiže stanovíme $\overline{w} = 1, \overline{r} = 1, \overline{P}_j = 1$. Jednotlivé množstvá potom určíme priamo z tabuľky. Pre názornosť sme zostavili SAM maticu s konkrétnymi premennými, ktorá je zobrazená v tabuľke 2.

| | Produkčné sektory | Práca | Kapitál | Domácnosti |
|---|---|---|---|---|
| Komodity | $\overline{P}_j\overline{X}_j^i$ | | | $\overline{P}_j\overline{H}_j$ |
| Práca | $\overline{w}\overline{L}^i$ | | | |
| Kapitál | $\overline{r}\overline{K}^i$ | | | |
| Domácnosti | | $\sum_i \overline{w}\overline{L}^i$ | $\sum_i \overline{r}\overline{K}^i$ | |

Tabuľka 2: SAM matica - hodnoty

Takýmto spôsobom máme jednoznačne určené všetky funkcie a parametre v modeli. Isté numerické problémy môžu vzniknúť ak niektoré množstvá sú veľmi veľké alebo veľmi malé v porovnaní s ostatnými. Preto namiesto premenných, ktoré vyjadrujú priame množstvá, v modeloch zvyknú vystupovať premenné, ktoré predstavujú odchýlku daného množstva od hodnoty v SAM matici. Napríklad namiesto premenných $X_j^i$ budeme pracovať s premennými typu $X_j^i\overline{X}_j^i$. Keďže o agregovaných cenách v ekonomike sme predpokladali, že sú rovné jednej, všetky endogénne premenné v modeli sa pohybujú v okolí hodnoty jedna. Všetky premenné v takto zostavenom modeli potom vyjadrujú zmenu oproti stavu ekonomiky, ktorý je zaznačený v SAM matici.

### 3.2.6 Ceny - nástroj rovnováhy

V tejto časti si ukážeme význam substituovateľnosti jednotlivých výrobných vstupov a jednotlivých komodít v spotrebe domácností pre existenciu všeobecnej rovnováhy keď $P_j > 0$. Predpokladajme, že všetky produkčné funkcie a funkcia užitočnosti sú Leontieffovho typu a teda nepripúšťajú žiadnu možnosť substitúcie. Pre jednoduchosť predpokladajme, že $X_j^i = 0$, čiže vo výrobe nie je žiadna medzispotreba. Jednotlivé dopytové funkcie, ktoré sú odvodené od Leontieffovej produkčnej funkcie (resp. Leontieffovej funkcie užitočnosti) majú tvar $K^i = \alpha^{Ki}Y$, $L^i = \alpha^{Li}Y$ a $H_j = \frac{\alpha_j^H M}{\sum_i P_i \alpha_i^H}$, kde $\alpha^{Ki}$, $\alpha^{Li}$ a $\alpha_j^H$ sú parametre funkcie. Systém $2n+2$ rovníc, na ktoré bol náš model zúžený, má potom tvar

$$P_i = w\alpha^{Li} + r\alpha^{Ki}$$
$$Y^j = \frac{\alpha_j^H (w \sum_i \alpha^{Li} Y^i + r \sum_i \alpha^{Ki} Y^i)}{\sum_i P_i \alpha_i^H}$$
$$\overline{TL} = \sum_i \alpha^{Li} Y^i$$
$$\overline{TK} = \sum_i \alpha^{Ki} Y^i$$

Dosadením rovníc pre rovnováhu na trhu práce a kapitálu do rovníc rovnováhy na komoditných trhoch dostávame

$$Y^j = \frac{\alpha_j^H (w\overline{TL} + r\overline{TK})}{\sum_i P_i \alpha_i^H}$$

čo môžeme zapísať ako

$$Y^j = \alpha_j^H g(w, r, \mathbf{P})$$

kde $g(w, r, \mathbf{P}) = \frac{(w\overline{TL} + r\overline{TK})}{\sum_i P_i \alpha_i^H}$. Dostávame nasledovný systém rovníc

$$P_i = w\alpha^{Li} + r\alpha^{Ki}$$
$$Y^j = \alpha_j^H g(w, r, \mathbf{P})$$
$$\overline{TL} = \sum_i \alpha^{Li} Y^i$$
$$\overline{TK} = \sum_i \alpha^{Ki} Y^i$$

Dosadením rovníc $Y^j = \alpha_j^H g(w, r, \mathbf{P})$ do rovníc pre rovnováhu na pracovnom a kapitálovom trhu dostávame

$$\overline{TL} = \sum_i \alpha^{Li} \alpha_j^H g(w, r, \mathbf{P})$$

$$\overline{TK} = \sum_i \alpha^{Ki} \alpha_j^H g(w, r, \mathbf{P})$$

čo sú dve rovnice s jednou premennou $g(w, r, \mathbf{P})$, preto systém nemusí mať riešenie a teda všeobecná rovnováha v takejto ekonomike nemusí existovať.

Predpokladajme, že na základe cien môžu domácnosti substituovať jednotlivé statky vo svojej spotrebe alebo aspoň jeden producent môže navzájom zamieňať výrobné faktory. Rovnice rovnováhy na trhoch s prácou a kapitálom potom majú tvar

$$\overline{TL} = \sum_i \alpha^{Li} g^i(w, r, \mathbf{P})$$

$$\overline{TK} = \sum_i \alpha^{Ki} g^i(w, r, \mathbf{P})$$

čo sú vo všeobecnosti dve rovnice s $n$ premennými $g^i(w, r, \mathbf{P})$. Z toho vyplýva, že dosiahnutie všeobecnej ekonomickej rovnováhy v ľubovoľnej ekonomike je podmienené tým, aby aspoň jeden subjekt na trhu mal možnosť substitúcie medzi jednotlivými tovarmi (resp. výrobnými faktormi) podľa výšky ich cien. Tvrdenie si môžeme demonštrovať na jednoduchom príklade. Majme dve firmy. Prvá firma potrebuje jedného človeka a jedno pole na výrobu jedného koša jabĺk. Druhá firma produkuje jedno vrece obilia pomocou dvoch ľudí a jedného poľa. Na trhu je dopyt po jednom koši jabĺk a jednom vreci obilia.
Exogénnu ponuku výrobných faktorov tvoria traja ľudia a dve polia. Ako vidieť, na všetkých trhoch je rovnosť ponuky a dopytu, ekonomika je vo všeobecnej rovnováhe. Predpokladajme, že v ekonomike nastane exogénny šok, ponuka práce sa zvýši na štyroch ľudí. Predpokladáme, že ani výrobcovia ani spotrebitelia nemajú možnosť substitúcie. Spotrebitelia teda preferujú spotrebu jabĺk a obilia v rovnakom pomere (množstvo vriec obilia musí byť rovnaké ako počet košov jabĺk). Obidve firmy preto produkujú rovnaké množstvá ako predtým. Keďže ponuka polí ostala nezmenená a producenti nemôžu nahradiť časť poľa väčším množstvom práce, využívajú rovnaký počet troch ľudí. Na trhu práce je tak prevyšujúca ponuka nad dopytom (čo zodpovedá nesplneniu rovnice $\overline{TL} = \sum_i \alpha^{Li} g^i(w, r, \mathbf{P})$ v našom modeli). V prípade, že cena práce môže byť nulová, čo zodpovedá predpokladom dôkazu z časti 2.3.3, dochádza k plnému využitiu ponúkanej práce (pretože je zadarmo), čím je ekonomika znovu v rovnováhe.

### 3.2.7 Numeraire

Predpokladajme teraz, že všetky produkčné funkcie ako aj funkcia užitočnosti v modeli majú Cobb-Douglasov tvar, teda elasticita substitúcie medzi jednotlivými vstupmi je rovná jednej. Náš zúžený systém teraz tvorí sústavu $2n+1$ nezávislých rovníc s $2n+2$ premennými, pričom rovnice nulového zisku, sú lineárne rovnice pre logaritmy a zvyšné rovnice sú lineárne v premenných

$Y^i$. Vyplýva to z tvaru dopytových funkcií, ktorých všeobecný predpis je uvedený v prílohe. Menší počet nezávislých rovníc v porovnaní s premennými je už spomínaným dôsledkom Walrasovho zákona. Ako bolo spomenuté, jednotlivé ceny v modeli sú iba relatívne, to znamená, že majú význam iba v porovnaní s ostatnými cenami. Z tohto dôvodu sa v CGE modeloch jedna cena stanoví ako numeraire, čiže pre model bude exogénna. V našom modeli je ako numeraire stanovená cena práce.

### 3.2.8 Scenár

CGE modely slúžia na analýzu dopadov exogénnych šokov na ekonomiku. Predpokladá sa, že analyzovaná ekonomika sa v počiatočnom štádiu nachádza v rovnováhe a jej nominálne toky sú zaznačené v SAM matici. To zodpovedá nami modelovanej ekonomike, ktorá je v každom čase na rovnakej rovnovážnej úrovni. Po zavedení šoku sa ekonomika z rovnováhy vychýli a v dlhodobom horizonte dospeje k novej rovnováhe, čiže k novému rozdeleniu zdrojov v ekonomike. V realite podmienka všeobecnej rovnováhy na trhoch nebýva splnená, pretože ekonomika je stále vystavovaná množstvu drobných alebo veľkých šokov. CGE modely nám preto nedávajú konkrétne údaje a prognózy, ktoré by neskôr bolo možné porovnať s reálnymi veličinami. Ich význam je ale v tom, že nám vyjadrujú aký druh rovnováhy a alokácie zdrojov jeden konkrétny šok v ekonomike generuje.

Matematicky to znamená, že v CGE modeli porovnávame hodnoty premenných pred a po zavedení šoku. Konrétne hodnoty premenných sú len relatívne, význam majú iba ich percentuálne odchýlky od počiatočnej úrovne. Vonkajšie zásahy do ekonomiky chápeme ako zmenu niektorých exogénnych premenných alebo parametrov v modeli (čiže napríklad aj parametrov produkčnej funkcie). V našom modeli, ktorý je uvedený v prílohe sme ilustračne uvažovali pozitívnu zmenu v celkovej zásobe kapitálu a zmenu spotrebiteľských preferencií v sektore domácností (zmenu parametrov vo funkcii užitočnosti).

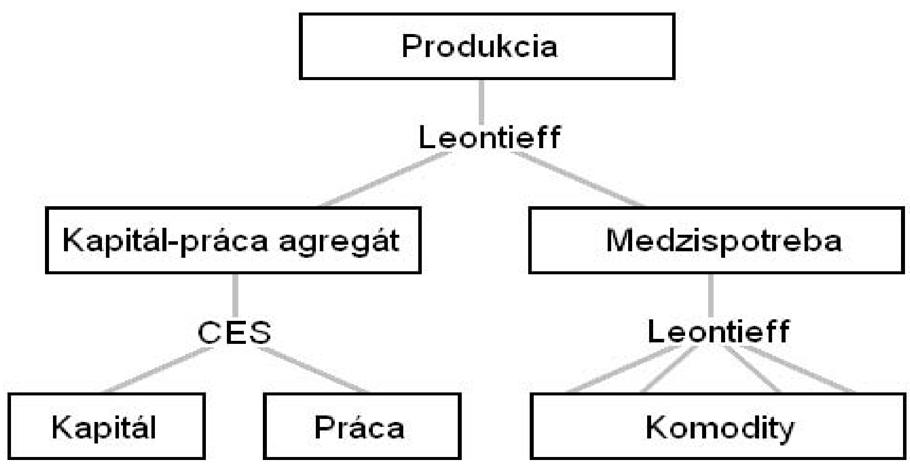
## 3.3 Rozšírenie jednoduchého modelu - produkcia

### 3.3.1 Vnorené produkčné funkcie

V jednoduchom CGE modeli sme uvažovali, že výroba v každom produkčnom sektore sa správa podľa jednej prislúchajúcej produkčnej funkcie s konštantnými výnosmi z rozsahu. Ako bolo spomenuté, najčastejším typom produkčných funkcií sú Leontieffova, Cobb-Douglasova a CES. Pre tieto funkcie platí, že všetky vstupy sú navzájom rovnako substituovateľné. Miery substitúcie jednotlivých funkcií sú uvedené v prílohe. V reálnom svete však táto podmienka nebýva splnená. Preto sa v CGE modeloch namiesto jednej funkcie používa viac vhodne "vnorených", ktoré na jednotlivých úrovniach majú rôznu mieru substitúcie. V našom jednoduchom modeli môžeme takto namiesto produkčných funkcii $Y^i = \mathfrak{f}^i(L^i, K^i, X^i_{ag}, X^i_{in}, X^i_{sr})$ použiť napríklad funkcie typu $Y^i = \mathfrak{f}^i(\mathfrak{g}^i(L^i, K^i), \mathfrak{h}^i(X^i_{ag}, X^i_{in}, X^i_{sr}))$. Aby sme dodržali predpoklad o konštatných výnosoch z rozsahu v produkcii, všetky funkcie majú túto vlastnosť. Vzhľadom na typ jednotlivých vnorených funkcií môže byť produkčná funkcia napríklad v tvare

$$Y^i = \text{Leontieff}(\text{CES}(L^i, K^i), \text{Leontieff}(X^i_{ag}, X^i_{in}, X^i_{sr}))$$

Štruktúra produkcie na základe takejto funkcie je uvedená na obrázku 1.




Obrázok 1: Vnorené produkčné funkcie

V takejto produkčnej funkcii môže produkčný sektor navzájom nahrádzať množstvá práce a množstvá kapitálu podľa konštatnej nenulovej miery substitúcie. Nahrádzanie týchto faktorov niektorou spomedzi komodít, ako aj nahrádzanie komodít navzájom tu však možné nie je. Vzľadom k takejto produkčnej funkcii, racionálne správajúci sa produkčný sektor potom rieši úlohu

$$\min wL^i + rK^i + \sum_j P_j X^i_j \quad \text{za podmienky} \quad Y^i = \mathfrak{f}^i(\mathfrak{g}^i(L^i, K^i), \mathfrak{h}^i(X^i_{ag}, X^i_{in}, X^i_{sr}))$$

Keďže jej účelová funkcia je lineárna, táto minimalizačná úloha je ekvivalentná s úlohou

$$
\begin{aligned}
&\min P_i^{VA} VA^i + P_i^{IC} IC^i \\
&\quad Y^i = \mathfrak{f}^i(VA^i, IC^i) \\
&\quad \min wL^i + rK^i \\
&\quad VA^i = \mathfrak{g}^i(L^i, K^i) \\
&\quad \min \textstyle\sum_j P_j X_j^i \\
&\quad Y^i = \mathfrak{h}^i(X_{ag}^i, X_{in}^i, X_{sr}^i)
\end{aligned}
$$

kde $VA^i$ a $IC^i$ sú takýmto spôsobom akési fiktívne produkčné sektory, ktoré predávajú svoj výstup sektoru vyrábajúcemu $Y^i$ a to za ceny $P_i^{VA}$ a $P_i^{IC}$. Obidva sektory sa pritom nachádzajú v podmienkach dokonalej konkurencie.

### 3.3.2 Produkcia viacerých komodít v jednom sektore

Doteraz sme prepokladali, že každý produkčný sektor produkuje iba jednu pre neho špecifickú komoditu. V skutočnosti však častokrát jednotlivé sektory vyrábajú aj malé množstvá iných komodít. Predpokladajme, že podiel vyrábaných komodít na celkovom výstupe je konštatný. Produkciu sektora $i$ potom môžeme vyjadriť nasledovne $Y_j^i = \theta_j^i Y^i$ a $Y^i = \mathfrak{f}^i(VA^i, IC^i)$, kde $Y^i$ celkový výstup v sektore $i$, $Y_j^i$ je množstvo $j$-tej vyrábanej komodity a $\theta_j^i \geq 0$ je konštatný podiel $j$-tej komodity na celkovom výstupe. $\sum_j \theta_j^i = 1$

### 3.3.3 Špecifické ceny práce a kapitálu pre každý sektor

V modeli môžeme ďalej rozlíšiť odmeny za prácu a za kapitál v jednotlivých sektoroch. Napríklad ceny kapitálu v sebe zahŕňajú výnosy, ktoré sú vyplácané ako dividendy vlastníkom kapitálu a taktiež mieru opotrebovania, ktorá reprezentuje stratu hodnoty kapitálu. Ak by sme teda uvažovali, že miera opotrebovania je vo výrobe jednotlivých sektorov rôzna, potom máme aj rôzne ceny kapitálu.

Nech $w_i$ je mzda, ktorú dostávajú zamestnanci v sektore $i$ a $r_i$ je výnos z kapitálu v tomto sektore. Tieto ceny už v počiatočnom štádiu nie sú rovné jednej. Ich kalibrácia vyžaduje údaje o skutočných množstvách práce (údaje o zamestnancoch) a množstve kapitálovej zásoby v každom sektore. Keďže SAM matica pozostáva z údajov typu cena×množstvo, na základe údajov o skutočných množstvách práce a kapitálu môžeme určiť ich ceny. V statickom CGE modeli budeme tieto ceny modelovať vo vzťahu k priemerným hodnotám pre celé hospodárstvo. Čiže $w_i = \mu_i^w w$ a $r_i = \mu_i^r r$, kde $\mu_i^w$ a $\mu_i^r$ sú koeficienty, ktoré vyjadrujú odchýlku od priemernej mzdy $w$ a priemernej ceny kapitálu $r$ v ekonomike. V modeli nám takýmto spôsobom pribudlo $4n$ premenných ale iba $2n$ rovníc. Preto buď premenné $\mu_i^w$ a $\mu_i^r$ alebo premenné $w_i$ a $r_i$ budú pre model exogénne. V našom modeli to budú premenné $\mu_i^w$ a $\mu_i^r$. Ako numeraire pre model sme zvolili priemernú cenu práce $w$.

### 3.3.4 Model

Náš model pre ekonomiku s tatko rozšírenou produkčnou stránkou má tvar

**Dopyt firiem:**

$$VA^i = VA^i(Y^i, P_i^{VA}, P_i^{IC})$$
$$IC^i = IC^i(Y^i, P_i^{VA}, P_i^{IC})$$
$$L^i = L^i(VA^i, w_i, r_i)$$
$$K^i = K^i(VA^i, w_i, r_i)$$
$$X_j^i = X_j^i(IC^i, \mathbf{P})$$

**Dopyt domácností:**

$$H_j = H_j(M, \mathbf{P})$$

**Rovnice nulového zisku:**

$$P_i^{Y^i} Y^i = P_i^{VA} VA^i + P_i^{IC} IC^i$$
$$P_i^{VA} VA^i = wL^i + rK^i$$
$$P_i^{IC} IC^i = \sum_j P_j X_j^i$$
$$\sum_j P_j Y_j^i = P_i^{Y^i} Y^i$$

**Rovnováha na trhoch:**

$$\sum_i Y_j^i = \sum_i X_j^i + H_j$$
$$\overline{TL} = \sum_i L^i$$
$$\overline{TK} = \sum_i K^i$$

**Príjmy domácností:**

$$M = \sum_i wL^i + \sum_i rK^i$$

**Ostatné:**

$w_i = \mu_i^w w$

$r_i = \mu_i^r r$

$Y_j^i = \theta_j^i Y^i$

**Numeraire:**

$w = \overline{w}$

**Endogénne premenné:**

$Y^i$ - celkový výstup v sektore $i$

$Y_j^i$ - výroba komodity $j$ v sektore $i$

$VA^i$ - agregát práce a kapitálu v sektore $i$

$IC^i$ - agregát medzispotreby v sektore $i$

$L^i$ - dopyt po práci v sektore $i$

$K^i$ - dopyt po kapitáli v sektore $i$

$X_j^i$ - dopyt po komodite $j$ v sektore $i$

$H_j$ - dopyt po komodite $j$ v sektore domácností

$P_j$ - cena komodity $j$

$P_i^{Y^i}$ - cena celkového výstupu v sektore $i$

$P_i^{VA}$ - cena agregátu práce a kapitálu v sektore $i$

$P_i^{IC}$ - cena agregátu medzispotreby v sektore $i$

$w_i$ - cena práce v sektore $i$

$r_i$ - cena kapitálu v sektore $i$

$w$ - priemerná cena práce

$r$ - priemerná cena kapitálu

$M$ - príjem domácností

**Exogénne premenné:**

$\overline{TL}$ - celková ponuka práce

$\overline{TK}$ - celková zásoba kapitálu

$\mu_i^w$ - odchýlka mzdy v sektore $i$ od priemernej mzdy

$\mu_i^r$ - odchýlka ceny kapitálu v sektore $i$ od priemeru

$\theta_j^i$ - podiel komodity $j$ na celkovom výstupe v sektore $i$

$\overline{w}$ - počiatočná hodnota priemernej mzdy

## 3.4 Rozšírenie jednoduchého modelu - spotreba

### 3.4.1 Alternatívny prístup k modelovaniu spotreby

Konečná spotreba v štandardnej ekonomike je tvorená spotrebou domácností, spotrebou verejného sektoru, tvorbou hrubého fixného kapitálu a zmenou stavu zásob. Každá z týchto zložiek je v CGE modeloch charakterizovaná ako samostatný sektor, poprípade ako skupina sektorov. Výnimkou je položka vyjadrujúca zmenu stavu zásob, ktorá býva väčšinou modelovaná ako akási konštatntá spotreba (exogénna premenná) alebo ako fixný podiel na celkovej produkcii. Sektor domácností bol v predchádzajúcich častiach modelovaný ako racionálne správajúci sa spotrebiteľ, ktorý rieši úlohu

$$\max \mathfrak{u}(H_{ag}, H_{in}, H_{sr}) \quad \text{za podmienky} \quad M = \sum_j P_j H_j$$

Alternatívny spôsob k tomuto prístupu predstavuje modelovanie spotreby pomocou fiktívneho sektoru, ktorý produkuje akýsi agregát celkového blahobytu, ktorý potom predáva domácnostiam. Spotrebiteľove preferencie, ktoré sú vyjadrené pomocou funkcie užitočnosti, sú opísané pomocou funkcie užitočnosti fiktívneho sektoru. Tá má rovnaký predpis ako funkcia užitočnosti. Spotreba domácností je potom modelovaná nasledovne

- Minimalizácia nákladov fiktívneho sektoru

  $min \sum_j P_j H_j$

  $TH = \mathfrak{u}(H_{ag}, H_{in}, H_{sr})$

- Maximalizácia zisku fiktívneho sektoru

  $P^{TH} TH = \sum_j P_j H_j$

- Dodržanie rozpočtového ohraničenia pre spotrebu domácností

  $P^{TH} TH = M$

kde TH je celkový blahobyt domácností, PH je jeho cenová úroveň. Dá sa ukázať, že úloha minimalizácie nákladov fiktívneho sektoru je duálna k spotrebiteľovej úlohe maximalizácie úžitku.

### 3.4.2 Sektor vlády a investícií

Vládny sektor a sektor investícií bývajú modelované rovnakým spôsobom ako sektor domácností, rozdiel však nastáva v ich príjmovej stránke. Čo sa týka príjmov vládneho sektoru, veľkú časť tvoria daňové príjmy. Zaradenie daní do CGE modelu bude rozpracované v ďalšej časti. V jednoduchom modeli boli všetky príjmy domácností určené na spotrebu. V skutočnom svete sa však časť celkových príjmov v ekonomike usporí a investuje. V statických CGE modeloch bývajú štandardne dva prístupy:

- rozdelenie príjmov na spotrebu a na úspory, podľa fixných koeficientov
- fixovanie buď spotreby alebo úspor na konštatnej úrovni. Druhá - nezafixovaná - veličina sa potom vypočíta ako rozdiel celkových príjmov a danej konštatnej veličiny.

V našom modeli sme zvolili prvý spôsob. Modelovanie úspor cez očakávania spotrebiteľa smerom do budúcnosti je možné uplatniť iba v dynamických CGE modeloch. V statických CGE modeloch investície vystupujú iba na strane konečnej spotreby, kde vytvárajú dopyt po jednotlivých komoditách. Vstupovanie investícií do zásoby kapitálu v ďalších obdobiach v tomto type modelov zachytený nie je. Celkové investície sa prispôsobujú celkovým úsporám, sektor investícií sa preto správa ako spotrebiteľ, ktorý má príjmy z úspor ostatných subjektov.

### 3.4.3 Model

Ako numeraire sme v modeli stanovili cenu blahobytu domácností, ktorá vyjadruje cenovú hladinu celkového spotrebného koša domácností. Všetky ceny v modeli sú tak vyjadrené v pomere k spotrebiteľským cenám. V CGE modeloch býva zároveň modelovaných veľa rôznych transferov medzi jednotlivými subjektami. Tieto nominálne toky sú väčšinou exogénne premenné. V našom modeli budeme uvažovať transfér od vlády domácnostiam (napríklad sociálne dávky).

**Dopyt firiem:**

$$L^i = L^i(Y^i, w, r, \mathbf{P})$$

$$K^i = K^i(Y^i, w, r, \mathbf{P})$$

$$X^i_j = X^i_j(Y^i, w, r, \mathbf{P})$$

**Dopyt domácností:**

$H_j = H_j(TH, \mathbf{P})$

**Dopyt vlády:**

$G_j = G_j(TG, \mathbf{P})$

**Dopyt investícií:**

$I_j = I_j(TI, \mathbf{P})$

**Rovnice nulového zisku:**

$P_i Y^i = wL^i + rK^i + \sum_j P_j X_j^i$

$P^{TH} TH = \sum_j P_j H_j$

$P^{TG} TG = \sum_j P_j G_j$

$P^{TI} TI = \sum_j P_j I_j$

**Rovnováha na trhoch:**

$Y^j = \sum_i X_j^i + H_j + G_j + I_j + ZAS_j$

$\overline{TL} = \sum_i L^i$

$\overline{TK} = \sum_i K^i$

**Príjmy domácností:**

$M^H = \sum_i wL^i + \alpha^H \sum_i rK^i + trans_H^G$

**Príjmy vlády:**

$M^G = \alpha^G \sum_i rK^i - trans_H^G$

**Úspory:**

$M^I + \sum_j P_j ZAS_j = (1 - \beta^H) M^H + (1 - \beta^G) M^G$

**Rozpočtové ohraničenia:**

$P^{TH} TH = \beta^H M^H$

$P^{TG} TG = \beta^G M^G$

$P^{TI} TI = M^I$

**Numeraire:**

$P^{TH} = 1$

**Endogénne premenné:**

$Y^i$ - produkcia v sektore $i$

$L^i$ - dopyt po práci v sektore $i$

$K^i$ - dopyt po kapitáli v sektore $i$

$X^i_j$ - dopyt po komodite $j$ v sektore $i$

$H_j$ - dopyt po komodite $j$ v sektore domácností

$G_j$ - dopyt po komodite $j$ v sektore vlády

$I_j$ - dopyt po komodite $j$ v sektore investícií

$TH$ - celková spotreba (blahobyt) domácností

$TG$ - celková spotreba (blahobyt) vlády

$TI$ - celková spotreba (blahobyt) ivestícií

$P_j$ - cena komodity $j$

$w$ - cena práce

$r$ - cena kapitálu

$P^{TH}$ - cenová hladina spotreby sektoru domácností

$P^{TG}$ - cenová hladina spotreby sektoru vlády

$P^{TI}$ - cenová hladina spotreby sektoru investícií

$M^H$ - príjem domácností

$M^G$ - príjem vlády

$M^I$ - úspory

**Exogénne premenné:**

$\overline{TL}$ - celková ponuka práce

$\overline{TK}$ - celková zásoba kapitálu

$ZAS_j$ - zmena stavu zásob komodity $j$

$\alpha^H$ - časť celkovej zásoby kapitálu, ktorá je vlastnená domácnosťami

$\alpha^G$ - časť celkovej zásoby kapitálu, ktorá je vlastnená vládou

$\beta^H$ - sklon domácností k spotrebe (časť príjmov, ktorá je určená na spotrebu)

$\beta^G$ - sklon vlády k spotrebe (časť príjmov, ktorá je určená na spotrebu)

## 3.5 Rozšírenie jednoduchého modelu - dane, obchodné a dopravné rozpätia

### 3.5.1 Dane

I keď v reálnych ekonomikách býva veľké množstvo rôznych daní a odvodov, ktoré CGE musí patrične zohľadniť, v tejto časti sa budeme venovať iba dvom. Naším cieľom je hlavne ukázať akým spôsob dane do CGE modelu vstupujú a akým spôsobom sú modelované. V modeli budeme uvažovať spotrebné dane a odvody zamestnávateľa za zamestnancov, čiže v istom zmysle daň za prácu. Tieto dve dane reprezentujú dva charakterovo odlišné typy zdaňovania. Odvody zamestnávateľa za zamestnancov sa vzťahujú na množstvo práce a zároveň aj na jej cenu. Odvíja sa totiž od počtu jeho zamestnancov a výšky ich platu. Druhým typom dane budú spotrebné dane na tovary, ktoré platia domácnosti. Tento typ dane sa vzťahuje iba na spotrebovávané množstvo, nie na cenu. V modeli budeme nadväzovať na predchádzajúci model so sektormi domácností, vlády a investícií. Keďže v tomto modeli sú ceny, ktoré platia kupujúci iné ako ceny tých, ktorí predávajú, tieto vzťahy budú pre prehľadnosť reprezentované novými rovnicami. Cena práce, ktorú platí kupujúci produkčný sektor $w^B$ je rovná mzde $w$, ktorú dostane zamestnanec, zvýšenú o daň $t_i^L$, čo sú odvody za zamestnanca.

$$w^B = w(1 + t_i^L)$$

Je potrebné podotknúť, že v štandardnej ekonomike pre každý typ dane existuje množstvo daňových výnimiek. Nami modelovaná daň preto nevyjadruje priamu sadzbu dane, ale predstavuje súčin: sadzba dane×podiel zdaniteľnej časti na celom množstve. Veličina $t_i^L$ vyjadruje teda akúsi primernú daň na jednu jednotku práce v danom sektore. Cena komodity, ktorú platia domácnosti $P_j^H$ je cena predajcu $P_j$ zvýšená o spotrebnú daň $t_j^G$.

$$P_j^B = P_j + t_j^G$$

Kalibrácia daní v CGE tiež vychádza zo SAM matice, ktorá teraz obsahuje aj údaje o objeme jednotlivých druhov daní, ktoré sa odvedú v každom sektore. SAM matica však v prípade daní môže obsahovať aj položky typu cena×(1+daň)×množstvo alebo (cena+daň)×množstvo. Pri kalibrácii modelu je preto v takýchto prípadoch potrebné vyjadriť najprv sadzby jednotlivých daní a až potom určiť dané množstvá. Ceny sú podľa predpokladov rovné jednej, poprípade sú vypočítané podľa údajov o skutočných množstvách.

### 3.5.2 Dopravné a obchodné rozpätia

V jednoduchom modeli sme predpokladali nulové náklady na prepravu. V skutočnosti však niektoré tovary vyžadujú spotrebu iných tovarov a služieb na svoju prepravu (napríklad železničnú dopravu) a na svoj predaj a prístup k zákazníkovi (napríklad maloobchod). Cena, ktorú platí spotrebiteľ je potom proporcionálne zvýšená o tieto náklady - dopravné a obchodné rozpätia. Zároveň časť produkcie sektoru, ktorý tieto tovary a služby vyrába a poskytuje je spotrebovaná na tento účel. V našom modeli budeme uvažovať, že sektor služieb, bude poskytovať dopravné a obchodné rozpätia zvyšným dvom produkčným sektorom. Cena komodít, ktorú platia domácnosti, potom bude

$$P_j^H = P_j + t_j^G + \sum_i P_i \phi_i^j$$

kde $\phi_i^j$ je koeficient, ktorý vyjadruje množstvo komodity $i$ potrebnej na prepravu komodity $j$. V sektore služieb sú tieto koeficienty nulové. Ostatní spotrebitelia platia

$$P_j^B = P_j + \sum_i P_i \phi_i^j$$

### 3.5.3 Model

Po zapracovaní uvedených druhov daní a dopravných a obchodných rozpätí do predchádzajúceho modelu so sektorom domácností, vlády a investícií dostávame

**Cenový blok:**

$P_j^H = P_j + t_j^G + \sum_i P_i \phi_i^j$

$P_j^B = P_j + \sum_i P_i \phi_i^j$

$w^B = w(1 + t_i^L)$

**Dopyt firiem:**

$L^i = L^i(Y^i, w^B, r, \mathbf{P}^B)$

$$K^i = K^i(Y^i, w^B, r, \mathbf{P}^B)$$
$$X^i_j = X^i_j(Y^i, w^B, r, \mathbf{P}^B)$$

**Dopyt domácností:**

$$H_j = H_j(TH, \mathbf{P}^H)$$

**Dopyt vlády:**

$$G_j = G_j(TG, \mathbf{P}^B)$$

**Dopyt investícií:**

$$I_j = I_j(TI, \mathbf{P}^B)$$

**Rovnice nulového zisku:**

$$P_i Y^i = w^B L^i + rK^i + \sum_j P^B_j X^i_j$$
$$P^{TH} TH = \sum_j P^H_j H_j$$
$$P^{TG} TG = \sum_j P^B_j G_j$$
$$P^{TI} TI = \sum_j P^B_j I_j$$

**Rovnováha na trhoch:**

$$Y^j = \sum_i X^i_j + H_j + G_j + I_j + ZAS_j + TRM_j$$
$$\overline{TL} = \sum_i L^i$$
$$\overline{TK} = \sum_i K^i$$

**Rovnováha na trhoch:**

$$TRM_j = \sum_i \phi^j_i Y^i$$

**Príjmy domácností:**

$$M^H = \sum_i wL^i + \alpha^H \sum_i rK^i + trans^G_H$$

**Príjmy vlády:**

$$M^G = \alpha^G \sum_i rK^i - trans^G_H + \sum_i wL^i t^L_i + \sum_j H_j t^G_j$$

**Úspory:**

$$M^I + \sum_j P^B_j ZAS_j = (1 - \beta^H) M^H + (1 - \beta^G) M^G$$

**Rozpočtové ohraničenia:**

$P^{TH}TH = \beta^H M^H$

$P^{TG}TG = \beta^G M^G$

$P^{TI}TI = M^I$

**Numeraire:**

$P^{TH} = 1$

**Endogénne premenné:**

$Y^i$ - produkcia v sektore $i$

$L^i$ - dopyt po práci v sektore $i$

$K^i$ - dopyt po kapitáli v sektore $i$

$X_j^i$ - dopyt po komodite $j$ v sektore $i$

$H_j$ - dopyt po komodite $j$ v sektore domácností

$G_j$ - dopyt po komodite $j$ v sektore vlády

$I_j$ - dopyt po komodite $j$ v sektore investícií

$TRM_j$ - množstvo kmomodity $j$ pre dopavné a obchodné rozpätia

$TH$ - celková spotreba (blahobyt) domácností

$TG$ - celková spotreba (blahobyt) vlády

$TI$ - celková spotreba (blahobyt) ivestícií

$P_j$ - cena komodity $j$

$w$ - cena práce

$r$ - cena kapitálu

$P^{TH}$ - cenová hladina spotreby sektoru domácností

$P^{TG}$ - cenová hladina spotreby sektoru vlády

$P^{TI}$ - cenová hladina spotreby sektoru investícií

$M^H$ - príjem domácností

$M^G$ - príjem vlády

$M^I$ - úspory

**Exogénne premenné:**

$\overline{TL}$ - celková ponuka práce

$\overline{TK}$ - celková zásoba kapitálu

$ZAS_j$ - zmena stavu zásob komodity $j$

$\alpha^H$ - časť celkovej zásoby kapitálu, ktorá je vlastnená domácnosťami

$\alpha^G$ - časť celkovej zásoby kapitálu, ktorá je vlastnená vládou

$\beta^H$ - sklon domácností k spotrebe (časť príjmov, ktorá je určená na spotrebu)

$\beta^G$ - sklon vlády k spotrebe (časť príjmov, ktorá je určená na spotrebu)

## 3.6 Rozšírenie jednoduchého modelu - zahraničie

### 3.6.1 Import

V tejto časti rozšírime náš jednoduchý CGE model o vzťahy so zahraničím. Zahraničný obchod býva v CGE modelovaný rôznymi spôsobmi. Azda najrozšírenejším je Armingtonov prístup. V otvorenej ekonomike je ponuka tovarov na domácom trhu zložená z tovarov, ktoré pochádzajú z domácej produkcie a z importu. Podľa Armingtonovho konceptu majú domáce a zahraničné tovary rozličný charakter a preto možnosť ich substitúcie na základe ich cien je obmedzená. Celková ponuka danej komodity na domácom trhu je modelovaná ako CES funkcia celkového množstva dovezenej komodity a komodity, ktorá pochádza z domácej produkcie. Domáci spotrebiteľ sa zároveň snaží minimalizovať svoje náklady z nakúpených domácich a dovezených tovarov vzhľadom na ich ceny. Predpokladáme, že naša uvažovaná ekonomika je vo svetovom meradle príliš malá na to, aby úrovňou svojej produkcie mohla ovplyvniť svetové ceny. Z tohto dôvodu sú tieto ceny pre model dané exogénne. Podobne ako ostatné ceny v modeli ich položíme rovné jednej. Od svetových cien sa potom cez výmenný kurz odvíjajú ceny importovaných tovarov v domácej mene. Domáci spotrebiteľ v našom modeli rieši úlohu

$$min P_j DP_j + P_j^{IM} IM_j$$
$$DS_j = \gamma_j(\alpha_j DP_j^{\varrho_j} + (1-\alpha_j) IM_j^{\varrho_j})^{\frac{1}{\varrho_j}}$$
$$P_j^{IM} = P_j^{World} ER$$

kde $DS_j$ je celková ponuka komodity $j$ na domácom trhu, $DP_j$ je časť domácej produkcie, ktorá je určená pre domáci trh a $IM_j$ je importované množstvo. $P_j^{IM}$ sú ceny importu, $P_j^{World}$ sú svetové ceny a $ER$ je výmenný kurz.

### 3.6.2 Export

Podobným spôsobom je modelovaný export. Podľa Armingtonovho prístupu sa domáci výrobca rozhoduje aké množstvo výroby bude predávať na domácom trhu a aké množstvo vyvezie do zahraničia. Kritériom pri tomto výbere je snaha maximalizovať jeho zisk na základe domácich a svetových cien. Znovu je tu zachovaná špecifickosť obidvoch trhov, substitúcia medzi nimi je obmedzená. Rozdelenie výroby na export a na výrobu pre domáci trh je charakterizované pomocou CET funkcie. Predpis CET funkcie je identický s tvarom CES funkcie, rozdiel je iba v hodnote parametra $\varrho_j$ (viď prílohu). V našom modeli teda domáci produkčný sektor rieši problém

$$
\begin{aligned}
&maxP_jDP_j + P_j^{EX}EX_j \\
&\quad Y^i = \gamma_i(\alpha_i DP_i^{\varrho_i} + (1-\alpha_i)EX_i^{\varrho_i})^{\frac{1}{\varrho_i}} \\
&\quad P_i^{EX} = P_i^{World}ER
\end{aligned}
$$

kde $Y^i$ je celková domáca produkcia komodity $i$, $DP_i$ je časť domácej produkcie, ktorá je určená pre domáci trh, $EX_i$ je exportované množstvo a $P_i^{EX}$ sú ceny exportu.

V niektorých prípadoch je produkovaná komodita čisto exportným tovarom. Namiesto Armingtonovho konceptu je v takomto prípade vhodnejší prístup, podľa ktorého množstvo tovaru pre domáci trh chápeme ako exogénne dané a celá zvyšná časť výroby ide na export. Podobne môžeme postupovať v prípade keď úroveň produkcie niektorej komodity v domácej ekonomike je minimálna a celková ponuka tejto komodity na domácom trhu je tvorená najmä importom.

### 3.6.3 Model

V modeli ďalej uvažujeme nasledovné transféry medzi domácnosťami a zahraničím: odmeny domácich pracovníkov v zahraničí $trans_L^{World}$ a odmeny pre zahraničných pracovníkov v domácej ekonomike $trans_{World}^L$. Celkový bilančný vzťah medzi domácou ekonomikou a zahraničím je vyjadrený rovnicou pre platobnú bilanciu.

$$PB = \sum_j P_j^{IM} IM_j + trans_{World}^{L} ER - \sum_j P_j^{EX} EX_j - trans_L^{World} ER$$

kde $PB$ je deficit bežného účtu platobnej bilancie (záporné hodnoty $PB$ znamenajú prebytok). Keďže v modeli pribudlo o jednu viac premenných ako rovníc, niektorú z veličín $ER$ a $PB$ budeme považovať za exogénnu, čiže ju zafixujeme na počiatočnej hodnote. V našom modeli sme zafixovali výmenný kurz. Model má potom tvar

**Cenový blok:**

$$P_i^{EX} = P_i^{World} ER$$
$$P_i^{IM} = P_i^{World} ER$$

**Dopyt firiem:**

$$L^i = L^i(Y^i, w, r, \mathbf{P}^{DS})$$
$$K^i = K^i(Y^i, w, r, \mathbf{P}^{DS})$$
$$X_j^i = X_j^i(Y^i, w, r, \mathbf{P}^{DS})$$

**Dopyt domácností:**

$$H_j = H_j(M, \mathbf{P}^{DS})$$

**Import:**

$$DP_j = DP_j(DS_j, P_j, P_j^{IM})$$
$$IM_j = IM_j(DS_j, P_j, P_j^{IM})$$

**Export:**

$$DP_i = DP_i(Y_i, P_i, P_i^{EX})$$
$$EX_i = EX_i(Y_i, P_i, P_i^{EX})$$

**Rovnice nulového zisku:**

$$P_i DP_i + P_i^{EX} EX_i = wL^i + rK^i + \sum_j P_j X_j^i$$
$$P_j^{DS} DS_j = P_j^{IM} IM_j + P_j DP_j$$

**Rovnováha na trhoch:**

$DS^j = \sum_i X_j^i + H_j$

$\overline{TL} + trans_{World}^L = \sum_i L^i + trans_L^{World}$

$\overline{TK} = \sum_i K^i$

**Príjmy domácností:**

$M = \sum_i wL^i + \sum_i rK^i + trans_L^{World} ER + PB$

**Platobná bilancia:**

$PB = \sum_j P_j^{IM} IM_j + trans_{World}^L ER - \sum_j P_j^{EX} EX_j - trans_L^{World} ER$

**Numeraire:**

$w = \overline{w}$

**Endogénne premenné:**

$Y^i$ - produkcia v sektore $i$

$L^i$ - dopyt po práci v sektore $i$

$K^i$ - dopyt po kapitáli v sektore $i$

$X_j^i$ - dopyt po komodite $j$ v sektore $i$

$H_j$ - dopyt po komodite $j$ v sektore domácností

$DS_j$ - ponuka komodity $j$ na domácom trhu

$DP_j$ - časť domácej produkcie komodity $j$ pre domáci trh

$IM_j$ - import komodity $j$

$EX_i$ - export komodity $i$

$P_j$ - cena produkovanej komodity $j$

$P_j^{DS}$ - cena komodity $j$ na domácom trhu

$P_j^{IM}$ - cena importovanej komodity $j$

$P_j^{EX}$ - cena exportovanej komodity $j$

$w$ - cena práce

$r$ - cena kapitálu

$M$ - príjem domácností

$PB$ - deficit bežného účtu platobnej bilancie

**Exogénne premenné:**

$\overline{TL}$ - celková ponuka domácej práce

$\overline{TK}$ - celková zásoba kapitálu

$ER$ - výmenný kurz

$P_i^{World}$ - svetová cena komodity $i$

$\overline{w}$ - počiatočná cena práce

## 3.7 Makroekonomické uzavretia modelu a nie neoklasické prvky

### 3.7.1 Makroekonomické predpoklady v CGE modeloch

Doteraz sme v tejto práci prezentovali iba modely postavené na čisto neoklasických predpokladoch o plnej využiteľnosti výrobných faktorov. Znamenalo to, že celkový dopyt po práci a kapitáli bol rovný ich ponuke, ktorá bola exogénne daná. V skutočnosti však existuje viacero prístupov a možností ako v modeli zabezpečiť dostatočný počet rovníc a premenných, pričom jednotlivé makroekonomické predpoklady budú rôzne a teda aj nie čisto neoklasické. Voľbu konkrétnych predpokladov, akým bol napríklad náš predpoklad o plnom využití výrobných faktorov, nazývame uzavretím modelu. V tejto časti sa budeme zaoberať rôznymi druhmi makroekonomických uzavretí v modeli vzhľadom na trh práce.

### 3.7.2 Nezamestnanosť

Vráťme sa k nášmu modelu uzavretej ekonomiky, v ktorej boli rozlíšené tri sektory konečnej spotreby - domácnosti, vláda a investície. V uvedenom modeli bol celkový dopyt po kapitáli a po práci rovný ich pevne stanovenej ponuke. V ekonomike teda v takomto prípade neexistuje nezamestnanosť. Jednotlivé produkčné sektory preto pri zvyšovaní kapacít navzájom súťažia o každého pracovníka. Objem celkových investícií v tomto modeli bol daný iba endogénne, výškou úspor. Inou možnosťou uzavretia modelu je zafixovanie výšky celkových úspor na konštatnej úrovni, a odstránenie ohraničenia z trhu práce. Rovnica rovnováhy na trhu práce $\overline{TL} = \sum_i L^i$ je tak nahradená rovnicou $\overline{TI} = \sum_j I^j$, kde $I^j$ je dopyt sektoru investícií po komodite $j$ a $\overline{TI}$ celkový objem investícií, ktorý je pre model exogénny a teda pevne daný. Takéto uzavretie modelu nazývame Keynesovským. Firmy teraz môžu vytvárať ľubovoľný dopyt po práci, pričom na každé otvorené pracovné miesto nájdu pracovníka. Nezamestnanosť potom môžeme vyjadriť ako rozdiel $TU = \overline{TS} - TL$, kde $TU$ je celková nezamestnanosť, $\overline{TS}$ reprezentuje exogénne množstvo ekonomicky aktívneho obyvateľstva a $TL$ je celkový dopyt po práci daný rovnicou $TL = \sum_i L^i$, tentokrát je však táto premenná pre model endogénna.

Ďalšou možnosťou je ponechať objem celkových investícií endogénnym a modelovať celkovú ponuku práce na základe iných premenných. Predpokladajme, že domácnosti majú úžitok nielen zo spotreby komodít, ale aj z voľného času. Ten bude v našom modeli reprezentovaný celkovou nezamestnanosťou $TU$. Sektor domácností tak bude riešiť úlohu

$$\max \mathfrak{u}(TH, TU)$$

pri dodržaní rozpočtového ohraničenia

$$P^{TH}TH = \beta^H(\sum_i wL^i + \alpha^H \sum_i rK^i + trans_H^G + trans_U^G TU)$$

kde $trans_U^G$ je príspevok od vlády pre jedného nezamestnaného.

Je potrebné podotknúť, že zatiaľ čo v predchádzajúcom uzavretí modelu bola nezamestnanosť čisto nedobrovoľná, v tomto prípade je tomu naopak. Nezamestnanosť je tu modelovaná ako ekonomické rozhodnutie sa domácností. Rozpočtové ohraničenie domácností môžeme upraviť na tvar

$$TU = \frac{1}{trans_U^G}(\frac{P^{TH}}{\beta^H}TH - \sum_i wL^i - \alpha^H \sum_i rK^i - trans_H^G)$$

a dosadiť do $\mathfrak{u}(TH, TU)$. V našom modeli sme uvažovali Cobb-Douglasovu funkciu užitočnosti $\mathfrak{u}(TH, TU) = TH^\lambda TU^{1-\lambda}$ Podmienka prvého rádu tejto úlohy má potom tvar

$$(\lambda\frac{P^{TH}}{\beta^H} + (1-\lambda)trans_U^G)TH = \lambda(\sum_i wL^i + \alpha^H \sum_i rK^i + trans_H^G)$$

z ktorej môžeme jednoznačne vyjadriť $TH$ a dosadiť do $TU = \overline{TS} - TL$, čiže do rovnice tvaru

$$TL = \overline{TS} - \frac{1}{trans_U^G}(\frac{P^{TH}}{\beta^H}TH - \sum_i wL^i - \alpha^H \sum_i rK^i - trans_H^G)$$

Dostávame tak rovnicu pre ponuku práce

$$TL = \overline{TS} + \frac{(1-\lambda)\beta^H}{\lambda P^{TH} + (1-\lambda)\beta^H trans_U^G}(\sum_i wL^i + \alpha^H \sum_i rK^i + trans_H^G)$$

Neznámy parameter $\lambda$ potrebný na nakalibrovanie uvedenej funkcie sme získali z podmienky prvého rádu, keďže na začiatku poznáme hodnoty všetkých premenných z údajov v SAM matici, poprípade z iných zdrojov (napríklad údaj o ekonomicky aktívnom obyvateľstve).

### 3.7.3 Model

V modeli nám pribudli dve rovnice a dve premenné $TL$ a $TU$. Namiesto našej rovnice pre ponuku práce môžeme do modelu zapracovať aj akúkoľvek ekonometricky získanú alebo empiricky preukázanú rovnicu, ktorá obsahuje niektoré z premnných $TL$, $TU$ alebo $w$ a iné endogénne a exogénne premenné v modeli.

**Dopyt firiem:**

$$L^i = L^i(Y^i, w, r, \mathbf{P})$$
$$K^i = K^i(Y^i, w, r, \mathbf{P})$$
$$X^i_j = X^i_j(Y^i, w, r, \mathbf{P})$$

**Dopyt domácností:**

$$H_j = H_j(TH, \mathbf{P})$$

**Dopyt vlády:**

$$G_j = G_j(TG, \mathbf{P})$$

**Dopyt investícií:**

$$I_j = I_j(TI, \mathbf{P})$$

**Rovnice nulového zisku:**

$$P_i Y^i = wL^i + rK^i + \textstyle\sum_j P_j X^i_j$$
$$P^{TH} TH = \textstyle\sum_j P_j H_j$$
$$P^{TG} TG = \textstyle\sum_j P_j G_j$$
$$P^{TI} TI = \textstyle\sum_j P_j I_j$$

**Rovnováha na trhoch:**

$Y^j = \sum_i X_j^i + H_j + G_j + I_j + ZAS_j$

$\overline{TK} = \sum_i K^i$

$TL = \sum_i L^i$

$TU = \overline{TS} - TL$

**Ponuka práce:**

$TL = \overline{TS} + \frac{(1-\lambda)\beta^H}{\lambda P^{TH} + (1-\lambda)\beta^H trans_U^G}(\sum_i wL^i + \alpha^H \sum_i rK^i + trans_H^G)$

**Príjmy domácností:**

$M^H = \sum_i wL^i + \alpha^H \sum_i rK^i + trans_H^G + trans_U^G TU$

**Príjmy vlády:**

$M^G = \alpha^G \sum_i rK^i - trans_H^G - trans_U^G TU$

**Úspory:**

$M^I + \sum_j P_j ZAS_j = (1 - \beta^H)M^H + (1 - \beta^G)M^G$

**Rozpočtové ohraničenia:**

$P^{TH} * TH = \beta^H M^H$

$P^{TG} TG = \beta^G M^G$

$P^{TI} TI = M^I$

**Numeraire:**

$P^{TH} = 1$

**Endogénne premenné:**

$Y^i$ - produkcia v sektore $i$

$L^i$ - dopyt po práci v sektore $i$

$K^i$ - dopyt po kapitáli v sektore $i$

$X_j^i$ - dopyt po komodite $j$ v sektore $i$

$H_j$ - dopyt po komodite $j$ v sektore domácností

$G_j$ - dopyt po komodite $j$ v sektore vlády

$I_j$ - dopyt po komodite $j$ v sektore investícií

$TH$ - celková spotreba (blahobyt) domácností

$TG$ - celková spotreba (blahobyt) vlády

$TI$ - celková spotreba (blahobyt) ivestícií

$P_j$ - cena komodity $j$

$w$ - cena práce

$r$ - cena kapitálu

$P^{TH}$ - cenová hladina spotreby sektoru domácností

$P^{TG}$ - cenová hladina spotreby sektoru vlády

$P^{TI}$ - cenová hladina spotreby sektoru investícií

$M^H$ - príjem domácností

$M^G$ - príjem vlády

$M^I$ - úspory

$TL$ - celková zamestnanosť

$TU$ - celková nezamestnanosť

**Exogénne premenné:**

$\overline{TS}$ - celkové množstvo práce ekonomicky aktívneho obyvateľstva

$\overline{TK}$ - celková zásoba kapitálu

$ZAS_j$ - zmena stavu zásob komodity $j$

$\alpha^H$ - časť celkovej zásoby kapitálu, ktorá je vlastnená domácnosťami

$\alpha^G$ - časť celkovej zásoby kapitálu, ktorá je vlastnená vládou

$\beta^H$ - sklon domácností k spotrebe (časť príjmov, ktorá je určená na spotrebu)

$\beta^G$ - sklon vlády k spotrebe (časť príjmov, ktorá je určená na spotrebu)

$\lambda$ parameter funkcie užitočnosti pre spotrebu a voľný čas domácností

# 4 Konštrukcia dynamického CGE modelu

## 4.1 Všeobecná stavba

Na rozdiel od statickej verzie, dynamické CGE modely analyzujú stav ekonomiky vo viacerých, navzájom prepojených časových obdobiach. Jednotlivé exogénne a endogénne veličiny sa v nich vyvíjajú podľa presne stanovených vzťahov, preto nám tento typ modelov umožňuje skúmať vplyv jedného konkrétneho šoku na priebeh vývoja ekonomiky smerom do budúcnosti. Zároveň pomocou nich môžeme analyzovať šoky, ktoré nastanú vo viacerých časových obdobiach. V každom časovom období platí, že ekonomika je vo všeobecnej ekonomickej rovnováhe a teda každá firma v nej dosahuje maximálny zisk vzhľadom na ceny, každý spotrebiteľ má maximálny úžitok vzhľadom na svoje rozpočtové ohraničenie a všetky trhy sú v rovnováhe. Pomocou modelu potom môžeme porovnávať rozdielny vývoj jednotlivých ekonomických veličín po a bez prítomnosti vonkajšieho zásahu. V každom časovom období teda vypočítame percentuálnu odchýlku konkrétnej endogénnej premennej od hodnoty, ktorú by nadobudla, keby sa v ekonomike nevyskytli žiadne šoky.

Je potrebné podotknúť, že po každom šoku nastane návrat ekonomiky do stavu všeobecnej rovnováhy v priebehu jedného obdobia. Dynamické CGE modely nám preto odzrkadľujú aký druh všeobecnej rovnováhy konkrétny zásah do ekonomiky generuje a aký by bol nasledujúci vývoj, ktorý by vyplýval z novej alokácie zdrojov v ekonomike. Porovnávanie výsledkov modelu s kokrétnymi údajmi preto podobne ako v prípade statických CGE modelov nie je možné. Kalibrácia dynamických CGE modelov je znovu založená na údajoch, ktoré sú obsiahnuté v SAM matici za jedno (počiatočné) časové obdobie. V tomto prípade sú však modely oveľa viac odkázané na rôzne druhy parametrov a koeficientov, ktoré v SAM matici zachytené nie sú. Jedná sa hlavne o časový vývoj niektorých exogénnych veličín (napríklad údaje o časovej štruktúre ponuky pracovných síl, technologickom pokroku, časovom vývoji úrokových mier, ak sú tieto pre model exogénne).

## 4.2 Rekurzívno-dynamický CGE model

### 4.2.1 Predpoklady modelu

Existuje viacero spôsobov ako môžeme modelovať správanie sa jednotlivých producentov a spotrebiteľov v čase. V rekurzívno-dynamických CGE modeloch predpokladáme, že každý subjekt v ekonomike nevie predpovedať čo nastane v nasledujúcom období a preto sa rozhoduje iba na základe prítomnosti.[4] Maximalizuje teda zisk alebo užitočnosť len v rámci daného časového obdobia. Po technickej stránke je model tvorený postupnosťou statických CGE modelov, ktoré sa odlišujú iba v exogénnych veličinách. Pre časový vývoj jednotlivých exogénnych premenných a parametrov tu môžu nastať iba dve možnosti.

- hodnota exogénnej veličiny vôbec nezávisí od endogénnych premenných. Môžeme napríklad predpokladať, že celkové množstvo exogénne daného práceschopného obyvateľstva sa v každom čase zvýši o 2 percentá.
- hodnota veličiny, ktorá je exogénna pre konkrétny statický CGE model v danom časovom období závisí od rôznych exogénnych a aj endogénnych premenných z predchádzajúceho obdobia. Napríklad nová exogénna celková zásoba kapitálu je určená kapitálom z pradchádzajúceho obdobia a celkovým množstvom endogénne vypočítaných investícií.

Riešenie rekurzívno-dynamického CGE modelu potom prebieha nasledovne. Najprv vypočítanme statický CGE model v počiatočnom období (bez vonkajších zásahov do ekonomiky), pričom jednotlivé exogénne veličiny už máme dané z kalibrácie modelu. Potom na základe výsledkov vypočítame exogénne premenné do nasledujúceho obdobia. Riešime CGE model s novými exogénnymi veličinami a podľa jeho výsledkov určíme nové hodnoty exogénnych premenných. Po zavedení šoku v ekonomike postup zopakujeme.

### 4.2.2 Spotrebiteľ

Pre jednoduchosť budeme predpokladať rovnaký druh ekonomiky aký bol v prvom modeli s výnimkou niektorých predpokladov. V tomto prípade už domácnosti nepoužijú všetky svoje príjmy na spotrebu, ale časť z nich si odložia do nasledujúceho obdobia. V našom modeli budeme predpokladať, že konštatná časť príjmov je určená na spotrebu a zvyšná časť sa usporí, čiže investuje. Keďže ekonomika je uzavretá a pozostáva iba z firiem a domácností, celkový objem týchto investícií je umiestnený do domácich firiem.

### 4.2.3 Produkcia

Rovnako ako v jednoduchom statickom modeli, aj tu predpokladáme, že náklady na jednotku kapitálu sú v každom sektore rovnaké. V modeli je v každom

[4] Aplikáciu rekurzívno-dynamického CGE modelu je možné nájsť v [1] a [5]

výrobnom procese časť kapitálu opotrebovaná a teda kapitál postupne stráca svoju hodnotu. Miera opotrebovania je pre každý sektor rovnaká. Vo všeobecnosti môžeme tiež modelovať špecifické miery opotrebovania pre každý sektor zvlášť. Zároveň môžeme do modelu zapracovať akési očakávania smerom do budúcnosti, čo sa týka výnosov v jednotlivých sektoroch. Vzhľadom na vylúčenie možnosti arbitráže však rôzne výnosy musia zodpovedať rôznej rizikovosti. Investície do konkrétnych produkčných sektorov budú potom závisieť na týchto veličinách. V závislosti od týchto investícií a od miery opotrebovania sa potom budú vyvíjať jednotlivé množstvá kapitálu v konkrétnej produkcii, pričom pre model budú exogénne. V našom modeli však pre jednoduché znázornenie princípu rekurzívnej dynamiky predpokladáme, že celkový objem investícií zvyšuje celkovú zásobu kapitálu a tá je potom alokovaná podľa dopytu po kapitáli v jednotlivých firmách. Dostaneme tak vzťah

$$\overline{TK}_{t+1} = (1-\delta)\overline{TK}_t + TI_t$$

kde $t = 1, ..., T$ je index označujúci časové obdobia, $\overline{TK}_t$ je celková zásoba kapitálu v čase $t$, $\delta$ je miera opotrebovania a $TI(t)$ sú celkové investície v čase $t$. Ďalej predpokladáme, že celková ponuka práce rastie konštatným tempom $c$, čím dostávame rovnicu

$$\overline{TL}_{t+1} = (1+c)\overline{TL}_t$$

Pre jednoduchosť predpokladáme, že ostatné exogénne parametre sú v čase konštatné. Pre možnosť porovnania modelu s nasledujúcim sme ďalej uvažovali, že vstupy do každej produkcie tvorí iba ľudská práca a kapitál.

### 4.2.4 Model

Dopyt domácností a dopyt po investičných statkoch sme modelovali pomocou fiktívneho produkčného sektoru. V tých rovniciach, ktoré vyjadrujú zmeny iba v rámci jedného časového obdobia sme pre prehľadnosť v modeli vypustili časovú premennú $t$. Z rovnakých dôvodov sme časovú premennú vynechali aj pri definovaní premenných. Po zohľadnení príslušných predpokladov z jednoduchého modelu sme dostali model, ktorý má nasledovný tvar

**Dopyt firiem v čase t:**

$$L^i = L^i(Y^i, w, r)$$
$$K^i = K^i(Y^i, w, r)$$

**Dopyt domácností v čase t:**

$$H_j = H_j(TH, \mathbf{P})$$

**Dopyt investícií v čase t:**

$$I_j = I_j(TI, \mathbf{P})$$

**Rovnice nulového zisku v čase t:**

$$P_i Y^i = wL^i + rK^i$$

$$P^{TH} TH = \sum_j P_j H_j$$

$$P^{TI} TI = \sum_j P_j I_j$$

**Rovnováha na trhoch v čase t:**

$$Y^j = H_j + I_j$$

$$\overline{TL} = \sum_i L^i$$

$$\overline{TK} = \sum_i K^i$$

**Príjmy domácností v čase t:**

$$M^H = \sum_i wL^i + \sum_i rK^i$$

**Úspory v čase t:**

$$M^I = (1 - \beta^H) M^H$$

**Rozpočtové ohraničenia v čase t:**

$$P^{TH} TH = \beta^H M^H$$

$$P^{TI} TI = M^I$$

**Akumulácia kapitálu:**

$$\overline{TK}_{t+1} = (1 - \delta)\overline{TK}_t + TI_t$$

**Rast ponuky práce:**

$$\overline{TL}_{t+1} = (1 + c)\overline{TL}_t$$

**Počiatočné podmienky:**

$$\overline{TK}_1 = \overline{TK1}$$

$$\overline{TL}_1 = \overline{TL1}$$

**Numeraire:**

$P_t^{TH} = 1$

**Endogénne premenné:**

$Y^i$ - produkcia v sektore $i$

$L^i$ - dopyt po práci v sektore $i$

$K^i$ - dopyt po kapitáli v sektore $i$

$H_j$ - dopyt po komodite $j$ v sektore domácností

$I_j$ - dopyt po komodite $j$ v sektore investícií

$TH$ - celková spotreba (blahobyt) domácností

$TI$ - celková spotreba (blahobyt) ivestícií

$P_j$ - cena komodity $j$

$w$ - cena práce

$r$ - cena kapitálu

$P^{TH}$ - cenová hladina spotreby sektoru domácností

$P^{TI}$ - cenová hladina spotreby sektoru investícií

$M^H$ - príjem domácností

$M^I$ - úspory

**Exogénne premenné:**

$\overline{TL}$ - celková ponuka práce

$\overline{TK}$ - celková zásoba kapitálu

$\overline{TL1}$ - počiatočná celková ponuka práce

$\overline{TK1}$ - počiatočná celková zásoba kapitálu

$\beta^H$ - sklon domácností k spotrebe (časť príjmov, ktorá je určená na spotrebu)

## 4.3 Dynamika producenta

### 4.3.1 Optimálne investície

Jednou z nevýhod rekurzívno-dynamického modelu je to, že firma maximalizuje svoj zisk iba v rámci jedného časového obdobia a teda môže robiť neoptimálne investičné rozhodnutia, ktoré ovplyvnia jej zisk v nasledujúcom období.[5] Celkové investície sa iba prispôsobujú celkovým úsporám jednotlivých subjektov, pričom tie sú určené na základe rozhodnutia, ktoré abstrahuje od budúceho vývoja. V našom prípade to bol konštatný sklon k spotrebe a k úsporám domácností. V tejto časti si predstavíme alternatívny prístup, kedy výška investícií do každého sektoru priamo vychádza z očakávaní budúcich ziskov.

Predpokladáme rovnaký druh ekonomiky ako v predchádzajúcom modeli. Každá firma v ekonomike je vlastnená domácnosťami, pričom každý jej vlastník dostáva odmenu v podobe dividend. Investovanie do domácich firiem je jediné možné aktívum v ekonomike. Domácnosti tak nemôžu investovať napríklad do vládnych dlhopisov alebo zahraničných aktív. Každý sektor produkuje množstvo výstupu na základe produkčnej funkcie, ktorá je funkciou práce a kapitálu $Y^i = \mathfrak{f}^i(L^i, K^i)$. Predpokladáme, že firmy majú dokonalú informáciu o budúcom vývoji ekonomiky a snažia sa určiť optimálne množstvá práce a investícií v jednotlivých obdobiach tak, aby maximalizovali svoju hodnotu. Hodnota firmy je definovaná ako súčasná hodnota všetkých vyplatených dividend. Investície v jednom časovom období určia množstvo kapitálu a tým aj produkciu v nasledujúcom období. Každý produkčný sektor teda rieši úlohu

$$max \sum_{t=1}^{\infty} R_t div_t^i$$

za podmienky

$$K_{t+1}^i = (1 - \delta_i)K_t^i + Ins_t^i$$

kde výraz $R_t = (\frac{1}{1+r})^{t-1}$ je diskontný faktor, $r$ je daná úroková miera, ktorá je konštatntá v čase. Dividenda $div_t^i$ tvorí rozdiel výnosu firmy z predaja výrobkov a nákladov na prácu a investície, čiže

$$div_t^i = P_{it}Y_t^i - w_t L_t^i - C(Ins_t^i)$$

kde $Ins_t^i$ sú investície do sektoru $i$ v čase $t$ a $C(Ins_t^i)$ sú náklady, ktoré sú s nimi spojené. V predchádzajúcom modeli sme nepriamo predpokladali, že investičné náklady sú lineárne, čiže v tvare $P_t^{TI} Ins_t^i$. Takýmto spôsobom potom

[5] V tejto podkapitole vychádzame z [2] a [4]

napríklad aj 10-násobné zvýšenie spotreby investičných statkov sa plne prejaví v zásobe kapitálu v budúcom období. Za takýchto predpokladov sú firmy v priebehu jedného obdobia schopné zapracovať do výroby akékoľvek množstvo investícií a dosiahnu želateľné množstvo kapitálu. Z tohto dôvodu sú realite bližšie také náklady, ktoré každú jednotku nových investícií robia drahšou v porovnaní z predchádzajúcou. Náklady spojené so zvýšením kapitálovej zásoby investičnými statkami v kúpnej hodnote $P^{TI}Ins$ sú zvýšené o takzvané prispôsobovacie náklady, ktoré sú štandardne uvažované v tvare

$$P_t^{TI}\phi_i\frac{(Ins_t^i)^2}{K_t^i}$$

kde $\phi_i$ je parameter, ktorý je špecifický pre každý sektor. Náklady na investície teraz majú tvar

$$C(Ins_t^i) = P_t^{TI}Ins_t^i + P_t^{TI}\phi_i\frac{(Ins_t^i)^2}{K_t^i}$$

Z teórie optimálneho riadenia vyplýva, že optimálne riešenie úlohy produkčného sektoru je zároveň aj stacionárnym bodom Hamiltonovej funkcie

$$H(L_t^i, Ins_t^i, K_t^i, \lambda_t^i) = \sum_{t=1}^{\infty} R_t[P_{it}Y_t^i - w_tL_t^i - P_t^{TI}Ins_t^i - P_t^{TI}\phi_i\frac{(Ins_t^i)^2}{K_t^i}$$

$$-\lambda_t^i(K_{t+1}^i - (1-\delta_i)K_t^i - Ins_t^i)]$$

kde $\lambda_t^i$ sú Lagrangeove multiplikátory, ktoré odzrkadľujú tieňovú cenu kapitálu. Nutné podmienky optimality preto majú tvar

$$\frac{\partial H}{\partial L_t^i} = R_t(P_{it}\frac{\partial \mathfrak{f}^i}{\partial L_t^i} - w_t) = 0$$

$$\frac{\partial H}{\partial Ins_t^i} = R_t(-P_t^{TI} - 2P_t^{TI}\phi_i\frac{(Ins_t^i)}{K_t^i} + \lambda_t^i) = 0$$

$$\frac{\partial H}{\partial K_t^i} = -R_{t-1}\lambda_{t-1}^i + R_t(P_{it}\frac{\partial \mathfrak{f}^i}{\partial K_t^i} + P_t^{TI}\phi_i\frac{(Ins_t^i)^2}{(K_t^i)^2} + (1-\delta)\lambda_t^i) = 0$$

$$\frac{\partial H}{\partial \lambda_t^i} = -R_t(K_{t+1}^i - (1-\delta_i)K_t^i - Ins_t^i) = 0$$

Z uvedených nutných podmienok optimality po príslušných úpravách dostávame nasledovné rovnice.

Rovnica pre marginálnu produktivitu práce

$$P_{it}\frac{\partial \mathfrak{f}^i}{\partial L_t^i} = w_t$$

Rovnica pre tieňovú cenu kapitálu

$$\lambda_t^i = P_t^{TI} + 2P_t^{TI}\phi_i\frac{(Ins_t^i)}{K_t^i}$$

Rovnica pre marginálnu produktivitu kapitálu

$$(1+r)\lambda_{t-1}^i = P_{it}\frac{\partial \mathfrak{f}^i}{\partial K_t^i} + P_t^{TI}\phi_i\frac{(Ins_t^i)^2}{(K_t^i)^2} + (1-\delta_i)\lambda_t^i$$

Rovnica pre akumuláciu kapitálu

$$K_{t+1}^i = (1-\delta)K_t^i + Ins_t^i$$

Keďže model nie je možné riešiť na nekonečne dlhom časovom horizonte, predpokladáme, že v určitom čase $T$ ekonomika dospeje do ustáleného rovnovážneho stavu, kedy ďalší rast kapitálovej zásoby každej firmy je konštatný, čiže platí

$$K_{t+1}^i = (1+c)K_t^i \quad \text{pre} \quad t \geq T$$

kde $c$ je miera rovnovážneho rastu. Využitím rovnice pre akumuláciu kapitálu potom dostávame koncovú podmienku v tvare

$$(c+\delta)K_T^i = Ins_T^i$$

Zároveň predpokladáme, že počiatočné množstvá kapitálu sú nám známe, čím dostávame podmienku

$$K_1^i = \overline{K}^i$$

Nákup konkrétnych investičných statkov je tu opäť riešený pomocou fiktívneho produkčného sektoru, ktorý v každom čase nakupuje množstvá jednotlivých komodít $I_{jt}$ na základe funkcie užitočnosti a ich agregát $TI_t$ potom predáva firmám za cenu $P_t^{TI}$. Keďže v rovnováhe musí platiť rovnosť ponuky a dopytu, celková hodnota agregátu je rovná súčtu investičných nákladov v sektoroch

$$P_t^{TI}TI_t = \sum_i P_t^{TI}Ins_t^i + P_t^{TI}\phi_i\frac{(Ins_t^i)^2}{K_t^i}$$

### 4.3.2 Kalibrácia

Kalibrácia takéhoto typu CGE modelov je netriviálna. Okrem údajov zo SAM matice vyžaduje totiž aby sme poznali aj konkrétne množstvá kapitálu v jednotlivých sektoroch, ako aj hodnoty parametrov $\delta_i, r, c, \phi_i$. Pri kalibrácii predpokladáme, že ekonomika je v ustálenom stave. Je potrebné zdôrazniť, že parametre produkčných funkií sa teraz nepočítajú rovnakým spôsobom ako v predchádzajúcich modeloch. Rozdiel je v kalibrácii parametra, ktorý v produkčnej funkcii vyjadruje podiel kapitálu na výrobe (naše $\alpha_K$ v Cobb-Douglasovej produkčnej funkcii). Využitím rovnice pre tieňovú cenu kapitálu a pre marginálnu hodnotu kapitálu potom môžeme nakalibrovať konkrétnu hodnotu tohto parametra (pričom $\lambda_t^i = \lambda_{t-1}^i$, lebo ekonomika je v ustálenom stave).

### 4.3.3 Model

Keďže v ekonomike okrem investovania do domácich firiem neexistujú ďalšie investičné možnosti, domácnosti všetky svoje zvyšné príjmy použijú na spotrebu. V modeli znovu predpokladáme že celková ponuka práce rastie koštatným tempom $c$. Taktiež sme v zápise znovu vynechali časový index v tých rovniciach, ktoré sa týkajú iba jedného obdobia. Dostávame tak model, ktorý má nasledovný tvar

**Domácnosti:**

$$H_j = H_j(TH, \mathbf{P})$$

$$P^{TH}TH = \sum_j P_j H_j$$

$$P^{TH}TH = M^H$$

$$M^H = \sum_i wL^i + \sum_i div^i$$

**Investície:**

$$I_j = I_j(TI, \mathbf{P})$$

$$P^{TI}TI = \sum_j P_j I_j$$

$$P_t^{TI}TI_t = \sum_i P^{TI}Ins^i + P_t^{TI}\phi_i \frac{(Ins^i)^2}{K^i}$$

**Rovnováha na trhoch:**

$$Y^j = H_j + I_j$$

$$\overline{TL} = \sum_i L^i$$

**Firmy:**

$Y^i = \mathfrak{f}^i(L^i, K^i)$

$div^i = P_i Y^i - wL^i - P^{TI} Ins^i - P^{TI}\phi_i \frac{(Ins^i)^2}{K^i}$

$P_i \frac{\partial \mathfrak{f}^i}{\partial L^i} = w$

$\lambda^i = P^{TI} + 2P^{TI}\phi_i \frac{(Ins^i)}{K^i}$

**Dynamika:**

$\overline{TL}_{t+1} = (1+c)\overline{TL}_t$

$\overline{TL}_1 = \overline{TL1}$

$(1+r)\lambda^i_{t-1} = P_{it}\frac{\partial \mathfrak{f}^i}{\partial K^i_t} + P^{TI}_t \phi_i \frac{(Ins^i_t)^2}{(K^i_t)^2} + (1-\delta_i)\lambda^i_t$

$K^i_{t+1} = (1-\delta)K^i_t + Ins^i_t$

$(c+\delta)K^i_T = Ins^i_T$

$K^i_1 = \overline{K}^i$

**Numeraire:**

$P^{TH}_t = 1$

**Endogénne premenné:**

$Y^i$ - produkcia v sektore $i$

$L^i$ - dopyt po práci v sektore $i$

$K^i$ - dopyt po kapitáli v sektore $i$

$H_j$ - dopyt po komodite $j$ v sektore domácností

$I_j$ - dopyt po komodite $j$ v sektore investícií

$TH$ - celková spotreba (blahobyt) domácností

$TI$ - celková spotreba (blahobyt) ivestícií

$P_j$ - cena komodity $j$

$w$ - cena práce

$P^{TH}$ - cenová hladina spotreby sektoru domácností

$P^{TI}$ - cenová hladina spotreby sektoru investícií

$M^H$ - príjem domácností

$div^i$ - dividenda v sektore $i$

$Ins^i$ - invest9cie do sektoru $i$

$\lambda^i$ - tieňová cena kapitálu v sektore $i$

**Exogénne premenné:**

$\overline{TL}$ - celková ponuka práce

$\overline{TL1}$ - počiatočná celková ponuka práce

$\overline{K}^i$ - počiatočná zásoba kapitálu v sektore $i$

## 4.4 Dynamika spotrebiteľa

### 4.4.1 Optimálna spotreba

Podobne ako v prípade firmy, aj spotrebiteľove správanie môžeme modelovať pomocou jeho racionálnych očakávaní.[6] V predchádzajúcom modeli sme nepriamo predpokladali, že spotrebitelia (domácnosti) prispôsobujú svoje úspory investičným želaniam firiem. Každá firma bola totiž vlastnená domácnosťami, čiže všetky investičné náklady boli nimi financované. Zvyšnú časť príjmov domácnosti použili na spotrebu. Takýto prístup je už nedostačujúci v prípade, keď v ekonomike existujú aj iné investičné možnosti, napríklad nákup zahraničných aktív.
Použitie všetkých zvyšných príjmov iba na spotrebu nezohľadňuje možný rast (resp. pokles) príjmov a teda aj spotreby domácností v nasledujúcom období. V reálnom svete je však pre spotrebiteľov chrakteristické, že sa snažia predchádzať veľkým záporným výkývom v ich spotrebe, čiže majú tendenciu "zhladzovať" svoju spotrebu v čase. V tejto časti sa budeme snažiť do dynamického CGE modelu zapracovať práve túto skutočnosť.
Predpokladáme, že okrem domácich aktív sú k dispozícii aj zahraničné aktíva, takže okrem možnosti investovania na domácom trhu môžu spotrebitelia vkladať svoje úspory aj do nich. Predpokladáme, že domácnosti majú možnosť dokonale predvídať budúci stav ekonomiky a žijú nekonečne dlho. Domácnosti, chápeme ako rodiny a nie ako jednotlivcov, preto predpoklad o nekonečnej dĺžke života nie je nekorektný. Keďže budeme pracovať aj so sektorom zahraničia, naviažeme na model, v ktorom boli modelované práve vzťahy s týmto sektorom. Pre jednoduchosť znovu predpokladáme, že každá produkcia používa

[6] V tejto podkapitole vychádzame z [2] a [4]

iba kapitál a prácu. Zároveň z toho istého dôvodu upustíme aj od časovo-optimálneho správania sa firiem a produkciu budeme modelovať podobne ako v statických CGE modeloch. Náklady na kapitál $rK^i$, ktoré vystupujú v statických CGE modeloch sú v skutočnosti rovné súčtu dividend a nákladov spojených s opotrebovaním kapitálu, čiže $rK^i = \delta K^i + div^i$. V našom prípade sme však pre jednoduchosť uvažovali, že $\delta = 0$, náklady na kapitál tak tvoria iba vyplatené dividendy. Rozdiel medzi príjmami a spotrebou v čase $t$ tvoria celkové úspory domácností $S_t^h$, ktoré sú ivestované do zahraničných dlhopisov $B_t$. Tie v nasledujúcich obdobiach prinášajú zisk $ER_t r_t^w B_t$, kde $r_t^w$ je exogénne daná úroková miera na zahraničné dlhopisy v čase $t$ a $ER_t$ je výmenný kurz. Nové úspory zároveň navýšia objem nakúpených dlhopisov z predchádzajúcich období, čiže platí vyťah

$$B_{t+1} = B_t + S_t^h \frac{1}{ER_t}$$

Premenná $S_t^h$ vyjadrujúca množstvo úspor domácností môže byť aj záporná, potom reprezentuje zadlžovanie sa domácností poprípade predaj ich aktív. Na základe očakávaní o výške budúcich príjmov sa domácnosti snažia maximalizovať celkovú užitočnosť zo svojej spotrebu v čase, pričom čiastočne preferujú okamžitú spotrebu pred spotrebou budúcou. Sektor domácností takto rieši úlohu

$$max \sum_{t=1}^{\infty} Q_t \ln(TH_t)$$

za podmienok

$$S_t^h = \sum_i w_t L_t^i + \sum_i div_t^i + ER_t r_t^w B_t - P_t^{TH} TH_t$$

$$B_{t+1} = B_t + S_t^h \frac{1}{ER_t}$$

kde $Q_t = (\frac{1}{1+\varrho})^{t-1}$ je faktor vyjadrujúci časovú preferenciu s mierou preferovania $\varrho$ a $TH_t$ je úroveň produkcie v čase $t$. Optimálne riešenie tejto úlohy je stacionárnym bodom Hamiltonovej funkcie v tvare

$$H(TH_t, B_t, \lambda_t) = \sum_{t=1}^{\infty} Q_t[\ln(TH_t) - \lambda_t(ER_t B_{t+1} - \sum_i w_t L_t^i - \sum_i div_t^i$$

$$-ER_t(1 + r_t^w)B_t + P_t^{TH} TH_t]$$

kde $\lambda_t$ sú Lagrangeove multiplikátory. To značí, že nutné podmienky, ktoré musí spĺňať optimálne riešenie sú

$$\frac{\partial H}{\partial TH_t} = Q_t(TH_t^{-1} - \lambda_t P^{TH}) = 0$$

$$\frac{\partial H}{\partial B_t} = -Q_{t-1}\lambda_{t-1} + Q_t ER_t(1 + r_t^w)\lambda_t = 0$$

$$\frac{\partial H}{\partial \lambda_t} = -Q_t(ER_t B_{t+1} - \sum_i w_t L_t^i - \sum_i div_t^i - ER_t(1 + r_t^w)B_t + P_t^{TH} TH_t = 0$$

Tieto podmienky sú ekvivaletné rovniciam

$$TH_t^{-1} = \lambda_t P^{TH}$$

$$(1 + \varrho)\lambda_{t-1} = ER_t(1 + r_t^w)\lambda_t$$

$$ER_t B_{t+1} = \sum_i w_t L_t^i + \sum_i div_t^i + ER_t(1 + r_t^w)B_t - P_t^{TH} TH_t$$

Dosadením prvej z trojice rovníc do druhej dostávame

$$P_t^{TH} TH_t = \frac{ER_t(1 + r_t^w)}{(1 + \varrho)} P_{t-1}^{TH} TH_{t-1}$$

Úlohu opať nemôžeme riešiť na nekonečnom horizonte a preto predpokladáme, že v určitom čase $T$ sa domácnosti dostanú do rovnovážneho bodu, od ktorého ich majetok v zahraničných dlhopisoch rastie už iba konštantným tempom $c$. Pre hodnotu majetku v aktívach $B_t$ dostávame rovnicu

$$B_{t+1} = (1 + c)B_t \quad \text{pre} \quad t \geq T$$

Z toho môžeme odvodiť koncovú podmienku pre výšku úspor domácností v čase $T$

$$S_T^h = ER_t c B_T$$

Zároveň z údajov o hodnote majetku v zahraničných aktívach v čase $t = 1$ dostávame podmienku

$$B_1 = \overline{B}1$$

### 4.4.2 Model

V úlohe spotrebiteľa a s patričným zohľadnením predpokladov o type ekonomiky pre platobnú bilanciu krajiny nepriamo predpokladáme, že je v každom čase daná vzťahom

$$\sum_j P_{jt}^{IM} IM_{jt} + S_t^h = \sum_j P_{jt}^{EX} EX_{jt} + ER_t r_t^w B_t$$

V modeli sme pre prehľadnosť opäť odstránili časový index v tých rovniciach, ktoré sa týkali iba jednej periódy. Dopyt domácností po konkrétnych komoditách v danom čase bol modelovaný pomocou fiktívneho sektoru. Vzťahy zo zahraničia sme znovu charakterizovali podľa Armingtonovej koncepcie. Náš model má tak nasledovný tvar

**Cenový blok:**

$P_i^{EX} = P_i^{World} ER$

$P_i^{IM} = P_i^{World} ER$

**Dopyt firiem:**

$L^i = L^i(Y^i, w, r)$

$K^i = K^i(Y^i, w, r)$

**Import:**

$DP_j = DP_j(DS_j, P_j, P_j^{IM})$

$IM_j = IM_j(DS_j, P_j, P_j^{IM})$

**Export:**

$DP_i = DP_i(Y_i, P_i, P_i^{EX})$

$EX_i = EX_i(Y_i, P_i, P_i^{EX})$

**Rovnice nulového zisku:**

$P_i DP_i + P_i^{EX} EX_i = wL^i + rK^i$

$P_j^{DS} DS_j = P_j^{IM} IM_j + P_j DP_j$

**Rovnováha na trhoch:**

$DS^j = H_j$

$\overline{TL} = \sum_i L^i$

$\overline{TK} = \sum_i K^i$

**Platobná bilancia:**

$$\sum_j P_{jt}^{IM} IM_{jt} + S_t^h = \sum_j P_{jt}^{EX} EX_{jt} + ER_t r_t^w B_t$$

**Domácnosti:**

$$div^i = rK^i$$

$$H_j = H_j(TH, \mathbf{P})$$

$$P^{TH} TH = \sum_j P_j H_j$$

$$S_t^h = \sum_i w_t L_t^i + \sum_i div_t^i + ER_t r_t^w B_t - P_t^{TH} TH_t$$

**Dynamika:**

$$P_t^{TH} TH_t = \frac{ER_t(1+r_t^w)}{(1+\varrho)} P_{t-1}^{TH} TH_{t-1}$$

$$B_{t+1} = B_t + S_t^h \frac{1}{ER_t}$$

$$S_T^h = ER_t c B_T$$

$$B_1 = \overline{B}1$$

**Numeraire:**

$$w_t = \overline{w_t}$$

**Endogénne premenné:**

$Y^i$ - produkcia v sektore $i$

$L^i$ - dopyt po práci v sektore $i$

$K^i$ - dopyt po kapitáli v sektore $i$

$H_j$ - dopyt po komodite $j$ v sektore domácností

$DS_j$ - ponuka komodity $j$ na domácom trhu

$DP_j$ - časť domácej produkcie komodity $j$ pre domáci trh

$IM_j$ - import komodity $j$

$EX_i$ - export komodity $i$

$P_j$ - cena produkovanej komodity $j$

$P_j^{DS}$ - cena komodity $j$ na domácom trhu

$P_j^{IM}$ - cena importovanej komodity $j$

$P_j^{EX}$ - cena exportovanej komodity $j$

$w$ - cena práce

$r$ - cena kapitálu

$ER$ - výmenný kurz

$TH$ - celková spotreba (blahobyt) domácností

$P^{TH}$ - cenová hladina spotreby sektoru domácností

$S^h$ - úspory domácností

$B$ - zahraničné dlhopisy

$div^i$ - dividenda v sektore $i$

**Exogénne premenné:**

$\overline{TL}$ - celková ponuka domácej práce

$\overline{TK}$ - celková zásoba kapitálu

$P_i^{World}$ - svetová cena komodity $i$

$r$ - úrok na zahraničné dlhopisy

$\overline{B}1$ - počiatočný hodnota zahraničných aktív vlastnených domácnosťami

$\overline{w}$ - počiatočná cena práce

## 4.5 Numerické riešenie modelov - GAMS

Na numerické riešenie CGE modelov sa asi najčastejšie využíva softvérový balík GAMS (General Algebraic Modeling System), ktorý je vo všeobecnosti navrhnutý na riešenie optimalizačných úloh. GAMS pozostáva z jazykového "kompilera", ktorý slúži na formuláciu úloh a z viacerých "solverov", ktoré potom dané úlohy riešia. Jednotlivé solvery používajú na riešenie konkrétneho matematického problému rozdielne metódy a častokrát vyžadujú rozdielny zápis. Úlohy sú však v GAMS-e zadávané vo všeobecnej forme, úpravu pre potreby konkrétneho solveru už zabezpečí samotný program. Úžívateľ sa tak môže venovať stavbe svojho modelu nezávisle od metódy, ktorú potom na jeho riešenie použije. Jednotlivé modely v tejto práci boli naprogramované v demo verzii tohto programu, ktorá je volne dostupná na internetovej stránke http://www.gams.com/download. Ich zdrojový kód s popisom je uvedený v prílohe. Kedže GAMS sa používa čisto na riešenie maximalizačných alebo minimalizačných úloh, riešenie sústavy rovníc v tomto programe vyžaduje malý trik. Ako účelovú funkciu, hodnotu ktorej potom budeme buď maximalizovať alebo minimalizovať, zvolíme konštantu. Jednotlivé rovnice sú zároveň uvedené ako ohraničenia na premenné. V GAMS-e potom riešime úlohu v tvare $\max u$ za podmienok $u = 1$ a $F(x) = 0$, kde $F(x) = 0$ sú rovnice nášho CGE modelu.

# Záver

Cieľom tejto práce bolo oboznámiť čitateľa s problematikou modelov všeobecnej vypočítateľnej rovnováhy - CGE a poskytnúť mu návod na ich tvorbu. Zároveň sa text usiloval o spracovanie teórie, na základe ktorej sú tieto modely budované. Na príklade jednoduchého CGE modelu sme sa snažili prezentovať základnú štruktúru CGE modelov ako aj poukázať na spôsob ich kalibrácie. Jednoduchý model bol následne obohatený o ďalšie vlastnosti, čím sme mohli pozorovať ako sú jednotlivé vzťahy v ekonomike modelované a akým spôsobom sú zapracované do modelu. Práca obsahuje celkovo deväť CGE modelov, pričom každý z nich sa zameriava na inú oblasť ekonomiky. Jednotlivé modely sú naprogramované v prostredí GAMS, ich zdrojové kódy sú uvedené v prílohe. Uvedené modely sú z praktického hľadiska využiteľné len minimálne, ich cieľom je v jednoduchej forme čitateľovi predstaviť rôzne modelovacie techniky, ktoré sa v CGE modeloch používajú. Tento text sa tak usiluje byť akýmsi odrazovým mostíkom k stavbe už komplexnejších CGE modelov, ktoré by už boli aplikovateľné na analýzu reálnych ekonomík.

# Literatúra


- [1] BAYAR, A. - CORNELISSE, P. - HOEK, P. - MOHORA, C. (2004): Tax harmonization and public expenditures restructuring in Romania, in the process of preparation for the EU accession - A CGE modeling exercise, *EcoMod conference: Input-Output and General Equilibrium Data, Modeling, and Policy Analysis, Brussels, September 2-4,2004, working paper, www.ecomod.net/conferences/iioa2004/iioa2004_papers/mohora.pdf*

- [2] BAYAR, A. - DIAO, X. - YELDAN, A. E. (2000): An Intertemporal, Multi-region General Equilibrium Model of Agricultural Trade Liberalization in the South Mediterranean NIC‘s, Turkey and the European Union, *International Food Policy Research Institute, Washington D.C. 20006, TMD Discussion Paper No. 56*

- [3] BRUNOVSKÝ, P. : Mikroekonómia - učebné texty, *Fakulta Matematiky, Fyziky a Informatiky Univerzity Komenského v Bratislave http://www.iam.fmph.uniba.sk/skripta/brunovsky2/*

- [4] DEVARAJAN, S. - DELFIN, S. (1998): The Simplest Dynamic General-Equilibrium Model of an Open Economy, *Journal of Policy Modeling 20(6):677-714*

- [5] ĎURAŠ, J. - BAKOŠOVÁ, K. (2006): CGE model of the EU structural funds' impacts on the Slovak economy, *CERGE-EI, Praha*

- [6] ĎURAŠ, J. (2005): CGE model na vyhodnotenie dopadov NSSR - zdrojový kód v jazyku GAMS, *Ekonomický inštitút, Slovenská akadémia vied, Bratislava*

- [7] HOLMAN, R. a kol. (2001): Dějiny ekonomického myšlení, *C. H. Beck, Praha*

- [8] KOTOV, M. (2002): Modely všeobecnej ekonomickej rovnováhy, *Fakulta Matematiky, Fyziky a Informatiky Univerzity Komenského v Bratislave*

- [9] KOTOV, M. - PÁLENÍK, V. (2002): Aplikácia CGE modelu na kvantifikáciu prínosov a nákladov vstupu SR do EÚ, *Ekonomický časopis 50, č. 5, 2002, ss. 765-778*

- [10] LOFGREN, H. - HARRIS, R. L. - ROBINSON, S. (2002): A Standard Computable General Equilibrium (CGE) Model in GAMS, *International Food Policy Research Institute, Washington D.C., ISBN 0-896-29720-9*

- [11] MENKYNA, R. (2005): CGE modely a vstupno-výstupné modely, *Fakulta Matematiky, Fyziky a Informatiky Univerzity Komenského v Bratislave*

- [12] RAIHAN, S. (2004): Dynamics of Trade Liberalisation: An Inter-Temporal Computable General Equilibrium Model applied to Bangladesh, *IDPM, University of Manchester, UK*

- [13] BHATTARAI, K. R. (2003): Welfare Impacts of Equal-Yield Tax Reforms in the UK Economy, *University of Hull*

# Príloha 1 - Produkčné funkcie a funkcie užitočnosti

Majme úlohu minimalizácie nákladov firmy[7] $\min \sum_{i=1}^{n} P_i X_i$ za podmienky $Y = \gamma \mathfrak{f}(X_1, ..., X_n)$, kde $i = 1, ..., n$ je index označujúci vstupy, $X_i$ sú vstupy do produkcie, $Y$ je výstup a $P_i$ sú ceny. Riešením tejto úlohy je podmienená dopytová funkcia $\hat{X}_i(Y, P_1, ..., P_n)$

**Leontieffova produkčná funkcia** Všeobecný tvar Leontieffovej produkčnej funkcie je

$$Y = \gamma \min(\frac{X_1}{\alpha_1}, ..., \frac{X_1}{\alpha_n})$$

kde $\sum_{i=1}^{n} \alpha_i = 1$

jej elasticita substitúcie $\sigma$ je rovná 0

Podmienený dopyt, ktorý je od nej odvodený má tvar

$$\hat{X}_j = \frac{\alpha_j}{\gamma} Y$$

kde $j = 1, ..., n$

**Cobb-Douglasova produkčná funkcia** Všeobecný tvar Cobb-Douglasovej produkčnej funkcie je

$$Y = \gamma \prod_{i=1}^{n} X_i^{\alpha_i}$$

kde $\sum_{i=1}^{n} \alpha_i = 1$ a $\gamma \geq 0$

jej elasticita substitúcie $\sigma$ je rovná 1

Podmienený dopyt, ktorý je od nej odvodený má tvar

$$\hat{X}_j = \frac{Y \alpha_j}{\gamma P_j} \prod_{i=1}^{n} (\frac{P_i}{\alpha_i})^{\alpha_i}$$

**CES produkčná funkcia (Constant Elasticity of Substitution)**

$$Y = \gamma (\sum_{i=1}^{n} \alpha_i X_i^{\varrho})^{\frac{1}{\varrho}}$$

kde $\sum_{i=1}^{n} \alpha_i = 1$ a $\gamma \geq 0$

jej elasticita substitúcie je rovná $\sigma = \frac{1}{1-\varrho}$. Na základe axiom technologickej množiny výplýva, že produkčná funkcia musí byť konkávna a preto pre parameter platí $\varrho \leq 1$ a zároveň $\varrho \neq 0$.

Podmienený dopyt, ktorý je od nej odvodený má tvar

$$\hat{X}_j = \frac{Y}{\gamma} (\frac{P_j}{\alpha_j})^{\frac{1}{\varrho - 1}} (\sum_{i=1}^{n} \alpha_i (\frac{\alpha_i}{P_i})^{\frac{\varrho}{\varrho - 1}})^{-\frac{1}{\varrho}}$$

[7] V prílohe vychádzame z [11]

**CET produkčná funkcia (Constant Elasticity of Transformation)** má rovnaký predpis ako CES funkcia, rozdiel je len v parametri $\varrho$, ktorý musí spĹňať $\varrho \geq 1$. CET funkcia je teda konvexná.

Pre kalibráciu všetkých uvedených typov funkcií platí $\alpha_k^X = \frac{\overline{P}_k \overline{X}_k}{\sum_j \overline{P}_j \overline{X}_j}$ a $\gamma = \frac{\overline{Y}}{\mathfrak{f}(\overline{X}_1,...,\overline{X}_n)}$ Parametre $\varrho$ zo SAM matice určiť nemôžeme, musia byť odhadnuté iným spôsobom.

Úlohu minimalizácie nákladov firmy pri danej úrovni výstupu teraz budeme chápať ako úlohu minimalizácie nákladov spotrebiteľa pri danej úrovni jeho užitočnosti. Funkcia užitočnosti má rovnaký predpis ako produkčná funkcia, s tým rozdielom, že parameter $\gamma$ je automaticky rovný jednej. Duálnou úlohou k takejto úlohe je potom úloha maximalizácie užitočnosti

$$\max \mathfrak{u}(X_1, ..., X_n)$$

za podmienky

$$M = \sum_{i=1}^{n} P_i X_i$$

kde $M$ je príjem spotrebiteľa Riešením takejto úlohy je Marshalovský dopyt $\hat{X}_i(M, P_1, ..., P_n)$ V práci boli použité nasledovné Marshalovské dopyty. Marshallovský dopyt odvodený od **Leontieffovej funkcie užitočnosti**

$$\hat{X}_j = \frac{\alpha_j M}{\sum_{i=1}^{n} P_i \alpha_i}$$

Marshallovský dopyt odvodený od **Cobb-Douglasovej funkcie** užitočnosti

$$\hat{X}_j = \frac{\alpha_j M}{P_j}$$

# Príloha 2 - Formulácia úloh v programe GAMS

Programovací jazyk GAMS-u zachováva prirodzenú matematickú formuláciu úloh. Najpr sa nadefinujú indexy, premenné a paremetre, potom rovnice modelu. Nakoniec sa určí, či sa má úloha maximalizovať alebo minimalizovať a zvolí sa konkrétna matematická metóda na jej riešenie. Taktiež sa môžu stanoviť počiatočné hodnoty pre algoritmus. Úvádzame prehľad kľúčových príkazov, ktoré sú potrebné k naformulovaniu a riešeniu úlohy.

**set:** definícia indexu (do zátvorky sa uvedú jeho konkrétne hodnoty)

**alias:** určí ďalšie indexy, ktoré sú z tej istej indexovej množiny (napríklad $j = 1, ..., n$ potom môžeme používať namiesto $i = 1, ..., n$)

**table:** definícia tabuľky

**parameter:** definícia exogených premenných a parametrov

**operátor "=":** priradenie hodnoty do exogénnej premennej

**variable:** definícia endogénnej premennej

**equation:** definícia názvov rovníc a nerovníc

**operátor "..":** používa sa na určenie konkrétneho zápisu danej rovnice alebo nerovnice

**operátor "=E=":** vyjaduje rovnosť (čiže sa používa pre rovnice)

**model:** definícia modelu (do zátvorky sa vyberú názvy konkrétnych rovníc, alebo sa použijú všetky pomocou slova "all" )

**solve:** rieši model (uvedie sa názov modelu, účelová funkica a to, či sa bude maximalizovať alebo minimalizovať, matematická metóda)

**operátor ".L":** určí počiatočnú hodnotu premennej pre algoritmus, pričom počas riešenia úlohy sa jej hodnota potom mení

**operátor ".FX":** zafixuje premennú na konkrétnej hodnote, takže pre model je už potom exogénna

**ord:** hodnota indexu

**card:** posledná hodnotu indexovej množiny

**operátor "$":** stanoví podmienky, za akých rovnica platí (podmienky sa uvedú do zátvorky za operátor)

**display:** zobrazí hodnotu parametra

**loop:** vykoná príkazy vo vnútri zátvoriek, postupne pre všetky hodnoty indexu, ktorý je uvedený hneď za príkazom

**operátor "*":** označuje text, ktorý nie je súčasťou kódu (poznámky autora)

Program nerozoznáva veľké a malé písmená, takže "Set" je to isté ako "set".

# Príloha 3 - Zdrojové kódy modelov, ktoré boli uvedené v práci

## 1. Jednoduchý CGE model firiem a domácností

```
$Title Jednoduchy CGE model uzavretej ekonomiky firiem a domacnosti
$ontext
 produkcia: Cobb-Douglasova produkcna funkcia
 spotreba domacnosti: Cobb-Douglasova funkcia uzitocnosti
$offtext

set I /ag, in, sr/;
alias (I,J,JJ);

table SAM(*,*)
    ag   in   sr   K   L   H
ag  30   5    10           55
in  10   35   20           35
sr  10   10   20           60
K   10   30   20
L   40   20   30
H                 60  90;
parameter
B_Y(I)       pociatocna produkcia v sektore I
B_L(I)       pociatocny dopyt po praci v sektore I
B_K(I)       pociatocny dopyt po kapitali v sektore I
B_X(J,I)     pociatocna spotreba komodity J v sektore I
B_H(J)       pociatocna spotreba komodity J v sektore domacnosti
alfa_X(J,I)  podiel komodity J v produkcnej funkcii sektora I
alfa_L(I)    podiel ludskej prace v produkcnej funkcii sektora I
alfa_K(I)    podiel kapitalu J v produkcnej funkcii sektora I
alfa_H(J)    podiel komodity J v spotrebe sektoru domacnosti
B_M          pociatocny prijem domacnosti
B_TL         celkova ponuka prace
B_TK         celkova zasoba kapitalu;
*------------------------------------------------------------------
*  Kalibracia modelu
*------------------------------------------------------------------
B_L(I) = SAM("L",I);
B_K(I) = SAM("K",I);
B_X(J,I) = SAM(J,I);
B_H(J) = SAM(J,"H");
B_Y(I) = B_L(I) + B_K(I) + SUM(J, B_X(J,I));

B_TL = SUM(I, B_L(I));
B_TK = SUM(I, B_K(I));
B_M = B_TL + B_TK;
alfa_X(J,I) = B_X(J,I)/B_Y(I);
alfa_L(I) = B_L(I)/B_Y(I);
alfa_K(I) = B_K(I)/B_Y(I);
alfa_H(J) = B_H(J)/SUM(I, B_H(I));
*------------------------------------------------------------------
*  Premenne
*------------------------------------------------------------------
Positive variables
Y(I)       produkcia v sektore I
L(I)       dopyt po praci v sektore I
K(I)       dopyt po kapitali v sektore I
X(J,I)     spotreba komodity J v sektore I
H(J)       spotreba komodity J v sektore domacnosti
M          prijem domacnosti

P(J)       cena komodity J
w          cena prace
r          cena kapitalu;
Variables
omega      falosna ucelova funkcia;
*------------------------------------------------------------------
```

```
*  Rovnice modelu
*-----------------------------------------------------------------
Equations
DEM_X(J,I)     rovnica dopytu po mnozstve komodity J v sektore I
DEM_L(I)       rovnica dopytu po praci v sektore I
DEM_K(I)       rovnica dopytu po kapitali v sektore I
DEM_H(J)       rovnica dopytu po komodite J v sektore domacnosti
PRF_Y(I)       rovnica nuloveho zisku v sektore I
MKT_Y(J)       rovnica rovnovahy na trhu s komoditou J
MKT_L          rovnica rovnovahy na trhu prace
MKT_K          rovnica rovnovahy na kapitalovom trhu
BUD_M          rovnica pre prijmy domacnosti
OBJ            rovnica pre falosnu ucelovu funkciu
;
DEM_X(J,I)..   X(J,I) =E= B_X(J,I)/P(J) * Y(I)/B_Y(I) * PROD(JJ, P(JJ)**alfa_X(JJ,I)) * w**alfa_L(I) * r**alfa_K(I);

DEM_L(I)..     L(I) =E= B_L(I)/w * Y(I)/B_Y(I) * PROD(JJ, P(JJ)**alfa_X(JJ,I)) * w**alfa_L(I) * r**alfa_K(I);

DEM_K(I)..     K(I) =E= B_K(I)/r * Y(I)/B_Y(I) * PROD(JJ, P(JJ)**alfa_X(JJ,I)) * w**alfa_L(I) * r**alfa_K(I);

DEM_H(J)..     H(J) =E= alfa_H(J)/P(J) * M ;

PRF_Y(I)..     P(I)*Y(I) =E= w*L(I) + r*K(I) + SUM(J, P(J)*X(J,I));

MKT_Y(J)..     Y(J) =E= SUM(I, X(J,I)) + H(J);

MKT_L..        B_TL =E= SUM(I, L(I));

MKT_K..        B_TK =E= SUM(I, K(I));

BUD_M..        M =E= SUM(I, w*L(I)) + SUM(I, r*K(I));

OBJ..          omega =E= 1;
*-----------------------------------------------------------------
*  Pociatocne spustenie modelu
*-----------------------------------------------------------------
Model CGE /all/;
*Numeraire
w.FX     = 1;

Y.L(I)   = B_Y(I); L.L(I)   = B_L(I); K.L(I)   = B_K(I);
X.L(J,I) = B_X(J,I); H.L(J)   = B_H(J); M.L      = B_M;
P.L(J)   = 1; r.L      = 1;
Option NLP=CONOPT;
*Option iterlim = 0;
Solve CGE using NLP maximizing omega;
*-----------------------------------------------------------------
*  Scenar
*-----------------------------------------------------------------
B_TK = 1.2*B_TK;
alfa_H("sr") = 1.1*alfa_H("sr");
alfa_H("in") = 1.05*alfa_H("in");
alfa_H("ag") = 1 - alfa_H("in") - alfa_H("sr");

Option NLP=CONOPT;;
*Option iterlim = 0;
Solve CGE using NLP maximizing omega;
*-----------------------------------------------------------------
*  Hodnotenie
*-----------------------------------------------------------------
*zmena = hodnota podla scenara / pociatocna hodnota
*Napriklad
Parameter
d_Y(I)         zmena - produkcia v sektore I
d_w            zmena - cena prace;
d_Y(I) = Y.L(I)/B_Y(I);
d_w = w.L;
display d_Y, d_w;
$exit
```

## 2. Jednoduchý CGE model s rozšírenou produkčnou stránkou

```
$Title Jednoduchy CGE model s rozsirenou produkcnou strankou
$ontext
indexy typu A_I vyjadruju aktivitu v sektore i, cize jeho produkciu
indexy typu C_I vyjadruju komoditu i, cize jej spotrebu a produkciu v jednotliych sektoroch
produkcia: Leontieff(CES(praca,kapital), Leontieff(medzispotreba))
spotreba domacnosti: Cobb-Douglasova funkcia uzitocnosti
$offtext

set A_I /A_ag, A_in, A_sr/;
set C_I /C_ag, C_in, C_sr/;
alias (A_I,A_J), (C_I,C_J);

table SAM(*,*) SAM matica
      C_ag   C_in   C_sr   A_ag   A_in   A_sr   K    L    H
C_ag                       30     5      10                55
C_in                       10     35     20                35
C_sr                       10     10     20                60
A_ag  80     15     5
A_in  10     70     20
A_sr  10     15     75
K                          10     30     20
L                          40     20     30
H                                               60   90;
table LK(*,*) skutocne mnozstva prace a kapitalu
      A_ag   A_in   A_sr
K     90     310    220
L     380    210    330;
parameter
B_Y(C_I,A_I)   pociatocna produkcia komodity C_I v sektore A_I
B_TY(A_I)      pociatocna celkova produkcia v sektore A_I
theta(C_I,A_I) podiel komodity C_I na celkovom vystupe sektoru A_I
B_VA(A_I)      produkcny sektor produkujuci agregat prace a kapitalu pre sektor A_I
B_IC(A_I)      produkcny sektor produkujuci agregat medzispotreby pre sektor A_I
B_L(A_I)       pociatocny dopyt po praci v sektore A_I
B_K(A_I)       pociatocny dopyt po kapitali v sektore A_I
B_X(C_I,A_I)   pociatocna spotreba komodity C_I v sektore A_I
B_H(C_I)       pociatocna spotreba komodity C_I v sektore domacnosti

B_w(A_I)       pociatocna cena prace v sektore A_I
B_r(A_I)       pociatocna cena kapitalu v sektore A_I
theta_w(A_I)   odchylka ceny prace v sektore A_I od priemernej urovne
theta_r(A_I)   odchylka ceny kapitalu v sektore A_I od priemernej urovne
alfa_L(A_I)    podiel ludskej prace v produkcnej funkcii sektora A_I
alfa_K(A_I)    podiel kapitalu v produkcnej funkcii sektora A_I
elas_VA(A_I)   elasticita substitucie prace a kapitalu v sektore A_I
alfa_H(C_I)    podiel komodity C_I v spotrebe sektoru domacnosti

B_M            pociatocny prijem domacnosti
B_TL           celkova ponuka prace
B_TK           celkova zasoba kapitalu
B_aw           pociatocna priemerna cena prace
B_ar           pociatocna priemerna cena kapitalu;
*------------------------------------------------------------------
*  Kalibracia modelu
*------------------------------------------------------------------
B_L(A_I) = LK("L",A_I);
B_K(A_I) = LK("K",A_I);
B_w(A_I) = SAM("L",A_I)/B_L(A_I);
B_r(A_I) = SAM("K",A_I)/B_K(A_I);
B_aw = SUM(A_I, SAM("L",A_I))/SUM(A_I, B_L(A_I));
B_ar = SUM(A_I, SAM("K",A_I))/SUM(A_I, B_K(A_I));
theta_w(A_I) = B_w(A_I)/B_aw;
theta_r(A_I) = B_r(A_I)/B_ar;

B_VA(A_I) = SAM("L",A_I) + SAM("K",A_I);
B_X(C_I,A_I) = SAM(C_I,A_I);
```

```
B_IC(A_I) = SUM(C_I, B_X(C_I,A_I));
B_H(C_I) = SAM(C_I,"H");
B_TY(A_I) = B_VA(A_I) + B_IC(A_I);
B_Y(C_I,A_I) = SAM(A_I,C_I);
theta(C_I,A_I) = B_Y(C_I,A_I)/B_TY(A_I);

B_TL = SUM(A_I, B_L(A_I));
B_TK = SUM(A_I, B_K(A_I));
B_M = SUM(A_I, SAM("L",A_I)) + SUM(A_I, SAM("K",A_I));

elas_VA("A_ag") = 0.1;
elas_VA("A_in") = 0.1;
elas_VA("A_sr") = 0.1;
alfa_L(A_I) = SAM("L",A_I)/B_VA(A_I);
alfa_K(A_I) = SAM("K",A_I)/B_VA(A_I);
alfa_H(C_I) = B_H(C_I)/SUM(C_J, B_H(C_J));
*------------------------------------------------------------------
*  Premenne
*------------------------------------------------------------------
Positive variables
Y(C_I,A_I)     produkcia komodity C_I v sektore A_I
TY(A_I)        celkova produkcia v sektore A_I
VA(A_I)        produkcny sektor produkujuci agregat prace a kapitalu pre sektor A_I
IC(A_I)        produkcny sektor produkujuci agregat medzispotreby pre sektor A_I
L(A_I)         dopyt po praci v sektore A_I
K(A_I)         dopyt po kapitali v sektore A_I
X(C_I,A_I)     spotreba komodity C_I v sektore A_I
H(C_I)         spotreba komodity C_I v sektore domacnosti

w(A_I)         cena prace v sektore A_I
r(A_I)         cena kapitalu v sektore A_I
P_Y(A_I)       cena celkoveho vystupu sektoru A_I
P_VA(A_I)      cena agregatu prace a kapitalu pre sektor A_I
P_IC(A_I)      cena agregatu medzispotreby pre sektor A_I
P(C_I)         cena komodity C_I
aw             priemerna cena prace
ar             priemerna cena kapitalu
M              prijem domacnosti;
Variables
omega          falosna ucelova funkcia;
*------------------------------------------------------------------
*  Rovnice modelu
*------------------------------------------------------------------
Equations
DEM_VA(A_I)     rovnica dopytu po agregate prace a kapitalu v sektore A_I
DEM_IC(A_I)     rovnica dopytu po agregate medzispotreby v sektore A_I
DEM_L(A_I)      rovnica dopytu po praci v sektore I
DEM_K(A_I)      rovnica dopytu po kapitali v sektore I
DEM_X(C_I,A_I)  rovnica dopytu po mnozstve komodity C_I v sektore A_I
DEM_H(C_I)      rovnica dopytu po komodite C_I v sektore domacnosti

PRF_TY(A_I)     rovnica nuloveho zisku v sektore A_I
PRF_VA(A_I)     rovnica nuloveho zisku v sektore pre agregat prace a kapitalu A_I
PRF_IC(A_I)     rovnica nuloveho zisku v sektore pre agregat medzispotreby A_I
PRF_Y(A_I)      rovnica nuloveho zisku v sektore A_I - prijmy z komodit
MKT_Y(C_I)      rovnica rovnovahy na trhu s komoditou C_I
MKT_L           rovnica rovnovahy na trhu prace
MKT_K           rovnica rovnovahy na kapitalovom trhu
BUD_M           rovnica pre prijmy domacnosti
MKT_w(A_I)      rovnice pre odchylku ceny prace v sektore A_I od priemeru
MKT_r(A_I)      rovnice pre odchylku vynosu z kapitalu v sektore A_I od priemeru
MKT_TY(C_I,A_I) rovnica pre podiel komodity C_I na produkcii sektora A_I
OBJ             rovnica pre falosnu ucelovu funkciu
;
DEM_VA(A_I)..    VA(A_I) =E= B_VA(A_I)*TY(A_I)/B_TY(A_I);

DEM_IC(A_I)..    IC(A_I) =E= B_IC(A_I)*TY(A_I)/B_TY(A_I);

DEM_L(A_I)..     L(A_I) =E= B_L(A_I)*VA(A_I)/B_VA(A_I) * (B_w(A_I)/w(A_I)*(alfa_L(A_I)*(w(A_I)/B_w(A_I))**(1-
elas_VA(A_I)) + alfa_K(A_I)*(r(A_I)/B_r(A_I))**(1-elas_VA(A_I)) )**(1/(1-elas_VA(A_I))))**elas_VA(A_I);
```

```
DEM_K(A_I)..     K(A_I) =E= B_K(A_I)*VA(A_I)/B_VA(A_I) * (B_r(A_I)/r(A_I)*(alfa_L(A_I)*(w(A_I)/B_w(A_I))**(1-
elas_VA(A_I)) + alfa_K(A_I)*(r(A_I)/B_r(A_I))**(1-elas_VA(A_I)) )**(1/(1-elas_VA(A_I))))**elas_VA(A_I);

DEM_X(C_I,A_I).. X(C_I,A_I) =E= B_X(C_I,A_I)*IC(A_I)/B_IC(A_I);

DEM_H(C_I)..     H(C_I) =E= alfa_H(C_I)/P(C_I) * M ;

PRF_TY(A_I)..    P_Y(A_I)*TY(A_I) =E= P_VA(A_I)*VA(A_I) + P_IC(A_I)*IC(A_I);

PRF_VA(A_I)..    P_VA(A_I)*VA(A_I) =E= w(A_I)*L(A_I) + r(A_I)*K(A_I);

PRF_IC(A_I)..    P_IC(A_I)*IC(A_I) =E= SUM(C_I, P(C_I)*X(C_I,A_I));

PRF_Y(A_I)..     SUM(C_I, P(C_I)*Y(C_I,A_I)) =E= P_Y(A_I)*TY(A_I);

MKT_Y(C_I)..     SUM(A_I, Y(C_I,A_I)) =E= SUM(A_I, X(C_I,A_I)) + H(C_I);

MKT_L..          B_TL =E= SUM(A_I, L(A_I));

MKT_K..          B_TK =E= SUM(A_I, K(A_I));

BUD_M..          M =E= SUM(A_I, w(A_I)*L(A_I)) + SUM(A_I, r(A_I)*K(A_I));

MKT_w(A_I)..      w(A_I) =E= theta_w(A_I)*aw;
MKT_r(A_I)..     r(A_I) =E= theta_r(A_I)*ar;
MKT_TY(C_I,A_I).. Y(C_I,A_I) =E= theta(C_I,A_I)*TY(A_I);

OBJ..            omega =E= 1;
*-----------------------------------------------------------------
*  Pociatocne spustenie modelu
*-----------------------------------------------------------------
Model CGE /all/;
*Numeraire
w.FX(A_I) = B_w(A_I);

Y.L(C_I,A_I) = B_Y(C_I,A_I); TY.L(A_I) = B_TY(A_I); VA.L(A_I) = B_VA(A_I);
IC.L(A_I) = B_IC(A_I); L.L(A_I) = B_L(A_I); K.L(A_I) = B_K(A_I);
X.L(C_I,A_I) = B_X(C_I,A_I); H.L(C_I) = B_H(C_I); r.L(A_I) = B_r(A_I);
P_Y.L(A_I) = 1; P_VA.L(A_I) = 1; P_IC.L(A_I) = 1; P.L(C_I) = 1;
aw.L = B_aw; ar.L = B_ar; M.L = B_M;
Option NLP=CONOPT;;
*Option iterlim = 0;
Solve CGE using NLP maximizing omega;
*-----------------------------------------------------------------
*  Scenar
*-----------------------------------------------------------------
B_TK = 1.2*B_TK;
B_TL = 0.9*B_TL;
elas_VA(A_I)=0.3;

Option NLP=CONOPT;;
*Option iterlim = 0;
Solve CGE using NLP maximizing omega;
*-----------------------------------------------------------------
*  Hodnotenie
*-----------------------------------------------------------------
*zmena = hodnota podla scenara / pociatocna hodnota
*Napriklad
Parameter
d_Y(C_I,A_I) zmena - produkcia komodity C_I v sektore A_I
d_w(A_I)     zmena - cena prace v sektore A_I;
d_Y(C_I,A_I) = Y.L(C_I,A_I)/B_Y(C_I,A_I);
d_w(A_I) = w.L(A_I)/B_w(A_I);
display d_Y, d_w;
$exit
```

# 3. Jednoduchý CGE model s rozšírenou konečnou spotrebou

```
$Title Jednoduchy CGE model s rozsirenou konecnou spotrebou
$ontext
 produkcia: Cobb-Douglasova produkcna funkcia
 spotreba domacnosti: Cobb-Douglasova funkcia uzitocnosti
 spotreba vlady: Leontieffova funkcia uzitocnosti
 investicie: Leontieffova funkcia uzitocnosti
$offtext

set I /ag, in, sr/;
alias (I,J,JJ);

table SAM(*,*)
      ag    in    sr    K     L     H     G     INV   ZAS
ag    30    5     10                35    10    5     5
in    10    35    20                10    5     15    5
sr    10    10    20                30    10    20    0
K     10    30    20
L     40    20    30
H                       20    90          5
G                       40
INV                                 40    10
ZAS                                             10;
parameter
B_Y(I)       pociatocna produkcia v sektore I
B_L(I)       pociatocny dopyt po praci v sektore I
B_K(I)       pociatocny dopyt po kapitali v sektore I
B_X(J,I)     pociatocna spotreba komodity J v sektore I
B_H(J)       pociatocna spotreba komodity J v sektore domacnosti
B_G(J)       pociatocna spotreba komodity J v sektore vlady
B_INV(J)     pociatocna spotreba komodity J v sektore investicii
B_ZAS(J)     zmena stavu zasob komodity J
alfa_X(J,I)  podiel komodity J v produkcnej funkcii sektora I
alfa_L(I)    podiel ludskej prace v produkcnej funkcii sektora I
alfa_K(I)    podiel kapitalu J v produkcnej funkcii sektora I
alfa_H(J)    podiel komodity J v spotrebe sektoru domacnosti
beta_K_H     cast celkovej zasoby kapitalu ktora je vlastnena domacnostami
beta_K_G     cast celkovej zasoby kapitalu ktora je vlastnena vladou
beta_C_H     sklon domacnosti k spotrebe
beta_C_G     sklon vlady k spotrebe

trans_H_G    transfer od vlady domacnostiam
B_TH         pociatocna celkova spotreba (blahobyt) domacnosti
B_TG         pociatocna celkova spotreba (blahobyt) vlady
B_TINV       pociatocna celkova spotreba (blahobyt) investicii
B_M_H        pociatocny prijem domacnosti
B_M_G        pociatocny prijem vlady
B_M_INV      pociatocny prijem investicii
B_TL         celkova ponuka prace
B_TK         celkova zasoba kapitalu;
*-----------------------------------------------------------------
*  Kalibracia modelu
*-----------------------------------------------------------------
B_L(I) = SAM("L",I);
B_K(I) = SAM("K",I);
B_X(J,I) = SAM(J,I);
B_Y(I) = B_L(I) + B_K(I) + SUM(J, B_X(J,I));
B_H(J) = SAM(J,"H");
B_G(J) = SAM(J,"G");
B_INV(J) = SAM(J,"INV");
B_ZAS(J) = SAM(J,"ZAS");
B_TL = SUM(I, B_L(I));
B_TK = SUM(I, B_K(I));
B_TH = SUM(I, B_H(I));
B_TG = SUM(I, B_G(I));
B_TINV = SUM(I, B_INV(I));

trans_H_G = SAM("H","G");
```

```
beta_K_H = SAM("H","K")/B_TK;
beta_K_G = SAM("G","K")/B_TK;
B_M_H = SAM("H","K") + SAM("H","L") + trans_H_G;
B_M_G = SAM("G","K") - trans_H_G;
beta_C_H = B_TH/B_M_H;
beta_C_G = B_TG/B_M_G;
B_M_INV = SAM("INV","H") + SAM("INV","G") - SAM("ZAS","INV");
alfa_X(J,I) = B_X(J,I)/B_Y(I);
alfa_L(I) = B_L(I)/B_Y(I);
alfa_K(I) = B_K(I)/B_Y(I);
alfa_H(J) = B_H(J)/SUM(I, B_H(I));
*-----------------------------------------------------------------
*  Premenne
*-----------------------------------------------------------------
Positive variables
Y(I)        produkcia v sektore I
L(I)        dopyt po praci v sektore I
K(I)        dopyt po kapitali v sektore I
X(J,I)      spotreba komodity J v sektore I
H(J)        spotreba komodity J v sektore domacnosti
G(J)        spotreba komodity J v sektore vlady
INV(J)      spotreba komodity J v sektore investicii
P(J)        cena komodity J
w           cena prace
r           cena kapitalu

TH          celkova spotreba (blahobyt) domacnosti
TG          celkova spotreba (blahobyt) vlady
TINV        celkova spotreba (blahobyt) investicii
P_TH        cenova uroven - celkova spotreba (blahobyt) domacnosti
P_TG        cenova uroven - celkova spotreba (blahobyt) vlady
P_TINV      cenova uroven - celkova spotreba (blahobyt) investicii
M_H         prijem domacnosti
M_G         prijem vlady
M_INV       prijem investicii;
Variables
omega       falosna ucelova funkcia;
*-----------------------------------------------------------------
*  Rovnice modelu
*-----------------------------------------------------------------
Equations
DEM_L(I)     rovnica dopytu po praci v sektore I
DEM_K(I)     rovnica dopytu po kapitali v sektore I
DEM_X(J,I)   rovnica dopytu po mnozstve komodity J v sektore I
DEM_H(J)     rovnica dopytu po komodite J v sektore domacnosti
DEM_G(J)     rovnica dopytu po komodite J v sektore vlady
DEM_INV(J)   rovnica dopytu po komodite J v sektore investicii

PRF_Y(I)     rovnica nuloveho zisku v sektore I
PRF_TH       rovnica nuloveho zisku v sektore domacnosti
PRF_TG       rovnica nuloveho zisku v sektore vlady
PRF_TINV     rovnica nuloveho zisku v sektore investicii
MKT_Y(J)     rovnica rovnovahy na trhu s komoditou J
MKT_L        rovnica rovnovahy na trhu prace
MKT_K        rovnica rovnovahy na kapitalovom trhu
BUD_M_H      rovnica pre prijmy domacnosti
BUD_M_G      rovnica pre prijmy vlady
BUD_M_INV    rovnica pre prijmy investicii
MKT_TH       rovnica rozpoctoveho ohranicenia v sektore domacnosti
MKT_TG       rovnica rozpoctoveho ohranicenia v sektore vlady
MKT_TINV     rovnica rozpoctoveho ohranicenia v sektore investicii
OBJ          rovnica pre falosna ucelovu funkciu
;
DEM_L(I)..    L(I) =E= B_L(I)/w * Y(I)/B_Y(I) * PROD(JJ, P(JJ)**alfa_X(JJ,I)) * w**alfa_L(I) * r**alfa_K(I);

DEM_K(I)..    K(I) =E= B_K(I)/r * Y(I)/B_Y(I) * PROD(JJ, P(JJ)**alfa_X(JJ,I)) * w**alfa_L(I) * r**alfa_K(I);

DEM_X(J,I)..  X(J,I) =E= B_X(J,I)/P(J) * Y(I)/B_Y(I) * PROD(JJ, P(JJ)**alfa_X(JJ,I)) * w**alfa_L(I) * r**alfa_K(I);

DEM_H(J)..    H(J) =E= B_H(J)/P(J) * PROD(I, P(I)**alfa_H(I)) * TH/B_TH;
```

```
DEM_G(J)..    G(J) =E= B_G(J)*TG/B_TG;

DEM_INV(J)..  INV(J) =E= B_INV(J)*TINV/B_TINV;

PRF_Y(I)..    P(I)*Y(I) =E= w*L(I) + r*K(I) + SUM(J, P(J)*X(J,I));

PRF_TH..      P_TH*TH =E= SUM(J, P(J)*H(J));

PRF_TG..      P_TG*TG =E= SUM(J, P(J)*G(J));

PRF_TINV..    P_TINV*TINV =E= SUM(J, P(J)*INV(J));

MKT_Y(J)..    Y(J) =E= SUM(I, X(J,I)) + H(J) + G(J) + INV(J) + B_ZAS(J);

MKT_L..       B_TL =E= SUM(I, L(I));

MKT_K..       B_TK =E= SUM(I, K(I));

BUD_M_H..     M_H =E= SUM(I, w*L(I)) + beta_K_H*SUM(I, r*K(I)) + trans_H_G;

BUD_M_G..     M_G =E= beta_K_G*SUM(I, r*K(I)) - trans_H_G;

BUD_M_INV..   M_INV + SUM(J, P(J)*B_ZAS(J))=E= (1-beta_C_H)*M_H + (1-beta_C_G)*M_G;

MKT_TH..      P_TH*TH =E= beta_C_H*M_H;

MKT_TG..      P_TG*TG =E= beta_C_G*M_G;

MKT_TINV..    P_TINV*TINV =E= M_INV;

OBJ..         omega =E= 1;
*-------------------------------------------------------------------
*  Pociatocne spustenie modelu
*-------------------------------------------------------------------
Model CGE /all/;
*Numeraire
P_TH.FX = 1;

Y.L(I) = B_Y(I); L.L(I) = B_L(I); K.L(I) = B_K(I); X.L(J,I) = B_X(J,I);
H.L(J) = B_H(J); G.L(J) = B_G(J); INV.L(J) = B_INV(J); M_H.L = B_M_H;
M_G.L = B_M_G; M_INV.L = B_M_INV; TH.L = B_TH; TG.L = B_TG;
TINV.L = B_TINV; P_TG.L = 1; P_TINV.L = 1; P.L(J) = 1; w.L = 1; r.L = 1;
Option NLP=CONOPT;;
*Option iterlim = 0;
Solve CGE using NLP maximizing omega;
*-------------------------------------------------------------------
*  Scenar
*-------------------------------------------------------------------
trans_H_G = 1.2*trans_H_G;
beta_C_G =  0.9*beta_C_G;

Option NLP=CONOPT;;
*Option iterlim = 0;
Solve CGE using NLP maximizing omega;
*-------------------------------------------------------------------
*  Hodnotenie
*-------------------------------------------------------------------
*zmena = hodnota podla scenara / pociatocna hodnota
*Napriklad
Parameter
d_Y(I)       zmena - produkcia v sektore I
d_w          zmena - cena prace
;
d_Y(I) = Y.L(I)/B_Y(I);
d_w = w.L;
display d_Y, d_w;
$exit
```

# 4. Jednoduchý CGE model rozšírený o dane, dopravné a obchodné rozpätia

```
$Title Jednoduchy CGE model rozsireny o dane, dopravne a obchodne rozpatia
$ontext
 produkcia: Cobb-Douglasova produkcna funkcia
 spotreba domacnosti: Cobb-Douglasova funkcia uzitocnosti
 spotreba vlady: Leontieffova funkcia uzitocnosti
 investicie: Leontieffova funkcia uzitocnosti
$offtext

set I /ag, in, sr/;
alias (I,J,JJ);

table SAM(*,*)
       ag   in   sr   T_L  T_G  TRM  K    L    H    G    INV  ZAS
ag     30   5    10                            35   15   5    5
in     10   35   20                            20   5    15   5
sr     10   10   20             10             20   15   20   0
K      10   30   20
L      30   15   20
T_L    10   5    10
T_G    0    5    5
TRM    5    5
H                                    20   65        30
G                     25   10        40
INV                                            40   10
ZAS                                                      10
;
parameter
B_Y(I)       pociatocna produkcia v sektore I
B_L(I)       pociatocny dopyt po praci v sektore I
B_K(I)       pociatocny dopyt po kapitali v sektore I
B_X(J,I)     pociatocna spotreba komodity J v sektore I
B_H(J)       pociatocna spotreba komodity J v sektore domacnosti
B_G(J)       pociatocna spotreba komodity J v sektore vlady
B_INV(J)     pociatocna spotreba komodity J v sektore investicii
B_ZAS(J)     zmena stavu zasob komodity J
T_L_R(I)     odvody zamestnavatela za zamestnanca v sektore I - sadzba
T_G_R(J)     spotrebna dan na komoditu J
TRM_R(J,I)   mnozstvo komodity J na dopravne a obchodne rozpatia pre komoditu I
B_TRM(J)     celkove mnozstvo komodity J na dopravne a obchodne rozpatia
B_P_H(J)     pociatocna cena komodity J ktoru platia domacnosti
B_P_B(J)     pociatocna cena komodity J ktoru platia ostatni spotrebitelia
B_w_B(I)     pociatocna cena prace J ktoru plati zamestnavatel
alfa_X(J,I)  podiel komodity J v produkcnej funkcii sektora I
alfa_L(I)    podiel ludskej prace v produkcnej funkcii sektora I
alfa_K(I)    podiel kapitalu J v produkcnej funkcii sektora I
alfa_H(J)    podiel komodity J v spotrebe sektoru domacnosti
beta_K_H     cast celkovej zasoby kapitalu ktora je vlastnena domacnostami
beta_K_G     cast celkovej zasoby kapitalu ktora je vlastnena vladou
beta_C_H     sklon domacnosti k spotrebe
beta_C_G     sklon vlady k spotrebe

trans_H_G    transfer od vlady domacnostiam
B_TH         pociatocna celkova spotreba (blahobyt) domacnosti
B_TG         pociatocna celkova spotreba (blahobyt) vlady
B_TINV       pociatocna celkova spotreba (blahobyt) investicii
B_M_H        pociatocny prijem domacnosti
B_M_G        pociatocny prijem vlady
B_M_INV      pociatocny prijem investicii
B_TL         celkova ponuka prace
B_TK         celkova zasoba kapitalu;
*------------------------------------------------------------------
*  Kalibracia modelu
*------------------------------------------------------------------
B_L(I) = SAM("L",I);
B_K(I) = SAM("K",I);
T_L_R(I) = SAM("T_L",I)/SAM("L",I);
B_w_B(I) = 1+T_L_R(I);
```

```
TRM_R(J,I) = 0;
TRM_R("sr",I) = SAM("TRM",I) /(SUM(J, SAM(I,J)) +SAM(I,"H") +SAM(I,"G") +SAM(I,"INV") +SAM(I,"ZAS") -
SAM("TRM",I) -SAM("T_G",I));
B_P_B(J) = 1+SUM(I, TRM_R(I,J));
B_TRM(J) = SAM(J,"TRM");
T_G_R(I) = SAM("T_G",I)/((SAM(I,"H")-SAM("T_G",I))/(1+SUM(J, TRM_R(J,I))));
B_P_H(J) = 1+T_G_R(J)+SUM(I, TRM_R(I,J));
B_X(J,I) = SAM(J,I)/B_P_B(J);
B_Y(I) = B_L(I) + SAM("T_L",I) + B_K(I) + SUM(J, SAM(J,I));
B_H(J) = SAM(J,"H")/B_P_H(J);
B_G(J) = SAM(J,"G")/B_P_B(J);
B_INV(J) = SAM(J,"INV")/B_P_B(J);
B_ZAS(J) = SAM(J,"ZAS")/B_P_B(J);

B_TL = SUM(I, B_L(I));
B_TK = SUM(I, B_K(I));
B_TH = SUM(J, SAM(J,"H"));
B_TG = SUM(J, SAM(J,"G"));
B_TINV = SUM(J, SAM(J,"INV"));
trans_H_G = SAM("H","G");
beta_K_H = SAM("H","K")/B_TK;
beta_K_G = SAM("G","K")/B_TK;
B_M_H = SAM("H","K") + SAM("H","L") + trans_H_G;
B_M_G = SAM("G","T_L") + SAM("G","T_G") + SAM("G","K") - trans_H_G;
beta_C_H = B_TH/B_M_H;
beta_C_G = B_TG/B_M_G;
B_M_INV = SAM("INV","H") + SAM("INV","G") - SAM("ZAS","INV");
alfa_X(J,I) = SAM(J,I)/B_Y(I);
alfa_L(I) = (B_L(I)+SAM("T_L",I))/B_Y(I);
alfa_K(I) = B_K(I)/B_Y(I);
alfa_H(J) = SAM(J,"H")/SUM(I, B_H(I));
*-----------------------------------------------------------------
*  Premenne
*-----------------------------------------------------------------
Positive variables
Y(I)     produkcia v sektore I
L(I)     dopyt po praci v sektore I
K(I)     dopyt po kapitali v sektore I
X(J,I)   spotreba komodity J v sektore I
H(J)     spotreba komodity J v sektore domacnosti
G(J)     spotreba komodity J v sektore vlady
INV(J)   spotreba komodity J v sektore investicii
TRM(J)   spotreba komodity J pre dopravne a onchodne rozpatia
P_H(J)   cena komodity J ktoru platia domacnosti
P_B(J)   cena komodity J ktoru platia ostatni spotrebitelia
w_B(I)   cena prace J ktoru plati zamestnavatel
P(J)     cena komodity J
w        cena prace
r        cena kapitalu

TH       celkova spotreba (blahobyt) domacnosti
TG       celkova spotreba (blahobyt) vlady
TINV     celkova spotreba (blahobyt) investicii
P_TH     cenova uroven - celkova spotreba (blahobyt) domacnosti
P_TG     cenova uroven - celkova spotreba (blahobyt) vlady
P_TINV   cenova uroven - celkova spotreba (blahobyt) investicii
M_H      prijem domacnosti
M_G      prijem vlady
M_INV    prijem investicii;
Variables
omega    falosna ucelova funkcia;
*-----------------------------------------------------------------
*  Rovnice modelu
*-----------------------------------------------------------------
Equations
PRI_H(J)    rovnica pre ceny komodit ktore platia domacnosti
PRI_B(J)    rovnica pre ceny komodit ktore platia ostatne sektory
PRI_w(I)    rovnica pre ceny prace ktore platia jednotlive sektory
DEM_L(I)    rovnica dopytu po praci v sektore I
DEM_K(I)    rovnica dopytu po kapitali v sektore I
```

```
DEM_X(J,I)  rovnica dopytu po mnozstve komodity J v sektore I
DEM_H(J)    rovnica dopytu po komodite J v sektore domacnosti
DEM_G(J)    rovnica dopytu po komodite J v sektore vlady
DEM_INV(J)  rovnica dopytu po komodite J v sektore investicii

PRF_Y(I)    rovnica nuloveho zisku v sektore I
PRF_TH      rovnica nuloveho zisku v sektore domacnosti
PRF_TG      rovnica nuloveho zisku v sektore vlady
PRF_TINV    rovnica nuloveho zisku v sektore investicii
MKT_Y(J)    rovnica rovnovahy na trhu s komoditou J
MKT_L       rovnica rovnovahy na trhu prace
MKT_K       rovnica rovnovahy na kapitalovom trhu
MKT_TRM(J)  rovnovaha dopravnych rozpati
BUD_M_H     rovnica pre prijmy domacnosti
BUD_M_G     rovnica pre prijmy vlady
BUD_M_INV   rovnica pre prijmy investicii
MKT_TH      rovnica rozpoctoveho ohranicenia v sektore domacnosti
MKT_TG      rovnica rozpoctoveho ohranicenia v sektore vlady
MKT_TINV    rovnica rozpoctoveho ohranicenia v sektore investicii
OBJ         rovnica pre falosna ucelovu funkciu
;
PRI_H(J)..    P_H(J) =E= P(J)+T_G_R(J)+SUM(I, P(I)*TRM_R(I,J));

PRI_B(J)..    P_B(J) =E= P(J)+SUM(I, P(I)*TRM_R(I,J));

PRI_w(I)..    w_B(I) =E= w*(1+T_L_R(I));

DEM_L(I)..    L(I) =E= B_L(I)* B_w_B(I)/w_B(I) * Y(I)/B_Y(I) * PROD(JJ, (P_B(JJ)/B_P_B(JJ))**alfa_X(JJ,I)) *
(w_B(I)/B_w_B(I))**alfa_L(I) * r**alfa_K(I);

DEM_K(I)..    K(I) =E= B_K(I)/r * Y(I)/B_Y(I) * PROD(JJ, (P_B(JJ)/B_P_B(JJ))**alfa_X(JJ,I)) *
(w_B(I)/B_w_B(I))**alfa_L(I) * r**alfa_K(I);

DEM_X(J,I)..  X(J,I) =E= B_X(J,I)* B_P_B(J)/P_B(J) * Y(I)/B_Y(I) * PROD(JJ, (P_B(JJ)/B_P_B(JJ))**alfa_X(JJ,I)) *
(w_B(I)/B_w_B(I))**alfa_L(I) * r**alfa_K(I);

DEM_H(J)..    H(J) =E= B_H(J) * B_P_H(J)/P_H(J) * PROD(I, (P_H(I)/B_P_H(I))**alfa_H(I)) * TH/B_TH;

DEM_G(J)..    G(J) =E= B_G(J)*TG/B_TG;

DEM_INV(J)..  INV(J) =E= B_INV(J)*TINV/B_TINV;

PRF_Y(I)..    P(I)*Y(I) =E= w_B(I)*L(I) + r*K(I) + SUM(J, P_B(J)*X(J,I));

PRF_TH..      P_TH*TH =E= SUM(J, P_H(J)*H(J));

PRF_TG..      P_TG*TG =E= SUM(J, P_B(J)*G(J));

PRF_TINV..    P_TINV*TINV =E= SUM(J, P_B(J)*INV(J));

MKT_Y(J)..    Y(J) =E= SUM(I, X(J,I)) + H(J) + G(J) + INV(J) + B_ZAS(J) + TRM(J);

MKT_L..       B_TL =E= SUM(I, L(I));

MKT_K..       B_TK =E= SUM(I, K(I));

MKT_TRM(J)..  TRM(J) =E= SUM(I, TRM_R(J,I)*Y(I));

BUD_M_H..     M_H =E= SUM(I, w*L(I)) + beta_K_H*SUM(I, r*K(I)) + P_TH*trans_H_G;

BUD_M_G..     M_G =E= beta_K_G*SUM(I, r*K(I)) - P_TH*trans_H_G + SUM(I, w*T_L_R(I)*L(I)) + SUM(I,
T_G_R(I)*H(I));

BUD_M_INV..   M_INV + SUM(J, P_B(J)*B_ZAS(J))=E= (1-beta_C_H)*M_H + (1-beta_C_G)*M_G;

MKT_TH..      P_TH*TH =E= beta_C_H*M_H;

MKT_TG..      P_TG*TG =E= beta_C_G*M_G;

MKT_TINV..    P_TINV*TINV =E= M_INV;
```

```
OBJ..        omega =E= 1;
*------------------------------------------------------------------
*  Pociatocne spustenie modelu
*------------------------------------------------------------------
Model CGE /all/;
*Numeraire
P_TH.FX = 1;

Y.L(I) = B_Y(I); L.L(I) = B_L(I); K.L(I) = B_K(I); X.L(J,I) = B_X(J,I);
H.L(J) = B_H(J); G.L(J) = B_G(J); INV.L(J) = B_INV(J); M_H.L = B_M_H;
M_G.L = B_M_G; M_INV.L = B_M_INV; TH.L = B_TH; TG.L = B_TG; TINV.L = B_TINV;
P_TG.L = 1; P_TINV.L = 1; P.L(J) = 1; w.L = 1; r.L = 1; P_H.L(J) = B_P_H(J);
P_B.L(J) = B_P_B(J); w_B.L(I) = B_w_B(I); TRM.L(J) = B_TRM(J);
Option NLP=CONOPT;;
*Option iterlim = 0;
Solve CGE using NLP maximizing omega;
*------------------------------------------------------------------
*  Scenar
*------------------------------------------------------------------
B_TK = 1.2*B_TK;
trans_H_G = 1.2*trans_H_G;
beta_C_G =  0.9*beta_C_G;

Option NLP=CONOPT;;
*Option iterlim = 0;
Solve CGE using NLP maximizing omega;
*------------------------------------------------------------------
*  Hodnotenie
*------------------------------------------------------------------
*zmena = hodnota podla scenara / pociatocna hodnota
Parameter
d_Y(I)     zmena - produkcia v sektore I
d_w        zmena - cena prace;
d_Y(I) = Y.L(I)/B_Y(I);
d_w = w.L;
display d_Y, d_w;
$exit
```

## 5. Jednoduchý CGE model rozšírený o sektor zahraničia

```
$Title Jednoduchy CGE model  rozsireny o sector zahranicia
$ontext
 produkcia: Cobb-Douglasova produkcna funkcia
 spotreba domacnosti: Cobb-Douglasova funkcia uzitocnosti
$offtext

set I /ag, in, sr/;
alias (I,J,JJ);

table SAM(*,*)
     ag    in    sr    K    L    H    ZAH
ag   30    5     10              70   5
in   10    35    20              40   25
sr   10    10    20              60   5
K    10    30    20
L    40    20    30                   10
H                      60   95        15
ZAH  20    30    5          5
;
parameter
B_Y(I)      pociatocna produkcia v sektore I
B_L(I)      pociatocny dopyt po praci v sektore I
B_K(I)      pociatocny dopyt po kapitali v sektore I
B_X(J,I)    pociatocna spotreba komodity J v sektore I
B_H(J)      pociatocna spotreba komodity J v sektore domacnosti
B_DS(J)     pociatocna celkova ponuka komodity J na domacom trhu
B_IM(J)     pociatocny import komodity J
B_EX(I)     pociatocny export v sektore I
```

```
B_DP(I)     pociatocna cast domacej produkcie sektoru I pre domaci trh
P_World(J)   svetove ceny

alfa_X(J,I)  podiel komodity J v produkcnej funkcii sektora I
alfa_L(I)    podiel ludskej prace v produkcnej funkcii sektora I
alfa_K(I)    podiel kapitalu J v produkcnej funkcii sektora I
alfa_H(J)    podiel komodity J v spotrebe sektoru domacnosti
alfa_EX(I)   podiel exportu v produkcii sektoru I
alfa_DP(I)   podiel produkcie pre domaci trh v produkcii sektoru I
alfa_IM(J)   podiel importovanej komodity J na celkovej domacej ponuke
alfa_DS(J)   podiel komodity J z domacej produkcie na celkovej domacej ponuke
elas_EX(J)   elasticita CET funkcie
elas_IM(J)   elasticita CES funkcie
B_M          pociatocny prijem domacnosti
B_TL         celkova ponuka prace
B_TK         celkova zasoba kapitalu
B_PB         pociatocny deficit bezneho uctu platobnej bilancie
trans_L_ZAH  prijmy domacich pracovnikov v zahranici
trans_ZAH_L  prijmy zahranicnych pracovnikov v domacej ekonomike
;
*-----------------------------------------------------------------
*  Kalibracia modelu
*-----------------------------------------------------------------
P_World(J) = 1;

B_L(I) = SAM("L",I);
B_K(I) = SAM("K",I);
B_X(J,I) = SAM(J,I);
B_H(J) = SAM(J,"H");
B_Y(I) = B_L(I) + B_K(I) + SUM(J, B_X(J,I));
B_IM(J) = SAM("ZAH",J);
B_EX(I) = SAM(I, "ZAH");
B_DP(I) = B_Y(I) - B_EX(I);
B_DS(J) = B_IM(J) + B_DP(J);
trans_L_ZAH = SAM("L","ZAH");
trans_ZAH_L = SAM("ZAH","L");
B_PB = SAM("H","ZAH");
B_TL = SUM(I, B_L(I)) + trans_L_ZAH - trans_ZAH_L;
B_TK = SUM(I, B_K(I));
B_M = B_TL + B_TK + B_PB;

alfa_X(J,I) = B_X(J,I)/B_Y(I);
alfa_L(I) = B_L(I)/B_Y(I);
alfa_K(I) = B_K(I)/B_Y(I);
alfa_H(J) = B_H(J)/SUM(I, B_H(I));
alfa_EX(I) = B_EX(I)/B_Y(I);
alfa_DP(I) = B_DP(I)/B_Y(I);
alfa_IM(J) = B_IM(J)/B_DS(J);
alfa_DS(J) = B_DP(J)/B_DS(J);

elas_EX("ag") = -0.2;
elas_EX("in") = -0.8;
elas_EX("sr") = -0.2;
elas_IM("ag") = 0.7;
elas_IM("in") = 0.7;
elas_IM("sr") = 0.2;
*-----------------------------------------------------------------
*  Premenne
*-----------------------------------------------------------------
Positive variables
Y(I)      produkcia v sektore I
L(I)      dopyt po praci v sektore I
K(I)      dopyt po kapitali v sektore I
X(J,I)    spotreba komodity J v sektore I
H(J)      spotreba komodity J v sektore domacnosti
DS(J)     celkova ponuka komodity J na domacom trhu
IM(J)     import komodity J
EX(I)     export v sektore I
DP(I)     cast domacej produkcie sektoru I pre domaci trh
```

```
P_DS(J)   cena komodity J na domacom trhu
P_IM(J)   cena importovanej komodity J
P_EX(J)   cena exportovanej komodity J
M         prijem domacnosti
P(J)      cena komodity J
w         cena prace
r         cena kapitalu
ER        vymenny kurz;
Variables
PB        deficit bezneho uctu platobnej bilancie
omega     falosna ucelova funkcia;
*------------------------------------------------------------------
*  Rovnice modelu
*------------------------------------------------------------------
Equations
PRI_IM(J)   rovnica pre ceny importu
PRI_EX(J)   rovnica pre ceny exportu
DEM_L(I)    rovnica dopytu po praci v sektore I
DEM_K(I)    rovnica dopytu po kapitali v sektore I
DEM_X(J,I)  rovnica dopytu po mnozstve komodity J v sektore I
DEM_H(J)    rovnica dopytu po komodite J v sektore domacnosti
DEM_EX(J)   rovnica pre export komodity J
DEM_DP(J)   rovnica pre produkciu pre domaci trh komodity J
DEM_IM(J)   rovnica pre import komodity J
DEM_DS(J)   rovnica pre komoditu J z domacej produkcie pre domaci trh

PRF_Y(I)    rovnica nuloveho zisku v sektore I
PRF_DS(I)   rovnica nuloveho zisku v domacej ponuky na domacom trhu I
MKT_DS(J)   rovnica rovnovahy na domacom trhu s komoditou J
MKT_L       rovnica rovnovahy na trhu prace
MKT_K       rovnica rovnovahy na kapitalovom trhu
BUD_M       rovnica pre prijmy domacnosti
MKT_ZAH     rovnica pre platobnu bilanicu so zahranicim
OBJ         rovnica pre falosna ucelovu funkciu
;
PRI_IM(J)..   P_IM(J) =E= ER*P_World(J);

PRI_EX(J)..   P_EX(J) =E= ER*P_World(J);

DEM_L(I)..    L(I) =E= B_L(I)/w * Y(I)/B_Y(I) * PROD(JJ, P_DS(JJ)**alfa_X(JJ,I)) * w**alfa_L(I) * r**alfa_K(I);

DEM_K(I)..    K(I) =E= B_K(I)/r * Y(I)/B_Y(I) * PROD(JJ, P_DS(JJ)**alfa_X(JJ,I)) * w**alfa_L(I) * r**alfa_K(I);

DEM_X(J,I)..  X(J,I) =E= B_X(J,I)/P_DS(J) * Y(I)/B_Y(I) * PROD(JJ, P_DS(JJ)**alfa_X(JJ,I)) * w**alfa_L(I) * r**alfa_K(I);

DEM_H(J)..    H(J) =E= alfa_H(J)/P_DS(J) * M;

DEM_DP(I)..   DP(I) =E= B_DP(I)*Y(I)/B_Y(I) * (1/P(I) *(alfa_EX(I)*P_EX(I)**elas_EX(I) +
alfa_DP(I)*P(I)**elas_EX(I))**(1/(1-elas_EX(I))))**elas_EX(I);

DEM_EX(I)..   EX(I) =E= B_EX(I)*Y(I)/B_Y(I) * (1/P_EX(I) *(alfa_EX(I)*P_EX(I)**elas_EX(I) +
alfa_DP(I)*P(I)**elas_EX(I))**(1/(1-elas_EX(I))))**elas_EX(I);

DEM_DS(I)..   DP(I) =E= B_DP(I)*DS(I)/B_DS(I) * (1/P(I) *(alfa_IM(I)*P_IM(I)**elas_IM(I) +
alfa_DS(I)*P(I)**elas_IM(I))**(1/(1-elas_IM(I))))**elas_IM(I);

DEM_IM(I)..   IM(I) =E= B_IM(I)*DS(I)/B_DS(I) * (1/P_IM(I) *(alfa_IM(I)*P_IM(I)**elas_IM(I) +
alfa_DS(I)*P(I)**elas_IM(I))**(1/(1-elas_IM(I))))**elas_IM(I);


PRF_Y(I)..    P(I)*DP(I) + P_EX(I)*EX(I) =E= w*L(I) + r*K(I) + SUM(J, P_DS(J)*X(J,I));

PRF_DS(I)..   P_DS(I)*DS(I) =E= P(I)*DP(I) + P_IM(I)*IM(I);

MKT_DS(J)..   DS(J) =E= SUM(I, X(J,I)) + H(J);

MKT_L..       B_TL =E= SUM(I, L(I)) + ER*trans_L_ZAH - ER*trans_ZAH_L ;

MKT_K..       B_TK =E= SUM(I, K(I));
```

```
MKT_ZAH..     PB =E= SUM(I, P_IM(I)*IM(I)) + ER*trans_ZAH_L - SUM(I, P_EX(I)*EX(I)) - ER*trans_L_ZAH;

BUD_M..       M =E= SUM(I, w*L(I)) + SUM(I, r*K(I)) + ER*trans_L_ZAH - ER*trans_ZAH_L + PB;

OBJ..         omega =E= 1;
*-------------------------------------------------------------------
*  Pociatocne spustenie modelu
*-------------------------------------------------------------------
Model CGE /all/;
*Numeraire
w.FX = 1;

ER.FX = 1;

Y.L(I) = B_Y(I); L.L(I) = B_L(I); K.L(I) = B_K(I); X.L(J,I) = B_X(J,I);
H.L(J) = B_H(J); M.L = B_M; P.L(J) = 1; r.L = 1; DS.L(J) = B_DS(J);
IM.L(J) = B_IM(J); EX.L(I) = B_EX(I); DP.L(I) = B_DP(I); P_DS.L(J) = 1;
P_IM.L(J) = 1; P_EX.L(J) = 1; PB.L = B_PB;
Option NLP=CONOPT;;
*Option iterlim = 0;
Solve CGE using NLP maximizing omega;
*-------------------------------------------------------------------
*  Scenar
*-------------------------------------------------------------------
B_TK = 1.2*B_TK;
ER.FX = 1.1;
elas_EX(I) = -0.5;

Option NLP=CONOPT;;
*Option iterlim = 0;
Solve CGE using NLP maximizing omega;
*-------------------------------------------------------------------
*  Hodnotenie
*-------------------------------------------------------------------
*zmena = hodnota podla scenara / pociatocna hodnota
*Napriklad
Parameter
d_Y(I)          zmena - produkcia v sektore I
d_w             zmena - cena prace;
d_Y(I) = Y.L(I)/B_Y(I);
d_w = w.L;
display d_Y, d_w;
$exit
```

## 6. Jednoduchý CGE model rozšírený o nezamestnanosť

```
$Title Jednoduchy CGE model rozsireny o nezamestnanost
$ontext
 produkcia: Cobb-Douglasova produkcna funkcia
 spotreba domacnosti: Cobb-Douglasova funkcia uzitocnosti
 spotreba vlady: Leontieffova produkcna funkcia
 investicie: Leontieffova produkcna funkcia
$offtext

set I /ag, in, sr/;
alias (I,J,JJ);

table SAM(*,*)
     ag    in    sr    K     L     H     G     INV   ZAS
ag   30    5     10                35    10    5     5
in   10    35    20                10    5     15    5
sr   10    10    20                30    10    20    0
K    10    30    20
L    40    20    30
H                      20    90          5
G                      40
INV                                40    10
ZAS                                            10;
parameter
```

```
B_Y(I)       pociatocna produkcia v sektore I
B_L(I)       pociatocny dopyt po praci v sektore I
B_K(I)       pociatocny dopyt po kapitali v sektore I
B_X(J,I)     pociatocna spotreba komodity J v sektore I
B_H(J)       pociatocna spotreba komodity J v sektore domacnosti
B_G(J)       pociatocna spotreba komodity J v sektore vlady
B_INV(J)     pociatocna spotreba komodity J v sektore investicii
B_ZAS(J)     zmena stavu zasob komodity J
alfa_X(J,I)  podiel komodity J v produkcnej funkcii sektora I
alfa_L(I)    podiel ludskej prace v produkcnej funkcii sektora I
alfa_K(I)    podiel kapitalu J v produkcnej funkcii sektora I
alfa_H(J)    podiel komodity J v spotrebe sektoru domacnosti
beta_K_H     cast celkovej zasoby kapitalu ktora je vlastnena domacnostami
beta_K_G     cast celkovej zasoby kapitalu ktora je vlastnena vladou
beta_C_H     sklon domacnosti k spotrebe
beta_C_G     sklon vlady k spotrebe

trans_U_G    celkova podpora v nezamestnanosti /4/
trans_H_G    zvysny transfer od vlady domacnostiam
trans_U_G_r  podpora v nezamestnanosti pre jednotlivca
lambda       parameter pre Cobb-Douglasovu funkciu uzitocnosti - uzitok domacnosti so spotreby a volneho casu
B_TH         pociatocna celkova spotreba (blahobyt) domacnosti
B_TG         pociatocna celkova spotreba (blahobyt) vlady
B_TINV       pociatocna celkova spotreba (blahobyt) investicii
B_M_H        pociatocny prijem domacnosti
B_M_G        pociatocny prijem vlady
B_M_INV      pociatocny prijem investicii
B_TS         celkova ponuka prace ekonomicky aktivneho obyvatelstva /100/
B_TL         pociatocna celkova zamestnanost
B_TU         pociatocna celkova nezamestnanost
B_TK         celkova zasoba kapitalu;
*-----------------------------------------------------------------
*  Kalibracia modelu
*-----------------------------------------------------------------
B_L(I) = SAM("L",I);
B_K(I) = SAM("K",I);
B_X(J,I) = SAM(J,I);
B_Y(I) = B_L(I) + B_K(I) + SUM(J, B_X(J,I));
B_H(J) = SAM(J,"H");
B_G(J) = SAM(J,"G");
B_INV(J) = SAM(J,"INV");
B_ZAS(J) = SAM(J,"ZAS");
B_TL = SUM(I, B_L(I));
B_TK = SUM(I, B_K(I));
B_TH = SUM(I, B_H(I));
B_TG = SUM(I, B_G(I));
B_TINV = SUM(I, B_INV(I));

B_TU = B_TS - B_TL;
trans_H_G = SAM("H","G") - trans_U_G;
trans_U_G_r = trans_U_G/B_TU;
beta_K_H = SAM("H","K")/B_TK;
beta_K_G = SAM("G","K")/B_TK;
B_M_H = SAM("H","K") + SAM("H","L") + trans_H_G + trans_U_G;
B_M_G = SAM("G","K") - trans_H_G - trans_U_G;
beta_C_H = B_TH/B_M_H;
beta_C_G = B_TG/B_M_G;
B_M_INV = SAM("INV","H") + SAM("INV","G") - SAM("ZAS","INV");
alfa_X(J,I) = B_X(J,I)/B_Y(I);
alfa_L(I) = B_L(I)/B_Y(I);
alfa_K(I) = B_K(I)/B_Y(I);
alfa_H(J) = B_H(J)/SUM(I, B_H(I));
lambda = trans_U_G_r*B_TH / (SAM("H","L") + SAM("H","K") + trans_H_G - B_TH/beta_C_H + trans_U_G_r*B_TH);
*-----------------------------------------------------------------
*  Premenne
*-----------------------------------------------------------------
Positive variables
Y(I)       produkcia v sektore I
L(I)       dopyt po praci v sektore I
K(I)       dopyt po kapitali v sektore I
```

```
X(J,I)     spotreba komodity J v sektore I
H(J)       spotreba komodity J v sektore domacnosti
G(J)       spotreba komodity J v sektore vlady
INV(J)     spotreba komodity J v sektore investicii

P(J)       cena komodity J
w          cena prace
r          cena kapitalu
TH         celkova spotreba (blahobyt) domacnosti
TG         celkova spotreba (blahobyt) vlady
TINV       celkova spotreba (blahobyt) investicii
P_TH       cenova uroven - celkova spotreba (blahobyt) domacnosti
P_TG       cenova uroven - celkova spotreba (blahobyt) vlady
P_TINV     cenova uroven - celkova spotreba (blahobyt) investicii
M_H        prijem domacnosti
M_G        prijem vlady
M_INV      prijem investicii
TL         celkova zamestnanost
TU         celkova nezamestnanost
;
Variables
omega      falosna ucelova funkcia
;
*-----------------------------------------------------------------
*  Rovnice modelu
*-----------------------------------------------------------------
Equations
DEM_L(I)    rovnica dopytu po praci v sektore I
DEM_K(I)    rovnica dopytu po kapitali v sektore I
DEM_X(J,I)  rovnica dopytu po mnozstve komodity J v sektore I
DEM_H(J)    rovnica dopytu po komodite J v sektore domacnosti
DEM_G(J)    rovnica dopytu po komodite J v sektore vlady
DEM_INV(J)  rovnica dopytu po komodite J v sektore investicii

PRF_Y(I)    rovnica nuloveho zisku v sektore I
PRF_TH      rovnica nuloveho zisku v sektore domacnosti
PRF_TG      rovnica nuloveho zisku v sektore vlady
PRF_TINV    rovnica nuloveho zisku v sektore investicii
MKT_Y(J)    rovnica rovnovahy na trhu s komoditou J
MKT_K       rovnica rovnovahy na kapitalovom trhu
MKT_L       rovnica rovnovahy na trhu prace
MKT_LU      rovnica pre nezamestnanost
MKT_LS      rovnica pre celkovu ponuku prace

BUD_M_H     rovnica pre prijmy domacnosti
BUD_M_G     rovnica pre prijmy vlady
BUD_M_INV   rovnica pre prijmy investicii
MKT_TH      rovnica rozpoctoveho ohranicenia v sektore domacnosti
MKT_TG      rovnica rozpoctoveho ohranicenia v sektore vlady
MKT_TINV    rovnica rozpoctoveho ohranicenia v sektore investicii
OBJ         rovnica pre falosna ucelovu funkciu
;
DEM_L(I)..    L(I) =E= B_L(I)/w * Y(I)/B_Y(I) * PROD(JJ, P(JJ)**alfa_X(JJ,I)) * w**alfa_L(I) * r**alfa_K(I);

DEM_K(I)..    K(I) =E= B_K(I)/r * Y(I)/B_Y(I) * PROD(JJ, P(JJ)**alfa_X(JJ,I)) * w**alfa_L(I) * r**alfa_K(I);

DEM_X(J,I)..  X(J,I) =E= B_X(J,I)/P(J) * Y(I)/B_Y(I) * PROD(JJ, P(JJ)**alfa_X(JJ,I)) * w**alfa_L(I) * r**alfa_K(I);

DEM_H(J)..    H(J) =E= B_H(J)/P(J) * PROD(I, P(I)**alfa_H(I)) * TH/B_TH;

DEM_G(J)..    G(J) =E= B_G(J)*TG/B_TG;

DEM_INV(J)..  INV(J) =E= B_INV(J)*TINV/B_TINV;

PRF_Y(I)..    P(I)*Y(I) =E= w*L(I) + r*K(I) + SUM(J, P(J)*X(J,I));

PRF_TH..      P_TH*TH =E= SUM(J, P(J)*H(J));

PRF_TG..      P_TG*TG =E= SUM(J, P(J)*G(J));
```

```
PRF_TINV..    P_TINV*TINV =E= SUM(J, P(J)*INV(J));

MKT_Y(J)..    Y(J) =E= SUM(I, X(J,I)) + H(J) + G(J) + INV(J) + B_ZAS(J);

MKT_K..       B_TK =E= SUM(I, K(I));

MKT_L..       TL =E= SUM(I, L(I));

MKT_LU..      TU =E= B_TS - TL;

MKT_LS..      TL =E= B_TS + (1-lambda)*beta_C_H / (lambda*P_TH+(1-lambda)*beta_C_H*trans_U_G_r) * (SUM(I,
w*L(I)) + beta_K_H*SUM(I, r*K(I)) + trans_H_G);

BUD_M_H..     M_H =E= SUM(I, w*L(I)) + beta_K_H*SUM(I, r*K(I)) + trans_H_G + trans_U_G_r*TU;

BUD_M_G..     M_G =E= beta_K_G*SUM(I, r*K(I)) - trans_H_G - trans_U_G_r*TU;

BUD_M_INV..   M_INV + SUM(J, P(J)*B_ZAS(J))=E= (1-beta_C_H)*M_H + (1-beta_C_G)*M_G;

MKT_TH..      P_TH*TH =E= beta_C_H*M_H;

MKT_TG..      P_TG*TG =E= beta_C_G*M_G;

MKT_TINV..    P_TINV*TINV =E= M_INV;

OBJ..         omega =E= 1;
*-----------------------------------------------------------------
*  Pociatocne spustenie modelu
*-----------------------------------------------------------------
Model CGE /all/;
*Numeraire
P_TH.FX = 1;

Y.L(I) = B_Y(I); L.L(I) = B_L(I); K.L(I) = B_K(I); X.L(J,I) = B_X(J,I);
H.L(J) = B_H(J); G.L(J) = B_G(J); INV.L(J) = B_INV(J); M_H.L = B_M_H;
M_G.L = B_M_G; M_INV.L = B_M_INV; TH.L = B_TH; TG.L = B_TG; TINV.L = B_TINV;
TL.L = B_TL; TU.L = B_TU; P_TG.L = 1; P_TINV.L = 1; P.L(J) = 1;
w.L = 1; r.L = 1;
Option NLP=CONOPT;;
*Option iterlim = 0;
Solve CGE using NLP maximizing omega;
*-----------------------------------------------------------------
*  Scenar
*-----------------------------------------------------------------
trans_U_G_r = 0.9*trans_U_G_r;
B_TS = 1.2*B_TS;

Option NLP=CONOPT;;
*Option iterlim = 0;
Solve CGE using NLP maximizing omega;
*-----------------------------------------------------------------
*  Hodnotenie
*-----------------------------------------------------------------
*zmena = hodnota podla scenara / pociatocna hodnota
*Napriklad
Parameter
d_Y(I)          zmena - produkcia v sektore I
d_w             zmena - cena prace;
d_Y(I) = Y.L(I)/B_Y(I);
d_w = w.L;
display d_Y, d_w;
$exit
```

## 7. Jednoduchý rekurzívno-dynamický CGE model

```
$Title Jednoduchy rekurzivno dynamicky CGE
$ontext
 produkcia: Cobb-Douglasova produkcna funkcia
 spotreba domacnosti: Cobb-Douglasova funkcia uzitocnosti
```

```
 investicie: Leontieffova produkcna funkcia
$offtext

set I /ag, in, sr/;
alias (I,J);

table SAM(*,*)
     ag     in     sr     K     L     H    INV
ag                                 35   15
in                                 20   40
sr                                 40   10
K    10     40     20
L    40     20     30
H                       70    90
INV                                   65;
*cas
set t /1,2,3,4,5/

parameter
B_Y(I)     pociatocna produkcia v sektore I
B_L(I)     pociatocny dopyt po praci v sektore I
B_K(I)     pociatocny dopyt po kapitali v sektore I
B_H(J)     pociatocna spotreba komodity J v sektore domacnosti
B_INV(J)   pociatocna spotreba komodity J v sektore investicii
alfa_L(I)  podiel ludskej prace v produkcnej funkcii sektora I
alfa_K(I)  podiel kapitalu J v produkcnej funkcii sektora I
alfa_H(J)  podiel komodity J v spotrebe sektoru domacnosti
beta_C_H   sklon domacnosti k spotrebe

delta      miera opotrebovania kapitalu
c          miera rastu ponuky prace (prace schopneho obyvatelstva) /0.01/
B_TL       celkova ponuka prace
B_TK       celkova zasoba kapitalu
B_TH       pociatocna celkova spotreba (blahobyt) domacnosti
B_TINV     pociatocna celkova spotreba (blahobyt) investicii
B_M_H      pociatocny prijem domacnosti
B_M_INV    pociatocny prijem investicii
;
*-----------------------------------------------------------------
*  Kalibracia modelu
*-----------------------------------------------------------------
delta = 0.03;
B_L(I) = SAM("L",I);
B_K(I) = SAM("K",I);
B_Y(I) = B_L(I) + B_K(I);
B_H(J) = SAM(J,"H");
B_INV(J) = SAM(J,"INV");
B_TL = SUM(I, B_L(I));
B_TK = SUM(I, B_K(I));
B_TH = SUM(I, B_H(I));
B_TINV = SUM(I, B_INV(I));

B_M_H = SAM("H","K") + SAM("H","L");
beta_C_H = B_TH/B_M_H;
B_M_INV = SAM("INV","H");
alfa_L(I) = B_L(I)/B_Y(I);
alfa_K(I) = B_K(I)/B_Y(I);
alfa_H(J) = B_H(J)/SUM(I, B_H(I));
*-----------------------------------------------------------------
*  Premenne
*-----------------------------------------------------------------
Positive variables
Y(I)    produkcia v sektore I
L(I)    dopyt po praci v sektore I
K(I)    dopyt po kapitali v sektore I
H(J)    spotreba komodity J v sektore domacnosti
INV(J)  spotreba komodity J v sektore investicii
P(J)    cena komodity J
w       cena prace
r       cena kapitalu
```

```
TH      celkova spotreba (blahobyt) domacnosti
TINV    celkova spotreba (blahobyt) investicii
P_TH    cenova uroven - celkova spotreba (blahobyt) domacnosti
P_TINV  cenova uroven - celkova spotreba (blahobyt) investicii
M_H     prijem domacnosti
M_INV   prijem investicii;
Variables
omega          falosna ucelova funkcia;
*-----------------------------------------------------------------
*  Rovnice modelu
*-----------------------------------------------------------------
Equations
DEM_L(I)   rovnica dopytu po praci v sektore I
DEM_K(I)   rovnica dopytu po kapitali v sektore I
DEM_H(J)   rovnica dopytu po komodite J v sektore domacnosti
DEM_INV(J) rovnica dopytu po komodite J v sektore investicii

PRF_Y(I)   rovnica nuloveho zisku v sektore I
PRF_TH     rovnica nuloveho zisku v sektore domacnosti
PRF_TINV   rovnica nuloveho zisku v sektore investicii
MKT_Y(J)   rovnica rovnovahy na trhu s komoditou J
MKT_L      rovnica rovnovahy na trhu prace
MKT_K      rovnica rovnovahy na kapitalovom trhu
BUD_M_H    rovnica pre prijmy domacnosti
BUD_M_INV  rovnica pre prijmy investicii
MKT_TH     rovnica rozpoctoveho ohranicenia v sektore domacnosti
MKT_TINV   rovnica rozpoctoveho ohranicenia v sektore investicii
OBJ        rovnica pre falosna ucelovu funkciu
;
DEM_L(I)..   L(I) =E= B_L(I)/w * Y(I)/B_Y(I) * w**alfa_L(I) * r**alfa_K(I);

DEM_K(I)..   K(I) =E= B_K(I)/r* Y(I)/B_Y(I) * w**alfa_L(I) * r**alfa_K(I);

DEM_H(J)..   H(J) =E= B_H(J)/P(J) * PROD(I, P(I)**alfa_H(I)) * TH/B_TH;

DEM_INV(J).. INV(J) =E= B_INV(J)*TINV/B_TINV;

PRF_Y(I)..   P(I)*Y(I) =E= w*L(I) + r*K(I);

PRF_TH..     P_TH*TH =E= SUM(J, P(J)*H(J));

PRF_TINV..   P_TINV*TINV=E= SUM(J, P(J)*INV(J));

MKT_Y(J)..   Y(J) =E= H(J) + INV(J);

MKT_L..      B_TL =E= SUM(I, L(I));

MKT_K..      B_TK =E= SUM(I, K(I));

BUD_M_H..    M_H =E= SUM(I, w*L(I)) + SUM(I, r*K(I));

BUD_M_INV..  M_INV =E= (1-beta_C_H)*M_H;

MKT_TH..     P_TH*TH =E= beta_C_H*M_H;

MKT_TINV..   P_TINV*TINV =E= M_INV;

OBJ..        omega =E= 1;
*-----------------------------------------------------------------
*  Pociatocne spustenie modelu
*-----------------------------------------------------------------
Model CGE /all/;
P_TH.FX = 1;

Y.L(I) = B_Y(I); L.L(I) = B_L(I); K.L(I) = B_K(I); H.L(J) = B_H(J);
INV.L(J) = B_INV(J); M_H.L = B_M_H; M_INV.L = B_M_INV; TH.L = B_TH;
TINV.L = B_TINV; P_TINV.L = 1; P.L(J) = 1; w.L = 1; r.L = 1;
Option NLP=CONOPT;;
*Option iterlim = 0;
```

```
Parameter
d_Y(I,t)  zmena - produkcia v sektore I v case t
d_w(t)    zmena - cena prace v case t
;
Loop(t,

Solve CGE using NLP maximizing omega;
B_TK = (1-delta)*B_TK + TINV.L;
B_TL = (1+c)*B_TL;
d_Y(I,t) = Y.L(I);
d_w(t) = w.L;
);
*------------------------------------------------------------------
*  Scenar
*------------------------------------------------------------------
B_TL = SUM(I, B_L(I));
B_TK = SUM(I, B_K(I));
Option NLP=CONOPT;;
*Option iterlim = 0;

Loop(t,

Solve CGE using NLP maximizing omega;
B_TK = (1-delta+0.02)*B_TK + TINV.L;
B_TL = (1+c-0.02)*B_TL;
*------------------------------------------------------------------
*  Hodnotenie
*------------------------------------------------------------------
*Napriklad
*zmena = hodnota podla scenara / pociatocna hodnota
d_Y(I,t) = Y.L(I)/d_Y(I,t);
d_w(t) = w.L;
);
display d_Y, d_w;
$exit
```

# 8. Jednoduchý dynamický CGE model - producent

```
$Title Jednoduchy dynamicky CGE model - producent
$ontext
 produkcia: Cobb-Douglasova produkcna funkcia
 spotreba domacnosti: Cobb-Douglasova funkcia uzitocnosti
 investicie: Leontieffova produkcna funkcia
$offtext

set I /ag, in, sr/;
alias (I,J);

table SAM(*,*)
     ag     in     sr     K       L      H      INV
ag                                      53.7   10
in                                      97.9   29.5
sr                                      85.55  10
K    18.2   36.4   27.3
L    45.5   91     68.25
H                         81.9    204.75
INV                                     49.5;
*cas
set t /1,2,3,4,5/;
alias(t,tk);

parameter
B_Y(I)     pociatocna produkcia v sektore I
B_L(I)     pociatocny dopyt po praci v sektore I
B_K(I)     pociatocny dopyt po kapitali v sektore I
B_H(J)     pociatocna spotreba komodity J v sektore domacnosti
B_INV(J)   pociatocna spotreba komodity J v sektore investicii
B_Ins(I)   pociatocne investicie v sektore I
B_div(I)   pociatocne dividendy v sektore I
```

```
alfa_L(I)  podiel ludskej prace v produkcnej funkcii sektora I
alfa_K(I)  podiel kapitalu J v produkcnej funkcii sektora I
alfa_H(J)  podiel komodity J v spotrebe sektoru domacnosti
gamma(I)   parameter produkcnej funkcie sektora I
phi(I)     parameter prisposobovacich nakladov v sektore I
delta(I)   miera opotrebovania kapitalu v sektore I
c          ustalena rovnovazna miera rastu /0.02/
r          vynos z bezrizikoveho aktiva v case t /0.03/
B_TL(t)    celkova ponuka prace v case t
B_TH       pociatocna celkova spotreba (blahobyt) domacnosti
B_TINV     pociatocna celkova spotreba (blahobyt) investicii
B_M_H      pociatocny prijem domacnosti;
*-----------------------------------------------------------------
*  Kalibracia modelu
*-----------------------------------------------------------------
delta(I) = 0.03;
B_K("ag") = 200;
B_K("in") = 400;
B_K("sr") = 300;
B_L(I) = SAM("L",I);

**predpoklad: ekonomika ma ustaleny rovnovazny rast**
B_Ins(I)=(c+delta(I))*B_K(I);
**predpoklad: prisposobovacie naklady tvoria 10 percent s investicii**
phi(I) = 0.1*B_K(I)/B_Ins(I);
B_div(I) = SAM("K",I) - 1.1*B_Ins(I);

B_Y(I) = SAM(I,"H")+SAM(I,"INV");
alfa_K(I) = B_K(I)/B_Y(I) * ((r+delta(I))*(1+2*phi(I)*B_Ins(I)/B_K(I))-phi(I)*(B_Ins(I)/B_K(I))**2 );
alfa_L(I) = 1 - alfa_K(I);
gamma(I) = B_Y(I) / (B_L(I)**alfa_L(I) * B_K(I)**alfa_K(I));

B_H(J) = SAM(J,"H");
B_INV(J) = SAM(J,"INV");
B_TL(t) = SUM(I, B_L(I))*(1 + c)**(ord(t)-1);
B_TH = SUM(I, B_H(I));
B_TINV = SUM(I, B_INV(I));
B_M_H = SUM(I, B_L(I)) + SUM(I, B_div(I));
alfa_H(J) = B_H(J)/SUM(I, B_H(I));
*-----------------------------------------------------------------
*  Premenne
*-----------------------------------------------------------------
Positive variables
Y(I,t)      produkcia v sektore I v case t
L(I,t)      dopyt po praci v sektore I v case t
K(I,t)      dopyt po kapitali v sektore I v case t
H(J,t)      spotreba komodity J v sektore domacnosti v case t
INV(J,t)    spotreba komodity J v sektore investicii v case t
P(J,t)      cena komodity J v case t
w(t)        cena prace v case t
div(I,t)    dividenda v sektore I v case t
Ins(I,t)    investicie v sektore I v case t

TH(t)       celkova spotreba (blahobyt) domacnosti v case t
TINV(t)     celkova spotreba (blahobyt) investicii v case t
P_TH(t)     cenova uroven - celkova spotreba (blahobyt) domacnosti v case t
P_TINV(t)   cenova uroven - celkova spotreba (blahobyt) investicii v case t
M_H(t)      prijem domacnosti v case t
q(I,t)      tienova cena kapitalu v sektore I v case t;
Variables
omega       falosna ucelova funkcia;
*-----------------------------------------------------------------
*  Rovnice modelu
*-----------------------------------------------------------------
Equations
DEM_H(J,t)    rovnica dopytu po komodite J v sektore domacnosti v case t
PRF_TH(t)     rovnica nuloveho zisku v sektore domacnosti v case t
MKT_TH(t)     rovnica rozpoctoveho ohranicenia v sektore domacnosti v case t
BUD_M_H(t)    rovnica pre prijmy domacnosti v case t
```

```
DEM_INV(J,t)  rovnica dopytu po komodite J v sektore investicii v case t
PRF_TINV(t)   rovnica nuloveho zisku v sektore investicii v case t
MKT_TINV(t)   rovnica rozpoctoveho ohranicenia v sektore investicii v case t
MKT_Y(J,t)    rovnica rovnovahy na trhu s komoditou J v case t
MKT_L(t)      rovnica rovnovahy na trhu prace v case t

PRO_Y(I,t)    rovnica pre mnozstvo vystupu
PRF_Y(I,t)    rovnica nuloveho zisku v sektore I v case t
DEM_L(I,t)    podmienka pre optimalne mnozstvo prace v sektore I v case t
MKT_q(I,t)    rovnica pre tienovu cenu kapitalu v sektore I v case t
DYN_K(I,t)    rovnica akumulacie kapitalu v sektore I v case t
DYN_KT(I,t)   koncova podmienka akumulacie kapitalu v sektore I
DYN_K0(I,t)   pociatocna podmienka akumulacie kapitalu v sektore I
DYN_q(I,t)    rovnica pre casovu zmenu tienovej ceny kapitalu v sektore I v case t
OBJ           rovnica pre falosna ucelovu funkciu v case t
;
DEM_H(J,t)..   H(J,t) =E= B_H(J)/P(J,t) * PROD(I, P(I,t)**alfa_H(I)) * TH(t)/B_TH;

MKT_TH(t)..    P_TH(t)*TH(t) =E= M_H(t);

PRF_TH(t)..    P_TH(t)*TH(t) =E= SUM(J, P(J,t)*H(J,t));

BUD_M_H(t)..   M_H(t) =E= SUM(I, w(t)*L(I,t)) + SUM(I, div(I,t));


DEM_INV(J,t).. INV(J,t) =E= B_INV(J)*TINV(t)/B_TINV;

PRF_TINV(t)..  P_TINV(t)*TINV(t) =E= SUM(J, P(J,t)*INV(J,t));

MKT_TINV(t)..  P_TINV(t)*TINV(t) =E= SUM(I, P_TINV(t)*(Ins(I,t) + phi(I)*(Ins(I,t)**2)/K(I,t)));


MKT_Y(J,t)..   Y(J,t) =E= H(J,t) + INV(J,t);

MKT_L(t)..     B_TL(t) =E= SUM(I, L(I,t));


PRO_Y(I,t)..   Y(I,t) =E= gamma(I) * L(I,t)**alfa_L(I) * K(I,t)**alfa_K(I);

PRF_Y(I,t)..   div(I,t) =E= P(I,t)*Y(I,t) - w(t)*L(I,t) - P_TINV(t)*(Ins(I,t) + phi(I)*(Ins(I,t)**2)/K(I,t));

DEM_L(I,t)..   P(I,t) * alfa_L(I) * gamma(I) * L(I,t)**(alfa_L(I)-1) * K(I,t)**alfa_K(I) =E= w(t);

MKT_q(I,t)..   q(I,t) =E= P_TINV(t)* (1 + 2*phi(I)* Ins(I,t)/K(I,t));


DYN_K(I,t+1)..   K(I,t+1) =E= (1-delta(I))*K(I,t) + Ins(I,t);

DYN_KT(I,t)$(ord(t) eq card(t))..   (c + delta(I))*K(I,t) =E= Ins(I,t);

DYN_K0(I,t)$(ord(t) eq 1)..   K(I,t) =E= B_K(I);

DYN_q(I,t+1).. P(I,t+1)*alfa_K(I)*gamma(I)* L(I,t+1)**alfa_L(I) *K(I,t+1)**(alfa_K(I)-1) +
P_TINV(t+1)*phi(I)*(Ins(I,t+1)**2)/(K(I,t+1)**2) + (1-delta(I))*q(I,t+1) =E= (1+r)*q(I,t);

OBJ..          omega =E= 1;
*------------------------------------------------------------------
*  Pociatocne spustenie modelu
*------------------------------------------------------------------
Model CGE /all/;
P_TH.FX(t) = 1;

Y.L(I,t) = B_Y(I); L.L(I,t) = B_L(I); K.L(I,t) = B_K(I); H.L(J,t) = B_H(J);
INV.L(J,t) = B_INV(J); M_H.L(t) = B_M_H; TH.L(t) = B_TH; TINV.L(t) = B_TINV;
P_TINV.L(t) = 1; P.L(J,t) = 1; w.L(t) = 1; div.L(I,t) = B_div(I);
q.L(I,t) = (1 + 2*phi(I)* B_Ins(I)/B_K(I)); Ins.L(I,t) = B_Ins(I);
Option NLP=CONOPT;;
*Option iterlim = 0;
Solve CGE using NLP maximizing omega;
```

```
Parameter
d_Y(I,t)           zmena - produkcia v sektore I v case t
d_w(t)             zmena - cena prace v case t;
d_Y(I,t) = Y.L(I,t);
d_w(t) = w.L(t);
*------------------------------------------------------------------
*  Scenar
*------------------------------------------------------------------
B_TL(t) = 1.1*B_TL(t);

Option NLP=CONOPT;;
*Option iterlim = 0;
Solve CGE using NLP maximizing omega;
*------------------------------------------------------------------
*  Hodnotenie
*------------------------------------------------------------------
*zmena = hodnota podla scenara / pociatocna hodnota
*Napriklad
d_Y(I,t) = Y.L(I,t)/d_Y(I,t);
d_w(t) = w.L(t);
display d_Y, d_w;
$exit
```

## 9. Jednoduchý dynamický CGE model – spotrebiteľ

```
$Title Jednoduchy dynamicky CGE model - spotrebitel
$ontext
 produkcia: Cobb-Douglasova produkcna funkcia
 spotreba domacnosti: Cobb-Douglasova funkcia uzitocnosti
$offtext

set I /ag, in, sr/;
alias (I,J);

table SAM(*,*)
     ag    in    sr    K     L     H     ZAH
ag                            60    10
in                            50    30
sr                            50    10
K    10    30    20
L    40    20    30
H                      60    90          20
ZAH  20    30    10                10;
*cas
set t /1,2,3,4,5/
set t0(t)/1/, tT(t) /5/;

parameter
B_Y(I)       pociatocna produkcia v sektore I
B_L(I)       pociatocny dopyt po praci v sektore I
B_K(I)       pociatocny dopyt po kapitali v sektore I
B_H(J)       pociatocna spotreba komodity J v sektore domacnosti
B_DS(J)      pociatocna celkova ponuka komodity J na domacom trhu
B_IM(J)      pociatocny import komodity J
B_EX(I)      pociatocny export v sektore I
B_DP(I)      pociatocna cast domacej produkcie sektoru I pre domaci trh
P_World(J,t) svetove ceny v case t

alfa_L(I)    podiel ludskej prace v produkcnej funkcii sektora I
alfa_K(I)    podiel kapitalu J v produkcnej funkcii sektora I
alfa_H(J)    podiel komodity J v spotrebe sektoru domacnosti
alfa_EX(I)   podiel exportu v produkcii sektoru I
alfa_DP(I)   podiel produkcie pre domaci trh v produkcii sektoru I
alfa_IM(J)   podiel importovanej komodity J na celkovej domacej ponuke
alfa_DS(J)   podiel komodity J z domacej produkcie na celkovej domacej ponuke
elas_EX(J)   elasticita CET funkcie
elas_IM(J)   elasticita CES funkcie
r_w(t)       vynos zo zahranicnych dlhopisov v case t /1=0.02,2=0.015,3=0.018,4=0.023,5=0.02/
c            ustaleny rovnovazny rast vastnictva zahranicnych dlhopisov /0.02/
```

```
rho        parameter pre casovu preferenciu /0.05/

B_TL(t)     celkova ponuka prace v case t
B_TK(t)     celkova zasoba kapitalu v case t
B_TH        pociatocna celkova spotreba (blahobyt) domacnosti
B_B         pociatocne mnozstvo zahranicnych dlhopisov vlastnenych domacnostami
B_S         pociatocne uspory domacnosti;
*-----------------------------------------------------------------
*  Kalibracia modelu
*-----------------------------------------------------------------
B_B = SAM("H","ZAH")/r_w("1");
B_S = SAM("ZAH","H");
P_World(J,t) = 1;
B_L(I) = SAM("L",I);
B_K(I) = SAM("K",I);
B_H(J) = SAM(J,"H");
B_Y(I) = B_L(I) + B_K(I);
B_IM(J) = SAM("ZAH",J);
B_EX(I) = SAM(I, "ZAH");
B_DP(I) = B_Y(I) - B_EX(I);
B_DS(J) = B_IM(J) + B_DP(J);
B_TH = SUM(I, B_H(I));
B_TL(t) = SUM(I, B_L(I));
B_TK(t) = SUM(I, B_K(I));

alfa_L(I) = B_L(I)/B_Y(I);
alfa_K(I) = B_K(I)/B_Y(I);
alfa_H(J) = B_H(J)/SUM(I, B_H(I));
alfa_EX(I) = B_EX(I)/B_Y(I);
alfa_DP(I) = B_DP(I)/B_Y(I);
alfa_IM(J) = B_IM(J)/B_DS(J);
alfa_DS(J) = B_DP(J)/B_DS(J);

elas_EX("ag") = -0.5;
elas_EX("in") = -0.8;
elas_EX("sr") = -0.5;
elas_IM("ag") = 0.7;
elas_IM("in") = 0.7;
elas_IM("sr") = 0.5;
*-----------------------------------------------------------------
*  Premenne
*-----------------------------------------------------------------
Positive variables
Y(I,t)     produkcia v sektore I v case t
L(I,t)     dopyt po praci v sektore I v case t
K(I,t)     dopyt po kapitali v sektore I v case t
H(J,t)     spotreba komodity J v sektore domacnosti v case t
TH(t)      celkova spotreba (blahobyt) domacnosti v case t
DS(J,t)    celkova ponuka komodity J na domacom trhu v case t
IM(J,t)    import komodity J v case t
EX(I,t)    export v sektore I v case t
DP(I,t)    cast domacej produkcie sektoru I pre domaci trh v case t
P_DS(J,t)  cena komodity J na domacom trhu v case t
P_IM(J,t)  cena importovanej komodity J v case t
P_EX(J,t)  cena exportovanej komodity J v case t

P_TH(t)    cenova uroven - celkova spotreba (blahobyt) domacnosti v case t
P(J,t)     cena komodity J v case t
w(t)       cena prace v case t
r(t)       cena kapitalu v case t
ER(t)      vymenny kurz v case t
div(I,t)   dividendy v sektore I v case t
B(t)       stav zahranicnych dlhopisov vlastnenych domacnostami v case t;
Variables
S(t)       uspory domacnosti v case t
omega      falosna ucelova funkcia;
*-----------------------------------------------------------------
*  Rovnice modelu
*-----------------------------------------------------------------
Equations
```

PRI_IM(J,t) rovnica pre ceny importu v case t
PRI_EX(J,t) rovnica pre ceny exportu v case t
DEM_L(I,t) rovnica dopytu po praci v sektore I v case t
DEM_K(I,t) rovnica dopytu po kapitali v sektore I v case t
DEM_EX(J,t) rovnica pre export komodity J v case t
DEM_DP(J,t) rovnica pre produkciu pre domaci trh komodity J v case t
DEM_IM(J,t) rovnica pre import komodity J v case t
DEM_DS(J,t) rovnica pre komoditu J z domacej produkcie pre domaci trh v case t
PRF_Y(I,t) rovnica nuloveho zisku v sektore I v case t
PRF_DS(I,t) rovnica nuloveho zisku v domacej ponuky na domacom trhu I v case t
MKT_DS(J,t) rovnica rovnovahy na domacom trhu s komoditou J v case t
MKT_L(t) rovnica rovnovahy na trhu prace v case t
MKT_K(t) rovnica rovnovahy na kapitalovom trhu v case t
MKT_ZAH(t) rovnica pre platobnu bilanicu so zahranicim v case t

MKT_div(I,t) rovnica vynosu z kapitalu v sektore I v case t
DEM_H(J,t) rovnica dopytu po komodite J v sektore domacnosti v case t
PRF_TH(t) rovnica nuloveho zisku v sektore domacnosti v case t
MKT_S(t) rovnica rozpoctoveho ohranicenia v sektore domacnosti v case t
MKT_TH(t) rovnica pre zmenu spotreby v case t
MKT_B(t) rovnica pre zmenu vo vlastnictve zahranicnych dlhopisov v case t
MKT_BT(t) koncova podmienka pre zmenu zahranicnych dlhopisov
MKT_B0(t) pociatocna podmienka pre hodnotu majetku v zahranicnych dlhopisoch
OBJ rovnica pre falosna ucelovu funkciu
;
PRI_IM(J,t).. P_IM(J,t) =E= ER(t)*P_World(J,t);

PRI_EX(J,t).. P_EX(J,t) =E= ER(t)*P_World(J,t);

DEM_L(I,t).. L(I,t) =E= B_L(I)/w(t) * Y(I,t)/B_Y(I) * w(t)**alfa_L(I) * r(t)**alfa_K(I);

DEM_K(I,t).. K(I,t) =E= B_K(I)/r(t) * Y(I,t)/B_Y(I) * w(t)**alfa_L(I) * r(t)**alfa_K(I);

DEM_DP(I,t).. DP(I,t) =E= B_DP(I)*Y(I,t)/B_Y(I) * (1/P(I,t) *(alfa_EX(I)*P_EX(I,t)**elas_EX(I) + alfa_DP(I)*P(I,t)**elas_EX(I))**(1/(1-elas_EX(I))))**elas_EX(I);

DEM_EX(I,t).. EX(I,t) =E= B_EX(I)*Y(I,t)/B_Y(I) * (1/P_EX(I,t) *(alfa_EX(I)*P_EX(I,t)**elas_EX(I) + alfa_DP(I)*P(I,t)**elas_EX(I))**(1/(1-elas_EX(I))))**elas_EX(I);

DEM_DS(I,t).. DP(I,t) =E= B_DP(I)*DS(I,t)/B_DS(I) * (1/P(I,t) *(alfa_IM(I)*P_IM(I,t)**elas_IM(I) + alfa_DS(I)*P(I,t)**elas_IM(I))**(1/(1-elas_IM(I))))**elas_IM(I);

DEM_IM(I,t).. IM(I,t) =E= B_IM(I)*DS(I,t)/B_DS(I) * (1/P_IM(I,t) *(alfa_IM(I)*P_IM(I,t)**elas_IM(I) + alfa_DS(I)*P(I,t)**elas_IM(I))**(1/(1-elas_IM(I))))**elas_IM(I);

PRF_Y(I,t).. P(I,t)*DP(I,t) + P_EX(I,t)*EX(I,t) =E= w(t)*L(I,t) + r(t)*K(I,t);

PRF_DS(I,t).. P_DS(I,t)*DS(I,t) =E= P(I,t)*DP(I,t) + P_IM(I,t)*IM(I,t);

MKT_DS(J,t).. DS(J,t) =E= H(J,t);

MKT_L(t).. B_TL(t) =E= SUM(I, L(I,t));

MKT_K(t).. B_TK(t) =E= SUM(I, K(I,t));

MKT_ZAH(t).. SUM(I, P_IM(I,t)*IM(I,t)) + S(t) =E= SUM(I, P_EX(I,t)*EX(I,t)) + ER(t)*r_w(t)*B(t);

***sektor domacnosti***
MKT_div(I,t).. div(I,t) =E= r(t)*K(I,t);

DEM_H(J,t).. H(J,t) =E= B_H(J)/P_DS(J,t) * PROD(I, P_DS(I,t)**alfa_H(I)) * TH(t)/B_TH;

PRF_TH(t).. P_TH(t)*TH(t) =E= SUM(J, P_DS(J,t)*H(J,t));

MKT_S(t).. S(t) =E= SUM(I, w(t)*L(I,t)) + SUM(I, div(I,t)) + ER(t)*r_w(t)*B(t) - P_TH(t)*TH(t);

MKT_TH(t+1)$(ord(t) lt card(t)-1).. P_TH(t+1)*TH(t+1) =E= ER(t+1)*(1+r_w(t+1))/(1+rho) * P_TH(t)*TH(t);

MKT_B(t+1).. B(t+1) =E= B(t) + S(t)/ER(t);

```
MKT_BT(t)$(ord(t) eq card(t))..  S(t) =E= ER(t)*c*B(t);

MKT_B0(t)$(ord(t) eq 1)..  B(t) =E= B_B;

OBJ..          omega =E= 1;
*------------------------------------------------------------------
*  Pociatocne spustenie modelu
*------------------------------------------------------------------
Model CGE /all/;
P_TH.FX(t) = 1;

Y.L(I,t) = B_Y(I); L.L(I,t) = B_L(I); K.L(I,t) = B_K(I);  H.L(J,t) = B_H(J);
P.L(J,t) = 1; w.L(t) = 1; r.L(t) = 1; TH.L(t) = B_TH; div.L(I,t) = B_K(I);
S.L(t) = B_S; B.L(t) = B_B; DS.L(J,t) = B_DS(J); IM.L(J,t) = B_IM(J);
EX.L(I,t) = B_EX(I); DP.L(I,t) = B_DP(I); P_DS.L(J,t) = 1; P_IM.L(J,t) = 1;
P_EX.L(J,t) = 1; ER.L(t) = 1;
Option NLP=CONOPT;
*Option iterlim = 0;
Solve CGE using NLP maximizing omega;

Parameter
d_Y(I,t)          zmena - produkcia v sektore I v case t
d_w(t)            zmena - cena prace v case t;
d_Y(I,t) = Y.L(I,t);
d_w(t) = w.L(t);
*------------------------------------------------------------------
*  Scenar
*------------------------------------------------------------------
B_TK(t) = 1.2*B_TK(t);

Option NLP=CONOPT;
*Option iterlim = 0;
Solve CGE using NLP maximizing omega;
*------------------------------------------------------------------
*  Hodnotenie
*------------------------------------------------------------------
*zmena = hodnota podla scenara / pociatocna hodnota
*Napriklad
d_Y(I,t) = Y.L(I,t)/d_Y(I,t);
d_w(t) = w.L(t)/d_w(t);
display d_Y, d_w;
$exit
```