

FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY
UNIVERZITY KOMENSKÉHO V BRATISLAVE

Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky



Krachy na burzách z pohľadu ekonofyziky

DIPLOMOVÁ PRÁCA

BRATISLAVA 2006

Mário Vozár

FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY
UNIVERZITY KOMENSKÉHO V BRATISLAVE

Matematika

Ekonomická a finančná matematika



Krachy na burzách z pohľadu ekonofyziky

DIPLOMOVÁ PRÁCA

Diplomant: Mário Vozár

Vedúci diplomovej práce: Doc. RNDr. Ján Boďa, CSc

Bratislava 2006

Čestné prehlásenie

Čestne prehlasujem, že diplomovú prácu som vypracoval samostatne len s využitím teoretických vedomostí a s použitím uvedenej literatúry.

V Bratislave 25. apríla 2006

Ďakujem vedúcemu diplomovej práce Doc. RNDr. Jánovi Boďovi, CSc za cenné rady a pripomienky, ktoré mi pomohli pri písaní tejto práce.

Mojim rodičom a celej rodine chcem zároveň vyjadriť veľkú vďaku za to, že mi umožnili štúdium na vysokej škole i za ich všestrannú podporu počas neho. Ich podporu si hlboko vážim.

Abstrakt

Cieľom predkladanej práce je oboznámiť čitateľa so základnými poznatkami z teórie krachov na finančných trhoch. Ako je možné na základe analýzy distribúcie poklesov ceny aktív na trhoch pozorovať, krachy ako veľké poklesy ceny sa vyznačujú štatistickými znakmi odlišnými od zvyšku distribúcie. Ak sú skutočne finančné krachy „outliermi“ a nie iba malými poklesmi, ktoré sa nezastavili, vynára sa otázka aké procesy majú za následok ich vznik, poprípade je možné ich vznik predvídať? Na základe simulačných pokusov demonštrujeme, že vzájomná kooperácia ekonomických agentov, podporená mechanizmami pozitívnej odozvy môže vyústiť do vzniku takejto kritickej situácie. Konštatujeme, že čím je takáto orientácia na názor svojho okolia väčšia, tým je väčšie i riziko krachu v systéme.

Kľúčové slová: ekonofyzika, krachy na burzách, pozitívna odozva, davový efekt, Isingov model, diskretná škálová invariantnosť

Obsah

ÚVOD	8
1 ÚVOD DO TEÓRIE KRACHOV NA BURZÁCH	9
1.1 Charakter finančného trhu	9
1.2 Krachy v minulosti a teraz	11
1.2.1 Tulipánová mánia	11
1.2.2 South Sea Bubble	12
1.2.3 Veľký októbrový krach roku 1929	12
1.2.4 Pád Bretton Wood systému	13
1.2.5 Krach na burze v októbri 1987	14
2 KOMPLEXNÉ SYSTÉMY A DISKRÉTNÁ ŠKÁLOVÁ INVARIANTNOSŤ	15
2.1 Finančné trhy ako komplexné systémy	15
2.2 Diskrétna škálová invariantnosť	16
3 VEĽKÉ POKLESY CENY AKO OUTLIERY	19
3.1 Metodológia identifikácie veľkých poklesov v cene aktíva	20
3.1.1 Algoritmus identifikácie ε -poklesu ceny	20
3.2 Outliery v distribúcii ε -poklesov cien na devízových trhoch	21
3.2.1 Analýza výmenného kurzu DM a US\$	21
3.2.2 Analýza výmenného kurzu Yen a US\$	23
3.2.3 Rozbor ε -poklesov pri indexe S&P 500	25
3.2.4 Distribúcia poklesov vo vývoji ceny akcie Microsoftu	27
4 POZITÍVNA ODOZVA INVESTOROV	30
4.1 Kooperatívne správanie sa investorov a vznik davového efektu	31
4.2 Modifikovaný Isingov model	32
4.2.1 Statický model	34
4.2.2 Dynamický model	38

5	POROVNANIE RELEVANTNOSTI MODIFIKOVANÉHO ISINGOVHO MODELU SO SKUTOČNOSŤOU	46
5.1	Distribúcia poklesov ceny pri statickom modeli	47
5.2	Distribúcia poklesov ceny pri dynamickom modeli	48
	ZÁVER	49
	LITERATÚRA	51
	PRÍLOHY	53

Úvod

V októbri 1987 zasiahol finančné trhy jeden z najväčších krachov v dejinách. Jeho výskyt na väčšine hlavných svetových búrz znamenal takmer okamžitú stratu vo výške biliónov dolárov. Ako história ukázala, prípadný krach neznamená iba stratu pre veľkých investorov na trhu, ale i stratu úspor a penzií jednotlivcov, neraz nasledovaný výraznou recesiou.

Je teda zrejmé, že tento fenomén je v centre skúmania nielen ekonómov ale v poslednej dobe i fyzikov, ktorí sa vo vzájomných vzťahoch na trhu snažia nájsť podobnosť s dejmi ako sú zemetrasenia alebo poruchy materiálu.

Na čo sa v našej práci zameriame, bude pochopenie základných princípov, ktoré môžu mať za následok vznik takejto kritickej situácie. Na úvod ponúkame stručný prehľad známych krachov nielen v súčasnosti ale i v dávnejšej minulosti, čím chceme poukázať na to, že finančné krachy nie sú len doménou dnešných trhov s obrovskou kapitalizáciou. V kapitole 2 predstavíme finančný trh ako komplexný systém, ktorého štruktúra je tvorená veľkým počtom navzájom interagujúcich ekonomických agentov. Kapitoly 3, 4 a 5 budú zamerané na praktické experimenty, ktorých úlohou bude poukázať na jedinečné vlastnosti týchto kritických situácií a pokúsiť sa na základe simulačného modelu podať vysvetlenie objasňujúce tieto javy.

1 Úvod do teórie krachov na burzách

Celková kapitalizácia svetového trhu vzrástla za posledných dvadsať rokov závratným spôsobom. Kým ešte v roku 1983 to bolo 3,38 tisíc triliónov dolárov, o šesťnásť rokov sa táto suma vyšplhala až na závratných 38,7 tisíc triliónov dolárov. Objemy obchodovaných finančných prostriedkov sa v priebehu deväťdesiatich rokov strojnásobili.

Možný krach, ktorý by sa rozšíril i na ostatné trhy, podobný tomu aký sa stal v októbri 1987, môže znamenať takmer okamžitú stratu triliónov dolárov. Riziko krachu na trhu sa však netýka iba samotných investorov, ale aj obyčajných ľudí, pre ktorých vyvstáva hrozba straty dlhoročných úspor a penzií. Na druhej strane sú krachy fascinujúcim objektom skúmania akademikov, ktorí ich radia do skupiny fenoménov známych ako extrémne udalosti.

V poslednej dobe sa na ich skúmanie zamerl mladý vedný odbor známy ako ekonofyzika. Cieľom ekonofyzikov je pozeráť sa na procesy prebiehajúce na finančných trhoch ako na komplexné systémy a skúmať ich nástrojmi štatistickej fyziky. Isto nezanedbateľnou výhodou pri takomto prístupe je i veľké množstvo kvalitných dát, ktoré finančné trhy produkujú.

1.1 Charakter finančného trhu

Finančný trh je veľmi komplexný systém. Jeho základní účastníci, nákupcovia a predajcovia, vytvárajú medzi sebou obrovskú sieť vzájomných interakcií, odlišujúcu sa vo veľkosti samotného obchodu. Pôsobiace subjekty môžeme rozškálovať od na

jednej strane stojacich jednotlivcov až po obrovských profesionálnych investorov ako napríklad penzijné fondy. Z iného pohľadu je možné vidieť ďalšie štruktúry ako napríklad sféry vplyvu jednotlivých národných mien (US\$, Euro, YEN,...). Vytváranie týchto štruktúr ovplyvňovalo už vzniknuté prepojenia a vytváralo nové zložité vzťahy. Preto je podľa ekonofyzikov veľmi zložité rozmýšľať o trhoch s cennými papiermi ako o systémoch s jednoduchým ekvilibriom (Johansen, 1997).

Prevládajúca teória uvažuje o trhu s cennými papiermi ako o trhu fungujúcom efektívne. Pri zahrnutí racionálnych očakávaní by takýto systém mal nasledujúce vlastnosti:

1. Všetci agenti vystupujúci v systéme majú úplnú znalosť problému (plnú informáciu)
2. Sú schopní určiť optimálnu reakciu (racionalita)
3. Vedia o tom, že všetci ostatní agenti majú tú istú informáciu a sú rovnako racionálne správajúci sa.

V takomto prípade by však ku krachu mohlo dôjsť jedine v prípade, ak by sa objavila dramatická informácia z vonku systému. V skutočnosti však viaceré analýzy skúmajúce dva najväčšie krachy predchádzajúceho storočia (krachy na Wall Street 1929 a 1987) ukazujú absenciu takéhoto spúšťacieho faktora. Navyše keď by sme predpokladali správnosť bodov 1 a 2, viedlo by nás to k záveru, že obchodovaný objem by sa dlhodobo držal na nízkej úrovni. Keďže všetci majú rovnakú informáciu i očakávanie, bolo by veľmi ťažké navzájom obchodovať za účelom zisku.

Ako by sa teda dal naformulovať model vysvetľujúci správanie trhu? Jeden z prístupov blízky i štatistickej fyzike je pohľad na mikroskopickú úroveň systému. Jednotliví vystupujúci obchodníci majú iba tri možnosti svojho správania (kúpiť, predať alebo čakať). Prechod z jedného stavu do druhého je proces prechodu cez „hranicu“, poväčšine určenú cenou tovaru. Tento proces v prípade kúpiť a predať samozrejme musí zahŕňať i ďalšieho agenta, s ktorým bude obchod urobený. Vo všeobecnosti teda majú jednotliví obchodníci iba informáciu o akciách limitovaného počtu ostatných agentov. Informácia o trhu ako celku sa k nim dostáva iba v podobe pohybu ceny na trhu.

V takto naformulovanom systéme sú to teda samotní agenti, ktorí ovplyvňujú cenu, čo ovplyvňuje ostatných a tak ďalej. Systém ako tento, pozostávajúci z množstva navzájom interagujúcich častí, prirovnávajú fyzici k modelom skúmajúcim zemetrasenia, lavíny, poruchy materiálu.

Pri riešení modelu však vyvstávajú otázky, ktoré sú v spomínaných prírodných štruktúrach omnoho ľahšie riešiteľné. Jednou z otázok je vzdialenosť, kedy sú agenti na trhu dostatočne blízko, aby sa ovplyvňovali. Zjednodušený pohľad na finančný trh vychádzajúci z prezentovaných predpokladov budeme podrobnejšie analyzovať v kapitole 4.

1.2 Krachy v minulosti a teraz

Vo svete peňazí sme my, tak ako boli i naši predkovia, svedkami rizika, výnosu ako i katastrofických udalostí. V nasledujúcich riadkoch ukážeme, že problém krachu netrápi len dnešné finančné trhy, ale príklady podobného katastrofického scenára dokážeme nájsť i v dávnejšej minulosti ako napríklad „Tulipánová“ mánia, „South Sea Bubble“. Budeme sa snažiť nájsť spoločné znaky, ktoré by nám lepšie pomohli pochopiť nastolenú problematiku.

1.2.1 Tulipánová mánia

V rokoch 1585 až 1650 zažívalo Holandsko obdobie veľkej prosperity. Z Amsterdamu sa stalo hlavné centrum obchodu v severozápadnej časti Európy, ťažiacie predovšetkým z rastúceho obchodu s novým svetom za Atlantickým oceánom. V tomto období rozvoja začali vznikať i predpoklady pre rast cenovej bubliny cibuliek tulipánov.

Tulipán, prvýkrát do západnej Európy dovezený z Turecka, sa čoskoro pre svoju vzácnosť ako i možnosť kríženia a dosahovania rôznych farebných kombinácií, stal symbolom zámožnosti vyššej vrstvy. Postupom času majitelia tulipánov nezarábali hlavne na ich produkcii, ale tulipán sa stal prostriedkom špekulatívnych obchodov, čo zvyšovalo jeho cenu. Dnes už nie je známe, či nárast ceny lákal nových investorov alebo nové investície spôsobovali cenový nárast. Isté však je, že cena tulipánov stále rástla, až úplne stratila koreláciu na porovnateľné tovary. V tom čase investícia do trhu s tulipánmi bola tzv. istá vec, obchodníci začali byť veľmi istí

výnosnosťou a mnoho ľudí na nákup použilo dlhoročné úspory alebo založilo celý majetok. V čase najväčšej mánie sa stávalo, že najvýnimočnejšie druhy sa predávali za cenu i niekoľko desiatok tisíc guldenov. Kríza prišla náhle a nepredvídane. V priebehu troch mesiacov sa cibulky v hodnote desiatok tisíc guldenov i napriek spoločnej snahe pestovateľov, kvetinárov ako i samotného holandského štátu stali takpovediac bezcennými.

1.2.2 South Sea Bubble

Britská vláda sa v roku 1711 ocitla v dlhu prevyšujúcom 10 miliónov libier. Skupina obchodníkov združených pod názvom South Sea Company sa rozhodla odkúpiť väčšinu tohto dlhu vo výške 9 miliónov libier pri úrokovej miere 6%. Zároveň im bol udelený monopol na všetok obchod so španielskymi kolóniami v Amerike, ako i právo prevziať do správy novoobjavené ostrovy. Keď sa však opäť dostala v roku Británia so Španielskom do vojny, aktuálny profit z obchodu so španielskymi kolóniami bol samozrejme nulový. Na čom však špekulatívnym obchodníkom záležalo, bola vyhládka neuveriteľnej prosperity po ukončení vojny a otvorení obchodu. Cieľom vlastníkov spoločnosti bolo vyhnúť cenu akcií na čo najvyššie hodnoty. V tomto záujme prisľúbili prevziať na seba celý anglický dlh, ktorý opäť narástol počas vojny so Španielskom a následne začali prostredníctvom rôznych foriem ako i fámami o budúcich vyhládkach obchodu so Španielskom, presvedčať investorov, že ceny akcií pôjdu už iba nahor. Akcie spoločnosti nezostali iba v Anglicku, ale boli kupované rovnako Holandskými investormi, čo ešte viac zvyšovalo inflačné tlaky.

Cena akcií spoločnosti South Sea rástla bez prestávky počas niekoľkých mesiacov a na konci júna prekročila psychologickú štvorcifernú hranicu v podobe 1000 libier za akciu. Čoraz častejšie sa objavujúce správy o predaji akcií (i majiteľmi spoločnosti) vyústili k pomalému avšak stálemu poklesu ceny. Spoločnosť sa ešte pokúšala zastaviť pokles vydávaním nových špekulatívnych správ, avšak neuspeli. Prepad sa zastavil v septembri, kedy hodnota jednej akcie činila 135 libier. South Sea Bubble skončila v histórii prvým krachom na burze cenných papierov .

1.2.3 Veľký októbrový krach roku 1929

Krach na Wall Street z roku 1929 patrí medzi najznámejšie krachy na burzách v histórii. Nasledoval po období povojnového rastu a prosperity, kedy v rokoch 1921

až 1928 rástla americká ekonomika medziročne o približne 4%. V roku 1928 dosiahol rast dokonca 15%. Akciový index Dow Jones rástol k hodnotám takmer 400 bodov (v roku 1896 pri jeho uvedení bola jeho hodnota stanovená na 40,94 bodu), pričom nominálna hodnota indexu i iných akcií nepredstavovala ich reálnu hodnotu. Čo však v tom čase zaujímalo investorov, boli správy o ich pokračujúcom zhodnocovaní. V dôsledku krízy, ktorá prepadu na New Yorskej burze nasledovala, padlo dvetisíc investičných firiem a depresia pripravila o prácu 13 miliónov Američanov. Jednou z príčin vzniku špekulatívnej bubliny bola možnosť predávania akcií na dlh, kedy investor za nakúpené akcie zložil iba časť sumy a zvyšok sa zaviazal splácať. Takáto možnosť priťahovala čím ďalej tým viac záujemcov, čo samozrejme tlačilo ceny nahor. Zo zvyšujúcich cien samozrejme profitovali i samotní investori, ktorí ľahšie splácali svoje záväzky. Hoci bolo zrejmé, že takýto stav je neudržateľný, pravidlo tých dní, ktoré mnohé vlády nasledovali, bolo nechať veci plynúť tak, ako sú. Okolo roku 1928 sa však už čoraz častejšie objavujú pripomienky o nutnosti riešenia daného stavu, avšak bez vyvolania zbytočnej paniky. Nikto nechcel byť obviňovaný zo zapríčinenia krachu opatreniami, ktorými sa mu malo zabrániť. Už v marci sa začali objavovať prvé prepady ale i návraty ceny na pôvodnú hladinu. Podobný stav pretrvával po dobu niekoľkých nasledujúcich mesiacov. Po pokojnom lete roku 1929 kedy sa už zdal trh stabilným sa všetko začalo 24. októbra, keď 12,894,650 akcií podľa záznamu zmenilo svojho majiteľa na New Yorskej burze cenných papierov. Pre porovnanie, objem obchodovaných akcií ešte pred šiestimi mesiacmi tvoril iba štvrtinu októbrovej aktivity. Úľavou pre investorov bol čiastočný návrat na predošlé pozície počas popoludnia toho istého dňa a nasledujúceho piatku. Obchodovaný objem akcií však nasledujúci pondelok dosiahol opäť závažné výšky, čo bola iba predohra pre tzv. Čierny Utorok, jeden z najmenej slávnych dní na Wall Street.

1.2.4 Pád Bretton Wood systému

Dohoda v meste Bretton Wood znamenala pre USA a Európu postupné uvoľňovanie prekážok vo svetovom obchode, rovnako ako dala základ i pre vznik Medzinárodného menového fondu a Svetovej banky. Stabilizácia medzinárodného menového systému bola dosiahnutá prostredníctvom pevného naviazania výmenných kurzov na americký dolár, ktorý bol krytý zlatom v stanovenom pomere 35 USD za trojskú uncu zlata (31,103 gramu). Ako dôsledok tejto dohody sa dolár stal rezervnou menou pre väčšinu krajín. Nakoľko rast dolárových rezerv spôsobil prebytok emitovaných dolárov vzhľadom na zlaté rezervy USA, povinnosť výmeny dolárov za zlato bola presunutá na centrálné banky jednotlivých štátov. Dôvera

v americký dolár klesala, čo naopak zvyšovalo náladu na špekulácie. Neudržateľnosť pevných výmenných kurzov vyústila do vyhlásenia prezidenta Nixona, ktoré v roku 1971 ukončilo zlatú konvertibilitu, následkom čoho bol dolár nútený výrazne devalvovať.

1.2.5 Krach na burze v októbri 1987

Krach na burze cenných papierov v roku 1987 je najväčším jednodňovým prepadom cien v histórii. Dow Jones Index stratil v pondelok 19. októbra 22,6% svojej hodnoty. Navyše v priebehu mesiaca zaznamenali pokles i všetky hlavné svetové trhy.

Medzi hlavné vysvetlenia vzniknutého krachu patrí počítačové obchodovanie, obchodovanie finančných derivátov, likvidnosť, nadmerná kapitalizácia trhu alebo i panika ľudí, ktorí videli vo vývoji veľkú podobnosť s rokom 1929. Po októbri 1987 vzišli pre obchodovanie i pozitíva, keď boli zavedené tzv. Circuit breakers, ktorých úlohou je elektronicky zastaviť obchodovanie akcií, ak ich cena klesá prívelmi prudko.

Pri porovnaní prezentovaných extrémnych udalostí môžeme vidieť niektoré spoločné znaky, ktoré platili pre všetky z nich. Krach nikdy nenastáva, keď veci na trhu vyzerajú zle. To vysvetľuje i fakt, že väčšina investorov krach neočakáva. Ďalším faktorom, ktorý prispieva k jeho rozšíreniu je tzv. davový efekt, kedy sa veľké množstvo ľudí rozhodne svoje akcie predávať len preto, lebo to robí každý okolo nich. O tomto správaní sa a jeho vplyve budeme neskôr ešte diskutovať.

2 Komplexné systémy a diskrétna škálová invariantnosť

2.1 Finančné trhy ako komplexné systémy

Základnou vlastnosťou komplexného systému je možný výskyt súvislého kolektívneho správania sa s bohatou štruktúrou, vyplývajúcou z opakovaných nelineárnych interakcií medzi komponentmi systému (Sornette, 2004). Pohľad na komplexný systém zahŕňa sledovanie vnútorných prepojení a vzťahov v systéme tak isto ako i pohľad na systém ako celok. Podobný prístup sa podľa D. Sornetta v poslednom čase začína objavovať vo viacerých vedných disciplínach ako biológia, meteorológia, geológia ale i ekonómia a sociálne vedy. Tento pohľad sa snaží nahradiť zaužívaný postup, pri ktorom prevládala snaha rozložiť systém na čo najmenšie čiastočky, ktorých pochopením by sme pochopili i správanie sa celku.

Keď sa na trh pozrieme ako na systém skladajúci sa z veľkého množstva navzájom interagujúcich ekonomických agentov, môžeme dospieť k názoru, že finančné trhy sú samo organizované systémy ovplyvňované navzájom bojujúcimi mechanizmami pozitívnej a negatívnej odozvy. Pozitívna odozva môže byť vysvetlená na príklade, že ak sa ceny na trhu pohli smerom nahor (nadol), je pravdepodobnejšie že i naďalej dôjde k pohybu rovnakým smerom, čo môže viesť k veľkému kumulovanému pohybu. Negatívna odozva, opak pozitívnej, je skôr známa z populačnej dynamiky v prípade obmedzených zdrojov (nárast populácie bude mať za následok úbytok potravy, čo bude viesť k opätovnému zníženiu populácie). Ako môžeme teda vidieť, negatívna odozva posúva systém smerom

k rovnovážnemu stavu, zatiaľ čo pri prevážení pozitívnej odozvy dochádza k vzdialeniu sa od rovnovážneho stavu, čo môže viesť ku kritickému stavu. Vzniknuté nestability je teda možné vidieť ako vlastnosť vyplývajúcu z vnútornej podstaty systému.

Vlastnosť pozitívnej odozvy môže viesť ku kolektívnemu správaniu sa pozorovanému počas finančných krachov, kedy dochádza k hromadnému súladu v názore investorov a rozhodnutiu predávať. Takéto kolektívne správanie sa si nevyžaduje priamu koordináciu všetkých ľudí, ale vyplýva z interakcií investorov s ich známymi naprieč celým komplexným systémom. Teória komplexných systémov ako i pozorovania naznačujú, že kolektívne správanie môže byť veľmi robustné. Ako dôsledok je možné krach na burze vnímať ako postupne vybudovaný, spôsobený trhom samotným. Vychádza teda otázka, či takýto endogénny proces zanecháva za sebou nejaké znaky, nakoľko uvedené závery napovedajú, že problém krachu nemusí byť výsledkom okamžiku, ale je pri jeho postupnom vzniku je možné pozorovať určité predzvesti. Tejto téme sa vo viacerých prácach venuje D. Sornette a A. Johansen použitím Log-periodického mocninového zákona, ktorý si predstavíme.

2.2 Diskrétna škálová invariantnosť

Koncept dimenzie priestoru bol prvýkrát predstavený ešte v starovekom Grécku Euklidom a jeho žiakmi v treťom storočí pred n.l., ako kladné číslo zodpovedajúce počtu nezávislých smerov v priestore. Zovšeobecnenie dimenzie aj na necelé čísla priniesla až druhá polovica 19. storočia. Pojem fraktál, opisujúci množinu pozostávajúcu z častí rovnakých ako celok priniesol B.B.Mandelbrot v diele *The fractal geometry of nature* (San Francisco, 1982).

Škálová invariantnosť značí, že nech náš výber bude pozostávať z ktorejkoľvek časti objektu, štruktúra tejto časti bude vždy rovnaká ako štruktúra každej inej časti celku. Teda len pri pohľade na danú časť nevieme povedať, na ako veľkú časť objektu sa pozeráme, alebo či hľadáme na celý objekt. Matematicky zapísané: skúmaná veličina Ω , závislá na kontrolnom parametri x , je škálovo invariantná pri ľubovoľnej zmene $x \rightarrow \lambda x$, ak existuje také číslo $\mu(\lambda)$, že platí:

$$\Omega(x) = \mu(\lambda)\Omega(\lambda x) \quad (1.1)$$

Riešením rovnice (1.1) je mocninový zákon $\Omega(x) = Cx^\alpha$, ktorého spätným dosadením do vzťahu (1.1) dostávame $Cx^\alpha = \mu(\lambda)C(\lambda x)^\alpha$. Následnou úpravou a logaritmovaním dostávame riešenie pre α v tvare $\alpha = -\frac{\log \mu}{\log \lambda}$.

Diskrétna škálová invariantnosť je slabší druh škálovej invariantnosti, keď skúmaná premenná vyhovuje rovnici (1.1) len pre špeciálne λ (a teda aj μ). Takéto špeciálne λ tvoria nekonečnú ale spočítateľnú množinu, ktorú môžeme zapísať ako $\lambda_n = \lambda^n$.

Pre lepšie pochopenie rozdielu medzi diskretnou a spojitou škálovou invariantnosťou si na pomoc vezmeme Kantorovu množinu. Tento fraktál je tvorený nasledovným rekurzívnym procesom. Úsečka jednotkovej dĺžky sa rozdelí na tri zhodné časti a zmaže sa prostredná časť. V druhom kroku sa zostávajúce úsečky rozdelia opäť na tri rovnaké časti a prostredná časť sa vymaže. Rovnaký postup aplikujeme v každej iterácii, pričom počet iterácií je nekonečno. Dimenzia¹ takto vytvorenej množiny je $D_0 = \log 2 / \log 3$. Pokým počet intervalov narastá rýchlosťou 2^n , ich dĺžka sa znižuje rýchlosťou 3^{-n} , kde n je číslo iterácie. Už pri pohľade na konštrukciu tohto fraktálu je vidno, že keď si vyberieme ľubovoľný interval v ľubovoľnej iterácii spolu so všetkými intervalmi z neho a každý z nich zväčšíme, zväčšovací faktor musí patriť medzi násobky troch aby sme dosiahli geometrickú zhodu s celou Kantorovou množinou. Súdime teda, že Kantorova množina patrí do triedy diskretné škálovo invariantných objektov. Ak si však za zväčšovací faktor vezmeme číslo patriace do intervalu $3^p \leq x \leq 3^{p+1}$, zistíme, že pri rovnosti x hornej hranici intervalu počet intervalov na príslušnej úrovni je dvojnásobný v porovnaní s úrovňou prislúchajúcou hodnote dolnej medze. Pri hodnotách x z vnútra intervalu zostáva číslo $N_x(n)$ nezmenené a teda fraktálna dimenzia $D(x) = \frac{\log N_x(n)}{\log x}$ sa

znižuje. Hodnotu $D = \frac{\log 2}{\log 3}$ dostávame iba v prípade, že x je kladný alebo

¹ Zadefinujeme číslo $N_x(n)$ ako počet intervalov nájdených počas konštrukcie n -tej iterácie. Číslo x nazveme zväčšovacím parametrom (koľkokrát musíme zväčšiť dĺžku intervalu v n -tej iterácii, aby sme dosiahli jednotkovú dĺžku z nultej iterácie). Dimenzia objektu je potom definovaná ako

$$D = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log N_x(n)}{\log x}, \text{ čo v našom prípade Kantorovej množiny dáva } D = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log N_x(n)}{\log x} = \frac{\log 2}{\log 3}$$

záporný násobok čísla tri. V prípade spojitého prechodu zväčšovacím faktorom x platí vzťah

$$N_x(n) = x^D P\left(\frac{\log x}{\log 3}\right), \quad (1.2)$$

kde $P(x)$ je periodickou funkciou s periódou jedna. Nakoľko funkcia $P(x)$ je periodickou, môžeme ju rozvinúť do Fourierovho radu, kde $c_k = c_{-k}$

$$P\left(\frac{\log x}{\log 3}\right) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp\left(2n\pi i \frac{\log x}{\log 3}\right). \quad (1.3)$$

Ak z Fourierovho rozvoja zachováme iba prvé dva členy, dosadením do rovnice (1.2) dostávame

$$N_x(n) \approx x^D \left\{ c_0 + 2c_1 \cos\left(2\pi \frac{\log x}{\log 3}\right) \right\}. \quad (1.4)$$

Rovnaký výsledok je možný dosiahnuť aj postupnými úpravami rovnice (1.1). Mocninový zákon, ktorý ako sme už ukázali je riešením rovnice (1.1) je možné upraviť až na tvar $1 = \mu\lambda^\alpha$, pričom 1 môžeme zapísať ako $e^{i2\pi n}$, kde n je ľubovoľné prirodzené číslo.

Úpravou dostávame

$$\alpha = -\frac{\log \mu}{\log \lambda} + i \frac{2\pi n}{\log \lambda}. \quad (1.5)$$

V prípade $n = 0$ dostávame špeciálne riešenie mocninového zákona (1.1), ktoré platí pre prípad spojitej škálovej invariantnosti.

Nakoľko vzťah (1.5) reprezentuje prvé dva členy Fourierovho rozvoja (1.3) môžeme rovnicu (1.4) prepísať do všeobecného tvaru:

$$N_x(n) \approx x^D \left\{ c_0 + 2c_1 \cos\left(2\pi \frac{\log x}{\log \lambda}\right) \right\} \quad (1.6)$$

3 Veľké poklesy ceny ako outliers

Pri pohľade na extrémne udalosti nazývané ako krachy na burzách vidíme, že sa jedná o veľké poklesy v cene sledovaných aktív. Predpoklad, z ktorého budeme vychádzať je, že drobné fluktuácie v cene aktíva sú spôsobované Brownovým pohybom. O Väčších pohyboch v cene, nakoľko ich frekvencia je oveľa väčšia ako by tomu zodpovedalo rozdelenie cien pri náhodnej prechádzke predpokladáme, že sú spôsobované inými faktormi. Ako prvé sa pokúsime ukázať, či je možné zo štatistického pohľadu odlíšiť tieto veľké zmeny v cene od zvyšku populácie. Outlier, voľne povedané, je pozorovanie, ktoré nesleduje charakteristiku a správanie sa zvyšku populácie. Naším hlavným objektom pozorovania budú poklesy v cene, ktoré si môžeme zdefinovať dvomi rôznymi spôsobmi. V prvom prípade je zníženie hladiny ceny definované ako sústavný pokles ceny až po jej prvý vzostup. Vo svojej ďalšej práci sa však zameriame na metodiku prezentovanú v práci „Endogenous versus Exogenous Crashes in Financial Markets“ publikovanú A. Johansenom a D.Sornettom, ktorú predstavíme v nasledujúcej časti. Sledovanie poklesov ceny sme pred sledovaním distribúcie denných výnosov uprednostnili z dôvodu prezentovanom v nasledujúcom prípade. Predstavme si, že v priebehu troch dní cena akcie poklesne každý deň o 10%. V prípade sledovania distribúcie denných výnosov by bol takýto pokles zaznamenaný ako tri na sebe nezávislé poklesy, pričom pravdepodobnosť, že takáto udalosť nastane, je daná súčinom jednotlivých pravdepodobností nezávislých poklesov. Takýto prístup však neuvažuje možnú koreláciu medzi jednotlivými poklesmi, ktorá sa môže prejaviť najmä pri veľkých poklesoch, ktoré môžu viesť k následnému ešte väčšiemu predávaniu aktív a tým aj poklesu ceny. Ďalším krokom bude snaha ukázať, že príčinou veľkého poklesu ceny alebo kurzu nemusí byť iba objavenie sa závažnej informácie na trhu, ale daná situácia môže byť spôsobená

i samotným vývojom v systéme, na čo sa vo svojich prácach zameriavajú D. Sornette a A. Johansen.

3.1 Metodológia identifikácie veľkých poklesov v cene aktíva

Ako už bolo v úvode tejto kapitoly uvedené, nasledujúca metodológia bola publikovaná v [1]. Pri skúmaní poklesu ceny budeme sledovať jej medzidennú zmenu, pričom do súhrnného poklesu ceny budeme stále zahŕňať i situáciu, keď cena aktíva aktuálne vzrástla, ale tento nárast patril do vopred stanoveného intervalu. Takéto poklesy ceny budeme nazývať ε -poklesmi, kde ε je zvolená maximálna možná hranica (v relatívnom alebo absolútnom zmysle), o ktorú môže cena aktíva vzrásť. V prípade, že ε zvolíme nulové, budeme hovoriť o tzv. čistom poklese. Rovnakú metodiku je možné použiť i pri sledovaní distribúcie nárastov v cene aktíva.

3.1.1 Algoritmus identifikácie ε -poklesu ceny

Ako prvé identifikujeme lokálne maximum vo vývoji ceny a sledujeme jej následný pokles. Ako sme už spomenuli, ignorujeme jej pohyb v opačnom smere, ktorého relatívna veľkosť je menšia ako ε . Pri takomto postupe a $\varepsilon \neq 0$ spomínaný algoritmus prinesie i niekoľko kumulovaných nárastov ceny, ktoré budú zaradené medzi poklesy. Tieto pozorovania zo štatistiky vylúčime. Veľkosť hodnoty ε naviažeme na hodnotu volatility σ , ktorú definujeme ako

$$\sigma^2 = \text{Var} \left(\log \left(\frac{p_{t+1}}{p_t} \right) \right) \quad (3.1)$$

Ďalej dostávame $\sigma^2 = E(r_{t+1} - E(r))^2$, kde $r_{t+1} \equiv \log(p_{t+1}) - \log(p_t)$ a $E(r)$ je historickým priemerom časového radu. Nakoľko r_{t+1} je diskrétna náhodná premenná, jej stredná hodnota sa vypočíta podľa vzťahu $E(X) = \sum_{i=1}^N r_i p_i$. Navyše predpokladáme, že každé z N pozorovaní nastane s rovnakou pravdepodobnosťou, výsledný vzťah má potom tvar

$$\sigma^2 = N^{-1} \sum_{t=1}^N (r_{t+1} - E(r))^2. \quad (3.2)$$

Nakoľko veľké poklesy v cene samé prispievajú k volatilitate, z opatrnosti o zachytenie závislosti v medzidenných poklesoch ceny, o ktoré sa zaujíname, zvolíme $\varepsilon = 0, \sigma/4, \sigma/2$ a σ . Zvolený postup nám umožní sledovať robustnosť dosiahnutých výsledkov.

3.2 Outliery v distribúcii ε -poklesov cien na devízových trhoch

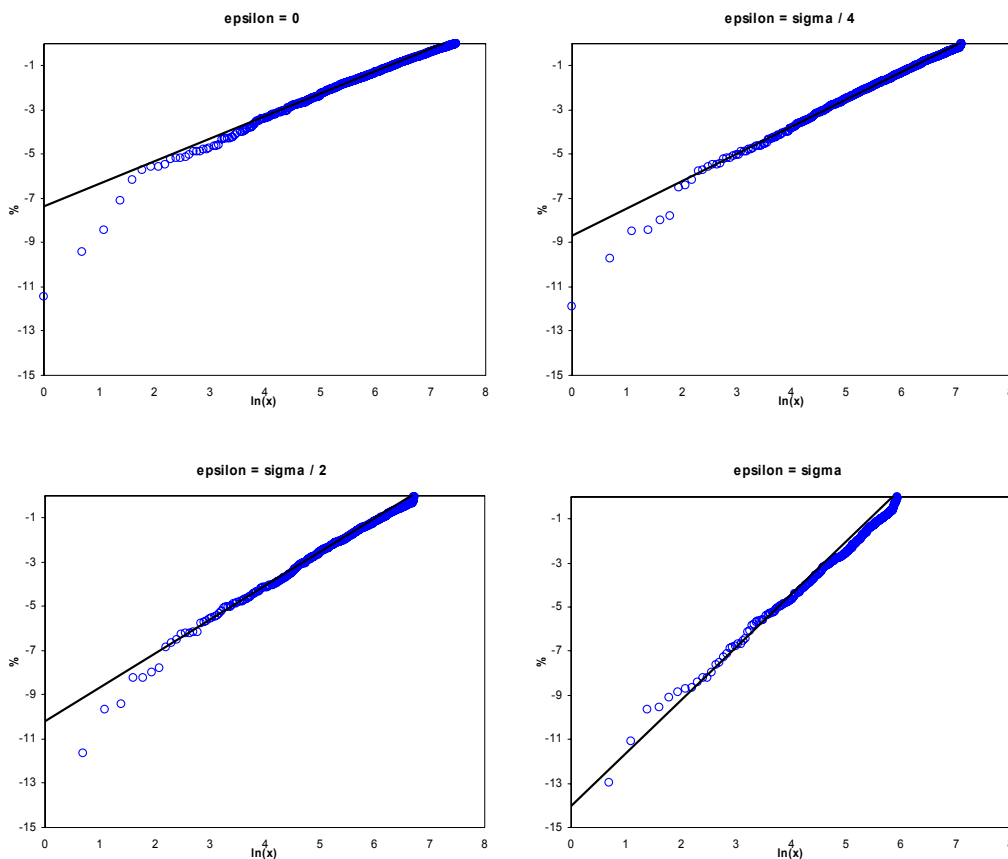
Pri našej analýze sa zameriame na sledovanie vývoja výmenného kurzu dolára voči bývalej nemeckej marke a japonskému jenu.

Po druhej svetovej vojne ako i teraz zohráva dolár významnú úlohu v medzinárodnom obchode. V súčasnosti jeho význam spočíva najmä v monopolnom postavení tejto meny na všetok obchod s ropou. To znamená, že každá transakcia na trhu s ropou musí byť urobená v dolárovej mene. Rovnako nezanedbateľný vplyv doláru dáva i jeho používanie národnými bankami ako meny, v ktorej sú držané devízové rezervy. V minulosti bol jeho medzinárodný význam založený najmä na platnosti zmluvy známej ako Bretton Wood podpísanej v New Hampshire v roku 1944. Nakoľko iba dolár bol priamo naviazaný na cenu zlata, ostatné meny sa stali na zlato nepriamo naviazané a to prostredníctvom fixnej parity s dolárom. Boli stanovené pevné výmenné kurzy, ktorých fluktuácie boli povolené v rozmedzí plus mínus jedno percento. Takto zafixované výmenné kurzy poskytovali možnosť predikcie vývoja cudzej meny napríklad pri medzinárodnom obchode. Spojené štáty sa zároveň zaviazali vymieňať dolár za zlato v pevne stanovenom pomere. Koncom roku 1971 muselo byť však stanovené širšie fluktuačné pásmo, po tom, ako bol dolár prinútený pod vplyvom medzinárodného tlaku devalvovať vzhľadom na cenu zlata o 8,57%. Avšak Bretónsky systém sa zrútil v roku 1973, keď nepomohla ani druhá devalvácia dolára. Našou úlohou bude hľadať extrémne prípady, vystupujúce z distribúcie väčšiny populácie a následne identifikovať ich príčinu.

3.2.1 Analýza výmenného kurzu DM a US\$

Pri analýze sme mali k dispozícii historické dáta od 4. januára 1971 až do 31. decembra 1998 (pozri Príloha 1). Na výpočet rôznych prípadov ε ($\varepsilon = 0, \sigma/4, \sigma/2, \sigma$) sme použili historickú volatilitu počítanú podľa vzťahu (3.2). Kumulovanú distribúciu v logaritmickej škále sme potom aproximovali i lineárnym trendom, čo nám

pomohlo v lepšej identifikácii miesta zlomu. Predpokladáme, že zlom je spôsobený v zmene charakteru poklesov, nakoľko väčšie poklesy už nesledujú kumulatívnu distribúciu väčšiny populácie tak presne. Pri nastavení parametra $\varepsilon = 0$ ako i $\varepsilon = \sigma / 4$ bol zlom v distribúcii jasne pozorovaný pri zhruba 7% poklese ceny (Graf 1 a 2). Percentuálny pokles je vyjadrený na vertikálnej osi grafu. Mierkou horizontálnej osi je prirodzený logaritmus kumulovaného počtu udalostí.



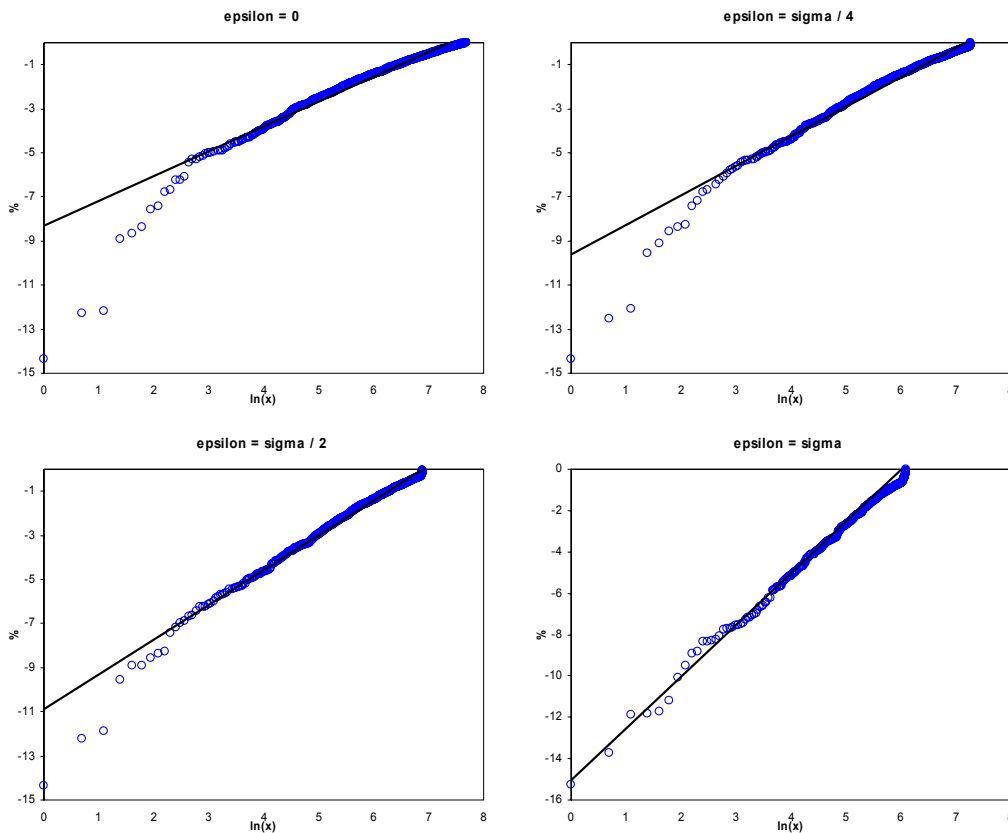
V prípade $\varepsilon = 0$ ako i $\varepsilon = \sigma / 4$ je zlom v distribúcii jasne viditeľný a aj pozorované poklesy sú robustné na zmenu parametra ε . V ostatných dvoch prípadoch už bol škálovací parameter príliš veľký, čo sa prejavuje i v odskoku maximálnych poklesov o 2%. Bližšia charakteristika vybraných štyroch najväčších poklesov, odchyľujúcich sa od kumulovanej distribúcie je uvedená v nasledujúcej tabuľke, kde identifikujeme čas začiatku ako i dobu trvania poklesu spolu s príčinou nastania poklesu. V dvoch prípadoch bol pokles identifikovaný ako následok rozpadu Bretton-Wood systému, spomínaný na začiatku kapitoly. V prípade zvyšných dvoch

poklesov bola D. Sornettom a A. Johansenom zaznamenaná prítomnosť log-periodických oscilácií, opisovaných rovnicou (1.6), v udalosti predchádzajúcom vývoji. Ako už bolo v predchádzajúcej kapitole poznamenané, prítomnosť takýchto ukazovateľov nasvedčuje na endogénnu príčinu poklesu zapríčinenú „špekulatívnou bublinou“.

ε	začiatok	dĺžka trvania	kum.pokles	príčina
0	26.6.1973	10 (8 obchodovacích)	11,428%	pád Bretton-Wood systému
0	13.2.1973	2 (2 obchodovacie)	9,414%	pád Bretton-Wood systému
0	19.9.1985	8 (6 obchodovacích)	8,429%	špekulatívna bublina
0	14.9.1981	8 (6 obchodovacích)	7,122%	špekulatívna bublina
$\sigma/4$	21.6.1973	16 (11 obchodovacích)	11,904%	pád Bretton-Wood systému
$\sigma/4$	5.2.1973	10 (7 obchodovacích)	9,729%	pád Bretton-Wood systému
$\sigma/4$	9.9.1981	13 (9 obchodovacích)	8,475%	špekulatívna bublina
$\sigma/4$	19.9.1985	8 (6 obchodovacích)	8,429%	špekulatívna bublina

3.2.2 Analýza výmenného kurzu Yen a US\$

Opäť sme mali k dispozícii historický vývoj výmenného kurzu amerického doláru a japonského jenu. Rozsah dát bol od 4. januára 1971 po 24. februára 2006 (Pozri Príloha 1). Na základe rovnakého postupu ako v predchádzajúcej časti sa nám podarilo identifikovať tri outliery jednoznačne vystupujúce z kumulovanej distribúcie poklesov, pričom pozorovaný zlom nastáva približne okolo hodnoty poklesu 7,5%. Opäť sme si volili rôzne varianty škálovacieho parametra, $\varepsilon = 0$, $\sigma/4$, $\sigma/2$ a σ . V prvých troch prípadoch, ako je možné vidieť i z nasledujúcich grafov, sú dosiahnuté výsledky značne robustné, voľba $\varepsilon = \sigma$ už posunula najväčší pokles o hodnotu až dva percentá. Jedná sa o 4% pokles z augusta 1971, ktorý sa však vplyvom veľkej voľnosti danej škálovacím parametrom natiahol až na pokles vyše 15%. Z tohto dôvodu sme sa rozhodli výsledky získané pomocou takto nastaveného parametra v tabuľke neuvádzať.



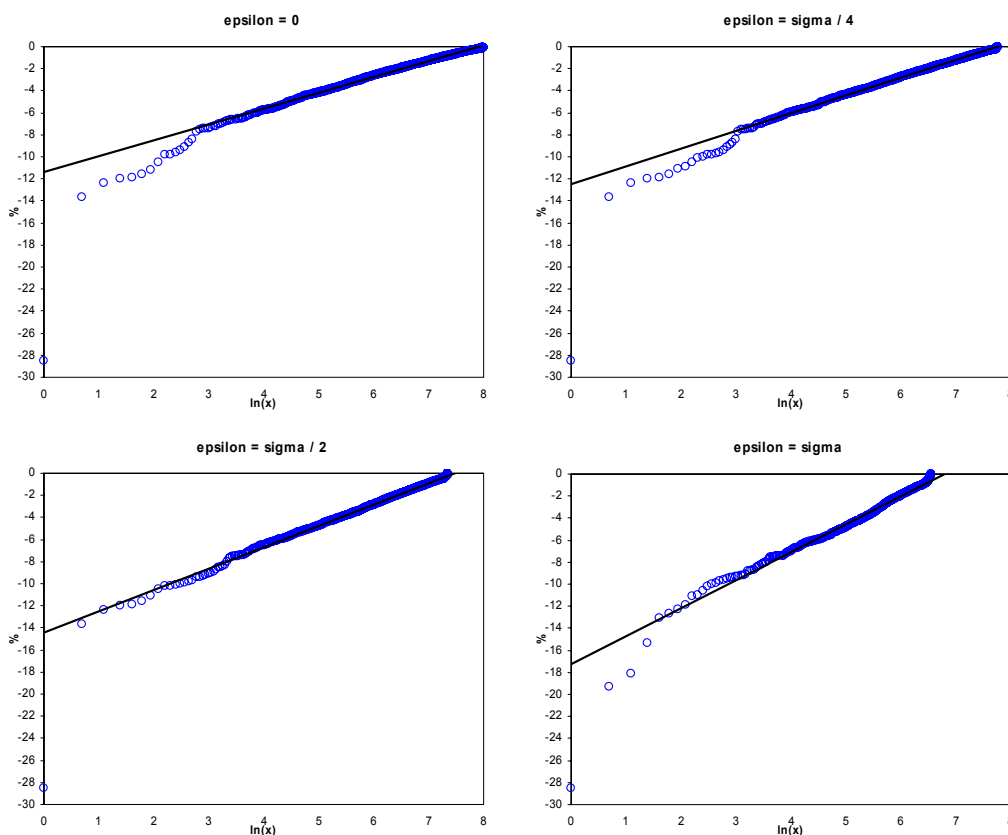
Medzi tromi skúmanými poklesmi sme opäť objavili jeden vzťahujúci sa na pád Bretton-Wood systému. Naopak vyše 14% pokles bol A. Johansenom a kolektívom v práci „Crashes as critical points“ identifikovaný ako endogénne daný, keď bola zistená prítomnosť log-periodických oscilácií vo vývoji časového radu dlhší čas pred kritickým okamžikom. V prípade tretieho veľkého poklesu neboli nájdené ani zodpovedajúce historické udalosti, ani zistená prítomnosť log-periodických oscilácií, ako v rovnakom diele konštatuje autor. Pri pohľade na časový vývoj výmenného kurzu je zreteľný výrazný nárast v priebehu roku 1984. Tento rast však skončil už na začiatku roku 1985, pričom krach sa neprejavil až do septembra. Preto je možné, že tento pokles by mohol súvisieť i s vývojom ostatných mien vzhľadom na dolár, kde ako sme už prezentovali v predchádzajúcej časti, bola identifikovaná bublina vo výmennom kurze marka - dolár v rovnakom čase.

ε	začiatok	dĺžka trvania	kum.pokles	príčina
0	01.10.98	9 (7 obchodovacích)	14,342%	špekulatívna bublina
0	08.02.73	8 (5 obchodovacích)	12,283%	pád Bretton-Wood systému
0	19.9.1985	15 (11 obchodovacích)	12,161%	?
$\sigma/4$	1.10.1998	9 (7 obchodovacích)	14,342%	špekulatívna bublina
$\sigma/4$	6.2.1973	10 (7 obchodovacích)	12,545%	pád Bretton-Wood systému
$\sigma/4$	19.9.1985	15 (11 obchodovacích)	12,161%	?
$\sigma/2$	1.10.1998	9 (7 obchodovacích)	14,342%	špekulatívna bublina
$\sigma/2$	13.9.1985	22 (16 obchodovacích)	12,233%	?
$\sigma/2$	9.2.1973	8 (5 obchodovacích)	11,874%	pád Bretton-Wood systému

3.2.3 Rozbor ε -poklesov pri indexe S&P 500

S&P 500 je indexom pozostávajúcím z 500 akcií vybraných na základe veľkosti trhu, likvidity, príslušnosti k určitému odvetviu ako i ďalších faktorov. Je považovaný za meradlo výkonnosti amerického kapitálu, nakoľko zahŕňa akcie 70% všetkých verejne obchodovaných amerických spoločností. Spoločnosti zahrnuté v tomto indexe sú vyberané S&P Index Committee, pričom váha každej akcie zahrnutej v indexe je proporcionálna k jej trhovej hodnote. Vo svojom portfóliu obsahuje i akcie niekoľkých nadnárodných spoločností, všeobecne obchodovaných v USA. História indexu začala v roku 1923, keď bol zostavený z akcií 233 spoločností. Taký ako ho poznáme, bol S&P 500 predstavený v roku 1957.

Pri rozbere distribúcie poklesov ceny indexu sme postupovali rovnakým spôsobom ako v predchádzajúcich prípadoch, na dátach rozsahu od 3. januára 1950 po 7. marca 2006. Použili sme opäť rovnaké voľby škálovacieho parametra ε naviazaného na veľkosť volatility. Ako je možné z nasledujúcich grafov vidno, opäť je možné pozorovať odskok v distribúcii poklesov na hladine okolo 8%.



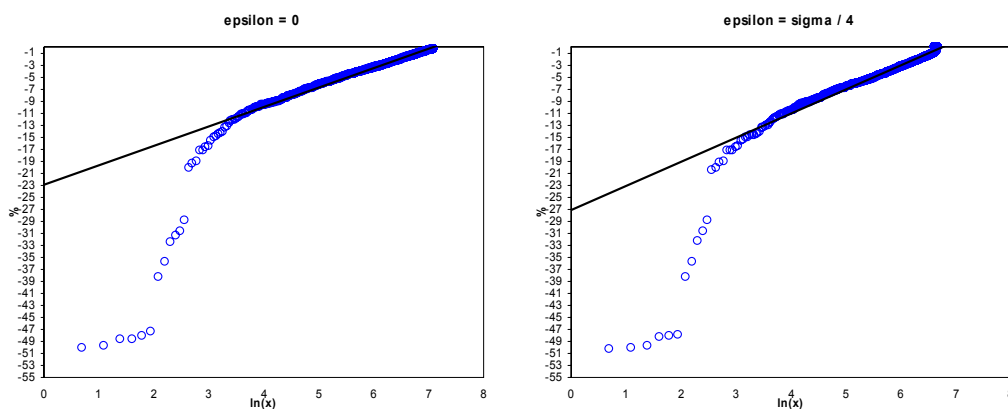
V nasledujúcej tabuľke prezentujeme štyri najväčšie poklesy pri voľbe parametra $\varepsilon = 0$ a $\sigma/4$. Budeme sa snažiť identifikovať prípadnú historickú súvislosť, ako i prítomnosť log-periodických oscilácií, identifikovaných najmä v prácach D. Sornetta ale i ďalších autorov (pozri [1], [7], [11], [13]).

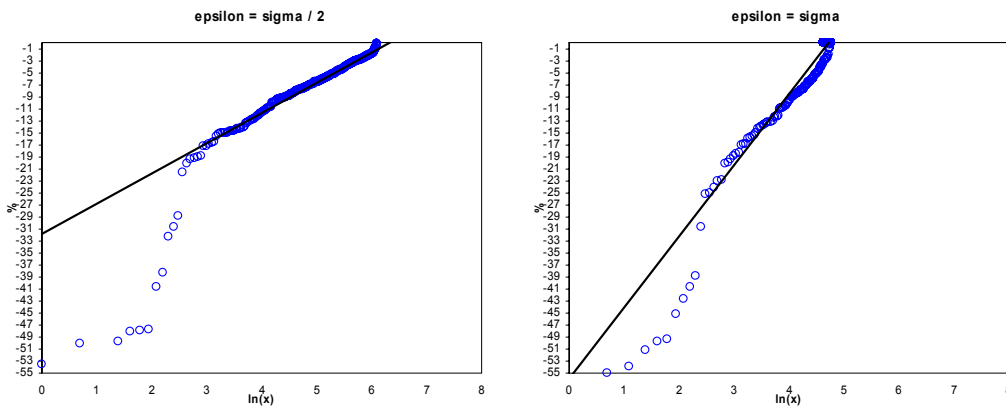
ε	začiatok	dĺžka trvania	kum.pokles	príčina
0	14.10.1987	6 (4 obchodovacie)	28,513%	Októbrový krach 1987
0	16.5.1962	13 (9 obchodovacích)	13,672%	tzv. pomalý krach 1962
0	26.8.1998	6 (4 obchodovacie)	12,405%	Kríza v Rusku
0	18.7.2002	6 (4 obchodovacie)	11,958%	špekulatívna bublina (?)
$\sigma/4$	14.10.1987	6 (4 obchodovacie)	28,513%	Októbrový krach 1987
$\sigma/4$	17.5.1962	12 (8 obchodovacích)	13,646%	tzv. pomalý krach 1962
$\sigma/4$	26.8.1998	6 (4 obchodovacie)	12,405%	Kríza v Rusku
$\sigma/4$	18.7.2002	6 (4 obchodovacie)	11,958%	špekulatívna bublina (?)

3.2.4 Distribúcia poklesov vo vývoji ceny akcie Microsoftu

Pri snahe ukázať, že štatistické správanie sa ε -poklesov nie je odlišné ani v prípade akcií, rozhodli sme sa pre analýzu akcie Microsoftu. Použitý časový rad mal dĺžku od 13. marca 1986 až po 10. marca 2006. Pri bližšom pohľade do histórie vidíme, že sedem najväčších poklesov ceny je spôsobených rozdelením akcií spoločnosti, kedy investor vlastníci napr. 100 akcií firmy, v celkovej cene \$5000, bude mať po rozdelení v pomere 2:1 v držbe 200 akcií, avšak celkový objem investovaných prostriedkov zostáva nezmenený. Cena jednej akcie teda musí byť polovičná. Veľký októbrový krach a prepád cien aktív zasiahol i Microsoft keď 19. októbra ukončil 38% pokles a následne o pár dní neskôr nasledoval ďalší o magnitúde približne 30%. Pod ďalšie viac ako 30% prepady v cene sa v rokoch 1991 a 1992 podpísalo opätovné rozdelenie akcií, tento krát v pomeroch 3:1. Poklesy z apríla a decembra 2000 môžu podľa našich názorov súvisieť so špekulatívnou bublinou v IT priemysle, ktorá sa skončila známym Dot Com krachom. Vplyv na výše 20% prepád v cene akcie môže mať samozrejme aj súdom nútené rozdelenie firmy na dve časti. V prehľadnej tabuľke prezentujeme tri najväčšie prepady ceny (po vylúčení poklesov ceny spôsobených rozdelením akcií spoločnosti) ako aj ich príčinu.

Distribúcie ε -poklesov pre akciu Microsoftu a rôzne hodnoty ε sú uvedené v nasledujúcich grafoch.





Ako môžeme vidieť najmä v prípadoch voľby parametra $\varepsilon = 0$ a $\sigma/4$ odklon od kumulovanej distribúcie nastáva približne pri hodnotách 15%, v porovnaní s predchádzajúcim výskumom na distribúciách výmenných kurzov a indexoch, kde sa odskok od distribúcie prejavoval okolo 6 - 8%. Možná príčina by mohla byť vo vyššej volatilitite v prípade akcií.

ε	začiatok	dĺžka trvania	kum.pokles	príčina
0	14.10.1987	6 (4 obchodovacie)	38,225%	Októbrový krach 1987
0	22.10.1987	5 (3 obchodovacie)	30,690%	Októbrový krach 1987
0	13.12.2000	8 (6 obchodovacích)	28,914%	"Dot Com" krach
$\sigma/4$	14.10.1987	6 (4 obchodovacie)	38,225%	Októbrový krach 1987
$\sigma/4$	22.10.1987	5 (3 obchodovacie)	30,690%	Októbrový krach 1987
$\sigma/4$	13.12.2000	8 (6 obchodovacích)	28,914%	"Dot Com" krach

V tejto kapitole sme sa zamerali najmä na sledovanie a pochopenie štatistických poklesov ceny aktíva. Pokúsili sme sa na širšej vzorke (výmenné kurzy, index, akcia) ukázať, že veľké poklesy v cene, v kritických prípadoch označované ako krachy, majú inú povahu ako zvyšok distribúcie. Na začiatku sme vychádzali z predpokladu, že malé fluktuácie sú následkom Brownovho pohybu, zatiaľ čo v hľadaní príčiny tých veľkých sa treba pozerať na historický vývoj poprípade na charakteristiku vnútra systému. Zvolenou metódou sa nám podarilo identifikovať najväčšie prepady cien v súlade s historickým vývojom a takisto s pomocou prác autorov D. Sornetta, A. Johansena a ďalších (pozri [1], [7], [11], [13]) identifikovať krachy vykazujúce vo

vývoji ceny pred kritickým časom log-periodické oscilácie, ktoré sú podľa autorov ukazovateľom endogénneho pôvodu krachu.

V nasledujúcej kapitole sa pokúsime ukázať, ako sa môže kooperácia investorov (tzv. efekt davu) vyvinúť a mať za následok väčšie poklesy v cene.

4 Pozitívna odozva investorov

V ekonomickej literatúre je obdobie krachu poväčšine prezentované ako obdobie chaosu. Pri bližšom pohľade na správanie sa investorov v čase krachu dospejeme k záveru, že práve v období rýchleho pádu cien akcií a indexov dochádza k zjednoteniu názorov drvivej väčšiny ekonomických agentov na trhu. Nasledujúci obrázok, uverejnený na prednej strane The Economist (1. až 7. November, 1997), je karikatúrou komentujúcou nepokoj na akciových trhoch 27. októbra 1997.



Pri pohľade na teóriu ponuky a dopytu názorová jednotnosť o predaji aktíva spôsobí prebytok ponuky (snaha predat' akciu) pred dopytovou časťou (snaha kúpiť). Nakoľko trh sa snaží s týmto stavom vyrovnat', výsledkom je pokles ceny aktíva. Otázkou však je, aký mechanizmus alebo udalosť môže spôsobiť takéto hromadné zjednotenie názorov agentov na trhu, keď v časoch normálneho obchodovania je približne rovnaký počet ponúk na kúpu ako i ponúk na predaj rozdelených rovnomerne po celom systéme.

Ako sme už v predchádzajúcej kapitole pri identifikácii veľkých cenových poklesov ukázali, príčiny je možné hľadať v dvoch smeroch. Prvým z nich je nastanie významnej udalosti alebo zverejnenie informácie takého rozsahu, že spôsobí razantnú zmenu v obchodnom zmýšľaní ekonomických agentov. V tejto kapitole sa však zameriame na druhú možnosť a pokúsime sa ukázať, že takáto globálna kooperácia investorov môže postupne vzniknúť už na základe samotných vlastností systému.

Jednou zo síl vplývajúcich na investorov a teda aj na samotný pohyb ceny aktíva je pozitívna a negatívna odozva. Pozitívna odozva môže byť vysvetlená na príklade, že keď sa ceny na trhu pohli smerom nahor (nadol), je pravdepodobnejšie, že i naďalej dôjde k pohybu rovnakým smerom, čo môže viesť k veľkému kumulovanému pohybu. Negatívna odozva, opak pozitívnej, je skôr známa z populačnej dynamiky v prípade obmedzených zdrojov (nárast populácie bude mať za následok úbytok potravy, čo bude viesť k opätovnému zníženiu populácie). Ako je teda možné vidieť, negatívna odozva posúva systém smerom k rovnovážnemu stavu, zatiaľ čo pri prevážení pozitívnej odozvy dochádza k vzdialeniu sa od rovnovážneho stavu, čo môže viesť ku kritickému stavu. A keďže za fluktuácie ceny, ako sme v úvode poznamenali, sú zodpovední samotní agenti zapríčiňujúci rozdiely medzi dopytom a ponukou, je možné v pozitívnej odozve vidieť základy pre vznik tzv. davového efektu.

4.1 Kooperatívne správanie sa investorov a vznik davového efektu

Kolektívne správanie sa bolo v nedávnej minulosti zahrnuté do viacerých ekonomických prác, zaoberajúcich sa napríklad investičnými odporúčaniami (Scharfstein D. a Stein, J., Herd behavior and Investment, 1990) alebo prognózou výnosov (Trueman B., Analyst forecast and herding behavior, 1994). Štúdie

zaoberajúce sa touto témou skúmajú, nakoľko ekonomické prostredie, individuálne vlastnosti investora a jeho okolie ovplyvňujú jeho rozhodnutie imitovať ostatných (Sornette, 2004).

Z výskumov vyplýva, že efekt davu je tým menší, čím väčšie množstvo informácii majú zainteresovaní k dispozícii. Predpokladáme teda, že čím menšia je informácia investorov, tým silnejšia je možnosť, že ich rozhodnutie bude ovplyvnené rozhodnutím ich kolegov a nie ich vlastným názorom. Davový efekt vzniká, keď sa veľa ľudí rozhodne pre jeden typ akcie správania sa, pretože verí že informácia, ktorú má jeho okolie je správna, alebo sila okolia je natoľko veľká, že si je vedomý nezvratnosti prebiehajúceho procesu svojou individuálnou informáciou a radšej sa rozhodne rovnako imitovať ostatných.

Ako príklad dopadu kolektívneho správania sa uvádzame udalosť z roku 1998. V nedeľňajšom New York Times bola zverejnená informácia o možnom vývoji nového lieku proti rakovine. Táto informácia spôsobila priebehu troch dní nárast z hodnoty 12,063\$ za akciu firmy EntreMed až na hodnotu blízku 85\$. A v priebehu nasledujúcich týždňov sa udržala na hodnote blízkej 39\$ za akciu. V skutočnosti však táto informácia bola uverejnená už i 5 mesiacov predtým v renomovaných vedeckých časopisoch. Avšak až nadšená reakcia verejnosti spôsobila dlhodobý rast, hoci žiadna nová informácia nebola zverejnená.

4.2 Modifikovaný Isingov model

Všetci obchodníci, investori sú usporiadaní do určitých typov zoskupení, či už rodiny, priateľov, kolegov alebo iných. Všetci ich členovia sú zdrojom rôznych názorov a vplyvov a lokálne sa môžu navzájom vo svojich rozhodnutiach ovplyvňovať.

Predstavme si jedného takéhoto ekonomického agenta, ktorý je spojený s k „susedmi“. Zjednodušene predpokladajme, že existujú iba dve sily, ktoré ovplyvňujú výsledné rozhodnutie nášho agenta – názor jeho k susedov a jeho vlastný charakteristický názor. V závislosti na uvedenej teórii prezentovanej v úvode kapitoly predpokladáme, že investor má tendenciu imitovať názor okolia a nie mu odporovať. Je ľahké vidieť, že zahrnutie názoru okolia bude do modelu vnášať poriadok (súlady), zatiaľ čo vlastný názor investora bude naopak prinášať rôznorodosť.

Otázka, ktorú sa na nasledujúcich stranách pokúsime zodpovedať znie, čo sa stane, keď takto nadefinovaný systém necháme vyvíjať sa v čase. Je možné, že

dospeje ku krachu alebo bubline, kedy väčšina agentov v systéme bude zdieľať rovnaký názor o predaji aktíva? Je možné takýto stav predpovedať?

Aby bolo možné zodpovedať položené otázky, presne si naformulujeme načrtnutý model. Predpokladáme sieť navzájom prepojených agentov, pričom každý agent je v priamom spojení s maximálne ďalšími štyrmi osobami. Systém je uzavretý, teda počas simulácie sa nemôže počet obchodujúcich ani zvýšiť ani znížiť.

Nech číslo i jednoznačne reprezentuje každého agenta. Potom číslo $N(i)$, kde $i = 1, \dots, m$, prislúcha množine agentov, ktorí sú v priamom spojení s agentom i . Pre jednoduchosť predpokladáme, že každý agent sa rozhoduje iba medzi dvoma možnými stavmi a to $s_i = +1$ (kúpim aktívum) a stavom $s_i = -1$ (predám aktívum).

V nasledujúcom odseku ukážeme, že prihliadajúc iba na informácie v čase $t-1$ od jeho kolegov $s_j(t-1)$, náš agent maximalizuje svoj výnos prihliadnutím na všetky dostupné informácie od svojho okolia. Spôsob, ktorý bol pre model zvolený, pozostáva z vyhodnotenia prevládajúcej aktivity v jeho okolí a následným výberom tej dominantnejšej. Inými slovami agent dúfa, že jeho susedia dostatočne reprezentujú náladu trhu, ktorú sa on snaží zachytiť a imitovať. Takéto rozhodovanie sa však u neho deje iba do určitej miery, nakoľko prihliadame i na jeho vlastný názor. Tento vlastný názor sa pokúsime zachytiť vytvorením stochastickej premennej, ktorá bude reprezentovaná Normálnym rozdelením s parametrami $\mu = 0$ a $\delta = 1$. Intuitívne, dôvod prečo je pre nášho agenta optimálne nasledovať správanie sa väčšiny, je jednoducho kvôli tomu, že predpokladáme pohyb cien ovplyvňovaný rozdielom medzi dopytom a ponukou, v našom prípade rozdielom medzi počtom agentov v stave $+1$ a agentov v stave -1 . Teda keď účastník trhu verí, že jeho okolie reprezentuje v dostatočnej miere názor celého systému, bolo by pre neho neracionálne zvoliť si inú ako dominantnú stratégiu, nakoľko napríklad previs ponuky nad dopytom spôsobí pohyb cien smerom nadol.

Predpokladajme počet N agentov na trhu, ktorí majú na výber kúpu alebo predaj jednotky aktíva za cenu $p(t)$. Cena v čase t je proporcionálna sume $\sum_{i=1}^N s_i(t-1)$ (4.1) V prípade kladnej hodnoty je počet kupcov väčší, čoho dôsledkom bude nárast v cene aktíva.

Hneď ako je v čase $t-1$ ohlásená cena aktíva $p(t-1)$, agent sa rozhodne pre svoju stratégiu, ktorej sa bude držať po dobu Δt . Jeho zisk alebo strata je potom rovná rozdielu $(p(t)-p(t-1))$ krát jeho stav $s_i(t-1)$, pre ktorý sa rozhodol v čase $t-1$. Racionálne zmýšľajúci agent si potom na základe predchádzajúcich informácií určí

stratégiu tak, aby jeho očakávaný profit bol maximálny. Keďže pohyb cien je závislý na vzťahu (4.1), je pre neho výhodné voliť si stratégiu kúpiť pri kladnom znamienku vo vzťahu (4.1) a stratégiu predáť pri zápornom. Problém, ktorému agent pôsobiaci na trhu čelí, je, že nemá úplnú informáciu o rozhodnutí všetkých agentov v čase $t-1$. Najlepší odhad, ktorý dokáže urobiť, je imitovať správanie sa jeho bezprostredných susedov v nádeji, že ich správanie je dostačujúcim obrazom nálady na trhu. Pre jednoduchosť predpokladáme trh bez „driftu“, kedy $P_+ = P_- = 1/2$.

Rozhodnutie investora bude teda v každej iterácii definované nasledovným vzťahom:

$$s_i(t) = \text{sign} \left(K \sum_{j \in N_i} s_j + (1-K) \varepsilon_i \right) \quad (4.2)$$

kde K je váha, s akou agent rozdeľuje svoje preferencie medzi okolie a vlastný názor.

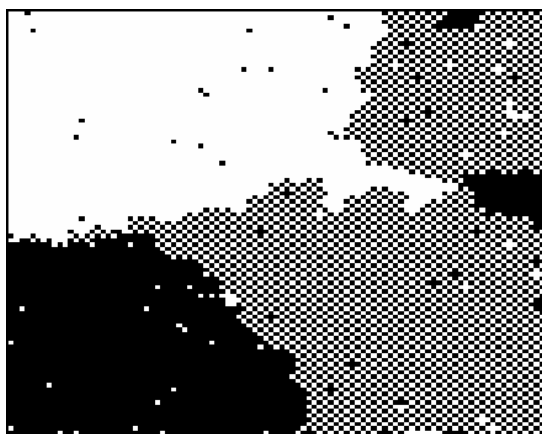
4.2.1 Statický model

Pri snahe zodpovedať otázky z predchádzajúcej časti sme simulovali správanie sa trhu na sieti 100 x 100 investorov, pri počte 5000 iterácií. Váha K bola v zvolená pre každú simuláciu pevne a jej hodnota sa v čase nemenila. Našou úlohou bolo sledovať aké zmeny nastanú v systéme pri jednotlivých hodnotách K . Sledovali sme vývoj ceny ako závislosť na zmenách dopytu a ponuky, zachytávali sme veľkosť najväčšieho zhľuku investorov rovnakého názoru v každej iterácii, ako i výsledný stav systému na konci simulácie.

Na základe teórie uvedenej v [1], v prípade Isingovho modelu existuje kritická hodnota K_c určujúca vlastnosti systému. V prípade, že $K < K_c$, v systéme prevláda nesúlad a náchylnosť ku kritickej udalosti je veľmi malá. V prípade, že sa s K blížíme ku kritickej hodnote, zhľuky jednotného názoru narastajú a rozširujú sa po celom systéme, o čom sme sa mohli presvedčiť i vo vlastných simuláciách. Podľa [1] môže byť náchylnosť ku krachu X vyjadrená mocninovým zákonom ako $X \approx A(K_c - K)^{-\gamma}$, kde A je pozitívnou konštantou a $\gamma > 0$ je tzv. kritický exponent náchylnosti, ktorého hodnota pre dvojdimenzionálny Isingov model bola vypočítaná na 7/4.

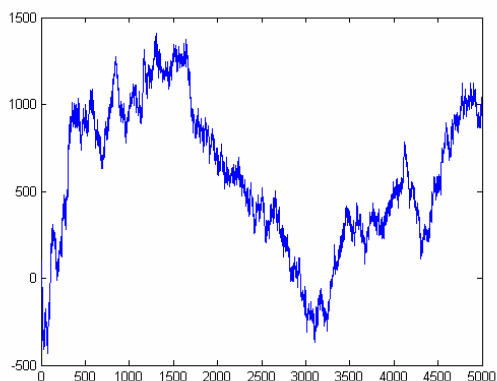
V prípade, že hodnotou K prekročíme kritickú hranicu, dochádza k hromadnému zjednoteniu názorov agentov vystupujúcich na trhu a ich vlastné názory už nemajú dostatočnú váhu, aby proces zvrátili.

Graf 1. 1 Výsledný stav systému

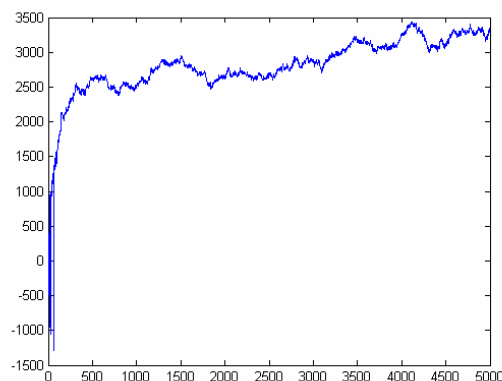


Na nasledujúcich grafoch prezentujeme správanie sa systému pri ešte relatívne malej hodnote váhy $K = 0.4$. Na Grafe (1.1), stavu systému na konci simulácie, si môžeme všimnúť ako zhluky predstavujúce jeden alebo druhý názor (stav predám reprezentuje čierna farba, stav kúpim je zobrazený bielou), tak rovnako i oblasti, ktoré nie sú vyprofilované pre jeden alebo druhý názor. Myslíme si, že rovnaké správanie sa je možné pozorovať i v skutočnosti. Grafy 1.2 a 1.3 ukazujú zase vývoj ceny a vývoj veľkosti najväčšieho zhluku jednotného názoru prenášobení názorom v ňom vládnucom.

Graf 1. 2 Vývoj ceny aktíva

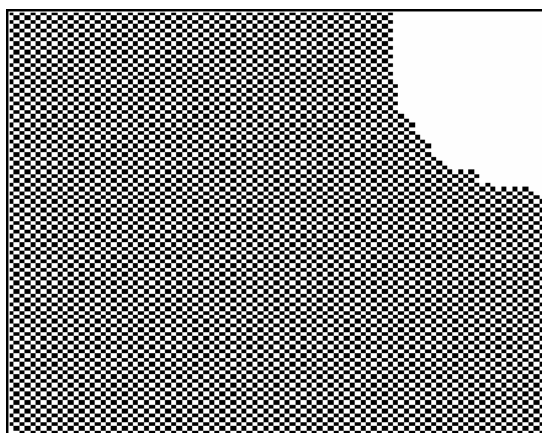


Graf 1. 3 Vývoj veľkosti najv. zhluku



Pri pohľade na Graf 1.2 môžeme pozorovať, že i napriek nízkej hodnote K dochádza k formovaniu väčších zoskupení rovnakého názoru. Rovnako však môžeme konštatovať približnú vyrovnanosť medzi dopytom a ponukou.

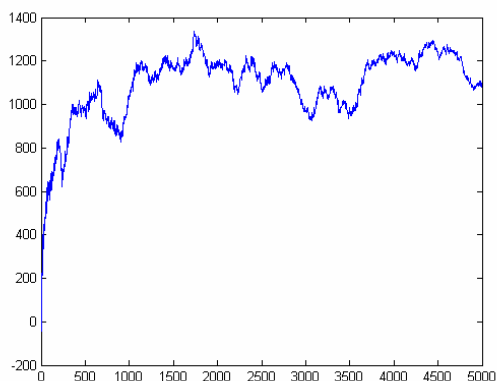
Graf 2. 1 Výsledný stav systému



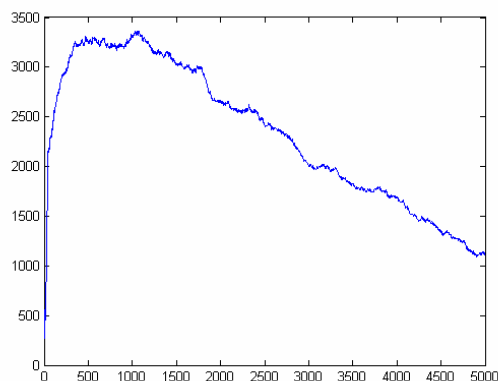
s rozhodnutím o kúpe alebo predaji aktíva.

Rozhodli sme sa preto zvýšiť hodnotu K , ktorou agenti na trhu vážia názor svojho okolia, na $K = 0.6$. Na Grafe 2.1 opäť uvádzame výsledný stav, do ktorého systém dospel. Môžeme vidieť, že v tejto simulácii systém dospel do úplne rôznorodého stavu, len s jednou väčšou oblasťou rovnakého názoru. Zvyšná časť je tvorená rovnomerným rozdelením investorov

Graf 2. 2 Vývoj ceny aktíva

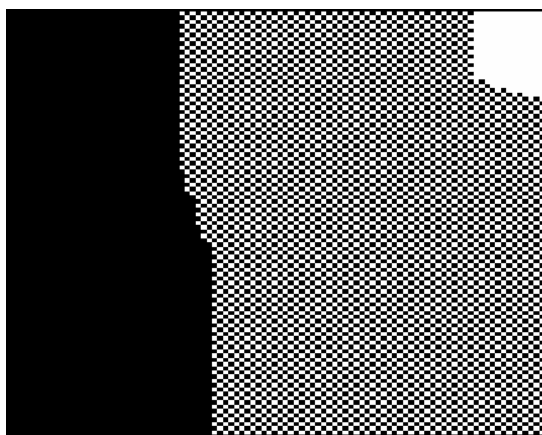


Graf 2. 3 Vývoj veľkosti najv. zhluku



Pri pohľade hlavne na Graf 2.3 však vidíme, že veľkosť tejto oblasti najskôr prudko rástla, avšak po určitom čase došlo k zmene vývoja, ktorý sa až do konca simulácie nezastavil. Pri porovnaní so simuláciou s $K = 0.4$ bol počiatočný nárast väčší čo podľa nás ukazuje na priblíženie sa kritickej hodnote K_c .

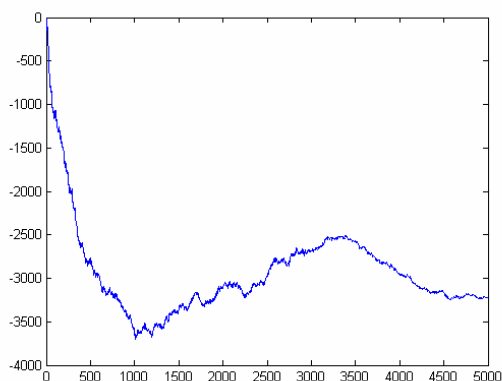
Graf 3. 1 Výsledný stav systému



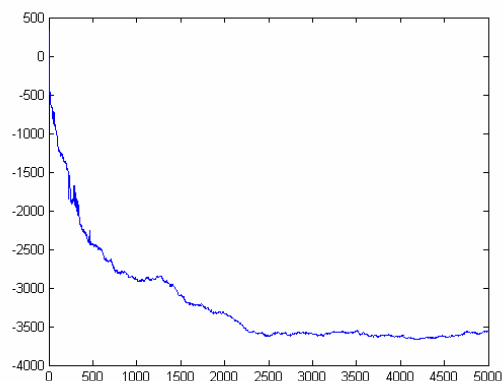
v nasledujúcich Grafoch 3.2 a 3.3.

Po zvýšení na $K = 0.7$ sme dosiahli nasledujúce výsledky. Počas celého trvania simulácie prevládal v systéme stav -1, prislúchajúci akcii predaj (zobrazené čiernou farbou). Veľkosť najväčšieho klastru dosiahla hodnoty okolo 3.500 agentov a približne na tejto hodnote sa tentokrát i udržala. Štatistika vývoja ceny ako i maximálneho zhľuku s rovnakým názorom sú opäť uvedené

Graf 3. 2 Vývoj ceny aktíva

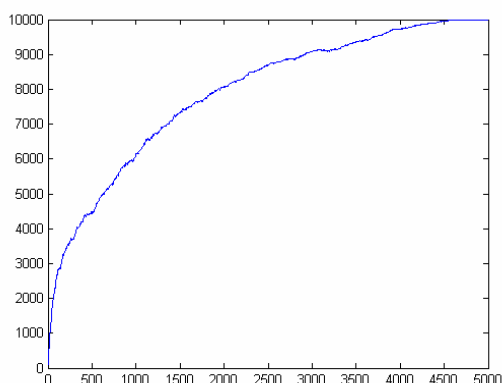


Graf 3. 3 Vývoj veľkosti najv. zhľuku

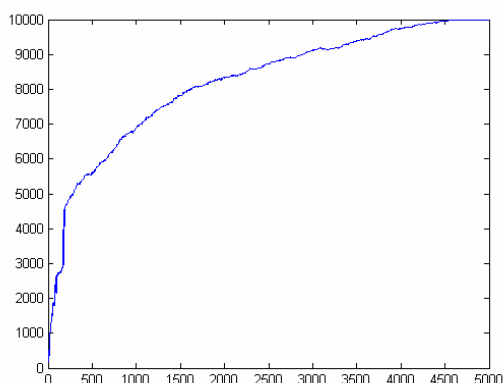


Po ďalšom zvýšení parametra na $K = 0.8$, už simulácia skončila v kritickom stave, keď po 5.000 iteráciách už všetci účastníci trhu zastávali jednotný názor. Pozorovaný vývoj ceny a maximálneho zhľuku s rovnakým názorom sú uvedené v Grafoch 4.1 a 3.2. Graf výsledného stavu už neuvádzame.

Graf 4. 1 Vývoj ceny aktíva



Graf 4. 2 Vývoj veľkosti najv. zhluku



Na základe dosiahnutých výsledkov teda predpokladáme, že hľadaná kritická hodnota parametra K sa nachádza v intervale $K_c \in (0.7, 0.8)$. Podarilo sa nám teda ukázať, že vzájomná kooperácia navzájom blízkych investorov, môže mať za následok veľkú kolektívnu reakciu agentov naprieč celým systémom, čo môže viesť následnému krachu alebo vzniku bubliny. Poukázali sme aj na to, že so zvyšujúcou mierou prihliadania na svoje okolie pri rozhodovaní, sa zvyšuje i náchylnosť ku vzniku kritickej situácie.

Zároveň však pri pohľade na prezentovaný model uznávame, že nie je reálne, aby sa preferencie investorov v čase nemenili, a preto sme sa rozhodli navrhnúť závislosť, ktorá by tento nedostatok odstránila.

4.2.2 Dynamický model

V našej snahe o dynamickosť modelu sme sa rozhodli o zmenu k prístupu k parametru K . Kým v predchádzajúcom modeli bola jeho hodnota počas celej simulácie pevne stanovená, tentokrát by sme chceli, aby sa vyvíjal spoločne s celým systémom.

Pri bližšom pohľade na reálneho účastníka obchodovania vidíme, že jeho rozhodovanie neovplyvňujú iba jeho známi, priatelia a kolegovia, ale že v dnešnej dobe je jeho rozhodovanie do značnej miery ovplyvnené i prostriedkami masmediálnej komunikácie. Kým jednotliví investori majú informácie len o svojom bezprostrednom okolí, o masmediách môžeme predpokladať, že ich pohľad na trh je komplexný. Touto formou sa k ekonomickým agentom dostáva určitá informácia

o nálade na trhu. V reprodukování informácie do modelu sme siahli po ukazovateli najväčšieho zhluku investorov s rovnakým názorom, ktorý sme sledovali už i v predchádzajúcom modeli. Hodnota parametra K bude teda v každej iterácii počítaná ako podiel počtu jedincov v najväčšom klastri a celkového počtu investorov. Veríme, že týmto spôsobom sa nám podarí zahrnúť do modelu i nástroje pozitívnej odozvy spomínané na začiatku kapitoly. V prípade že hodnota parametra K sa zväčší, vzrastie i váha s akou investori nasledujú svoje okolie, a teda v konečnom dôsledku i počet investorov sledujúcich daný konkrétny názor.

Účastníci simulácie budú mať opäť na výber medzi dvomi stavmi: kúpim (+1) a predám (-1), pričom tento krát budeme pozorovať ich správanie iba počas 2000 iterácií, čo sa nám ukázala byť dostatočne dlhá doba.

V prvej simulácii sme sa rozhodli sledovať vývin systému bez pridania ďalších faktorov majúcich vplyv na rozhodovanie investorov. Na začiatku bola hodnota parametra K nastavená na nulu, čo sa počas prvej iterácie, kedy boli názory účastníkov nagenované prostredníctvom normálneho rozdelenia, zmenilo podľa hore uvedeného pravidla. Veľkosť každej oblasti zdieľajúcej rovnaký názor však je na začiatku simulácie ešte veľmi malá a teda i hodnota K je blízka nule.

Keďže parameter K má za úlohu rozdeľovať preferencie rozhodovania sa medzi vlastnou myšlienkou (prináša do systému rôznorodosť názorov) a názorom okolia (prináša do systému súlad), hodnota K blízka nule bude udržiavať systém v neustále rôznorodom stave. Tieto predpoklady sa nám po skončení simulácie potvrdili a na Grafe 5.1 výsledného stavu systému vidíme podobné rozdelenie oblastí rovnakého názoru ako tomu bolo na začiatku. Usudzujeme, že v tomto prípade chýbal určitý impulz, ktorý by orientoval investorov pri svojom rozhodovaní i na svoje okolie a nie iba na vlastný názor. V konečnom dôsledku by sme takýto systém mohli prirovnáť k situácii kedy každý agent verí, že má úplnú informáciu a teda sa správa iba na základe svojho vlastného úsudku.

Graf 5. 1 Výsledný stav systému

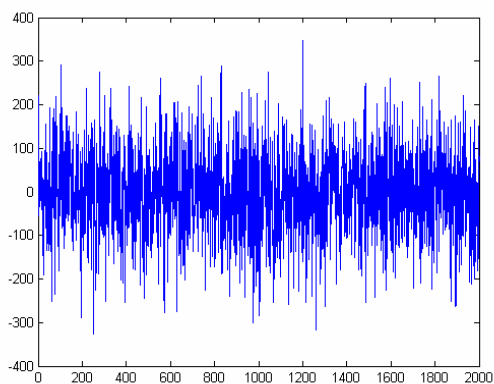


impulz, ktorý by názorovo zjednotil určitú časť investorov a naštartoval vznik bubliny alebo fázy poklesu ceny.

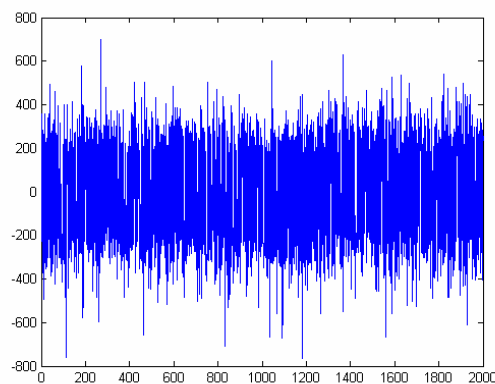
V tejto simulácii sme pre parameter K nenastavili žiadnu počiatočnú hodnotu od ktorej by sa mal vyvíjať. Spôsobilo to, ako je vidieť i na Grafe 5.1, rôznorodosť názorov počas celého trvania simulácie. Väzba parametra K na oblasť najväčšieho zhluku neumožnila rásť jeho hodnoty. Konštatujeme, že v porovnaní s reálnym svetom systému chýbal počiatočný

Ako môžeme vidieť i na Grafoch 5.2 vývoja ceny aktíva a 5.3 vývoja počtu jedincov v maximálnom zhluku, konštatujeme že hodnota aktíva oscilovala okolo svojej počiatočnej hodnoty, rovnako ako i oblasť najväčšieho názorového zhluku.

Graf 5. 2 Vývoj ceny aktíva



Graf 5. 3 Vývoj veľkosti najv. zhluku



V nasledujúcom skúmaní sme sa preto rozhodli zamerať na určenie počiatočnej podmienky, ktorá by bola postačujúca na to aby sa systém vyvinul do fázy bubliny alebo krachu.

Uvedomujeme si však, že hľadanú počiatočnú podmienku nesmieme nastaviť iba pre dĺžku trvania prvej iterácie. Jedna iterácia na základe skúseností nie je postačujúca na to aby sa systém vyvinul do stavu korešpondujúceho s nami určenou

počiatočnou podmienkou. Takýto prístup by spôsobil opätovný návrat na hodnoty K blízke nule.

Rozhodli sme sa preto formulovať počiatočnú podmienku inak. Hodnota parametra K bude fixná až do doby kým sa systém nevyvinie na jej úroveň, potom už bude vývoj K závislý na reálnom stave systému.

Graf 6. 1 Výsledný stav systému

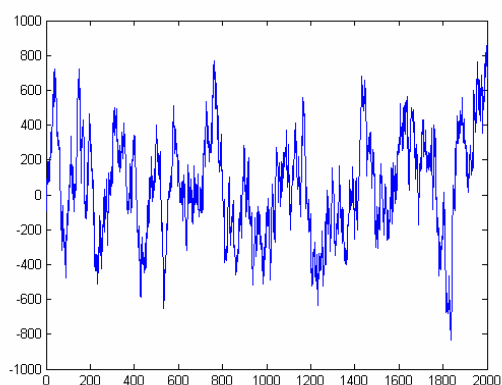


počiatočnej hodnoty.

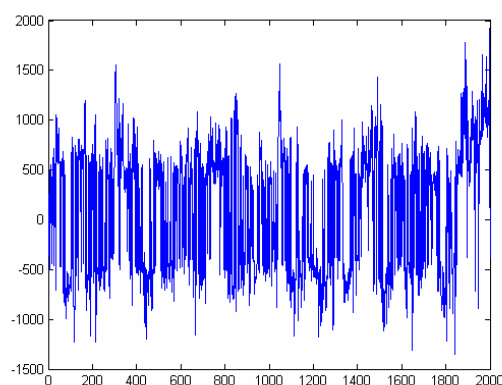
Rozhodli sme sa pre počiatočnú podmienku $K_0 = 0.3$. Ako je možné opäť vidieť na grafe 6.1, stanovenie počiatočnej podmienky v porovnaní s predchádzajúcou simuláciou spôsobilo viditeľné členenie systému na zhluky jedného alebo druhého investičného názoru. Objem ponuky a dopytu však zostal približne rovnaký, čo malo vplyv opäť na fluktuácie ceny okolo jej

Na základe Grafu 6.3 konštatujeme, že počas trvania doby simulácie sa systém nevyvinul na úroveň zodpovedajúcu počiatočnej podmienke. Veľkosť najväčšieho zhluku počas simulácie nepresiahla ani úroveň 2000 investorov. Hodnota aktíva (Graf 6.2) už zaznamenala obdobia nárastov a poklesov, ktoré však vždy boli podľa nášho názoru ukončené silným vplyvom stochastickej premennej reprezentujúcej jedinečnú myšlienku agentov na trhu.

Graf 6. 2 Vývoj ceny aktíva



Graf 6. 3 Vývoj veľkosti najv. zhluku



Počiatočnú podmienku K_0 sme zväčšovali už iba pomaly. Ukázalo sa, že pri voľbe $K_0 = 0.33$ je členenie výsledného systému ešte výraznejšie v prospech vzniku názorových zhlukov. Na Grafe 7.1 možné pozorovať väčší počet agentov s názorom o predaji aktíva, siahajúci takmer naprieč celým systémom.

Graf 7. 1 Výsledný stav systému



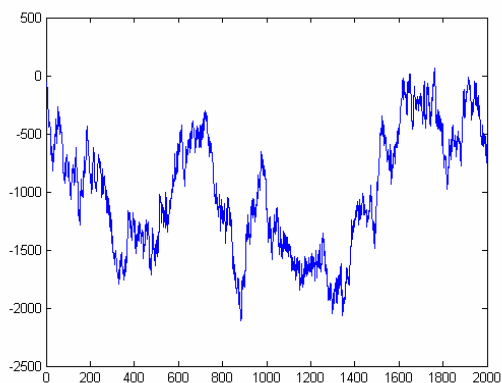
trhu zaujme neutrálne postavenie.

Rovnako ako i v prípade prezentovaného statického modelu môžeme na grafe výsledného stavu systému pozorovať okrem vzniku oblastí s preferenciou k nákupu alebo predaju aktíva, i oblasti, ktoré nie sú rozhodnuté na ktorú stranu sa prikloniť a názor v nich sa pravidelne strieda. Veríme, že podobné správanie je pozorovateľné i pri reálnom obchodovaní, keď určitá časť

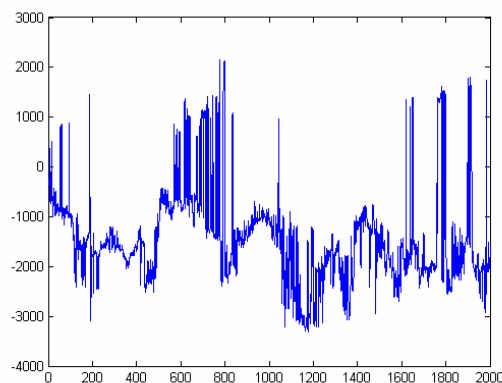
V prípade vývoja ceny aktíva sme v tejto simulácii mohli pozorovať medvedí trend, keď sa hodnota aktíva dokázala vrátiť na pôvodné hodnoty zo začiatku simulácie až v jej závere.

Na základe vývoja parametra K vzhľadom na jeho počiatočnú hodnotu K_0 konštatujeme, že systém sa opäť vyvíjal staticky a nepresiahol hodnotu počiatočnej podmienky.

Graf 7. 2 Vývoj ceny aktíva



Graf 7. 3 Vývoj veľkosti najv. zhľuku



Porovnávaním vývoja aktuálnej i predchádzajúcich simulácií predpokladáme, že hľadaná kritická hodnota K_0 už nie je veľmi vzdialená od posledne skúmanej počiatkovej podmienky.

Nastavením počiatkovej podmienky $K_0 = 0.35$ sa nám ju podarilo prekročiť a systém pokračoval v dynamickom vývoji na základe jeho reálneho stavu. Musíme však poznamenať, že pri takto stanovenej podmienke sme počet simulácií viac krát zopakovali a podarilo sa nám dospieť i k výsledkom, kedy systém túto počiatkovú podmienku neprekročil. Dôvod takéhoto vývoja identifikovali vo vzniku už spomínanej „oblasti nerozhodných investorov“, ktorá sa vyprofilovala naprieč systémom a zabránila tak nárastu hodnoty parametra K .

Na nasledujúcich grafoch prezentujeme prípad, keď sa systém vyvinul na úroveň počiatkovej podmienky a ďalej pokračoval v dynamickom vývoji.

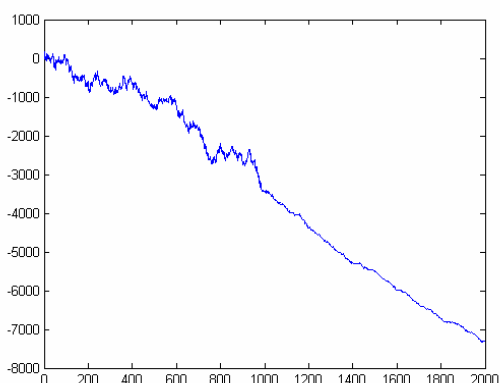
Graf 8. 1 Výsledný stav systému



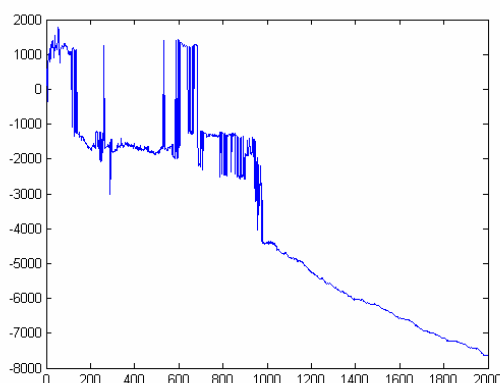
Na Grafe 8.1 výsledného stavu systému je zreteľný previs ponuky nad dopytom, kedy sa väčšina investorov názorovo zjednotila do oblasti na grafe vyznačenej čiernou farbou (predaj aktíva). Opäť môžeme pozorovať vznik nerozhodných zhlukov ako i menšiu oblasť opačného názoru ako väčšina trhu.

Vývoj hodnoty aktíva, zachytený na Grafe 8.2, mal od začiatku simulácie klesajúci trend. Krátkodobo sa však do okamihu, keď sa systém začal vyvíjať dynamicky, striedali obdobia nárastu a opätovného poklesu ceny. Podobný vývoj je pozorovateľný aj na Grafe 8.3, kde veľkosť najväčšieho zhuku ostro oscillovala okolo nulovej hodnoty. Pod vplyvom pozitívnej hodnoty, keď nárast hodnoty parametra K implikoval následný nárast maximálneho zhuku a teda i K pre ďalšiu iteráciu, parameter K približne od hodnoty $K = 0.4$ stabilne klesal.

Graf 8. 2 Vývoj ceny aktíva



Graf 8. 3 Vývoj veľkosti najv. zhluku



Pozorovaný vývoj nás nabáda konštatovať, že v prípade stanovenia počiatkovej podmienky na hodnotu $K_0 = 0.4$ by sa už pravdepodobnosť vzniku kritickej situácie blížila istote. Niekoľko pokusov, ktoré sme pri takto nastavenej počiatkovej podmienke urobili naznačujú správnosť daného záveru, i keď ani tu nevylučujeme vznik už spomínanej nerozhodnutej časti trhu naprieč systémom, ktorý by mohol zmeniť konečný výsledok.

Na základe prezentovaných výsledkov simulácií konštatujeme, že vzájomná kooperácia investorov môže viesť ku vzniku kritických udalostí na trhu. V prípade statického modelu, ktorý však podľa nás dostatočne neodráža reálne správanie sa investorov, sme boli schopní pozorovať kritický stav pri veľmi veľkom počte 5000 obchodovacích cykloch ako i pomerne vysokej váhe 80% vplyvu okolia na rozhodovanie sa.

Odlíšná situáciu nastala podľa nás v prípade dynamického modelu. Veríme, že sa nám podarilo zachytiť i vplyvy pozitívnej odozvy, ktorá hrá výraznú úlohu najmä v prípade, že sa systém už nachádza v kritickom stave. Rovnako sme zahrnuli i vlastnosť meniacich sa preferencií investorov v čase. Konštatujeme teda, že ak by sme boli schopní v reálnom čase pozorovať a odmerať vplyv okolia na rozhodovanie sa jednotlivých ekonomických agentov väčší ako 35% a pozorovať ho po určitú dobu, mohli by sme s určitou pravdepodobnosťou usúdiť, že systém skončí kritickou udalosťou.

Zároveň si však uvedomujeme, že prezentované modely patria medzi jednoduché modely vysvetľujúce vzájomnú kooperáciu agentov pri rozhodovacom procese. V prípadných ďalších zložitejších modeloch by bolo možné zahrnúť

možnosť podržania aktíva ako i hierarchickú štruktúru trhu, kedy objem obchodovaných aktív by bol v prípade väčších investorov ako napríklad dôchodkové fondy ďaleko vyšší a rovnako by ale klesala i ich ovplyvniteľnosť názorom ich okolia.

Našou najbližšou úlohou, ktorú si položíme, však bude ukázať, že i prezentované modely dostatočne korešponujú s realitou a majú vypovedaciu schopnosť o určitých procesoch ovplyvňujúcich vývoj na trhu.

5 Porovnanie relevantnosti modifikovaného Isingovho modelu so skutočnosťou

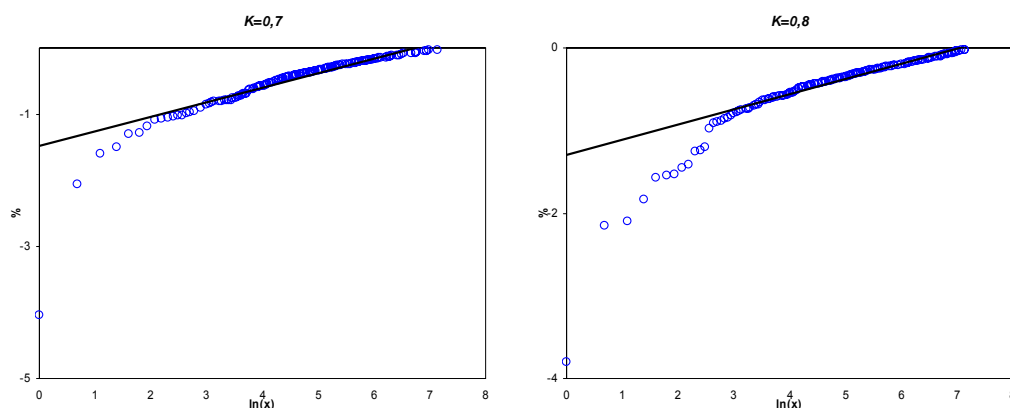
Prezentovaný modifikovaný Isingov model, statický ako i dynamický, mal za úlohu pokúsiť sa vysvetliť procesy vedúce k vzniku extrémnych udalostí akými sú bubliny alebo krachy na burze. Poukázali sme na vplyvy pozitívnej odozvy ako i vzájomnú kooperáciu v rozhodovacom procese investora. Potvrdilo sa nám, že tzv. davový efekt, keď sa väčšina agentov nechá strhnúť davom a zaujme rovnaké stanovisko ako ich okolie, môže vyústiť do veľkých rozdielov medzi ponukou a dopytom, a teda i veľkým cenovým posunom. Cieľom, na ktorý sa v tejto kapitole zameriame, je ukázať, či ceny aktív získané simuláciou a ceny skutočných akcií alebo indexov majú určité rovnaké charakteristické znaky.

Už v 3. kapitole sme sa venovali analýze distribúcií ε -poklesov cien aktíva. Zistili sme, že najväčšie poklesy ceny sa odchyľujú od distribúcií väčšiny poklesov aktíva, nakoľko ich veľkosť je väčšia ako by sa dalo na základe distribúcie zvyšku predpokladať. Rovnaké výsledky sme dosiahli pri skúmaní výmenných kurzov hlavných svetových mien, akciovom indexe ako i pri analýze distribúcie ε -poklesov ceny akcie Microsoftu. Záverom, ktorý sme v kapitole 3 vyvodili je, že kým väčšina poklesov môže byť vysvetlená Brownovým pohybom, príčinu väčších fluktuácií ako sme ukázali, je potrebné hľadať v pre trh frustrujúcej alebo naopak povzbudzujúcej udalosti, ako i špekulatívnej bubline.

5.1 Distribúcia poklesov ceny pri statickom modeli

Nakoľko odklon väčších poklesov ceny od distribúcie zvyšku vysvetľujeme i vznikom tzv. davového efektu po puknutí špekulatívnej bubliny pri analýze distribúcií ceny sme siahli po prípade, keď parameter K dosahoval hodnotu dostatočnú na prepuknutie krachu, ako i prípad keď sa jeho hodnota k tejto kritickej ešte iba blížila. Na základe výskumu z predchádzajúcej kapitoly ide o prípady $K = 0.7$ a $K = 0.8$. Z dostupných simulácií sme vybrali iba tie, ktoré skončili krachom a nie bublinou.

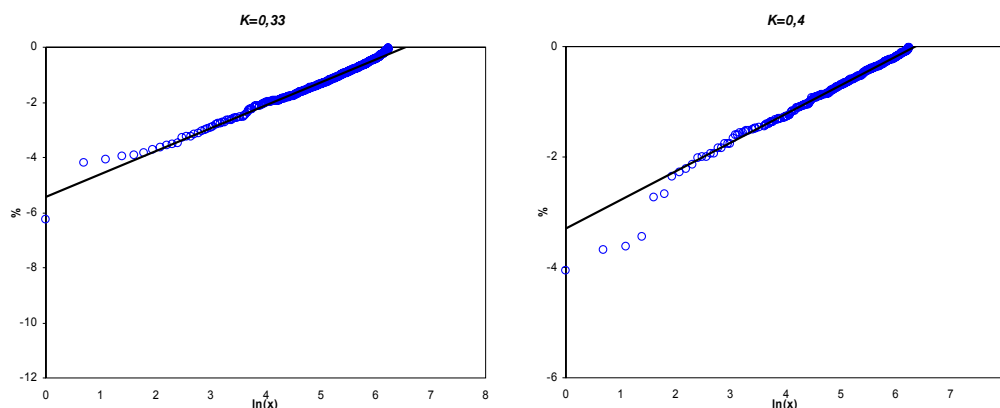
Použitá metodika je zhodná s metodikou na identifikáciu ε -poklesov ceny aktíva v kapitole 3, pričom v tomto prípade sme sa rozhodli skúmať distribúciu čistých poklesov, teda $\varepsilon = 0$. V dôsledku toho, že počiatočná hodnota ceny aktíva bola nula, a jej vývoj sa pohyboval ako nahor tak i nadol, aby sme zabezpečili jej kladnosť v každej iterácii, pripočítali sme k nej vždy maximálnu možnú hodnotu na ktorú cena mohla poklesnúť. Daný krok spôsobil skreslenie percentuálneho poklesu ceny avšak nie jej distribúcie. Zistené distribúcie poklesov simulovanej ceny sú zobrazené na nasledujúcich grafoch.



Rovnako ako prípade distribúcií ε -poklesov skutočnej ceny aktíva prezentovaných v kapitole 3, i tu dochádza k odklonu najvýraznejších poklesov od distribúcie. Môžeme tak konštatovať, že vplyvy ako davový efekt, o ktorých sme predpokladali, že sú príčinou veľkých poklesov a snažili sme sa ich zakomponovať i do prezentovaného modelu, môžu byť skutočne ich dôvodom.

5.2 Distribúcia poklesov ceny pri dynamickom modeli

V prípade dynamického modelu sme sa rozhodli analyzovať distribúciu poklesov ceny aktíva opäť v dvoch prípadoch. Podobne ako v prípade statického modelu sme sa siahli po prípade, keď sa hodnota počiatkovej podmienky blížila kritickej hodnote ako i prípad, v ktorom došlo ku krachu. Simulovanú cenu sme následne upravili rovnakým spôsobom, ako tomu bolo v prípade statického modelu. Použitá metodológia je zhodná s metodológiou na identifikáciu ε -poklesov a určenie ich distribúcie (kapitola 3). Zistené distribúcie čistých poklesov simulovanej ceny sú zobrazené na nasledujúcich grafoch.



I v prípade dynamickej modifikácie modelu môžeme konštatovať odklon najväčších poklesov simulovanej ceny aktíva od distribúcie ich zvyšku. Konštatujeme tak, že i keď prezentované modely sú jednoduché, zachytávajú dôležité vlastnosti správania sa investorov pri rozhodovaní. Medzi základné príčiny veľkých poklesov ceny tak popri exogénnych faktoroch patria i vzájomná kooperácia investorov, pozitívna odozva a následný možný vznik davového efektu.

Záver

V uvedenej práci sme sa bližšie pozreli na príčiny veľkých poklesov ceny aktív na finančných trhoch. Poukázali sme na rozdielny charakter väčších cenových poklesov, keď na ich vysvetlenie sme hľadali iné nástroje aké sú používané na vysvetľovanie každodenných fluktuácií.

Na základe prezentovaných výsledkov statického i dynamického modifikovaného Isingovho modelu zameraného na vzájomnú kooperáciu investorov, sme došli k záveru, že jednou z hlavných príčin veľkých cenových poklesov je vyvinutie celopriestorovej vzájomnej kooperácie ekonomických agentov, nazývanej i davovým efektom. Podarilo sa nám ukázať, že so zvyšujúcou sa pravdepodobnosťou sledovania a zahrnutia názoru investorovho okolia sa zvyšuje i pravdepodobnosť vývinu trhu do kritického stavu. Identifikovali sme váhy (váha na investorove okolie, váha na vlastný názor), ktorých prekročením sa stáva prípadný krach vysoko pravdepodobným.

I keď sme boli schopní zachytiť hranicu po ktorej prekročení je už vývoj systému do krachu veľmi pravdepodobný, ani včasné varovanie ako uvádza na záver svojej práce Sornette D. (pozri [1]) nemusí znamenať jeho odvrátenie a môžu nastať prinajmenšom tri rôzne prípady:

- Predpovedi o krachu nikto neverí. Predpokladajme, že predpoveď je správna a vývoj naozaj skončí krachom. I keď bola predpoveď správna, nespĺnila svoju prvotnú úlohu a tou je odvrátenie kritickej situácie

- Predpoveď o krachu je považovaná za relevantnú a uverí jej drvivá väčšina agentov na trhu. V snahe minimalizovať možné škody je pravdepodobné, že väčšina z nich sa rozhodne pre predaj, čo spôsobí na finančnom trhu paniku a následný krach. V tomto prípade však príčinou kritickej situácie bola samotná predpoveď a nie stav systému postupne smerujúci do krachu.
- Dostatočná väčšina investorov môže považovať predpoveď za opodstatnenú a prijme opatrenia, ktoré zabezpečia plynulý koniec investičnej bubliny a ku krachu nedôjde. Predpoveď o výskyte kritickej situácie sa tak ukáže ako nesprávna.

Na záver našej práce sme sa pokúsili porovnať vlastnosti vývoja ceny aktíva získanej simuláciami s vývojom cien skutočných aktív. Pri analýze distribúcie poklesov simulovanej ceny sme konštatovali podobné správanie sa ako v prípade skutočného vývoja ceny aktíva. Dosiiahnuté výsledky teda podporili náš názor o dôležitej úlohe vzájomnej kooperácie ekonomických agentov na trhu pri krachoch na burzách.

Literatúra

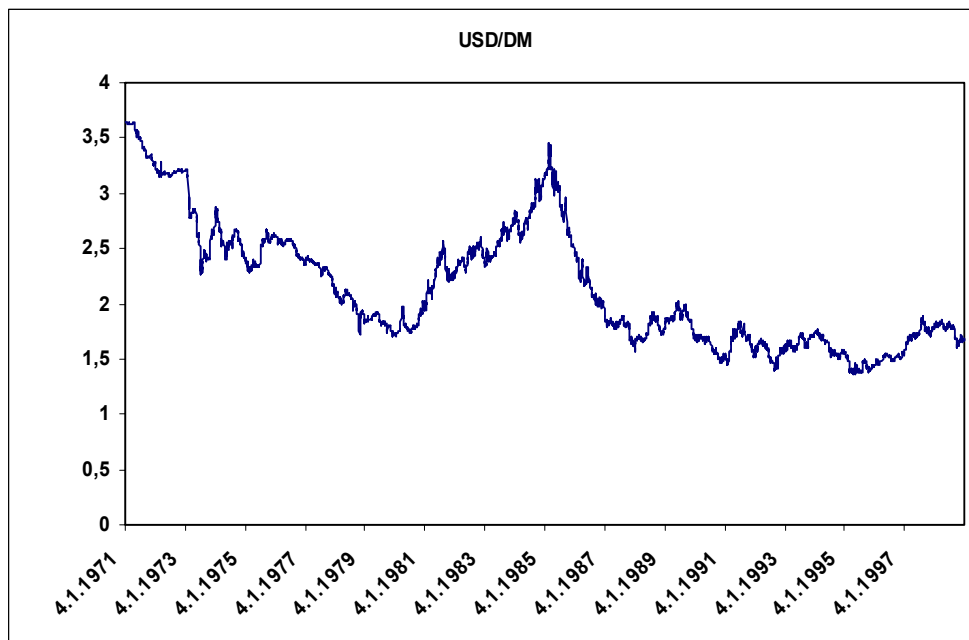
- [1] SORNETTE, D., 2004. *Critical Market Crashes*. Physics Reports, Volume 378, Issue, p. 1-98
- [2] JOHANSEN, A., SORNETTE, D., 2004. *Endogenous versus Exogenous Crashes in Financial Markets*. eprint arXiv:cond-mat/0210509
- [3] JOHANSEN, A., LEDOIT, O., SORNETTE, D., 2000. *Crashes as critical points*. International Journal of Theoretical and Applied Finance 3, p. 219-255
- [4] JOHANSEN, A., 1997. *Discrete scale invariance and other cooperative phenomena in spatially extended systems with threshold dynamics*. Ph.D. Thesis, NBI
- [5] SORNETTE, D., 1998. *Discrete scale invariance and complex dimensions*. Physics Reports, Volume 297, p. 239-270
- [6] Feigenbaum, J.A., 2004. *A Statistical Analysis of Log-Periodic Precursors to Financial Crashes*. eprint arXiv:cond-mat/0101031
- [7] JOHANSEN, A., SORNETTE, D., 2001. *Large Stock Market Drawdowns Are Outliers*. eprint arXiv:cond-mat/0010050
- [8] SORNETTE, D., WEI-XING ZHOU, 2002. *The US 2000-2002 Market Descent: How Much Longer and Deeper?* eprint arXiv:cond-mat/0209065

- [9] SORNETTE, D., WEI-XING ZHOU, 2004. *Testing the Stability of 2000 US Stock Market "Antibubble"*. Physica A, Volume 348, p. 428-452
- [10] SORNETTE, D., 2001. *Predictability of catastrophic events: material rupture, earthquakes, turbulence, financial crashes and human birth*. eprint arXiv:cond-mat/0107173
- [11] JOHANSEN, A., SORNETTE, D., 2001. *Significance of Log-Periodic Precursors to Financial Crashes*. Quantitative Finance 1 (4), p. 452-471
- [12] DROZDZ, S.; GRUEMMER, F.; RUF F.; SPETH, J. 2005. *Prediction oriented variant of financial log-periodicity and speculating about the stock market development until 2010*. eprint arXiv:physics/0503006
- [13] DROZDZ, S.; GRUEMMER, F.; RUF F.; SPETH, J. 2002. *Log-periodic self-similarity: an emerging financial law?* Physica A, Volume 324, Issue 1-2, p. 174-182

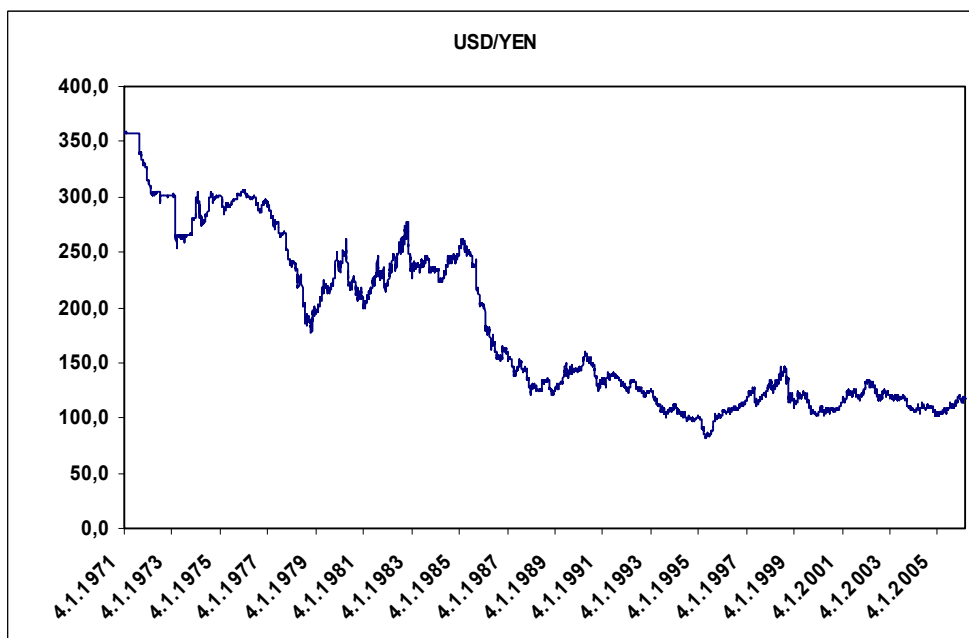
Prilohy

Príloha č. 1 – Graf vývoja nominálneho kurzu USD vzhľadom na DM a YEN

Graf vývoja nominálneho kurzu USD voči DM

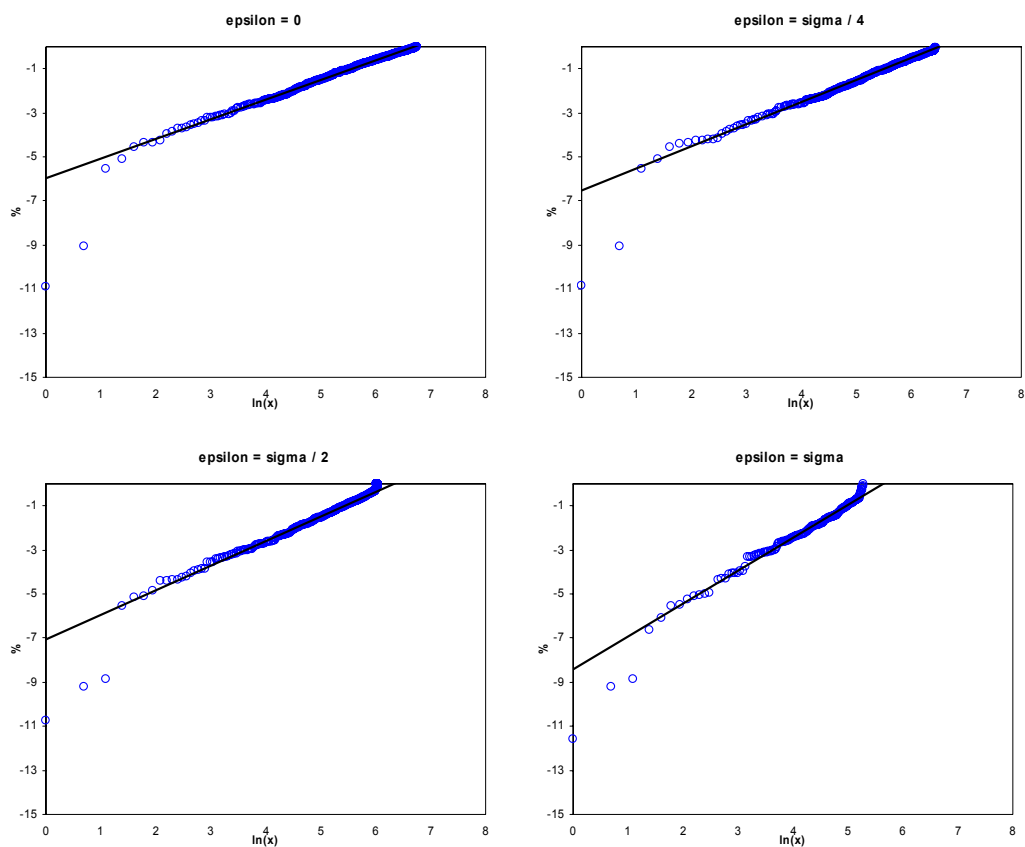


Graf vývoja nominálneho kurzu USD voči YEN

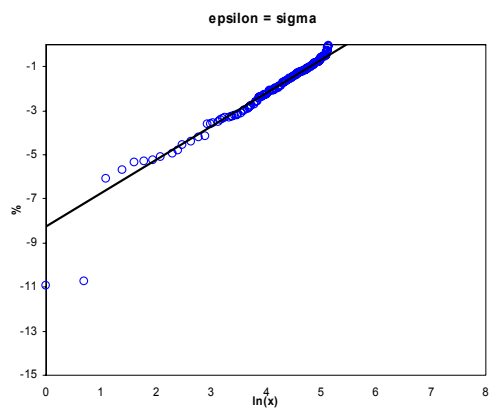
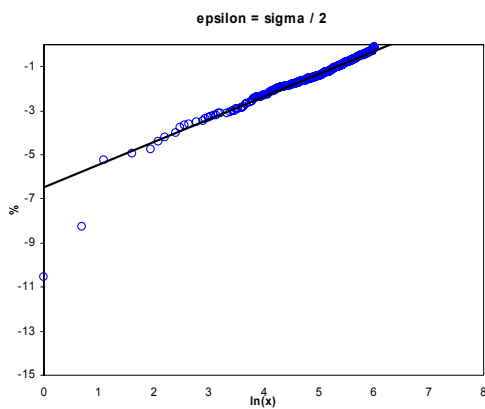
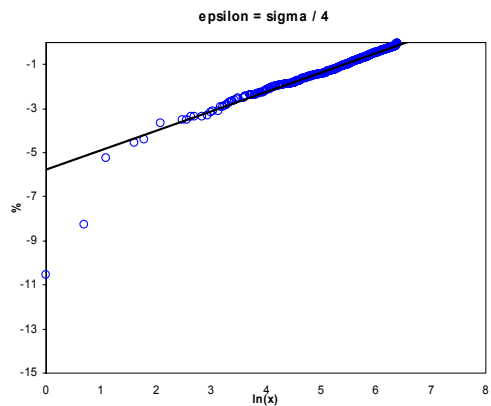
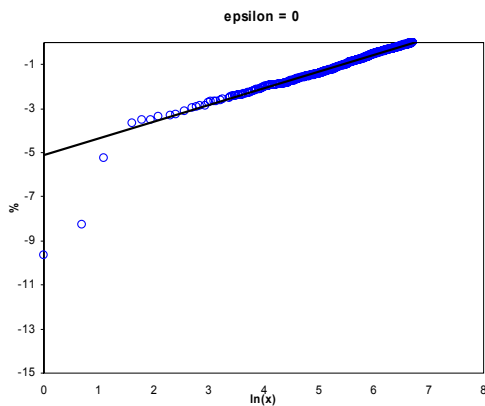


Príloha č. 2 – Analýza ε -poklesov výmenného kurzu SKK

Použitá metodológia je zhodná s metodológiou na identifikáciu ε -poklesov ceny aktíva použitej v kapitole 3 a 5. Analyzovali sme vývoj výmenného kurzu slovenskej koruny a amerického dolára i britskej libry od začiatku roku 1993 po súčasnosť (zdroj dát NBS). Na výpočet rôznych prípadov ε ($\varepsilon = 0, \sigma/4, \sigma/2, \sigma$) sme použili historickú volatilitu počítanú podľa vzťahu (3.2). Ako prvú prezentujeme kumulovanú distribúciu ε -poklesov výmenného kurzu **slovenskej koruny a amerického dolára**.



Pozorovaný odskok od väčšiny populácie sa vzťahuje na udalosti z októbra 1998 a júla 1993. Ako uvidíme rovnaké správanie je pozorovateľné i pri analýze výmenného kurzu **slovenskej koruny a britskej libry**.



Spomínané oba z distribúcie vystupujúce poklesy sa vzťahujú k devalvácii slovenskej meny Národnou bankou v júli 1993 a k rozhodnutiu o zmene režimu výmenných kurzov z fixného na plávajúci v októbri 1998.

V tomto prípade teda spomínané poklesy charakterizujeme ako dôsledok historických udalostí a nie do skupiny prepádov spôsobených prasknutím špekulatívnej bubliny.

Príloha č. 3 – Syntax programu² pre modifikovaný Isingov model

```
clear stav_new;
clear stav;
clear ('randn');
clear suma;
clear statistika_sumamax;
clear statistika_z;
clear statistika_cena;
clear sumamax_vyvoj;
clear stav_K;
clear zdroj;
clear hodnota1;
clear stav_new;

L=0;
z=0;
a=0;
b=1;
m=0;
perioda=2000;
riadok = 100;
stlpec = 100;
zacalo=0;
koniec=0;
sumamax=0;

randn('state',sum(100*clock));

for i=1:1:riadok
    for j=1:1:stlpec
        stav_new(i,j) = randn;
        if stav_new(i,j)>=0
            stav_new(i,j)=1;
        else
            stav_new(i,j)=-1;
        end
    end
end

for t=1:1:perioda

    statistika_z(t)=z;
    zacalo=0;
    koniec=0;
    a=0;

    for i=1:1:riadok
        for j=1:1:stlpec
            stav(i,j) = stav_new(i,j);
            zdroj(i,j)=0;
        end
    end
    for i=1:1:riadok*stlpec
```

² vytvorený v programovacom prostredí Matlab 13

```

suma(i)=0;
stav_K(i)=0;
end

while koniec == 0
koniec=1;
if zacalo == 0
i=1;
j=1;
while (zdroj(i,j)~=0 & (i~=riadok | j~=stlpec))
if j==stlpec
j=1;
i=i+1;
else
j=j+1;
end
end

if i~=riadok | j~=stlpec
a=a+1;
zacalo=1;
zdroj(i,j)=1;
end

if i==riadok & j==stlpec & zdroj(i,j)==0
a=a+1;
zacalo=1;
zdroj(i,j)=1;
end
end

if zacalo == 1
i=1;
j=1;
zacalo=0;
while (zdroj(i,j)~=1 & (i~=riadok | j~=stlpec))
if j==stlpec
j=1;
i=i+1;
else
j=j+1;
end
end

if(i~=riadok | j~=stlpec)
zdroj(i,j)=2;
suma(a)=suma(a)+1;
stav_K(a)=stav_new(i,j);
end

if(i==riadok & j==stlpec & zdroj(i,j)==1)
zdroj(i,j)=2;
suma(a)=suma(a)+1;
stav_K(a)=stav_new(i,j);
end

```

```

if (i == 1 & j == 1)
    hodnota1=stav_new(i,j);
if (stav_new(i+1,j)==hodnota1 & zdroj(i+1,j)~=2)
    zdroj(i+1,j)=1;
end

if (stav_new(i,j+1)==hodnota1 & zdroj(i,j+1)~=2)
    zdroj(i,j+1)=1;
end
end

if (i == 1 & j == stlpec)
    hodnota1=stav_new(i,j);
if (stav_new(i+1,j)==hodnota1 & zdroj(i+1,j)~=2)
    zdroj(i+1,j)=1;
end

if (stav_new(i,j-1)==hodnota1 & zdroj(i,j-1)~=2)
    zdroj(i,j-1)=1;
end
end

if (i == riadok & j == 1)
    hodnota1=stav_new(i,j);
if (stav_new(i-1,j)==hodnota1 & zdroj(i-1,j)~=2)
    zdroj(i-1,j)=1;
end

if (stav_new(i,j+1)==hodnota1 & zdroj(i,j+1)~=2)
    zdroj(i,j+1)=1;
end
end

if (i == riadok & j == stlpec)
    hodnota1=stav_new(i,j);
if (stav_new(i-1,j)==hodnota1 & zdroj(i-1,j)~=2)
    zdroj(i-1,j)=1;
end

if (stav_new(i,j-1)==hodnota1 & zdroj(i,j-1)~=2)
    zdroj(i,j-1)=1;
end
end

if (i == 1 & j > 1 & j < stlpec)
    hodnota1=stav_new(i,j);
if (stav_new(i+1,j)==hodnota1 & zdroj(i+1,j)~=2)
    zdroj(i+1,j)=1;
end

if (stav_new(i,j-1)==hodnota1 & zdroj(i,j-1)~=2)
    zdroj(i,j-1)=1;
end

if (stav_new(i,j+1)==hodnota1 & zdroj(i,j+1)~=2)
    zdroj(i,j+1)=1;
end
end
end

```

```

if (i == riadok & j > 1 & j < stlpec)
  hodnota1=stav_new(i,j);
  if (stav_new(i-1,j)==hodnota1 & zdroj(i-1,j)~=2)
    zdroj(i-1,j)=1;
  end

  if (stav_new(i,j-1)==hodnota1 & zdroj(i,j-1)~=2)
    zdroj(i,j-1)=1;
  end

  if (stav_new(i,j+1)==hodnota1 & zdroj(i,j+1)~=2)
    zdroj(i,j+1)=1;
  end
end

if (j == 1 & i > 1 & i < riadok)
  hodnota1=stav_new(i,j);
  if (stav_new(i+1,j)==hodnota1 & zdroj(i+1,j)~=2)
    zdroj(i+1,j)=1;
  end

  if (stav_new(i-1,j)==hodnota1 & zdroj(i-1,j)~=2)
    zdroj(i-1,j)=1;
  end

  if (stav_new(i,j+1)==hodnota1 & zdroj(i,j+1)~=2)
    zdroj(i,j+1)=1;
  end
end

if (j == stlpec & i > 1 & i < riadok)
  hodnota1=stav_new(i,j);
  if (stav_new(i+1,j)==hodnota1 & zdroj(i+1,j)~=2)
    zdroj(i+1,j)=1;
  end

  if (stav_new(i,j-1)==hodnota1 & zdroj(i,j-1)~=2)
    zdroj(i,j-1)=1;
  end

  if (stav_new(i-1,j)==hodnota1 & zdroj(i-1,j)~=2)
    zdroj(i-1,j)=1;
  end
end

if (j > 1 & j < stlpec & i > 1 & i < riadok)
  hodnota1=stav_new(i,j);
  if (stav_new(i+1,j)==hodnota1 & zdroj(i+1,j)~=2)
    zdroj(i+1,j)=1;
  end

  if (stav_new(i,j-1)==hodnota1 & zdroj(i,j-1)~=2)
    zdroj(i,j-1)=1;
  end

  if (stav_new(i,j+1)==hodnota1 & zdroj(i,j+1)~=2)
    zdroj(i,j+1)=1;
  end
end

```

```

        if (stav_new(i-1,j)==hodnota1 & zdroj(i-1,j)~=2)
            zdroj(i-1,j)=1;
        end
    end
end

for i=1:1:riadok
    for j=1:1:stlpec
        if zdroj(i,j)~=2
            koniec=0;
        end

        if zdroj(i,j)==1
            zacalo=1;
        end
    end
end
end

sumamax=max(suma);
L=sumamax/(riadok*stlpec);
i=1;

while suma(i)~=sumamax
    i=i+1;
    m=stav_K(i);
end

statistika_sumamax(b)=sumamax*m;
b=b+1;
cena=0;

for i=1:1:riadok
    for j=1:1:stlpec
        cena=cena+stav_new(i,j);
    end
end

statistika_cena(t)=cena;

if L<0.33
    L=0.33;
end

for i=1:1:riadok
    for j=1:1:stlpec
        z = randn;
        if (i == 1 & j == 1)
            hodnota = stav(i, j + 1) + stav(i + 1, j);
            hodnota = hodnota * L + (1-L)*z;
            if hodnota >= 0
                stav_new(i,j)=1;
            else
                stav_new(i,j)=-1;
            end
        end
    end
end

```

```

if (i == 1 & j == stlpec)
    hodnota = stav(i, j - 1) + stav(i + 1, j)
    hodnota = hodnota * L + (1-L)*z;
    if hodnota >= 0
        stav_new(i,j)=1;
    else
        stav_new(i,j)=-1;
    end
end

if (i == riadok & j == 1)
    hodnota = stav(i, j + 1) + stav(i - 1, j)
    hodnota = hodnota * L + (1-L)*z;
    if hodnota >= 0
        stav_new(i,j)=1;
    else
        stav_new(i,j)=-1;
    end
end

if (i == riadok & j == stlpec)
    hodnota = stav(i, j - 1) + stav(i - 1, j)
    hodnota = hodnota * L + (1-L)*z;
    if hodnota >= 0
        stav_new(i,j)=1;
    else
        stav_new(i,j)=-1;
    end
end

if (i == 1 & j > 1 & j < stlpec)
    hodnota = stav(i, j - 1) + stav(i + 1, j) + stav(i, j + 1)
    hodnota = hodnota * L + (1-L)*z;
    if hodnota >= 0
        stav_new(i,j)=1;
    else
        stav_new(i,j)=-1;
    end
end

if (i == riadok & j > 1 & j < stlpec)
    hodnota = stav(i, j - 1) + stav(i - 1, j) + stav(i, j + 1)
    hodnota = hodnota * L + (1-L)*z;
    if hodnota >= 0
        stav_new(i,j)=1;
    else
        stav_new(i,j)=-1;
    end
end

if (j == 1 & i > 1 & i < riadok)
    hodnota = stav(i - 1, j) + stav(i + 1, j) + stav(i, j + 1)
    hodnota = hodnota * L + (1-L)*z;
    if hodnota >= 0
        stav_new(i,j)=1;
    else
        stav_new(i,j)=-1;
    end
end

```

```
if (j == stlpec & i > 1 & i < riadok)
    hodnota = stav(i - 1, j) + stav(i + 1, j) + stav(i, j - 1)
    hodnota = hodnota * L + (1-L)*z;
    if hodnota >= 0
        stav_new(i,j)=1;
    else
        stav_new(i,j)=-1;
    end
end

if (j > 1 & j < stlpec & i > 1 & i < riadok)
    hodnota = stav(i - 1, j) + stav(i + 1, j) + stav(i, j - 1) + stav(i, j + 1)
    hodnota = hodnota * L + (1-L)*z;
    if hodnota >= 0
        stav_new(i,j)=1;
    else
        stav_new(i,j)=-1;
    end
end
end
end
end
end
```

