

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY



DIPLOMOVÁ PRÁCA

2007

Imrich Fitala

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY
Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky
EKONOMICKÁ A FINANČNÁ MATEMATIKA



Ekonometrické modelovanie investícií

Autor: Imrich Fitala
Školiteľ: doc. RNDr. Viliam Páleník PhD.

Bratislava 2007

Čestne prehlasujem, že diplomovú prácu som vypracoval samostatne pod vedením vedúceho diplomovej práce a s využitím uvedenej literatúry.

V Bratislave 30. apríla 2007

.....

Imrich Fitala

Ďakujem svojmu školiteľovi Doc. RNDr. Viliamovi Páleníkovi
PhD. za jeho odbornú pomoc, rady, tipy a taktiež za jeho čas,
ktorý mi venoval pri tvorení tejto diplomovej práce.

Imrich Fitala

Abstrakt

Cieľom diplomovej práce je zostaviť, aplikovať a interpretovať ekonometrickú rovnicu, ktorá má popisovať tvorbu hrubého fixného kapitálu v Slovenskej Republike. Táto rovnica má byť zostavená pomocou člena korigujúceho chyby (ECM) so zohľadnením relevantnej ekonomickej teórie.

Kľúčové slová: investičná funkcia, Error Correction Model (ECM), ekonometria

Obsah

1	Úvod	4
2	Makroekonomická teória	6
2.1	Teória spotreby	6
2.2	Teória investícií	8
3	Ekonometria	10
3.1	Základné ekonometrické pojmy a ekonometrická teória	12
3.1.1	Stacionarita časových radov	12
3.1.2	Nestacionárne časové rady	15
3.1.3	Integrovanie procesov	15
3.1.4	Testovanie rádu integrácie a stacionarity	16
3.1.5	Kointegrácia	18
3.1.6	Význam kointegrácie	21
3.1.7	Error Correction Model - ECM	21
4	Tvorba modelu	25
4.1	Analýza použitých dát	25
4.2	Postup pri odhadovaní	30
5	Prognóza ex-post vývoja investícií	35
6	Záver	37

Zoznam obrázkov

1	Časové rady HDP a zmeny stavu zásob	27
2	Časové rady úrokovej miery a zisku nefinančných korporácií .	28
3	Časové rady poskytnutých úverov, tvorby hrubého fixného kapitálu a prílevu priamych zahraničných investícií	29
4	Vybrané časové rady očistené o sezónnosť	30
5	Vybrané časové rady očistené o sezónnosť	31
6	Skutočné hodnoty THFK a odhadnuté hodnoty THFK	33
7	Výsledok dynamickej simulácie	34
8	Grafické zobrazenie odchýlok prognózovaných hodnôt od skutočných	35

1 Úvod

Investície pokladá každý z nás za vážnu a dôležitú finančnú operáciu. Slovenská ekonomika sa po prechode z transformujúcej ekonomiky na znalostnú ekonomiku začala vyznačovať práve tým, že veľa finančných prostriedkov investuje. Po vstupe do Európskej únie sme taktiež zaznamenali aj výrazný prílev zahraničných investícií. Z toho dôvodu je pre slovenskú ekonomiku veľmi dôležité poznať faktory, ktoré ovplyvňujú investície ako aj ich možný budúci vývoj.

Cieľom tejto diplomovej práce je zaoberať sa ekonometrickým modelovaním, pričom predmetom záujmu je modelovanie investícií v Slovenskej Republike a následná ekonomická interpretácia zostavenej ekonometrickej rovnice. Konštrukcia regresných rovníc je založená na princípe Error Correction Model (ECM), čo znamená model s členom korigujúcim chyby.

Keďže pri tvorbe ekonometrického modelu je správna voľba dát vstupujúcich do rovnice vo forme exogénnych (vysvetľujúcich) premenných mimoriadne dôležitá, je poznanie ekonomickej teórie nevyhnutnosťou. Z toho dôvodu je prvá kapitola venovaná práve ekonomickej teórii, kde sa snažíme stručne popísať ako neoklasickú, tak aj keynesovskú teóriu spotreby a investovania.

Po teoretickom úvode nasleduje stručný pohľad do histórie ekonometrie ako vednej disciplíny. Je tu stručne popísaný vývoj svetovej ale aj slovenskej ekonometrie.

Nasledujúca kapitola v sebe zahŕňa všetky ekonometrické pojmy a výrazy, s ktorými je potrebné sa oboznámiť, za účelom neskoršieho analyzovania časových radov a tvorby samotnej rovnice opisujúcej investície. Je rozdelená na viac častí a sú v nej vysvetlené pojmy ako: stacionarita časových radov, integrovanie procesov, testy na stacionaritu, kointegrácia ako aj Error Correction Model.

V ďalšej časti tejto diplomovej práce sa zaoberáme tvorbou rovnice in-

vestícií. Analyzujeme tu výber časových radov vložených do rovnice ako aj ich samotné charakteristiky. Sú tu vyobrazené grafy jednotlivých časových radov ako aj grafy opisujúce namodelovanú rovnicu.

V posledných dvoch kapitolách sa zaoberáme hodnotením modelu. Ten sme vystavili dynamickej simulácii ex-post. Následne je model pomocou dynamickej simulácie aplikovaný na výpočet prognózy ex-post.

2 Makroekonomická teória

2.1 Teória spotreby

Nasledujúcu kapitolu by som chcel venovať teórii spotreby, keďže z teoretického hľadiska investície úzko súvisia s úsporami a tie sú zase späté vzťahom so spotrebou.

Obe teórie, či už ide o neoklasickú alebo Keynesovskú, sa zhodujú na tom, že domácnosť si delí svoj reálny dôchodok Y na spotrebu C a úspory S

$$Y = C + S \quad (1)$$

C je spotreba statkov domácnosťami a S je ich ponuka kapitálu.

V neoklasickej teórii je analytickým nástrojom *kardinálna teória úžitku*. Jej centrálnym pojmom je *hraničný úžitok*, čo je úžitok spostredkovaný spotrebovaním poslednej jednotky statku[1]. Táto teória vychádza z prvého Gossenovho zákona, ktorý hovorí o tom, že opakovanou spotrebou daného statku sa jeho intenzita psychickej lákavosti znižuje.

Vzhľadom k úsporám, teória hraničného úžitku vychádza z *teórie zdržanlivosti*. Podľa tejto teórie domácnosť uprednostňuje dnešnú spotrebu pred budúcou spotrebou (budúcu spotrebu môžeme chápať ako úspory) z nasledujúcich dôvodov:

- domácnosť si budúcu spotrebu cení nižšie ako terajšiu (časová preferencia v užšom zmysle)
- averzia voči riziku - domácnosť sa obáva, že jej úspory k nej nenájdu cestu späť.

Z týchto dôvodov sa domácnosť motivuje k tvorbe úspor vyplácaním úroku. Úrok teda môžeme chápať ako odmenu za čakanie a súčasne prémii za riziko. Vzrast úrokovej sadzby teda podnecuje domácnosti viac sporiť.

Tým dostávame neoklasickú funkciu úspor, podľa ktorej úspory závisia priamo od úroku

$$S = S(i) \quad (2)$$

Nakoľko úspory a spotreba sú spojené vzťahom (1), tak môžeme vyvodiť záver, že pri rastúcom úroku domácnosť spotrebúva menej. Takže dostávame aj neoklasickú funkciu spotreby

$$C = C(i) \quad (3)$$

Keynesovská teória hovorí, že reálna spotreba závisí v rozhodujúcej miere od bežného reálneho dôchodku. Funkcia spotreby teda vyzerá

$$C = C(Y) \quad (4)$$

Z funkčného vyjadrenia je vidieť, že spotreba je závislá premenná na reálnom dôchodku. Reálny dôchod však nie je jediným determinantom spotreby. Reálny dôchodok je spomedzi ostatných faktorov jediná významná a krátkodobo zameniteľná premenná. Ešte treba poznamenať, že spotreba závisí od bežného dôchodku, nie od predchádzajúceho a ani od budúceho očakávaného dôchodku. Podľa Keynesa spotreba vždy vzrastie pri zvýšení dôchodku, avšak absolútny prírastok spotreby je menší ako absolútny prírastok dôchodku. Z toho dôvodu zaviedli koeficient c , ktorý nazvali hraničný sklon k spotrebe. Potom

$$C = C_a + c.Y \quad (5)$$

kde C_a je autonómna spotreba. Koeficient c určuje sklon funkcie spotreby a C_a posúva funkciu spotreby.

2.2 Teória investícií

Pod pojmom investícia rozumieme zmenu fyzického stavu kapitálu. V neoklasickej teórii sa rozhodnutie o investovaní zakladá na hraničnej produktivite kapitálu. Firma investuje dovtedy, až kedy sa hraničný produkt kapitálu rovná jeho reálnemu nákladu na používanie alebo prenájmu. Inými slovami, v prípade, že hraničný produkt už neprináša žiadnu hodnotu, ktorá je vyššia ako náklad na jeho použitie alebo prenájom, teda investícia už neprináša žiaden zisk ani žiadnu stratu. Podľa neoklasickej teórie podnik financuje svoje investície výdajom dlžobných úpisov. Financovanie investícií z bežného zisku interpretujú tak, že zisk bude najskôr vyplatený a hneď poskytnutý ako cudzí kapitál. Tým je ošetrený aj fakt, že aj pri samofinancovaní vznikajú náklady vo forme nákladov alternatívnych príležitostí, ktoré sú zohľadnené v úroku, ktorý sa platí za cudzí kapitál B . A teda môžeme povedať, že fyzický dopyt po investíciách sa zhoduje s reálnou ponukou cenných papierov.

$$I = \frac{\Delta B^s}{P} \quad (6)$$

Dopyt po kapitáli alebo investičný dopyt teda reaguje záporne na zmeny úroku a môžeme napísať funkciu investičného dopytu podnikového sektora podľa neoklasikov

$$I = I(i) \quad (7)$$

Ešte treba spomenúť, že domácnosti tvoria úspory a tie tvoria reálnu ponuku kapitálu a sú kladne závislé od úroku. Na kapitálovom trhu sa ponuka a dopyt stretávajú a mechanizmus, ktorý ich zosúladí je úrok.

Pre porozumenie keynesovskej teórii investičného dopytu sa musíme vrátiť k spotrebe a k úsporám. V neoklasickom učení bola spotreba závislá na cenách a individuálnych preferenciách a analytickým nástrojom bola kardinálna teória úžitku. V keynesovskej teórii spotreba a teda aj úspory sú funkciou

reálneho dôchodku. Každý nadbytočný dôchodok si domácnosť rozdelí buď na spotrebu alebo úspory, a tie sú ďalej poskytnuté ako potenciálne investície. Podľa Keynesa investičný dopyt závisí negatívne od úroku, ale iba *neprimo*. Rozhodnutie investovať sa v keynesovskej teórii odvíja od budúcich, očakávaných čistých výnosov kapitálu. Investor teda pracuje s očakávanými hodnotami, čo je psychologická veličina, a teda sa môže stať, že pri konštantnom úroku na trhu, dopyt po investíciách kolíše v závislosti od očakávaní.

Teória sa nezaobrá tým, či dané investície sú alebo nie sú očistené o amortizáciu. Teda či ide o čisté alebo o hrubé investície. Čo sa týka úrokovej miery, taktiež nie je z teoretickej náuky jasné, či si pod pojmom úroková miera máme vybaviť reálne úrokové miery (znížené o infláciu) alebo nominálne.

3 Ekonometria

Ekonometria ako vedná disciplína predstavuje syntézu ekonomickej teórie, matematiky a štatistiky. Popisuje vzťahy medzi jednotlivými veličinami, formuluje ekonomické hypotézy na základe ekonomickej teórie a s istou pravdepodobnosťou určuje budúci vývoj jednotlivých premenných.

Ekonometria ako každá iná vedná disciplína má svoju históriu. Významnú úlohu v jej rozvoji zohrával práve rozvoj štatistiky. Na začiatku 20. storočia sa zvýšila dostupnosť cenových a množstevných dát. V roku 1930 bola založená Medzinárodná ekonometrická spoločnosť, ktorá v roku 1933 vydala svoj prvý časopis *Econometrica*. Tento rok 1930 môžeme považovať za oficiálny dátum vzniku ekonometrie. Naväčší rozvoj zaznamenala ekonometria práve v období po druhej svetovej vojne. Z tohto obdobia pochádzajú dopytové štúdie (Stone, Wold, Jureen), štúdie spotrebnej funkcie (Friedman), rozvoj simultánneho modelu rovníc (Haavelmo, Hood, Koopmans) ako i ekonomické predpovede a stratégie (Theil). Rozvojom výpočtovej techniky a stále sa zlepšujúcou dostupnosťou dát sa začali využívať v modelovaní nové prístupy ako napríklad neparametrická regresia, semiparametrické metódy, vektor-autoregresné modely, metódy korekcie chýb a iné.

Slovenská Republika ako aj ostatné krajiny s transformujúcou sa ekonomikou zaznamenali oneskorenie vývoja ekonometrie.

Slovenská akadémia vied (založená v roku 1953), je považovaná za inštitúciu so širokým ekonomickým výskumným programom.

Anton Klas, ktorý sa stal zakladajúcim riaditeľom VVS OSN. Na tomto pracovisku vznikol prvý ekonometrický model slovenskej ekonomiky, ktorý bol aplikovateľný v praktickej hospodárskej politike. Jeho hlavným riešiteľom bol Šujan.

Ekonometrickými modelmi sa zaoberala aj Ekonomická univerzita, najmä Katedra operačného výskumu a ekonometrie.

Obdobie po roku 1989 sa vyznačuje zlepšenou dostupnosťou dát a taktiež z tohoto obdobia pochádzajú nasledovné významné modely:

- reálno-peňažný experiment (obsahoval 46 premenných a 22 rovníc), Ekonomický ústav SAV z roku 1994
- model ISWE97q3 (240 časových radov, 118 rovníc), Ústav slovenskej a svetovej ekonomiky SAV
- polročný ekonometrický model slovenskej ekonomiky (97 premenných, 49 rovníc), INFOSTAT z roku 1994
- model s dezagregovaným zahraničným obchodom bývalej ČSFR, INFOSTAT
- agregovaný ročný model s dezagregovaným zahraničným obchodom SR, INFOSTAT z roku 1994
- ekonometrický model slovenskej ekonomiky pre tranzitívne obdobie EMSE 1.0, INFOSTAT z roku 1996
- EMSE 2.0 (113 premenných, 82 rovníc), INFOSTAT z roku 1997
- QEM-ECM-1.0, INFOSTAT z roku 2002
- ISWE00q4, Ústav slovenskej a svetovej ekonomiky SAV, z roku 2000
- NBS 1.0 a jeho aktualizácie - model zostrojený Národnou bankou Slovenska.[2]

3.1 Základné ekonometrické pojmy a ekonometrická teória

V tejto kapitole by sme chceli vysvetliť základné ekonometrické pojmy a poskytnúť teoretické východisko, ktoré je potrebné pre pokročenie k praktickej časti tejto diplomovej práce. Uvedieme základné definície a pojmy potrebné pre technickú analýzu časových radov ako aj teoretické pozadie modelov s členom korigujúcim chyby (ECM).

3.1.1 Stacionarita časových radov

Označme Ω množinu elementárnych udalostí náhodného pokusu. Nech $\Omega \neq \emptyset$ je ľubovoľná množina elementárnych udalostí. Neprázdny systém ξ podmnožín Ω sa nazýva σ -algebra udalostí ak platí:

$$A \in \xi \Rightarrow \Omega - A \in \xi \quad (8)$$

$$A_i \in \xi, i = 1, 2, \dots \Rightarrow \bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \in \xi \quad (9)$$

Náhodnou udalosťou je každý prvok σ -algebry ξ množiny Ω . Usporiadaná dvojica (Ω, ξ) sa nazýva pravdepodobnostné pole. Ďalej nech Ω je neprázdna množina elementárnych udalostí a ξ je jej σ -algebra, potom pravdepodobnosťou sa nazýva ľubovoľná, reálna funkcia P definovaná na ξ , ktorá spĺňa základné axiómy pravdepodobnosti t.j.:

i) $\forall A \in \xi$ platí $P(A) \geq 0$

ii) $P(\Omega) = 1$

iii) pre postupnosť $A_1, A_2, \dots, A_n, \dots \in \xi$, pre ktoré $A_i \cap A_j = \emptyset$ kde $i \neq j$ a $i, j = 1, 2, \dots$ platí $P(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$

Nech (Ω, ξ, P) je ľubovoľný pravdepodobnostný priestor a nech T je indexová množina. Ďalej nech je pre $\forall t \in T$ v pravdepodobnostnom priestore

(Ω, ξ, P) definovaná náhodná veličina $X(t)$. Potom množinu náhodných premenných $X = \{X(t); t \in T\}$ nazývame *stochastický proces*[4].

Stochastický proces môžeme definovať aj ako funkciu dvoch premenných $X = \{X(t); t \in T, \omega \in \Omega\}$ kde $X(t, \omega)$ je náhodnou premennou definovanou na (Ω, P) pre $\forall t \in T$.

V prípade, že T obsahuje len konečne alebo spočítateľne veľa hodnôt, t.j. ide o stochastický proces s diskretným časom, ktorý nazývame *časový rad* a označujeme ho $\{x_t\}_{t \in T}$.

Keďže náhodný proces je funkcia, ktorá priraduje času náhodnú premennú, tak potom aj jej základné štatistické charakteristiky sú funkcie času a platí:

1. Stredná hodnota: $E[x_t] = \mu_t; t \in T$
2. Disperzia: $D[x_t] = E[(x_t - E[x_t])^2]; t \in T$
3. Kovariancia: $Cov[x_t, x_{t-k}] = E[(x_t - E[x_t])(x_{t-k} - E[x_{t-k}])]; t \in T$

Ak pre každú podmnožinu $(t_1, t_2, \dots, t_n) \in T$ a $\forall h \in R$, také, že $t_i + h \in T$, $i = 1, 2, \dots, n$ platí:

$$F(x(t_1), x(t_2), \dots, x(t_n)) = F(x(t_1 + h), x(t_2 + h), \dots, x(t_n + h))$$

Kde $F(\cdot)$ je združená distribučná funkcia n premenných, potom tento proces je *striktne stacionárny*, čo znamená, že všetky existujúce momenty náhodného procesu sú v čase konštantné. Nakoľko táto podmienka je veľmi silná, v praxi sa často požaduje splnenie slabšej definície, a to konštantnosti prvých

dvoch momentov. Teda stochastický proces $\{x_t\}_{t \in T}$, ktorý má konštantné prvé dva momenty (strednú hodnotu a disperziu), a pre ktorý platí:

$$E[x_t] = E[x_{t-k}] = \mu < \infty; \quad t \in T \quad (10)$$

$$D[x_t] = D[x_{t-k}] = \sigma^2 < \infty; \quad t \in T \quad (11)$$

$$Cov[x_t, x_{t-k}] = Cov[x_{t-j}, x_{t-j-k}] = \gamma_k < \infty; \quad t \in T \quad (12)$$

kde μ, σ^2, γ_k sú v čase konštantné. Takýto stochastický proces sa nazýva *slabo stacionárny*. V tejto práci budeme pod pojmom stacionárny proces označovať práve slabo stacionárny proces.

Stochastický proces $\{\varepsilon_t\}$, ktorý nazveme *biely šum* je taký proces, ktorý $\forall t \in T$ spĺňa nasledujúce podmienky:

$$E[\varepsilon_t] = 0 \quad (13)$$

$$E[\varepsilon_t, \varepsilon_{t-k}] = \begin{cases} \sigma^2 & \text{ak } k = 0 \\ 0 & \text{ak } k \neq 0 \end{cases} \quad (14)$$

Ide teda o stacionárny proces, ktorý má konštantnú (nulovú) strednú hodnotu a jeho časové oneskorenia sú nekorelované.

Definujme teraz pre stacionárny časový rad autokovariančnú funkciu γ_k ako:

$$\gamma_k = Cov[x_t, x_{t-k}] = E[(x_t - \mu)(x_{t-k} - \mu)] \quad (15)$$

a autokorelačnú funkciu:

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} \quad (16)$$

Zo stacionarity vyplýva, že $\gamma_k = \gamma_{-k}$ a $\rho_k = \rho_{-k}$, čo znamená, že ako autokovariančná, tak aj autokorelačná funkcia sú párne. Z daného poznatku

vyplýva, že na poznanie korelačnej štruktúry stacionárneho časového radu nám stačí poznať hodnoty autokorelačnej funkcie pre kladné k . Korelogram, čo je graf autokorelačnej funkcie nám poskytuje informáciu o korelácii medzi časovými oneskoreniami radu a využíva sa ako pomocný nástroj pri identifikácii modelu[6].

3.1.2 Nestacionárne časové rady

V predošlej kapitole sme sa zaoberali stacionárnymi radmi a v tejto kapitole by sme chceli v stručnosti poukázať na problémy, ktoré sú spojené s nestacionaritou časových radov.

V praxi pri tvorbe ekonometrických modelov vstupujú predstavujú makroekonomické premenné, ktorým sa s časom menia aj charakteristiky ich časových radov, a preto hovoríme, že majú nestacionárny charakter. Časový rad je teda nestacionárny vtedy, keď nie je splnená niektorá z troch vyššie uvedených definičných podmienok stacionarity.

Nestacionarita spôsobuje problém falošnej regresie (spurious regression), čo znamená, že štandardné testy indikujú významné vzťahy medzi jednotlivými časovými radmi, ktoré však môžu byť iba zdanlivé [5]. Práve z dôvodu nestacionarity časových radov môže regresná závislosť vychádzať preukazná aj napriek tomu, že medzi radmi chýba akékoľvek spojenie. Uvažujme dva nestacionárne časové rady, ktoré sú oba rastúce. Tieto dva časové rady sa môžu ukázať ako korelované, aj keď rastú z úplne rozdielnych dôvodov.

3.1.3 Integrovanie procesov

Integrovaný proces je dôležitým typom nestacionárneho procesu, pretože ho možno diferencovaním upraviť na stacionárny.

Stochastický proces je *integrovaný rádu d* , označuje sa $I(d)$, ak jeho diferencovaním rádu d dostaneme stacionárny rad. Predpokladajme, že časový rad obsahuje trend, ktorý porušuje stacionaritu. Môžeme ho zapísať v tvare

$$x_t = x_{t-1} + \varepsilon_t \quad (17)$$

To znamená, že hodnota x_t závisí od predchádzajúcej hodnoty x_{t-1} a zmeny ε_t , ktorá je náhodná, závislá od času ale s narastajúcim časom sa nevytráca. Pre ľubovoľné n platí:

$$x_{t+n} = x_{t-1} + \sum_{i=0}^n \varepsilon_{t+i} \quad (18)$$

Diferencovaním (16) získame stacionárny časový rad:

$$\Delta x_t = x_t - x_{t-1} = \varepsilon_t \quad (19)$$

V niektorých prípadoch je potrebné urobiť viac diferencií pre získanie stacionárneho časového radu. Tie premenné, ktoré je potrebné n -krát diferencovať, aby sme získali stacionárny časový rad $I(n)$, sa nazývajú *integrované n -tého rádu*.

V prípade makroekonomických premenných platí, že väčšina z nich sú časové rady s rádom integrácie jedna $I(1)$ a niektoré dva $I(2)$. Z praktického hľadiska to znamená, že stačí obmedziť svoju pozornosť na časové rady, ktoré sú najviac $I(2)$.

Pre používanie stochastických procesov v regresných rovniciach je dôležité určiť, či ide o stacionárne alebo integrované procesy.

3.1.4 Testovanie rádu integrácie a stacionarity

Uvažujme stochastický proces tvaru

$$x_t = \alpha x_{t-1} + \varepsilon_t \quad (20)$$

V prípade, že $\alpha = 1$, tak proces je integrovaný rádu 1 a s rastúcim časom rastie aj jeho disperzia. Kvôli *spurious regresion* problému nemôžeme v takomto prípade na odhad koeficientu α použiť klasické regresné metódy, a preto Dickey a Fuller navrhli spôsob testovania jednotkového koreňa (unit root), ktorý spočíva v modifikácii vzťahu (19) na:

$$\Delta x_t = \gamma x_{t-1} + \varepsilon_t \quad (21)$$

kde $\gamma = \alpha - 1$.

Tento jednoduchý Dickey-Fullerov test jednotkového koreňa je založený na odhadnutí rovnice

$$\Delta x_t = \gamma x_{t-1} + d_t^T \delta + \varepsilon_t, \quad (22)$$

formulácii nulovej a alternatívnej hypotézy

$$H_0 : \gamma = 0 \quad (23)$$

$$H_1 : \gamma < 0 \quad (24)$$

a nakoniec na vyhodnotení t-štatistiky

$$t_\gamma = \frac{\hat{\gamma}}{SE(\hat{\gamma})} \quad (25)$$

kde $\hat{\gamma}$ je odhad koeficientu γ a $SE(\hat{\gamma})$ je jeho štandardná odchýlka. Dickey a Fuller ukázali, že za predpokladu nulovej hypotézy jednotkového koreňa táto štatistika nemá štandardné studentovo t-rozdelenie a taktiež poskytli tabelované kritické hodnoty testu. Tieto kritické hodnoty sú závislé na zahrnutí deterministických členov, vyjadrených v člene d_t . Preto Dickey a Fuller ponúkajú aj alternatívne kritické hodnoty pre prípad zahrnutia konštanty alebo konštanty a trendu. Tento jednoduchý Dickey-Fuller test platí len za predpokladu, že testovaný proces je autoregresný proces prvého rádu $AR(1)$.

V prípade, že proces má korelované oneskorenie prvého rádu, je porušený predpoklad o bielom šume odchýliek ε_t . V takom prípade musíme použiť

upravený Dickey Fuller test (ADF-Augmented Dickey Fuller test). Tento ADF test koriguje chyby vyplývajúce z vyššieho rádu autokorelácie, a to tak, že do regresnej rovnice je medzi regresory pridaných p oneskorených diferencií procesu x_t

$$\Delta x_t = \gamma x_{t-1} + d_t^T \delta + \beta_1 \Delta x_{t-1} + \beta_2 \Delta x_{t-2} + \dots + \beta_p \Delta x_{t-p} + \varepsilon_t \quad (26)$$

ADF test nám okrem t-štatistík ponúka aj hodnoty F-štatistiky. Pri testovaní jednotkového koreňa pomocou ADF testu musíme špecifikovať deterministické členy a počet oneskorených diferencií, ktoré chceme do regresie zahrnúť. Problém pri zahrnutí deterministických členov do regresie by sme mohli vyriešiť zahrnutím konštanty aj trendového členu do regresie. Avšak zahrnutím nerelevantných regresorov sa sila testu znižuje. Počet oneskorení, ktoré pridáme, môžeme určiť na základe informačného kritéria (Schwartz, Akaike, Hannan-Quinn).

Alternatívou k ADF testu je test Kwajtkovského, Phillipsa, Schmidta a Shina (KPSS). Tento test jednotkového koreňa sa od ADF testu líši v opačne stanovenej nulovej a alternatívnej hypotéze. KPSS test v nulovej hypotéze predpokladá stacionaritu skúmaného časového radu a v alternatívnej hypotéze nestacionaritu. Regresia tohto testu má tvar

$$x_t = d_t^T \delta + \varepsilon_t \quad (27)$$

kde d_t sú deterministické regresory konštanty alebo konštanty a trend. Testovacia LM-štatistika má tvar:

$$LM = \frac{\sum_t S(t)^2}{T^2 f_0} \quad (28)$$

kde $S(t)$ je kumulatívna reziduálna funkcia $S(t) = \sum_{r=1}^t \hat{u}_r$. Je založená na rezíduach (26), $\hat{u}_r = x_t - d_t^T \hat{\delta}$ a f_0 je odhad reziduálneho spektra nulovej frekvencie.

ADF ako aj KPSS test majú nízku silu a problémy s krátkymi časovými radmi, preto treba pri praktickom posudzovaní zohľadniť výstupy obidvoch testov a konfrontovať ich s očakávaním na základe ekonomickej teórie.

3.1.5 Kointegrácia

Ako som už spomenul v predošlej časti, makroekonomické časové rady majú vo väčšine prípadov nestacionárny charakter, čo spôsobuje, že štandardné testy v takýchto prípadoch indikujú významné vzťahy medzi jednotlivými radmi. Tie sú však len zdanlivé a sú spôsobené trendom v časových radoch. Kointegrácia nám tento problém rieši.

Problematika dlhodobých vzťahov medzi časovými radmi súvisí s pojmom ekvilibrium (rovnovážny stav), čo je stav, ku ktorému je systém neustále priťahovaný. Keďže systém je vystavovaný šokom, ktoré ho vychylujú od rovnovážneho stavu, nachádza sa iba v stave, ktorý k rovnovážnemu stavu v čase konverguje.

Pri konštrukcii ekonometrických modelov popisujúcich ekonomické časové rady je logické vychádzať z predpokladu, že vývoj týchto časových radov sa opiera o teoreticky zdôvodnené ekonomické vzťahy, a z predpokladu, že z dlhodobého hľadiska sa teoretický a skutočný vývoj nerozchádzajú. V prípade, že je odklon týchto časových radov iba krátkodobý, s časom sa stráca a existuje hranica, ktorú časové rady neprekročia, hovoríme, že ide o *kointegráciu časových radov*. V prípade, že sponenutá hranica medzi časovými radmi neexistuje, potom tieto časové rady nie sú kointegrované. Výhodou kointegrácie je, že nám umožňuje hľadať vzájomný vzťah aj medzi nestacionárnymi radmi.

Pre lineárne kombinácie procesov $I(0)$ a $I(1)$ platí:

1. ak $\{x_t\} \sim I(0)$, potom $\{\alpha + \beta x_t\} \sim I(0)$
2. ak $\{x_t\} \sim I(1)$, potom $\{\alpha + \beta x_t\} \sim I(1)$
3. ak $\{x_t\}$ a $\{y_t\} \sim I(0)$, potom $\{\alpha x_t + \beta y_t\} \sim I(0)$
4. ak $\{x_t\}$ a $\{y_t\} \sim I(1)$, potom $\{\alpha x_t + \beta y_t\} \sim I(1)$
5. ak $\{x_t\} \sim I(1)$ a $\{y_t\} \sim I(1)$, potom $\{\alpha x_t + \beta y_t\} \sim I(1)$

V niektorých prípadoch 5. neplatí a môže nastať situácia kedy lineárna kombinácia týchto procesov je stacionárna, to znamená, že je $I(0)$. Definíciu, ktorá všeobecne určuje tento typ vzťahov zaviedli Engle a Granger. Uvažujme teraz dva procesy $\{x_t\}$, $\{y_t\}$ typu $I(d)$. Ak existuje lineárna kombinácia

$$(\alpha x_t + \beta y_t) \sim I(d - c) \tag{29}$$

kde $c > 0$, potom sa tieto dva procesy nazývajú kointegrované rádu d , c a označujú sa ako $(x_t, y_t) \sim CI(d, c)$. Vektor $(\alpha, \beta)'$ sa nazýva kointegračný vektor. Ak by sme chceli kointegráciu zovšeobecniť na k integrovaných procesov, tak potom môže existovať najviac $r \leq k - 1$ kointegračných vektorov. V prípade procesov, ktoré majú rozdielny rád integrácie, musí existovať viac ako jeden proces vyššieho rádu, aby mohli byť kointegrované. Pri hľadaní dlhodobých rovnovážnych vzťahov nás bude zaujímať predovšetkým prípad $d = c$, kedy je ich lineárna kombinácia daná kointegračným vektorom stacionárna a môžeme ju chápať ako dlhodobý rovnovážny stav. V prípade jedného kointegračného vektora je vzťah skúmaných veličín ľahko interpretovateľný, zatiaľ čo v prípade viacerých kointegračných vektorov, je potrebná interpretácia jednotlivých kointegračných vektorov, pretože každý z nich nesie čiastkovú informáciu o rovnováhe.

Uvažujme teraz prípad nestacionárnych radov. Ako už bolo spomenuté vyššie, môže existovať taká lineárna kombinácia, ktorá je stacionárna.

Majme teda nejakú množinu procesov. Nech x_t je n -rozmerný vektor procesov $\{x_{1t}\}, \{x_{2t}\}, \dots, \{x_{nt}\}$ a β nech je n -rozmerný vektor, ktorého zložkami sú $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$. Predpokladajme, že táto množina procesov bude z dlhodobého hľadiska spĺňať:

$$\beta x_t = 0 \tag{30}$$

V prípade, že procesy $\{x_{1t}\}, \{x_{2t}\}, \dots, \{x_{nt}\}$ sú typu $I(d)$ a existuje taký n -rozmerný vektor β , že $\beta x_t \sim I(d - c)$, kde $c > 0$, potom sú tieto procesy kointegrované $\{x_t\} \sim CI(d, c)$ a ich kointegračný vektor je β .

Aby sme však mohli hovoriť o rovnováhe, musia byť ešte odchýlky od dlhodobej rovnováhy e_t , ktoré sú definované ako

$$e_t = \beta x_t, \tag{31}$$

stacionárnym procesom.

3.1.6 Význam kointegrácie

Význam kointegrácie by som sa pokúsil zhrnúť do niekoľkých bodov.

- a)** Sredná hodnota stacionárnej lineárnej kombinácie integrovaných časových radov sa môže chápať ako ekvilibrium, do ktorého sa blížia všetky časové rady obsiahnuté v kointegrácii.
- b)** Pri analýze časových radov, ktoré nie sú kointegrované, môže vzniknúť stav falošnej regresie (spurious regression). Test kointegrácie je teda súčasne aj metódou, ktorá nám odlíši, či ide o falošnú alebo pravú regresiu.

c) Kointegrácia časových radov sa využíva v modeloch ECM (error correction model), v ktorých možno odlíšiť krátkodobé a dlhodobé vzťahy medzi časovými radmi.

3.1.7 Error Correction Model - ECM

V nasledujúcom texte budeme predpokladať stacionaritu vysvetľovanej aj všetkých vysvetľujúcich premenných. V prípade, že by sme do modelu zaviedli premenné s prvým stupňom integrácie, museli by sme prijať dodatočné predpoklady, ktorými je ich vzájomná kointegrácia.

Východiskom pre konštrukciu modelov s členom korigujúcim chyby (ECM) je analýza dynamických vlastností vzťahov medzi premennými založená na $ADL(m, n, p)$ modeloch (Autoregressive Distributed Lags, čo znamená modely s autoregresne rozdelenými oneskoreniami).

m - stupeň oneskorenia závislej premennej

n - najvyšší stupeň oneskorenia spomedzi nezávislých premenných

p - počet vysvetľujúcich premenných

Označenie $ADL(1, 1, 1)$, kde je len jedna vysvetľujúca premenná, je ekvivalentné so zápisom $ADL(1, 1)$. Táto forma je najjednoduchšou formou modelu ADL . V tomto prípade predpokladáme časové oneskorenie o jedno obdobie a je možné ho zapísať v tvare

$$y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + b_0 x_t + b_1 x_{t-1} + u_t \quad (32)$$

u_t - biely šum

Ak predpokladáme, že z dlhodobého hľadiska platí:

$$x_t = x_{t-1} = \dots = x_0 = E(x_t) = x^* \quad (33)$$

$$y_t = y_{t-1} = \dots = y_0 = E(y_t) = y^* \quad (34)$$

$$\Delta x_t = \Delta y_t = 0 \quad (35)$$

potom úpravami dostaneme:

$$y_t = \frac{a_0}{1 - a_1} + \frac{b_0 + b_1}{1 - a_1} x_t + v_t \quad (36)$$

kde $v_t = \frac{u_t}{1 - a_1}$, dostávame dlhodobé riešenie. Parameter $\delta_1 = \frac{b_0 + b_1}{1 - a_1}$ je dlhodobý multiplikátor, ktorý je v modeloch typu log-log meradlom dlhodobej elasticity závislej premennej vzhľadom na nezávislé premenné.

Dlhodobé riešenie je rovnováha, ku ktorej smerujú časové rady zahrnuté v modeli. Rovnováha je trajektória dlhodobého rastu, po ktorej sa analyzovaná premenná pohybuje v každom časovom okamihu. Rovnováha sa dosahuje po určitom čase za predpokladu, že rovnováha je stabilná a nie je pod vplyvom žiadneho vonkajšieho šoku.

Odpočítajme teraz od oboch strán rovnice (28) y_{t-1}

$$\Delta y_t = a_0 + b_0 x_t + b_1 x_{t-1} + (a_1 - 1) y_{t-1} + u_t \quad (37)$$

Ďalej pripočítajme a odpočítajme na pravej strane člen $a_0 x_{t-1}$

$$\Delta y_t = a_0 + b_0 \Delta x_t + (a_1 - 1)(y_{t-1} - \delta_1 x_{t-1}) + u_t \quad (38)$$

Tento tvar rovnice je reprezentáciou ECM, kde $(a_1 - 1)(y_{t-1} - \delta_1 x_{t-1})$ je člen korigujúci chyby. Rozdiel medzi y_{t-1} a $\delta_1 x_{t-1}$ je meradlom odklonu od dlhodobej rovnováhy medzi y_t a x_t . Parameter a_1 interpretujeme ako *intenzitu zotrvačnosti* a dlhodobý vzťah (32) spolu s podmienkami (29)-(31) platí iba za predpokladu $a_1 \neq 1$. Ak, $|a_1| < 1$, potom si model $ADL(1,1)$

zachováva dlhodobú stabilitu. Z toho nám vyplýva, že modely založené na prvých diferenciách (t.j. nespĺňajú podmienku $a \neq 1$)

$$\Delta y_t = a_0 + b_0 \Delta x_t + u_t \quad (39)$$

nemajú dlhodobé riešenie.

Ak označíme $\delta_0 = \frac{a_0}{1-a_1}$, potom môžeme vzťah (34) pretransformovať do podoby:

$$\Delta y_t = b_0 \Delta x_t + (a_1 - 1)(y_{t-1} - \delta_0 - \delta_1 x_{t-1}) + u_t \quad (40)$$

Z (36) vyplýva, že ak by vysvetľovaná premenná neopustila trajektóriu dlhodobej rovnováhy, potom pre každé obdobie $(t - 1)$ platí vzťah:

$$y^* = \delta_0 + \delta_1 x^* \quad (41)$$

Preto je (36) ekvivalentné so zápisom:

$$\Delta y_t = b_0 \Delta x_t - (1 - a_1)(y_{t-1} - y^*) + u_t \quad (42)$$

V modeli (36) vystupuje vysvetľujúca premenná ako odchýlka skutočnej hodnoty závislej premennej od jej očakávanej hodnoty, ktorá vyplýva z dlhodobého vzťahu. Člen $y_{t-1} - y^*$ je v tomto prípade meradlom chyby, ktorá vznikla v predchádzajúcom období. Tento člen, je člen korigujúci chyby [3].

V prípade, že je žiadúce zachovať vysoký počet stupňov voľnosti, je vzťah (34) nevýhodný, pretože vyžaduje dodatočný odhad parametrov pre časovo posunuté exogénne premenné. Čo sa týka interpretácie parametrov sú modely *ADL* ekvivalentné s modelmi *ECM*. Čím väčšia zotrvačnosť existuje vo vývoji závislej premennej, tým menší vplyv má na jej vývoj vplyv nerovnováhy (t.j. parameter $(a_1 - 1)$ ide k nule zľava). Ako už bolo spomenuté $|a_1| < 1$ musí platiť aby si model zachoval dlhodoú stabilitu. V opačnom prípade ($|a_1| > 1$) dochádza k narušeniu dlhodobej stability a mechanizmu na korekciu chýb, čo sa prejaví tým, že parameter pri korekčnom člene je kladný.

ECM modely sú krátkodobé a parameter b_0 sa nazýva *krátkodobý multiplikátor*. Tento parameter indikuje okrem porušenia vzťahov rovnováhy v minulosti aj vplyv závislosti medzi závislou a nezávislou premennou.

Doteraz sme sa zaoberali modelmi, ktoré obsahovali jednu nezávislú premennú. Zoberme teraz počet p -nezávislých premenných a uvedené modely zovšeobecňime.

$ADL(1, 1, p)$:

$$y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + b_{0,1} x_{t,1} + \dots + b_{0,p} x_{t,p} + b_{1,1} x_{t-1,1} + \dots + b_{1,p} x_{t-1,p} + u_t \quad (43)$$

Transformáciou môžeme dostať:

$$\begin{aligned} \Delta y_t = & a_0 + b_{0,1} \Delta x_{t,1} + \dots + b_{0,p} \Delta x_{t,p} - (1 - a_1)(y_{t-1} - x_{t-1,1} - \dots - x_{t-1,p}) \\ & + (a_1 - 1 + b_{0,1} + b_{1,1})x_{t-1,1} + \dots + (a_1 - 1 + b_{0,p} + b_{1,p})x_{t-1,p} + u_t \end{aligned} \quad (44)$$

Vzťah (40) popisuje mechanizmus prispôsobovania sa závislých premenných k dlhodobej rovnováhe. Parameter $(1 - a_1)$ v tomto prípade nie je citlivý na charakter dlhodobej citlivosti medzi premennými a ani na počet vysvetľujúcich premenných.

V modeloch, ktoré využívajú štvrtročné dáta, je možné namiesto oneskorenia o jeden štvrtrok použiť časové oneskorenie o jeden rok (štyri štvrtroky).

4 Tvorba modelu

Skôr ako pristúpime k tvorbe funkcie by som chcel poukázať na funkciu investícií INFOSTATU. Táto rovnica pochádza zo štvrtročného ekonometrického modelu reálneho sektora slovenskej ekonomiky, INFOSTAT, Bratislava, November 2003. Táto rovnica je najnovšou rovnicou investícií zostrojenou INFOSTATom:

$$\begin{aligned}\Delta \ln I95_t = & -1.918 + 0.148 \Delta \ln(FI/PI)_t - \\ & -0.794[\ln I95_{t-1} - 1.137 \ln Y95_{t-1} - 0.249 \ln(FI/PI)_{t-1}] + \\ & + 0.274SD2 + 0.319SD4 + 0.222UI95\end{aligned}\quad (45)$$

I95 - tvorba hrubého fixného kapitálu v stálych cenách roku 1995

FI - kapitálové výdavky štátneho rozpočtu

Y - hrubý domáci produkt v stálych cenách roku 1995

SD2 - sezónny filter pre 2. štvrťrok

SD4 - sezónny filter pre 4. štvrťrok

UI95 - umelá premenná vysvetľujúca investície

4.1 Analýza použitých dát

Ako sme už spomenuli v závere teoretickej časti, ktorá sa zaoberala spotrebou a investíciami, samotná teória neuvažuje niektoré skutočnosti, ktoré je taktiež potrebné zohľadniť. Považujeme za dôležité uviesť, že nami modelovaná tvorba hrubého fixného kapitálu nie je očistená o amortizáciu a sú v nej zahrnuté aj štátne investície. Medzi ďalšie dôležité premenné považujeme aj zmenu stavu zásob a zisk nefinančných korporácií. Čo sa týka úrokových mier, uvažujeme nominálne úrokové miery. Keby sme uvažovali reálne úrokové

miery, tak v podmienkach slovenskej ekonomiky by sme sa dopracovali k záporným úrokovým mieram. Tento fakt je spôsobený predovšetkým tým, že slovenská ekonomika ako väčšina transformujúcich sa ekonomík vykazovala vysokú mieru inflácie. Na druhej strane Slovensko je charakteristické otvorenou ekonomikou, a preto nominálne úrokové miery museli kopírovať nominálne úrokové miery krajín obchodujúcich so Slovenskou Republikou. Keby sme teda od nominálnych úrokových mier odpočítali infláciu, dostali by sme pre určité obdobie záporné úroky.

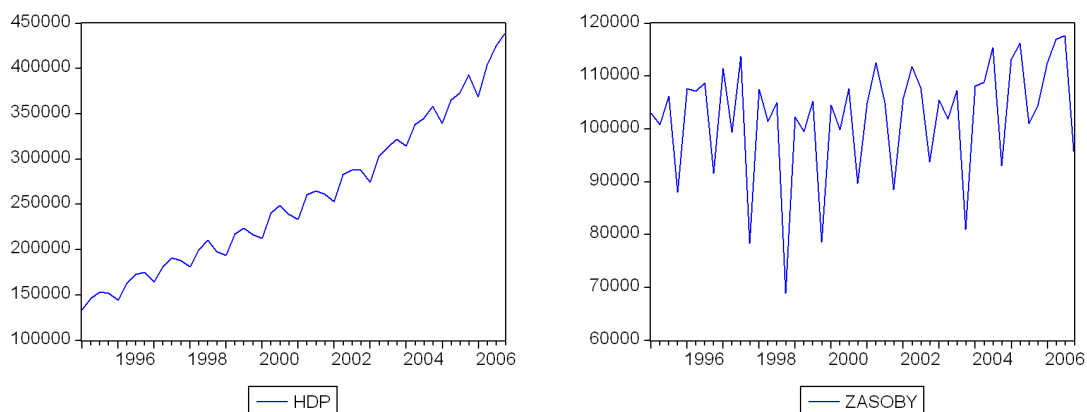
Pre tvorbu samotnej investičnej funkcie sme použili štvrtročné dáta časových radov (1995:Q1 - 2006:Q4). Tieto časové rady sú všetky v bežných cenách a pochádzajú zo Štatistického úradu Slovenskej republiky a od Národnej banky Slovenska.

Vysvetľovanou premennou v našom, jedno-rovnicovom modeli je tvorba hrubého fixného kapitálu. Keďže podľa teórie pod pojmom investícia rozumieme zmenu fyzického stavu kapitálu, v podstate sme modelovali medzištvrtročné zmeny tvorby hrubého fixného kapitálu. Medzi vysvetľujúce premenné sme zaradili aj tvorbu hrubého fixného kapitálu s určitým časovým oneskorením spolu s nasledujúcimi časovými radmi:

- hrubý domáci produkt (HDP)
- zmena stavu zásob
- úroková miera
- zisk nefinančných korporácií
- objem bankových úverov pre podniky
- priame zahraničné investície

HDP je celková peňažná hodnota statkov a služieb vytvorená za dané obdobie. Čím má ekonomika vyššie HDP, tým vyššie finančné prostriedky je potrebné investovať za účelom obnovenia amortizovaného kapitálu. Používa sa ako makroekonomický ukazovateľ, ktorý odzrkadľuje celkovú výkonnosť ekonomiky, a preto sme sa rozhodli použiť túto premennú. Očakávame, že s rastom ekonomiky bude rásť aj objem investícií v ekonomike.

Zmena stavu zásob - táto premenná v sebe zahŕňa kapitál, ktorý čaká na sklade, ako aj rozostavané investície. Inými slovami, zásoby sú budúce investície.

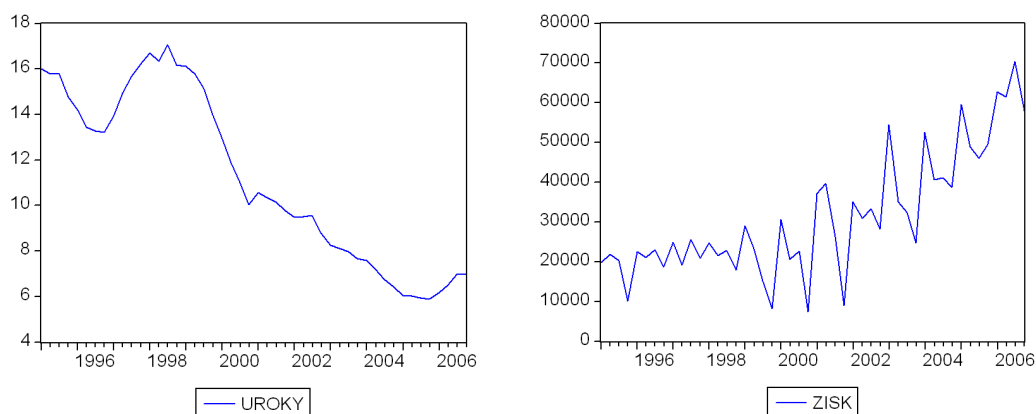


Obrázok 1: Časové rady HDP a zmeny stavu zásob

Úroková miera - v teórii, či už neoklasickej alebo keynesovskej, vystupuje úroková miera ako priamy alebo nepriamy determinat investícií. Výška úrokovej miery ovplyvňuje rozhodovania o tom, či dané peniaze usporiť alebo zainvestovať. Keďže investície sa môžu financovať zadĺžením, pri rastúcom úroku teda očakávame pokles investícií a opačne.

Zisk nefinančných korporácií. Ďalšou formou ako financovať investície

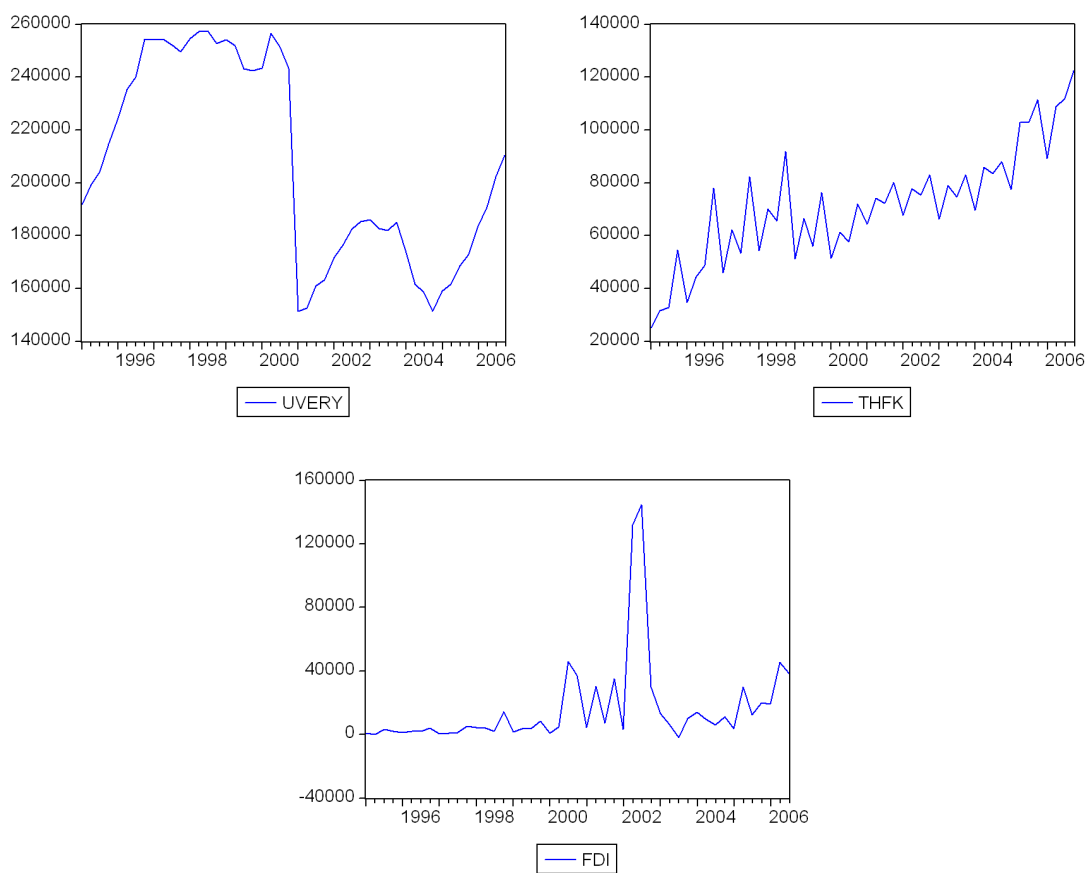
je financovanie z vlastného zisku. Preto sme očakávali istú závislosť medzi nárastom, prípadne poklesom zisku nefinančných korporácií s tvorbou hrubého fixného kapitálu. Očakávame priamu úmernosť.



Obrázok 2: Časové rady úrokovej miery a zisku nefinančných korporácií

Objem bankových úverov pre podniky. Ako už bolo spomenuté, firmy môžu financovať svoje investície z cudzieho kapitálu. Najbežnejší spôsob získania cudzieho kapitálu je bankový úver. Táto premenná úzko súvisí s úrokovou mierou, avšak my očakávame opačný dopad na tvorbu hrubého fixného kapitálu ako v prípade úrokovej miery, čím je myslená priama úmernosť medzi výškou poskytnutých úverov a investíciami.

Priame zahraničné investície zohrávajú v Slovenskej Republike významnú úlohu nakoľko slovenská ekonomika je pomerne malá a po vstupe do Európskej únie sme zaznamenali výrazný prílev zahraničných investícií.



Obrázok 3: Časové rady poskytnutých úverov, tvorby hrubého fixného kapitálu a prílevu priamych zahraničných investícií

4.2 Postup pri odhadovaní

Pri tvorbe samotného modelu bol využitý ekonometrický software EViews 4.1.

Ako prvé sme museli zistiť, či dané časové rady nevykazujú sezónnosť. Ako je vidieť aj z hore uvedených grafov jednotlivých časových radov, HDP, tvorba hrubého fixného kapitálu, zásoby a zisk bolo treba od sezónnosti očistiť.

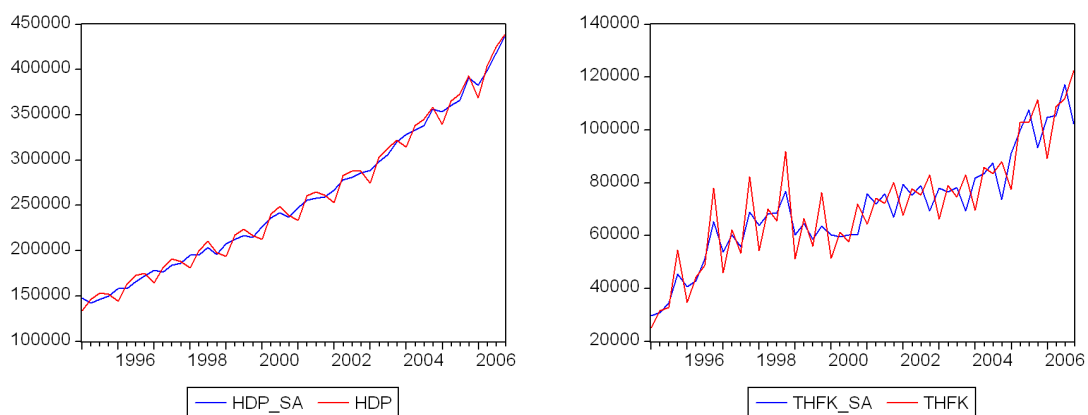
Z grafu, ktorý popisuje objem poskytnutých bankových úverov pre podniky, je vidieť výrazný pokles medzi štvrtým kvartálom roku 2000 a prvým kvartálom roku 2001. Tento pokles bol spôsobený nahradením reštrukturalizovaných úverov štátnymi dlhopismi. Vzhľadom k skutočnosti, táto operácia nemá priamy menovopolitický dopad. Pre naše účely by však takýto časový rad mohol spôsobiť výrazné problémy, a preto sme museli vytvoriť umelú dummy premennú, ktorá nám tento schodok prerovnála. Pre časový rad priamych zahraničných investícií sme taktiež museli použiť umelú premennú nakoľko výrazný nárast, ktorý je vidieť z grafu v období okolo roku 2002 je spôsobený privatizáciou SPP, ktorá v tom čase prebiehala.

Ešte predtým, ako pristúpime k samotnej tvorbe modelu, musíme splniť predpoklady pre konštrukciu rovníc metódou *ECM*. Týmito predpokladmi sú stacionárnosť a kointegrovanosť časových radov. Testovali sme to pomocou ADF (Augmented Dickey-Fuller) testu jednotkového koreňa.

Testovacia rovnica v prípade našich časových radov, ktoré vykazujú trend, vyzerá vo všeobecnosti nasledovne:

$$\Delta z_t = \alpha_0 + \Theta z_{t-1} + \gamma t + \alpha_1 \Delta z_{t-1} + \alpha_2 \Delta z_{t-2} + \dots + \alpha_p \Delta z_{t-p} + a_1 \quad (46)$$

p v uvedenej rovnici označuje počet onekorení. Eviews ponúka na výber

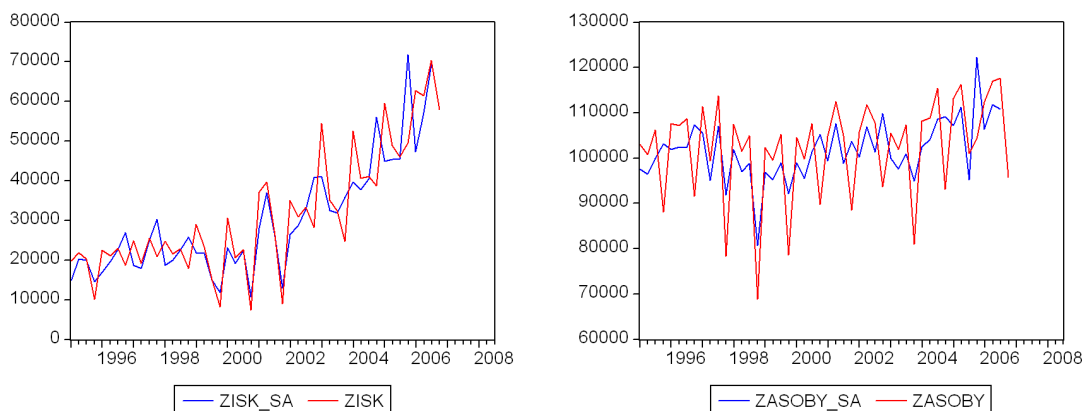


Obrázok 4: Vybrané časové rady očistené o sezónnosť

Schwartz Bayesian informačné kritérium alebo Akaikeho kritérium. Využí-
vame t-štatistiku na testovanie koeficientu Θ , či je treba diferencovať data
alebo nie.

Nulová hypotéza: $H_0 : \Theta = 0$ (táto alternatíva znamená, že dáta je treba
diferencovať, aby sme dostali stacionárny časový rad)
proti: $H_1 : \Theta < 0$ (časový rad je stacionárny)

Testy potvrdili nestacionárnosť časových radov hrubého domáceho pro-
duktu, tvorby hrubého fixného kapitálu a úrokovej miery. Tieto časové
rady bolo potrebné dvakrát diferencovať pre získanie stacionárnych časových
radov. Ostatné časové rady vyžadovali prvé diferencie. Nakoľko uvedené
časové rady sú malého rozsahu, sila ADF tesu je preto pomerne nízka. Pre
zistovanie kointegrácie jednotlivých kombinácií časových radov, ktoré budeme
špecifikovať neskôr, sme použili Johansenov kointegračný test. Tento test
nám hovorí, či zvolená lineárna kombinácia časových radov je stacionárna.



Obrázok 5: Vybrané časové rady očistené o sezónnosť

Naša rovnica investícií je založená na štvrtročných medzikvartálnych diferenciách. Ako už bolo spomenuté, ide o modelovanie metódou ECM. Rovnica bola zostavovaná v tvare

$$\Delta(THFK_t) = a_0 + b_0\Delta(HDP_t) + (a_1 - 1)[(THFK)_{t-1} - \delta_1(HDP)_{t-1} - \delta_2(ZASOBY)_{t-1}] + u_t \quad (47)$$

THFK - tvorba hrubého fixného kapitálu v bežných cenách.

HDP - hrubý domáci produkt v bežných cenách

ZASOBY - zmena stavu zásob v bežných cenách

u_t - náhodná zložka s konštantným rozptylom a nulovou strednou hodnotou.

Pre zostavenie rovnice metódou ECM je potrebné otestovať kointegráciu časových radov použitých v rovnici. Výstup Johansenovho testu je uvedený v prílohe.

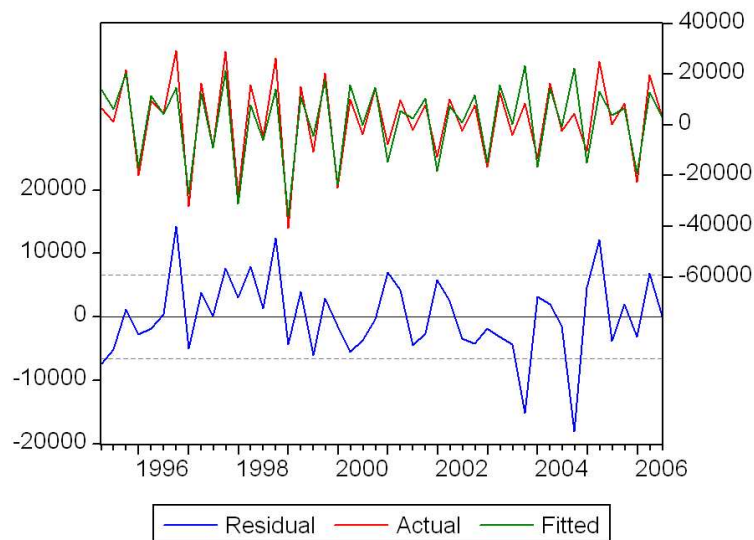
Nami odhadnutá rovnica má nasledovný tvar:

$$\begin{aligned} \Delta THFK = & 6112.382 - 0.517 * [THFK_{t-1} - 0.201 * HDP_{t-1} - 0.139 * ZISK_{t-1}] \\ & + 0.343 * \Delta HDP - 0.452 * \Delta ZASOBY + 6106.974 * SF \end{aligned} \quad (48)$$

$$R^2 = 85.6, \bar{R}^2 = 84.2$$

Kde SF je sezónny filter pre štvrtý kvartál.

Obrázok 6 ponúka grafickú interpretáciu odhadnutej rovnice investícií a skutočné hodnoty časového radu tvorby hrubého fixného kapitálu.



Obrázok 6: Skutočné hodnoty THFK a odhadnuté hodnoty THFK

Na zostavenie rovnice sme využili časové rady tvorby hrubého fixného kapitálu, hrubého domáceho produktu, zisku ziskových nefinančných korporácií a zmeny stavu zásob. Ako umelá premenná vstupuje do modelu sezónny filter SF . Časové rady, ako prílev priamych zahraničných investícií, objem poskytnutých úverov podnikom a úroková miera, od ktorých sme

očekávali štatistickú významnosť sa nakoniec ukázali ako nevýznamné. Niektoré lineárne kombinácie časových radov podľa Johansenovho kointegračného testu neboli kointegrované a teda sme ich pre tvorbu rovnice nemohli použiť.

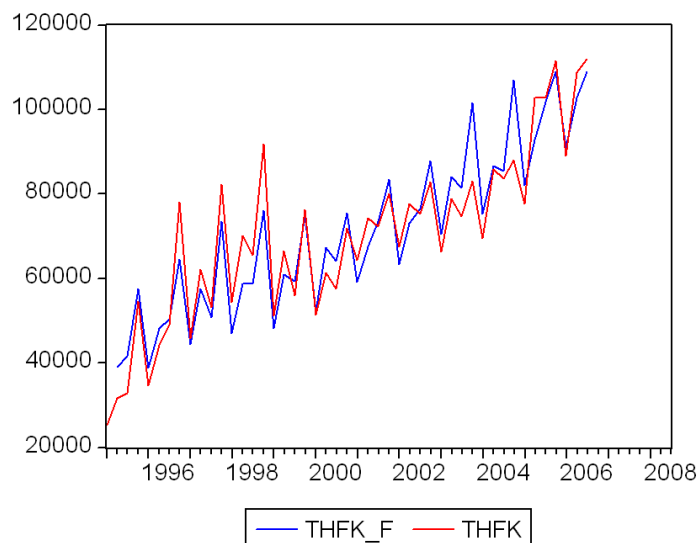
Pre overenie presnosti namodelovanej funkcie sme použili statickú aj dynamickú simuláciu ex-post:

- dynamická simulácia používa vypočítané hodnoty dát časových radov (hodnoty, ktoré sú výstupom modelu) na počítanie ďalších hodnôt endogénnej premennej
- statická simulácia používa aktuálne (reálne hodnoty) časových radov na výpočet ďalších hodnôt endogénnej premennej.

Obidve spomenuté metódy používajú Gauss-Seidelov algoritmus.

Dynamická simulácia je náročnejšia na presnosť modelu, pretože pri nej vznikajú väčšie odchýlky vypočítaných hodnôt endogénnej premennej od skutočných hodnôt. Grafický výsledok dynamickej simulácie zobrazuje obrázok 7.

Na obrázku čiara zobrazujúca $THFK_F$ znázorňuje odhadnuté hodnoty.



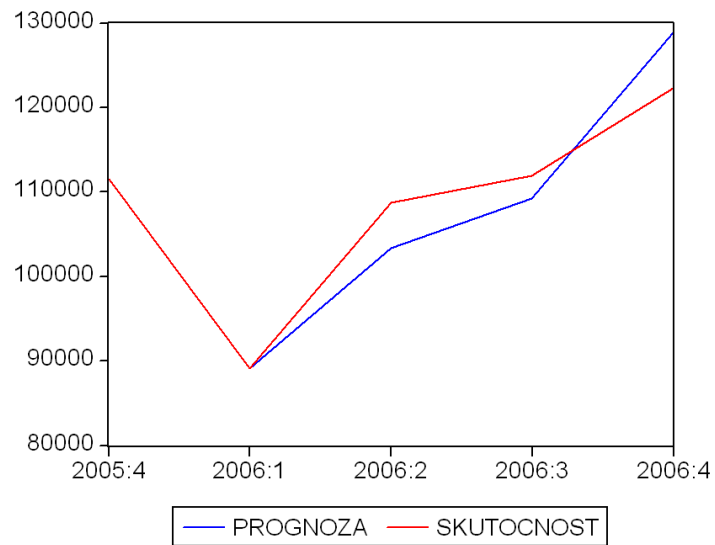
Obrázok 7: Výsledok dynamickej simulácie

5 Prognóza ex-post vývoja investícií

Pomocou dynamickej simulácie sme vypočítali prognózu ex-post s medzikvartálnymi diferenciami pre tretí a štvrtý štvrtrok 2006. Na výpočet tejto prognózy sme použili skutočné dáta exogénnych premenných. Grafickú sumarizáciu výsledkov prognózy a skutočných hodnôt odzrkadľuje obrázok 8.

Nasledujúca tabuľka sumarizuje percentuálne odchýlky prognózovanej premennej od skutočných hodnôt.

Obdobie	Percentuálne odchýlky
2006:Q1	3.49%
2006:Q2	-4.91%
2006:Q3	-2.40%
2006:Q4	5.32%



Obrázok 8: Grafické zobrazenie odchýlok prognózovaných hodnôt od skutočných

Ako možno vidieť, naša rovnica investícií, vzhľadom na nie príliš veľké percentuálne odchýlky celkom dobre vystihuje skutočné hodnoty.

6 Záver

Ekonometrické modelovanie makroekonomických ukazovateľov je v podmienkach slovenskej ekonomiky veľmi zložitá. Je to spôsobené tým, že slovenská ekonomika je poznačená transformačným procesom, pre ktorý je charakteristické nestabilné ekonomické prostredie. V dôsledku tejto nestability sa niektoré makroekonomické ukazovatele javia ako nepreukazné, dokonca sú v rozpore s ekonomickou teóriou.

Predmetom modelovania v tejto práci bola funkcia investícií v Slovenskej Republike. Ako je uvedené v teórii, podnik môže financovať svoje investície buď z vlastného zisku (neoklasická teória túto možnosť pre zjednodušenie nepripúšťa) alebo z cudzieho kapitálu (zadĺžením). Obe teórie sa zhodli na tom, že úrok pôsobí ako determinant na investície. Rozdiel je však v tom, že neoklasici považovali úrok za priamy determinant investícií a Keynes ho považoval za nepriamy. Pri konštrukcii našej rovnice investícií sme teda celkom logicky predpokladali, že úroková miera nám pomôže pri modelovaní investícií. Táto premenná sa však ukázala ako štatisticky nevýznamná. Tento fakt by sme mohli vysvetliť tým, že časový rad úrokových mier sa najmä v období od roku 1993 - 1998 vyznačoval vysokými hodnotami, a i napriek tomu Slovenská Republika vykazovala vysoké rasty tvorby hrubého fixného kapitálu. Ďalšou z premenných, od ktorej sme si sľubovali, že nám pomôže vysvetliť tvorbu investícií bol prílev zahraničných investícií na Slovensko. Táto exogénna premenná spolu s premennou odzrkadľujúcou objem úverov poskytnutých podnikom sa taktiež ukázali ako štatisticky nevýznamné. Ako významné premenné sa ukázali byť hrubý domáci produkt, zisk nefinančných korporácií a zmena stavu zásob.

Naše očakávanie, ktoré sa týkalo hrubého domáceho produktu, sa potvrdilo, a teda tvorba hrubého fixného kapitálu závisí pozitívne od tohto makroekonomického ukazovateľa. Kladná závislosť sa nám potvrdila aj v prípade

zisku nefinančných korporácií. Z rovnice je vidieť, že zmena stavu zásob má negatívny vplyv na vývoj tvorby hrubého fixného kapitálu. Interpretácia spočíva v tom, že čím vyššie finančné prostriedky sú vynaložené na tvorbu zásob, tým menšie finančné prostriedky ostávajú na tvorbu investícií. Príkladom môže byť rozostavaná diaľnica. Na rozostavanie sú potrebné finančné prostriedky, avšak kým daná diaľnica nie je dokončená, je charakterizovaná ako zásoba.

Už sme spomínali, že slovenskú ekonomiku charakterizuje rozsiahle investovanie. Je zrejmé, že úspory a investície zvyšujú budúcu životnú úroveň daného subjektu. Momentálne sa však stále viac začína diskutovať o optimálnej miere investovania. V tejto súvislosti sa vynára otázka, či miera investovania Slovenskej Republiky neprekročila spomínané optimum.

Referencie

- [1] Makroekonomika a nová makroekonomika, B.Felderer, S. Homburg, Elita, 1995
- [2] Ekonometrický model agregátneho dopytu, L. Drnáková, Diplomová práca, 2003
- [3] Modelovanie príjmov a spotreby obyvateľstva SR, J. Huček, Diplomová práca, 2002
- [4] Modelovanie trhu práce pomocou ECM, D. Bartošová, Diplomová práca, 2005
- [5] Jednoduché modely inflácie na Slovensku, K. Mišútová, Diplomová práca, 2005
- [6] Rovnovážny výmenný kurz SR, P. Ondko, Diplomová práca, 2005
- [7] Ekonometrické modelovanie zahraničného obchodu SR, K. Krivanská, Diplomová práca, 2002
- [8] EViews4.1 Help System
- [9] EViews, User Guide 4.0
- [10] Štvrtročný ekonometrický model reálneho sektora Slovenskej ekonomiky, INFOSTAT, 2003
- [11] Makroekonomické ukazovatele štvrtročných národných účtov a pridaná hodnota, Štatistický úrad SR, 2002
- [12] Garaj, Šujan, I.: Ekonometria, ALFA, Bratislava 1980
- [13] Menový prehľad, Národná banka Slovenska, 2002/3, www.nbs.sk

- [14] Menový prehľad, Národná banka Slovenska, 2001/3, www.nbs.sk
- [15] Walsh, V. CH.-Gram, Classical and Neoklassical Theories of General Equilibrium, 1980, New York