

FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY
UNIVERZITY KOMENSKÉHO V BRATISLAVE



Diplomová práca

Bratislava 2007

Lucia Pániková

FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY
UNIVERZITY KOMENSKÉHO V BRATISLAVE

Ekonomická a finančná matematika



Alternatívne uzávery CGE modelov

Diplomová práca

Diplomant: Lucia Pániková

Vedúci diplomovej práce: prof. RNDr. Pavel Brunovský, DrSc.

Bratislava 2007

Zadanie diplomovej práce:

Úlohou mojej diplomovej práce je skúmanie „kompromisného“ uzáveru vyplývajúceho z dvoch alternujúcich predpokladov správania sa ekonomiky.

Čestné prehlásenie:

Týmto prehlasujem, že som diplomovú prácu vypracovala samostatne s použitím teoretických vedomostí a uvedenej literatúry. Zároveň chcem poďakovať Ekonomickému ústavu SAV v Bratislave za možnosť sprístupnenia a využitia materiálov týkajúcich sa problematiky CGE modelov.

V Bratislave, 2. mája 2007

Podakovanie:

Chcela by som sa poďakovať svojmu diplomovému vedúcemu prof. RNDr. Pavlovi Brunovskému, DrSc. za jeho čas, ochotu a cenné pripomienky, ktoré prispeli k vypracovaniu tejto práce. Úprimne ďakujem aj svojim rodičom, za všestrannú podporu počas celého štúdia.

Abstrakt

CGE modely vedú na systém rovníc, predstavujúcich rovnováhy tokov peňazí a statkov. Tieto systémy rovníc sa dopĺňajú rovnicami - „uzávermi“, ktoré sú založené na predstavách o platnosti zákonitostí ekonomiky (napr. či sa ekonomika správa Keynesovsky, alebo klasicky, atď.). V diplomovej práci nahradzujeme tieto uzávery optimalizačnou úlohou, v ktorej sa minimalizuje vážená odchýlka od spomínaných dvoch teoretických uzáverov. Takto môže model slúžiť aj ako podklad na skúmanie, podľa akých zákonov sa ekonomika správa.

Obsah

Úvod	6
1 Modely vypočítateľnej všeobecnej rovnováhy	7
1.1 Tvorba CGE modelov	7
2 Všeobecná štruktúra CGE modelov	9
2.1 Produkčné sektory	9
2.2 Spotrebné sektory	10
2.3 Zahranície	11
2.4 Rovnice rovnováhy	11
2.5 Uzávery modelu	11
2.5.1 Klasický uzáver	12
2.5.2 Keynesiánsky uzáver	12
2.5.3 Alternatívny uzáver	12
3 Jednoduchý CGE model	13
3.1 Uzávery jednoduchého CGE modelu	16
3.1.1 Klasický uzáver jednoduchého CGE modelu	16
3.1.2 Keynesiánsky uzáver jednoduchého CGE modelu	17
3.1.3 Alternatívny uzáver jednoduchého CGE modelu	17
3.1.4 Odvodenie optimalizačnej úlohy pre alternatívny uzáver	18
3.2 Vyhodnotenie Alternatívneho uzáveru	20
3.2.1 Alternatívny uzáver s váhami	21
4 CGE model s reálnou SAM maticou	24
4.1 Uzávery reálneho CGE modelu	30
4.2 Porovnanie získaných výsledkov z uzáverov	30
5 Poznámky k numerickej realizácii	33
Záver	34
Literatúra	35
Prílohy	37

Úvod

Modely všeobecnej vypočítateľnej rovnováhy (Computable General Equilibrium CGE) sú v súčasnosti známe a svetovo využívané nástroje na opis správania sa ekonomiky pri zavedených exogénnych zmenách.

Začiatky týchto modelov sa spájajú s rozvojom výpočtovej techniky už k polovici sedemdesiatych rokov, avšak na Slovensku sa netešia až takejto dlhodoobej obľube. U nás sa prvé modely začali objavovať po roku 2000 (pozri [1]). Ďalší vývoj bol sústredený najmä do výskumných centier ako je Ekonomický ústav Slovenskej akadémie vied v Bratislave (pozri [6]), prípadne ako predmet bližšieho štúdia v diplomových prácach (pozri [8], [9], [11]). Pomocou týchto štúdií má čitateľ možnosť nahliadnuť k teórii a všeobecnej konštrukcii modelov (pozri [11]), ale aj ku konkrétnym typom modelov zameraných na špecifickú oblasť ekonomiky (pozri [4]).

CGE modely odrážajú mikroekonomickú teóriu všeobecnej rovnováhy, doplnenú o makroekonomické rovnováhy. Použitie obidvoch teórií má v sebe subjektívny prvok. Predpoklad mikroeconomickej rovnováhy súvisí s voľbou produkčných funkcií a funkcií užitočnosti. V prípade makroekonómie je to príklon k axiómam klasickej alebo Keynesiánskej teórie odrážajúcej sa vo voľbe rovníc „uzáveru“.

Cieľom práce je navrhnúť prístup, ktorý by umožnil vyhnúť sa dileme medzi Keynesiánskou a klasickou paradigmou. Na to využijem myšlienku doc. RNDr. Milana Hamalu, CSc. nahraďiť dve rovnice uzáverov optimalizačnou úlohou regresného typu.

Diplomová práca je rozdelená do 5 kapitol. V prvej kapitole prezentujem stručnú charakteristiku CGE modelov a ich konštrukciu. V druhej kapitole popisujem ich štruktúru v rozsahu postačujúcom pre potreby modelov poukazujúcich na alternatívne uzavretie. V nasledujúcich dvoch kapitolách venujem pozornosť postupne jednoduchému CGE modelu s fiktívnymi objemami dát a modelu s reálnou SAM maticou, na ktoré aplikujem tri uzávěry (klasický, Keynesiánsky, alternatívny). Jednotlivé porovnania výsledkov uvádzam v záverečných odsekoch v rámci týchto kapitol. V poslednej časti komentujem problémy spojené s výberom solverov, ktoré vznikli počas numerickej realizácie. Všetky výstupy spomínané v práci, spolu s jazykovým kódom oboch modelov, sú uvedené v prílohe.

1 Modely vypočítateľnej všeobecnej rovnováhy

Modely vypočítateľnej všeobecnej rovnováhy popisujú vzájomné vzťahy a správanie jednotlivých ekonomických subjektov. Sú to makroekonomické modely, ktoré sa využívajú na prognózovanie ekonomiky vybranej krajiny. Na začiatku prognózy (v čase $t=0$) predpokladáme ustálený stav ekonomiky¹, ktorý sa zmenou exogénnej premennej vychýli zo svojej rovnovážnej polohy, v ktorej sa nachádzal. Analýzou citlivosti sa následne vyhodnotia nemarginálne zmeny v ekonomike. Na rozdiel od ekonometrických modelov, založených na časových radoch, CGE modely používajú dátovú základňu z obdobia jedného roka. Tento údajový základ reprezentuje matica spoločenských účtov SAM (Social Accounting Matrix), odrážajúca nominálne toky tovarov, služieb a peňazí v ekonomike. Napríklad matica pre Slovenskú republiku je vytváraná a publikovaná pracovníkmi Infostatu SR s časovým rozpätím 5 rokov² (pozri [2]). CGE modely poznáme a radíme do dvoch kategórií na základe časovej trajektórie: statické - abstrahujúce od času, predpokladajúce okamžitú rovnováhu a dynamické - umožňujúce sledovať odozvu ekonomiky na zmenu exogénnej premennej. V diplomovej práci uvažujeme so statickými modelmi.

1.1 Tvorba CGE modelov

Prvým krokom pre zostavenie fungujúceho CGE modelu je vybilancovaná SAM matica, čo znamená, že suma v riadku sa nám musí rovnať sume v príslušnom stĺpci. Táto podmienka vyplýva z konštrukcie SAM matice, ktorá zaznamenáva a prepája makro-štatistiky národných účtov s mikro-štatistikami trhu práce a domácností, ktorých bilancie na konci účtovného obdobia musia byť v rovnováhe (aktíva = pasíva).

Ak je dátová základňa vhodne agregovaná pre potreby analýzy, môžu sa nakalibrovať jednotlivé parametre funkcií použitých v modeli. Pre nedostatok časových radov potrebných na štatistické odhady parametrov, nám takéto napočítanie zabezpečia údaje zo SAM matice z východiskového roku, predpoklady a výsledok optimálneho správania sa subjektov na trhu (pozri [8]).

¹Teóriu všeobecnej ekonomickej rovnováhy definoval prvý krát v 19. storočí francúzsky ekonóm León Walras

²V súčasnosti je z dôvodu komplexnosti dát s menším onskorením publikovaná SAM za rok 2000

Ďalším krokom je kontrolné spustenie modelu predstavujúcom systém rovníc pre benchmarkové hodnoty premenných. Tu môže vzniknúť situácia, že v modeli je použitých viac premenných ako rovníc a teda systém nemá jednoznačné riešenie. Preto je potrebné pred samotným spustením model „uzavrieť“ - t.j. zafixovať úroveň premennej na konkrétnu (benchmarkovú) hodnotu, čím sa stáva pre model exogénna. Možnosťou uzáverov sa venujem v diplomovej práci podrobnejšie v kapitole (3.1). Namiesto fixácie premennej je v modeli takisto možné vyrobiť lineárne nezávislú rovnicu odrážajúcu toky v SAM matici.

Voľba numeraire: Toto špecifické exogénne nastavenie premennej vyplýva z Walrasovho zákona o závislosti rovníc rovnováhy, z ktorých sa dajú vypočítať iba vzájomné pomery cien (pozri [11]). Najčastejšie sa za túto premennú volí cena práce na trhu.

Po počiatočnom nakalibrovaní a overení vybilancovanosti systému je možné zaviesť do ekonomiky „šok“, čo znamená zmeniť úroveň exogénnej premennej a vypočítatať novú rovnováhu.

2 Všeobecná štruktúra CGE modelov

V tejto kapitole sa venujem všeobecnej štruktúre CGE modelov s dôrazom na časti potrebné pre náš diplomový cieľ analýzy alternatívneho uzáveru.

Fungovanie ekonomiky môžeme zhrnúť do rovníc na základe správania sa jednotlivých subjektov v troch kategóriách. Prvú kategóriu tvoria produkčné sektory reprezentované firmami na trhu. Druhú kategóriu tvoria spotrebné sektory (domácnosti, podniky, vláda, investície) a do poslednej zaraďujeme sektor zahraničia simulujúci obchodné a platobné vzťahy so zahraničnými krajinami.

Budeme predpokladať, že subjekty v ekonomike sa správajú racionálne v zmysle optimalizácie svojich účelových funkcií. Všetky trhy v ekonomike sú dokonale konkurenčné a subjekty v rámci týchto trhov nemôžu ovplyvniť výšku cien. Produkcia je vyjadrená pomocou funkcie s konštantnými výnosmi z rozsahu a žiadna produkčná aktivita negeneruje pozitívny zisk v súlade s optimalitou pri konečných úrovniach výroby (pozri [9]).

2.1 Produkčné sektory

Správanie firmy na trhu je charakterizované produkčnou funkciou, ktorá každému vektoru vstupov priradí maximálny možný výstup. Vstupmi v našom prípade rozumieme prácu, kapitál a vstupy výrobných odvetví. Produkciu i -tej firmy, z predpokladaného množstva N firiem na trhu označíme:

$$Y^i = f^i(L^i, K^i, X_1^i, \dots, X_N^i),$$

kde vstupné parametre predstavujú

L^i – množstvo práce využitej na výrobu výstupu v produkčnom sektore i ,

K^i – množstvo kapitálu využitého na výrobu výstupu v produkčnom sektore i ,

X_j^i – množstvo komodity j využitej na výrobu výstupu v produkčnom sektore i .

Konkrétny tvar produkčnej funkcie závisí od autorovej voľby elasticity substitúcie³. Producenti si z predpokladu racionálneho správania maximalizujú svoj zisk pri konečnom nenulovom objeme výroby. Takáto úloha je zvyčajne

³Elasticita závislosti podielu vstupných jednotiek x_j/x_i od citlivosti zmeny faktora j na zmenu faktora i pri dodržaní objemu výroby

prevádzaná na duálnu úlohu minimalizácie nákladov. Riešením úlohy sú podmienené dopytové funkcie po komodite X_j v sektore i , po práci L^i v sektore i , kapitáli K^i v sektore i závisiace od vyrábaného množstva Y^i , cien komodít $\mathbf{P} = (p_1, \dots, p_N)$, cien práce p_L a kapitálu p_K

$$X_j^i = X_j^i(Y^i, p_L, p_K, \mathbf{P})$$

$$L^i = L^i(Y^i, p_L, p_K, \mathbf{P})$$

$$K^i = K^i(Y^i, p_L, p_K, \mathbf{P})$$

Najvhodnejšie tvary pre modelovanie dopytovaných množstiev sú Cobbova-Douglasova funkcia s elasticitou substitúcie rovnou 1, Leontieffova s elasticitou rovnou 0 a CES⁴ (Constant Elasticity of Substitution) tvar funkcie s elasticitou z intervalu (0,1).

2.2 Spotrebné sektory

Spotrebný sektor je zastúpený domácnosťami, vládou a podnikmi, ktorých správanie je opísané funkciou užitočnosti. Do tejto kategórie môžeme zaradiť aj dopyt po investíciách, charakterizovaný rovnako ako pri spotrebných sektoroch funkciou užitočnosti, ktorej tvar sa mení s výberom konkrétneho typu preferencií (Cobb-Douglas, Leontieff, CES). Na základe predpokladu racionálneho správania si reprezentanti maximalizujú svoju užitočnosť za podmienky rozpočtových ohraničení. Riešením úlohy sú Marshallovské dopytové funkcie, ktoré názorne pre sektor domácností majú tvar

$$H_i = H_i(M^H, \mathbf{P}),$$

kde M^H predstavuje príjem domácností.

Táto úloha sa zvykne prevádzať na úlohu minimalizácie nákladov s rozpočtovým ohraničením cez fiktívny sektor blahobytu domácností (pozri [11])

$$TH = u(H_1, \dots, H_N).$$

Analogicky sú tvorené aj rovnice pre sektor vlády a podnikov. Rozdielom sú iba rovnostné vzťahy pre príjem daného sektora.

⁴V modeloch sa využíva aj tvar CET funkcie (Constant Elasticity of Transformation) na modelovanie vzťahu so zahraničím, ktorá sa líši od CES použitím vstupov

2.3 Zahranície

Na modelovanie zahraničného obchodu sa využíva takzvaný Armingtonov koncept, ktorý rozdeľuje domácu produkciu medzi domáci trh a export. Takéto rozdelenie výroby je charakterizované CET funkciou

$$Y^i = \gamma_i(\alpha_i DP_i^{\varrho_i} + (1 - \alpha_i) EX_i^{\varrho_i})^{\frac{1}{\varrho_i}}, \varrho_i \geq 1,$$

kde Y^i je celková domáca produkcia komodity i , DP_i je časť domácej produkcie, ktorá je určená pre domáci trh, EX_i je exportované množstvo.

Na druhej strane celková ponuka danej komodity na domácom trhu je zastúpená CES funkciou a skladá sa z importovaného množstva komodity a domácej produkcie.

$$DS_j = \gamma_j(\alpha_j DP_j^{\varrho_j} + (1 - \alpha_j) IM_j^{\varrho_j})^{\frac{1}{\varrho_j}}, \varrho_j \leq 1 \wedge \varrho_j \neq 0,$$

kde DS_j je celková ponuka komodity j na domácom trhu, DP_j je časť domácej produkcie, ktorá je určená pre domáci trh a IM_j je importované množstvo.

2.4 Rovnice rovnováhy

Z vlastností všeobecnej rovnováhy vyplýva, že na žiadnom trhu neexistuje nenasýtený dopyt. V prípade previsu ponuky, je množstvo komodity nad rámec dopytu obchodované za nulovú cenu, z čoho musí platiť rovnosť dopytu a ponuky na každom trhu. Preto sú v systéme rovníc zahrnuté rovnice pre rovnováhu na trhoch s komoditami, na trhu práce a na kapitálovom trhu.

2.5 Uzávery modelu

Ako bolo spomínané v odseku (1.1), pri bilancovaní CGE modelu spravidla nastáva situácia, že náš systém je nedourčený. Preto hovoríme, že model je potrebné uzavrieť (pozri [9]), čo znamená určiť hodnotu konkrétnej premennej ako fixnú, čím sa stáva pre neho exogénna. Takýmto spôsobom je možné znížiť počet prevyšujúcich premenných, čím je náš systém jednoznačne riešiteľný. Voľba stanovenia pevnej hodnoty premennej závisí na autorovi modelu, avšak takýmto stanovením sa pridáva ľudský faktor, ktorý môže významne ovplyvniť získané výsledky (pozri [10]), a teda sťažuje možnosť interpretácie. Existujú však štandardné makroekonomické predpoklady, podľa ktorých sa ekonomika správa a tie je možné na základe empirických pozorovaní impementovať

na model. V nasledujúcich odsekoch uvádzam dva štandardné typy (Keynesiánsky, klasický) a jeden alternatívny typ možných uzáverov. Pre rozšírenie poznatkov problematiky používaných uzáverov odporúčam štúdiu (pozri [5]).

2.5.1 Klasický uzáver

V tomto type makroekonomického uzáveru sa predpokladá, že neexistujú nedokonalosti trhu. Preto sa plne využívajú výrobné faktory, t.j. stanovuje sa fixná úroveň celkovej ponuky práce a kapitálu na trhu. Investície sú dané úsporami, čiže sa upúšťa od predpokladu celkovej fixnej hladiny investícií, pretože táto požiadavka nemôže nastať súčasne.

2.5.2 Keynesiánsky uzáver

Pri Keynesiánskom uzávère sa pripúšťa nerovnováha na trhu vo forme existencie nezamestnanosti, v dôsledku nízkeho efektívneho dopytu daného investíciami. Z toho vyplýva, že investície sú s kapitálom fixované na benchmarkovú úroveň.

2.5.3 Alternatívny uzáver

Keď zhodnotíme tieto dva prístupy, vidíme, že predpoklad o plnej zamestnanosti v prípade neoklasického uzáveru, nie je realite blízky, takisto ako aj predpoklad o fixnej úrovni investícií v čase dynamicky sa rozvíjajúcej ekonomike Slovenska, podmienenej príchodom zahraničných investorov, u ktorých ťažko predpokladať pevný objem investícií. Preto možno ako kompromis medzi uzávèrom na celkovú ponuku práce a investícií zaviesť optimalizačnú úlohu, ktorá ponechá tieto premenné endogénne, avšak súčet štvorcov ich odchýliek od benchmarkovej úrovne bude minimálny. Súčet štvorcov sme volili ako mieru odchýliek z pragmatických dôvodov jednoduchosti výpočtov.

V nasledujúcich dvoch kapitolách (Kapitola 3 a Kapitola 4) sa venujem jednotlivým druhom uzáverov a ich demonštrácii na konkrétne CGE modely s ťažiskom na alternatívny uzáver. V kapitole 3 sa predstaví jednoduchý model s fiktívnymi objemami tokov v SAM matici. V kapitole 4 ho naopak nahradí CGE model s reálnou dátovou základňou.

3 Jednoduchý CGE model

Predpokladajme uzavretú ekonomiku s dvomi produkčnými sektormi X a Y na trhu s rovnakým objemom produkcie. Ďalej uvažujme iba s jedným reprezentatívnym spotrebným sektorom domácností, ktorý má príjmy z použitého kapitálu a práce. Domácnosti nespotrebovávajú všetky svoje príjmy. Usporenné financie sú použité na investície. SAM matica takéhoto zjednodušeného modelu vyzerá nasledovne:

Tabuľka 1: SAM matica

	X	Y	K	L	H	INV
X	10	5			80	20
Y	5	10			70	30
K	60	40				
L	40	60				
H			100	100		
INV					50	

V ďalšom kroku uvádzame rovnice, ktorých konkrétny tvar vychádza zo SAM matice:

Dopytové vzťahy:

$$X_j^i = X_j^i(Y^i, p_L, p_K, \mathbf{P})$$

$$L^i = L^i(Y^i, p_L, p_K, \mathbf{P})$$

$$K^i = K^i(Y^i, p_L, p_K, \mathbf{P})$$

$$H_i = H_i(TH, \mathbf{P})$$

$$INV_i = INV_i(TINV, \mathbf{P})$$

Rovnice rovnováhy na trhoch:

$$Y^i = \sum_j X_j^i + H_i + INV_i$$

$$TL = \sum_i L^i$$

$$TK = \sum_i K^i$$

Rovnice nulového zisku:

$$p_i Y^i = p_L L^i + p_K K^i + \sum_j p_j X_j^i$$

$$p_{TH} TH = \sum_i p_i H_i$$

$$p_{TINV} TINV = \sum_i p_i INV_i$$

Príjmy reprezentatívneho sektora:

$$M^H = \sum_i p_L L^i + \sum_i p_K K^i$$

Úspory:

$$M^{INV} = (1 - \beta) M^H$$

Rozpočtové ohraňenia:

$$p_{TH} TH = \beta M^H$$

$$p_{TINV} TINV = M^{INV}$$

Numeraire:

$$p_L = 1$$

V modeli sú použité nasledujúce premenné:

Endogénne premenné:

- Y^i – produkcia v sektore i
- L^i – dopyt po práci v sektore i
- K^i – dopyt po kapitáli v sektore i
- X_j^i – dopyt po komodite j v sektore i
- H_j – dopyt po komodite j v sektore domácností
- INV_j – dopyt po komodite j v sektore investícií
- TH – celková spotreba (blahobyť) domácností
- $TINV$ – celková spotreba (blahobyť) investícií
- TL – celková ponuka práce
- TK – celková zásoba kapitálu
- p_j – cena komodity j
- p_L – cena práce
- p_K – cena kapitálu
- p_{TH} – cenová hladina spotreby sektoru domácností
- p_{TINV} – cenová hladina spotreby sektoru investícií
- M^H – príjem domácností
- M^{INV} – úspory, ako časť z príjmu domácností

Exogénne premenné:

β – sklon domácností k spotrebe (časť príjmov, ktorá je určená na spotrebu zvyšných $(1 - \beta)$ investuje)

Rovnice definované v tejto časti je možné vhodným dosadením zredukovať na jednoduchší systém s nižším počtom rovníc. Náhradou podmienených dopytových množstiev po práci, kapitáli a komodite v rovnici nulového zisku pre produkčný sektor dostávame

$$p_i Y^i = p_L L^i(Y^i, p_L, p_K, \mathbf{P}) + p_K K^i(Y^i, p_L, p_K, \mathbf{P}) + \sum_j p_j X_j^i(Y^i, p_L, p_K, \mathbf{P}) \quad i = 1, \dots, n \quad (3.1)$$

Dosadením podmienených dopytových množstiev komodít v sektore domácností a investícií do rovnice rovnováhy na trhoch s komoditami získame rovnicu tvaru

$$Y^j = \sum_i X_j^i(Y^i, p_L, p_K, \mathbf{P}) + H_j(TH, \mathbf{P}) + INV_j(TINV, \mathbf{P}) \quad j = 1, \dots, n \quad (3.2)$$

Porovnaním rovníc nulového zisku sektora domácností a sektora investícií s rovnicami ich rozpočtových ohraničení a následným dosadením rovnice príjmu sektora domácností a úspor dostávame rovnice

$$\beta M^H(Y^i, p_L, p_K, \mathbf{P}) = \sum_j p_j H_j(TH, \mathbf{P}) \quad (3.3)$$

$$(1 - \beta) M^H(Y^i, p_L, p_K, \mathbf{P}) = \sum_j p_j INV_j(TINV, \mathbf{P}) \quad (3.4)$$

Zostávajúce rovnice rovnováhy na trhoch s ponúkaným celkovým množstvom práce a kapitálu majú tvar

$$TL = \sum_i L^i(Y^i, p_L, p_K, \mathbf{P}) \quad (3.5)$$

$$TK = \sum_i K^i(Y^i, p_L, p_K, \mathbf{P}) \quad (3.6)$$

Numeraire:

$$p_L = 1$$

Endogénne premenné:

$$Y^i, \mathbf{P}, p_L, p_K, TH, p_{TH}, TINV, p_{TINV}$$

Exogénne premenné:

$$\beta$$

Pri spočítaní rovníc a premenných si môžeme všimnúť, že náš model sa zúžil na systém:

- $2n + 4$ rovníc o
- $2n + 6$ neznámych.

Vzhľadom na nesúlad počtu rovníc a premenných nám vyplýva potreba model vhodne uzavrieť.

3.1 Uzávery jednoduchého CGE modelu

Pri našom prevyšujúcom rozdieli dvoch neznámych v predchádzajúcom odseku máme na výber zafixovanie dvoch endogénnych premenných. V tomto momente dochádza k rozhodnutiu autora modelu, ku ktorej z makroekonomických teórií sa prikláňa.

3.1.1 Klasický uzáver jednoduchého CGE modelu

Uzavretie celkovej ponuky kapitálu je vlastné aj klasickej makroekonomickej teórii. Spolu s ním sa namiesto pevnej úrovne celkových investícií predpokladá plná zamestnanosť. Rovnice v modeli majú potom tvar:

$$\overline{TK} = \sum_i K^i$$
$$\overline{TL} = \sum_i L^i$$

3.1.2 Keynesiánsky uzáver jednoduchého CGE modelu

Pri prevzatí myšlienok Keynesa sa stanoví pevná úroveň celkovej ponuky kapitálu spolu s celkovým objemom investícií, pri predpoklade možného previsu dopytu a ponuky na trhu práce, čo v „reči“ rovníc znamená:

$$\overline{TK} = \sum_i K^i$$
$$\overline{TINV} = \sum_i INV^i$$

Vodorovná čiara nad premennou TK a $TINV$ označuje nastavenie prislúchajúcej fixnej benchmarkovej hodnoty načítanej zo SAM matice.

3.1.3 Alternatívny uzáver jednoduchého CGE modelu

Predpoklad o fixnej hladine celkovej ponuky kapitálu na trhu ponecháme aj v našom, poradí treťom, alternatívnom uzáveri. Tento princíp nevyplýva zo žiadnej z makroekonomických teórií, avšak môžeme skonštatovať, že je menej diskutovaný v porovnaní s Keynesovskými a klasickými predpokladmi, keďže pripúšťame možnosť odchýlky od celkovej ponuky práce, čiže berieme do úvahy určité vzniknuté percento nezamestnanosti na trhu. Takisto nám spolu s nezafixovaním hladiny celkového objemu investícií môže vzniknúť vychýlenie od pôvodného množstva, ktoré je však v dôsledku povahy optimalizačnej úlohy nášho uzáveru minimálne. Nasledujúcou formuláciou chceme dosiahnuť „zmiernenie“ medzi dvomi extrémnymi predpokladmi, ktoré Keynesovský a klasický uzáver ponúka.

Definujme si premennú

$$\tilde{e} = (TINV - BTINV)^2 + (TL - BTL)^2, \quad (3.7)$$

kde

$BTINV$ – je benchmarková hodnota celkových investícií,
 BTL – je celková benchmarková ponuka práce na trhu.

Premennou \tilde{e} meriame odchýlku od ekonomicky rovnovážnych (benchmarkových) hodnôt celkovej ponuky práce a celkového objemu investícií. Vzhľa-

dom na rozmerovú nehomogénnosť tejto odchýlky, ju vo výpočtoch nahradzujeme pomocnou premennou e , ktorá je rozmerovo homogénna⁵.

$$e = (TINV/BTINV - 1)^2 + (TL/BTL - 1)^2, \quad (3.8)$$

Zhrnutie všetkých troch typov uzáverov uvádzam v nasledujúcej tabuľke:

Tabuľka 2: Makroekonomické uzávery

	Keynesiánsky	Klasický	Alternatívny
Celkový objem kapitálu TK	exogénny \overline{TK}	exogénny \overline{TK}	exogénny \overline{TK}
Celkový objem investícií TINV	exogénny \overline{TINV}	endogénny TINV	endogénny TINV, blízky BTINV
Celkový objem práce TL	endogénny TL	exogénny \overline{TL}	endogénny TL, blízky BTL

3.1.4 Odvodenie optimalizačnej úlohy pre alternatívny uzáver

Myšlienka alternatívneho uzáveru vyplýva z nasledovnej optimalizačnej úlohy s ohraničeniami.

Minimalizačná úloha:

$$e = (TINV/BTINV - 1)^2 + (TL/BTL - 1)^2 \rightarrow \min$$

Ohraničenia:

za podmienky splnenia všetkých rovíc v modeli definovaných v úvode kapitoly 3.

Po zhrnutí všetkých troch uzáverov v tejto kapitole, si môžeme všimnúť, že každý z nich ponúka fixné množstvo celkového kapitálu. Preto budeme túto premennú považovať za exogénnu. Označme $\mathbf{M} - \mathbf{1}$ počet rovíc (3.3) – (3.6) o \mathbf{M} neznámých. Zostáva nám teda ešte možnosť voľby jedného uzáveru, čím determinujeme správanie ekonomiky. Ak by sme nastavili pevnú úroveň

⁵Takáto normalizácia pri malých odchýlkach zodpovedá odchýlkam pri logaritmoch

1. \overline{TINV} – zvolíme Keynesiánsky uzáver,
2. \overline{TL} – zvolíme Klasický uzáver,
3. $e = (TINV/BTINV - 1)^2 + (TL/BTL - 1)^2$ – zvolíme Alternatívny uzáver.

Prvé dva uzávěry sú zrejmé, podme sa pozrieť na tretiu možnosť.
Riešime nasledovnú minimalizačnú úlohu:

Hľadáme minimum účelovej funkcie

$$f(X_1, \dots, X_M) = (TINV/BTINV - 1)^2 + (TL/BTL - 1)^2$$

za podmienok

$$\begin{aligned} R_i(X_1, \dots, X_M) &= 0 \\ i &= 1, \dots, M - 1 \end{aligned}$$

kde $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_M)$ predstavuje vektor všetkých endogénnych premenných v modeli a väzby R_i predstavujú systém všetkých rovníc.

Riešením rovníc Lagrangeových podmienok optimality dostávame nasledovný systém:

$$\mathcal{L}(X_1, \dots, X_M, \alpha_1, \dots, \alpha_{M-1}) = (TINV/BTINV - 1)^2 + (TL/BTL - 1)^2 - \sum_{i=1}^{M-1} \alpha_i R_i$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial X_j} = \frac{\partial f}{\partial X_j} - \sum_{i=1}^{M-1} \alpha_i \frac{\partial R_i}{\partial X_j} = 0$$

$$j = 1, \dots, M$$

$$R_i(X_1, \dots, X_M) = 0$$

$$i = 1, \dots, M - 1$$

kde

$$\left\{ \begin{array}{ll} \frac{\partial f}{\partial X_j} = BTINV/TINV - 1, & \text{ak } X_j = TINV; \\ \frac{\partial f}{\partial X_j} = BTL/TL - 1, & \text{ak } X_j = TL; \\ \frac{\partial f}{\partial X_j} = 0, & \text{inak.} \end{array} \right.$$

Spočítaním všetkých rovníc a premenných dostávame vybilancovaný systém $M + M - 1$ rovníc s $M + M - 1$ neznámymi.

3.2 Vyhodnotenie Alternatívneho uzáveru

Po počítačnom načítaní hodnôt a overení vybilancovania modelu, dostávame v programovom jazyku GAMS (General Algebraic Modeling System) hlásenie „Optimal solution“. Tento program je vyvinutý pre prirodzenejší zápis jednotlivých modelov. Vďaka solverom, ktoré GAMS obsahuje, je vhodný aj na riešenie optimalizačných úloh lineárneho i nelineárneho programovania. Vzhľadom na to, že CGE modely využívajú vo svojom systéme nelineárne rovnice, spomínaný softwarový balík je štandardne využívaný nástroj na ich riešenie. Vo svojom programe sa obmedzujem na voľne šíriteľnú Demo verziu GAMS-u 2.0.23.10, s reštrikciami na počet rovníc a premenných, ktorá je postačujúca pre oba moje naprogramované CGE modely v kapitolách 3 a 4. Z druhov solverov určených pre úlohy nelineárneho programovania, ktoré demo verzia ponúka, som si vybrala CONOPT. Jazykový kód oboch modelov uvádzam v prílohe (Príloha 1.1 a Príloha 1.2).

Aby sme videli implementáciu rôznych uzáverov prevzatých pri odlišujúcich sa predpokladoch správania ekonomík, je potrebné zaviesť do modelu šok. Keďže všetky naše tri uzávěry majú fixovanú úroveň celkovej ponuky kapitálu, budeme predpokladať, že tá sa v ďalšom kroku zvýši o 10 percent (t.j. na úroveň 110), čiže všetky produkčné sektory zaznamenávajú vyššiu utilizáciu výrobných vstupov. V našom programe to znamená, že

$$\overline{TK} = BTK * 1.1$$

kde

BTK – je benchmarková úroveň celkového kapitálu.

Pri Keynesovskom uzávěre, ponechávame fixný objem celkových investícií. V dôsledku toho môže nastať nerovnováha na trhu práce.

Naopak pri Klasickom uzávěre nepredpokladáme previs ponuky a dopytu po práci, a preto by sa nám mal zvýšiť objem celkových investícií.

Pri alternatívnom uzávěre očakávame, že tieto hodnoty sa budú nachádzať medzi úrovňou vyššie spomínaných uzáverov.

Získané výsledky uvádzam v nasledujúcej tabuľke:

Tabuľka 3: Výstupy jednotlivých makroekonomických uzáverov

	TK	TL	TINV
Keynesiánsky uzáver	110	91,548	50
Klasický uzáver	110	100	52,347
Alternatívny uzáver	110	98,257	51,871

Náš predpoklad sa naozaj potvrdil. Z tabuľky je zrejmé, že hodnoty pri alternatívnom uzávere sú v intervale medzi (91,548; 100) pre celkovú ponuku práce a v intervale medzi (50; 52,347) pre celkový objem investícií.

3.2.1 Alternatívny uzáver s váhami

V doteraz definovanej účelovej funkcii (3.8) máme zvolené jednotkové alebo vyvážené kompromisné váhy na oba rozdiely.

$$e = 1 * (TINV/BTINV - 1)^2 + 1 * (TL/BTL - 1)^2$$

Rovnaký dôraz na argumenty implikuje, že model si ponechávame „vybrať“ hodnoty z intervalov pre TL a $TINV$. Z jedného získaného výsledku však ťažko možno urobiť výpočet o tendencii správania sa ekonomiky. Pre ďalšiu analýzu zavedieme preto do modelu nové exogénne premenné

w_a – váha na vzťah $(TINV/BTINV - 1)^2$,

w_b – váha na vzťah $(TL/BTL - 1)^2$, kde

$$w_a + w_b = 1$$

Pri riešení nám stačí teda zadať hodnotu w_a a hodnota w_b je v závislosti od nej zo súčtového vzťahu dopočítaná. w_a volíme z intervalu $\langle 0; 1 \rangle$. Pre $w_a = 0$ dostávame klasický uzáver, pre $w_a = 1$ Keynesiánsky.

Výsledky pre meniace sa hodnoty TL a $TINV$ v závislosti od rôznych scenárov w_a z intervalu $\langle 0; 1 \rangle$ s desatinným delením uvádzam v tabuľkovej prílohe (Príloha 2.1)

V nasledujúcich grafoch (Obrázok 1 a Obrázok 2) je znázornený vývoj premenných celková ponuka práce na trhu a celkový objem investícií pri rovnakom uvažovanom šoku 10-percentného zvýšenia celkovej ponuky kapitálu.

Modrá a fialová čiara v grafoch nám ukazujú hraničné hodnoty pri Keynesovskom a klasickom uzáveri. V Obrázku 1 je horná klasická úroveň fixná a dolná - Keynesiánska - dopočítaná, kým v druhom (Obrázok 2) je to naopak. Žltá čiara naznačuje vývoj s meniacimi sa hodnotami váh. Podľa očakávania sa s krajnou hodnotou $w_a = 0$ správa TL aj $TINV$ klasicky a s druhou krajnou hodnotou $w_a = 1$ Keynesiánsky. S ostatným vývojom sa podľa predpokladu objavil previs ponuky nad dopytom. „Prepad“, ktorý nám vznikol v oboch prípadoch pri váhe s hodnotou 0,2 súvisí s výberom tvaru dopytovej funkcie. V našom modeli sme si pre vstupujúce hodnoty v účelovej funkcii zvolili

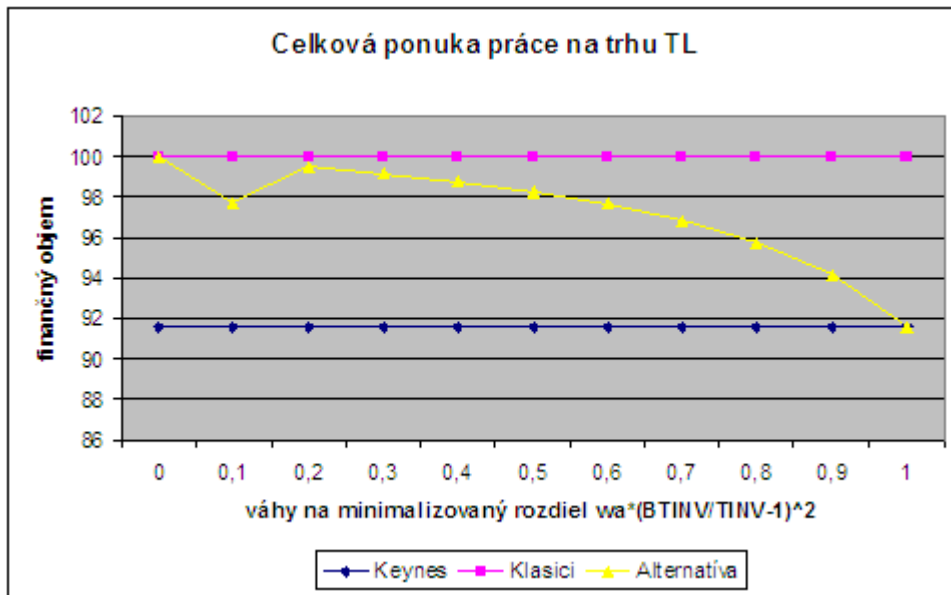
$$L^i = L^i(Y^i, p_L, p_K, \mathbf{P}) - \text{Cobb-Douglasov tvar,}$$

$$INV_j = INV_j(TINV, \mathbf{P}) - \text{Leontieffov tvar.}$$

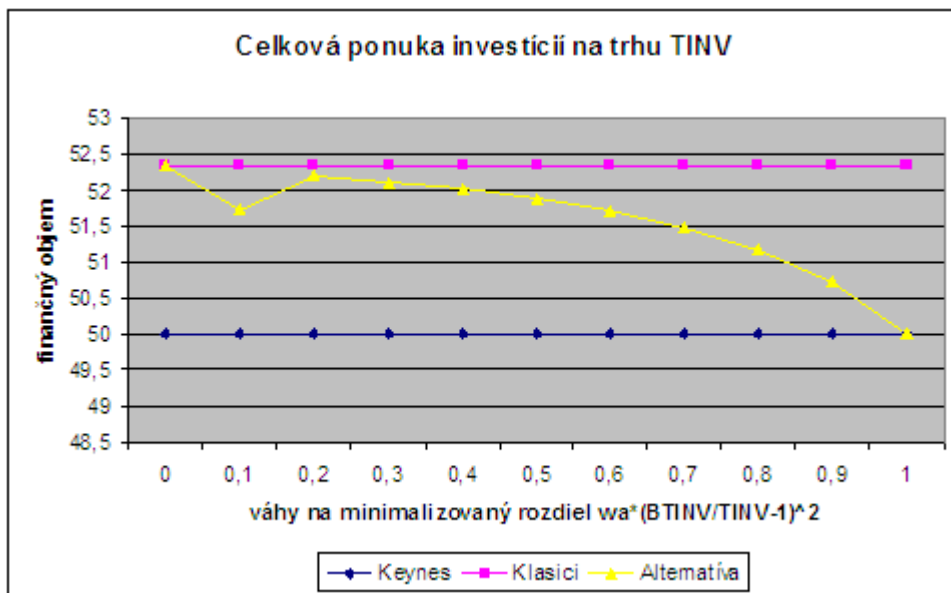
Ak zameníme Leontieffov tvar pri podmienenom dopytovom množstve v sektore investícií a zjednotíme ho s Cobb-Douglasovým tvarom funkcie podmieneného dopytu po práci, naša krivka sa „vyhladí“. Hodnoty pre TL aj $TINV$ so novým tvarom funkcie uvádzam v tabuľkovej (Tabuľka 3.1, Tabuľka 3.2) a grafovej (Graf 3.1, Graf 3.2) prílohe.

Vo všeobecnosti však môžeme konštatovať, že prehnutie kriviek nasvedčuje tomu, že ekonomika má tendenciu správať sa viac klasicky. Našu hypotézu demonštrujeme v kapitole 4 na modeli s reálnou SAM maticou.

Obrázok 1:



Obrázok 2:



4 CGE model s reálnou SAM maticou

V tejto kapitole sa zameriame na reálny CGE model vychádzajúci zo SAM matice za rok 2000⁶, vhodne agregovanej a zjednodušenej pre potreby modelu poukazujúceho na alternatívne uzavretie na trhu práce a investícií. V tomto modeli sa na rozdiel od CGE modelu použitého v kapitole 3 predpokladá otvorená ekonomika a teda v SAM matici nám pribudne nový sektor odzrkadľujúci obchod so zahraničím. Rovnako ako v predchádzajúcom príklade, SAM matica je symetrická, čo znamená, že sa z tabuľky dodávok a použitia majúcej rozmer komodity \times odvetvia, vytvorí pomocou transformácií a príslušných vzorcov štvorcová symetrická input-output tabuľka v komoditnom členení⁷ (komodity \times komodity) (pozri [2]). Nominálne toky sú zaznamenané v miliardách SKK, zaokrúhlené na 3 desatinné miesta z dôvodu prípadných chýb pri testovaní vybilancovania rovníc v modeli. Agregovaná SAM matica pre náš model vyzerá nasledovne:

Tabuľka 4: SAM matica za rok 2000

	X	Y	L	K	H	G	INV	ZAH
X	770,249	162,246			257,068	14,779	203,051	511,962
Y	189,361	330,108			206,031	143,775	28,983	148,968
L	164,824	225,216						10,254
K	182,270	257,905						
H			398,910	414,273		57,282		25,684
G				25,902	197,109			2,675
INV					202,447	5,232		24,355
ZAH	612,651	71,751	1,384		33,494	4,618		

⁶Zdroj: Štatistický úrad SR, Bratislava, Symetrická Input-Output tabuľka za rok 2000

⁷Existuje aj členenie odvetvia \times odvetvia. Komoditné členenie je však preferované EUROSTATOM.

Finančné objemy v štvorcovej podmatici $(X, Y) \times (X, Y)$ predstavujú náklady na medzispotrebu daných komodít v jednotlivých produkčných sektoroch. Tieto sektory sú klasifikované podľa OKEČ delenia a vhodne agregované do 2 produkčných sektorov: „ X “ - sektor výrobných aktivít (OKEČ 01 – 45) a „ Y “ - sektor služieb (OKEČ 50 – 95).

Podmatica tvorená z $(L, K) \times (X, Y)$ vyjadruje náklady vynaložené na výrobné faktory s pridanou hodnotou v jednotlivých sektoroch. Môžeme teda vidieť, že v sektore služieb Y bolo vynaložených v roku 2000 rádovo o 140 miliárd SKK viac na prácu a kapitál ako v produkčnom sektore X . V riadku práca „ L “ si ešte môžeme všimnúť položku v stĺpci zahraničia „ ZAH “ (10, 254 mld. SKK), čo indikuje príjmy obyvateľov pracujúcich v zahraničí. Naopak, v poličku (ZAH, L) je zaznamenaný finančný objem, ktorý bol vynaložený na náklady zahraničných pracovníkov. S rozšírením ekonomiky o zahraničia sa nám rozšíri rovnica rovnováhy na trhu s prácou o (+ príjmy zo zahraničia), (– výdavky do zahraničia).

V riadku reprezentatívneho spotrebného sektora domácností „ H “, ktorý je agregovaný s podnikmi vidíme, že jeho príjmy už nie sú obmedzené iba na príjmy z pracovnej činnosti a kapitálu (v stĺpci L a K), ale vzhľadom na to, že nám pribudol nový spotrebný sektor vlády „ G “, sú v nich zachytené finančné toky medzi domácnosťami s vládou a medzi domácnosťami a zahraničím. Takýmto tokom hovoríme transfery. Otvplyvňujú rovnice vyjadrujúce príjmy spotrebných sektorov o + hodnotu v prípade transferov do daného sektoru a – hodnotu v prípade transferov z daného sektora. Ako príklad si môžeme uviesť benchmarkové príjmy domácností, ktoré pozostávajú z + príjmov za prácu t.j. hodnota v (H, L) + príjmov za kapitál (H, K) + transfery od vlády domácnostiam (H, G) + transfery zo zahraničia domácnostiam (H, ZAH) – transfery od domácností vláde (G, H) – transfery od domácností zahraničiu (ZAH, H) .

Sektor vlády je formovaný analogicky ako sektor domácností, s tým rozdielom, že vláda nemá príjem z oboch výrobných faktorov, ale len z časti celkového kapitálu. Obyčajne v modeloch tvoria najväčšiu časť príjmov vlády dane (daň z produkcie, daň z pridanej hodnoty, spotrebná daň, daň z dovozu a iné). V našom modeli však abstrahujeme od akýchkoľvek daní, následkom čoho boli vhodne agregované k položkám, na ktoré sa viažu (odvody za zamestnancov priradené k nákladom na prácu v jednotlivých sektoroch, daň z produkcie priradená k nákladom na kapitál v jednotlivých sektoroch, daň na produkty spolu s daňou z pridanej hodnoty priradené k nákladom na medzispotrebu jednotlivých komodít).

Príjmy investícií v riadku „*INV*“ nám tvorí odložená časť zo spotreby domácností (*INV, H*) a odložená časť zo spotreby vlády (*INV, G*). Rovnicu rozpočtového ohraničenia pre investície nám dotvára navyše platobná bilancia, ktorej hodnota je explicitne vyjadrená v políčku (*INV, ZAH*).

Sektor zahraničia „*ZAH*“ je modelovaný cez Armingtonov prístup spomínaný v odseku (2.3) a je chápaný pod stĺpcom *X* a stĺpcom *Y* ako dovoz zahraničného tovaru v mld. SKK a v riadkoch *X* a *Y* ako vývoz tovaru. Produkcia Slovenska je v porovnaní so svetovými krajinami malá, a preto predpokladáme, že nemôže ovplyvniť svetové ceny, ktoré vystupujú z tohoto dôvodu v modeli ako exogénne premenné s hodnotou, rovnako ako pri benchmarkových úrovniach cien, rovnou 1. Ceny importu a ceny exportu sa teda odvíjajú od svetovej ceny a ceny výmenného kurzu.

$$\begin{aligned} p_j^{IM} &= p_j^{ZAH} p^{FX} \\ p_i^{EX} &= p_j^{ZAH} p^{FX} \end{aligned}$$

V modeli je na rozdiel od jednoduchého CGE modelu použitý princíp „vnorených“ funkcií (pozri [8]), ktorý nám rozdeľuje produkciu

$$Y^i = f^i(L^i, K^i, X, Y)$$

na dva fiktívne produkčné sektory, ktorých funkcia má, takisto ako funkcia produkcie, konštantné výnosy z rozsahu. Výhodou takéhoto rozdelenia je, že vstupy nemusia vchádzať do výroby pod jednotnou elasticitou substitúcie, ktorú určí konkrétny typ funkcie (Cobb-Douglas, Leontief, CES), ale majú rozdielnu elasticitu pre každý fiktívny produkčný sektor. V takomto prípade hovoríme, že sa produkčná funkcia rozdelí na pridanú hodnotu *VA*, združujúcu prácu a kapitál a medzispotrebu *IC*, združujúcu jednotlivé komodity.

$$\begin{aligned} Y^i &= f^i(VA^i, IC^i) \\ VA^i &= g^i(L^i, K^i) \\ IC^i &= h^i(X, Y) \end{aligned}$$

V našom modeli vyzerá produkčná funkcia pre konkrétne zvolené funkcie nasledovne:

$$Y^i = \text{Leontieff}[\text{Cobb} - \text{Douglas}(L^i, K^i), \text{Leontieff}(X, Y)]$$

Takto zadefinovanú otvorenú ekonomiku nám popíše nasledovný systém rovníc:

Dopytové vzťahy:

$$\begin{aligned}
L^i &= L^i(VA^i, p_L, p_K) \\
K^i &= K^i(VA^i, p_L, p_K) \\
X_j^i &= X_j^i(IC^i, p^A) \\
VA^i &= VA^i(Y^i, p_i^{VA}, p_i^{IC}) \\
IC^i &= IC^i(Y^i, p_i^{VA}, p_i^{IC}) \\
H_i &= H_i(TH, p^A) \\
G_i &= H_i(TG, p^A) \\
INV_i &= INV_i(TINV, p^A)
\end{aligned}$$

Rovnice rovnováhy na trhoch:

$$\begin{aligned}
TL &= \sum_i L^i + trans_{ZAH}^L - trans_L^{ZAH} \\
TK &= \sum_i K^i \\
A^i &= \sum_j X_j^i + H_i + G_i + INV_i \\
DS_i &= DS_i(A^i)
\end{aligned}$$

Import:

$$\begin{aligned}
D_i &= D_i(DS_i, p_i^D, p_i^{IM}) \\
IM_i &= IM_i(DS_i, p_i^D, p_i^{IM})
\end{aligned}$$

Export:

$$\begin{aligned}
D_i &= D_i(Y_i, p_i, p_i^{EX}) \\
EX_i &= EX_i(Y_i, p_i, p_i^{EX})
\end{aligned}$$

Rozpočtové ohraničenia:

$$\begin{aligned}
p_{TH}TH &= \beta^H M^H \\
p_{TG}TG &= \beta^G M^G \\
p_{TINV}TINV &= (1 - \beta^H)M^H + (1 - \beta^G)M^G + CAB
\end{aligned}$$

Rovnice nulového zisku:

$$\begin{aligned}
p_i^{VA}VA_i &= p_K K_i + p_L L_i \\
p_i^{IC}IC_i &= \sum_j p_j^A X_j^i \\
p_i Y^i &= p_i^{VA}VA_i + p_i^{IC}IC_i \\
p_{TH}TH &= \sum_j p_j^A H_j
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
p_{TG}TG &= \sum_j p_i^A H_j \\
p_{TINV}TINV &= \sum_j p_i^A INV_j \\
p_i^{DS} DS^i &= p_i^D D_i + p_i^{IM} IM_i \\
p_i^A A^i &= p_i^D D_i \\
p_i Y^i &= p_i^D D_i + p_i^{EX} EX_i
\end{aligned}$$

Prijmy spotrebných sektorov:

$$\begin{aligned}
M^H &= \sum_i p_L (L^i + trans_{ZAH}^L - trans_L^{ZAH}) + \sum_i p_K K^i + p_H (trans_G^H - trans_H^G) + \\
&\quad + p_{FX} (trans_{ZAH}^H - trans_H^{ZAH}) \\
M^G &= \sum_i p_K K^i + p_H (trans_H^G - trans_G^H) + p_{FX} (trans_{ZAH}^G - trans_G^{ZAH})
\end{aligned}$$

Obchodná bilancia:

$$\begin{aligned}
CAB &= \sum_i (p_i^{IM} IM_i - p_i^{EX} EX_i) + p_L (L^i + trans_{ZAH}^L - trans_L^{ZAH}) + \\
&\quad + p_{FX} (trans_G^{ZAH} - trans_{ZAH}^G + trans_H^{ZAH} - trans_{ZAH}^H)
\end{aligned}$$

Rovnice nastavenia cien:

$$\begin{aligned}
p_i^{EX} &= p_i^{ZAH} p_{FX} \\
p_i^{IM} &= p_i^{ZAH} p_{FX}
\end{aligned}$$

Nomeraire:

$$p_L = 1$$

Endogénne premenné:

- X_j^i – dopyt po komodite j v sektore i
- L^i – dopyt po práci v sektore i
- K^i – dopyt po kapitáli v sektore i
- VA^i – dopyt po pridanej hodnote v sektore i
- IC^i – dopyt po medzispotrebe v sektore i
- H_i – dopyt po komodite i v sektore domácností
- G_i – dopyt po komodite i v sektore vlády
- INV_i – dopyt po komodite i v sektore investícií
- IM_i – množstvo importovaných tovarov v sektore i
- EX_i – množstvo exportovaných tovarov v sektore i

A_i	– domáca (Armingtonova) ponuka v sektore i
Y^i	– domáca produkcia v sektore i
D^i	– domáca produkcia v sektore i určená pre domáci trh
DS_i	– domáca spotreba v sektore i
TH	– celková spotreba (blahobyt) domácností
TG	– celková spotreba (blahobyt) vlády
$TINV$	– celková spotreba (blahobyt) investícií
TL	– celková ponuka práce
TK	– celková zásoba kapitálu
M^H	– príjem domácností
M^G	– príjem vlády
CAB	– bilancia zahraničného obchodu
p_{FX}	– výmenný kurz
p_i	– cena domácej produkcie v sektore i
p_L	– cena práce
p_K	– cena kapitálu
p_i^{VA}	– cena pridanej hodnoty
p_i^{IC}	– cena medzispotreby
p_i^{IM}	– cena importov
p_i^{EX}	– cena exportov
p_i^A	– cena na domácom trhu
p_i^{DS}	– cena domácej spotreby
p_i^D	– cena domácej produkcie určenej pre domáci trh
p_{TH}	– cenová hladina spotreby sektoru domácností
p_{TG}	– cenová hladina spotreby sektoru vlády
p_{TINV}	– cenová hladina spotreby sektoru investícií

Exogénne premenné:

β^H	– sklon domácností k spotrebe (časť príjmov, ktorá je určená na spotrebu, zvyšných $(1 - \beta^H)$ investuje)
β^G	– sklon vlády k spotrebe (časť príjmov, ktorá je určená na spotrebu, zvyšných $(1 - \beta^G)$ investuje)
p_i^{ZAH}	– svetová cena komodity i

4.1 Uzávery reálneho CGE modelu

Vzhľadom na predpoklad otvorenej ekonomiky, nám oproti jednoduchému modelu z kapitoly 3 pribudne nová premenná - výmenný kurz. Rovnako nám však pribudne jedna rovnica, a to fixovaná obchodná bilancia \overline{CAB} . Zvyšné uzávery sú simulované podľa vzoru (3.1.1) - (3.1.3), čo znamená, že pri zvolenej fixnej úrovni

1. \overline{TK} a \overline{TINV} – dostávame Keynesiánsky uzáver,
2. \overline{TK} a \overline{TL} – dostávame klasický uzáver,
3. $e = (TINV/BTINV - 1)^2 + (TL/BTL - 1)^2$ – dostávame alternatívny uzáver.

4.2 Porovnanie získaných výsledkov z uzáverov

Pri ponechaní jednotkových váh pri alternatívnom uzáveri dostávame mierny previs ponuky a dopytu pre celkovú ponuku práce na trhu a celkový objem investícií, pri rovnakom predpoklade ako v jednoduchom CGE modeli, 10-percentného nárastu celkovej ponuky kapitálu na trhu. Z nasledujúcej tabuľky môžeme vidieť, že hodnoty sa v intervalovom rozpätí blížia skôr k hranici pre klasický uzáver, kde fixujeme endogénnu premennú TL a kde ponechávame premennú $TINV$ voľnú.

Tabuľka 5: Výstupy jednotlivých makroekonomické uzáverov

	TK	TL	TINV
Keynesiánsky uzáver	484,193	348,511	232,034
Klasický uzáver	484,193	398,91	246,120
Alternatívny uzáver	484,193	391,058	243,972

Našu hypotézu o určitej tendencii správania sa ekonomiky si overíme aj pri alternatívnom uzávere s meniacimi sa váhami v účelovej funkcii.

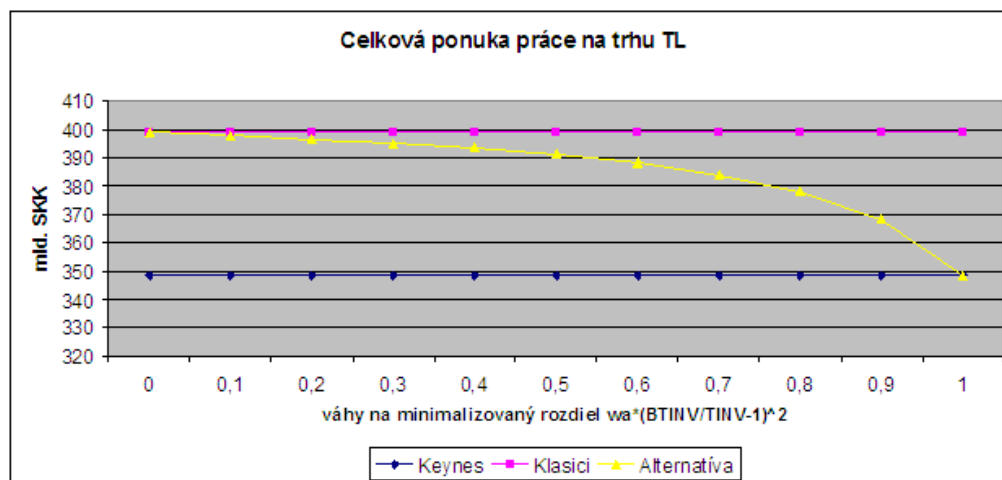
$$e = w_a * (TINV/BTINV - 1)^2 + w_b * (TL/BTL - 1)^2,$$

kde

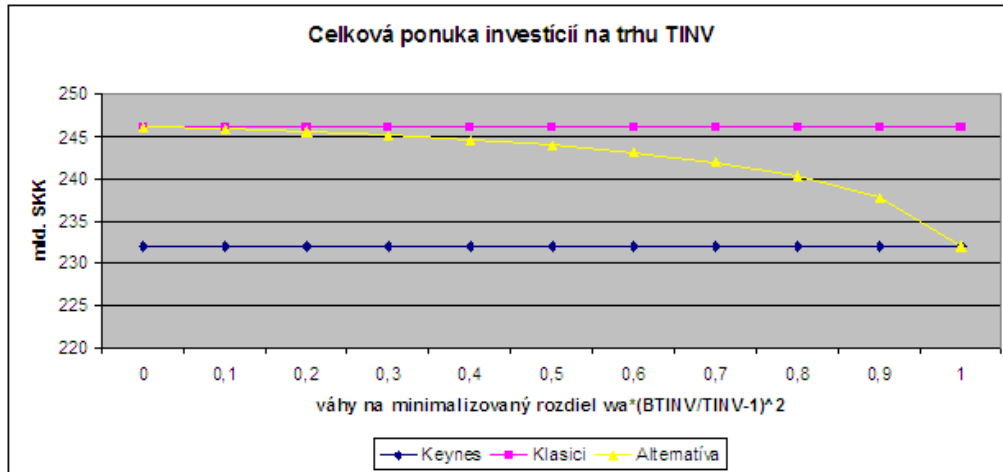
$$w_a + w_b = 1$$

Výsledky zo simulácie uvádzam v tabuľkovej prílohe (Príloha 2.2). Pri ponechaní jednotkového intervalu $\langle 0; 1 \rangle$ s desatinným delením si môžeme všimnúť, že nám nevznikla žiadna diskrepancia s makroekonomickou teóriou ohľadom prezamestnanosti na trhu práce. Takisto sa potvrdil aj fakt, že pri nastavení váhy $w_a = 0$, dostávame hodnoty TL a $TINV$ na úrovni Klasického uzáveru a naopak, pri nastavení $w_a = 1$, sú naše výsledky porovnateľné s Keynesiánskymi. Výstupy vidno aj v nasledujúcich grafoch (Obrázok 3 a Obrázok 4).

Obrázok 3:



Obrázok 4:



Keď si zhrnieme získané poznatky z alternatívneho uzáveru, vidíme, že naša hypotéza z kapitoly 3 v prípade jednoduchého CGE modelu sa potvrdila, lebo ako naznačuje sklon žltej krivky TL pri meniacich sa váhach v grafoch, ekonomika má naozaj miernu tendenciu správať sa klasicky. Našu výpoveď nemožno ale chápať ako objektívnu, lebo váhy volené pri účelovej funkcii sú čisto exogénne, nami volené premenné. Hodnoty pri $w_a = 0,5$ však zodpovedajú výstupu, keď ponechávame v účelovej funkcii rovnako veľké - jednotkové váhy. Tento prípad považujeme za stav, kedy si model sám, bez nášho exogénneho zásahu, vyberá nastavenie veľkosti celkovej ponuky práce na trhu a celkového objemu investícií. Hodnoty sú v oboch prípadoch - CGE model s fiktívnymi finančnými objemami, CGE model s reálnou SAM maticou - bližšie ku klasickej hranici.

5 Poznámky k numerickej realizácii

V odseku (3.2) je uvedené, že som si pre numerickej realizáciu modelu zvolila solver CONOPT. Do úvahy prichádzali aj ďalšie dve mnou vybrané subrutiny (SNOPT, MINOS) na riešenie úloh nelineárneho programovania. Musím konštatovať, že ich nasadením som narazila na nasledujúce problémy:

1. **V jednoduchom CGE modeli** mi slover MINOS vo viac ako polovici prípadov pri nastavovaní rôznych váh v alternatívnom uzáveru nespočítal riešenie, ktoré by bolo optimálne. Zvyšné riešenia sa zhodovali s výstupmi u solvera CONOPT. Solver SNOPT numerickej spočítal všetky prípady, avšak výstupy sú v rozpore s našimi očakávaniami, keďže na trhu s prácou nám vznikla v štyroch prípadoch prezamestnanosť. Navyše krajné hodnoty intervalu $(0; 1)$ sa nezhodujú s hodnotami pre Klasický a Keynesiánsky uzáver. Výsledky uvádzam v tabuľkovej prílohe (Príloha 4.1).
2. **V reálnom CGE modeli** sú výsledky pri solveroch MINOS aj SNOPT príbuzné s výsledkami solveru CONOPT, avšak solver SNOPT v niektorých prípadoch zlyhal a nedal riešenie - pozri tabuľková príloha (Príloha 4.2).

Za nedostatok softvéru považujem aj to, že GAMS našiel riešenie (optimálne) aj v prípade, že systém rovníc bol preurčený respektíve nedourčený.

Záver

Cieľom mojej diplomovej práce bolo poukázať na možnosť nového uzáveru, ktorý vznikol lineárnou kombináciou z predpokladov dvoch existujúcich makroekonomických teórií. V modeloch CGE je zrejmé, že axiómy klasická a Keynesiánska sú v rozpore - nemožno ich súčasne splniť. Alternatívny uzáver umožňuje vyhnúť sa takémuto deleniu tým, že pripúšťa odchýlky od teórií. Subjektívnym prvkom zostáva voľba váh, ktorá však rozširuje spektrum našich možností. Myšlienku diplomovej práce som aplikovala na jednoduchý CGE model s fiktívnymi finančnými tokmi, ale aj na CGE model s reálnou SAM maticou. V oboch prípadoch majú krivky pri alternatívnom uzávery rovnaký tvar, čím naznačujú, že správanie ekonomiky je bližšie ku klasickému modelu.

Literatúra

- [1] BENČÍK, M. (2001): Konštrukcia experimentálneho modelu všeobecnej ekonomickej rovnováhy a jeho vlastnosti, *Inštitút menových a finančných štúdií NBS*
- [2] BERNADIČ, F. - HAJNOVIČOVÁ, V. - LAPIŠÁKOVÁ, J. (2005): Národné účty, Tabuľky dodávok a použitia, Matica sociálneho účtovníctva, *Inštitút infomatiky a štatistiky v Bratislave*
- [3] BRUNOVSKÝ, P. : Mikroekonómia - učebné texty, *Fakulta Matematiky, Fyziky a Informatiky Univerzity Komenského v Bratislave*
<http://www.iam.fmph.uniba.sk/skripta/brunovsky2/>
- [4] BRUNOVSKÝ, P. - PÁLENÍK, V. - KOTOV, M. - MRÁZ, M.(2002): Simulácie vplyvov zmien vybraných daňových parametrov s využitím CGE modelov, *Združenie pre ekonomické modelovanie, prognózy a analýzy*
- [5] DECALUWÉ, B. - Martrens, A. - Monette M. (1987): Macroclosures in Open Economy CGE models: A Numerical Reappraisal, *Université de Montréal*
- [6] ĎURAŠ, J. - Hrivnáková, J. - Kvetan, V. - Páleník, V.(2004): Prognoza efektov hospodárskej stratégie CGE modelom, *Ústav Slovenskej a Svetovej Ekonomiky Slovenskej Akadémie Vied v Bratislave*
- [7] HARRIS LEE, R. - LOGFREN, H. - ROBINSON, S. (2002): A Standard Computable General Equilibrium (CGE) Model in GAMS, *International Food Policy Research Institute*
- [8] KOTOV, M. (2002): Modely všeobecnej ekonomickej rovnováhy, *Fakulta Matematiky, Fyziky a Informatiky Univerzity Komenského v Bratislave*
- [9] MENKYNA, R. (2005): Teória statických a dynamických CGE modelov, *Fakulta Matematiky, Fyziky a Informatiky Univerzity Komenského v Bratislave*
- [10] RATTSO, J. (1982): Different Macroclosures of the Original Johansen Model and Their Impact on Policy Evaluation, *Journal of Policy Modeling* 4(1):85-97

- [11] SEKEREŠ, S. (2006): CGE modely a vstupno-výstupné modely, *Fakulta Matematiky, Fyziky a Informatiky Univerzity Komenského v Bratislave*
- [12] SHOVEN, J. B. - WHALEY, J. (1992): Applying General Equilibrium, *Cambridge University Press*

Prílohy