

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY



Value-at-Risk: nástroj na meranie trhového rizika
DIPLOMOVÁ PRÁCA

Bratislava 2007

Matej Štalmach

Value-at-Risk: nástroj na meranie trhového rizika

DIPLOMOVÁ PRÁCA

Matej Štalmach



UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY
Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky

Ekonomická a finančná matematika

Vedúci diplomovej práce
Mgr. Stacho Mudrák

BRATISLAVA 2007

Čestne prehlasujem, že diplomovú prácu som vypracoval samostatne s využitím teoretických vedomostí a s použitím uvedenej literatúry.

Bratislava, apríl 2007

Matej Štalmach

Podakovanie

Ďakujem vedúcemu diplomovej práce Mgr. Stachovi Mudrákovi za ochotu, ústretovosť, pripomienky, odborné vedenie a za všetok čas, ktorý mi venoval v priebehu vypracovania diplomovej práce

Abstrakt

Dynamika vývoja finančného sektora od 70tych rokov minulého storočia si vynútila vznik risk manažmentu. V súčasnej dobe turbulentných a globalizovaných procesov na finančnom trhu sa risk manažment etabloval priamo do vedenia bánk a ďalších inštitúcií, podporovaný robustným aparátom pracovníkov inštitucionalizovaných podľa základnej del'by rizík.

Cieľom diplomovej práce je v krátkosti charakterizovať risk manažment a sústrediť pozornosť na metódy výpočtu jedeného z najpoužívanejších nástrojov na meranie trhových rizík - Value-at-Risk (VaR). V diplomovej práci predstavíme po teoretickej stránke metodológiu VaR, pričom dôraz sa kladie na tri základné metódy výpočtu VaR: historická simulácia, parametrické metódy a Monte Carlo simulácie. V záverečnej časti využijeme teoretické poznatky na empirickú analýzu výpočtu VaR všetkými tromi metódami na vybrané finančné inštrumenty.

Kľúčové slová: nástroje na riadenie finančného rizika, Value-at-Risk, metóda historickej simulácie, parametrické metódy, Monte Carlo simulácie, spätné testovanie – backtesting

Obsah

ÚVOD.....	6
1 RIADENIE FINANČNÝCH RIZÍK	7
1.1 TERMINOLÓGIA MERANIA RIZIKA	7
1.2 TYPOLÓGIA RIZÍK VO FINANČNÝCH INŠTITÚCIÁCH	8
1.2.1 Trhové riziko	9
1.2.2 Kreditné riziko.....	9
1.2.3 Riziko likvidity.....	9
1.2.4 Operačné riziko.....	10
1.2.5 Legislatívne riziko	10
1.3 NÁSTROJE NA MERANIE – RIADENIE FINANČNÝCH RIZÍK.....	10
1.3.1 Evolúcia analytických nástrojov risk manažmentu.....	11
1.3.2 Nástroje na meranie trhových rizík	11
2 VALUE-AT-RISK	13
2.1 ZÁKLADNE POJMY – TERMINOLÓGIA	13
2.1.1 VaR metric.....	14
2.1.2 VaR measure a ďalšie pojmy.....	14
2.1.3 Hodnota VaR metric.....	17
2.1.4 Vstupné dáta o vlastnom portfóliu.....	19
2.1.5 Mapping procedúra a transformačná procedúra.....	20
2.1.6 Štatistická inferencia.....	22
2.2 METODOLÓGIA VÝPOČTU VAR.....	26
2.2.1 Metóda historickej simulácie.....	26
2.2.2 Parametrické metódy.....	29
2.2.3 Monte Carlo metódy.....	33
2.3 BACKTESTING VAR.....	37
2.3.1 Predpríprava dát.....	37
2.3.2 Štatistické testovanie	38
2.3.3 Porovnávanie a rating alternatív	42
2.4 KRITIKA VAR.....	43
3 EMPIRICKÁ ANALÝZA VÝPOČTU VAR.....	44
3.1 DÁTA NA VÝPOČET VAR NA AKCIE.....	45
3.2 METÓDY VÝPOČTU VAR NA AKCIE.....	46
3.2.1 VaR - historická simulácia	46
3.2.2 VaR pomocou parametrických metód.....	47
3.2.3 VaR - Monte Carlo simulácia.....	48
3.3 EMPIRICKÁ ANALÝZA VÝPOČTU VAR AKCIÍ	49
3.3.1 Jednotlivé akcie	49
3.3.2 Portfólio akcií (1 BOBJ a 3 MSFT a 2 ONYX).....	60
3.4 SPÄTNÉ TESTOVANIE VAR AKCIÍ	67
3.4.1 Backtesting VaR na jednotlivé akcie	67
3.4.2 Backtesting VaR na portfólio akcií.....	69
3.5 ZHRNUTIE EMPIRICKEJ ANALÝZY.....	70
ZÁVER.....	72
LITERATÚRA	73
4 PRÍLOHY	74
4.1 PREHĽAD VAR V ZÁVISLOSTI OD A.....	74
4.2 BACKTESTING – TABUĽKY	75
4.2.1 Backtesting VaR na jednotlivé akcie	75
4.2.2 Backtesting VaR na portfólio akcií.....	76
4.3 ZDROJOVÉ KÓDY VÝPOČTU VAR.....	77

Úvod

Podnikateľské entity finančného sektoru sa v súčasnosti nachádzajú uprostred zložitého a premenlivého podnikateľského prostredia. Spoločnosti sú vystavené neistej budúcnosti s neurčitou výškou zisku resp. straty, kedy neriskujú len prostriedky klientov, ale aj vlastný kapitál. Orientácia v nestabilných podmienkach, nájdenie správneho smeru a výber vhodných mantinelov cesty k požadovaným cieľom patria medzi kľúčové úlohy risk manažmentu spomínaných organizácií. Risk manažment používa mnoho nástrojov ako merať a riadiť riziko, ktorému je spoločnosť vystavená v závislosti od typu finančného rizika.

Zvlášť aktuálna je otázka, koľko maximálne môže spoločnosť stratiť s určitou pravdepodobnosťou za vopred daný čas, ak investuje do množiny zadaných aktív. Odpoveďou na otázku je Value-at-Risk (VaR), ktorá predstavuje štandardný nástroj na meranie trhového rizika, v súčasnosti jeden z najrozšírenejších a najbežnejšie používaných v bankovom sektore na manažment – riadenie trhového rizika.

Diplomová práca pozostáva z troch kapitol. Prvá kapitola obsahuje základné informácie a charakteristiku merania rizika. Kapitola zároveň obsahuje základnú typológiu finančného rizika s krátkym prehľadom jednotlivých typov rizika. Na záver ponúkame stručný register používaných nástrojov na meranie resp. riadenie finančného rizika, ktoré sa používa, alebo v minulosti používalo najmä v bankovom sektore.

Druhá kapitola je obsahovo najširšia, pojednáva o Value-at-Risk, ako mimoriadne obľúbenom nástroji na meranie trhového rizika. Kapitola je vnútorne členená na štyri časti. Prvá časť obsahuje základné informácie a charakteristiku VaR. V tejto časti zdefinujeme pravdepodobnostnú schému VaR, s ktorou budeme ďalej pracovať. Jadrom druhej kapitoly je druhá časť, ktorá relatívne podrobne popisuje základné metódy výpočtu VaR a to metódu historickej simulácie, parametrické metódy a Monte Carlo metódy. Tretia časť druhej kapitoly ponúka spôsoby testovania výsledkov metód predstavených v podkapitole 2.2. Na záver druhej kapitoly poskytujeme priestor kritike VaR resp. neschopnosti matematických modelov zovšeobecniť realitu finančných trhov.

Treťou kapitolou je samostatná empirická analýza, ktorá zoskupuje výpočet a backtesting na tri samostatné akcie, ako aj portfólio zložené z týchto akcií. Ide o akcie renomovaných spoločností, ktoré sú obchodovateľné na burze v New Yorku. Súčasťou tejto analýzy je aj programová časť – počítačové spracovanie údajov na základe, ktorého sme získali uvádzané výsledky. Zdrojové kódy programového balíka Matlab sú súčasťou prílohy.

1 Riadenie finančných rizík

Po zásadných makroekonomických zmenách v 70tych rokoch sa vyprofilovali dve základné tendencie, ktoré determinovali zvyšujúcu sa mieru konkurencie a neistoty. Ako prvú možno označiť dereguláciu hospodárskej politiky, s apelovaním na trhovo orientované nástroje. Globalizácia je druhá významná tendencia a prinútila firmy čeliť skutočnej povahe globálnej konkurencie. Obe tendencie spôsobili, že firmy a najmä finančné inštitúcie dnes čelia veľkej škále rizík.

Vo všeobecnosti možno riziko rozložiť mnohými spôsobmi. Táto kapitola je zameraná iba na úzku, no jednu z najdôležitejších súčastí rizika – finančné riziko.

Finančné riziko definujeme ako, to čo firmy spájajú z možnými stratami na kapitálových a peňažných trhoch, napríklad z dôvodu posunu úrokových sadziieb, cien vlastných cenných papierov, straty z kurzových operácií, platobnej neschopnosti vypisovateľa dlhopisov a podobne. Pozícia – hodnota, ktorú podniky riskujú, že stratia sa dá mnohými nástrojmi finančného trhu starostlivo optimalizovať a preto výrobné podniky a poskytovatelia nefinančných služieb sa sústreďujú na riadenie podnikateľského rizika.

Naopak inštitúcie finančného trhu, ako banky, poisťovne, fondy sa sústreďujú na riadenie, predikciu, sprostredkovanie ochrany a poradenstvo v oblasti finančných rizík. Tieto inštitúcie musia merať zdroje rizika tak precízne, ako je to len možné v snahe kontrolovať cenu rizika.

Skôr ako je spoločnosť schopná si vypýtať cenu za zmiernenie rizika resp. aby bola schopná manažovať riziko v únosnej miere, musí byť schopná odmerať akému riziku v akej podobe čelí. Neexistuje jednotná náuka o finančnom riziku, čo implikuje, že ani terminológia nie je presne špecifikovaná, no napriek tomu v nasledujúcej podkapitole uvádzame bežne používanú terminológiu pri riadení rizík¹.

1.1 Terminológia merania rizika

V rámci štúdia financií, najmä z kvantitatívnej stránky, nachádzame mnoho paralel medzi skúmaním fyzikálne – prírodných zákonitostí a sociologických trhových závislostí, terminológiu nevyvímajúc.

Pod pojmom meranie sa rozumie operácia, ktorá určitému javu, alebo procesu priradí hodnotu najčastejšie číselnú. V rámci merania rozlišujeme medzi pojmami:

- **meranie (measure):** operácia, ktorá priradí niečomu hodnotu
- **metrika (metric):** interpretácia nameranej hodnoty

Priklad: Využitie rozpínavosti látok, konkrétne ortuti na zmeranie teploty ľudského teľa je meranie (measure). Nameraná hodnota: teplota ľudského tela 37 °C je metrika (metric).

Riziko má dva základne komponenty. Po prvé v akej výške budeme čeliť v budúcnosti riziku t.j. aké budú straty z jednotlivých operácií na finančnom trhu, tento jav označujeme ako expozícia (exposure). Po druhé aká je miera istoty, že spomínaná strata nastane, väčšinou je definovaná mierou pravdepodobnosti. Tento jav označujeme ako neistotu (uncertainty).

¹ Kapitola 1.1 je spracovaná podľa Holton G.: Value-at-Risk: Theory and Practice, Academic Press, New York, 2003

Príklad: Ak plávame pri veľkej koralovej bariére v Austrálii, kde je zvýšený pohyb žralokov, riziko ktorému sme vystavený má dve zložky:

- **expozíciu**(exposure): riskujeme zranenie, v krajnom prípade smrť
- **neistotu**(uncertainty): nevieme, či nás žralok napadne, alebo nie

Aplikovaním terminológie merania na riziko získame pojmy meranie rizika (**risk measure**) a metrika rizika (**risk metric**). Risk measure je spôsob – metóda ako merať riziko. Interpretácia samotnej hodnoty risk measure je risk metric. Risk metric má typické tri formy:

- taká, čo interpretuje – **kvantifikuje expozíciu** (exposure)
- taká, čo interpretuje – **kvantifikuje neistotu** (uncertainty)
- taká, čo istým spôsobom interpretuje – **kvantifikuje expozíciu** (exposure) v kombinácii s **neistotou** (uncertainty)

Príklad: na ozrejmienie predchádzajúcich typov risk metric použijeme nástroje na meranie kreditného rizika PD, LGD, EAD, tak ako je to uvedené v Basel II alebo CAD:

- Probability of default = PD: Pravdepodobnosť vzniku platobnej neschopnosti majiteľa úveru. Ide o risk metric popisujúcu iba neistotu, nakoľko vieme s akou pravdepodobnosťou očakávať default klienta, ale nevieme, keď sa tak stane koľko stratíme, teda v akej výške sme vystavený riziku
- Exposure at Default = EAD: výška nesplatenej istiny a úrokov úveru počas 1 roka alebo v čase maturity, podľa toho čo nastane skôr, v prípade defaultu dlžníka. Táto risk metric popisuje expozíciu v prípade defaultu, ale nie neistotu, nakoľko vieme, že ak nastane default tak prideme maximálne o EAD, ale nemáme kvantifikované s akou mierou k tomu prideme.
- Loss given Default = LGD: je to percento z EAD, ktoré sa nepodarí vymôcť.

V prípade, že banka má implementovaný A-IRB prístup, môže v prípade klientov, ktorým poskytla spotrebný úver vypočítať PD, EAD a LGD. Z týchto čísel odhadne očakávanú strednú hodnotu straty z portfólia týchto úverov, čo je Risk metric, ktorá zahŕňa aj neistotu aj expozíciu nakoľko výsledná hodnota je výška straty, ktorú sme získali na základe rozdelenia pravdepodobnosti defaultu.

Finančné riziko je dosť široký pojem a nie je možné použiť na meranie a hodnotenie všetkých aspektov finančného rizika jednotnú metodiku. Riziko, s ktorým sa stretávajú finančné inštitúcie atomizujeme na základe činností, pri ktorých v organizácii vzniká.

1.2 Typológia rizík vo finančných inštitúciách

Delenie rizík, ktoré ponúkame v tejto podkapitole, nie je v zmysle faktorizácie celkového rizika, ktorému čelí organizácia vo finančnom sektore. Jednak z dôvodu, že dochádza k istému prekrytiu medzi skupinami rizika, ale aj z dôvodu, že zjednotenie nižšie ponúkaných podmnožín rizika netvorí celý priestor rizík, ktorým finančná inštitúcia je vystavená. Všeobecne, finančné riziko je klasifikované do týchto, pomerne všeobecných skupín:

- Trhové riziko
- Kreditné riziko
- Riziko likvidity
- Operačné riziko
- Legislatívne riziko

1.2.1 Trhové riziko

Riziko straty hodnoty portfólia vyvolanej pri prudkých zmenách cien jednotlivých aktív na finančných trhoch nazývame trhové riziko, nakoľko jeho existencia je spätá s ocenením aktív na trhu.

Trhové riziko má dve formy: **absolútnu** t.j. meranú priamo v peňažných jednotkách, alebo **relatívnu** t.j. meranú vo vzťahu k trhovému priemeru resp. benchmarku – určitý index.

Faktor, ktorý najvýraznejšie ovplyvňuje výšku trhového rizika je volatilita aktív, inými slovami veľkosť pohybov cien v čase okolo priemeru resp. fundamentálnej ceny vlastnených aktív v portfóliu.

1.2.2 Kreditné riziko

Kreditné riziko vzniká z faktu, že protistrana je neochotná alebo neschopná uhradiť záväzky. Výška rizika je potom expozícia, ktorú mala protistrana zaplatiť (väčšinou ide o splátky istiny a úrokov úveru, vyplácanie platieb z dlhopisov) znížená o recovery rate².

Viac všeobecne môžeme kreditné riziko definovať ako potenciálnu stratu trhovej hodnoty, ktorú si zapíše spoločnosť, poskytujúca finančné prostriedky protistranám z dôvodu kreditnej udalosti. Pod kreditnou udalosťou rozumieme zmenu schopnosti protistrany plniť si svoje záväzky, ktorá sa prejaví zmenu trhovej hodnoty poskytnutých úverov, zmenou ratingu protistrany, alebo zmenou pravdepodobnosti defaultu klienta. Považujem za dôležité upozorniť, že vzhľadom na sekuritizáciu úverového portfólia existuje prekrytie trhového a kreditného rizika.

1.2.3 Riziko likvidity

Likvidita je schopnosť, ako rýchlo sme schopný speňažiť aktíva, tak aby nebol výrazný rozdiel medzi aktuálnou predajnou cenou a bežnou predajnou cenou.

Vo finančných inštitúciách rozlišujeme niekoľko druhov rizika likvidity. Medzi najznámejšie skupiny patrí:

- **Product/market riziko likvidity:** vzniká z dôvodu, že banka nie je schopná predat' svoje aktíva vzhľadom na vysoké objemy, ktoré sú v jej portfóliu t.j. riziko likvidity je spôsobené najmä nelikvidným trhom s týmito produktmi³.
- **Riziko cash – flow:** vzniká z dôvodu neschopnosti synchronizovať prichádzajúce a odchádzajúce platby, ktoré musí banka vykonávať. Keď sa na problém pozrieme portfóliovou optikou, riešime zosúladenosť platieb, ktoré banka ako vypisovateľ platí v prípade krátkej pozície (short position), oproti platbám, ktoré banka dostáva ako vlastník aktív – dlhá pozícia (long position)

² Miera v akej je spoločnosť schopná vymôcť späť záväzky protistrany, ktorá jej dlhuje prostriedky

³ Najviac náchylné na tento typ rizika likvidity sú OTC (over the counter) produkty

1.2.4 Operačné riziko

Riziko priamych resp. nepriamych strát, ktoré vznikli kvôli neadekvátnym alebo nesprávnym interným procesom, systémom, správaním ľudských zdrojov, alebo z dôvodu externých udalostí (nepoistený výpadok prúdu, živelné pohromy a pod.) nazývame operačné riziko.

V minulosti boli operačné rizika počítané na základe expertných úvah a neexistovali ucelené kvantitatívne nástroje na meranie týchto rizík. Postupom času, ako sa zdokonaľujú informačné technológie, zlepšili sa systémy uchovávania a spracovania informácií o jednotlivých udalostiach, ktoré viedli k stratám z dôvodu operačných rizík, začínajú sa používať kvantitatívne nástroje na meranie týchto rizík. Kvantitatívne metódy sú podobné aktuárskym metódam používaným v poisťovníctve na meranie distribúcie strát na základe historických skúseností.

1.2.5 Legislatívne riziko

Legislatívne riziko je úzko späté s kreditným rizikom a operačným rizikom. Tento druh rizika vzniká, ak sa protistrana, ktorá stratí peniaze z transakcií, ktoré jej sprostredkovala banka, snaží vyhnúť zaplateniu za transakciu na základe vyhľadania chyby v zmluve na právnom základe. Legislatívne riziko vzniká aj vtedy, ak existujú indície, že protistrana nemá kompetenciu vstúpiť do dohodnutého obchodu.

Príklad⁴: Mestské zastupiteľstvá v Hammersmith a Fulhame si otvorili veľkú pozíciu na úrokový swap, ktorý nevyšiel a vyprodukoval veľkú stratu. Súdny veľkej Británie nakoniec rozhodli, že predstavitelia samospráv nemali právomoc vstúpiť do tohto obchodu, čoho výsledkom bola strata pre banky vo výške 178 miliónov dolárov.

Vo všeobecnosti sa pod pojmom riziko rozumie nebezpečenstvo alebo strata, pre oblasť financií presnejšie trhových operácií s aktívami, riziko predstavuje skôr disperziu stochastických procesov na ktorých závisí zisk finančnej spoločnosti. Variantnosť cien aktív sa môže ukázať v pozitívnom i negatívnom duchu, ale stále poukazuje na riziko, teda aj nadpriemerné zisky môžu indikovať, že niečo nie je poriadku. Počas vývoja risk manažmentu vznikli mnohé nástroje na meranie rizika, v nasledujúcej kapitole si niektoré priblížime.

1.3 Nástroje na meranie – riadenie finančných rizík

V oblasti trhových rizík sa najskôr začali používať kvantitatívne metódy na meranie výšky rizika, a práve trhové riziká sú predmetom nášho záujmu v diplomovej práci⁵. V nasledujúcich riadkoch tejto podkapitoly si v krátkosti rozoberieme nasledujúce témy:

- Nástroje používané na riadenie finančných rizík v minulosti
- Základné nástroje na meranie trhových rizík v súčasnosti

⁴ Zdroj: Jorion P.: Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk, 2nd ed., McGraw-Hill Trade, New York, 2001

⁵ Presnejšie iba jeden nástroj na meranie trhových rizík.

1.3.1 Evolúcia analytických nástrojov risk manažmentu

Zvyšujúca sa volatilita výmenných kurzov, úrokových sadzieb a cien komodít vytvorila potrebu tvorby nových finančných inštrumentov a analytických nástrojov pre risk manažment. Risk manažment sa rozvíjal na základe dvoch prúdov.

Po prvé rozvoj informačných technológií, lacnejšie telefonovanie, 24 hodinové obchodovanie, softvérové riešenie aplikácií na meranie rizika, schopné zvládať náročné matematické výpočty.

Po druhé rozvoj finančnej teórie, vznik nových produktov na zmierňovanie rizík resp. na odstraňovanie volatility z vlastneného portfólia (hedging).

Nasledujúca schéma poukazuje na kľúčové momenty vo vývoji risk manažmentu počnúc duráciou, ako nástroja na vyjadrenie závislosti zmeny ceny dlhopisu od zmeny úrokových sadzieb až po integráciu meranie všetkých tipov rizík v jednej metrike resp. aspoň v jednom systéme z viacerými metodologickými bázami.

Schéma vývoja nástrojov risk manažmentu⁶:

- **Etapu základných aktív: dlhopisov a akcií**
 - 1938: Dĺžka dlhopisov
 - 1952: Markowitzova optimalizácia portfólia
 - 1963: Sharpeov Capital Asset Pricing model
- **Etapu derivátov:**
 - 1973: Black - Scholesov model na ocenenie opcí
 - 1979: Binomický opčný model
- **Etapu atomistického prístupu riziku:**
 - 1983: RAROC
 - 1988: RWA pre banky, limity na „Greeks“
 - 1992: Stress testing
 - 1993: Value at Risk
 - 1994: RiskMetrics
 - 1997: CreditRisk
- **Etapu unifikovaného prístupu k riziku**
 - 1998: Integrácia kreditného a trhového rizika
 - 2000: Meranie rizika po celej šírke podnikateľskej sféry

Vzhľadom nato, že objektom diplomovej práce je jeden z nástrojov na meranie trhových rizík v nasledujúcej podkapitole priblížime základné nástroje ako merať a v podstate riadiť portfólio tak, aby bolo možné udržiavať preferovanú reláciu medzi výnosom a rizikom.

1.3.2 Nástroje na meranie trhových rizík

Merať trhové riziko znamená priradiť portfóliu určitú hodnotu, ktorá charakterizuje ako veľmi sa môže odchýliť od súčasnej hodnoty a či je pravdepodobné, že sa to stane, interpretácia závisí na zvolenej metrike.

Existuje mnoho softvérových riešení na meranie, analýzu a riadenie trhových rizík resp. na aktívnu prácu s portfóliom, čím rozumieme nákup a predaj aktív tak, aby

⁶ Zdroj: Jorion P.: Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk, 2nd ed., McGraw-Hill Trade, New York, 2001

zodpovedalo našej indiferentnej krivke preferencie miery rizika a rozpočtových obmedzení. Ponúkame základný prehľad nástrojov na meranie trhového rizika⁷:

- **Mark-to-Market** : sledovanie súčasnej trhovej hodnoty portfólia, s tým, že je vypracovaná politika limitov, stropov pokiaľ možno držať otvorené pozície resp. veľmi sofistikovaná politika obchodovania. Riadenie rizík spočíva v systémových riešeníach reportingu, kontroly a zostavovaní politiky obchodovania.
- **Plánovanie situácií**: ponúkajú informácie o hodnote portfólia, ak rizikové faktory⁸ dosiahnu určitú, užívateľom stanovenú hodnotu.
 - Scenáre vývoja: relatívne malé zmeny rizikových faktorov od súčasného stavu alebo od strednej hodnoty.
 - Stres Testing: extrémna zmena rizikového faktora
- **Analýza senzitivnosti**: počíta zmenu hodnoty aktíva resp. portfólia vzhľadom na určitú premennú najčastejšie cenu podkladového aktíva pri derivátoch a úrokovú mieru pri bondoch.. Matematicky sa zmena funkčnej hodnoty v závislosti od vstupnej premennej počíta pomocou diferenciálneho počtu.
 - Greeks:
 - *Delta*: prvá derivácia podľa ceny risk faktora (pri opciách cena podkladového aktíva)
 - *Gama*: druhá derivácia podľa ceny risk faktora
 - *Teta*: prvá derivácia podľa jednotky času
 - *Vega*: prvá derivácia podľa volatility risk faktora
 - Dlhopisy
 - *Durácia*: trvanie splatenia dlhopisu, vyjadruje lineárnu zmenu ceny dlhopisu v závislosti od posunu krivky úrokových mier
 - *Konvexicita*: spolu s duráciou vyjadruje jemnejšie zmenu ceny dlhopisu od pohybu krivky úrokových sadzieb
- **Optimalizácia portfólia**: Aktívna/Pasívna správa portfólia
 - Markowitzova optimalizácia⁹: minimalizujeme volatilitu portfólia pri stanovenej miere výnosov podľa vzťahu k riziku (averzia, indiferentnosť, obľuba)
 - Pasívna správa portfólia dlhopisov, zameraná na duráciu
- **Value-at-Risk**: ponúka hodnotu najväčšej nožnej straty, ktorú môžeme dosiahnuť vzhľadom na vlastnené portfólio s vopred danou pravdepodobnosťou a vo vopred zadaný časový horizont.

Value-at-Risk je v súčasnosti jeden z najbežnejších nástrojov meranie trhového rizika a tomuto nástroju sú venované aj zvyšné dve časti práce. V druhej kapitole si povieme teoretické aspekty metodiky VaR¹⁰. V poslednej časti implementujeme predstavené metódy na výpočet VaR na akcie a dlhopisy pomocou programového vybavenia Matlab.

⁷ Zdroj: SaS Course Notes: Risk Dimensions®: Configuration and Analysis

⁸ Faktory, ktoré ovplyvňujú hodnotu jednotlivých aktív resp. celého portfólia (úroková miera, výmenný kurz, cena akcií, volatilita cien akcií, komodít, ...)

⁹ Viac informácií: Melicherčík I., Olšarová L., Úradníček V.: Kapitoly z finančnej matematiky 1, Bratia Sabovci s.r.o., Zvolen, 2005

¹⁰ VaR je všeobecne používaná skratka pre Value at risk, v tomto ohľade ani táto diplomová práca nie je výnimkou a budeme VaR a Value at Risk ďalej považovať za synonymá

2 Value-at-Risk

2.1 Základné pojmy – terminológia

VaR nie je možné jednoznačne zadefinovať, pretože jednak v akademickej oblasti ani vo finančnom svete nie je jednotný názor, čo by VaR mala reprezentovať. Avšak v poslednom desaťročí sa výrazne pokročilo v regulovaní rizika vo finančnom sektore a VaR sa stala jedným zo štandardných nástrojov na meranie rizika, ktoré regulátor vyžaduje. Pochopiteľne tento proces formálne determinoval aj VaR, avšak nepriniesol konzistenciu VaR ani naprieč bankovým sektorom. Inými slovami nezjednotil meranie rizika v rozsahu, ktorý priniesli štandardy IAS/IFRS do účtovníctva. Definíciu i keď nie v striktno matematickom duchu možno čerpať priamo z The 1996 RiskMetrics Technical Document¹¹: „*Value-at-risk* meria maximálnu potenciálnu zmenu hodnoty portfólia finančných inštrumentov s danou pravdepodobnosťou vo vopred určenom časovom horizonte. VaR odpovedá na otázku: koľko môžem stratiť s x % pravdepodobnosťou v danom časovom horizonte“

Hore uvedenú formuláciu VaR, možno podložiť aj definíciami niektorých známych autorov, ktoré pre ilustráciu uvádzam

- **P. Jorion**¹²: „*VaR* sumarizuje najhoršiu stratu počas stanoveného časového horizontu v danom konfidenčnom intervale.“
- **P. Embrechts**¹³: „*VaR* je percentil (quantil) distribúcie ziskov a strát s vlastnosťou, že s malou exogénne určenou pravdepodobnosťou, stratíme VaR a viac pri fixne určenom časovom horizonte.“
- **C. Butler**¹⁴: „*VaR* meria najhoršiu očakávanú stratu, ktorá inštitúcii hrozí počas daného časového intervalu, pri normálnych trhových podmienkach, pri danej hladine významnosti. VaR hodnotí toto riziko pri použití štatistických a simulačných modelov, ktoré sú vyvinuté, aby určili volatilitu dotknutého portfólia banky.“
- **G.A. Holton**¹⁵: „*VaR* je kategória na meranie trhového rizika (risk measure). Ako každú kategóriu na meranie rizika, definujeme VaR vzhľadom na metriku (risk metric), ktorá podporuje a interpretuje VaR meranie.“

Posledne menovaná definícia sa líši od zvyšných troch a podobne sa líšia prístupy jednotlivých autorov k vysvetleniu Value-at-Risk. Butler aj Jorion sa snažia o vysvetlenie VaR smerom zhora nadol, zatiaľ čo Holton vysvetľuje VaR zdola na hor, čím vytvára istú analógiu ako Black, Scholes a Merton, keď napísali technicky zamerané práce o oceňovaní opcií resp. finančných derivátov. Podobne ako spomínaní autori aj dielo Holtona, bolo sprvoti odmietané vzhľadom na matematickú náročnosť a úprimne povedané aj strnulé matematické vyjadrovanie, ktoré však kompenzujú početné praktické príklady.

Na pochopenie Holtonovej definície VaR je potrebné vybudovať istý terminologický aparát, s ktorým budeme ďalej pracovať a pomôže nám k pochopeniu celého procesu

¹¹ Prvá sprístupnená komerčne využívané metodológia VaR, priniesol ju J. P. Morgan v r. 1996. Zdroj: Morgan J.P., Reuters: RiskMetrics Technical document, New York, 1996, <http://www.riskmetrics.com/rmcofv.html>

¹² Zdroj: Jorion P.: Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk, 2nd ed., McGraw-Hill Trade, New York, 2001

¹³ Zdroj: Embrechts P.: Integrated Risk Management for Banking and Insurance, Latsis-Symposium 2001 www.math.ethz.ch/~embrechts/

¹⁴ Zdroj: Butler C.: Mastering Value at Risk, Financial Times/Prentice Hall, New Jersey, 1998

¹⁵ Zdroj: Holton G.: Value-at-Risk: Theory and Practice, Academic Press, New York, 2003

fungovania nástroja VaR vo finančnej inštitúcii. Podobne, ako pri všeobecnom prístupe k riziku máme spôsoby merania - risk measure pre VaR a interpretáciu nameraných, odhadnutých resp. vypočítaných hodnôt risk metric pre VaR.

2.1.1 VaR metric

Predstavme si portfólio, ktoré sa nebude počas sledovaného obdobia obchodovať, teda súčasná hodnota (na začiatku sledovaného obdobia) portfólia 0P je známa, hodnota portfólia na konci obdobia 1P je neznáma a závisí od hodnoty jednotlivých inštrumentov v portfóliu v čase 1. 1P je vlastne náhodná premenná, ako náhodnej premennej jej možno určiť rozdelenie pravdepodobnosti¹⁶ podmienené informáciami, ktoré sú známe v čase 0. Následne môžeme kvantifikovať trhové riziko niektorým parametrom tohto podmieneného rozdelenia. Formálne: VaR Metric je reálna funkcia:

- distribúcie 1P podmienenej informáciami v čase 0
- súčasnej hodnoty portfólia 0P

Príklad:

- Štandardná odchýlka 1P podmienená informáciami v čase 0 je VaR metric
- Štandardná odchýlka jednoduchých výnosov 1r podmienená informáciami v čase 0 je VaR metric
- Štandardná odchýlka strát portfólia 1L podmienená informáciami v čase 0 je VaR Metric
- Kvantil distribúcie strát portfólia 1L , ktorá je podmienený informáciami v čase 0 je VaR Metric

Na úplnú špecifikáciu VaR metric, musíme indikovať tri veci

1. Časovú periódu - horizont
2. Funkciu hodnoty portfólia a podmienenú distribúciu náhodnej premennej 1P
3. Menu, v ktorej sú 0P a 1P denominované

Poznámka: V praxi meriame čas v tých istých jednotkách, ako dlhý je horizont, na ktorý počítame VaR, teda časová perióda začína 0 a končí 1. Zároveň platí konvencia pre pomenovanie VaR metric.

- názov VaR metric obsahuje horizont na ktorý sa vypočítava, funkciu parametrov distribúcie a menu. Presne v tomto poradí
- ak je horizont počet dní bez bližšej špecifikácie, myslia sa obchodovacie dni
- ak funkcie je kvantil rozdelenia strát, je uvádzaný ako percento.

Príklad: VaR metric

- 1 dňová štandardná odchýlka z aritmetických výnosov v EUR
- 10 dňový 5% kvantil ziskov a strát v SKK
- 3 týždenná očakávaná strata z 5% kvantilu ziskov a strát CHF¹⁷

2.1.2 VaR measure a ďalšie pojmy

Vzhľadom nato, že meranie rizika – risk measure je kategorizované podľa toho, akú metriku podporuje, teda ak máme definovanú VaR metric, tak VaR measure sú operácie – množina výpočtov ktoré vedú k určeniu výsledku, ktorý je interpretovateľný a metodicky správny vzhľadom na nami určenú VaR metric. Pri tvorbe VaR measure máme vo

¹⁶ Rozdelenie pravdepodobnosti môže byť, vzdialené nám známym parametrickým rozdeleniam, ale vždy sa snažíme toto rozdelenia pravdepodobnosti určiť, tak, aby sme s nim mohli ďalej pracovať

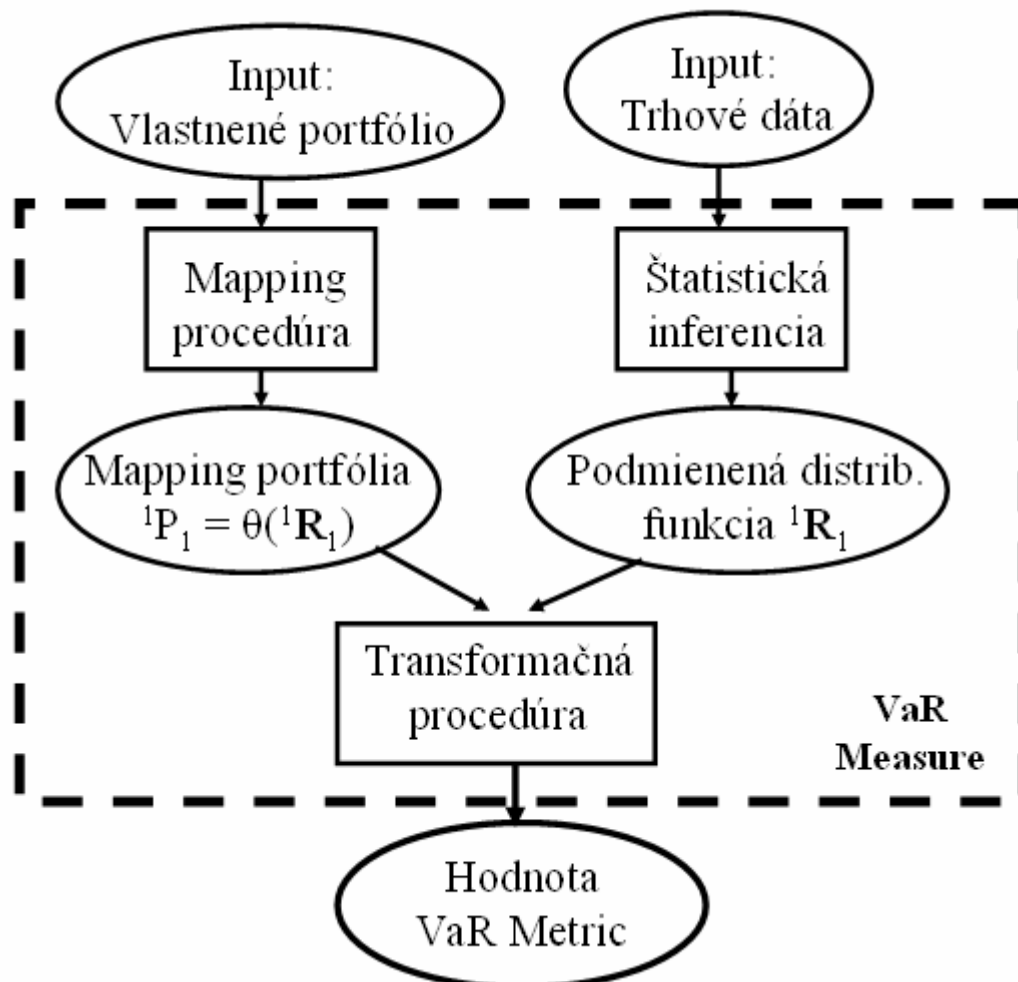
¹⁷ Táto VaR Metric má názov Expected shortfall

všeobecnosti na myslí nejaký finančný model, ktorý môže mať mnoho podôb. Model je väčšinou zovšeobecnenie a najmä zjednodušenie reality. Mnohokrát vyžaduje splnenie nutných predpokladov a odvoláva sa na výdobytky širokej škály oborov ako portfóliová analýza, metódy ocenenia finančných nástrojov, finančné inžinierstvo, optimalizácia, štatistika, analýza časových radov a podobne. Tieto modely nazývame VaR modely

Nakoniec, keď máme VaR measure, musíme zabezpečiť nevyhnutné vstupné dáta, nakódovať operácie, výpočty do používaného softvéru, software uložiť na hardvér. Tento proces možno zhrnúť pod pojem VaR implementácia.

Špecifikácia VaR measure sa líši z mnohých dôvodov, najmä podľa použitej metodológie samotného výpočtu VaR¹⁸, ale všetky vo všeobecnosti spĺňajú schému na obrázku 2.1. V schéme obdĺžnik zobrazuje procedúru, teda určitý úkon (výpočet, transformáciu, pridelenie nazberaným dátam určitú rolu, čím získavajú rolu údajov). Elipsa prezentuje vstupné a výstupné dáta a údaje z jednotlivých procedúr.

Obrázok 2.1: Schéma výpočtu VaR¹⁹



Jednotlivým prvkom schémy sa budeme venovať podrobnejšie. Na tomto mieste, si dovoľíme iba istú motiváciu k ďalšiemu textu a uvedieme jednoduchší príklad, na prvotné uvedenie prístupu k VaR.

¹⁸ Metodológiou výpočtu VaR sa budeme zaoberať podrobne v podkapitole 2.2

¹⁹ Zdroj: Holton G.: Value-at-Risk: Theory and Practice, Academic Press, New York, 2003

Súčasná hodnota portfólia 0P je daná väčšinou v účtovníctve²⁰. Vyskytuje sa istý problém s finančnými derivátmi, ktoré sa vedú iba na podsúvahových účtoch, no štandardy IAS/IFRS sa snažili vysporiadať i s touto skutočnosťou. Pre určenie - odhadnutie hodnoty 1P je potrebné nájsť formulu – predpis reálnej funkcie θ , ktorá opisuje ako s dát, ktoré má inštitúcia v svojom dátovom sklade vypočíta hodnotu svojho portfólia. V najjednoduchšom prípade je to cena vlastneného aktíva krát množstvo aktíva a to zosumované cez všetky aktíva obchodovateľné na trhu a obsiahnuté v portfóliu. Pre jednoduchší matematický zápis si definujeme vektor kľúčových faktorov 1R , ktorý jednoznačne determinuje hodnotu portfólia, v našom jednoduchom prípade by to bol vektor cien a formula by mala tvar $w^T \cdot {}^1R$, kde w je vektor počtu jednotlivých aktív. Zostavenie reálnej funkcie vektorového argumentu je mapping procedúra, čo možno charakterizovať ako zedefinovanie väzieb medzi dátami, tak aby sme dosiahli výslednú hodnotu portfólia.

Na to aké rozdelenie má náhodný vektor kľúčových faktorov 1R , slúži procedúra štatistickej inferencie.

V transformačnej procedúre nakoniec príde k syntéze výstupov už spomínaných procedúr mapping portfólia a štatistickej inferencie, čím získame charakteristiky – parametre podmieneného pravdepodobnostného rozdelenia 1P . Použitím týchto charakteristík určíme hodnotu požadovanej VaR metric, ako výstup VaR measure.

Pre čitateľa, ktorý nie je zžitý s terminológiou risk measure a risk metric, v aplikácii na VaR, môže byť veľmi nápomocný nasledujúci príklad, kde si predstavíme v skrátenej forme niektoré prvky všeobecnej schémy výpočtu VaR, ako už bolo napísané jednotlivé prvky schémy preberieme v nasledujúcich podkapitolách.

Príklad: úloha je vypočítať $VaR_{0,95}$ ²¹ v čase 1. Podnikáme na Slovensku a teda povinnosť máme vykazovať hodnotu portfólia, ako aj VaR v slovenských korunách

Input dáta:

- Vlastníme portfólio pozostávajúce z:
 - 1 akcie Business Objects S.A. (BOBJ)
 - 3 akcií Microsoft Corporation (MSFT)
 - 2 akcií Onyx Pharmaceuticals (ONYX)
- Trhové dáta
 - Ceny akcií BOBJ, MSFT, ONYX
 - Výmenný kurz USD na SKK v priamej kotácii t.j. 1 USD = 28.63 SKK

Označenie:

- w_i : počet kusov akcie i v portfóliu
- tS_i : hodnota akcie i v SKK
- tR_i : rizikový faktor, cena akcie i v USD
- tR_4 : rizikový faktor výmenný kurz USD na SKK
- tP : hodnota portfólia v čase t
- ${}^tP/L$: hodnota zisku/straty v čase t

²⁰ Účtovná hodnota sa však nemusí zhodovať so skutočnou hodnotou portfólia, viac v podkapitole 2.3

²¹ Na mysli máme: vypočítať takú stratu, že na 95% neprerobí vlastnené portfólia viac ako $VaR_{0,95}$

Mapping: Formula na výpočet hodnoty portfólia v SKK

$${}^1P = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix}^T * \begin{pmatrix} {}^1S_1 \\ {}^1S_2 \\ {}^1S_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix}^T * {}^1R_4 * \begin{pmatrix} {}^1R_1 \\ {}^1R_2 \\ {}^1R_3 \end{pmatrix} = \psi \left[\varphi \begin{pmatrix} {}^1R_1 \\ {}^1R_2 \\ {}^1R_3 \end{pmatrix} \right]$$

$${}^1P = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}^T * {}^1R_4 * \begin{pmatrix} {}^1R_1 \\ {}^1R_2 \\ {}^1R_3 \end{pmatrix} = {}^1R_4 * ({}^1R_1 + 3*{}^1R_2 + 2*{}^1R_3) = \theta \begin{pmatrix} {}^1R_1 \\ {}^1R_2 \\ {}^1R_3 \\ {}^1R_4 \end{pmatrix}$$

Remapping: Formula na výpočet portfólia, funkcia je lineárna vo vektore rizikových faktorov

$${}^1P/L = {}^1P - {}^0P = \theta \begin{pmatrix} {}^1R_1 \\ {}^1R_2 \\ {}^1R_3 \\ {}^1R_4 \end{pmatrix} - \theta \begin{pmatrix} {}^0R_1 \\ {}^0R_2 \\ {}^0R_3 \\ {}^0R_4 \end{pmatrix} = \theta ({}^1R) - \theta ({}^0R) \approx \nabla \theta ({}^0R)^T * ({}^1R - {}^0R)$$

$${}^1P/L = \begin{pmatrix} {}^0R_4 \\ 3*{}^0R_4 \\ 2*{}^0R_4 \\ {}^0R_1 + 3*{}^0R_2 + 2*{}^0R_3 \end{pmatrix}^T * ({}^1R - {}^0R)$$

Štatistická inferencia: nájdeme podmienené rozdelenie vektorovej premennej 1R

VaR Metric: Odvodíme požadovanú štatistiku o P/L, nakoľko poznáme rozdelenie 1R a P/L je lineárna transformácia viacrozmernej náhodnej premennej 1R .

2.1.3 Hodnota VaR metric

Pre účely tejto diplomovej práce Value at Risk zadefinujeme jednoznačne ako VaR metric, ktorá je definovaná²²:

$${}^tVaR_{\alpha,j} := \Pr[P/L < -1 * VaR] = 1 - \alpha$$

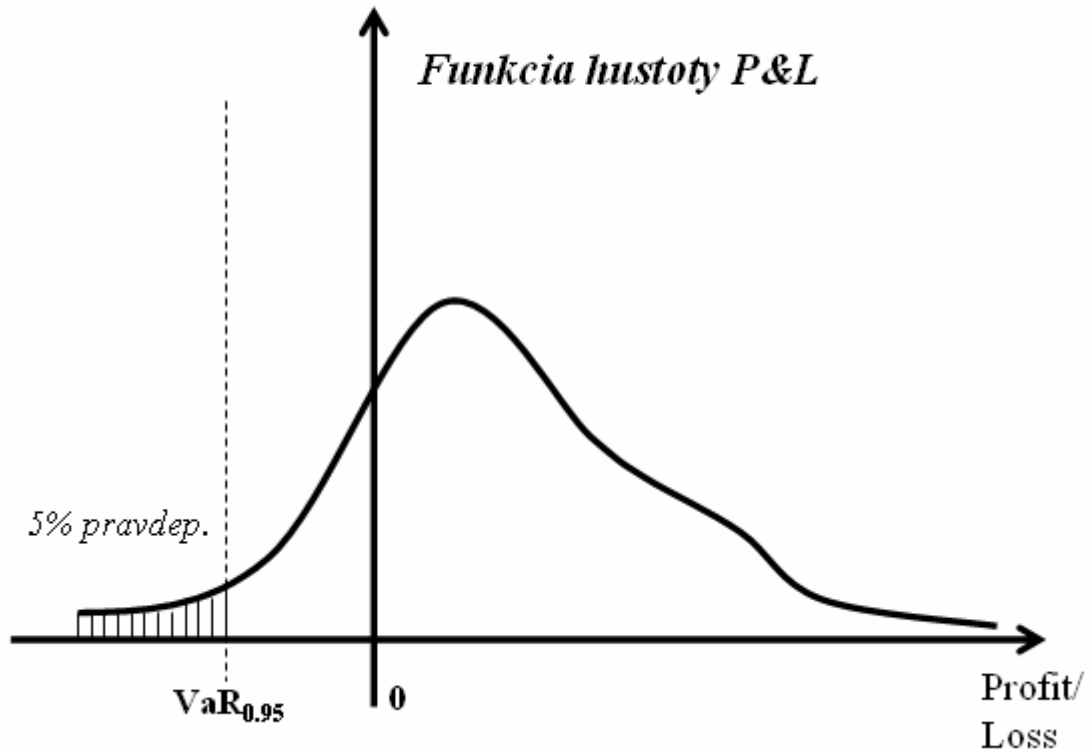
Označenie:

- ${}^tVaR_{\alpha,j}$: maximálna - najhoršia možná strata, ktorú očakávame v priebehu t dní na 100* α percent v čase j. Inými slovami: v priebehu t dní od času j na 100* α percent bude najhoršia strata maximálne ${}^tVaR_{\alpha,j}$. Strata = -1 * zisk. Ak t nie je špecifikované, máme na mysli 1 dňovú VaR
- P/L: hodnota zisku/straty portfólia
- Pr[.]: funkcia pravdepodobnosti
- α : hladina spoľahlivosti

²² Značne sme okresali pojem VaR Metric v chápaní Holtona, ale jednoznačnosťou sledujeme čitateľnosť práce s dôrazom na pochopenie a samotné vyrátanie VaR, ako je to bežné v bankovej praxi. Zároveň sme takto zjednotili pojem Value at risk bežne používaný v literatúre a VaR metric definovanú v Holtonovi (2002)

Grafickú interpretáciu uvedenej formuly pre stanovenie Value-at-Risk prináša obrázok 2.2.

Obrázok 2.2: VaR – vizuálna predstava



Za zmienku stojí, že BASEL II aj CAD III, vyžadujú počítať 10 dňovú (2 týždennú) VaR. Diplomová práca je celá zameraná na výpočet 1 dňovej VaR. V praxi sú zaužívané dva postupy, ako počítať t dňovú VaR.

- Odhadovať VaR na základe histórie t dňových údajov podkladových dát – rizikových faktorov.
- Odhadnúť 1 dňovú VaR a prepočítať ju na viacdňovú pomocou pravidla druhej odmocniny času, teda prenásobiť jednodňovú VaR druhou odmocninou z t

Poznámka: Ešte považujeme za potrebné si uvedomiť, že VaR vyjadruje stratu a teda má záporne znamienko vo vektore ziskov. V prípade rigidnej definície premennej ziskov/strát [P/L] platí:

$$P/L_t = |P_t - P_{t-1}|$$

$$P/L_t \geq 0 \text{ pre } \forall t$$

ak $P_t < P_{t-1}$ tak P/L je strata
 ak $P_t \geq P_{t-1}$ tak P/L je zisk

Pre účely diplomovej práce platí:

$$\begin{aligned}P/L_t &= P_t - P_{t-1} \\L/P_t &= P_{t-1} - P_t \\VaR_{\alpha,t} &:= \Pr[P/L < -1 * VaR] = 1 - \alpha \\VaR_{\alpha,t} &:= \Pr[P/L > -1 * VaR] = \alpha \\VaR_{\alpha,t} &:= \Pr[L/P < VaR] = \alpha \\VaR_{\alpha,t} &:= \Pr[L/P > VaR] = 1 - \alpha\end{aligned}$$

- P_t : hodnota portfólia v čase t
- P/L_t : zisk
- L/P_t : strata

Poznámka: V prípade, že 1 dňová $VaR_{0,95}$ bude menšia ako 0 napríklad -1 000 EUR, platí, že očakávaná strata s pravdepodobnosťou 95% bude nižšia ako -1 000 EUR, čo možno povedať slovami, že za deň zarobíme viac ako 1 000 EUR v 95 zo 100 prípadov.

2.1.4 Vstupné dáta o vlastnenom portfóliu

Podľa predchádzajúcej schémy vstupné dáta delíme na údaje o vlastnenom portfóliu a údaje o trhových dátach. Princiipiálne do výpočtu VaR metric vstupujú obidva typy vstupných údajov a teda by mala byť vytvorená štruktúra ich zberu, triedenia, spracovania, úschovy a pripravenosti pre opätovné použitie. V súčasnosti je na banky vyvíjaný tlak od regulátorov na štandardizovanie modelov, či už na trhovú alebo kreditné riziko. Pri štandardizácii je veľká časť upriamená na procesy, medzi iným na procesy s dátami. Nie je predmetom diplomovej práce budovať model spracovania údajov, ale chceme upozorniť, že je to dôležitá súčasť kauzálneho reťazca výpočtu VaR metric.

Vstupné dáta o vlastnenom portfóliu, ako už zo samotného názvu vyplýva pojednávajú o tom, aké nástroje a v akom počte sú obsiahnuté vo vlastnenom portfóliu resp. hypoteticky by mali byť, ak počítame predikciu VaR metric na portfólio, ktoré plánujeme mať v budúcnosti.

Vo vstupných trhových dátach sa skrýva stochastickosť našich budúcich ziskov resp. strát. Dnes nevieme, kam sa trh charakterizovaný trhovými dátami pohne a práve trhovú dáta predstavujú objekt nášho záujmu. Časový rad trhových dát predstavuje realizáciu náhodnej premennej, ktorá je z nejakého rozdelenia, ktoré sa snažíme odhadnúť²³. Trhovú dáta nie sú však samo o sebe zaujímavé, ak ich nevieme správne využiť pri ocenení nášho portfólia.

Pojmom rizikový faktor označuje kategóriu - premennú, ktorá bezprostredne určuje trhovú hodnotu portfólia. Napríklad zero coupon curve pre oceňovanie dlhopisov, FX forward curve pre oceňovanie FX inštrumentov, kótovaná cena akcie na burze pre akcie a podobne. Hodnota portfólia resp. jednotlivých nástrojov v portfóliu sa určí pomocou oceňovacej funkcie, pre ktorú je vstup rizikový faktor.

Väčšinou sa pozornosť neupriamuje na hodnotu portfólia, ale na ukazovatele poukazujúce na zmenu hodnoty portfólia. Medzi ne patrí:

²³ Presnejšie nás zaujíma rozdelenie ziskov a strát, čo je určitá transformácia náhodnej premennej reprezentovanej časovým radom trhovej premennej, avšak niekedy stačí odhadnúť kritickú hodnotu faktora a tú potom dosadíme do vzorca pre výpočet P/L resp. P/L považujeme za produkt transformácie náhodnej premennej.

Zisk/strata portfólia - P/L: vyjadruje koľko sme zarobili/stratili za deň na tom, že vlastnime portfólio.

$$P/L_t = P_t - P_{t-1}$$

- **P/L_t:** zisk
- **P_t:** hodnota portfólia v čase t

Aritmetický výnos portfólia - ra: opisuje o koľko percent sa zvýšila hodnota portfólia oproti včerajšku

$$ra_t = \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1$$

- **ra:** aritmetický výnos
- **P_t:** hodnota portfólia v čase t

Geometrický výnos portfólia - Rg: vychádza z predpokladu log normálneho rozdelenia cien portfólia a je konzistentný z predpokladom, že cena portfólia sleduje Geometrický Brownov pohyb, čo sa využíva najmä pre portfólia akcií. Vzťah na výpočet geometrického výnosu je možno odvodiť aj zo spojitého úročenia hodnoty portfólia.

$$Rg_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)$$

- **Rg:** geometrický výnos
- **P_t:** hodnota portfólia v čase t
- **ln(.):** funkcia prirodzeného logaritmu

Tieto ukazovatele sú výhodnejšie aj z toho hľadiska, že majú „lepšie štatistické vlastnosti“, čo znamená, že sa viac podobajú parametrickým triedam rozdelení, ktoré si predstavíme v podkapitole 2.1.6

2.1.5 Mapping procedúra a transformačná procedúra

Pojem mapping je v matematickom vyjadrení funkcia, kde vstupné hodnoty sú rizikové faktory – trhové dáta a výstup je hodnota portfólia resp. zmena hodnoty portfólia, čo pre držiteľa portfólia sú už spomínané premenné

- zisk / strata – P/L
- aritmetický výnos – ra
- geometrický výnos – RG

Sledovať ukazovatele P/L, ra a Rg portfólia možno dvomi spôsobmi:

- A. **Portfóliový prístup:** na portfólio sa pozeráme ako na jedno celistvé aktívum, čo implikuje, že hodnota portfólia resp. zmena hodnoty portfólia je jednorozmerná náhodná premenná t.j. pracujeme s časovým radom, množinou realizácií náhodnej premennej P/L (resp. ra alebo Rg)
- B. **Pozičný prístup:** každé aktívum v portfóliu má vlastné rozdelenie premennej P/L (resp. ra alebo Rg). Hodnota P/L (resp. ra alebo Rg) portfólia je náhodná premenná, ktorá vznikla transformácia viacrozmerného náhodného vektora - pracujeme s viacerými časovými radmi, s maticou²⁴ premenných P/L (resp. ra alebo Rg). Konkrétny riadok matice je jedna realizácia náhodného vektora. Počet riadkov matice závisí od histórie, počet stĺpcov od počtu aktív v portfóliu.

Poznámka: Vstupné trhové dáta – rizikové faktory pre portfóliový aj pozičný prístup uchovávame na aktívum, nie portfólio ako celok nakoľko počet jednotlivých aktív sa nám časom mení. Časový rad premenných P/L, ra resp. Rg, sa vypočíta na základe toho koľko kusov, otvorených pozícií jednotlivých aktív aktuálne obsahuje vlastnené portfólio. Tento časový rad nekopíruje skutočnú - účtovnú históriu P/L portfólia, ale hypotetickú, t.j. ak by sme počas sledovanej histórie vývoja portfólia držali konštantný počet aktív v štruktúre, ktorá zodpovedá stavu, pre ktorý chceme počítať VaR.

Transformačná procedúra má za úlohu z rozdelenia P/L, ra resp. Rg určiť VaR metric. Vzhľadom na skutočnosť, ako sme si definovali VaR metric je samozrejme že sa snažíme odhadnúť budúcu kritickú hodnotu rozdelenia ziskov a strát²⁵ a to je možné tromi spôsobmi.

1. Priamo určíme rozdelenie ziskov/strát a VaR_α je hodnota $(1 - \alpha)$ kvantilu distribúcie premennej P/L.
2. Určíme rozdelenie aritmetických výnosov, následne nájdeme $(1 - \alpha)$ kvantil ra_{krit} a vypočítame VaR_α ako:

$$VaR_{\alpha,t} = -1 * (P_{t-1} * ra_{krit} - P_{t-1})$$
$$VaR_{\alpha,t} = P_{t-1} * (1 - ra_{krit})$$

3. Určíme rozdelenie geometrických výnosov, následne nájdeme $(1 - \alpha)$ kvantil Rg_{krit} a vypočítame VaR_α ako:

$$VaR_{\alpha,t} = -1 * (P_{t-1} * \exp(Rg_{krit}) - P_{t-1})$$
$$VaR_{\alpha,t} = P_{t-1} * (1 - \exp(Rg_{krit}))$$

Pre potreby určenia $(1 - \alpha)$ kvantilu premennej musíme poznať rozdelenie náhodnej premennej, nato slúži štatistická inferencia. Často sa stáva, že nepoznáme rozdelenie priamo premennej P/L, ra, Rg, ale inej premennej ktorá P/L, ra, Rg determinuje. V týchto prípadoch sa používa transformácia:

1. Lineárna
2. Kvadratická
3. Monte Carlo

²⁴ Ak máme m aktív v portfóliu a históriu n záznamov matice má rozmer m x n

²⁵ Kritickou hodnotou rozumieme Value at risk.

2.1.6 Štatistická inferencia

V zásade VaR_α počítame ako $(1 - \alpha)$ kvantil rozdelenie P/L alebo pomocou r_α a R_g prípadne iného rizikového faktora. Na určenie kvantilu je nutné poznať rozdelenie hľadanej premennej. Existujú dva základné prístupy, ako sa vysporiadať s entropiou o rozdelení premennej:

- Predpoklad, že namerané hodnoty sú výber z náhodnej premennej, ktorá je z triedy známych parametrických rozdelení ako:
 - Normálne rozdelenie
 - Studentovo t rozdelenie
 - Log normálne rozdelenie²⁶
 - atď.
- Z nameraných hodnôt odvodiť empirickú distribučnú funkciu resp. empirické rozdelenie pravdepodobnosti.

Existuje mnoho parametrických rozdelení náhodnej premennej, pre nás sú kľúčové dve rozdelenia, pretože v podkapitole 2.2 ich využijeme na výpočet VaR. Jedná sa o **normálne rozdelenie** a **studentovo t rozdelenie**. Predtým si ešte definujeme výberové ukazovatele – štatistiky, na základe ktorých budeme parametrizovať normálne resp. studentove rozdelenie, tak aby rizikový faktor, čo najviac zodpovedal náhodnému výberu z parametrického rozdelenia.

Výberové ukazovatele:

Priemer – stredná hodnota

$$m_x = \frac{1}{n} * \sum_{i=1}^n x_i$$

Variancia

$$s_x^2 = \frac{1}{n-1} * \sum_{i=1}^n (x_i - m_x)^2$$

Štandardná odchýlka

$$s_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} * \sum_{i=1}^n (x_i - m_x)^2}$$

Špicatost'

$$kurt_x = \left\{ \frac{n(n+1)}{(n-1)(n-2)(n-3)} * \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i - m_x}{s_x} \right)^4 \right\} - \frac{3(n-1)^2}{(n-2)(n-3)}$$

²⁶ Log normálnemu rozdeleniu sa nebudeme ďalej venovať nakoľko transformáciou tejto premennej vieme dostať normálne rozdelenie.

Šikmost'

$$skew_x = \frac{n}{(n-1)(n-2)} * \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i - m_x}{s_x} \right)^3$$

Kovariancia

$$cov_{x,y} = \frac{1}{n} * \sum_{i=1}^n [(x_i - m_x) * (y_i - m_y)]$$

Korelačný koeficient

$$\rho_{x,y} = \frac{cov_{x,y}}{\sqrt{s_x^2 * s_y^2}}$$

Variančno – kovariančná matica

$${}^eVCM = \begin{pmatrix} s_x^2 & cov_{x,y} \\ cov_{x,y} & s_y^2 \end{pmatrix}$$

Označenie:

- **n**: počet historických záznamov rizikového faktora
- **x_i**: hodnota rizikového faktora v čase i, i = 1, 2, ..., n
- **y_i**: hodnota rizikového faktora v čase i, i = 1, 2, ..., n
- **m**: výberový priemer (stredná hodnota)
- **s²**: výberová variancia
- **s**: výberová štandardná odchýlka
- **kurt**: výberový koeficient špicatosti
- **skew**: výberový koeficient šikmosti
- **cov_{x,y}**: výberová kovariancia medzi x , y
- **ρ_{x,y}**: výberový koeficient korelácie medzi x , y
- **^eVCM**: výberová variančno – kovariančná matica

Parametrická trieda normálnych rozdelení

Normálne rozdelenie je jednoznačne určené dvomi parametrami: strednou hodnotou a štandardnou odchýlkou. Pre určenie parametrov použijeme výberový priemer a výberovú štandardnú odchýlku. Na určenie VaR potrebujeme poznať funkciu hustoty, resp. inverznú distribučnú funkciu normálneho rozdelenia²⁷. Pre úplnosť uvádzame

²⁷ Použili sme funkciu norminv v Matlabe

Funkcia hustoty normálneho rozdelenia

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x^2}} * \exp\left(-\frac{(x - \mu_x)^2}{2}\right)$$

- μ_x : stredná hodnota náhodnej premennej x
- σ_x : variancia náhodnej premennej x
- $f(x)$: funkcia hustoty

Distribučná funkcia

$$\Phi(x) = \Pr[\xi < x] = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x^2}} * \exp\left(-\frac{(\xi - \mu_x)^2}{2}\right)$$

- μ_x : stredná hodnota náhodnej premennej x
- σ_x : variancia náhodnej premennej x
- $\Phi(x)$: distribučná funkcia

M rozmerné normálne rozdelenie je jednoznačne určené strednou hodnotou (vektor $1 \times M$) a VCM (matica $M \times M$).

Funkcia hustoty viacrozmerného normálneho rozdelenia

$$f_{\xi}(x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2} \sqrt{\det(\Sigma)}} * \exp\left(-\frac{1}{2} * (x - \mu_x)^T * \Sigma_x^{-1} * (x - \mu_x)\right)$$

- μ_x : vektor stredných hodnôt náhodného vektora x
- Σ_x : variančno – kovariančná matica náhodného vektora x
- Σ_x^{-1} : inverzná matica variančno – kovariančnej matice náhodného vektora x
- $\det(\Sigma_x)$: determinant variančno – kovariančná matica náhodného vektora x
- $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$: funkcia hustoty viacrozmerného normálneho rozdelenia

Lineárnu transformáciu viacrozmerného normálneho rozdelenia²⁸

$$x \sim Norm(\mu, \Sigma_x)$$
$$y = w^T * x \sim Norm(w^T * \mu_x, w^T * \Sigma_x * w) = Norm(\mu_y, \sigma_y^2)$$

- μ_x : vektor stredných hodnôt náhodného vektora x
- Σ_x : variančno – kovariančná matica náhodného vektora x
- w : vektor konštant
- μ_y : stredná hodnota náhodnej premennej y
- σ_y : variancia náhodnej premennej y

²⁸ Princiálne aj pri pozičnom prístupe potrebujeme určiť kritickú hodnotu potenciálnej straty portfólia. Predpokladáme, že náhodná premenná P/L vznikla lineárnou transformáciou (ak nevznikla, Taylorovým polynómom ju linearizujeme).

Parametrická trieda studentovho t rozdelenia

Studentovo t rozdelenie je definované ako podiel náhodnej premennej ktorá má normované normálne rozdelenie a druhej odmocniny premennej ktorá je z chí kvadrát rozdelenia podelená stupňami voľnosti, pričom premenné v podiely sú nezávislé. Definícia studentovho t rozdelenia determinuje, že jednoznačný identifikátor tohto rozdelenia je stupeň voľnosti. Charakteristiky studentovho t rozdelenia

$$\begin{aligned}\mu_{st} &= 0 \\ \sigma_{st} &= \sqrt{\frac{v}{v-2}} \\ skew_{st} &= 0 \\ kurt_{st} &= \frac{3(v-2)}{v-4}\end{aligned}$$

- μ_{st} : stredná hodnota studentovho t rozdelenia
- σ_{st} : štandardná odchýlka studentovho t rozdelenia
- $skew_{st}$: koeficient šikmosti studentovho t rozdelenia
- $kurt_{st}$: koeficient špicatosti studentovho t rozdelenia
- v : stupne voľnosti rozdelenia studentovho t rozdelenia

Práve cez špicatosť odhadneme počet stupňov voľnosti t rozdelenia, tak že vypočítame výberovú špicatosť a spätne odhadneme stupne voľnosti:

$$v = \frac{4k - 6}{k - 3}$$

Aj studentove rozdelenia sa dajú parametrizovať strednou hodnotou a štandardnou odchýlkou, pretože existuje parametrická trieda rozdelení: **zovšeobecnené studentovo t rozdelenie**:

$$t_v(a, b) = a + b * t_v$$

$t_v(a, b)$: zovšeobecnené t rozdelenie

t_v : t rozdelenie s v stupňami voľnosti

a, b : parametre zovšeobecneného t rozdelenia²⁹

Parametre a, b sa odhadujú pomocou spomínanej výberovej strednej hodnoty a štandardnej odchýlky, na čo poukazujú nasledujúce vzorce:

$$\begin{aligned}a &= m_x \\ b &= s_x * \sqrt{\frac{v-2}{2}}\end{aligned}$$

²⁹ Stupne voľnosti samozrejme tiež ostali parameter, ktorý treba určiť, aby sme mohli identifikovať konkrétne zovšeobecnené t rozdelenie

2.2 Metodológia výpočtu VaR

V kapitole 1.1.3 sme jednoznačne definovali, čo VaR predstavuje, napriek tomu samotný výpočet VaR nie je priamočiary a dal by sa označiť ako „náročný“ štatistický problém. Ako sme už naznačili riešenie problému spočíva v určení rozdelenia P/L (resp. iného faktora z ktorého P/L odhadneme) a v nájdení potrebného kvantilu tohto rozdelenia.

Rozdelenie P/L (prípadne iného rizikového faktora) je možné určiť tak že, buď ho priradíme k určitej parametrickej triede rozdelení, alebo z pozorovaní P/L_t odvodíme empirické rozdelenie pravdepodobnosti, alebo nasimulujeme stochastický proces, ktorý P/L pomerne „správne“ popisuje.

Tieto tri metodológie sú obsiahnutá aj v prvej oficiálnej, voľne dostupnej komerčnej publikácii o VaR: **The 1996 RiskMetrics Technical document**³⁰ (1996) resp. novšia verzia **Return to RiskMetrics: The Evolution of a standard**³¹ (2001), ako aj v legislatívnych dokumentoch³² CAD III³³ (legislatívny rámec pre EÚ), Basel II³⁴ (pre krajiny zoskupené v BIS – členom sú centrálné banky 55 krajín) a opatrení Národnej banky Slovenska číslo 4/2004³⁵ (platí pre SR). Metodológia výpočtu VaR je v spomínaných dokumentoch rozdelená na:

- Metóda historickej simulácie – založená na empirickom rozdelení pravdepodobnosti
- Parametrické metódy
- Metóda Monte Carlo simulácií

2.2.1 Metóda historickej simulácie

Historická simulácia je jedna z neparametrických metód určenie VaR. Všetky neparametrické metódy výpočtu VaR sú založené na predpoklade, že blízka budúcnosť sa bude vyvíjať podľa nedávnej minulosti, teda použijúc dáta z nedávnej minulosti odhadujeme riziko, ktorému budeme čeliť v budúcnosti. Základne východisko historickej simulácie, môže no nemusí byť naplnené, no napriek tomu je to v praxi najpoužívanejšia metóda. Pri použití historickej simulácie sa musíme rozhodnúť, ktoré dáta z minulosti sú ešte dosť aktuálne a vyhovujú na určenie výšky rizika za požadovanú časovú periódu. Postup výpočtu VaR pomocou historickej simulácie rozdeľujeme do niekoľkých na seba nadväzujúcich krokov.

³⁰ Zdroj: Mina J, Xiao J. Y.: Return to Riskmetrics: The Evolution of a Standard, New York, 2001,

³¹ Zdroj Morgan J.P., Reuters: RiskMetrics Technical documnet, New York, 1996, <http://www.riskmetrics.com/r2rovv.html>

³² V legislatívnych dokumentoch je metodológia iba naznačená, nie explicitne vyjadrená.

³³ Ide o smernicu Európskeho parlamentu a Rady 2006/49/EC, nie sú tam explicitne definované postupy – metódy výpočtu VaR, iba VaR všeobecne, metódy sa nedostali do nariadenie ostali v podobe odporúčaní.

³⁴ Zdroj: Basel Comitee on Banking Supervision: Amendment to the Capital Accord to Incorporate Market Risks, Basel, 2005., <http://www.bis.org/publ/bcbs119.htm>

³⁵ Zdroj: Opatrenia Národnej banky Slovenska č. 4/2004 § 38, v znení neskorších predpisov http://www.nbs.sk/DFT/BD/L_OBOZP/2005_05B/2005_05B.htm

Postup výpočtu VaR_α historickou simuláciou.

1. **Získanie časového radu P/L_t portfólia**, tak aby zodpovedalo súčasnej štruktúre rozloženia jednotlivých aktív v ňom, tento rad nemusí zodpovedať P/L_t portfólia počas sledovaného obdobia, nakoľko sa mohla meniť štruktúra portfólia. časový rad P/L_t má konštantnú dĺžku, čo znamená, že najnovšie dáta vytláčajú najstaršie.

Príklad: Počítame 1 dňové VaR v dni $t = -1$ na deň $t = 0$ na základe 250 hodnôt $P/L_{-1}, P/L_{-2}, \dots, P/L_{-250}$. O deň neskôr počítame VaR na deň $t = 1$ na základe hodnôt $P/L_0, P/L_{-1}, \dots, P/L_{-249}$. Počet pozorovaní – prvkov časového radu ostáva konštantný 250 pozorovaní.

2. **Zoradenie P/L podľa výšky straty** – zostavenie histogramu P/L. Poznnamenávame, že nie je nutné robiť žiadne úvahy o kauzalite jednotlivých aktív medzi sebou (koeficient korelácie a pod.), pretože táto kauzalita je zahrnutá v P/L portfólia.
3. **Nájdenie hodnotu P/L, ktorá oddeľuje $(1 - \alpha)$ % najhorších strát od ostatných hodnôt**, ak táto hodnota neexistuje získame ju interpoláciou medzi najbližšími existujúcimi stratami ktoré rozdeľujú vektor P/L s podielom najnižších ziskov trochu viac resp. menej ako $(1 - \alpha) * 100$ %.
4. **Rozšírenie odhadu VaR:** V prípade, že chceme získať hustotu rozdelenie P/L, urobíme to z empirického histogramu, s tým, že diskrétné hodnoty spojíme určitou aproximáciou (lineárnou, kvadratickou a pod.). V prípade ak chceme vyčísliť konfidenčný interval pre VaR, používame Bootstrapp metódu³⁶.

Príklad: Inštitúcia má k dispozícii 1000 pozorovaní P/L portfólia, hľadáme VaR_{0,95}. Časový rad P/L zoradíme podľa veľkosti od najmenšieho po najväčší a prenásobíme mínus jednotkou³⁷. Vo vektore stáť hľadáme hodnotu ktorá oddeľuje 5 % najvyšších strát od ostatku. Ide o 51. najväčšiu stratu.

Vážená historická simulácia

Najvýraznejší posun „klasickej“ historickej simulácie bol v hodnotení jednotlivých historických hodnôt P/L, inými slovami v „klasickej“ historickej simulácii každé pozorovanie má rovnakú váhu zatiaľ čo pri váženej historickej simulácii, hodnota váhy pozorovaného P/L závisí od:

- Od časovej aktuálnosti pozorovanej P/L_t – **časovo vážená HS**³⁸
- Od aktuálnej volatility, ktorá sa odlišuje od historickej – **volatilitou vážená HS**³⁹
- Od aktuálnej korelácie medzi aktívami, ktorá sa zmenila – **koreláciou vážená HS**⁴⁰
- **Filtrácia historickej simulácie**⁴¹ – semiparametrická metóda, ktorá kombinuje flexibilitu historickej simulácie s modelom na podmienenú volatilitu GARCH.

³⁶ Vyberáme vzorku z pozorovaných dát a vypočítavame VaR, vzorka sa mení a ak to urobíme dostatočne veľa krát máme štatistiku na určenie konfidenčného intervalu, viac Dowd, Kevin, Measuring Market Risk, 2nd Edition, John Wiley & Sons, 2005 str. 105 - 110

³⁷ Získali sme časový rad strát

³⁸ HS skrátenie pre historickú simuláciu

³⁹ Viac informácií: Hull J., White A.: Incorporating Volatility Updating INTO THE HISTORICAL SIMULATION METHOD FOR VALUE AT RISK, Journal of Risk, 1998,

⁴⁰ Viac informácií: Duffie D., Pan J.: An Overview of Value at Risk, Journal of Derivatives, 1997, <http://www.mit.edu/~junpan/>

⁴¹ Viac informácií: Barone-Adesi G., Giannopoulos K., Vosper L.: Filtering Historical Simulation. Backtest Analysis, 2000, <http://www.gloriamundi.org/picsresources/FHS.pdf>

V praxi sa zaužívala a implementovala časovo vážená historická simulácia, preto si priblížime výpočet VaR_α touto metódou:

1. **Získanie časového radu P/L_t** portfólia, tak aby zodpovedalo súčasnej štruktúre rozloženia jednotlivých aktív v ňom. Počet pozorovaní P/L_t sa s časom nemení.
2. **Priradenie každej hodnoty P/L_t váhy:** definujeme si faktor tlmenia (delay faktor), ktorý pridelí exponenciálne sa znižujúcu váhu:

$$w_t = \frac{\lambda^{t-1} * (1 - \lambda)}{1 - \lambda^n}$$

- **t:** čas do minulosti, najnovší údaj $t = 1$, najstarší $t = n$
 - **λ :** faktor tlmenia
 - **w_t :** váha P/L_t
3. **Zoradenie P/L podľa výšky straty** (od - najvyššej straty po najvyšší zisk) a zostavenie kumulatívnej distribučnej funkcie strát.
 4. **Nájdienie $(1 - \alpha)$ kvantilu najhorších strát**, ak číslo $(1 - \alpha)$ nezodpovedá žiadnej hodnote v distribučnej kumulatívnej funkcii, tak nájdeme najbližšiu menšiu a väčšiu hodnotu a lineárne aproximujeme hodnotu medzi zodpovedajúcimi dvomi stratami.
 5. **Úprava na VaR:** vypočítali sme kritickú hodnotu ako $-1 * \text{strata}$ a teda VaR sa rovná strata.

Metódy historickej simulácie sú v praxi asi najpoužívanejšie vďaka ich výhodám, ku ktorým zaradujeme:

- intuitívne jasná koncepcia výpočtu,
- ľahká interpretovateľnosť vedeniu spoločnosti, regulátorom, akcionárom, ...
- nie je nutnosť zvažovať normalitu dát, špicatosť, ...
- pomerne jednoduchá metóda na implementáciu⁴², stabilná, pretože nepotrebuje uchovávať množstvo rizikových faktorov alebo variačno – kovariančnú maticu,...
- možnosť počítať VaR aj na náročných aktíva ako deriváty prvej a druhej generácie
- do výpočtu vstupujú dáta, ktoré sú dostupné od bežných poskytovateľov informácií ako Bloomberg, Reuter, alebo dokonca vo vnútorných dátamartoch spoločnosti.

Samozrejme popri nezapierateľných výhodách má historická simulácia aj mnoho nevýhod medzi najzávažnejšiu patrí samotný základný kameň metódy, že podlieha predpokladu o stabilite – nemennosti vývoja P/L v čase. Detailnejšie možno spomenúť niekoľko nevýhod:

- ak odhadujeme VaR na základe obdobia, ktoré bolo nezvyčajne pokojné vypočítané VaR je značne podhodnotené
- veľké straty, resp. jedno horšie obdobie môže dominovať výpočtu VaR po dlhé obdobie
- naopak výška straty je limitovaná iba do výšky, ktorá sa skutočne stala, preto je dobré historickú simuláciu kombinovať so stress testingom alebo s parametrickými metódami na volatilitu

⁴² v podstate sa dá počítať aj v Exceli

2.2.2 Parametrické metódy

Parametrický prístup k výpočtu VaR je veľmi rozmanitý, avšak parametrické metódy výpočtu VaR sa skôr ako v praxi, uchytili v akademicknej sfére, čo zrejme spôsobilo vznik množstva literatúry a odborných článkov o parametrických metódach výpočtu VaR.

Hlavný prínos parametrických metód je, že nesú so sebou veľa prakticky využiteľných vlastností pri meraní rizika všeobecne nielen v aplikáciách na VaR. Vďaka pridanej hodnote, ktorá sa skrýva v parametrickom rozdelení, o ktorom predpokladáme že je správne, je odhad VaR parametrickou metódou presnejší. Samozrejme presnosť je limitovaná, správnosťou a opodstatnenosťou predpokladu o parametrickej triede, ako aj samotných parametroch rozdelenia.

Vo všeobecnosti, ak chceme použiť parametrické metódy, musíme sa napred rozhodnúť, čo považujeme za náhodnú premennú (P/L, R_g , r_a , alebo iná rizikový faktor). Pri stanovení tohto rozhodnutia musíme zvážiť aká parametrická trieda najlepšie vystihuje rizikový faktor. Súčasne zvažujeme podmienenosť v zmysle odhadovania charakteristík hľadaného parametrického rozdelenia. Parametrický prístup sa dá použiť v dvoch úrovniach:

- **portfóliový prístup** – pracujeme s rozdelením P/L (R_g , r_a , alebo iného rizikového faktora) celého portfólia
- **pozičného prístupu** – pracujeme s rozdelením P/L (R_g , r_a , alebo iného rizikového faktora) jednotlivých individuálnych aktív v portfóliu, ktoré spoločne vytvárajú viacrozmerné rozdelenie náhodnej premennej

Portfóliový prístup – jednorozmerné rozdelenia.

Ako už bolo povedané, parametrických metód je mnoho, o jednorozmerných to platí „dvojnásobne“. Pri parametrických metódach okrem triedy rozdelenie treba zvážiť, či ide o podmienené resp. nepodmienené rozdelenie. V diplomovej práci tento fakt ignorujeme a považujeme rozdelenie vždy podmienené časovým radom P/L, r_a , R_g alebo iného rizikového faktora, ktorého rozdelenie parametrizujeme odhadom parametrov zo spomínaného časového radu. Časový rad má podobne ako pri historickej simulácii vždy konštantnú dĺžku.

Štandardne odborná literatúra pracuje s parametrickými triedami:

- **Normálneho rozdelenia**
- **Rozdelenia odvodené od normálneho rozdelenia**
 - Studentovo t rozdelenie
 - Log normálne rozdelenie
- **Rozmanité parametrické prístupy**
 - Lévyho prístup⁴³
 - Prístup kombinácie dvoch normálnych rozdelení⁴⁴
 - Jump Diffusion⁴⁵
 - Prístupy založené na stochastickej volatilitate⁴⁶

⁴³ Viac informácií: Mantegna R., Stanley H.: An Introduction to Econophysics: Correlations and Complexity in Finance, Cambridge University Press, Cambridge, 2000

⁴⁴ Viac informácií: Zangari P.: An improved methodology for measuring VaR, J. P. Morgan/Reuters, New York, 1997

⁴⁵ Viac informácií: Gibson M.: Incorporating Event Risk into Value-at-Risk, 2001

⁴⁶ Viac informácií: existuje mnoho literatúry o GARCH modeloch o aplikáciách na VaR pojednávala aj Krátka J.:

- Cornish – Fisher aproximácia⁴⁷
- mnoho ďalších⁴⁸

Výpočet VaR – normálne rozdelenie

Pre jednoduchosť predpokladajme, že rizikový faktor je priamo P/L o ktorom uvažujeme, že má normálne rozdelenie. V kapitole 1.1.3 sme si definovali jednoznačne VaR ako:

$$VaR_\alpha := \Pr[P/L < -VaR] = 1 - \alpha$$

$$P/L \sim Norm(\mu, \sigma^2)$$

Parametre μ a σ odhadneme pomocou výberovej strednej hodnoty a výberovej variancie. Odvodenie vzorca na výpočet VaR je priamočiare:

$$VaR_\alpha := \Pr[P/L < -VaR_\alpha] = 1 - \alpha$$

$$\frac{P/L - m}{s} \sim Norm(0,1)$$

$$VaR_\alpha := \Pr\left[\frac{P/L - m}{s} < \frac{-VaR - m}{s}\right] = 1 - \alpha$$

$$\frac{-VaR_\alpha - m}{s} = \Phi^{-1}(1 - \alpha) = -\Phi^{-1}(\alpha) = -z_\alpha$$

$$VaR_\alpha = -m + s * z_\alpha$$

- **P/L**: vektor ziskov/strát
- **Norm(μ, σ)**: normálne rozdelenie s parametrami μ, σ
- **m**: výberová stredná hodnota
- **s**: výberová štandardná odchýlka
- **$\Phi^{-1}(\alpha) = z_\alpha$** : inverzná distribučná funkcia normovaného normálneho rozdelenia

Výpočet VaR – studentovo t rozdelenie

Pre jednoduchosť opäť predpokladajme, že rizikový faktor je priamo P/L o ktorom uvažujeme, že má zovšeobecnené t rozdelenie. Odvodíme výpočet VaR:

GARCH modely a Value-at-Risk aplikácie – Diplomová práca, FMFI UK, Bratislava, 2006

⁴⁷ Viac informácií: Lee S., Lin T.: Higher-order Cornish Fisher expansion, Applied Statistics 41, 1992

⁴⁸ Bohatý zdroj informácií je www stránka venovaná VaR: www.gloriamundi.org

$$VaR_\alpha := \Pr[P/L < -VaR_\alpha] = 1 - \alpha$$

$$P/L \sim t_v(a, b)$$

$$VaR_\alpha := \Pr\left[\frac{P/L - a}{b} < \frac{-VaR - a}{b}\right] = 1 - \alpha$$

$$\frac{-VaR - a}{b} = t_v^{-1}(1 - \alpha) = -t_v^{-1}(\alpha) = \text{tin}_v(\alpha)$$

$$VaR = -a + b * \text{tin}_v(\alpha)$$

$$VaR = -m + s * \sqrt{\frac{v-2}{v}} * \text{tin}_v(\alpha)$$

- **P/L**: vektor ziskov/strát
- **t_v(a,b)**: zovšeobecnené t rozdelenie s v stupňami voľnosti a parametrami a,b. Parametre a,b, v určíme podľa vzťahov z kapitoly 1.1.6
- **m**: výberová stredná hodnota
- **s**: výberová štandardná odchýlka
- **tin_v(α)**: inverzná distribučná funkcia t rozdelenia

Výpočet VaR – log normálne rozdelenie

V prípade, ak predpokladáme, že hodnota portfólia má log normálne rozdelenie, tak zároveň predpokladáme, že Rg má normálne rozdelenie a teda platí, že:

$$Rg_t = \ln \frac{P_t}{P_{t-1}}$$

$$Rg \sim Norm(\mu_{Rg}, \sigma_{Rg}^2)$$

$$Rg_{krit} := \Pr[Rg < Rg_{krit}] = 1 - \alpha$$

$$Rg_{krit} := \Pr\left[\frac{Rg - m_{Rg}}{s_{Rg}} < \frac{Rg_{krit} - m_{Rg}}{s_{Rg}}\right] = 1 - \alpha$$

$$\frac{Rg_{krit} - m_{Rg}}{s_{Rg}} = \Phi^{-1}(1 - \alpha) = -\Phi^{-1}(\alpha) = -z_\alpha$$

$$Rg_{krit} = m_{Rg} - s_{Rg} * z_\alpha$$

$$VaR_{\alpha,t} = -1 * (P_{t-1} * \exp(Rg_{krit}) - P_{t-1})$$

$$VaR_{\alpha,t} = P_{t-1} * (1 - \exp(Rg_{krit}))$$

- **VaR_{α,t}**: VaR_α počítaná na deň v dni t-1
- **P_{t-1}**: hodnota portfólia v čase t - 1 – súčasná hodnota portfólia
- **Rg**: geometrický výnos
- **Rg_{krit}**: hodnota Rg, ktorá oddeľuje (1-α)% najhorších výnosov od zvyšku možných výnosov
- **Norm(μ_{Rg}, σ_{Rg})**: normálne rozdelenie s parametrami μ_{Rg}, σ_{Rg}
- **m_{Rg}**: výberová stredná hodnota geometrických výnosov
- **s_{Rg}**: výberová štandardná odchýlka geometrických výnosov
- **Φ⁻¹(α) = z_α**: inverzná distribučná funkcia normovaného normálneho rozdelenia

Predpoklad o log normálnosti rozdelenia hodnoty portfólia a odvodenie výpočtu VaR je konzistentný s teóriou, že hodnota portfólia sleduje geometrický brownov pohyb:

$$P_t = \exp(\mu * t + \sigma * w_t)$$

$$Rg_t = \ln \frac{P_t}{P_{t-1}} = \mu + \sigma * (w_t - w_{t-1}) \sim Norm(\mu, \sigma^2)$$

- P_t : hodnota portfólia v čase t
- Rg : geometrický výnos
- $Norm(\mu, \sigma)$: normálne rozdelenie s parametrami μ, σ
- w_t : wienerov proces, platí: $w_t - w_s \sim Norm(0, t - s)$

Pozičný prístup – mnohorozmerné rozdelenia.

Počítať VaR na pozičnom princípe je neporovnateľne ťažšie oproti portfóliovému prístupu. Tento fakt je spôsobený jednak technickou náročnosťou na zber, uchovávanie vyhodnocovanie údajov, ako aj na metodický aparát, najmä vyjadrenie kauzality medzi jednotlivými premennými. Práve spôsob, akým opisujeme interdependenciu rizikových premenných jednotlivých aktív v portfóliu, rozdeľuje metódy výpočtu VaR na pozičnom prístupe na:

- Prístup na základe variačno – kovariančnej matice
 - Viacrozmerné normálne rozdelenie
 - Viacrozmerné studentovo t rozdelenie
 - Hull – White transformácia na normálne rozdelenie⁴⁹
- Prístup na základe Copula funkcií⁵⁰

Viacrozmerné normálne rozdelenie

Pre jednoduchosť predpokladajme, že rizikový faktor je priamo ra , o ktorom uvažujeme, že má viacrozmerné normálne rozdelenie. V súčasnosti jednotlivé aktíva sa podieľajú na celkovej hodnote portfólia $100 * w_i$ percentami. Hodnota portfólia je lineárna transformácia viacrozmerného normálneho rozdelenia, VaR rátame:

$$VaR_\alpha := \Pr[P/L < -VaR] = 1 - \alpha$$

$$ra \sim Norm \left[\begin{pmatrix} \mu_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \mu_m \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_1 \sigma_2 & \cdot & \sigma_1 \sigma_m \\ \sigma_2 \sigma_1 & \sigma_2^2 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \sigma_m \sigma_1 & \cdot & \cdot & \sigma_m^2 \end{pmatrix} \right] = Norm[\mu, VCM]$$

$$ra_{port} = \frac{P_{t-1}}{P_{t-2}} = \frac{\sum_{i=1}^n S_{t-1}^{*i} ra}{P_{t-2}} = \sum_{i=1}^n w^{*i} ra = w^T ra$$

⁴⁹ Viac informácií: Hull J., White A.: VALUE AT RISK WHEN DAILY CHANGES IN MARKET VARIABLES ARE NOT NORMALLY DISTRIBUTED, Journal of Derivatives, 1998

⁵⁰ Viac informácií: Nelsen R.: An Introduction to Copulas, Springer, New York, 1998

$$\begin{aligned}
ra_{port} &\sim Norm[w^T * \mu, w^T * VCM * w] \\
ra_{krit} &:= \Pr[ra_{port} < ra_{krit}] = 1 - \alpha \\
ra_{krit} &:= \Pr\left[\frac{ra_{port} - w^T * m_{ra}}{\sqrt{w^T * VCM^e * w}} < \frac{ra_{krit} - m_{ra}}{\sqrt{w^T * VCM^e * w}}\right] = 1 - \alpha \\
\frac{ra_{krit} - m_{Rg}}{s_{Rg}} &= \Phi^{-1}(1 - \alpha) = -\Phi^{-1}(\alpha) = -z_\alpha \\
ra_{krit} &= w^T * m_{ra} - \sqrt{w^T * VCM^e * w} * z_\alpha \\
VaR_{\alpha,t} &= -1 * (P_{t-1} * ra_{krit} - P_{t-1}) \\
VaR_{\alpha,t} &= P_{t-1} * (1 - ra_{krit})
\end{aligned}$$

Kľúčom k úspechu výpočtu VaR pomocou parametrických metód je správny predpoklad o rozdelení rizikového faktora. V prípade, že chceme vypočítať VaR na pozičnom prístupe, väčšinou veríme, že rozdelenie rizikovej premennej je blízke viacrozmernému normálnemu rozdeleniu. Ak chceme zjemniť, tak silný predpoklad, môžeme uvažovať o zovšeobecnenom viacrozmernom t rozdelení alebo použiť Hull – White transformáciu na viacrozmerné normálne rozdelenie. Ešte viac zjemníme predpoklady, ak o vzájomnej kauzalite nebude rozhodovať variačno – kovariančná matica, ale nasadíme Copula funkcie, čo si vyžaduje pomerne rozsiahle vedomosti štatistiky, numerického integrovania a/alebo Monte Carlo simulácií.

2.2.3 Monte Carlo metódy

Idea Monte Carlo metód je opakovane simulovať z náhodného procesu cenu, výnos, alebo iný rizikový faktor finančného inštrumentu, ktorý je predmetom nášho záujmu. Pre potreby určenia VaR nám každá simulácia dá možnú hodnotu nášho portfólia na konci obdobia, na ktoré počítame VaR. Ak urobíme mnoho simulácií, nasimulovaná distribúcia ceny resp. výnosu portfólia sa bude približovať skutočnej, avšak neznámej distribúcií ceny resp. výnosu portfólia a z tejto distribúcie odvodíme empirické rozdelenie P/L portfólia a vypočítame VaR.

Tento simulačný proces si vyžaduje určitý počet špecifických krokov. Potrebujeme určiť stochastický proces, ktorý opisuje správanie rizikového faktora. Následne odhadneme parametre tohto stochastického procesu, buď na základe historického vývoja rizikového faktora, alebo empiricky – expertne, napríklad na základe väzieb na makroekonomické ukazovatele. Potom zostrojíme simuláciu pre všetky rizikové faktory, na základe ktorých počítame hodnotu portfólia. Simulácia rizikových faktorov určuje hypotetickú hodnotu portfólia. Proces simulovania opakujeme dostatočne veľa krát, aby sme sa uistili, že hypotetická distribúcia hodnoty portfólia je uspokojivo „blízka“ skutočnej, avšak neznámej distribúcií hodnoty portfólia. Následne z hypotetickej distribúcie odhadneme VaR.

Monte Carlo simulácie sa týmto spôsobom vysporiadajú z nelineárnou závislosťou hodnoty portfólia od rizikových faktorov, ťažkými chvostmi – špicatosťou rozdelenia, závislosťami opčného typu, komplexnosťou vzájomných i nelineárných závislostí medzi rizikovými faktormi.

Z predchádzajúceho textu vyplýva, že najnáročnejšie a zrejme aj najviac náchylne na omyl je určenie stochastického procesu pre jednotlivé rizikové faktory. V prenesenom slova zmysle Monte Carlo metódy podobne ako parametrické metódy pracujú buď na pozičnom resp. portfóliovom prístupe:

- **Portfóliový prístup:** hodnota portfólia závisí iba na jednom rizikovom faktore a odpadá modelovanie závislostí medzi náhodnými premennými.
- **Pozičný prístup:** hodnota portfólia sa odvíja od viacerých rizikových faktorov, ktoré môžu mať medzi sebou komplikované i nelineárne väzby.

Monte Carlo simulácie náhodného procesu rizikového faktora

Existuje mnoho stochastických procesov, ktoré sa využívajú vo finančníctve, najznámejší je samozrejme geometrický brownov pohyb a potom z neho odvodené procesy. Výpočet VaR je priamočiara. Vygenerujeme niekoľko tisíc simulácií hodnoty portfólia (P/L, ra, Rg alebo iný rizikový faktor), ktorá sleduje geometrický brownov pohyb. Zo získanej distribúcie vypočítame VaR:

$$P_t = P_0 \exp(\mu * t + \sigma * w_t)$$

$$Rg = \ln\left(\frac{P_{t+\Delta t}}{P_t}\right)$$

$$Rg = \mu * \Delta t + \sigma * (w_{t+\Delta t} - w_t)$$

$$Rg = \mu * \Delta t + \sigma * \sqrt{\Delta t} * \Phi(0,1)$$

$$Rg_i = \mu + \sigma * randn$$

$$Rg_{krit} := \Pr[Rg < Rg_{krit}] = 1 - \alpha$$

$$VaR_{\alpha,t} = P_{t-1} * (1 - \exp(Rg_{krit}))$$

- **P_t:** hodnota portfólia v čase t
- **Δt:** zmena času
- **Rg:** geometrický výnos portfólia za čas t
- **Rg_i:** i-ta simulácia Rg ak počítame 1 dňovú VaR t.j. Δt = 1
- **randn:** funkcia, ktorá generuje rad náhodných navzájom nezávislých čísel z rozdelenie Norm (0,1)

Iné používané stochastické premenné sú väčšinou „vylepšenou verziou“ Geometrického Brownovho pohybu, napríklad v zmysle zachovávania náhodného procesu blízko strednej hodnoty⁵¹ (mean reversion process) alebo zakomponovanie do náhodného procesu prudké skoky⁵². V literatúre sa možno stretnúť s⁵³:

- Aritmetický Ornstein – Uhlenbeck proces so skokmi
- Vašíčkov proces
- Cox – Ingersoll – Ross proces

⁵¹ Proces má snahu v prípade, že sa nachádza pod priemerom rásť a v prípade, že je nad priemerom klesať.

⁵² Väčšinou je zakomponovaný do geometrického brownovho pohybu ešte poissonov proces

⁵³ Zdroj: Dowd, Kevin, Measuring Market Risk, 2nd Edition, John Wiley & Sons, 2005

- Ho – Lee model

Monte Carlo simulácie viacrozmerného náhodného procesu

Pre jednoduchosť uvažujeme, že priamo ra má m – rozmerné náhodné rozdelenie pre, ktoré platí:

$$ra \sim Norm(\mu, VCM)$$

- μ : vektor stredných hodnôt ($m \times 1$) vektor
- VCM : variančno – kovariančná ($m \times m$) matica

Nie je celkom triviálne generovať časový rad viacerých náhodných premenných, ktoré sú navzájom späté istou väzbou – v prípade viacrozmerného rozdelenia variančno – kovariančnou maticou. Na tieto účely nám slúži Choleského rozklad matice⁵⁴:

Příklad: Potrebujeme nagenorovať 3 dimenzionálny náhodný vektor z triedy normálnych rozdelení, ktorého prvky nie sú nezávislé. Korelované premenné vznikli lineárnou transformáciou nekorelovaných náhodných premenných vo vektore náhodných premenných. Získame ich generovaním z pseudonáhodného procesu.

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \mu_3 \end{pmatrix} + A * \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{pmatrix}$$

$$E[(\Phi - \mu) * (\Phi - \mu)^T] = VCM = E[A \varepsilon \varepsilon^T A^T] = AE[\varepsilon \varepsilon^T]A^T$$

$$VCM = AIA^T = AA^T$$

- Φ : náhodný vektorov, jednotlivé premenné v náhodnom vektore sú korelované
- μ : vektor stredných hodnôt
- ε : náhodný vektorov, jednotlivé premenné v náhodnom vektore sú nekorelované
- VCM : variančno – kovariančná matica náhodných premenných 3 x 3 matica
- A : matica lineárnej transformácie pomocou, ktorej náhodných vektorov, ktorý má premenné nekorelované transformuje na náhodný vektorov, ktorý má premenné korelované, navyše majú variančno – kovariančnú maticu rovnú presne VCM. Maticu A získame tak, že na maticu VCM aplikujeme choleského rozklad.

Postup výpočtu VaR:

1. Určíme, ktoré aktíva tvoria portfólio, pre ktoré počítame VaR, uvažujme že ich je n
2. Určíme jednotlivým aktívam ich váhu, w_1, w_2, \dots, w_n
3. Získame historické údaje aritmetických výnosov pre každé aktívum v portfóliu a vypočítame
 - a. Výberovú strednú hodnotu m ako vektor stredných hodnôt jednotlivých aktív (m_1, m_2, \dots, m_n) v portfóliu
 - b. Odhad variančno – kovariančnej matici pre aritmetické výnosy, cVCM
4. Na základe m a VCM nagenorujeme náhodný vektor z viacrozmerného náhodného rozdelenia Norm ($m, {}^cVCM$), tento postup opakujme k krát t.j. máme k simulácií

⁵⁴ Zdroj: Hull J: Options, Futures and Other Derivatives 5th Edition, Prentice Hall, New Jersey, 2002

$$ra = m + chol({}^eVCM) * \varepsilon$$

- **chol(A)**: choleského rozklad matice A
- ε : náhodný vektor z viacrozmerného rozdelenia Norm(0, I)

5. Pre každú simuláciu spočítame aritmetický výnos portfólia, z neho hodnotu portfólia na budúci deň a z toho zisk resp. stratu – P/L

$$ra_{port} = w^T * ra$$

$$P/L = P_{t-1} * (ra_{port} - 1)$$

6. Nakoniec vypočítame VaR_{α} ako hodnotu P/L_{krit} , ktorá rozdeľuje P/L na $(1 - \alpha)*100\%$ najhorších ziskov (najväčších strát) a zvyšok, ak táto hodnota neexistuje získame ju interpoláciou medzi najbližšími existujúcimi stratami ktoré rozdeľujú vektor P/L s podielom najnižších ziskov trochu viac resp. menej ako $(1 - \alpha)*100\%$.

Výpočet VaR pomocou Monte Carlo simulácii má mnoho príťažlivostí: ľahké použitie a implementácia. Monte Carlo simulácie sú flexibilný a mocný nástroj, ktorým možno popísať sofistikované stochastické procesy, viacrozmerné rizikové faktory a ich koreláciu, komplexnosť procesov závislých od cesty (path dependency process) atď. Na druhej strane Monte Carlo simulácie sú náročné na strojový čas a kapacitu pamäte, ale aj na ľudské zdroje, ktoré spúšťajú a nastavujú Monte Carlo simulácie. Monte Carlo simulácie sú zamerané na budúcnosť a teda ich slabina je aj v odhadovaní nástrojov, ktoré môžu byť predčasne vypovedané.

Monte Carlo simulácie ako aj parametrické metódy, ale aj metóda historickej simulácie majú silné i slabé stránky. Každá metóda pracuje s istými predpokladmi a je viac či menej citlivá na zmenu resp. odchýlenie reality od týchto predpokladov. Výpočet VaR je proces stanovenia rizika, ak sa chceme na tento proces spoľahnúť musíme ho verifikovať. Namiesto je otázka, ako merať kvalitu výpočtu VaR? Odpoveď ponúka spätné testovanie – backtesting VaR.

2.3 Backtesting VaR

Po náročnej práci zhotovenie a implementácií modelu výpočtu VaR, prichádza jedna z najvýznamnejších etáp v procesovaní VaR metodológie na meranie rizík a to spätné testovanie – backtesting. Backtesting má nezastupiteľné miesto nie len pri spúšťaní a vyladovaní procesu výpočtu VaR, ale počas celej doby používania modelu. Vyššie uvedený text by sme mohli generalizovať na všetky modely, ktoré sa používajú v banke resp. iných inštitúciách a preto nie je prekvapujúce, že backtesting je téma interdisciplinárna, ktorá využíva poznatky z mnohých oblastí aplikácie matematických a štatistických metód.

Skôr ako začneme považujeme za potrebné ozrejmiť, že pojem ako spätné testovanie má širší význam. Backtesting z formálneho hľadiska zahŕňa kvantitatívne metódy na testovanie výsledkov výpočtu VaR oproti skutočne utŕženým stratám resp. overenie štatistických podmienok výpočtu VaR. Na druhej strane kvalitatívna stránka backtestingu skúma oblasti:

- Zlá špecifikácia modelu
 - Stochastický proces je nesprávne definovaný, nemá fundamentálnu podstatu
 - Chýba zvolený rizikový faktor
 - Nesprávne zvolené vzťahy medzi premennými
- Ignorovanie transakčných nákladov, makroekonomických kríz a likvidity trhu
- Nesprávna aplikácia modelu
- Nekorektná implementácia
- Nesprávna kalibrácia premenných
- Problémy s programovaním procedúr, kapacitou pamäte, výkonom procesorov, serverov...
- Nenasadené identifikátory porušovania pravidiel – operačné riziko
- Ignorovanie samotného faktu, že treba robiť spätné testovanie

Kapitola 2.3 však pojednáva o formálnej stránke backtestingu. Kvantitatívna stránku spätného testovania možno rozčleniť na niekoľko hlavných bodov.

- a) **Predpríprava dát:** zoskupenie potrebných historických dát P/L portfólia, ocenené na trhovom princípe, zhromaždenie vypočítaných historických predikcií VaR na jednotlivé dni.
- b) **Štatistické testovanie:** môže mať podobu:
 - i. Testovanie parametrov, rozdelenia rizikového faktoru, P/L a pod
 - ii. Spätné testovanie vypočítaných VaR za pomoci frekvencie výskytu strát, ktoré presiahli VaR
 - iii. Spätné testovanie vypočítaných VaR za pomoci distribúcie strát, ktoré presiahli VaR resp. distribúcie celej P/L
- c) **Porovnávanie a známkovanie alternatív** – modelov na výpočet VaR

2.3.1 Predpríprava dát

Vo všeobecnosti prvý krok pri validácii modelu je získanie skutočných hodnôt istej veličiny v komparácii s odhadnutými. Pri backtestingu ako forme validácie modelu výpočtu VaR, je samotná VaR odhadnutá veličina a výška straty resp. P/L portfólia je skutočne nameraná veličina. Zoskupenie historických P/L portfólia môže byť náročnejšia úloha ako sa

na prvý pohľad zdá nakoľko, pod pojmom P/L si predstavia niektorí účtovnú hodnotu portfólia, ktorá sa nemusí zhodovať s trhovou hodnotou, ale práve účtovná hodnota je uložená v datamartoch bánk a preto skôr ako použijeme P/L dáta na backtesting treba ich očistiť resp. upraviť, tak aby reprezentovali skutočný zisk / stratu, ktorý za daný časový interval⁵⁵ portfólio „vyrobilo“.

V prípade, že máme „vyčistené“ dáta je dobré získať grafickú predstavu ako sa vyvíjal odhad najväčšej straty s $\alpha \cdot 100$ % presnosťou = VaR_α oproti skutočnému vývoju P/L⁵⁶. Intuitívne je jasné, že správny model by mal mať počet prekročení skutočnej straty viac ako VaR_α niekde okolo počtu historických P/L krát $(1 - \alpha)$

2.3.2 Štatistické testovanie

V úvode kapitoly 2.3 sme načrtli hlavne body spätného testovania modelov na výpočet VaR. Najobširnejší je práve druhý – štatistické testovanie a preto ponúkame jemnejšiu štruktúru tohto bodu s tým, že sa v podkapitole 2.3.2 budeme venovať iba backtestingu za pomoci frekvencie výskytu strát, ktoré presiahli VaR.

Štruktúra štatistického testovania

- a) **Testovanie hypotéz o rozdelení**⁵⁷ rizikového faktora, či spĺňa predpoklady modelu
 - i. Testovanie hypotéz o parametroch rozdelenia
 1. T test na overenie strednej hodnoty
 2. F test na overenie štandardnej odchýlky
 3. Wilcoxonov znamienkový test pre overenie mediánu
 4. Chí kvadrát testy na overenie hypotéz o šikmosti a špicatosti rozdelenia
 - ii. Testovanie hypotéz o zhode rozdelenia
 1. Chí kvadrát test na overenie hypotézy o rovnosti distribúcie dvoch rozdelení
 2. Kolmogorov – Smirnov test a z neho vychádzajúce vylepšené testy o zhode rozdelenia
 3. Jarque – Bera test na overenie hypotézy o normálnosti rozdelenia
 4. Shapiro – Wilks test na overenie hypotézy o normálnosti rozdelenia
- b) **Spätné testovanie za pomoci frekvencie výskytu strát**, ktoré presiahli VaR
 - i. Základný frekvenčný test
 - ii. Kupiecov nepodmienený likelihood ratio test
 - iii. Christoffersonov podmienený likelihood ratio test
- c) **Spätné testovanie za pomoci distribúcie strát**⁵⁸, ktoré presiahli VaR resp. distribúcie celej P/L
 - i. Test založený na Rosenblattovej transformácii
 - ii. Test založený na Berkowitzovej transformácii
 - iii. Testy, ktoré zohľadňujú závislosť jednotlivých pozorovaní za sebou, závislosť odhadov vzniká ak sa t dňová VaR verifikuje na dátach $1, 2, \dots, t - 1$

⁵⁵ V diplomovej práci operujeme neustále s 1 dňovou VaR

⁵⁶ Pre ilustráciu obrázky 3.28 až 3:32 v kapitole 3: Empirická analýza

⁵⁷ Nie celkom vyčerpávajúci zdroj informácií: <http://mathworld.wolfram.com/topics/StatisticalTests.html>

⁵⁸ V tejto kategórii ide o transformáciu nameraných strát buď na rovnomerné rozdelenie $R(0,1)$ – Rosenblatt transformácia alebo na normované normálne rozdelenie – Berkowitz transformácia

Základný frekvenčný test

Pravdepodobne najrozšírenejší test, ktorý priniesol Kupiec v roku 1995. Idea testu spočíva v tom, že frekvencia strát, ktoré prekročili VaR⁵⁹ by mala byť rovnaká ako predpokladaná frekvencia na základe konfidenčnej hladiny, pri ktorej VaR počítame. Nulová hypotéza hovorí, že model je dobrý, teda počet prekročení – bridge-ov sleduje binomické rozdelenie:

$$\Pr(x | n, p) = \binom{n}{p} * p^x * (1 - p)^{n-x}$$

- **x**: počet pozorovaných prekročení
- **p**: pravdepodobnosť prekročenia $p = (1 - \alpha)$
- **n**: počet pozorovaní (historických údajov) P/L
- **Pr(x|n,p)**: pravdepodobnosť, že počet prekročení strát väčších ako VaR bude x z n pozorovaní v prípade že VaR počítame s $\alpha = (1 - p)$

Pri testovaní sa dopúšťame dvoch typov chýb: zamietneme korektný model – chyba prvého druhu alebo prijmeme nekorektný model – chyba druhého druhu. Minimalizovať súčasne obe chyby sa nedá. Postup je stanoviť chybu 1. druhu a minimalizovať chybu 2. druhu. Aplikovaním teórie Nyema – Pearsonovej lemy, vypočítame interval do ktorého keď spadne nameraná hodnota prekročení (L/P prekročilo VaR) nezamietneme nulovú hypotézu⁶⁰
 H_0 : počet prekročení zodpovedá očakávanému počtu prekročení – model je korektný

$$\begin{aligned} H_0 : x = x_0 \text{ oproti } H_1 : x \neq x_0 \\ \Pr[x_0 \in K] = \gamma \\ \Pr[x_0 < c \vee x_0 > c] = \gamma \\ c \in \left\{ \left(-\infty, \text{binoinv}\left(\frac{\gamma}{2}, n, p\right) \right) \vee \left(\text{binoinv}\left(1 - \frac{\gamma}{2}, n, p\right), \infty \right) \right\} \end{aligned}$$

H_0 nezamietame na hladine významnosti γ , ak počet prekročení x splňa podmienku

$$x \in \left\langle \text{binoinv}\left(\frac{\gamma}{2}, n, p\right), \text{binoinv}\left(1 - \frac{\gamma}{2}, n, p\right) \right\rangle$$

- **x**: počet pozorovaných prekročení ($L/P > \text{VaR}_\alpha$)
- **p**: pravdepodobnosť prekročenia $p = (1 - \alpha)$
- **n**: počet pozorovaní (historických údajov) P/L
- γ : hladina významnosti
- **K**: množina, do ktorej keď padne x, tak zamietame H_0
- **x₀**: premenná, ktorá splňa predpoklad, že má binomické rozdelenie Bin(n,p)
- **binoinv(.,n,p)**: inverzná funkcia distribučnej funkcie binomického rozdelenia Bin(n,p)
- **c**: hľadaná konštanta

⁵⁹ V odbornej literatúre sa označujú ako bridge

⁶⁰ Test na potvrdenie, že premenná patrí do binomického rozdelenia je spracovaný podľa prednášok z predmetu **Štatistické metódy**, doc RNDr F. Štulajter CSC

Ak nechceme pracovať s binomickým rozdelením môžeme ho substituovať na základe centrálnej limitnej vety normálnym rozdelením.

$$x \sim Bin[n, p]$$

$$\frac{x - np}{\sqrt{n * p * (1 - p)}} \sim Norm[0,1]$$

Model nezamietneme, ak:

$$x \in \left\langle \Phi^{-1}\left(\frac{\gamma}{2}\right), \Phi^{-1}\left(1 - \frac{\gamma}{2}\right) \right\rangle$$

- **x**: počet pozorovaných prekročení ($L/P > VaR_\alpha$)
- **p**: pravdepodobnosť prekročenia $p = (1 - \alpha)$
- **n**: počet pozorovaní (historických údajov) P/L
- γ : hladine významnosti
- **Norm(μ, σ^2)**: normálne rozdelenie s parametrami μ, σ^2
- **$\Phi^{-1}(\gamma)$** : inverzná distribučná funkcia normovaného normálneho rozdelenia

Kupiecov nepodmienený likelihood ratio test

Predchádzajúci test možno vyjadriť aj pomocou likelihood ratio, kde netestujeme počet výskytov prekročení, ale nepodmienené pokrytie – pravdepodobnosť výskytu prekročení verzus očakávaná pravdepodobnosť výskytu prekročení:

H_0 : model je korektný, teda $x/n = p$

$$LR_{uc} = -2 * \ln\left[(1 - p)^{n-x} * p^x\right] + 2 * \ln\left[\left(1 - \frac{x}{n}\right)^{n-x} * \left(\frac{x}{n}\right)^x\right]$$

$$LR_{uc} \sim \chi^2(1)$$

- **x**: počet pozorovaných prekročení
- **p**: pravdepodobnosť prekročenia $p = (1 - \alpha)$
- **n**: počet pozorovaní (historických údajov) P/L
- **LR_{uc}**: štatistika vyjadrujúca, či empirická pravdepodobnosť x/n je uspokojivo blízka predikovanej frekvencii $p = (1 - \alpha)$ má chí – kvadrát rozdelenie s 1 stupňom voľnosti, teda H_0 nezamietneme na hladine významnosti γ , ak:

$$chi2inv\left(\frac{\gamma}{2}, 1\right) \leq LR_{uc} \leq chi2inv\left(1 - \frac{\gamma}{2}, 1\right)$$

- **chi2inv(.,df)**: inverzná distribučná funkcia chí – kvadrát rozdelenia s df stupňami voľnosti

Christoffersonov podmienený likelihood ratio test

Kupicov test hodnotí iba frekvenciu výskytov prekročení, avšak ak uvažujeme, že jednotlivé prekročenia sú rovnako rozdelené a nezávislé, tak nie je správne, aby sa prekročenia zhluokovali. Otestovanie kvality modelu v tomto smere priniesol Christofferson v roku (1998). Idea testu je rozdelenie testovania na dve časti:

1. časť pojednáva o tom či empirická pravdepodobnosť x/n je uspokojivo blízka predikovanej frekvencii – testovacia štatistika LR_{uc}
2. časť či výskyt prekročení je náhodný – testovacia štatistika LR_{ind}

$$LR_{uc} = -2 * \ln\left[(1-p)^{n-x} * p^x\right] + 2 * \ln\left[\left(1-\frac{x}{n}\right)^{n-x} * \left(\frac{x}{n}\right)^x\right]$$

$$LR_{ind} = -2 * \ln\left((1-\pi_2)^{n_{00}-n_{11}} * \pi_2^{n_{01}-n_{11}}\right) + 2 * \ln\left((1-\pi_{01})^{n_{00}} * \pi_{01}^{n_{01}} * (1-\pi_{11})^{n_{10}} * \pi_{11}^{n_{11}}\right)$$

$$\pi_{01} = \frac{n_{01}}{n_{00} + n_{01}} \quad \pi_{11} = \frac{n_{11}}{n_{10} + n_{11}} \quad \pi_2 = \frac{n_{01} + n_{11}}{n_{00} + n_{01} + n_{10} + n_{11}}$$

$$LR_{cc} = LR_{uc} + LR_{ind}$$

- **x**: počet pozorovaných prekročení
- **p**: pravdepodobnosť prekročenia $p = (1 - \alpha)$
- **n**: počet pozorovaní (historických údajov) P/L
- **LR_{uc}**: štatistika vyjadrujúca, či empirická pravdepodobnosť x/n je uspokojivo blízka predikovanej frekvencii $p = (1 - \alpha)$
- **n_{ij}**: počet pozorovaní ktoré boli v čase t-1 v stave i (nadobúda hodnoty 1: prekročenie, 0: strata bola nižšia ako VaR_α) a v čase t v stave j (nadobúda hodnoty 1: prekročenie, 0: strata bola nižšia ako VaR_α)
- **π_{ij}** : pravdepodobnosť, že zo stavu i (nadobúda hodnoty 1: prekročenie, 0: strata bola nižšia ako VaR_α) sa posunieme do stavu j (nadobúda hodnoty 1: prekročenie, 0: strata bola nižšia ako VaR_α)
- **π_2** : pravdepodobnosť, že nastane prekročenie
- **LR_{ind}**: štatistika vyjadrujúca, či výskyt prekročení je náhodný
- **LR_{cc}**: štatistika vyjadrujúca, či empirická pravdepodobnosť x/n je uspokojivo blízka predikovanej frekvencii $p = (1 - \alpha)$ a zároveň, či výskyt prekročení je náhodný. LR_{cc} má chí – kvadrát rozdelenie s 2 stupňom voľnosti, teda H_0 nezamietneme na hladine významnosti γ , ak:

$$chi2inv\left(\frac{\gamma}{2}, 2\right) \leq LR_{uc} \leq chi2inv\left(1 - \frac{\gamma}{2}, 2\right)$$

- **chi2inv(.,df)**: inverzná distribučná funkcia chí – kvadrát rozdelenia s df stupňami voľnosti

Výhodou testu je jeho schopnosť identifikovať, prečo model nespĺňa požiadavky, teda možno zvlášť testovať nezávislosť a zvlášť nepodmienené pokrytie

2.3.3 Porovnávanie a rating alternatív

V prípade hodnotenia modelov je mnohokrát potrebné rozhodnúť, ktorý je lepší. Tento proces možno urobiť na základe procesu, ktorý sa skladá zo 4 krokov:

1. Získame množinu dát strát L/P_t za časové obdobie a k nim prislúchajúcu predikovanú hodnotu $VaR_{\alpha,t}$
2. Pomocou stratovej funkcie pridelíme každej strate určitú váhu:

$$C_t = \begin{cases} f(L_t, VaR_t) & ak \quad L_t > VaR_t \\ g(L_t, VaR_t) & L_t \leq VaR_t \end{cases}$$
$$f(L_t, VaR_t) \geq g(L_t, VaR_t)$$

Priklad: Lopezova I⁶¹ stratová funkcia:

$$C_t = \begin{cases} 1 & ak \quad L_t > VaR_t \\ 0 & L_t \leq VaR_t \end{cases}$$

3. Určíme kľúčovú hodnotu skóre, ktorú považujeme za benchmark – hodnota na úrovni nami akceptovaného skóre pre dobrý model
4. Vypočítame kvadratické pravdepodobnostné skóre QPS, čím menšie, tým lepšie:

$$QPS = \frac{2}{n} * \sum_{t=1}^n (C_t - p)^2$$

Tento prístup nie je štatistický test adekvátnosti modelu, čo implikuje, že netrpí na nedostatok nízkej sily testu ako napríklad základný frekvenčný test. Tento fakt zvyšuje atraktivitu tohto postupu najmä pre úlohy z malým počtom historických údajov, čo sa často vyskytuje v reálnom svete. Medzi ďalšie pozitíva patrí, že môžeme kalibrovať stratovú funkciu a tak vnášať ekonomické nadväznosti.

Nedokážeme určiť, ktorá metóda spätného testovania je najsprávnejšia, ale je rozumné, ak určitý test ukazuje silnú pozitívnu alebo negatívnu závislosť, nasadiť ešte iné metódy testovania na potvrdenie alebo vyvrátenie tvrdenia o pravdivosti nulovej hypotézy.

Vo finálnej analýze používaného modelu výpočtu VaR význam backtestingu nie je len všeobecné hodnotenie správnosti modelu, ale aj snaha o pochopenie, ako model pracuje, aké sú jeho silné stránky resp. slabosti. U mnohých autorov píšucich o risk manažmente prevažujú slabosti, nakoľko sa domnievajú, že výkonnosť merania rizika pomocou VaR je značne limitovaná, ich argumenty sme nahrubo zhrnuli v kapitole 2.4.

⁶¹ Viac informácií: Lopez J.: Methods for Evaluating Value-at-Risk Estimates, Federal Reserve Bank of San Francisco, 1996

2.4 Kritika VaR

Value-at-Risk, ako nástroj na meranie rizika, ktorému je finančná inštitúcia vystavená má mnoho kritikov. V druhej polovici 90. rokov sa v mnohých knihách o VaR predpokladalo, že keby systém merania rizika VaR bol implementovaný v bankách a organizáciách ako Barings Bank, Orange County, Metallgesellschaft a podobne predišlo by sa veľkým stratám a napätiu na finančných trhoch. Kritici VaR oponujú a čiastočne majú pravdu, že v inštitúciách zlyhalo riadenie rizika a kritickú situáciu by efektívne odhalili aj iné nástroje merania rizika. VaR má nevýhodu v tom, že aj použitie rovnakých metód dáva iné výsledky, ak je rozdiel v implementácii metódy výpočtu VaR, využívajú sa iné rizikové faktory, za iný časový úsek a podobne.

Oponenti VaR argumentujú najmä nesplnenými predpokladmi, ktoré sú pri výpočte nutné. Dokonca niektorí kritici tvrdia, že na výpočet VaR sa použili matematické a štatistické modely z „prírodného“ sveta, v ktorom dobre fungujú, avšak použitie týchto modelov na sociologický resp. ekonomický systém často zlyháva⁶². Autori sa empirickými prácami snažia dokázať irelevantnosť odhadov VaR a poukazujú na možný opačný následok použitia VaR, čo je rovnako nebezpečné ako keď pilot používa pokazený výškomer a dôveruje mu. Tento pilot pravdepodobne havaruje skôr, ako pilot, ktorý vie že sa musí zaobísť bez výškomeru⁶³.

Ako príklad použitia VaR, ktoré by mohlo spôsobiť kolaps banky je často kritizovaný jav, a to: VaR neopisuje absolútnu výšku straty ako takej. Diler volí stratégiu tak, aby riskoval veľký balík prostriedkov, ale pri malej pravdepodobnosti, že nastane riziková situácia. VaR pozície dílera sa výrazne nezmení oproti portfóliu bez tohto obchodu. V prípade, že nastane krízová situácia, banka stratí oveľa viac ako bol ukazovateľ VaR.

Treba podotknúť, že kritika zameraná na VaR, by mohla zvalcovať aj iné nástroje na meranie rizika. Zároveň kritici poukazujú v mnohých prípadoch viac ako na chybu metodológie VaR, skôr na chybné použitie VaR. Mnoho kritických článkov nie je konštruktívnych a iba poukazuje na problém, bez predloženia jeho riešenia, naopak metodológia ohľadne VaR vďaka kritike nadobúda ohromnú robustnosť, v zmysle vysporiadania sa aj zo zložitými, v minulosti neriešiteľnými situáciami. Samozrejme v budúcnosti bude VaR čeliť tlaku na svoju súčasnú pozíciu „lídra“ medzi nástrojmi na meranie trhového rizika. Naopak budúcnosť sa predpovedá v súčasnosti v akademickej obci obľúbenej teórií koherentných nástrojov na meranie finančného rizika⁶⁴.

V súčasnosti nie je vylúčené, že niektoré koherentné nástroje merania rizika sú už v niektorých bankách implementované. V slovenských podmienkach, dovoľme si tvrdiť, že VaR hrá ešte dôležitejšiu úlohu ako koherentné nástroje merania rizika. Dominantné postavenie VaR je dané jednak legislatívne, banky majú povinnosť podľa nariadenia Národnej banky Slovenska odhadovať hodnotu v riziku⁶⁵, ako aj historicko-inštitucionálne, pretože väčšina zahraničných materských firiem slovenských bánk má niekoľkoročné skúsenosti s výpočtom VaR, implementáciou politiky riadenia rizík na základe VaR, výkazníctvo trhových rizík na požiadavku regulátora a podobne.

Vzhľadom na rozsiahle používanie VaR, v nasledujúcej kapitole využívame teoretické koncepcie metodológie VaR na reálny výpočet VaR. Presnejšie sa pokúsime zrátať VaR na akcie a dlhopisy a popritom predstaviť jednotlivé metódy výpočtu VaR z praktickej stránky.

⁶² Voľne prevzaté z Dowd, Kevin, *Measuring Market Risk*, 2nd Edition, John Wiley & Sons, 2005 str. 13

⁶³ Zdroj: Taleb N.: *Limits of VAR*. Journal: *Derivatives Strategy*, 1997

⁶⁴ Viac informácií: <http://www.gloriamundi.org/ShowTracking.asp?ResourceID=453054768>

⁶⁵ Opatrenie NBS č. 4/2004

3 Empirická analýza výpočtu VaR

Vo svete financií sa značný dôraz kladie na pragmatickosť, efektívnosť, zmyslupnosť⁶⁶. Z tohto dôvodu kapitola tri pojednáva o výpočte VaR na skutočných dátach. Situácia je značne zjednodušená, pretože výpočet VaR na portfóliách zložených zo zložitých nástrojov závislých na mnohých rizikových faktoroch by značne presahoval rozsah diplomovej práce. Problémové oblasti by kopirovali vlastne celý proces výpočtu VaR⁶⁷:

- Získanie trhovú údajov – rizikových faktorov je problematické, zadarmo prakticky nemožné
- Mapping rizikových faktorov na ocenenie portfólia, niekedy je problém určiť ten správny rizikový faktor k oceneniu nástroja v portfóliu.
- Nelineárna formulka na ocenenie portfólia: hodnota portfólia sa nerovná lineárnej kombinácii rizikových faktorov.
- Parametrické metódy výpočtu VaR založené na rozdelení rizikových faktorov sú takmer nepoužiteľné.
- Neexistencia logickej interpretácie bez poznania značných matematických vedomostí

Snaha o pochopenie fungovania metód na výpočet VaR zavříšime, teda výpočtom VaR z dát o akciách. Presnejšie vypočítame VaR pomocou historickej simulácie, parametrických metód a Monte Carlo simulácie na portfóliách:

- **Portfólio_1:**
 - 1 akcia BOBJ
- **Portfólio_2:**
 - 1 akcia MSFT
- **Portfólio_3:**
 - 1 akcia ONYX
- **Portfólio_4:**
 - 1 akcia BOBJ
 - 3 akcie MSFT
 - 2 akcie ONYX

Najvšeobecnejšia definícia⁶⁸ VaR_{95} nám hovorí, že za daný čas na 95% nestratíme viac ako VaR. VaR počítame vzhľadom na denné dáta (skúmali sme dennú VaR) a pre poriadok uvádzame matematickú definíciu VaR pre účely empirickej analýzy:

$$VaR_{\alpha} := \Pr[P/L > -VaR] = \alpha$$

Označenie:

- **VaR_α**: maximálna možná strata, ktorú očakávame na budúci deň na 100*α percent
- **P/L**: hodnota zisku/straty

⁶⁶ Riadiaci pracovníci radšej vidia aproximatívne výsledky na pomerne všeobecných predpokladoch, ako presné výsledky na pevných premisách, o ktorých nemožno prehlásiť, že sú správne.

⁶⁷ Problémov je oveľa viac, prehľad slúži iba ako ilustrácia.

⁶⁸ VaR predstavuje ľubovoľnú štatistiku z rozdelenia ziskov a strát.

- **Pr[.]**: funkcia pravdepodobnosti
- **α** : hladina spoľahlivosti

3.1 Dáta na výpočet VaR na akcie

Definovali sme si VaR a naskytá sa nám otázka na základe čoho definovať zajtrajší zisk/stratu. Odpoveď je jednoduchá a priamočiara: hodnotu portfólia akcií ovplyvňuje cena akcií. Ceny akcií BOBJ, MSFT, ONYX sme získali zo stránky <http://yahoo.finance.com>. Presnejšie použili sme ceny zohľadňujúce výplatu dividend a fúziu, aby cena akcie bol jediný rizikový faktor, ktorý vplýva na hodnotu portfólia akcií.

Samotná cena však nenapĺňa skutkovú podstatu rizikového faktoru⁶⁹, túto úlohu sme vložili do jednej z troch transformácií ceny akcie:

Zisk/strata na akciu - P/L: vyjadruje koľko sme zarobili/stratili za deň na tom, že vlastnime portfólio akcií

$$P/L = S_t - S_{t-1}$$

P/L: zisk

S_t : hodnota akcie v čase t

Aritmetický výnos z držby akcie - **ra**: opisuje o koľko percent sa zvýšila hodnota portfólia oproti včerajšku

$$ra = \frac{S_t}{S_{t-1}} - 1$$

ra: aritmetický výnos

S_t : hodnota akcie v čase t

Geometrický výnos z držby akcie - **Rg**: vychádza z predpokladu log normálneho rozdelenia cien akcií a je konzistentný z predpokladom, že cena akcie sleduje Geometrický brownov pohyb⁷⁰. Vzťah na výpočet geometrického výnosu je možno odvodiť aj zo spojitého úročenia ceny akcie

$$Rg = \ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right)$$

Rg: geometrický výnos

S_t : hodnota akcie v čase t

ln(.): funkcia prirodzeného logaritmu

⁶⁹ Presnejšie, potrebujeme prehlásiť dáta o rizikom faktore za náhodný výber z nejakého „štandardného“ rozdelenia (normálne, t rozdelenie). Pre účely akcií je väčšinou najlepší prístup cez Geometrické výnosy.

⁷⁰ Netreba zabúdať, že počítame jednodňové VaR $\Delta t = 1$.

3.2 Metódy výpočtu VaR na akcie

Z metodického hľadiska sme si metódy výpočtu VaR predstavili v kapitole 2.2, avšak v nasledujúcich riadkoch si zopakujeme jednotlivé metódy a aplikujeme teóriu na prax portfólia akcií. K dispozícii máme 2251 dňových cien akcií. Z týchto dát vypočítame

- Statický pohľad na VaR: za pomoci 2001 údajov vypočítame VaR pre rôzne α
- Dynamický pohľad na VaR: vypočítame časový rad VaR₉₅ za posledných 250 dní. Časový rozsah dát na výpočet VaR ostáva konštantný 2001 údajov⁷¹ cien akcií.

3.2.1 VaR - historická simulácia

Metóda historickej simulácie je najmenej náročná na predpoklady. VaR počítame na základe vypočítaných údajov o ziskoch a stratách portfólia⁷². Tieto údaje si zoradíme podľa veľkosti straty a aplikujeme empirické rozdelenie pravdepodobnosti z ktorého zistíme 5 % kvantil.

Pre zlepšenie odhadu VaR, použijeme ešte časovo váženú historickú simuláciu. Jednotlivým hodnotám pridáme exponenciálne sa znižujúcu váhu podľa veku. Parameter (decay factor) sme určili na základe rozhodnutia zmierniť váhu vzdialených pozorovaní do minulosti. Decay faktor sa výrazne nelíši oproti RiskMetrics^{TM73}. Decay faktor nadobúda hodnotu $\lambda = 0.95$, pričom VaR počítame na základe 2000 pozorovaných P/L_t, čo implikuje váhu jednotlivým údajom v čase:

$$w_t = \frac{0.95^{t-1} * 0.05}{1 - 0.05^{2000}}$$

- t : čas do minulosti, najnovší údaj $t = 1$, najstarší $t = 2\ 000$
- λ : faktor tlmenia
- w_t : váha P/L_t

V prípade historickej simulácie nemá význam rozlišovať pozičný a portfóliový prístup k štruktúre akcií, nakoľko sa historická simulácia opiera o minulé zisky a straty integrálne cez celé portfólio a tým implicitne komponuje do výpočtu aj vzájomné korelácie akcií v portfóliu⁷⁴.

Označenie v tabuľkách a grafoch

- **var_hs**: VaR₉₅ vypočítané historickou simuláciou s rovnakou časovou váhou
- **var_hs_tw**: VaR₉₅ vypočítané historickou simuláciou s exponenciálne klesajúcou časovou váhou

⁷¹ VaR počítame na nasledujúci pracovný deň t+1. V dni t+1 počítame na t+2, avšak zahrnieme údaje aj za deň t+1, no nepoužijem deň t-2000.

⁷² Samozrejme, tak aby zastúpenie jednotlivých akcií zodpovedalo aktuálnej držbe.

⁷³ Decay factor je 0.94 pre denné dáta a 0.96 pre týždenné.

⁷⁴ Dal by sa vypočítať VaR pomocou historickej simulácie na základe korelačne vážených ziskov a strát, v tomto prípade ide o pozičný prístup k portfóliu, i keď nakoniec získame jeden vektor ziskov a strát.

3.2.2 VaR pomocou parametrických metód

Výpočet VaR pomocou parametrických metód je presný za predpokladu, že premisa o rozdelení rizikového faktoru je správna. Ako už bolo spomenuté hodnota portfólia sa mnoho krát počíta aj nelineárnou kombináciou rizikových faktorov a to môže znehodnotiť resp. znemožniť odhad VaR parametrickou metódou. Prehľad použitých tried rozdelení možno ľahko vyčítať zo zoznamu označenia pre tabuľky a grafy. Za zmienku stojí fakt, že pri parametrických triedach má význam pozeráť sa na pozičný prístup na portfólio akcií. Zisk a strata portfólia akcií je vlastne súčet ziskov/strát jednotlivých akcií. Pre ilustráciu aj aritmetický výnos portfólia je súčet výnosov akcií, ale vážený. Odvodenie je priamočiare:

$${}^p ra = \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1 = \frac{\sum_{i=1}^n {}^i S_{t-1} * (1+{}^i ra)}{P_{t-1}} - \frac{\sum_{i=1}^n {}^i S_{t-1}}{P_{t-1}} = \sum_{i=1}^n ({}^i w * (1+{}^i ra) - {}^i w) = \sum_{i=1}^n {}^i w * {}^i ra$$

P_t : hodnota portfólia v čase t, portfólio sa skladá z akcií 1,2, ..., n

${}^i S_t$: hodnota akcie i v čase t

${}^i ra$: aritmetický výnos i-tej akcie

${}^p ra$: aritmetický výnos portfólia

${}^i w$: váha zastúpenia hodnoty v akciách i na celkovej hodnote portfólia

V prípade geometrických výnosov, vzťah pre aritmetické výnosy neplatí, no pri istej miere aproximácie⁷⁵ ho možno použiť aj pre Rg.

$${}^p Rg = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) = \ln\left(\frac{\sum_{i=1}^n \exp({}^i Rg) * {}^i S_{t-1}}{P_{t-1}}\right) = \ln\left(\sum_{i=1}^n \exp({}^i Rg) * {}^i w\right)$$

$$\exp({}^p Rg) = \sum_{i=1}^n \exp({}^i Rg) * {}^i w$$

$$1 + {}^p Rg = \sum_{i=1}^n (1 + {}^i Rg) * {}^i w = \sum_{i=1}^n ({}^i w + {}^i Rg * {}^i w) = \sum_{i=1}^n ({}^i Rg * {}^i w) + \sum_{i=1}^n {}^i w$$

$${}^p Rg = \sum_{i=1}^n ({}^i Rg * {}^i w)$$

P_t : hodnota portfólia v čase t, portfólio sa skladá z akcií 1,2, ..., n

${}^i S_t$: hodnota akcie i v čase t

${}^i Rg$: geometrický výnos i-tej akcie

${}^p Rg$: geometrický výnos portfólia

${}^i w$: váha zastúpenia hodnoty v akciách i na celkovej hodnote portfólia

$\exp(\cdot)$: mocninová funkcia e na argument

$\ln(\cdot)$: funkcia prirodzeného logaritmu

⁷⁵ Máme na mysli Taylorov polynóm do prvého stupňa, ostatok zanedbávame.

Tieto predpoklady zapadajú do koncepcie lineárnej transformácie viacrozmerného normálneho rozdelenia, kde možno celkom pohodlne spočítať 5 % kvantil rozdelenia, ktoré vzniklo takouto transformáciou⁷⁶.

Pokladáme za správne pripomenúť, že potrebné parametre použitých parametrických tried (normálne rozdelenie a t rozdelenie) na výpočet VaR sme získali na základe formúl uvedených v podkapitole 2.1.6:

Označenie v tabuľkách a grafoch

- **par_norm_pl_var:** rozdelenie ziskov a strát je z normálneho rozdelenia
- **par_norm_ra_var:** rozdelenie aritmetických výnosov je z normálneho rozdelenia
- **par_norm_Rg_var:** rozdelenie geometrických výnosov je z normálneho rozdelenia
- **par_t_pl_var:** rozdelenie ziskov a strát je zo zovšeobecneného studentovho t rozdelenia
- **par_t_ra_var:** rozdelenie aritmetických výnosov je zo zovšeobecneného studentovho t rozdelenia
- **par_t_Rg_var:** rozdelenie geometrických výnosov je zo zovšeobecneného studentovho t rozdelenia
- **mult_par_norm_pl_var:** rozdelenie ziskov a strát je z viacrozmerného normálneho rozdelenia
- **mult_par_norm_ra_var:** rozdelenie aritmetických výnosov je z viacrozmerného normálneho rozdelenia
- **mult_par_norm_Rg_var:** rozdelenie geometrických výnosov je z viacrozmerného normálneho rozdelenia
- **mult_par_t_pl_var:** rozdelenie ziskov a strát je zo zovšeobecneného viacrozmerného studentovho t rozdelenia
- **mult_par_t_ra_var:** rozdelenie aritmetických výnosov je zo zovšeobecneného viacrozmerného studentovho t rozdelenia
- **mult_par_t_Rg_var:** rozdelenie geometrických výnosov je zo zovšeobecneného viacrozmerného studentovho t rozdelenia

3.2.3 VaR - Monte Carlo simulácia

V prípade akcií sú Monte Carlo simulácie iba spestrením a ukážkou výpočtu VaR, nakoľko je celkom priamočiara aplikácia parametrických metód. Monte Carlo simulácie vychádzajú z predpokladaného parametrického rozdelenia, s tým rozdielom, že sú účinné keď nepoznáme inverznú distribučnú funkciu⁷⁷. Proces sa nezakladá na normálnom rozdelení, existujú nelineárne väzby medzi rizikovými faktormi, ktoré variančno-kovariančná matica nezohľadní. Pre konkrétne modelovanie ceny akcie sme použili Geometrický brownov pohyb, čo je konzistentné s predpokladom, že ceny sú rozdelené log normálne, geometrické výnosy normálne. Vzhľadom na to, že pracujeme s dennými dátami má proces geometrických výnosov normálne rozdelenie s parametrami μ a σ^2 , ktoré určíme ako výberový priemer a výberová variancia. Jednoduché odhady VaR nám zabezpečia, že parametre neobsahujú premennú čas. Samotné VaR počítame na základe empirickej distribučnej funkcie, ktorá vznikla z 1000 nasimulovaných cien akcie. Podľa toho či generujeme geometrické výnosy portfólia ako celku, alebo jednotlivých akcií rozlišujeme portfóliový a pozičný prístup.

⁷⁶ Pozor si treba dať na samotnú transformáciu, či použiť objem akcii (prípád P/L) alebo váhy (prípád ra).

⁷⁷ Je nutné poznamenať, že ak poznáme funkciu hustoty, na základe nej simulujeme daný proces. Monte Carlo simulácia mnohokrát nepredstavuje presnejšiu a rýchlejšiu metódu, ako numerická integrácia funkcie hustoty.

Označenie v tabuľkách a grafoch

- **mc_Rg_norm_var**: Monte Carlo simulácia za predpokladu, že geometrické výnosy majú normálne rozdelenie
- **mc_Rg_t_var**: Monte Carlo simulácia za predpokladu, že geometrické výnosy majú Studentovo t rozdelenie
- **mult_mc_Rg_norm_var**: Monte Carlo simulácia za predpokladu, že geometrické výnosy jednotlivých akcií kopírujú viacrozmerné normálne rozdelenie
- **mult_mc_Rg_t_var**: Monte Carlo simulácia za predpokladu, že geometrické výnosy jednotlivých akcií kopírujú viacrozmerné Studentovo t rozdelenie

3.3 Empirická analýza výpočtu VaR akcií

3.3.1 Jednotlivé akcie

Popis akcií

- **BOBJ**: Business Objects S.A. – spoločnosť prevádzkuje „business intelligence“ software a servis, pod čím rozumieme, že pomáha spoločnostiam zachytiť, pochopiť a riadiť výkonnosť podniku vo všetkých sférach a to navonok i vnútri podniku.
- **MSFT**: Microsoft Corporation – spoločnosť zaoberajúca sa vývojom, výrobou, licencovaním a podporou softwarových produktov pre rozličné počítačové prístroje po celom svete.
- **ONYX**: Onyx Pharmaceuticals – farmaceutická spoločnosť s USA sústreďujúca sa na molekulárne mechanizmy pri liečbe rakoviny.

Deskriptívna štatistika

Pred výpočtom VaR je veľmi dôležité poznať priebeh resp. rozdelenie rizikového faktora na základe, ktorého chceme vypočítať VaR. Od rozdelenia sa odvíja aj použitie konkrétnej metódy výpočtu VaR. Popisná štatistika k zadaným rizikovým faktorom: cena, zisk - strata, aritmetické výnosy, geometrické výnosy odzrkadľujú Tabuľka 3.1 až Tabuľka 3.3. Údaje v tabuľkách sme vypočítali na základe 2001 dát z dátového súboru 2251 cien akcie. Nepoužili sme najnovších 250 údajov⁷⁸.

⁷⁸ Banky, ktoré počítajú VaR a musia mať model výpočtu verifikovaný regulátorom používajú väčšinou jednu metódu a pre tú sa musia rozhodnúť na začiatku. Náklady na zmenu metódy sú zväčša vysoké a zmena podlieha opätovnému schváleniu regulátora. Nakoľko neskôr počítame VaR na celý rok t.j. 250 dní, tak vlastne na začiatku tejto periódy stojíme pred rozhodnutím, aký rizikový faktor resp. metódu použiť.

Tabuľka 3.1: Popisná štatistika k akcii BOBJ

	cena	zisk-strata	aritmetické výnosy	geometrické výnosy
maximum	98.6700	10.7500	0.2716	0.2403
minimum	2.6200	-13.8300	-0.2330	-0.2653
medián	26.1000	0.0000	0.0000	0.0000
priemer	27.9710	0.0168	0.0022	0.0011
št. odchylka	16.4360	1.6925	0.0480	0.0474
šikmosť	1.0277	0.0734	0.6485	0.2507
špicatosť	4.4727	17.4060	7.0627	6.6688

Tabuľka 3.2: Popisná štatistika k akcii MSFT

	cena	zisk-strata	aritmetické výnosy	geometrické výnosy
maximum	51.2600	4.3600	0.1958	0.1788
minimum	17.2900	-6.6200	-0.1560	-0.1696
medián	24.8650	0.0000	0.0000	0.0000
priemer	26.9590	0.0046	0.0005	0.0002
št. odchylka	6.2342	0.6763	0.0235	0.0235
šikmosť	1.4108	-0.5164	0.1353	-0.1379
špicatosť	4.6836	13.1350	8.8130	8.7900

Tabuľka 3.3: Popisná štatistika k akcii ONYX

	cena	zisk-strata	aritmetické výnosy	geometrické výnosy
maximum	58.7500	7.6600	0.5733	0.4532
minimum	3.5000	-13.4700	-0.3301	-0.4006
medián	10.5000	0.0000	0.0000	0.0000
priemer	15.9080	0.0104	0.0022	0.0007
št. odchylka	11.6380	0.9121	0.0557	0.0546
šikmosť	1.0000	-1.0670	1.1704	0.2987
špicatosť	3.0286	38.3420	14.1160	11.4490

Po pohľade na tabuľky sa javí najlepšie použiť ako nástroj na predikciu VaR geometrické výnosy i keď nie sú najmenej zošikmené ani špicaté⁷⁹, avšak súhra týchto parametrov je najlepšia a zároveň konzistentná s Geometrickým brownovým pohybom. Zaujímavé je aj pozorovanie, že priemery sú blízko nuly a štandardné odchýlky sú pomerne nízke. Popisná štatistika je však málo názorná, tento nedostatok dopĺňa ďalšia časť.

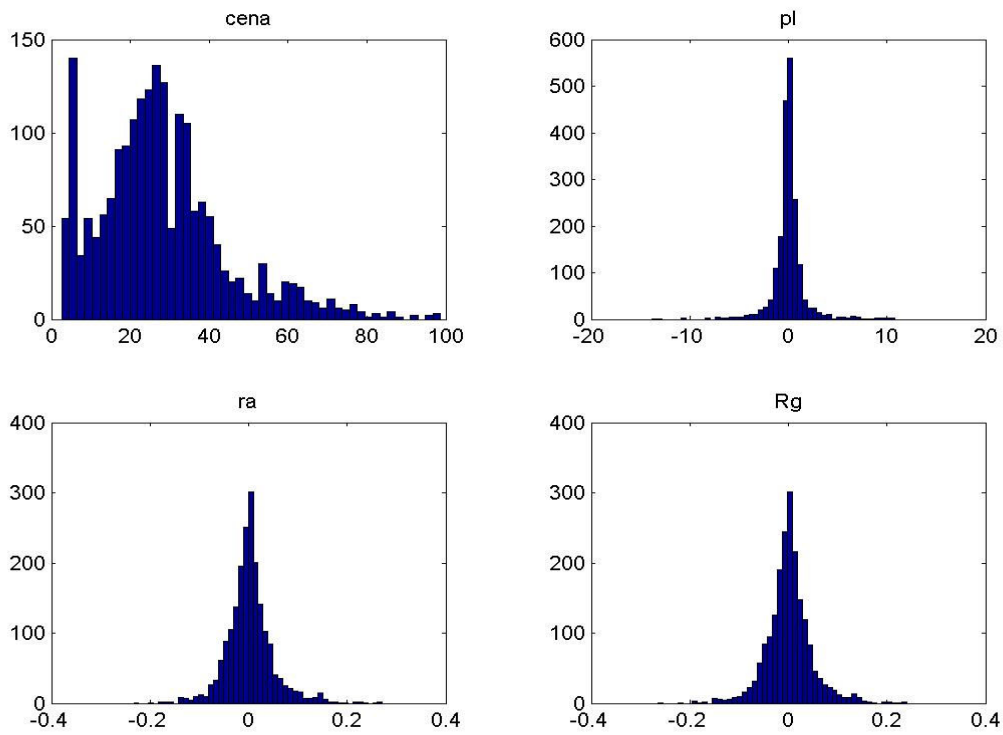
Rozdelenia rizikových faktorov

Histogram ponúka najcelistvejší grafický pohľad na rozdelenie jednotlivých rizikových faktorov. Zhrnuli sme to do Obrázkov 3.1 až 3.3, kde možno vidieť rozdelenie:

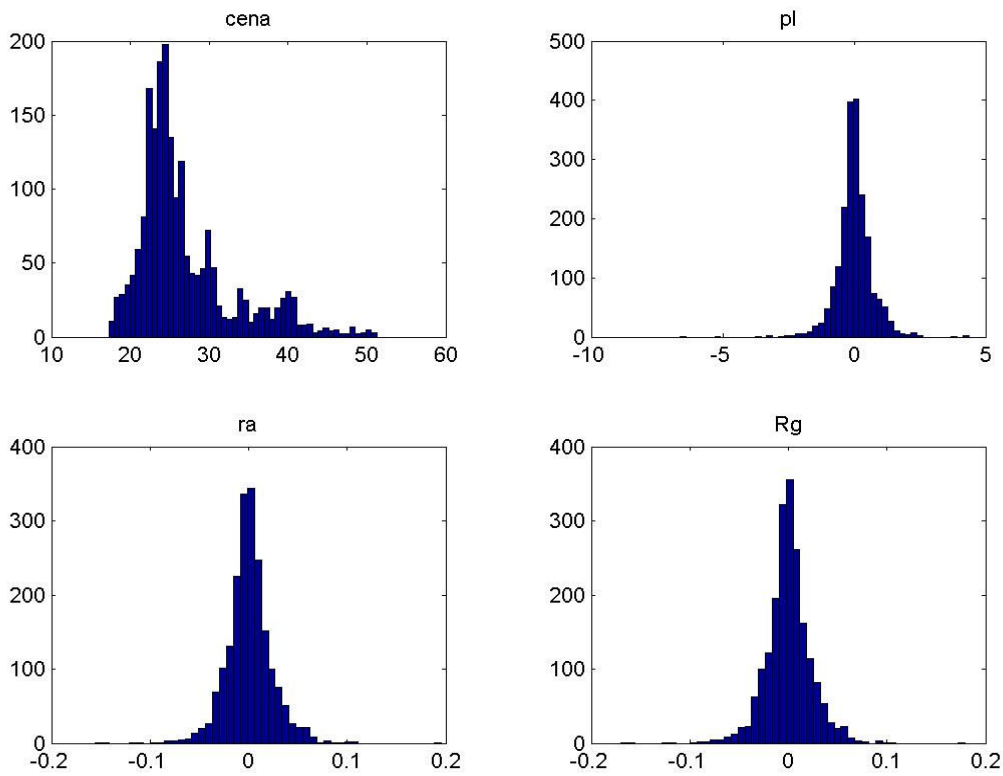
- Ceny akcie - **cena**
- Zisku resp. straty – **pl**
- Aritmetických výnosov – **ra**
- Geometrických výnosov - **Rg**

⁷⁹ Pre informáciu šikmosť normálneho rozdelenia je 0 a špicatosť 3.

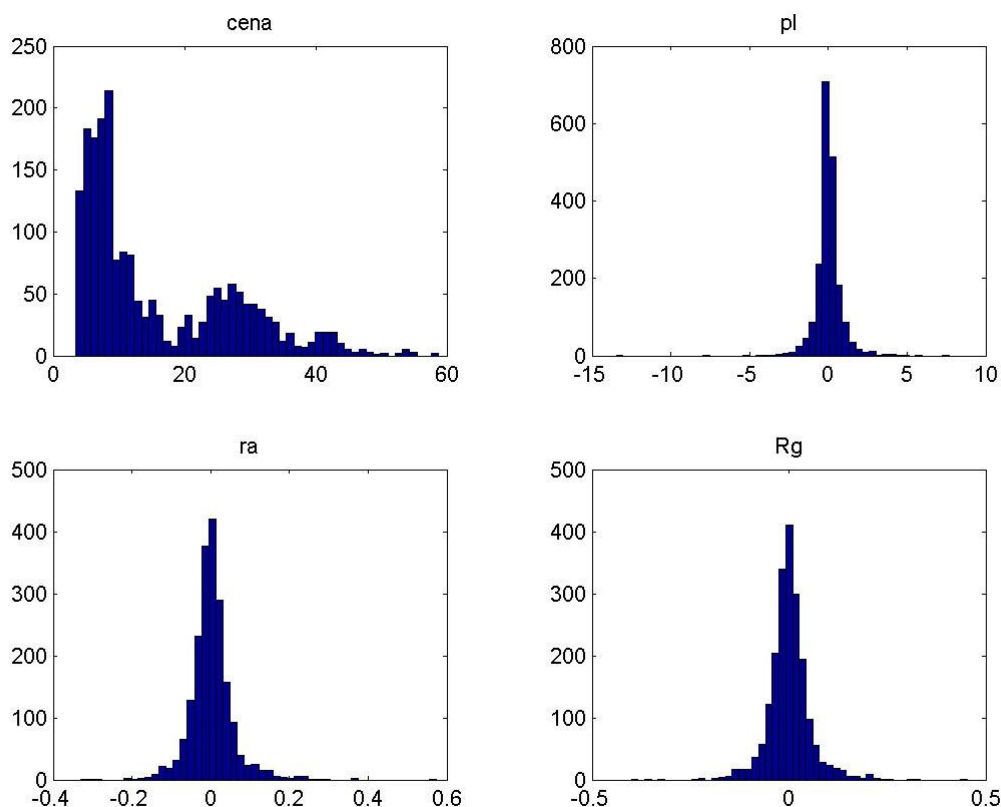
Obrázok 3.1: Histogram rizikových faktorov akcie BOBJ



Obrázok 3.2: Histogram rizikových faktorov akcie MSFT



Obrázok 3.3: Histogram rizikových faktorov akcie ONYX



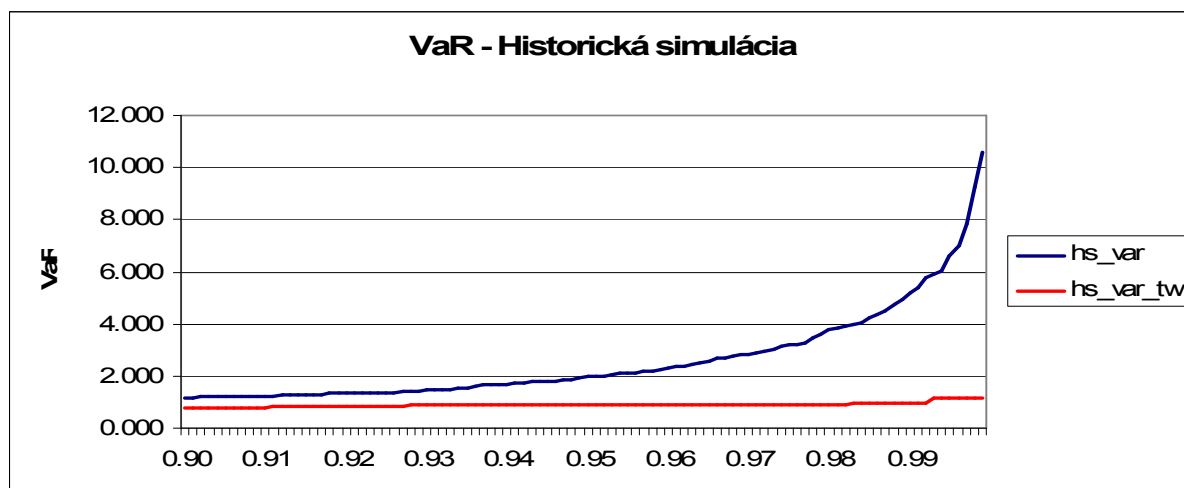
Histogram ra , Rg jednotlivých akcií poukazuje na skutočnosť, ktorú odhalila už aj deskriptívna štatistika – pomerne vyššia špicatosť ako má normálne rozdelenie, čo spôsobuje, že realizácia odľahlých hodnôt je pravdepodobnejšia ako pri normálnom rozdelení. Vďaka malej štandardnej odchýlke premennej ra resp. Rg jednotlivých akcií je sústredená veľká časť súboru okolo priemeru. V ďalších častiach empirickej analýzy budeme používať ako rizikový faktor od ktorého závisí zisk resp. strata z držby akcie výlučne geometrické výnosy⁸⁰.

VaR v závislosti od α

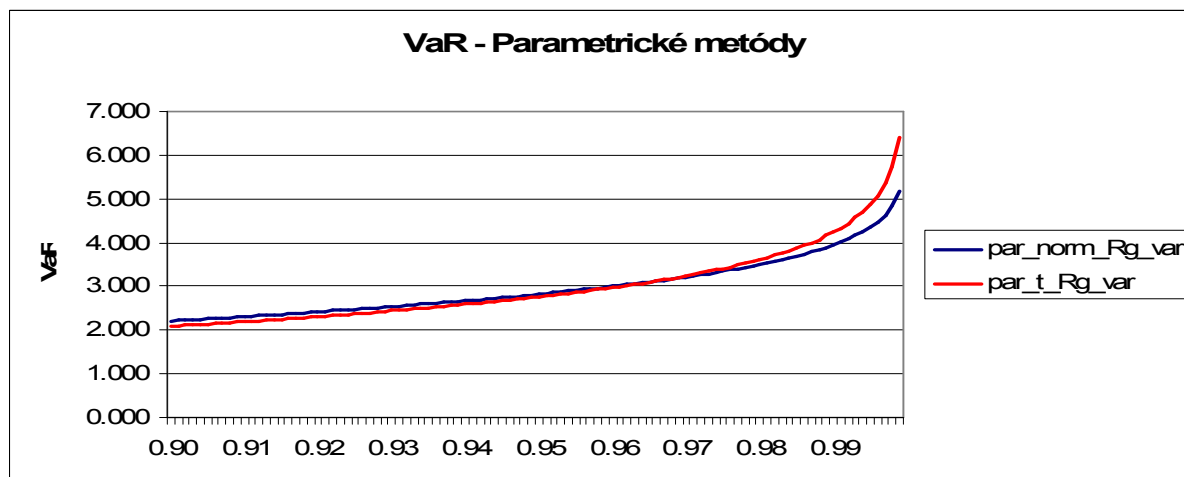
Výpočet VaR iba pre jednu hodnotu α môže byť nedostatočné, pretože nevieme či VaR rastie s α lineárne, alebo pozorujeme exponenciálnu závislosť od α . Od tejto závislosti sa odvíja výška straty, ktorej je držiteľ portfólia vystavený. Pre ilustráciu obrázky 3.4 až 3.12 pojednávajú o priebehu VaR podľa α . VaR bola počítaná podobne ako deskriptívna štatistika na dátovej vzorke obsahujúcej 2001 údajov cien akcií, 250 najaktuálnejších sme nepoužili.

⁸⁰ VaR vypočítaná v závislosti od α je v prehľadoch v prílohe.

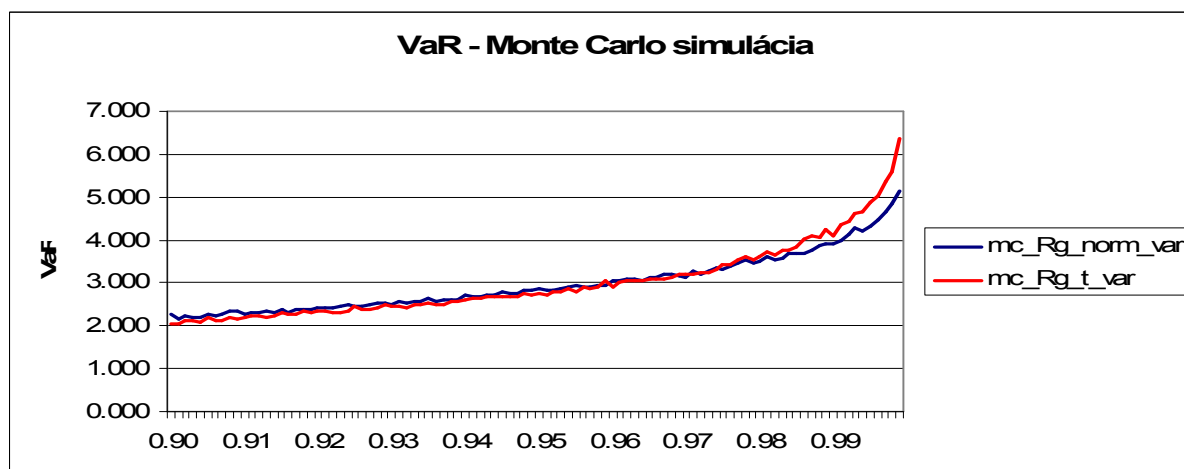
Obrázok 3.4: Historické simulácie - VaR od α pre BOBJ



Obrázok 3.5: Parametrické metódy⁸¹ - VaR od α pre BOBJ

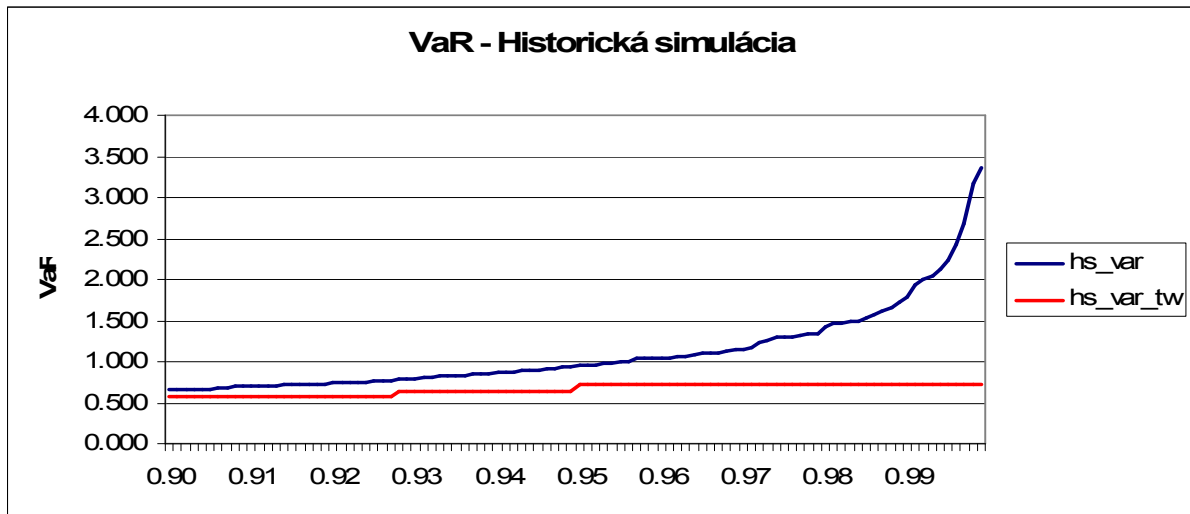


Obrázok 3.6: Monte Carlo simulácie - VaR od α pre BOBJ

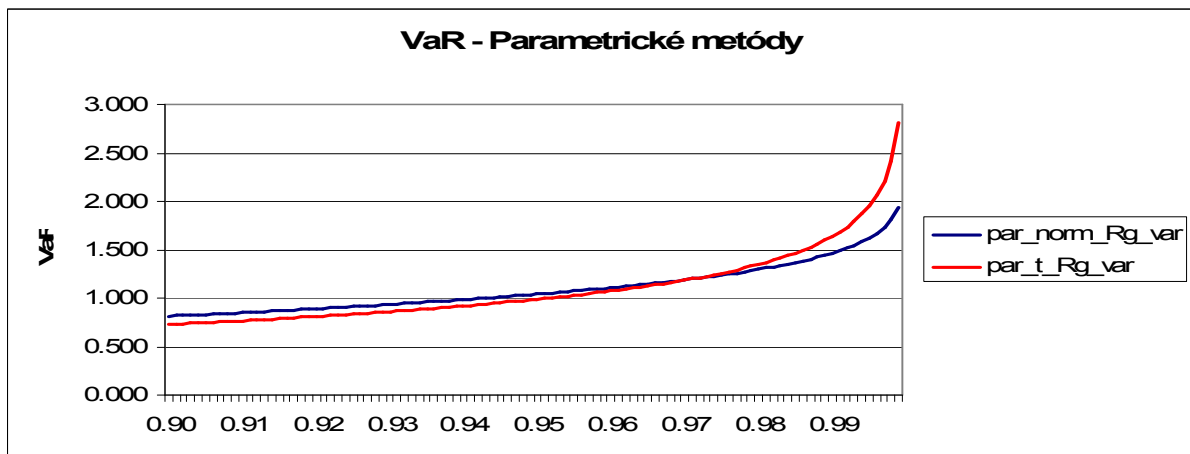


⁸¹ Parametrickú triedu rozdelenia sme parametrizovali na základe popisnej štatistiky z tabuľky 3.1, stupne voľnosti sme odhadli v súlade s teóriou 2.1.6 $v = 5$

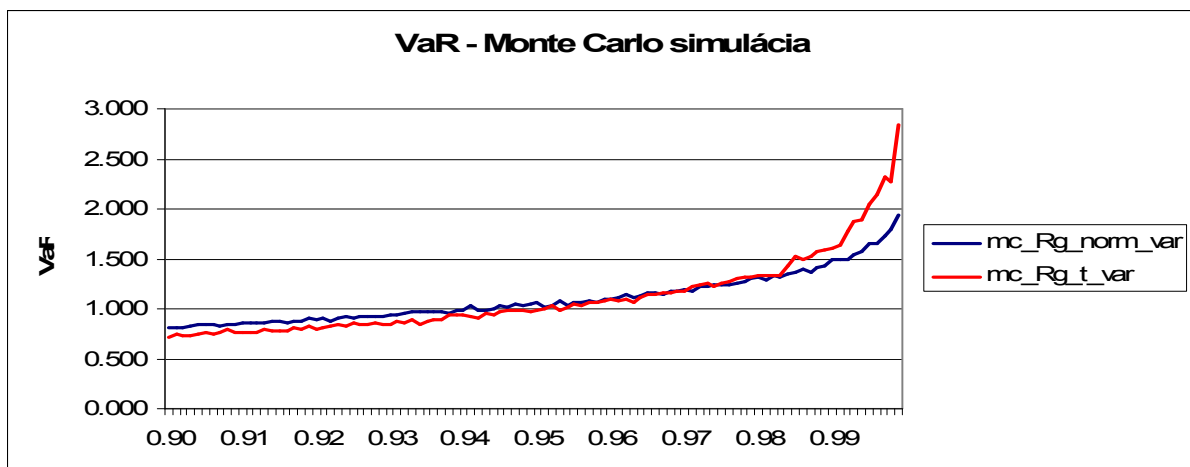
Obrázok 3.7: Historické simulácie - VaR od α pre MSFT



Obrázok 3.8: Parametrické metódy⁸² - VaR od α pre MSFT

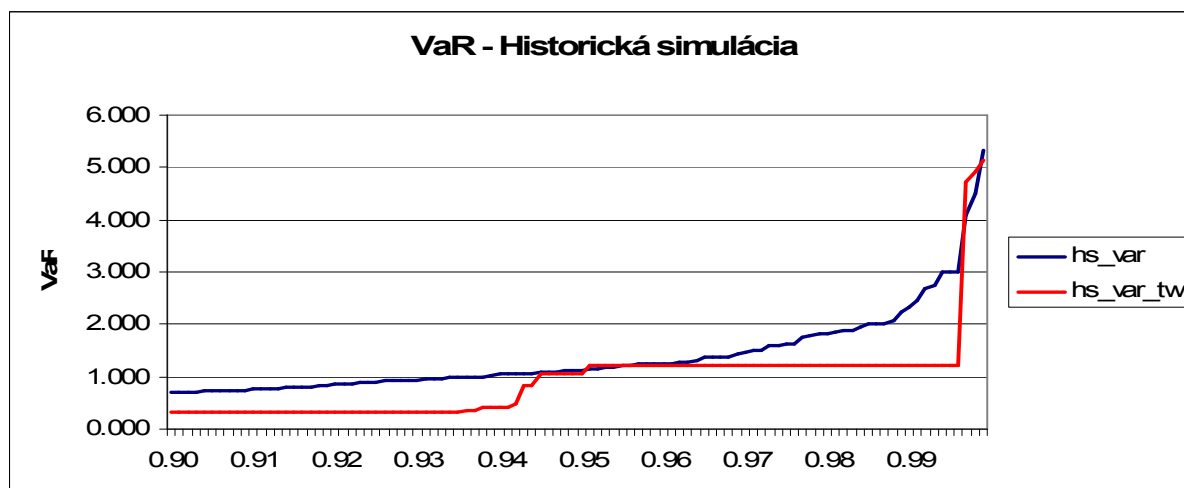


Obrázok 3.9: Monte Carlo simulácie - VaR od α pre MSFT

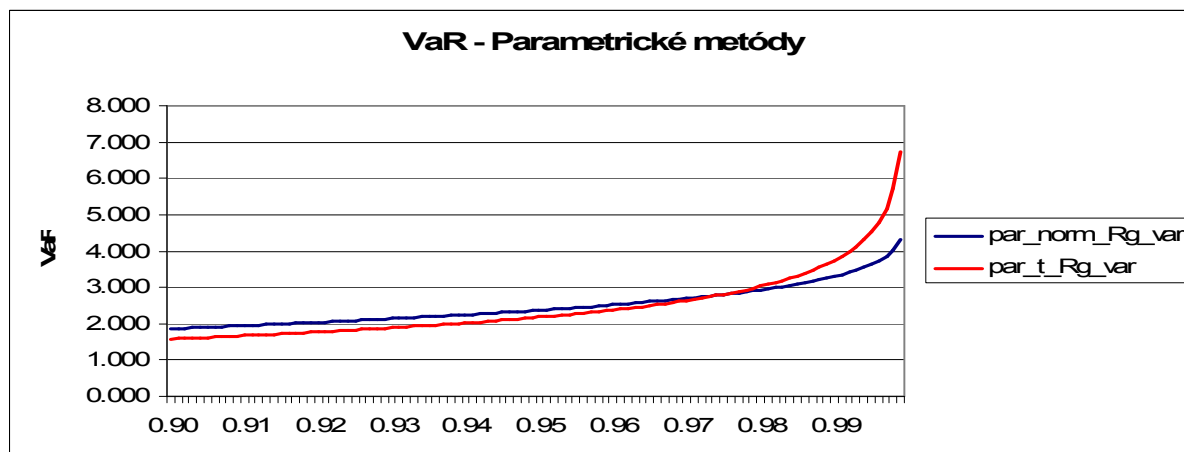


⁸² Parametrickú triedu rozdelenia sme parametrizovali na základe popisnej štatistiky z tabuľky 3.2, stupne voľnosti sme v odhadli súlade s teóriou 2.1.6 $v = 5$

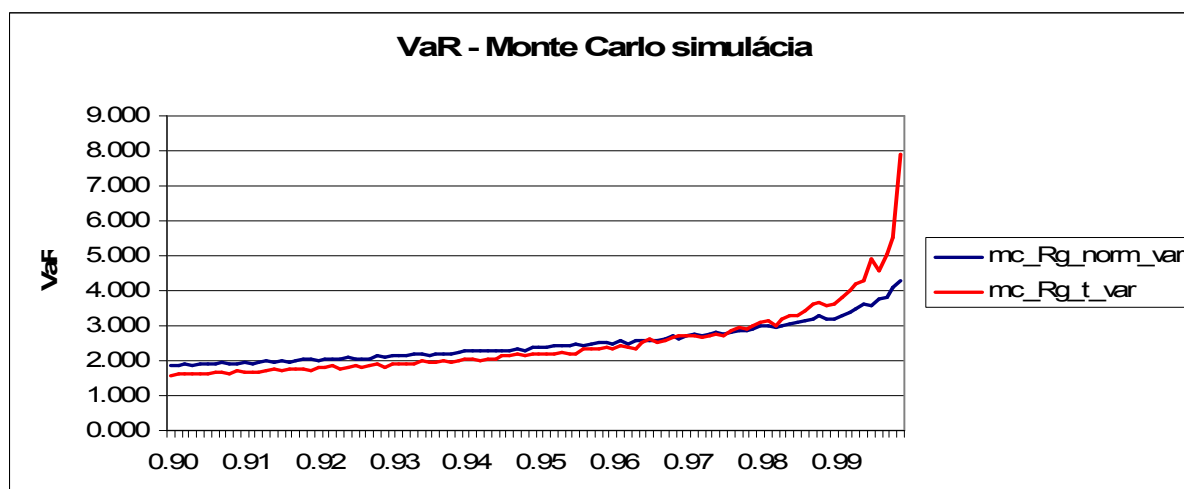
Obrázok 3.10: Historické simulácie - VaR od α pre ONYX



Obrázok 3.11: Parametrické metódy⁸³ - VaR od α pre ONYX



Obrázok 3.12: Monte Carlo simulácie - VaR od α pre ONYX



⁸³ Parametrickú triedu rozdelenia sme parametrizovali na základe popisnej štatistiky z tabuľky 3.3, stupne voľnosti sme odhadli v súlade s teóriou 2.1.6 $v = 4$

Z Obrázkov 3.4 až 3.12 možno vyčítať množstvo zaujímavosti. Niektoré sa pokúsime zhrnúť a vysvetliť priebeh grafov.

Pre všetky akcie a α blízke 0.9 dáva historická simulácia najnižšie odhady VaR, no práve časovo nevážená historická simulácia najdramatickejšie rastie s rastom α . Rozdiel medzi časovo váženou a neváženou VaR spôsobuje, že pre akcie BOBJ a MSFT sú najväčšie straty pomerne staré. Pre ONYX vysoké straty sa nachádzajú aj v nedávnej minulosti a teda VaR vypočítaná metódou časovo vázenej historickej simulácie je pomerne vysoká a porovnateľná s časovo neváženou VaR.

Pri pohľade na krivky VaR počítanej na základe parametrických metód sa potvrdzuje už spomínaný poznatok o relatívne nízkej štandardnej odchýlke, čo determinuje vzájomnú polohu VaR podľa t rozdelenia a normálneho rozdelenia. Presnejšie pre nízke hodnoty α sa $(1 - \alpha)$ kvantil rozdelenia R_g dostáva relatívne blízko strednej hodnoty a tam je t rozdelenie „ľahšie“ ako normálne, čo spôsobuje vyššiu kritickú hodnotu R_g a nižšiu stratu pre t rozdelenie. Naopak pri vysokej hodnote α , sa naplno prejavujú „ťažké“ chvosty t rozdelenia a VaR na základe t rozdelenia je vyššia ako na základe normálneho.

Za zmienku ešte stojí, že VaR pomocou Monte Carlo simulácii kopíruje VaR pomocou parametrických metód. Rozdiel je však v tom, že VaR pomocou MC simulácií nie je tak hladká ako VaR pomocou parametrických metód, čo je spôsobené chybou simulácií. Ak by počet iterácií⁸⁴ rástol do nekonečna krivka VaR by sa vyhladzovala.

Z grafov o priebehu VaR podľa α ešte nevieme povedať, či táto metóda výpočtu je dobrá, alebo dokonca najlepšia. Výpočet VaR verifikuje samotný trh, tento proces je zrozumiteľný aj bez matematického prístupu. Vypočítané – predikované VaR dáme do súvislosti so skutočnými ziskami resp. stratami.

Časový rad VaR za posledný rok⁸⁵

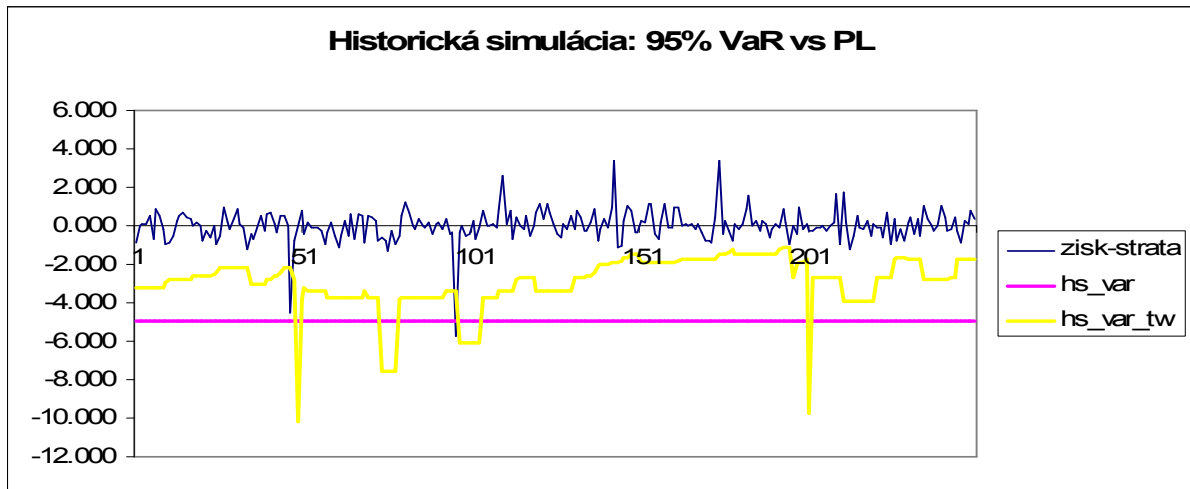
Pre účely tejto kapitoly sme vypočítali 250 predikcií 1 dňovej $VaR_{0,95}$ na 250 dní⁸⁶. Tieto údaje sme následne konfrontovali so skutočnými ziskami a stratami v danom dni. VaR sme počítali vždy na základe 2001 údajov o cenách akcie z ktorých sme odvodili históriu 2000 údajov R_g . Vstupná dátová vzorka sa každý deň obohatila o aktuálnu cenu akcie a zároveň ochudobnila o najstaršiu cenu akcie v dátovej vzorke. Tento postup sa bežne používa v bankovej praxi zväčša s menšou históriou. Výsledky sú zhrnuté na Obrázkoch 3.13 až 3.21.

⁸⁴ Pre účely MC simulácii sme použili 1000 iterácií.

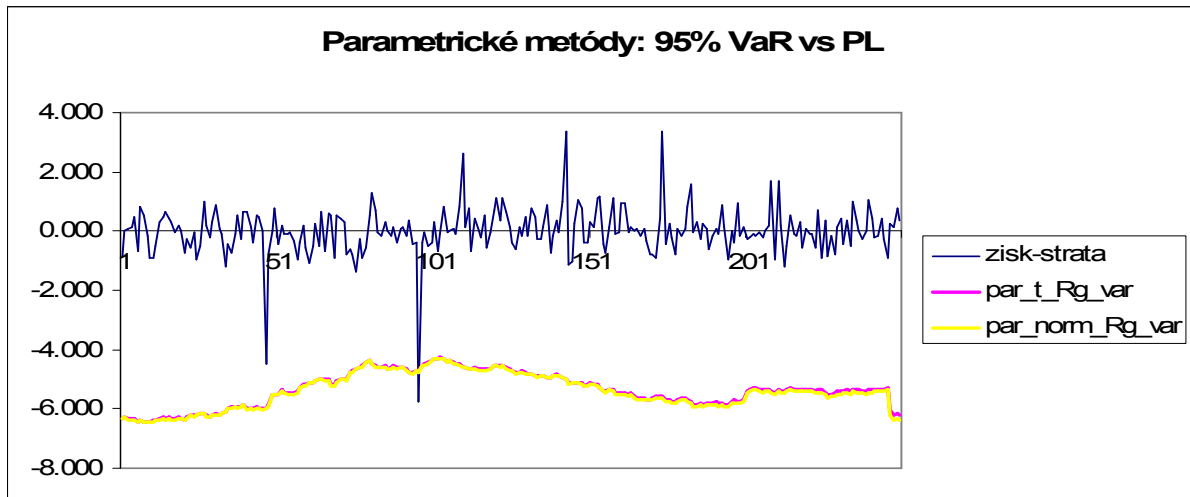
⁸⁵ Za rok považujeme 250 dní (pracovných).

⁸⁶ Presne sa jednalo o obdobie od 21.2.2006 do 17.2.2007.

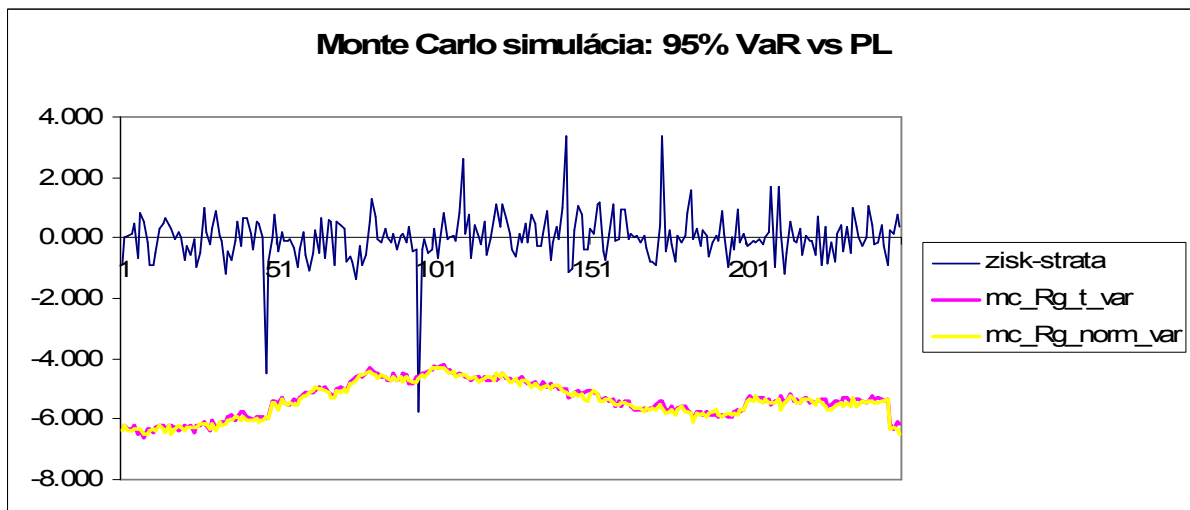
Obrázok 3.13: Historická simulácia - 95% VaR vs P&L pre BOBJ



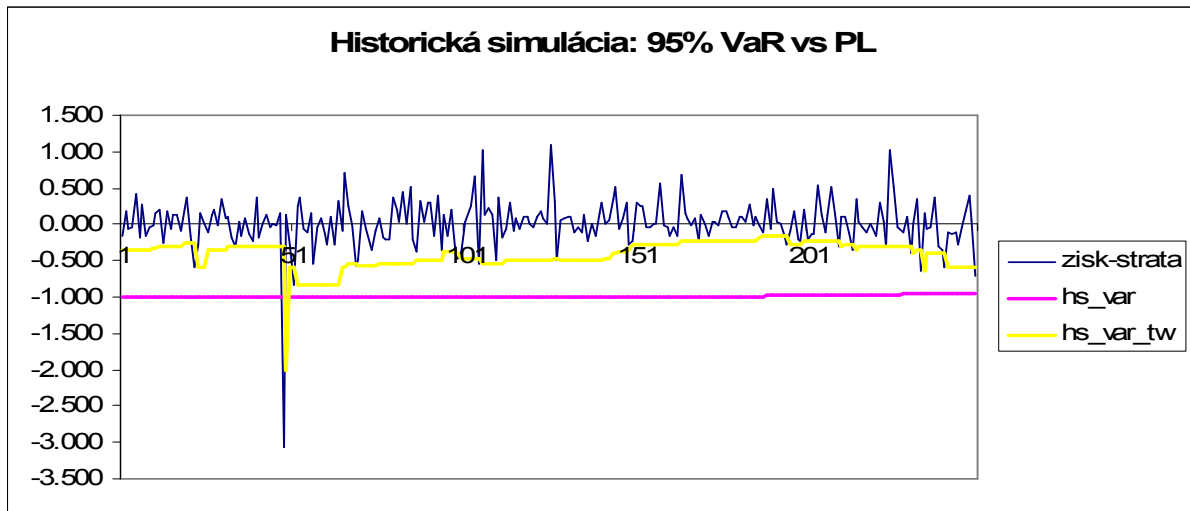
Obrázok 3.14: Parametrické metódy - 95% VaR vs P&L pre BOBJ



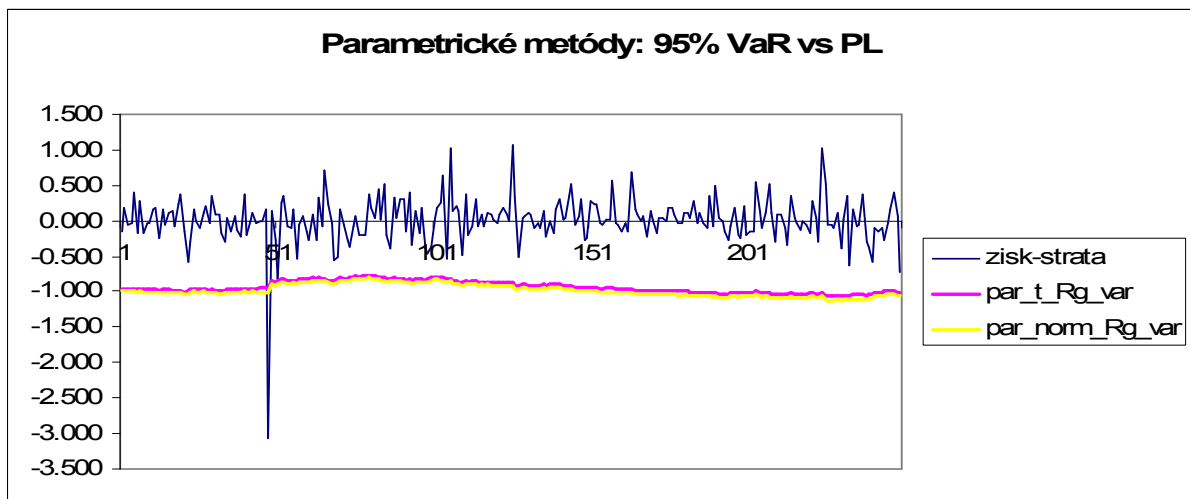
Obrázok 3.15: Monte Carlo simulácia - 95% VaR vs P&L pre BOBJ



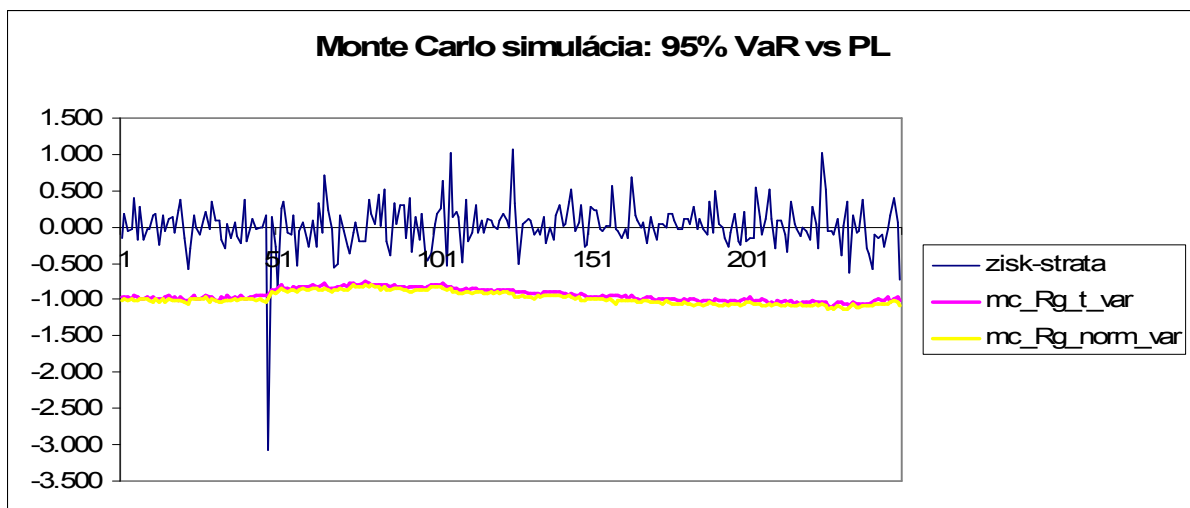
Obrázok 3.16: Historická simulácia - 95% VaR vs P&L pre MSFT



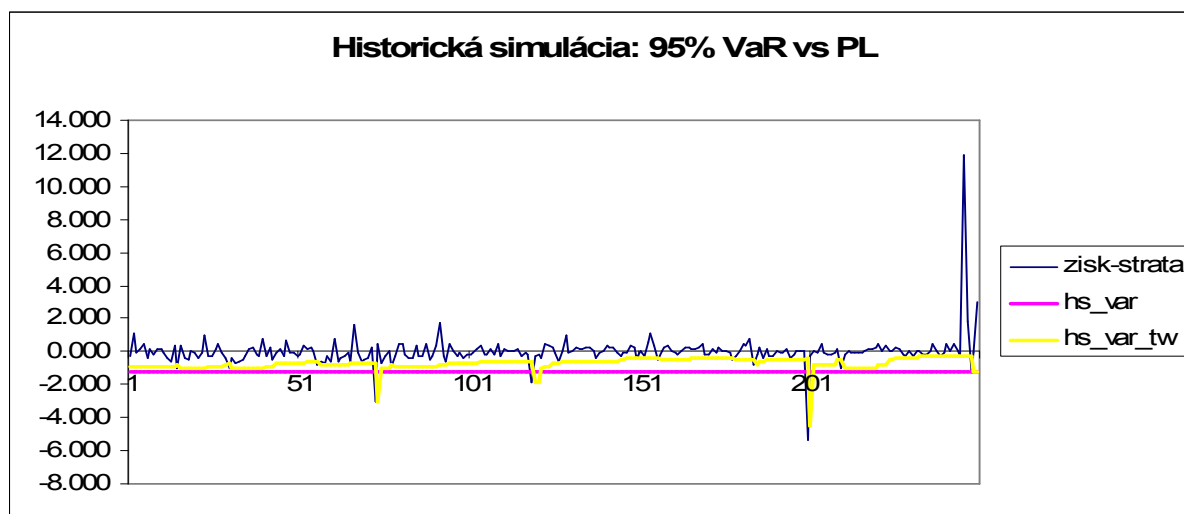
Obrázok 3.17: Parametrické metódy - 95% VaR vs P&L pre MSFT



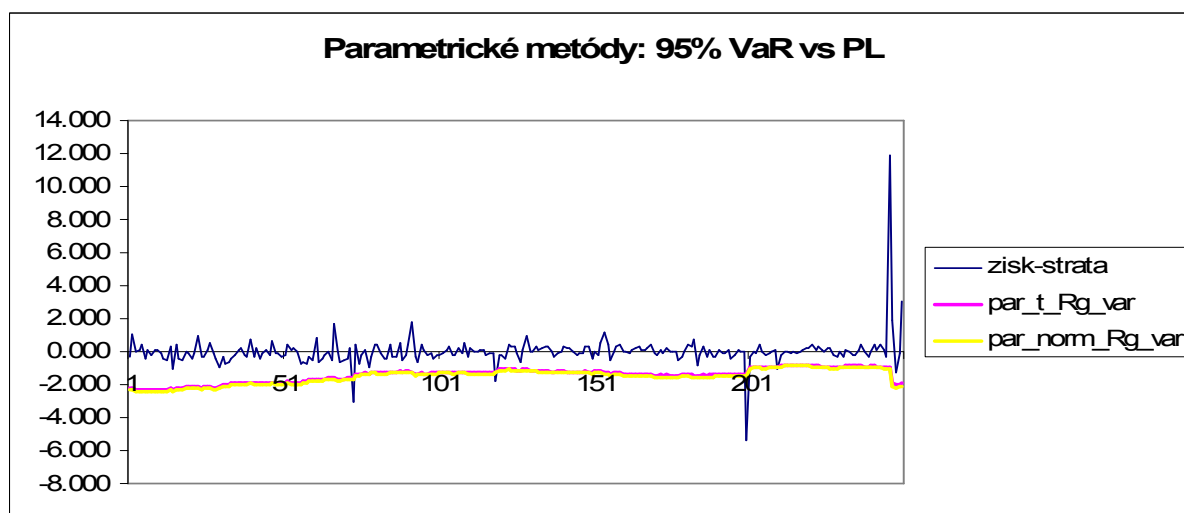
Obrázok 3.18: Monte Carlo simulácia - 95% VaR vs P&L pre MSFT



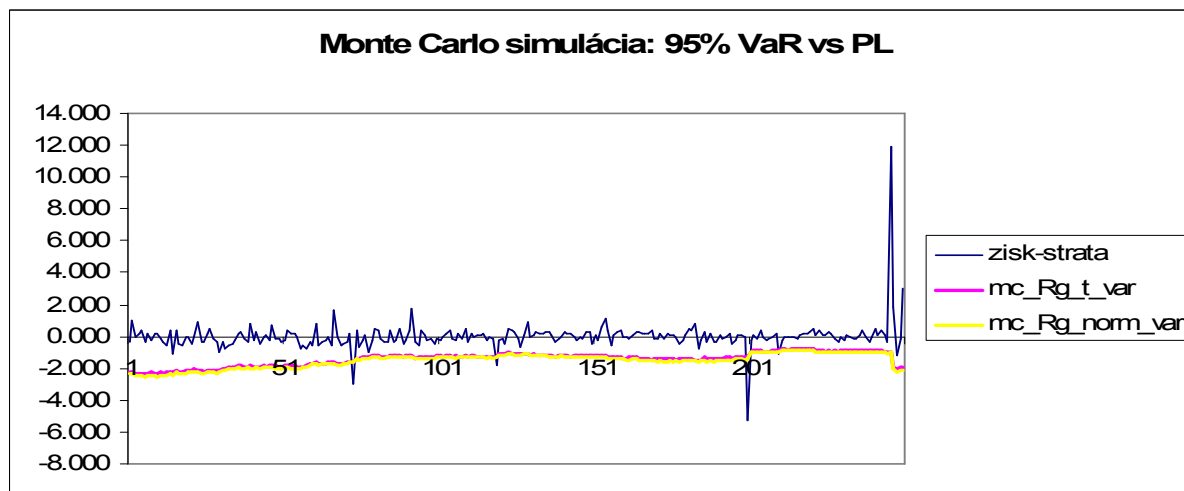
Obrázok 3.19: Historická simulácia - 95% VaR vs P&L pre ONYX



Obrázok 3.20: Parametrické metódy - 95% VaR vs P&L pre ONYX



Obrázok 3.21: Monte Carlo simulácia - 95% VaR vs P&L pre ONYX



Obrázky 3.13 až 3.21 sú tak čitateľne, že ani nepotrebujú komentár, no predsa poukážeme na niektoré skutočnosti.

Pre akciu BOBJ je VaR vypočítane pomerne konzervatívne a ďaleko od skutočných strát, ktoré akcia zaznamenala. Vysvetlenie tkvie v pomerne vyššej štandardnej odchýlke oproti MSFT a ONYX počas roka. V podstate všetky metódy splnili očakávanie, že stratíme VaR a viac v maximálne v 5 % prípadov. Nemožno však opomenúť stratu, ktorú utrhla akcia MSFT okolo 50 dňa, táto strata poukazuje na nedostatok VaR, že neurčuje absolútnu veľkosť straty.

Jednotlivé akcie majú svoj vývoj vypočítanej VaR. Ako však ovplyvní VaR ak ich zoskupíme spolu? Suma VaR jednotlivých akcií nezodpovedá VaR portfóliu, pretože medzi akciami sú kauzálne väzby, výsledky výpočtu VaR predstavuje nasledujúca časť.

3.3.2 Portfólio akcií (1 BOBJ a 3 MSFT a 2 ONYX)

Výpočet VaR pre portfólio akcií má dichotomický charakter. Buď sa na portfólio pozeráme ako na jeden celistvý nástroj – **portfóliový prístup**, alebo portfólio atomizujem na jednotlivé akcie – **pozičný prístup**. Najmarkantnejší rozdiel je v dimenzionalite odhadu VaR, kým výpočet VaR pre portfóliový prístup sa nelíši od výpočtu VaR na akciu⁸⁷, pre pozičný prístup pracujeme s viacrozmerným rozdelením, teda s náhodným vektorom rizikových faktorov.

Popis portfólia

Portfólio akcií je zložené z jednej akcie Business Objects S.A, z troch akcií Microsoft Corporation a dvoch akcií Onyx Pharmaceuticals. Jednotlivé akcie už boli predstavené. Vzájomné väzby medzi akciami vyjadruje tabuľka 3.6.

Deskriptívna štatistika

Podobne ako v prípade jednotlivých akcií je dobré poznať aké má portfólio charakteristiky. Pozičný prístup je naviazaný na rozdelenie jednotlivých akcií v portfóliu a preto sa odvolávame na predchádzajúcu časť s doplnením variančno-kovariančnej matice v tabuľke 3.5, ktorá poukazuje na interdependenciu akcií v portfóliu. Pre lepšiu ilustráciu vzájomných závislostí akcií slúži tabuľka 3.6.

V tabuľke 3.4 je základná štatistika portfólia, ak by sme ho považovali ako jeden nástroj. V zaujme konzistencie má tvar, ako pre jednotlivé akcie a teda sú vypočítané štatistiky na pl , ra a Rg .

⁸⁷ Viac rozmernosť je vo vstupných dátach cien akcií, z týchto cien vznikne iba jednorozmerný časový rad či už pl , ra alebo Rg .

Tabuľka 3.4: Popisná štatistika k portfóliu

	cena	zisk-strata	aritmetické výnosy	geometrické výnosy
maximum	286.2900	22.1500	0.2103	0.1699
minimum	70.3100	-31.7900	-0.1359	-0.1572
medián	145.3300	0.0600	0.0010	0.0008
priemer	140.6600	0.0513	0.0013	0.0005
št. odchylka	37.2400	3.4487	0.0252	0.0250
šikmosť	0.3256	-0.6264	0.3658	-0.1175
špicatosť	3.2983	12.5820	7.9181	7.2582

Tabuľka 3.5: Variačno-kovariančná matica

cena				zisk - strata			
	BOBJ	MSFT	ONYX		BOBJ	MSFT	ONYX
BOBJ	270.2	31.6	42.8	BOBJ	2.865	0.101	0.212
MSFT	31.6	38.9	-11.3	MSFT	0.101	0.457	0.011
ONYX	42.8	-11.3	135.5	ONYX	0.212	0.011	0.832
aritmetické výnosy				geometrické výnosy			
	BOBJ	MSFT	ONYX		BOBJ	MSFT	ONYX
BOBJ	0.00230	0.00016	0.00032	BOBJ	0.00225	0.00016	0.00034
MSFT	0.00016	0.00055	0.00008	MSFT	0.00016	0.00055	0.00008
ONYX	0.00032	0.00008	0.00310	ONYX	0.00034	0.00008	0.00299

Tabuľka 3.6: Korelačná matica

cena				zisk - strata			
	BOBJ	MSFT	ONYX		BOBJ	MSFT	ONYX
BOBJ	1.000	0.308	0.224	BOBJ	1.000	0.089	0.137
MSFT	0.308	1.000	-0.156	MSFT	0.089	1.000	0.017
ONYX	0.224	-0.156	1.000	ONYX	0.137	0.017	1.000
aritmetické výnosy				geometrické výnosy			
	BOBJ	MSFT	ONYX		BOBJ	MSFT	ONYX
BOBJ	1.000	0.145	0.121	BOBJ	1.000	0.145	0.132
MSFT	0.145	1.000	0.063	MSFT	0.145	1.000	0.065
ONYX	0.121	0.063	1.000	ONYX	0.132	0.065	1.000

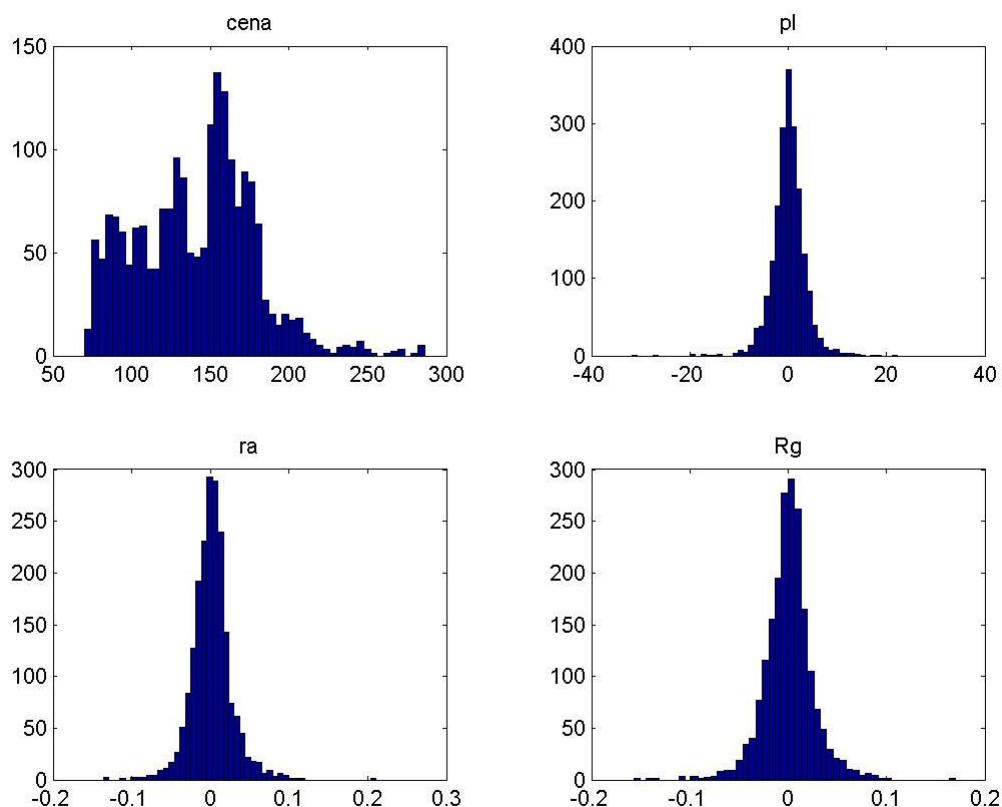
V duchu celistvosti empirickej analýzy VaR, použijeme opätovne pre predikciu 1 dňovej VaR geometrické výnosy. Z tabuľky 3.4 možno vyčítať, že R_g je mierne zošikmené s ťažšími chvostmi ako normálne rozdelenie.

Rozdelenia ukazovateľov

Grafický pohľad na rozdelenie jednotlivých rizikových faktorov portfólia zobrazíme histogramom na obrázku 3.22:

- Ceny akcie - **cena**
- Zisku resp. straty – **pl**
- Aritmetického výnosu – **ra**
- Geometrického výnosu - **Rg**

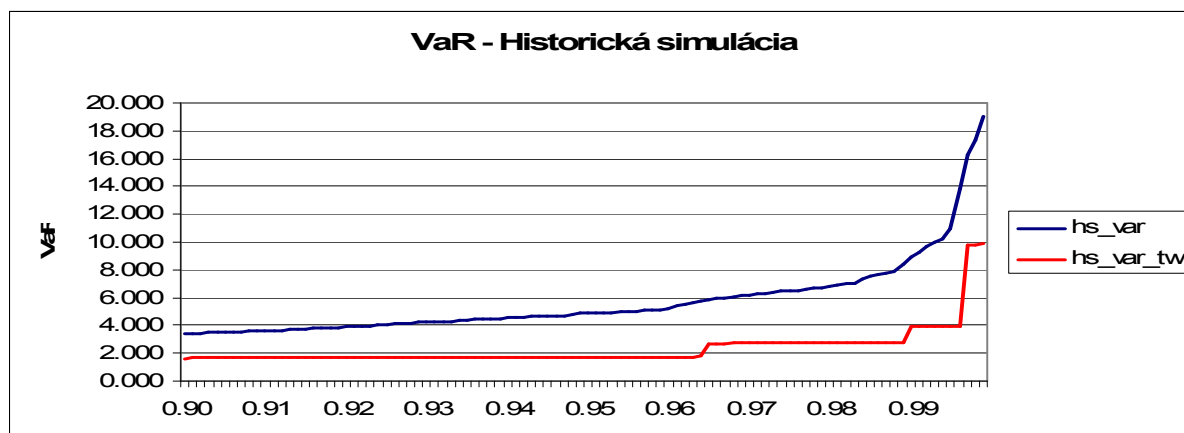
Obrázok 3.22: Histogram rizikových faktorov portfólia



VaR v závislosti od α

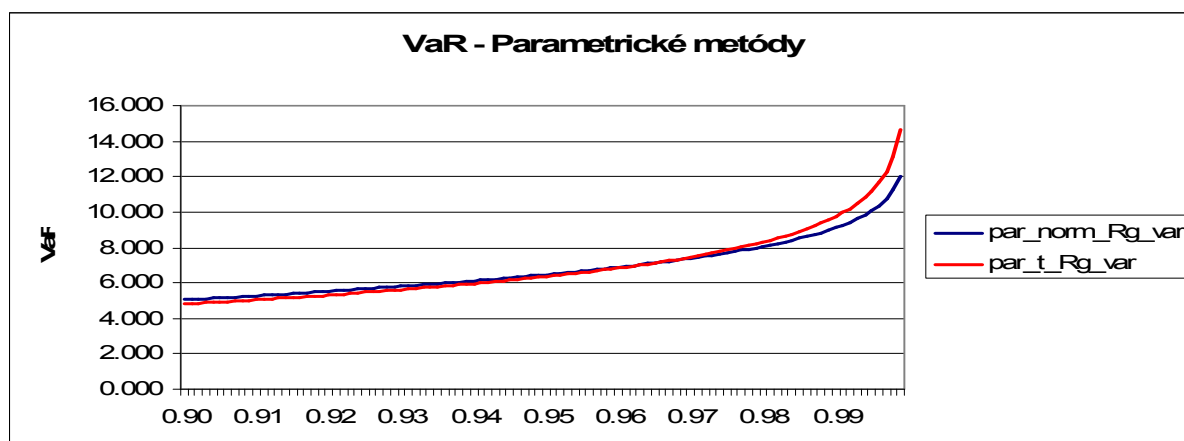
V obrázkoch 3.23 až 3.27 je zobrazená závislosť VaR od konfidenčného intervalu α . Pre zopakovanie v celej práci odhadujeme 1 dňovú VaR. V prípade portfólia uvádzame pozičný i portfóliový prístup výpočtu VaR⁸⁸.

Obrázok 3.23: Historická simulácia - VaR od α

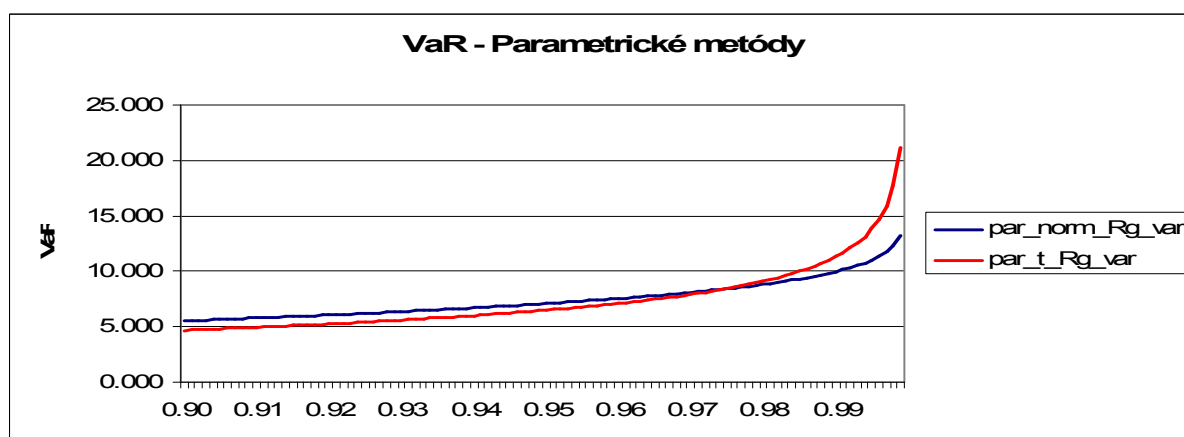


⁸⁸ Ako už bolo spomínané, VaR pomocou historickej simulácie má čisto portfóliový charakter.

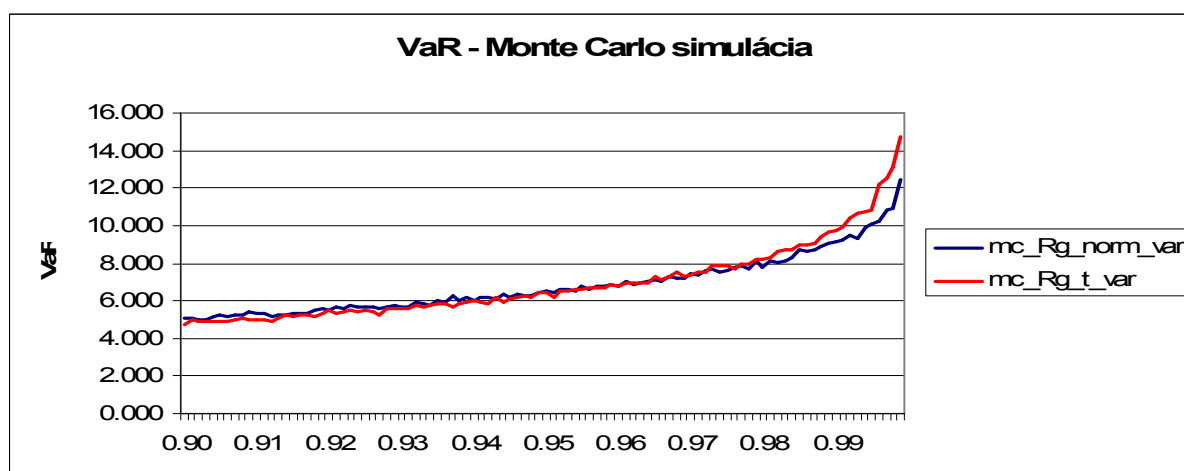
Obrázok 3.24: Parametrické metódy⁸⁹ - VaR od α portfóliový prístup



Obrázok 3.25: Parametrické metódy⁹⁰ - VaR od α pozičný prístup



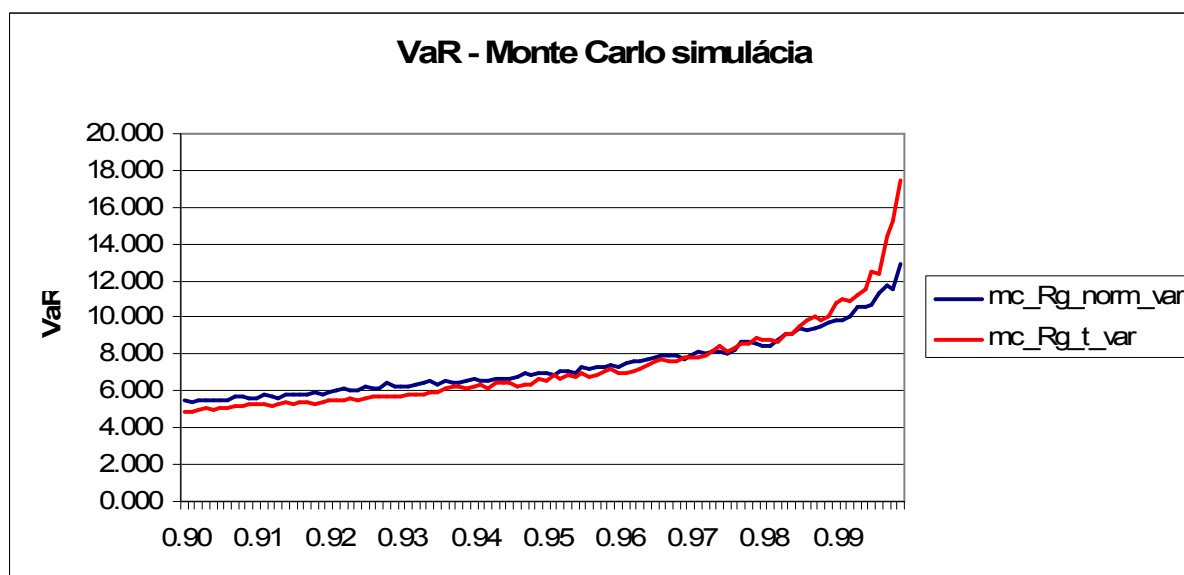
Obrázok 3.26: Monte Carlo simulácia - VaR od α portfóliový prístup



⁸⁹ Parametrickú triedu rozdelenia sme parametizovali na základe popisnej štatistiky z tabuľky 3.4, stupne voľnosti sme odhadli v súlade s teóriou 2.1.6 v = 5

⁹⁰ Parametrickú triedu rozdelenia sme parametizovali na základe popisnej štatistiky z tabuliek 3.1 až 3.3 a VCM z tabuľky 3:5. Stupne voľnosti v = (5, 5, 4)

Obrázok 3.27: Monte Carlo simulácia - VaR od α pozičný prístup



Obdobne ako pri jednotlivých akciách VaR stúpa s rastúcim α . V prípade, že predpokladáme, že Rg sú zo zovšeobecneného t rozdelenia VaR stúpa od istého momentu rýchlejšie, z dôvodu ťažších chvostov. Monte Carlo simulácie kopírujú priebeh kriviek VaR pre parametrické metódy. Hladkosť je horšia ako pre jednotlivé akcie, čo je spôsobené, že sme zachovali počet simulácií, ale proces sa nám skomplikoval a teda sa dopúšťame väčšej chyby.

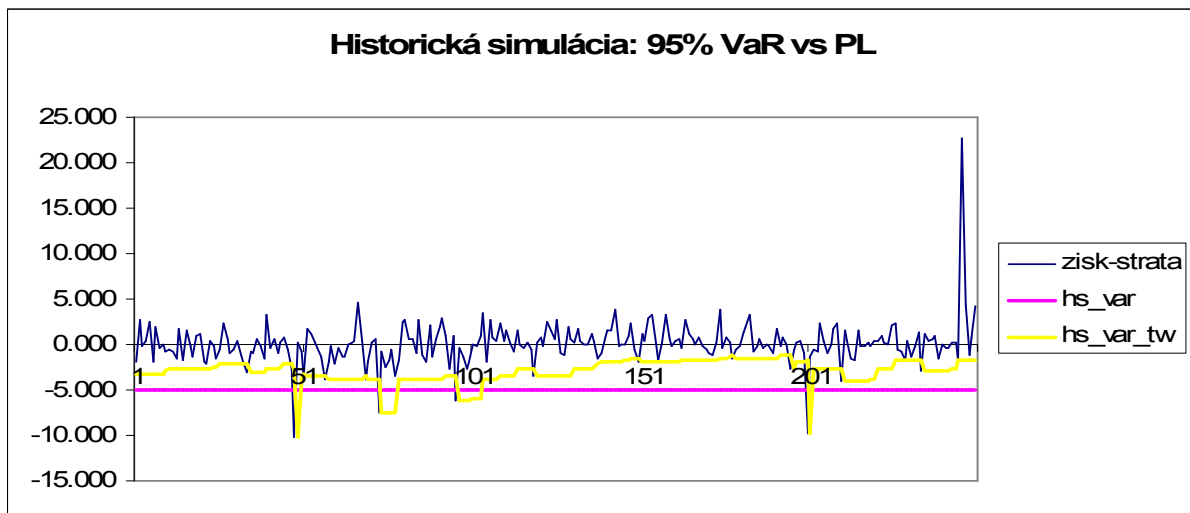
Rozdiely medzi VaR pozičný a portfóliový prístup nie sú veľké, ale predsa možno pozorovať väčšie VaR vypočítané na základe pozičného prístupu. Verifikácia v najhrubšom slova zmysle jednotlivých metód ponúka ďalšia stať pojednávajúca o časových radoch VaR.

Časový rad VaR za posledný rok

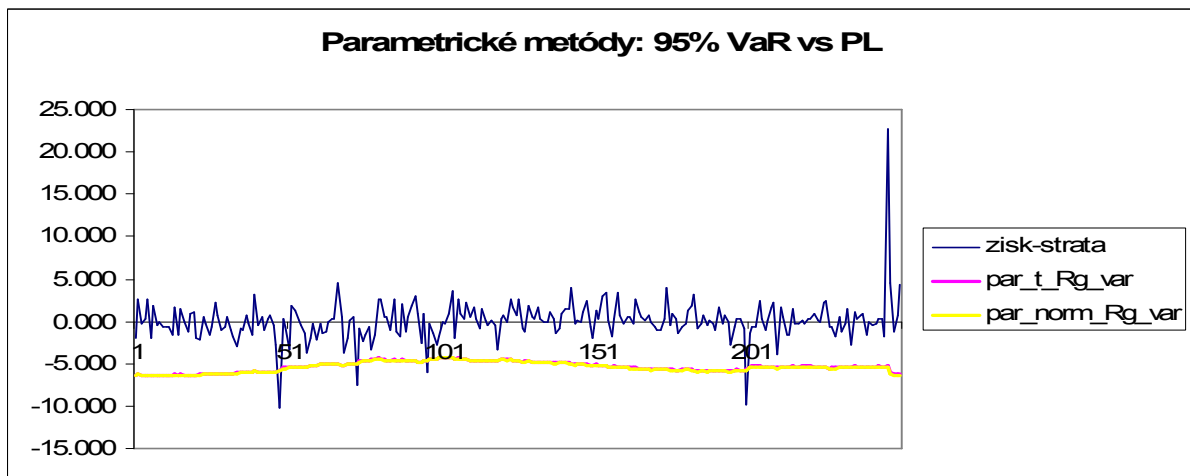
Časový rad VaR tvorí 250 predikcií 1 dňovej $VaR_{0,95}$ na 250 dní⁹¹. Tieto údaje sme následne konfrontovali so skutočnými ziskami a stratami v danom dni. VaR sme počítali vždy na základe 2001 údajov o cenách akcií, z ktorých sme odvodili históriu 2000 údajov Rg. Vstupná dátová vzorka sa každý deň obohatila o aktuálny vektor cien akcií a zároveň ochudobnila o najstaršie ceny akcií v dátovej vzorke. Výsledky sú zhrnuté na obrázkoch 3.28 až 3.34.

⁹¹ Presne sa jednalo o obdobie od 21.2.2006 do 17.2.2007.

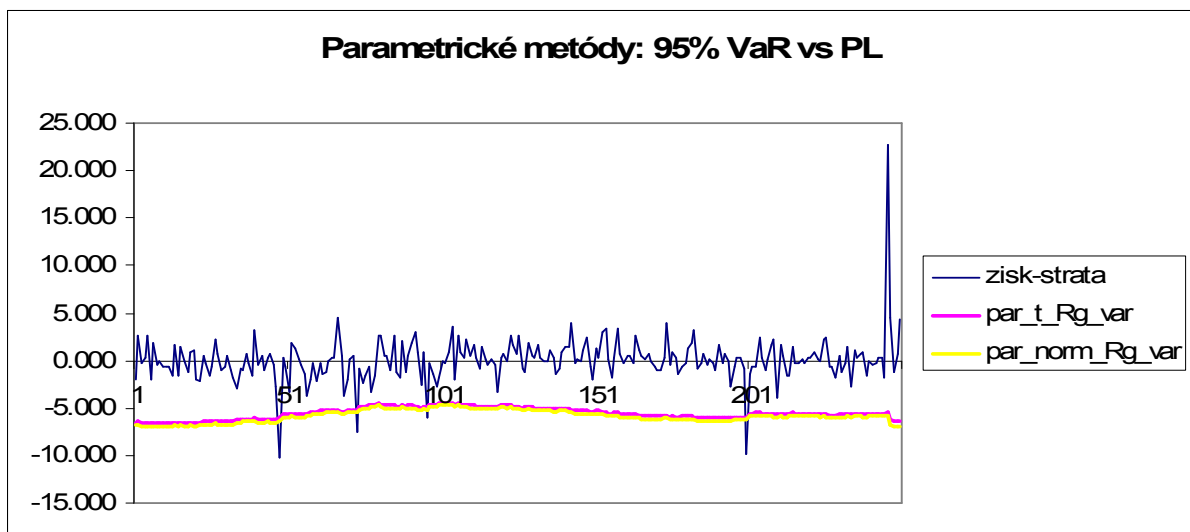
Obrázok 3.28: Historické simulácie - 95% VaR vs P&L



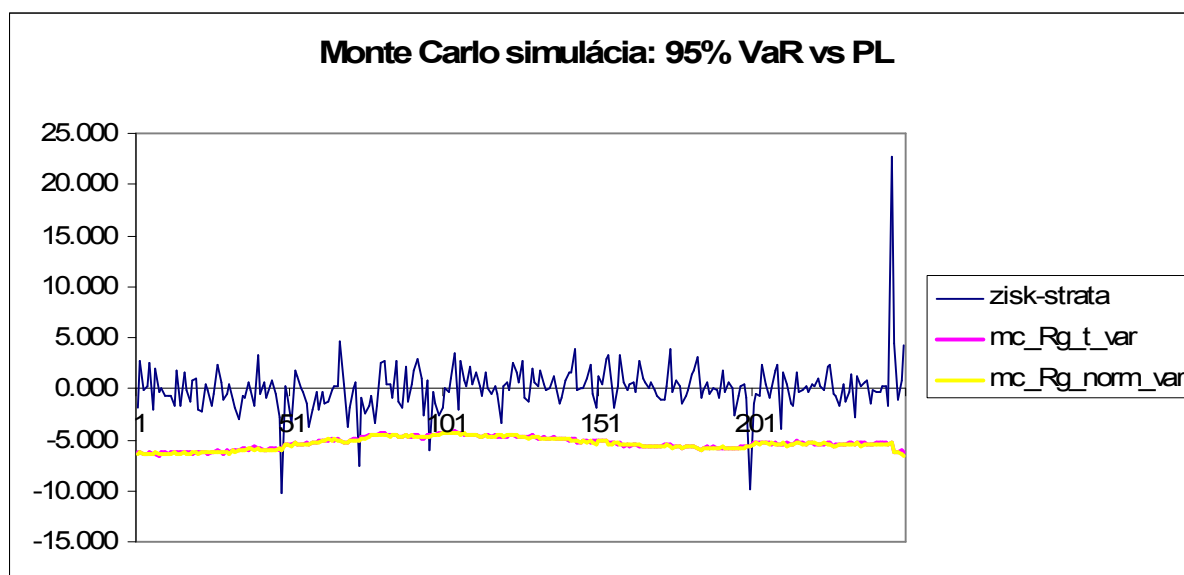
Obrázok 3.29: Parametrické metódy - 95% VaR vs P&L portfóliový prístup



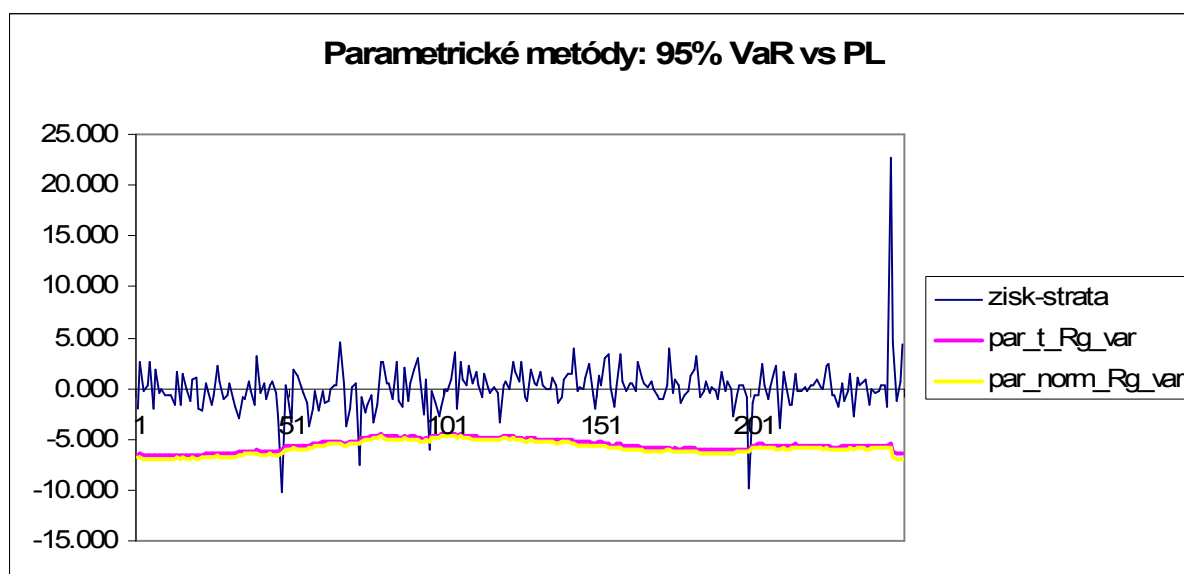
Obrázok 3.30: Parametrické metódy - 95% VaR vs P&L pozičný prístup



Obrázok 3.31: Monte Carlo simulácie - 95% VaR vs P&L portfóliový prístup



Obrázok 3.32: Monte Carlo simulácie - 95% VaR vs P&L pozičný prístup



Hore uvedené grafy potvrdzujú, že súčet VaR jednotlivých akcií sa nerovná VaR portfólia. Táto rovnosť by sa naplnila iba v prípade, že by jednotlivé akcie mali medzi sebou koeficient korelácie 1 resp. by dosahovali najväčšie straty v rovnakých dňoch.

Stojí za zmienku, že VaR počítaná pozičným resp. portfóliovým prístupom sa výrazne nelíši, i keď sú rozdiely najmä pre studentové t rozdelenie.

Možno si všimnúť, že počet „bridgov“⁹² zhruba spĺňa empirickú podmienku t.j., aby nepresiahol počet 12 – 13. Exaktnejšie testovanie korektnosti modelov ponúka ďalšia časť.

⁹² Výraz, ktorý vyjadruje že strata je väčšia, ako vypočítaná VaR.

3.4 Spätné testovanie VaR akcií

Záverečné obrázky (3.28 až 3.32) z predchádzajúcej podkapitoly ponúkajú grafický obraz o schopnosti modelu VaR odhadovať možnú stratu s presnosťou na 95 %. Pre hlbšiu analýzu modelov na výpočet VaR použijeme teoretické koncepcie použité v podkapitole 2.3 Backtesting. VaR⁹³:

- Základný frekvenčný test
- Kupiecov nepodmienený likelihood ratio test
- Christoffersonov podmienený likelihood ratio test

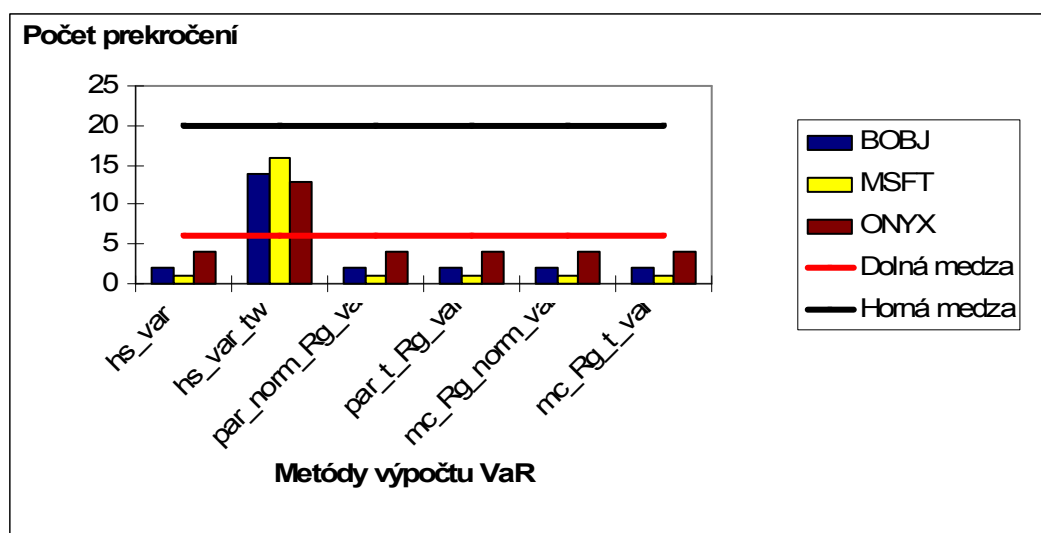
3.4.1 Backtesting VaR na jednotlivé akcie

Výsledky frekvenčného testu sú prehľadne na obrázku 3.33, Kupiecovho a Christoffersonovho testu obrázkoch 3.34 až 3.36

Test o binomickom rozložení prekročení VaR (bridgov) spĺňa iba VaR vypočítaná na základe časovo váženej historickej simulácie. Ostatné metódy by síce splnili dohľad regulátora⁹⁴, no pozorovaný počet prekročení je oveľa menší ako očakávaný, čo možno pripisovať nestabilným parametrom⁹⁵ na základe ktorých bolo normálne resp. t rozdelenie parametrizované.

Kupiecov test pochopiteľne prináša rovnaké výsledky ako frekvenčný. Test zhukovania bridgov potvrdzuje hypotézu, že bridge sa vyskytujú náhodne a nie sú zoskupené do časovo blízkych výskytov. Christoffersonov test zamietá hypotézu o podmienom pokrytí, nakoľko neplatí ani nepodmienené pokrytie.

Obrázok 3.33: Výsledky frekvenčného testu

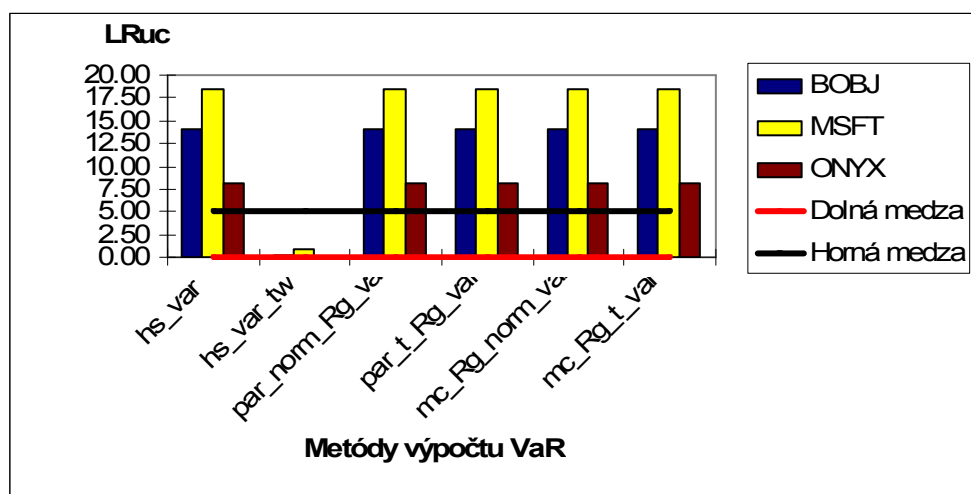


⁹³ Testy spracované v tabuľkovej forme sú predmetom prílohy 4.2

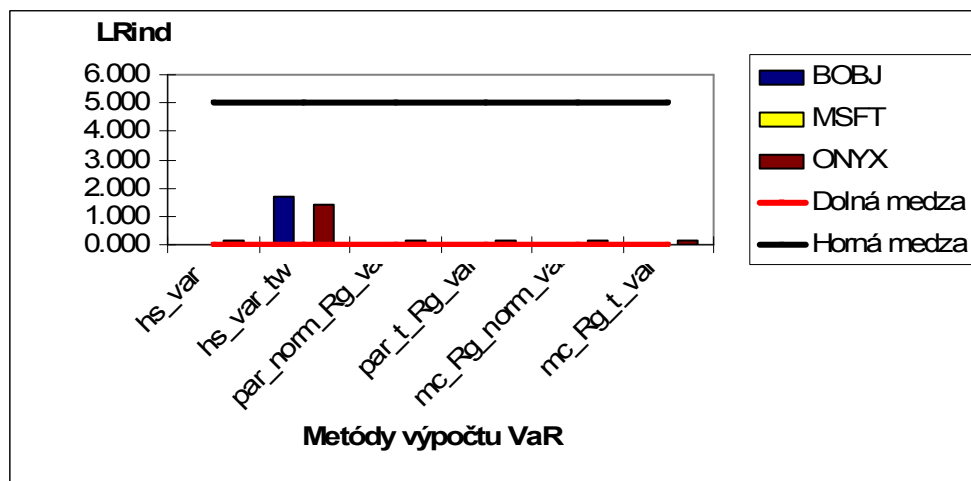
⁹⁴ V platnej legislatíve je postih iba za negatívne prekročenia VaR v zmysle: v daný deň je strata vyššia ako VaR.

⁹⁵ Ide aj o strednú hodnotu aj štandardnú odchýlku nakoľko, disperzia akcií BOBJ a MSFT klesala, čo spôsobilo príliš konzervatívny odhad VaR. Pri akcii ONYX disperzia stúpala, no vzrástol priemer, čo posunulo celú krivku na vypočítané VaR.

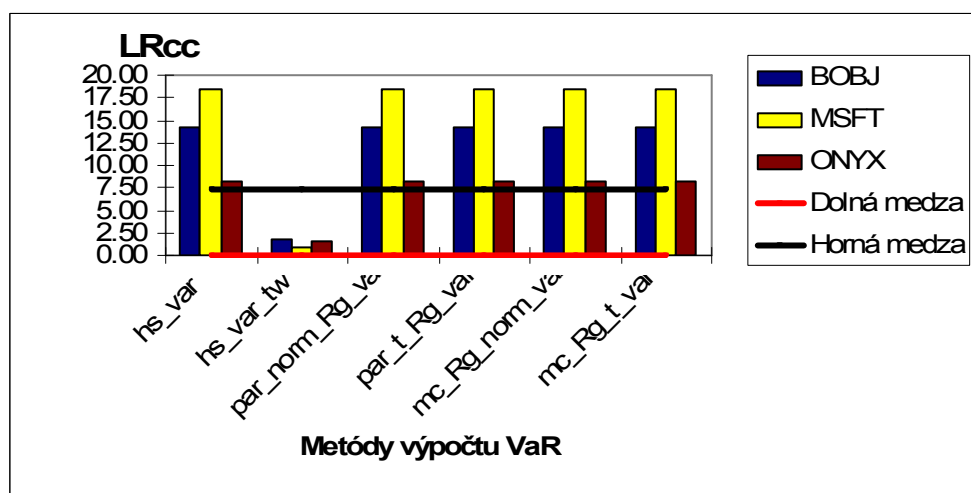
Obrázok 3.35: Výsledok Kupiecovho testu – test nepodmieneného pokrytia



Obrázok 3.36: Výsledok klástrové testu – test zhlukov



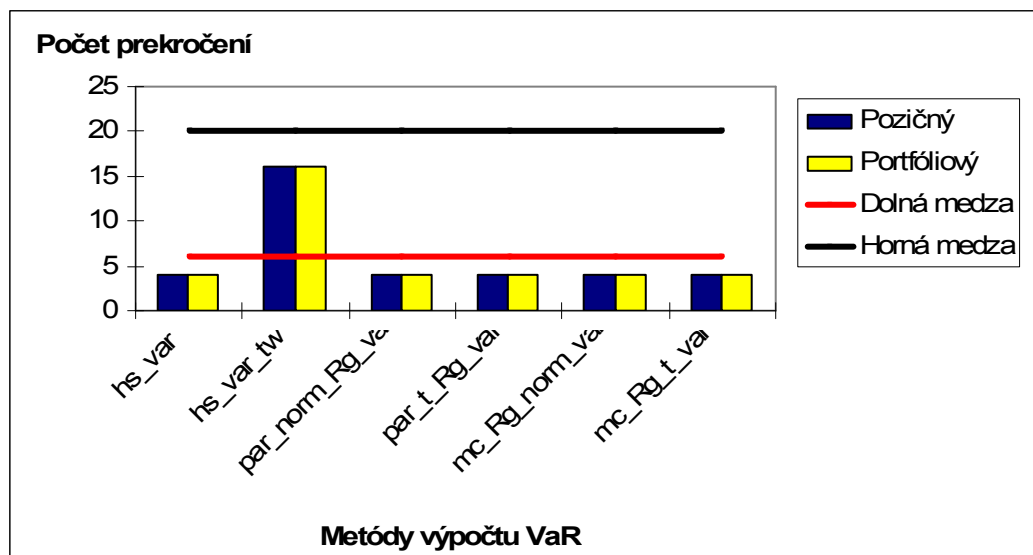
Obrázok 3.37: Výsledok Christoffersonovho testu – test podmieneného pokrytia



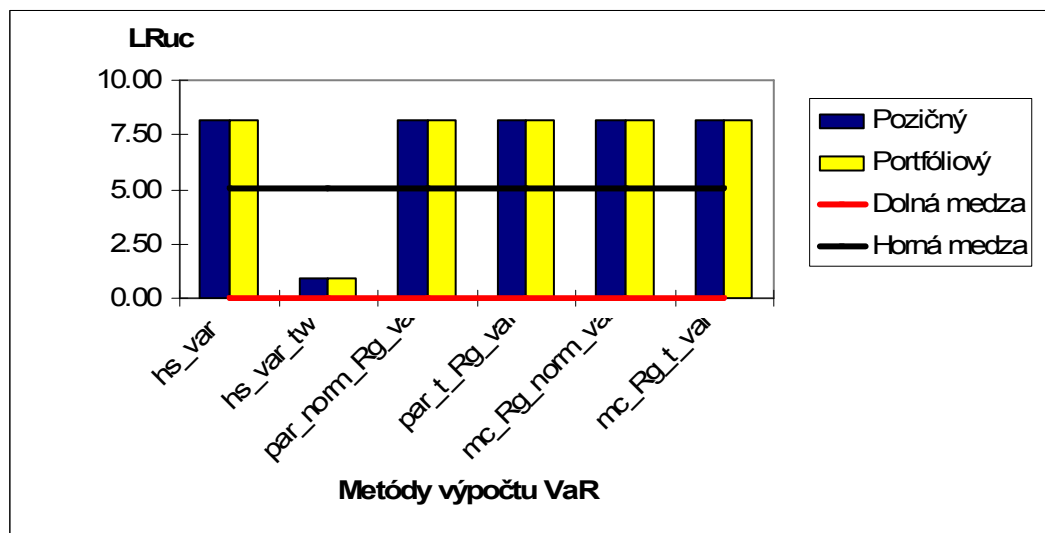
3.4.2 Backtesting VaR na portfólio akcií

Výsledky frekvenčného testu sú prehľadne v tabuľke 3.9, Kupiecovho a Christoffersonovho testu v tabuľke 3.10. Popis je analogický, ako v podkapitole 3.4.1

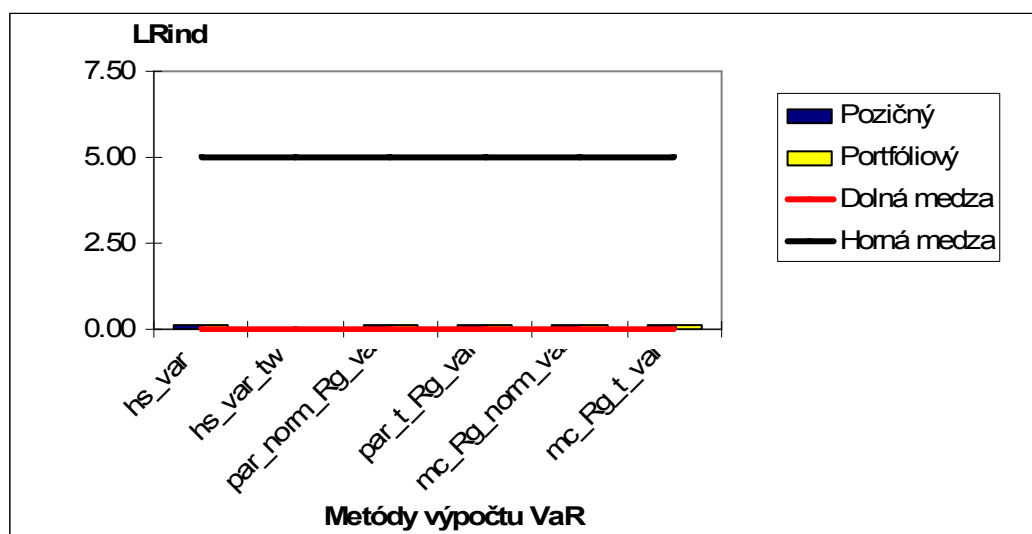
Obrázok 3.38: Výsledky frekvenčného testu



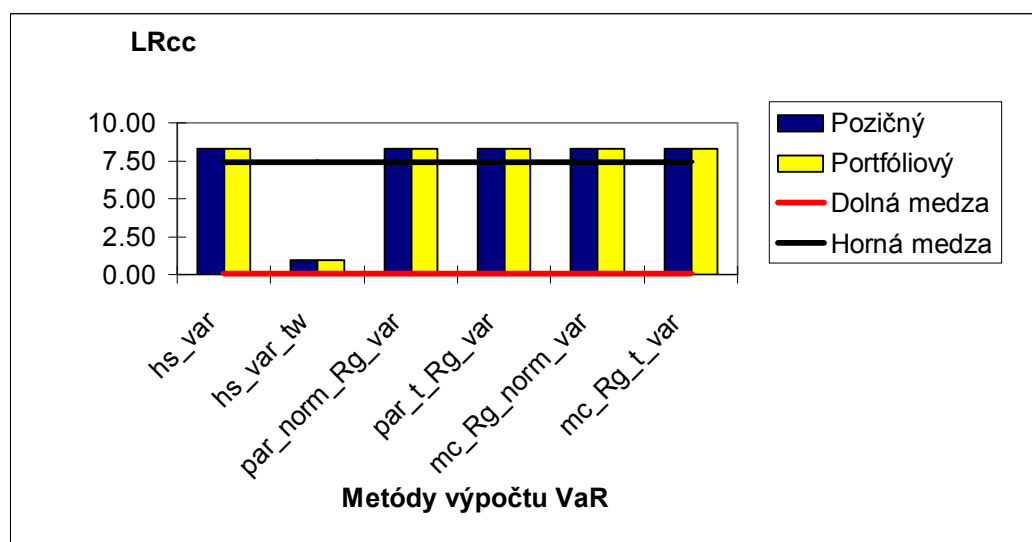
Obrázok 3.39: Výsledok Kupiecovho testu – test nepodmieneneného pokrytia



Obrázok 3.40: Výsledok kláštrové testu – test zhlukov



Obrázok 3.41: Výsledok Christoffersonovho testu – test podmieneného pokrytia



3.5 Zhrnutie empirickej analýzy

Cieľom empirickej analýzy bolo vypočítať VaR na zadané finančné inštrumenty. Finančné inštrumenty boli tri samostatné akcie spoločností Business Objects S.A [BOBJ], Microsoft Corporation [MSFT], Onyx Pharmaceuticals [ONYX], ako aj portfólio týchto akcií tvorené z jednej akcie BOBJ troch akcií MSFT a dvoch akcií ONYX. Prírodným cieľom bolo priblížiť testovanie správnosti – opodstatnenosti modelov s ukážkou na vypočítaných VaR už spomínaných akciách a portfóliu akcií za 250 dní.

Pre akcie a portfólio akcií sme počítali 1-dňové predikcie VaR pri hladine spoľahlivosti od 90 % do 99.9 % metódou historickej simulácie, metódou časovo váženej historickej simulácie, parametrickými metódami na základe normálneho a t rozdelenia, Monte Carlo simuláciami. Výsledky metód historickej simulácie a časovo váženej simulácie vykazovali pomerne značné rozdiely vyvolané znižujúcou sa váhou časovo vzdialených

pozorovaných významných strát. Parametrické metódy na základe normálneho a t rozdelenia sa zásadne neodlišovali iba s rastúcou mierou spoľahlivosti, VaR počítaná na predpoklade t rozdelenia rástla rýchlejšie vďaka „ťažším chvostom“. Monte Carlo simulácie kopirovali parametrické metódy, pretože generátor pseudonáhodných čísel bol naviazaný práve na rozdelenia, ktoré sa použili pri parametrických metódach. Signifikantný rozdiel medzi jednotlivými skupinami metód badať najmä v porovnaní časovo váženej historickej simulácie a ostatných metód. V tabuľke 3.7 rekapitulujeme výhody a nevýhody jednotlivých metód optikou nami vykonanej empirickej analýzy.

Tabuľka 3.7: Hodnotenie metód výpočtu VaR

Metóda	Interné hodnotenie - samotná metóda		Externé hodnotenie - vplyv prostredia	
	Silné stránky	Slabosti	Príležitosti	Hrozby
hs_var	ľahká interpretovateľnosť	pomerne náročné na úložné miesto	ako metóda použiteľná aj na iné oblasti rizika	zvrät vo vývoji cien fin. nástrojov
	nenáročné na mat. – štat. softvér	treba pracovať s veľa dátami	irelevantnosť k zmene parametrickej triedy	zmena väzieb medzi aktívami v portfóliu
	intuitívne pochopenie metódy	dlhá pamäť vysokých strát		vnútorne neprispôsobivá voči vonkajšiemu prostrediu
	nenáročné naprogramovať pri automatickom spracovaní			
hs_var_tw	ľahká interpretovateľnosť	pomerne náročné na úložné miesto	menej stimulá cez zmenu decay faktoru	nejednoznačná kauzalita medzi decay faktorom a trh. podmienkami
	nenáročné na mat. – štat. softvér	treba pracovať s veľa dátami	irelevantnosť k zmene parametrickej triedy	zvrät vo vývoji cien fin. nástrojov
	intuitívne pochopenie metódy	programatorsky náročnejšia ako klasická hs		
		citlivá na decay faktor		
par_norm_Rg_var	ľahko implementovateľná	náročnejšia na mat – štat vedomosti	možnosť zapojiť očakávania	citlivé na parametrickú triedu
	výhody normálneho rozdelenia	ťažko sa vysporiada s nelinearitou	ad hoc zmena výpočtu, cez zmenu parametrov	nekonzistencia odhadnutých parametrov s realitou
	nie je nutná široká dátová základňa na prevádzku metódy	metódy odhadu parametrov		nestabilitosť parametrov v čase
par_t_Rg_var	ľahko implementovateľná	náročnejšia na mat – štat vedomosti	možnosť zapojiť očakávania	citlivé na parametrickú triedu
	nie je nutná široká dátová základňa na prevádzku metódy	metódy odhadu parametrov	ad hoc zmena výpočtu, cez zmenu parametrov	nekonzistencia odhadnutých parametrov s realitou
		ťažko sa vysporiada s nelinearitou		nestabilitosť parametrov v čase
		náročnejšia pracovať s t rozdelením ako s normalnym		
mc_Rg_norm_var, mc_Rg_t_var	ľahko sa vysporiada s nelinearitou	náročné na nájdenie generátora náhodnosti	ad hoc zmena výpočtu, cez zmenu parametrov	zmena podkladového procesu náhodnosti
	netreba pracovať s funkciou hustoty	náročná na sofistikovanú pracovnú silu a tech. vybavenie	prispôsobivosť	možná časová nestabilitosť
		potreba mat. – štat softvéru		

Počas analýzy sme názorne interpretovali vypočítané 1-dňové predikcie $VaR_{0,95}$ so skutočne nameranými hodnotami zisku/straty za pomoci časového radu o 250 pozorovaniach. Zároveň sme jednotlivé metódy testovali spôsobmi, ktoré boli definované v podkapitole 2.3. Všetky metódy vyšli príliš konzervatívne, až na metódu časovo váženej historickej simulácie. Z nášho zistenia rezultuje, že práve metóda časovo váženej historickej simulácie je najefektívnejšia, čo by sme mohli podložiť jej rozšírenou aplikáciou v bankovej praxi, no existujú mnohé dôvody na opatrnosť pri tomto tvrdení. Za zmienku stojí fakt, že sme použili veľmi jednoduchý nástroj finančného trhu, parametrické vyjadrenie sme neprecizovali hľadaním optimálneho časového horizontu na odhad parametrov resp. sme nehľadali model na opis zmeny parametrov v čase. Zároveň sme nevyužili celú silu Monte Carlo simulácií, ktoré dokážu pracovať s oveľa priliehavšími triedami rozdelení ako je normálne alebo t rozdelenie.

Záver

Ťažiskom diplomovej práce bolo po teoretickej stránke predstaviť metódy výpočtu Value-at-Risk, následne podkutý teóriou, predstavené metódy aplikovať a tým prezentovať schopnosť implementovať tri základné metodiky na vybraný nástroj finančného trhu – akciu.

Dôležitým prínosom diplomovej práce nie je vo vyčerpávajúcom výklade metód výpočtu VaR, ale ako to s poznaním býva, čím človek viac vie, tým si viac uvedomuje, že limity poznania skúmanej problematiky sú ešte veľmi vzdialené. Teda diplomová práca nie je záver skúmanej problematiky, lež úvod a existuje niekoľko dôvodov, ktoré poukazujú na rozšírenie práce.

Jeden z dôvodov je, že v empirickej analýze sme sa dotkli iba najzákladnejšieho nástroja finančného trhu – akcie, aby sme mohli ilustrovať na jednom type nástroja finančného trhu všetky metódy výpočtu VaR. Existuje mnoho ďalších finančných inštrumentov, ktoré sú hodné k analýze výpočtu VaR.

Medzi ďalšie oblasti, ktoré si zasluhujú vyššiu pozornosť patrí nelinearita, či už spôsobená výpočtom ceny portfólia, kde najmä pri prechode medzi menami vznikajú multiplikatívne väzby medzi jednotlivými aktívami, alebo nelinearita spôsobená samotnou povahou aktíva (dlhopis, opcia, swap, ...) v portfóliu.

V neposlednom rade je tu dôvod prislúchajúci duchu inštitúcie, ktorá zastrešuje túto diplomovú prácu, nakoľko po matematickej stránke je výpočet VaR ako rozvodnená rieka. Využíva mnoho nástrojov matematiky a štatistiky, ale iba povrchno, nie do hĺbky. Tento fakt je pádny dôvod a motivácia na rozšírenie práce o sofistikované procesy pri výpočte VaR pomocou Monte Carlo simulácií, využitie komplikovaných vyjadrení rozdelení náhodnej premennej pri parametrických metódach, copula funkcií pri vyjadrení kauzality pri viacrozmerných rozdelenia a mnoho ďalších výdobytkov „vyššej“ matematiky a štatistiky.

Literatúra

- 1) Basel Comitee on Banking Supervision: *Amendment to the Capital Accord to Incorporate Market Risks*, Basel, 2005
- 2) Butler C.: *Mastering Value at Risk*, Financial Times/Prentice Hall, New Jersey, 1998
- 3) Dowd, Kevin, *Measuring Market Risk*, 2nd Edition, John Wiley & Sons, 2005
- 4) Holton G.: *Value-at-Risk: Theory and Practice*, Academic Press, New York, 2003
- 5) Hull J: *Options, Futures and Other Derivatives* 5th Edition, Prentice Hall, New Jersey, 2002
- 6) *Integrated Risk Management for Banking and Insurance*, Latsis-Symposium 2001
- 7) Jorion P.: *Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk*, 2nd ed., McGraw-Hill Trade, New York, 2001
- 8) Melicherčík I., Olšarová L, Úradníček V.: *Kapitoly z finančnej matematiky 1*, Bratia Sabovci s.r.o., Zvolen, 2005
- 9) Mina J, Xiao J. Y.: *Return to Riskmetrics: The Evolution of a Standard*, New York, 2001
- 10) Morgan J.P., Reuters: *RiskMetrics Technical documnet*, New York, 1996
- 11) *Opatrenia Národnej banky Slovenska č. 4/2004*
- 12) SaS Course Notes: *Risk Dimensions®: Configuration and Analysis*
- 13) *Smernica Európskeho parlamentu a Rady 2006/49/EC*

4 Prílohy

4.1 Prehľad VaR v závislosti od α

Tabuľka 4.1: VaR od α pre BOBJ

alfa	0.90	0.91	0.92	0.93	0.94	0.95	0.96	0.97	0.98	0.99
hs_var	1.170	1.250	1.340	1.455	1.700	1.980	2.330	2.850	3.790	5.205
hs_var_tw	0.760	0.790	0.820	0.880	0.880	0.880	0.880	0.920	0.920	0.990
par_norm_pl_var	2.058	2.154	2.258	2.373	2.500	2.646	2.817	3.028	3.308	3.749
par_norm_ra_var	2.253	2.361	2.478	2.607	2.750	2.914	3.107	3.344	3.658	4.155
par_norm_Rg_var	2.208	2.309	2.418	2.537	2.670	2.821	2.998	3.214	3.499	3.944
par_t_pl_var	1.739	1.841	1.956	2.087	2.240	2.424	2.654	2.960	3.415	4.272
par_t_ra_var	2.097	2.212	2.338	2.481	2.644	2.835	3.068	3.368	3.792	4.532
par_t_Rg_var	2.085	2.192	2.310	2.441	2.590	2.763	2.973	3.239	3.609	4.238
mc_Rg_norm_var	2.147	2.253	2.341	2.532	2.648	2.749	2.981	3.199	3.525	4.004
mc_Rg_t_var	2.135	2.151	2.341	2.463	2.571	2.761	2.902	3.251	3.639	4.068

Tabuľka 4.2: VaR od α pre MSFT

alfa	0.90	0.91	0.92	0.93	0.94	0.95	0.96	0.97	0.98	0.99
hs_var	0.650	0.700	0.740	0.795	0.870	0.950	1.050	1.150	1.420	1.790
hs_var_tw	0.580	0.580	0.580	0.640	0.640	0.720	0.720	0.720	0.720	0.720
par_norm_pl_var	0.824	0.863	0.904	0.950	1.001	1.060	1.128	1.212	1.324	1.501
par_norm_ra_var	0.818	0.857	0.898	0.944	0.996	1.054	1.123	1.207	1.320	1.497
par_norm_Rg_var	0.814	0.852	0.892	0.937	0.986	1.043	1.109	1.190	1.298	1.466
par_t_pl_var	0.697	0.738	0.783	0.836	0.897	0.971	1.063	1.185	1.367	1.710
par_t_ra_var	0.728	0.770	0.816	0.868	0.928	1.000	1.088	1.204	1.372	1.678
par_t_Rg_var	0.727	0.767	0.812	0.862	0.921	0.990	1.076	1.187	1.348	1.638
mc_Rg_norm_var	0.814	0.855	0.884	0.953	0.961	1.049	1.132	1.187	1.284	1.462
mc_Rg_t_var	0.723	0.772	0.812	0.875	0.946	1.029	1.048	1.147	1.396	1.609

Tabuľka 4.3: VaR od α pre ONYX

alfa	0.90	0.91	0.92	0.93	0.94	0.95	0.96	0.97	0.98	0.99
hs_var	0.700	0.760	0.860	0.940	1.040	1.130	1.250	1.470	1.830	2.320
hs_var_tw	0.310	0.310	0.330	0.330	0.430	1.040	1.220	1.220	1.220	1.220
par_norm_pl_var	1.168	1.222	1.281	1.346	1.418	1.501	1.598	1.718	1.877	2.127
par_norm_ra_var	1.981	2.075	2.178	2.290	2.416	2.560	2.728	2.935	3.211	3.645
par_norm_Rg_var	1.865	1.948	2.039	2.138	2.249	2.374	2.521	2.700	2.936	3.304
par_t_pl_var	0.986	1.044	1.109	1.184	1.271	1.375	1.505	1.679	1.938	2.424
par_t_ra_var	1.667	1.767	1.880	2.009	2.160	2.341	2.567	2.869	3.317	4.160
par_t_Rg_var	1.583	1.674	1.775	1.890	2.023	2.183	2.381	2.643	3.027	3.733
mc_Rg_norm_var	1.895	1.913	2.082	2.123	2.296	2.337	2.547	2.670	2.926	3.297
mc_Rg_t_var	1.607	1.696	1.757	1.897	2.036	2.191	2.312	2.681	3.100	3.805

Tabuľka 4.4: VaR od α pre Portfólio - portfóliový prístup

alfa	0.90	0.91	0.92	0.93	0.94	0.95	0.96	0.97	0.98	0.99
hs_var	3.380	3.640	3.900	4.225	4.530	4.870	5.250	6.210	6.790	8.960
hs_var_tw	1.550	1.710	1.710	1.710	1.710	1.712	1.718	2.790	2.790	3.941
par_norm_pl_var	4.240	4.438	4.653	4.890	5.154	5.455	5.810	6.245	6.824	7.736
par_norm_ra_var	5.067	5.307	5.567	5.853	6.173	6.538	6.966	7.493	8.194	9.297
par_norm_Rg_var	5.044	5.277	5.530	5.807	6.117	6.469	6.882	7.389	8.059	9.112
par_t_pl_var	3.579	3.790	4.028	4.299	4.616	4.996	5.471	6.105	7.047	8.818
par_t_ra_var	4.847	5.099	5.375	5.683	6.034	6.442	6.933	7.556	8.422	9.887
par_t_Rg_var	4.800	5.046	5.316	5.618	5.960	6.359	6.839	7.449	8.297	9.733
mc_Rg_norm_var	4.898	5.209	5.509	5.750	6.141	6.324	7.001	7.177	8.305	9.096
mc_Rg_t_var	4.792	4.985	5.297	5.504	5.946	6.460	6.974	7.271	8.477	9.910

Tabuľka 4.5: VaR od α pre Portfólio - pozičný prístup

alfa	0.90	0.91	0.92	0.93	0.94	0.95	0.96	0.97	0.98	0.99
hs var	3.380	3.640	3.900	4.225	4.530	4.870	5.250	6.210	6.790	8.960
hs var tw	1.550	1.710	1.710	1.710	1.710	1.712	1.718	2.790	2.790	3.941
par_norm_pl_var	4.240	4.438	4.653	4.890	5.154	5.455	5.810	6.245	6.824	7.736
par_norm_ra_var	5.848	6.118	6.412	6.734	7.095	7.506	7.989	8.583	9.372	10.616
par_norm_Rg_var	5.530	5.786	6.062	6.366	6.705	7.091	7.543	8.097	8.831	9.981
par_t_pl_var	3.579	3.790	4.028	4.299	4.616	4.996	5.471	6.105	7.047	8.818
par_t_ra_var	4.713	5.002	5.326	5.695	6.127	6.645	7.294	8.159	9.442	11.858
par_t_Rg_var	4.676	4.950	5.257	5.607	6.014	6.502	7.111	7.919	9.112	11.335
mc_Rg_norm_var	5.532	5.637	5.936	6.374	6.518	7.142	7.513	8.053	8.598	9.979
mc_Rg_t_var	4.779	5.273	5.572	5.964	6.068	6.684	7.138	7.887	9.164	10.497

4.2 Backtesting – tabuľky

4.2.1 Backtesting VaR na jednotlivé akcie

Tabuľka 4.6: Výsledky frekvenčného testu

Akcia	Metóda výpočtu	Interval spľahlivosti		Počet poz. prekročení
		ľavá hranica	pravá hranica	
BOBJ	hs var	6	20	2
	hs var tw	6	20	14
	par_norm_Rg_var	6	20	2
	par_t_Rg_var	6	20	2
	mc_Rg_norm_var	6	20	2
	mc_Rg_t_var	6	20	2
MSFT	hs var	6	20	1
	hs var tw	6	20	16
	par_norm_Rg_var	6	20	1
	par_t_Rg_var	6	20	1
	mc_Rg_norm_var	6	20	1
	mc_Rg_t_var	6	20	1
ONVX	hs var	6	20	4
	hs var tw	6	20	13
	par_norm_Rg_var	6	20	4
	par_t_Rg_var	6	20	4
	mc_Rg_norm_var	6	20	4
	mc_Rg_t_var	6	20	4

Tabuľka 4.7: Výsledky Kupiecovho a Christoffersonovho testu

Akcia	Metóda výpočtu	Kupiecov test - LR _{UC}			Test zhľuku - LR _{IND}			Christoffersonov test - LR _{CC}		
		Interval spľahlivosti		LR _{UC}	Interval spľahlivosti		LR _{IND}	Interval spľahlivosti		LR _{CC}
		ľavá hr.	pravá hr.		ľavá hr.	pravá hr.		ľavá hr.	pravá hr.	
BOBJ	hs var	0.001	5.024	14.127	0.001	5.024	0.032	0.051	7.378	14.160
	hs var tw	0.001	5.024	0.183	0.001	5.024	1.669	0.051	7.378	1.852
	par_norm_Rg_var	0.001	5.024	14.127	0.001	5.024	0.032	0.051	7.378	14.160
	par_t_Rg_var	0.001	5.024	14.127	0.001	5.024	0.032	0.051	7.378	14.160
	mc_Rg_norm_var	0.001	5.024	14.127	0.001	5.024	0.032	0.051	7.378	14.160
	mc_Rg_t_var	0.001	5.024	14.127	0.001	5.024	0.032	0.051	7.378	14.160
MSFT	hs var	0.001	5.024	18.497	0.001	5.024	0.008	0.051	7.378	18.505
	hs var tw	0.001	5.024	0.951	0.001	5.024	0.002	0.051	7.378	0.953
	par_norm_Rg_var	0.001	5.024	18.497	0.001	5.024	0.008	0.051	7.378	18.505
	par_t_Rg_var	0.001	5.024	18.497	0.001	5.024	0.008	0.051	7.378	18.505
	mc_Rg_norm var	0.001	5.024	18.497	0.001	5.024	0.008	0.051	7.378	18.505
	mc_Rg_t var	0.001	5.024	18.497	0.001	5.024	0.008	0.051	7.378	18.505
ONVX	hs var	0.001	5.024	8.185	0.001	5.024	0.131	0.051	7.378	8.316
	hs var tw	0.001	5.024	0.021	0.001	5.024	1.433	0.051	7.378	1.454
	par_norm_Rg_var	0.001	5.024	8.185	0.001	5.024	0.131	0.051	7.378	8.316
	par_t_Rg_var	0.001	5.024	8.185	0.001	5.024	0.131	0.051	7.378	8.316
	mc_Rg_norm var	0.001	5.024	8.185	0.001	5.024	0.131	0.051	7.378	8.316
	mc_Rg_t var	0.001	5.024	8.185	0.001	5.024	0.131	0.051	7.378	8.316

4.2.2 Backtesting VaR na portfólio akcií

Tabuľka 4.8: Výsledky frekvenčného testu

Prístup	Metóda výpočtu	Interval spľahlivosti		Počet poz.
		ľavá hranica	pravá hranica	
Portfóliový	hs_var	6	20	4
	hs_var_tw	6	20	16
	par_norm_Rg_var	6	20	4
	par_t_Rg_var	6	20	4
	mc_Rg_norm_var	6	20	4
	mc_Rg_t_var	6	20	4
Pozíčný	hs_var	6	20	4
	hs_var_tw	6	20	16
	par_norm_Rg_var	6	20	4
	par_t_Rg_var	6	20	4
	mc_Rg_norm_var	6	20	4
	mc_Rg_t_var	6	20	4

Tabuľka 4.9: Výsledky Kupiecovho a Christoffersonovho testu

Prístup	Metóda výpočtu	Kupiecov test - LR_{UC}			Test zhluky - LR_{IND}			Christoffersonov test - LR_{CC}		
		Interval spľahlivosti		LR_{UC}	Interval spľahlivosti		LR_{IND}	Interval spľahlivosti		LR_{CC}
		ľavá hr.	pravá hr.		ľavá hr.	pravá hr.		ľavá hr.	pravá hr.	
Portfóliový	hs_var	0.001	5.024	8.185	0.001	5.024	0.131	0.051	7.378	8.316
	hs_var_tw	0.001	5.024	0.951	0.001	5.024	0.001	0.051	7.378	0.952
	par_norm_Rg_var	0.001	5.024	8.185	0.001	5.024	0.131	0.051	7.378	8.316
	par_t_Rg_var	0.001	5.024	8.185	0.001	5.024	0.131	0.051	7.378	8.316
	mc_Rg_norm_var	0.001	5.024	8.185	0.001	5.024	0.131	0.051	7.378	8.316
	mc_Rg_t_var	0.001	5.024	8.185	0.001	5.024	0.131	0.051	7.378	8.316
Pozíčný	hs_var	0.001	5.024	8.185	0.001	5.024	0.131	0.051	7.378	8.316
	hs_var_tw	0.001	5.024	0.951	0.001	5.024	0.001	0.051	7.378	0.952
	par_norm_Rg_var	0.001	5.024	8.185	0.001	5.024	0.131	0.051	7.378	8.316
	par_t_Rg_var	0.001	5.024	8.185	0.001	5.024	0.131	0.051	7.378	8.316
	mc_Rg_norm_var	0.001	5.024	8.185	0.001	5.024	0.131	0.051	7.378	8.316
	mc_Rg_t_var	0.001	5.024	8.185	0.001	5.024	0.131	0.051	7.378	8.316

4.3 Zdrojové kódy výpočtu VaR

Výpočet VaR prebehol v programe Matlab. Grafické spracovanie, vytvorenie tabuliek resp. zoradenie dát od najstaršieho po najaktuálnejší údaj prebehlo v Exceli.

Formulky na výpočet VaR konkrétnou metódou boli naprogramované funkcie. Samotný výpočet VaR v závislosti od α resp. časový rad $VaR_{0,95}$ ako aj časový rad ziskov a strát bol vypočítaný v m – súbore, ktorý volal jednotlivé funkcie výpočtu VaR. Spätné testovanie sledovalo podobnú schému. V ďalších riadkoch podkapitoly 4.2 ponúkame zdrojové kódy

- funkcií na výpočet VaR
- funkcií na spätné testovanie – backtesting
- m – súbory na zavolanie spomínaných funkcií

Dáta, ktoré slúžili na výpočet VaR boli zo stránky: <http://finance.yahoo.com>, uložené v .txt súbore a manuálne načítané do Matlabu.

Zoznam použitých funkcií:

- **hs_var.m:** funkcia na výpočet VaR pomocou historickej simulácie
- **hs_var_tw.m:** funkcia na výpočet VaR pomocou časovo váženej historickej simulácie
- **mc_Rg_norm_var.m:** funkcia na výpočet VaR pomocou Monte Carlo simulácie, pri predpoklade normálneho rozdelenia geometrických výnosov
- **mc_Rg_t_var.m:** funkcia na výpočet VaR pomocou Monte Carlo simulácie, pri predpoklade zovšeobecneného t rozdelenia geometrických výnosov
- **mult_mc_Rg_norm_var.m:** funkcia na výpočet VaR portfólia pomocou Monte Carlo simulácie, pri predpoklade viacrozmerného normálneho rozdelenia geometrických výnosov a pozičného prístupu k výpočtu VaR na portfólio
- **mult_mc_Rg_t_var.m:** funkcia na výpočet VaR portfólia pomocou Monte Carlo simulácie, pri predpoklade viacrozmerného zovšeobecneného t rozdelenia geometrických výnosov a pozičného prístupu k výpočtu VaR na portfólio
- **mult_par_norm_pl_var.m:** funkcia na výpočet VaR portfólia pomocou parametrickej metódy, pri predpoklade viacrozmerného normálneho rozdelenia ziskov a strát
- **mult_par_norm_ra_var.m:** funkcia na výpočet VaR portfólia pomocou parametrickej metódy, pri predpoklade viacrozmerného normálneho rozdelenia aritmetických výnosov
- **mult_par_norm_Rg_var.m:** funkcia na výpočet VaR portfólia pomocou parametrickej metódy, pri predpoklade viacrozmerného normálneho rozdelenia geometrických výnosov
- **mult_par_t_pl_var.m:** funkcia na výpočet VaR portfólia pomocou parametrickej metódy, pri predpoklade viacrozmerného zovšeobecneného t rozdelenia ziskov a strát
- **mult_par_t_ra_var.m:** funkcia na výpočet VaR portfólia pomocou parametrickej metódy, pri predpoklade viacrozmerného zovšeobecneného t rozdelenia aritmetických výnosov

- **mult_par_t_Rg_var.m**: funkcia na výpočet VaR portfólia pomocou parametrickej metódy, pri predpoklade zovšeobecneného viacrozmerného t rozdelenia geometrických výnosov
- **par_norm_pl_var.m**: funkcia na výpočet VaR pomocou parametrickej metódy, pri predpoklade normálneho rozdelenia ziskov a strát
- **par_norm_ra_var.m**: funkcia na výpočet VaR pomocou parametrickej metódy, pri predpoklade normálneho rozdelenia aritmetických výnosov
- **par_norm_Rg_var.m**: funkcia na výpočet VaR pomocou parametrickej metódy, pri predpoklade normálneho rozdelenia geometrických výnosov
- **par_t_pl_var.m**: funkcia na výpočet VaR pomocou parametrickej metódy, pri predpoklade zovšeobecneného t rozdelenia ziskov a strát
- **par_t_ra_var.m**: funkcia na výpočet VaR pomocou parametrickej metódy, pri predpoklade zovšeobecneného t rozdelenia aritmetických výnosov
- **par_t_Rg_var.m**: funkcia na výpočet VaR pomocou parametrickej metódy, pri predpoklade zovšeobecneného t rozdelenia geometrických výnosov
- **bt_frekw_test.m**: funkcia vykonávajúca frekvenčný test
- **bt_chriiss_test.m**: funkcia vykonávajúca frekvenčný test
- **bt_kupiec_test.m**: funkcia vykonávajúca frekvenčný test

Zoznam m – súborov

- **vystup_des_stat.m**: výpočet deskriptívnej štatistiky
- **vystup_RF_data.m**: výpočet ziskov a strát, aritmetických výnosov a geometrických výnosov
- **vystup_VaR_od_alfa.m**: výpočet VaR v závislosti od α
- **vystup_VaR_od_alfa_graf.m**: výpočet VaR v závislosti od α
- **vystup_VaR_v_case.m**: výpočet časového radu VaR a časového radu ziskov a strát
- **backtesting.m**: výstup, ktorý volá jednotlivé funkcie spätného testovania

hs_var.m

```
% historicka simulacia

function v_hs = hs_var(data,alfa,objem)

% podkladove data
pl_data = (data(1:size(data,1)-1,1:size(data,2))-data(2:size(data,1),1:size(data,2)))*objem;
loss_data = sort(-pl_data);
n = length(loss_data);

% odhadnem kolka hodnota zoradenych strat rozdeluje subor na alfa cast a
% 1-alfa cast

index = alfa*n;

% ak je index cele cislo mam poradove cislo straty a alfa VaR
% ak je index necelociselny tak alfa VaR aproximujem z hornej a dolnej
% celociselnej medze

if (index - round(index)) == 0
    v_hs = loss_data(index);
end

if (((index - round(index)) > 0) | ((index-round(index)) < 0))
    hm_index = ceil(index);
    dm_index = floor(index);

    hm_var = loss_data(hm_index);
    dm_var = loss_data(dm_index);
```

```

vaha_hm_var = (hm_index-index)/(hm_index-dm_index);
vaha_dm_var = (index-dm_index)/(hm_index-dm_index);

v_hs = vaha_hm_var*hm_var + vaha_dm_var*dm_var ;
end

hs_var_tw.m

% historicka simulacia s vazenymi hodnotami casom

function VaR = hs_var_tw(data,alfa,objem,decay)

% podkladove data
pl_data = (data(1:size(data,1)-1,1:size(data,2))-data(2:size(data,1),1:size(data,2)))*objem;
n = length(pl_data);
w = (1 - decay)/(1 - decay^n)*decay.^(0:n-1)';
B = sortrows([pl_data,w],1);

B(1,3) = 0;
for i = 2:n;
    B(i,3) = sum(B(1:i-1,2));
end

j = 1;
while B(j,3) <= (1 - alfa)
    index = j;
    j = j + 1;
end

if B(index,3) == (1 - alfa)
    VaR = -1*B(index,1);
else
    b = (B(index+1,1) - (B(index,1)))/(B(index+1,3) - (B(index,3)));
    a = B(index+1,1) - b*B(index+1,3);
    VaR = -1*(a + b*(1 - alfa));
end;

mc_Rg_norm_var.m

% monte carlo simulacie
% vyvoj akcie kopiruje geometricky brownov pohyb

function v_mc = mc_Rg_norm_var (varargin)

% zratanie parametrov rozdelenia

if nargin == 4
    pom_data = varargin{1};
    alfa = varargin{2};
    objem = varargin{3};
    data = pom_data*objem;
    Rg_data = log(data(1:size(data,1)-1)/data(2:size(data,1)));
    p_iteracii = varargin{4};
    n = length(Rg_data);
    mi = sum(Rg_data)/n;
    sigma = sum((Rg_data - mi).^2/(n-1))^0.5;
end

if nargin == 6
    data = varargin{1};
    alfa = varargin{2};
    objem = varargin{3};
    p_iteracii = varargin{4};
    mi = varargin{5};
    sigma = varargin{6};
end

pl_data = (exp(mi + sigma*randn(p_iteracii,1)) - 1)*data(1,1);

loss_data = sort(-pl_data);
n = length(loss_data);

index = alfa*n;
if (index - round(index)) == 0
    v_mc = loss_data(index);
end

```



```

if (((index - round(index)) > 0) | ((index-round(index)) < 0))
    hm_index = ceil(index);
    dm_index = floor(index);

    hm_var = loss_data(hm_index);
    dm_var = loss_data(dm_index);

    vaha_hm_var = (hm_index-index)/(hm_index-dm_index);
    vaha_dm_var = (index-dm_index)/(hm_index-dm_index);

    v_mc = vaha_hm_var*hm_var + vaha_dm_var*dm_var ;
end

mc_Rg_t_var.m

% monte carlo simulacie
% vyvoj akcie kopiruje geometricky brownov pohyb

function v_mc = mc_Rg_t_var (varargin)

% zranie parametrov rozdelenia

if nargin == 4
    pom_data = varargin{1};
    alfa = varargin{2};
    objem = varargin{3};
    data = pom_data*objem;
    Rg_data = log(data(1:size(data,1)-1)/data(2:size(data,1)));
    p_iteracii = varargin{4};
    n = length(Rg_data);
    mi = sum(Rg_data)/n;
    sigma = sum((Rg_data - mi).^2/(n-1))^0.5;
    k = n*(n-1)/((n-1)*(n-3)*(n-3)*sigma^4)*sum((Rg_data - mi).^4) - 3*(n-1)^2/((n-3)*(n-3));
    st_vol = max(floor((4*k - 6)/(k - 3)),3);
end

if nargin == 7
    data = varargin{1};
    alfa = varargin{2};
    objem = varargin{3};
    p_iteracii = varargin{4};
    mi = varargin{5};
    sigma = varargin{6};
    st_vol;
end

chi_sq = 0;
c = 1;

while c <= st_vol
    chi_sq = randn(p_iteracii,1).^2 + chi_sq;
    c = c + 1;
end;

t = randn(p_iteracii,1)/((chi_sq/st_vol).^0.5);

pl_data = (exp(mi + (((st_vol - 2)/st_vol)^0.5)*sigma*t) - 1)*data(1,1);

loss_data = sort(-pl_data);
n = length(loss_data);

index = alfa*n;
if (index - round(index)) == 0
    v_mc = loss_data(index);
end

if (((index - round(index)) > 0) | ((index-round(index)) < 0))
    hm_index = ceil(index);
    dm_index = floor(index);

    hm_var = loss_data(hm_index);
    dm_var = loss_data(dm_index);

    vaha_hm_var = (hm_index-index)/(hm_index-dm_index);
    vaha_dm_var = (index-dm_index)/(hm_index-dm_index);

```

```

v_mc = vaha_hm_var*hm_var + vaha_dm_var*dm_var ;
end

```

mult_mc_Rg_norm_var.m

```

% monte carlo simulacie
% vyvoj akcie kopiruje geometricky brownov pohyb

```

```

function v_mc = mult_mc_Rg_norm_var (varargin)

```

```

% zranie parametrov rozdelenia

```

```

if nargin == 4
    data = varargin{1};
    alfa = varargin{2};
    objem = varargin{3};
    p_iteracii = varargin{4};
    Rg_data = log(data(1:size(data,1)-1,1:size(data,2))./data(2:size(data,1),1:size(data,2)));
    n = length(Rg_data);
    mi = mean(Rg_data);
    VCM = cov(Rg_data);
end

```

```

if nargin == 6
    data = varargin{1};
    alfa = varargin{2};
    objem = varargin{3};
    p_iteracii = varargin{4};
    mi = varargin{5};
    VCM = varargin{6};
end

```

```

w = objem/sum(objem);
pom(1:p_iteracii,1) = [1];
pl_data = (exp(pom*mean(Rg_data)+(chol(cov(Rg_data))*randn(3,p_iteracii)))^w - 1)*(data(1,:)*objem);

```

```

loss_data = sort(-pl_data);
n = length(loss_data);

```

```

index = alfa*n;
if (index - round(index)) == 0
    v_mc = loss_data(index);
end

```

```

if (((index - round(index)) > 0) | ((index-round(index)) < 0))
    hm_index = ceil(index);
    dm_index = floor(index);

```

```

    hm_var = loss_data(hm_index);
    dm_var = loss_data(dm_index);

```

```

    vaha_hm_var = (hm_index-index)/(hm_index-dm_index);
    vaha_dm_var = (index-dm_index)/(hm_index-dm_index);

```

```

    v_mc = vaha_hm_var*hm_var + vaha_dm_var*dm_var ;
end

```

mult_mc_Rg_t_var.m

```

% monte carlo simulacie
% vyvoj akcie kopiruje geometricky brownov pohyb

```

```

function v_mc = mult_mc_Rg_t_var (varargin)

```

```

% zranie parametrov rozdelenia

```

```

if nargin == 4
    data = varargin{1};
    alfa = varargin{2};
    objem = varargin{3};
    p_iteracii = varargin{4};
    Rg_data = log(data(1:size(data,1)-1,1:size(data,2))./data(2:size(data,1),1:size(data,2)));
    n = length(Rg_data);
    mi = mean(Rg_data);
    VCM = cov(Rg_data);

```

```

k = (n*(n-1)/((n-1)*(n-3)*(n-3).*diag(VCM).^2).*sum((Rg_data - ones(size(Rg_data,1),1)*mean(Rg_data)).^4) - 3*(n-1)^2/((n-3)*(n-3)))*(objem/sum(objem));
st_vol = max(floor((4*k - 6)/(k - 3)),3);
end

if nargin == 7
    data = varargin{1};
    alfa = varargin{2};
    objem = varargin{3};
    p_iteracii = varargin{4};
    mi = varargin{5};
    sigma = varargin{6};
    st_vol;
end

chi_sq = 0;
c = 1;

while c <= st_vol
    chi_sq = randn(p_iteracii,size(data,2)).^2 + chi_sq;
    c = c + 1;
end;

t = randn(p_iteracii,size(data,2))/((chi_sq/st_vol).^0.5);

w = objem/sum(objem);
pom(1:p_iteracii,1) = [1];

pl_data = (exp(pom*mean(Rg_data)+(((st_vol - 2)/st_vol)^0.5).*(chol(cov(Rg_data))*t))*w - 1)*(data(1,:)*objem);

loss_data = sort(-pl_data);
n = length(loss_data);

index = alfa*n;
if (index - round(index)) == 0
    v_mc = loss_data(index);
end

if (((index - round(index)) > 0) | ((index-round(index)) < 0))
    hm_index = ceil(index);
    dm_index = floor(index);

    hm_var = loss_data(hm_index);
    dm_var = loss_data(dm_index);

    vaha_hm_var = (hm_index-index)/(hm_index-dm_index);
    vaha_dm_var = (index-dm_index)/(hm_index-dm_index);

    v_mc = vaha_hm_var*hm_var + vaha_dm_var*dm_var;
end

mult_par_norm_pl_var.m

% parametricke metody
% normalne rozdelenie ziskov a strat

function v_par_norm = mult_par_norm_pl_var(varargin)

% zranie parametrov rozdelenia

if nargin == 3
    data = varargin{1};
    alfa = varargin{2};
    objem = varargin{3};
    pl_data = (data(1:size(data,1)-1,1:size(data,2))-data(2:size(data,1),1:size(data,2)));
    n = length(pl_data);
    mi = mean(pl_data);
    VCM = cov(pl_data); % variacno kovariancna matica
end

if nargin == 5
    data = varargin{1};
    alfa = varargin{2};
    objem = varargin{3};
    mi = varargin{4};

```

```

VCM = varargin{5}; % variacno kovariancna matica
end

w = objem; % vaha jednotlivych akcii v portfoliu
v_par_norm = - mi*w + (w'*VCM*w)^0.5*norminv(alfa);

mult_par_norm_ra_var.m

% parametricke metody
% normalne rozdelenie aritmetickych vynosov

function v_par_norm = mult_par_norm_ra_var(varargin)

% zratanie parametrov rozdelenia

if nargin == 3
    data = varargin{1};
    alfa = varargin{2};
    objem = varargin{3};
    ra_data = data(1:size(data,1)-1,1:size(data,2))./data(2:size(data,1),1:size(data,2))-1;
    n = length(ra_data);
    mi = mean(ra_data);
    VCM = cov(ra_data);
end

if nargin == 5
    data = varargin{1};
    alfa = varargin{2};
    objem = varargin{3};
    mi = varargin{4};
    VCM = varargin{5};
end

w = objem/sum(objem); % vaha jednotlivych akcii v portfoliu
v_par_norm = - mi*w + (w'*VCM*w)^0.5*norminv(alfa)*(data(1,1:size(data,2))*objem);

mult_par_norm_Rg_var.m

% parametricke metody
% normalne rozdelenie geometrickych vynosov

function v_par_norm = mult_par_norm_Rg_var(varargin)

% zratanie parametrov rozdelenia

if nargin == 3
    data = varargin{1};
    alfa = varargin{2};
    objem = varargin{3};
    Rg_data = log(data(1:size(data,1)-1,1:size(data,2))./data(2:size(data,1),1:size(data,2)));
    n = length(Rg_data);
    mi = mean(Rg_data);
    VCM = cov(Rg_data);
end

if nargin == 5
    data = varargin{1};
    alfa = varargin{2};
    objem = varargin{3};
    mi = varargin{4};
    VCM = varargin{5};
end

w = objem/sum(objem); % vaha jednotlivych akcii v portfoliu
v_par_norm = (1 - exp(mean(Rg_data)*w - (w'*cov(Rg_data)*w)^0.5*norminv(alfa)))*(data(1,1:size(data,2))*objem);

mult_par_t_pl_var.m

% parametricke metody
% normalne rozdelenie ziskov a strat

function v_par_t = mult_par_t_pl_var(varargin)

% zratanie parametrov rozdelenia

if nargin == 3

```

```

data = varargin{1};
alfa = varargin{2};
objem = varargin{3};
pl_data = (data(1:size(data,1)-1,1:size(data,2))-data(2:size(data,1),1:size(data,2)));
n = length(pl_data);
mi = mean(pl_data);
VCM = cov(pl_data);
k = (n*(n-1)/((n-1)*(n-3)*(n-3)).*diag(VCM).^2).*sum((pl_data - ones(size(pl_data,1),1)*mean(pl_data)).^4) - 3*(n-1)^2/((n-3)*(n-3)))*(objem/sum(objem));
st_vol = max(floor((4*k - 6)/(k - 3)),3);
end

```

```

if nargin == 6
data = varargin{1};
alfa = varargin{2};
objem = varargin{3};
mi = varargin{4};
sigma = varargin{5};
st_vol = varargin{6};
end

```

```

w = objem;
v_par_t = - mi*w + ((st_vol - 2)/st_vol)^0.5*(w*VCM*w)^0.5*tinv(alfa,st_vol);

```

mult_par_t_ra_var.m

```

% parametricke metody
% normalne rozdelenie aritmetických vynosov

```

```

function v_par_t = mult_par_t_ra_var(varargin)

```

```

% zranie parametrov rozdelenia

```

```

if nargin == 3
data = varargin{1};
alfa = varargin{2};
objem = varargin{3};
ra_data = data(1:size(data,1)-1,1:size(data,2))./data(2:size(data,1),1:size(data,2))-1;
n = length(ra_data);
mi = mean(ra_data);
VCM = cov(ra_data);
k = (n*(n-1)/((n-1)*(n-3)*(n-3)).*diag(VCM).^2).*sum((ra_data - ones(size(ra_data,1),1)*mean(ra_data)).^4) - 3*(n-1)^2/((n-3)*(n-3)))*(objem/sum(objem));
st_vol = max(floor((4*k - 6)/(k - 3)),3);
end

```

```

if nargin == 6
data = varargin{1};
alfa = varargin{2};
objem = varargin{3};
mi = varargin{4};
VCM = varargin{5};
st_vol = varargin{6};
end

```

```

w = objem/sum(objem);
v_par_t = (- mi*w + ((st_vol - 2)/st_vol)^0.5*(w*VCM*w)^0.5*tinv(alfa,st_vol))*(data(1,1:size(data,2))*objem);

```

mult_par_t_Rg_var.m

```

% parametricke metody
% normalne rozdelenie geometrických vynosov

```

```

function v_par_t = mult_par_t_Rg_var(varargin)

```

```

% zranie parametrov rozdelenia

```

```

if nargin == 3
data = varargin{1};
alfa = varargin{2};
objem = varargin{3};
Rg_data = log(data(1:size(data,1)-1,1:size(data,2))./data(2:size(data,1),1:size(data,2)));
n = length(Rg_data);
mi = mean(Rg_data);
VCM = cov(Rg_data);

```

```

k = (n*(n-1)/((n-1)*(n-3)*(n-3)).*diag(VCM).^2).*sum((Rg_data - ones(size(Rg_data,1),1)*mean(Rg_data).^4) - 3*(n-1)^2/((n-3)*(n-3)))*(objem/sum(objem)));
st_vol = max(floor((4*k - 6)/(k - 3)),3);
end

if nargin == 6
    data = varargin{1};
    alfa = varargin{2};
    objem = varargin{3};
    mi = varargin{4};
    VCM = varargin{5};
    st_vol = varargin{6};
end

w = objem/sum(objem);
v_par_t = (1 - exp(mi*w - ((st_vol - 2)/st_vol)^0.5*(w*VCM*w)^0.5*tinv(alfa,st_vol)))*(data(1,1:size(data,2))*objem);

par_norm_pl_var.m

% parametricke metody
% normalne rozdelenie ziskov a strat

function v_par_norm = par_norm_pl_var(varargin)

% zranie parametrov rozdelenia

if nargin == 3
    data = varargin{1};
    alfa = varargin{2};
    objem = varargin{3};
    pl_data = (data(1:size(data,1)-1,1:size(data,2))-data(2:size(data,1),1:size(data,2)))*objem;
    n = length(pl_data);
    mi = sum(pl_data)/n;
    sigma = sum((pl_data - mi).^2/(n-1))^0.5;
end

if nargin == 5
    data = varargin{1};
    alfa = varargin{2};
    objem = varargin{3};
    mi = varargin{4};
    sigma = varargin{5};
end

v_par_norm = - mi + sigma*norminv(alfa);

par_norm_ra_var.m

% parametricke metody
% normalne rozdelenie aritmetickych vynosov

function v_par_norm = par_norm_ra_var(varargin)

% zranie parametrov rozdelenia

if nargin == 3
    pom_data = varargin{1};
    alfa = varargin{2};
    objem = varargin{3};
    data = pom_data * objem;
    ra_data = data(1:size(data,1)-1)./data(2:size(data,1))-1;
    n = length(ra_data);
    mi = sum(ra_data)/n;
    sigma = sum((ra_data - mi).^2/(n-1))^0.5;
end

if nargin == 5
    data = varargin{1};
    alfa = varargin{2};
    objem = varargin{3};
    mi = varargin{4};
    sigma = varargin{5};
end

v_par_norm = (- mi + sigma*norminv(alfa))*data(1,1);

```

par_norm_Rg_var.m

```
% parametricke metody
% normalne rozdelenie geometrickych vynosov

function v_par_norm = par_norm_Rg_var(varargin)

% zranie parametrov rozdelenia

if nargin == 3
    pom_data = varargin{1};
    alfa = varargin{2};
    objem = varargin{3};
    data = pom_data*objem;
    Rg_data = log(data(1:size(data,1)-1)./data(2:size(data,1)));
    n = length(Rg_data);
    mi = sum(Rg_data)/n;
    sigma = sum((Rg_data - mi).^2/(n-1))^0.5;
end

if nargin == 5
    data = varargin{1};
    alfa = varargin{2};
    objem = varargin{3};
    mi = varargin{4};
    sigma = varargin{5};
end

v_par_norm = (1 - exp(mi - sigma*norminv(alfa)))*data(1,1);
```

par_t_pl_var.m

```
% parametricke metody
% normalne rozdelenie ziskov a strat

function v_par_t = par_t_pl_var(varargin)

% zranie parametrov rozdelenia

if nargin == 3
    data = varargin{1};
    alfa = varargin{2};
    objem = varargin{3};
    pl_data = (data(1:size(data,1)-1,1:size(data,2))-data(2:size(data,1),1:size(data,2)))*objem;
    n = length(pl_data);
    mi = sum(pl_data)/n;
    sigma = sum((pl_data - mi).^2/(n-1))^0.5;
    k = n*(n-1)/((n-1)*(n-3)*(n-3)*sigma^4)*sum((pl_data - mi).^4) - 3*(n-1)^2/((n-3)*(n-3));
    st_vol = max(floor((4*k - 6)/(k - 3)),3);
end

if nargin == 6
    data = varargin{1};
    alfa = varargin{2};
    objem = varargin{3};
    mi = varargin{4};
    sigma = varargin{5};
    st_vol = varargin{6};
end

v_par_t = - mi + ((st_vol - 2)/st_vol)^0.5*sigma*tinv(alfa,st_vol);
```

par_t_ra_var.m

```
% parametricke metody
% normalne rozdelenie aritmetickych vynosov

function v_par_t = par_t_ra_var(varargin)

% zranie parametrov rozdelenia

if nargin == 3
    pom_data = varargin{1};
    alfa = varargin{2};
    objem = varargin{3};
    data = pom_data * objem;
```

```

ra_data = data(1:size(data,1)-1)./data(2:size(data,1))-1;
n = length(ra_data);
mi = sum(ra_data)/n;
sigma = sum((ra_data - mi).^2/(n-1))^0.5;
k = n*(n-1)/((n-1)*(n-3)*(n-3)*sigma^4)*sum((ra_data - mi).^4) - 3*(n-1)^2/((n-3)*(n-3));
st_vol = max(floor((4*k - 6)/(k - 3)),3);
end

```

```

if nargin == 6
    data = varargin{1};
    alfa = varargin{2};
    objem = varargin{3};
    mi = varargin{4};
    sigma = varargin{5};
    st_vol = varargin{6};
end

```

```
v_par_t = (- mi + ((st_vol - 2)/st_vol)^0.5*sigma*tinv(alfa,st_vol))*data(1,1);
```

par_t_Rg_var.m

```

% parametricke metody
% normalne rozdelenie geometrickych vynosov

```

```
function v_par_t = par_t_Rg_var(varargin)
```

```
% zranie parametrov rozdelenia
```

```

if nargin == 3
    pom_data = varargin{1};
    alfa = varargin{2};
    objem = varargin{3};
    data = pom_data*objem;
    Rg_data = log(data(1:size(data,1)-1)./data(2:size(data,1)));
    n = length(Rg_data);
    mi = sum(Rg_data)/n;
    sigma = sum((Rg_data - mi).^2/(n-1))^0.5;
    k = n*(n-1)/((n-1)*(n-3)*(n-3)*sigma^4)*sum((Rg_data - mi).^4) - 3*(n-1)^2/((n-3)*(n-3));
    st_vol = max(floor((4*k - 6)/(k - 3)),3);
end

```

```

if nargin == 6
    data = varargin{1};
    alfa = varargin{2};
    objem = varargin{3};
    mi = varargin{4};
    sigma = varargin{5};
    st_vol = varargin{6};
end

```

```
v_par_t = (1 - exp(mi - ((st_vol - 2)/st_vol)^0.5*sigma*tinv(alfa,st_vol)))*data(1,1);
```

bt_frekw_test.m

```

function bt_ft = bt_frekw_test(pl, VaR, alfa, gama)
% pl - vektor ziskov a strat
% VaR - vektor VaR
% alfa - konfidencny interval VaR, presnost vypoctu VaR
% gama - hladina vyznamnosti - presnost testu

```

```

x_vektor = -pl-VaR;
x_pocet = x_vektor;
x_pocet(x_pocet <= 0) = [];
x = length(x_pocet);

```

```

p = 1-alfa;
n = length(pl);

```

```

ls = binoinv(gama/2,n,p);
ps = binoinv(1 - gama/2,n,p);

```

```
bt_ft = [ls ps x];
```

bt_chriss_test.m

```
unction bt_cht = bt_chriss_test(pl, VaR, alfa, gama)
```



```

% pl - vektor ziskov a strat
% VaR - vektor VaR
% alfa - konfidencny interval VaR, presnost vypoctu VaR
% gama - hladina vyznamnosti - presnost testu

x_vektor = -pl-VaR;
x_pocet = x_vektor;
x_pocet(x_pocet <= 0) = [];
x = length(x_pocet);

p = 1-alfa;
n = length(pl);

lr_uc = -2*log(((1-p)^(n-x))*(p^x)) + 2*log(((1-(x/n))^(n-x))*((x/n)^x));

ls_uc = chi2inv(gama/2,1);
ps_uc = chi2inv(1 - gama/2,1);

n_00=0; n_01=0; n_10=0; n_11=0;
for i = 2:n
    if x_vektor(i) <= 0
        if x_vektor(i-1) <= 0
            n_00 = n_00 + 1;
        else
            n_10 = n_10 + 1;
        end
    end
    if x_vektor(i) > 0
        if x_vektor(i-1) <= 0
            n_01 = n_01 + 1;
        else
            n_11 = n_11 + 1;
        end
    end
end

pi_01 = n_01/(n_00 + n_01);
pi_11 = n_11/(n_10 + n_11);
pi_2 = (n_01 + n_11)/(n_00 + n_01 + n_10 + n_11);

lr_ind = -2*log(((1-pi_2)^(n_00+n_10))*(pi_2^(n_01+n_11))) + 2*log(((1-pi_01)^(n_00))*(pi_01^n_01)*((1-pi_11)^(n_10))*pi_11^n_11);

ls_ind = chi2inv(gama/2,1);
ps_ind = chi2inv(1 - gama/2,1);

lr_cc = lr_uc + lr_ind;

ls_cc = chi2inv(gama/2,2);
ps_cc = chi2inv(1 - gama/2,2);

bt_cht = [ls_uc ps_uc lr_uc ls_ind ps_ind lr_ind ls_cc ps_cc lr_cc];

bt_kupiec_test.m

function bt_kt = bt_kupiec_test(pl,VaR,alfa,gama)
% pl - vektor ziskov a strat
% VaR - vektor VaR
% alfa - konfidencny interval VaR, presnost vypoctu VaR
% gama - hladina vyznamnosti - presnost testu

x_vektor = -pl-VaR;
x_pocet = x_vektor;
x_pocet(x_pocet <= 0) = [];
x = length(x_pocet);

p = 1-alfa;
n = length(pl);

lr_uc = -2*log(((1-p)^(n-x))*(p^x)) + 2*log(((1-(x/n))^(n-x))*((x/n)^x));

ls = chi2inv(gama/2,1);
ps = chi2inv(1 - gama/2,1);

bt_kt = [ls ps lr_uc];

```

vystup_des_stat.m

%deskriptivna statistika

```
pl_all = (akcie(251:size(akcie,1)-1,1:size(akcie,2))-akcie(252:size(akcie,1),1:size(akcie,2)));
ra_all = akcie(251:size(akcie,1)-1,1:size(akcie,2))./akcie(252:size(akcie,1),1:size(akcie,2))-1;
Rg_all = log(akcie(251:size(akcie,1)-1,1:size(akcie,2))./akcie(252:size(akcie,1),1:size(akcie,2)));
cena_all = akcie(251:size(akcie,1)-1,:);
```

%BOBJ%

```
mi_bobj = [mean(cena_all(:,1)),mean(pl_all(:,1)),mean(ra_all(:,1)),mean(Rg_all(:,1))];
max_bobj = [max(cena_all(:,1)),max(pl_all(:,1)),max(ra_all(:,1)),max(Rg_all(:,1))];
min_bobj = [min(cena_all(:,1)),min(pl_all(:,1)),min(ra_all(:,1)),min(Rg_all(:,1))];
med_bobj = [median(cena_all(:,1)),median(pl_all(:,1)),median(ra_all(:,1)),median(Rg_all(:,1))];
sigma_bobj = [std(cena_all(:,1)),std(pl_all(:,1)),std(ra_all(:,1)),std(Rg_all(:,1))];
spi_bobj = [kurtosis(cena_all(:,1)),kurtosis(pl_all(:,1)),kurtosis(ra_all(:,1)),kurtosis(Rg_all(:,1))];
sik_bobj = [skewness(cena_all(:,1)),skewness(pl_all(:,1)),skewness(ra_all(:,1)),skewness(Rg_all(:,1))];
```

```
subplot(2,2,1)
hist(cena_all(:,1),50);
title('cena');
subplot(2,2,2)
hist(pl_all(:,1),50);
title('pl');
subplot(2,2,3)
hist(ra_all(:,1),50);
title('ra');
subplot(2,2,4)
hist(Rg_all(:,1),50);
title('Rg');
```

%MSFT%

```
mi_msft = [mean(cena_all(:,2)),mean(pl_all(:,2)),mean(ra_all(:,2)),mean(Rg_all(:,2))];
max_msft = [max(cena_all(:,2)),max(pl_all(:,2)),max(ra_all(:,2)),max(Rg_all(:,2))];
min_msft = [min(cena_all(:,2)),min(pl_all(:,2)),min(ra_all(:,2)),min(Rg_all(:,2))];
med_msft = [median(cena_all(:,2)),median(pl_all(:,2)),median(ra_all(:,2)),median(Rg_all(:,2))];
sigma_msft = [std(cena_all(:,2)),std(pl_all(:,2)),std(ra_all(:,2)),std(Rg_all(:,2))];
spi_msft = [kurtosis(cena_all(:,2)),kurtosis(pl_all(:,2)),kurtosis(ra_all(:,2)),kurtosis(Rg_all(:,2))];
sik_msft = [skewness(cena_all(:,2)),skewness(pl_all(:,2)),skewness(ra_all(:,2)),skewness(Rg_all(:,2))];
```

```
figure;
subplot(2,2,1)
hist(cena_all(:,2),50);
title('cena');
subplot(2,2,2)
hist(pl_all(:,2),50);
title('pl');
subplot(2,2,3)
hist(ra_all(:,2),50);
title('ra');
subplot(2,2,4)
hist(Rg_all(:,2),50);
title('Rg');
```

%ONYX%

```
mi_onyx = [mean(cena_all(:,3)),mean(pl_all(:,3)),mean(ra_all(:,3)),mean(Rg_all(:,3))];
max_onyx = [max(cena_all(:,3)),max(pl_all(:,3)),max(ra_all(:,3)),max(Rg_all(:,3))];
min_onyx = [min(cena_all(:,3)),min(pl_all(:,3)),min(ra_all(:,3)),min(Rg_all(:,3))];
med_onyx = [median(cena_all(:,3)),median(pl_all(:,3)),median(ra_all(:,3)),median(Rg_all(:,3))];
sigma_onyx = [std(cena_all(:,3)),std(pl_all(:,3)),std(ra_all(:,3)),std(Rg_all(:,3))];
spi_onyx = [kurtosis(cena_all(:,3)),kurtosis(pl_all(:,3)),kurtosis(ra_all(:,3)),kurtosis(Rg_all(:,3))];
sik_onyx = [skewness(cena_all(:,3)),skewness(pl_all(:,3)),skewness(ra_all(:,3)),skewness(Rg_all(:,3))];
```

```
figure;
subplot(2,2,1)
hist(cena_all(:,3),50);
title('cena');
subplot(2,2,2)
hist(pl_all(:,3),50);
title('pl');
subplot(2,2,3)
hist(ra_all(:,3),50);
```

```

title('ra');
subplot(2,2,4)
hist(Rg_all(:,3),50);
title('Rg');

%portfolio%

objem = [1;3;2];
w = objem./sum(objem);
cena_port = cena_all*objem;
pl_port = pl_all*objem;
ra_port = ra_all*w;
Rg_port = Rg_all*w;

mi_port = [mean(cena_port(:,1)),mean(pl_port(:,1)),mean(ra_port(:,1)),mean(Rg_port(:,1))];
max_port = [max(cena_port(:,1)),max(pl_port(:,1)),max(ra_port(:,1)),max(Rg_port(:,1))];
min_port = [min(cena_port(:,1)),min(pl_port(:,1)),min(ra_port(:,1)),min(Rg_port(:,1))];
med_port = [median(cena_port(:,1)),median(pl_port(:,1)),median(ra_port(:,1)),median(Rg_port(:,1))];
sigma_port = [std(cena_port(:,1)),std(pl_port(:,1)),std(ra_port(:,1)),std(Rg_port(:,1))];
spi_port = [kurtosis(cena_port(:,1)),kurtosis(pl_port(:,1)),kurtosis(ra_port(:,1)),kurtosis(Rg_port(:,1))];
sik_port = [skewness(cena_port(:,1)),skewness(pl_port(:,1)),skewness(ra_port(:,1)),skewness(Rg_port(:,1))];

VCM_cena = cov(cena_all);
VCM_pl= cov(pl_all);
VCM_ra = cov(ra_all);
VCM_Rg = cov(Rg_all);

CC_cena = CORRCOEF(cena_all);
CC_pl= CORRCOEF(pl_all);
CC_ra = CORRCOEF(ra_all);
CC_Rg = CORRCOEF(Rg_all);

figure;
subplot(2,2,1)
hist(cena_port(:,1),50);
title('cena');
subplot(2,2,2)
hist(pl_port(:,1),50);
title('pl');
subplot(2,2,3)
hist(ra_port(:,1),50);
title('ra');
subplot(2,2,4)
hist(Rg_port(:,1),50);
title('Rg');

vystup_RF_data.m

objem = [1;3;2];

%zisky/straty jednotlivych

pl_bobj = akcie(1:250,1) - akcie(2:251,1);
pl_msft = akcie(1:250,2) - akcie(2:251,2);
pl_onyx = akcie(1:250,3) - akcie(2:251,3);
pl_all_132 = (akcie(1:250,1:size(akcie,2)) - akcie(2:251,1:size(akcie,2)))*objem;

pl_all = (akcie(1:size(akcie,1)-1,1:size(akcie,2))-akcie(2:size(akcie,1),1:size(akcie,2)));
pl_port_132 = (akcie(1:size(akcie,1)-1,1:size(akcie,2))-akcie(2:size(akcie,1),1:size(akcie,2)))*objem;

% aritmeticke vynosy jednotlivych nastrojov

akcie_port = akcie*objem;

ra_all = akcie(1:size(akcie,1)-1,1:size(akcie,2))./akcie(2:size(akcie,1),1:size(akcie,2))-1;
ra_port = akcie_port(1:size(akcie_port,1)-1,1:size(akcie_port,2))./akcie_port(2:size(akcie_port,1),1:size(akcie_port,2))-1;

% geometricke vynosy jednotlivych nastrojov

Rg_all = log(akcie(1:size(akcie,1)-1,1:size(akcie,2))./akcie(2:size(akcie,1),1:size(akcie,2)));
Rg_port = log(akcie_port(1:size(akcie_port,1)-1,1:size(akcie_port,2))./akcie_port(2:size(akcie_port,1),1:size(akcie_port,2)));

vystup_VaR_od_alfa.m

```

```

% VaR pre alfa od 0.9 do 1

for i = 1:11;
    alfa = 0.9 + 0.01*(i - 1);
    VaR_bobj(1,i) = hs_var(akcie(:,1),alfa,1);
    VaR_bobj(2,i) = hs_var_tw(akcie(:,1),alfa,1,0.95);
    VaR_bobj(3,i) = par_norm_pl_var(akcie(:,1),alfa,1);
    VaR_bobj(4,i) = par_norm_ra_var(akcie(:,1),alfa,1);
    VaR_bobj(5,i) = par_norm_Rg_var(akcie(:,1),alfa,1);
    VaR_bobj(6,i) = par_t_pl_var(akcie(:,1),alfa,1);
    VaR_bobj(7,i) = par_t_ra_var(akcie(:,1),alfa,1);
    VaR_bobj(8,i) = par_t_Rg_var(akcie(:,1),alfa,1);
    VaR_bobj(9,i) = mc_Rg_norm_var(akcie(:,1),alfa,1,10000);
    VaR_bobj(10,i) = mc_Rg_t_var(akcie(:,1),alfa,1,10000);
end;

for i = 1:11;
    alfa = 0.9 + 0.01*(i - 1);
    VaR_msft(1,i) = hs_var(akcie(:,2),alfa,1);
    VaR_msft(2,i) = hs_var_tw(akcie(:,2),alfa,1,0.95);
    VaR_msft(3,i) = par_norm_pl_var(akcie(:,2),alfa,1);
    VaR_msft(4,i) = par_norm_ra_var(akcie(:,2),alfa,1);
    VaR_msft(5,i) = par_norm_Rg_var(akcie(:,2),alfa,1);
    VaR_msft(6,i) = par_t_pl_var(akcie(:,2),alfa,1);
    VaR_msft(7,i) = par_t_ra_var(akcie(:,2),alfa,1);
    VaR_msft(8,i) = par_t_Rg_var(akcie(:,2),alfa,1);
    VaR_msft(9,i) = mc_Rg_norm_var(akcie(:,2),alfa,1,10000);
    VaR_msft(10,i) = mc_Rg_t_var(akcie(:,2),alfa,1,10000);
end;

for i = 1:11;
    alfa = 0.9 + 0.01*(i - 1);
    VaR_onyx(1,i) = hs_var(akcie(:,3),alfa,1);
    VaR_onyx(2,i) = hs_var_tw(akcie(:,3),alfa,1,0.95);
    VaR_onyx(3,i) = par_norm_pl_var(akcie(:,3),alfa,1);
    VaR_onyx(4,i) = par_norm_ra_var(akcie(:,3),alfa,1);
    VaR_onyx(5,i) = par_norm_Rg_var(akcie(:,3),alfa,1);
    VaR_onyx(6,i) = par_t_pl_var(akcie(:,3),alfa,1);
    VaR_onyx(7,i) = par_t_ra_var(akcie(:,3),alfa,1);
    VaR_onyx(8,i) = par_t_Rg_var(akcie(:,3),alfa,1);
    VaR_onyx(9,i) = mc_Rg_norm_var(akcie(:,3),alfa,1,10000);
    VaR_onyx(10,i) = mc_Rg_t_var(akcie(:,3),alfa,1,10000);
end;

objem = [1;3;2];
for i = 1:11;
    alfa = 0.9 + 0.01*(i - 1);
    VaR_port_spolu(1,i) = hs_var(akcie,alfa,objem);
    VaR_port_spolu(2,i) = hs_var_tw(akcie,alfa,objem,0.95);
    VaR_port_spolu(3,i) = par_norm_pl_var(akcie,alfa,objem);
    VaR_port_spolu(4,i) = par_norm_ra_var(akcie,alfa,objem);
    VaR_port_spolu(5,i) = par_norm_Rg_var(akcie,alfa,objem);
    VaR_port_spolu(6,i) = par_t_pl_var(akcie,alfa,objem);
    VaR_port_spolu(7,i) = par_t_ra_var(akcie,alfa,objem);
    VaR_port_spolu(8,i) = par_t_Rg_var(akcie,alfa,objem);
    VaR_port_spolu(9,i) = mc_Rg_norm_var(akcie,alfa,objem,10000);
    VaR_port_spolu(10,i) = mc_Rg_t_var(akcie,alfa,objem,10000);
end;

for i = 1:11;
    alfa = 0.9 + 0.01*(i - 1);
    VaR_port_pozic(1,i) = hs_var(akcie,alfa,objem);
    VaR_port_pozic(2,i) = hs_var_tw(akcie,alfa,objem,0.95);
    VaR_port_pozic(3,i) = mult_par_norm_pl_var(akcie,alfa,objem);
    VaR_port_pozic(4,i) = mult_par_norm_ra_var(akcie,alfa,objem);
    VaR_port_pozic(5,i) = mult_par_norm_Rg_var(akcie,alfa,objem);
    VaR_port_pozic(6,i) = mult_par_t_pl_var(akcie,alfa,objem);
    VaR_port_pozic(7,i) = mult_par_t_ra_var(akcie,alfa,objem);
    VaR_port_pozic(8,i) = mult_par_t_Rg_var(akcie,alfa,objem);
    VaR_port_pozic(9,i) = mult_mc_Rg_norm_var(akcie,alfa,objem,10000);
    VaR_port_pozic(10,i) = mult_mc_Rg_t_var(akcie,alfa,objem,10000);
end;

```

vystup_VaR_v_case.m

```
objem = [1;3;2];
```

% casova struktura VaR pocas 250 dni

% bobj

```
for i = 2:251;
    VaR_95t_bobj(i-1,1) = -1*hs_var(akcie(i:length(akcie)-(251-i),1),0.95,1);
    VaR_95t_bobj(i-1,2) = -1*hs_var_tw(akcie(i:length(akcie)-(251-i),1),0.95,1,0.95);
    VaR_95t_bobj(i-1,3) = -1*par_norm_pl_var(akcie(i:length(akcie)-(251-i),1),0.95,1);
    VaR_95t_bobj(i-1,4) = -1*par_norm_ra_var(akcie(i:length(akcie)-(251-i),1),0.95,1);
    VaR_95t_bobj(i-1,5) = -1*par_norm_Rg_var(akcie(i:length(akcie)-(251-i),1),0.95,1);
    VaR_95t_bobj(i-1,6) = -1*par_t_pl_var(akcie(i:length(akcie)-(251-i),1),0.95,1);
    VaR_95t_bobj(i-1,7) = -1*par_t_ra_var(akcie(i:length(akcie)-(251-i),1),0.95,1);
    VaR_95t_bobj(i-1,8) = -1*par_t_Rg_var(akcie(i:length(akcie)-(251-i),1),0.95,1);
    VaR_95t_bobj(i-1,9) = -1*mc_Rg_norm_var(akcie(i:length(akcie)-(251-i),1),0.95,1,10000);
    VaR_95t_bobj(i-1,10) = -1*mc_Rg_t_var(akcie(i:length(akcie)-(251-i),1),0.95,1,10000);
end;
```

%msft

```
for i = 2:251;
    VaR_95t_msft(i-1,1) = -1*hs_var(akcie(i:length(akcie)-(251-i),2),0.95,1);
    VaR_95t_msft(i-1,2) = -1*hs_var_tw(akcie(i:length(akcie)-(251-i),2),0.95,1,0.95);
    VaR_95t_msft(i-1,3) = -1*par_norm_pl_var(akcie(i:length(akcie)-(251-i),2),0.95,1);
    VaR_95t_msft(i-1,4) = -1*par_norm_ra_var(akcie(i:length(akcie)-(251-i),2),0.95,1);
    VaR_95t_msft(i-1,5) = -1*par_norm_Rg_var(akcie(i:length(akcie)-(251-i),2),0.95,1);
    VaR_95t_msft(i-1,6) = -1*par_t_pl_var(akcie(i:length(akcie)-(251-i),2),0.95,1);
    VaR_95t_msft(i-1,7) = -1*par_t_ra_var(akcie(i:length(akcie)-(251-i),2),0.95,1);
    VaR_95t_msft(i-1,8) = -1*par_t_Rg_var(akcie(i:length(akcie)-(251-i),2),0.95,1);
    VaR_95t_msft(i-1,9) = -1*mc_Rg_norm_var(akcie(i:length(akcie)-(251-i),2),0.95,1,10000);
    VaR_95t_msft(i-1,10) = -1*mc_Rg_t_var(akcie(i:length(akcie)-(251-i),2),0.95,1,10000);
end;
```

%onyx

```
for i = 2:251;
    VaR_95t_onyx(i-1,1) = -1*hs_var(akcie(i:length(akcie)-(251-i),3),0.95,1);
    VaR_95t_onyx(i-1,2) = -1*hs_var_tw(akcie(i:length(akcie)-(251-i),3),0.95,1,0.95);
    VaR_95t_onyx(i-1,3) = -1*par_norm_pl_var(akcie(i:length(akcie)-(251-i),3),0.95,1);
    VaR_95t_onyx(i-1,4) = -1*par_norm_ra_var(akcie(i:length(akcie)-(251-i),3),0.95,1);
    VaR_95t_onyx(i-1,5) = -1*par_norm_Rg_var(akcie(i:length(akcie)-(251-i),3),0.95,1);
    VaR_95t_onyx(i-1,6) = -1*par_t_pl_var(akcie(i:length(akcie)-(251-i),3),0.95,1);
    VaR_95t_onyx(i-1,7) = -1*par_t_ra_var(akcie(i:length(akcie)-(251-i),3),0.95,1);
    VaR_95t_onyx(i-1,8) = -1*par_t_Rg_var(akcie(i:length(akcie)-(251-i),3),0.95,1);
    VaR_95t_onyx(i-1,9) = -1*mc_Rg_norm_var(akcie(i:length(akcie)-(251-i),3),0.95,1,10000);
    VaR_95t_onyx(i-1,10) = -1*mc_Rg_t_var(akcie(i:length(akcie)-(251-i),3),0.95,1,10000);
end;
```

%portfolio ako celok

```
for i = 2:251;
    VaR_95t_port_spolu(i-1,1) = -1*hs_var(akcie(i:length(akcie)-(251-i)),0.95,objem);
    VaR_95t_port_spolu(i-1,2) = -1*hs_var_tw(akcie(i:length(akcie)-(251-i)),0.95,objem,0.95);
    VaR_95t_port_spolu(i-1,3) = -1*par_norm_pl_var(akcie(i:length(akcie)-(251-i)),0.95,objem);
    VaR_95t_port_spolu(i-1,4) = -1*par_norm_ra_var(akcie(i:length(akcie)-(251-i)),0.95,objem);
    VaR_95t_port_spolu(i-1,5) = -1*par_norm_Rg_var(akcie(i:length(akcie)-(251-i)),0.95,objem);
    VaR_95t_port_spolu(i-1,6) = -1*par_t_pl_var(akcie(i:length(akcie)-(251-i)),0.95,objem);
    VaR_95t_port_spolu(i-1,7) = -1*par_t_ra_var(akcie(i:length(akcie)-(251-i)),0.95,objem);
    VaR_95t_port_spolu(i-1,8) = -1*par_t_Rg_var(akcie(i:length(akcie)-(251-i)),0.95,objem);
    VaR_95t_port_spolu(i-1,9) = -1*mc_Rg_norm_var(akcie(i:length(akcie)-(251-i)),0.95,objem,10000);
    VaR_95t_port_spolu(i-1,10) = -1*mc_Rg_t_var(akcie(i:length(akcie)-(251-i)),0.95,objem,10000);
end;
```

%portfolio pozicny pristup

```
for i = 2:251;
    VaR_95t_port_pozic(i-1,1) = -1*hs_var(akcie(i:length(akcie)-(251-i)),0.95,objem);
    VaR_95t_port_pozic(i-1,2) = -1*hs_var_tw(akcie(i:length(akcie)-(251-i)),0.95,objem,0.95);
    VaR_95t_port_pozic(i-1,3) = -1*mult_par_norm_pl_var(akcie(i:length(akcie)-(251-i)),0.95,objem);
    VaR_95t_port_pozic(i-1,4) = -1*mult_par_norm_ra_var(akcie(i:length(akcie)-(251-i)),0.95,objem);
    VaR_95t_port_pozic(i-1,5) = -1*mult_par_norm_Rg_var(akcie(i:length(akcie)-(251-i)),0.95,objem);
    VaR_95t_port_pozic(i-1,6) = -1*mult_par_t_pl_var(akcie(i:length(akcie)-(251-i)),0.95,objem);
    VaR_95t_port_pozic(i-1,7) = -1*mult_par_t_ra_var(akcie(i:length(akcie)-(251-i)),0.95,objem);
    VaR_95t_port_pozic(i-1,8) = -1*mult_par_t_Rg_var(akcie(i:length(akcie)-(251-i)),0.95,objem);
    VaR_95t_port_pozic(i-1,9) = -1*mult_mc_Rg_norm_var(akcie(i:length(akcie)-(251-i)),0.95,objem,10000);
end;
```

```
    VaR_95t_port_pozic(i-1,10) = -1*mult_mc_Rg_t_var(akcie(i:length(akcie)-(251-i),:),0.95,objem,10000);  
end;
```

```
%zisky/straty jednotlivych nastrojov
```

```
pl_bobj = akcie(1:250,1) - akcie(2:251,1);  
pl_msft = akcie(1:250,2) - akcie(2:251,2);  
pl_onyx = akcie(1:250,3) - akcie(2:251,3);  
pl_port = (akcie(1:250,1:size(akcie,2)) - akcie(2:251,1:size(akcie,2)))*objem;
```

backtesting.m

```
%      frekvencny test
```

```
% bobj
```

```
for i = 1:10;  
    ft_bobj(i,:) = bt_frekw_test(pl_bobj,-VaR_95t_bobj(:,i),0.95,0.05);  
end
```

```
% msft
```

```
for i = 1:10;  
    ft_msft(i,:) = bt_frekw_test(pl_msft,-VaR_95t_msft(:,i),0.95,0.05);  
end
```

```
% onyx
```

```
for i = 1:10;  
    ft_onyx(i,:) = bt_frekw_test(pl_onyx,-VaR_95t_onyx(:,i),0.95,0.05);  
end
```

```
% portfolio ako celok
```

```
for i = 1:10;  
    ft_port_spolu(i,:) = bt_frekw_test(pl_port,-VaR_95t_port_spolu(:,i),0.95,0.05);  
end
```

```
% portfolio pozicny pristup
```

```
for i = 1:10;  
    ft_port_pozic(i,:) = bt_frekw_test(pl_port,-VaR_95t_port_pozic(:,i),0.95,0.05);  
end
```

```
%kupiecov test
```

```
% bobj
```

```
for i = 1:10;  
    kt_bobj(i,:) = bt_kupiec_test(pl_bobj,-VaR_95t_bobj(:,i),0.95,0.05);  
end
```

```
% msft
```

```
for i = 1:10;  
    kt_msft(i,:) = bt_kupiec_test(pl_msft,-VaR_95t_msft(:,i),0.95,0.05);  
end
```

```
% onyx
```

```
for i = 1:10;  
    kt_onyx(i,:) = bt_kupiec_test(pl_onyx,-VaR_95t_onyx(:,i),0.95,0.05);  
end
```

```
% portfolio ako celok
```

```
for i = 1:10;  
    kt_port_spolu(i,:) = bt_kupiec_test(pl_port,-VaR_95t_port_spolu(:,i),0.95,0.05);  
end
```

```
% portfolio pozicny pristup
```

```
for i = 1:10;  
    kt_port_pozic(i,:) = bt_kupiec_test(pl_port,-VaR_95t_port_pozic(:,i),0.95,0.05);  
end
```

```

%      chrisstofersonov test

% bobj
for i = 1:10;
    cht_bobj(i,:) = bt_chriss_test(pl_bobj,-VaR_95t_bobj(:,i),0.95,0.05);
end

% msft
for i = 1:10;
    cht_msft(i,:) = bt_chriss_test(pl_msft,-VaR_95t_msft(:,i),0.95,0.05);
end

% onyx
for i = 1:10;
    cht_onyx(i,:) = bt_chriss_test(pl_onyx,-VaR_95t_onyx(:,i),0.95,0.05);
end

% portfolio ako celok
for i = 1:10;
    cht_port_spolu(i,:) = bt_chriss_test(pl_port,-VaR_95t_port_spolu(:,i),0.95,0.05);
end

% portfolio pozieny pristup
for i = 1:10;
    cht_port_pozic(i,:) = bt_chriss_test(pl_port,-VaR_95t_port_pozic(:,i),0.95,0.05);
end

```