FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY
UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE

Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky

Investovanie s úrokovými derivátmi

DIPLOMOVÁ PRÁCA

BRATISLAVA 2007 Marek Vandák

FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY
UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE

Ekonomická a finančná matematika

Investovanie s úrokovými derivátmi

DIPLOMOVÁ PRÁCA

Diplomant: Marek Vandák
Vedúci diplomovej práce: Mgr. Henrich Datel
Bratislava 2007

Prehlasujem, že diplomovú prácu som vypracoval samostatne pod vedením vedúceho diplomovej práce a čerpal som len z uvedenej literatúry.

V Bratislave 29. apríla 2007 Marek Vandák

Týmto by som rád vyjadril poďakovanie môjmu diplomovému vedúcemu, Mgr. Henrichovi Datelovi, za jeho čas, ochotu, usmernenie pri práci a rozšírenie obzorov.

Obsah

Úvod

Prirodzená otázka, ktorá sa vynára pri investovaní s nástrojmi úrokového trhu je na vzťah rizikovo-návratnostného profilu (risk-return profile) dlhopisových portfólii a portfólii konštruovaných z úrokových derivátov. Na prvý pohľad je zrejmé, že pomocou derivátov bude možné zostrojiť portfóliá prinášajúce vyšší výnos ako samotné dlhopisové portfólio. Napríklad použitím pákového efektu pomocou forwardov na dlhopisy. Avšak toto sa deje iba za cenu zvýšenia rizika. Otvorenou ale ostáva otázka či je možné vytvoriť použitím úrokových derivátov také portfólia, ktoré nám prinesú pri rovnakej miere rizika (meranej rôznymi rizikovými parametrami) vyšší výnos? Alebo inak; je možné dosiahnuť rovnaký výnos pri nižšom riziku?

Práve na tieto otázky odpovedá predkladaná diplomová práca a to pomocou simulácii rôznych typov derivátových stratégii (long forward, long call, short put, long straddle, butterfly) na historických dátach za obdobie 1997-2007 a ich porovnaní s výkonnosťou dlhopisových portfólii. Tam kde si to povaha veci vyžaduje, sú stratégie najprv nakalibrovane na obdobi 1997-2002 a následne je vyhodnocovaný ich rizikovo-návratnostný profil na období rokov 2003 až 2007.

Práca je rozdelená na dve časti. Prvá predstavuje teoretický úvod do problematiky a zavádza pojmy, s ktorými sa pracuje v druhej, praktickej časti. V prílohe je možné nájsť zdrojový kód programu používaného na simulácie ako i podrobné výsledky jednotlivých simulácii.

1 Teória

1.1 Markowitzova teória portfólia

Každý investor má pri rozhodovaní o svojej budúcej investícii na zreteli najmä dva faktory, očakávaný výnos z investície a pravdepodobnosť s akou tento výnos dosiahne - riziko. Mieru rizika možno vyhodnocovať viacerými spôsobmi, najrozšírenejším prístupom je pomocou smerodajnej odchýlky výnosu investičného portfólia od jeho strednej hodnoty. Je prirodzené, že investor má záujem vlastniť portfólio s čo najvyšším očakávaným výnosom a zároveň s čo najnižším rizikom. Problémom je, že tieto dve túžby idú proti sebe. Nižšie riziko predurčuje investíciu aj na nižší očakávaný výnos. V tomto kontexte možno výnos chápať ako odmenu za podstúpenú neistotu z návratnosti zapožičiavaného kapitálu. Takže investor stojí pred optimalizačnou úlohou s dvoma účelovými funkciami. Tú možno pomocou pevného cielenia jednej z premenných previesť na optimalizačnú úlohu s viazaným extrémom a jednou účelovou funkciou. Napríklad úloha minimalizácie rizika pri fixne zvolenom očakávanom výnose. Takto zostavenou úlohou sa prvý krát zaoberal H. Markowitz v [1] a preto sa nazýva aj Markowitzov problém:

$$
\begin{aligned}
\min \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^{n} w_i w_j \sigma_{ij} \\
\sum_{i=1}^{n} w_j \bar{r}_i = \bar{r}_p \\
\sum_{i=1}^{n} w_i = 1,
\end{aligned}
\tag{1}
$$

Kde w_i sú váhy jednotlivých aktív v portfóliu, r_p je pevne zvolený očakávaný výnos, $\bar{r_i}$ sú stredné hodnoty náhodných premenných r_i predstavujúcich výnosy jednotlivých aktív a σ_{ij} je kovariancia medzi r_i a r_j. Aby úloha (1) mala práve jedno riešenie, musia byť splnené dva predpoklady:

- Výnosy r_i sú lineárne nezávislé.

$$\sum_{i=1}^{n} w_j \bar{r}_i = const$$

- Existuju aspoň dve aktíva $1 < i, j < n$, pre ktoré $r_i \neq r_j$

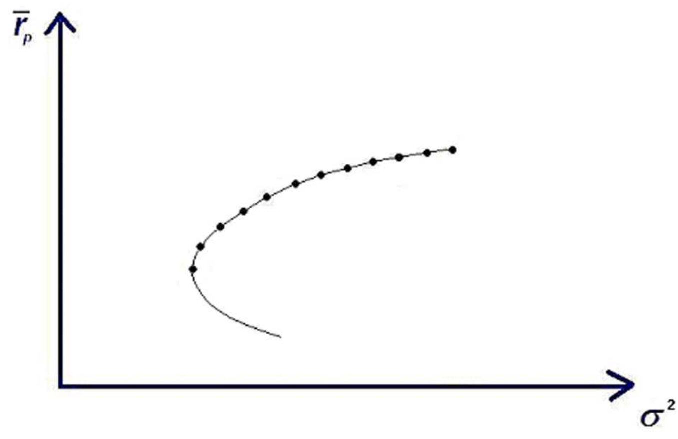
Prvý predpoklad nie je obmedzujúci, pretože aktívum, ktorého výnos je lineárnou kombináciou výnosov iných aktív, môžeme z portfólia odstrániť, nakoľko je ho možné rovnocenne nahradiť (replikovať) ostatnými aktívami v portfóliu. Druhá podmienka je zmysluplná, ak by totiž mali všetky aktíva v portfóliu rovnaký výnos, úloha sa stane pre akúkoľvek inú hodnotu výnosu neriešitelná.
Takto konštruovaný problém je možné riešiť ako optimalizačnú úlohu na viazaný extrém pomocou metódy Langrangeových multiplikátorov [2].
Volatilita výnosu získaného optimálneho portfólia

$$Var(r_p) = g^T V g + (h^T V g)\bar{r}_p + (g^T V h)\bar{r}_p + (h^T V h)\bar{r}_p^2$$

naznačuje, že závisí kvadraticky od očakávaného výnosu r_p. Investor si však bude vyberať váhy portfólia tak, aby sa nachádzal v hornej časti parabolovej krivky (obr.1), ktorá sa nazýva efektívna hranica. Dolná časť krivky nie je rozumná, nakoľko pri rovnakej miere rizika je možné dosiahnuť v hornej časti vyšší výnos. Keďže riešením problému optimalizácie portfólia je krivka, výsledok pre individuálneho investora stále nie je jednoznačný. Pre jeho konkrétne rozhodnutie pri zostavovaní portfólia je potrebné poznať jeho rizikový profil, teda akú mieru rizika je ochotný znášať pri tom - ktorom výnose. Toto je už však mimo obsahu práce. Ďalej budú analyzované možnosti, ktoré má skupina investorov na výber, nie konkrétny výber samotných investorov. Teda bude sledovaná závislosť výnosu naprieč celým spektrom miery rizika.

1.2 Dlhopisy a durácia

Dlhopis je cenný papier, v ktorom sa vypisovateľ (dlžník) zaväzuje splatiť na konci dohodnutej lehoty nominálnu hodnotu a pravidelne, v určených



Obrázok 1: Návratnosť, riziko a efektívna hranica

obdobiach, vyplácať časť výnosu (úrok) v podobe kupónových platieb. Cenu dlhopisu možno vyjadriť ako súčasnú hodnotu všetkých budúcich platieb plynúcich z tohto kontraktu. Preto

$$B = \sum_{i=1}^{n} c_i e^{-yt_i} \tag{2}$$

Rozhodovať sa pri investovaní do dlhových cenných papierov, na základe doby, počas ktorej dôjde k splateniu celého dlhu, však môže byť zavádzajúce. Doba splatnosti síce popisuje čas potrebný k uplynutiu medzi dneškom a poslednou nominálnou a úrokovou splátkou, no ako taká nehovorí nič o rýchlosti navrátenia investovaného kapitálu. Ilustrovať to možno na príklade 10-ročného bezkupónového dlhopisu a 10-ročného dlhopisu s polročným 5% kupónom. Oba majú rovnakú dobu splatnosti, napriek tomu, pre investora dôležitý parameter, rýchlosť návratu kapitálu je zjavne rozdielna. Mieru rýchlosti návratu investovaného kapitálu charakterizuje durácia. Ide o akúsi priemernú dobu do splatnosti. Durácia je definovaná ako

$$D = \sum_{i=1}^{n} t_i \left[\frac{c_i e^{-yt_i}}{B} \right]$$

kde t_i sú jednotlivé časy platby, c_i sú príslušné platby, y je spojitá úroková miera a B cena dlhopisu. Na základe (2) , možno duráciu pretlmočiť ako vážený priemer všetkých časov, v ktorých prebiehajú platby. Váhy sú pre jednotlivé časy nastavené ako relatívna veľkosť príslušných platieb vzhľadom ku všetkým platbám. Zo vzťahu pre výpočet hodnoty dlhopisu (2) možno odvodiť dôležitú vlastnosť durácie

$$\frac{\partial B}{B} = -D \partial y$$

Teda durácia zároveň charakterizuje výšku reálnej odozvy hodnoty dlhopisu vzhľadom na nominálny posun výnosovej krivky. Čiže čím väčšia durácia, tým citlivejšia je cena dlhopisu na zmeny v úrokových sadzbách. A čím väčšie sú potenciálne výkyvy v cenách aktív, tým vyššie riziko sa s investovaním do nich spája. Teda s rastúcou duráciou rastie aj rizikovosť investície do dlhopisov. Je samozrejmé, že pri vzdaní sa likvidity na dlhšie obdobie investori požadujú aj väčšiu odmenu v podobe vyššieho výnosu. Takže dlhopisy s rozdielnou duráciou tvoria dostatočne rôznorodý súbor aktív, pre ktorý má zmysel uvažovať nad Markowitzovou úlohou.

1.3 Základné typy úrokových derivátov

Úrokové deriváty sú cenné papiere, ktorých výnos je priamo závislý od úrovne úrokových mier. V súčasnosti sa deriváty na úrokovú mieru veľmi často vyskytujú najmä v podobe vnorených derivátov ako súčasť zložitejších obchodov, tzv. štruktúr, kde je správanie výšky výplaty priamo naviazané na viacero faktorov, pričom jedným z nich je práve aj úroveň úrokových mier.

1.3.1 Forwardové obchody

Pravdepodobne prvým úrokovým derivátom, bol forward rate agreement (FRA). Vznikol z potreby zabezpečiť pevnú úrokovú sadzbu pre časť majetku, alebo skôr dlhu. Svojou filozofiou sa v ničom nelíši od komoditných derivátov, kde sa kupujúci zaväzuje odobrať v presne určenom budúcom čase zmluvou popísané množstvo daného tovaru za vopred dohodnutú cenu a predávajúci je zaviazaný toto množstvo tovaru za takýchto podmienok poskytnúť. Jediný rozdiel je v tom, že podkladové aktívum podliehajúce kontraktu vyžaduje väčšiu dávku predstavivosti, keďže je ním nehmotná úroková miera. Jej "dodanie"je sprostredkované pomocou výmeny rovnakých nominálov. Jedna strana však spolu s nominálom splatí aj jeho úročenie, dohodnuté pri uzatváraní obchodu (pevná strana) a druhá strana ako protihodnotu dodá nominál spolu s úrokom podľa sadzby platnej v budúcnosti, v čase ukončenia obchodu (plávajúca strana). V praxi sa väčšinou upúšťa od platenia celého nominálu a používa sa čisté vysporiadanie, keď platbu uskutoční iba strana, ktorej by rozdiel medzi oboma platbami šiel na ťarchu a to vo výške tohto to rozdielu. Hodnotu FRA možno počas trvania tohto kontraktu z pohľadu príjemcu FRA sadzby určiť ako:

$$V = (e^{r_{fix}} - e^{r_{fwd}})Ne^{-rT}$$

Kde N je nominál, r_{fix} je dohodnutá FRA sadzba, r_{fwd} je súčasná forwardová sadzba a r je úroková sadzba pre bezkupónové dlhopisy na na obdobie do maturity kontraktu T. Z pohľadu platcu pevne určenej sadzby je táto hodnota opačná. Typicky má forwardový obchod v čase uzavretia nulovú ($r_{fix} = r_{fwd}$), prípadne nízku hodnotu, pokrývajúcu iba maržu jednej zo strán. V prípade, ak si chce jedna strana takýmto spôsobom zabezpečiť naraz viacero úrokových splátok, má možnosť vstúpiť do úrokového swapu. Úrokový swap nie je nič iné, ako súbor niekoľkých forward rate agreement v čase za sebou. Síce tento typ nástrojov finančného trhu vznikol pôvodne z potreby zaistenia spoločností proti nepriaznivému vývoju na trhu úrokových sadzieb, no v súčasnosti bývajú pohnútky k uzavretiu týchto obchodov skôr špekulatívne. Ešte vo výraznejšej miere to platí u opčných typoch obchodov na úrokovú mieru. No koniec koncov čisto špekulatívny motív možno prisúdiť väčšine operáciam uskutočnených na finančnom trhu.

1.3.2 Opčné obchody

Opcie Opčné obchody dávajú jednej zo zmluvných strán možnosť po uzavretí obchodu do jeho ukončenia, resp. v dobe jeho ukončenia, meniť konečnú výplatu vyplývajúcu z obchodu. Možnosti, z ktorých si môže daná strana vyberať, boli vopred dohodnuté v zmluve. Najjednoduchším opčným obchodom je opcia. Ide v podstate o predkupné alebo predpredajné právo. Predajca sa za finančnú kompenzáciu zaväzuje protistrane predať, alebo od nej zakúpiť, podkladové aktívum za vopred dohodnutých podmienok (dátum, cena, množstvo), pričom pre protistranu z tohto obchodu nevyplývajú žiadne povinnosti. Je na jej rozhodnutí, či sa kúpené právo rozhodne využiť. Poznáme dva základne typy opcií, ktoré sa spoločne nazývajú aj vanilla options. Call opcia, alebo kúpna opcia je právo, nie však povinnosť, kúpiť podkladové aktívum za vopred stanovenú fixnú cenu, tzv. realizačnú cenu (strike) v deň splatnosti kontraktu. Put opcia, alebo predajná opcia je podobne definovaný cenný papier, ibaže v predchádzajúcej definícii je slovo "kúpiť"je nahradené slovom "predať". V prípade ak sa podkladovým aktívom stane dlhopis, môžeme hovoriť o úrokovom deriváte. Síce aj v prípade iných typov podkladových aktív je často nutné pri určovaní ich hodnoty brať do úvahy výšku úrokovej miery, pre dlhopisy táto predstavuje hlavnú veličinu, od ktorej sa zásadným spôsobom odvíja ich cena.

Určenie hodnoty opčných derivátov je pomerne komplexná téma a preto jej je venovaná nasledujúca kapitola.

Cap a floor Cap možno často nájsť mimo burzy alebo ako vnorený derivát zahrnutý vo väčších kontraktoch. Capom sa vypisovateľ zaväzuje v časoch definovaných pri obchode uskutočniť platbu vo výške rozdielu medzi skutočnou sadzbou a sadzbou určenou pri obchode (capová sadzba) v objeme nominálu. Dátum, v ktorom sa sleduje úroková miera, sa nazýva reset. Vypisovateľa v podstate zaujíma iba úroková miera v čase resetu. Pokiaľ tá prekročí dohodnutú sadzbu, dôjde počas nasledujúceho obdobia k platbe, pokiaľ nie, žiadna platba ani jednej zo strán nenastane. Dá sa povedať, že cap predstavuje poistenie proti nárastu úrokovej sadzby nad určitú hladinu. Podobným derivátom ako cap je kontrakt floor. V ňom sa rovnako vypisovateľ zaväzuje uskutočniť platby na základe úrokovej miery v dohodnutých časoch, no v tomto prípade sa tak udeje ak skutočná úroková miera klesne pod určenú hranicu. V praxi sa samotné capy a floory považujú za dosť drahé a preto ich možno nájsť skôr ako súčasť väčších kontraktov. Častá stratégia je collar, keď nákup jedného capu (flooru) investor financuje predajom flooru (capu) na nižšiu (vyššiu) hladinu dohodnutej sadzby. Cap s jedným resetom sa nazýva caplet. Podobne, jeden floor je tvorený viacerými floorletami.

Swaption Pomenovanie swaptions vychádza so slovného spojenia swap option. Ide teda o opciu na úrokový swap. Alebo lepšie povedané o právo, nie povinnosť, vstúpiť do konkrétneho swapového kontraktu v určitom budúcom čase. Znie to zvláštne, no príkladom použitia môže byť spoločnosť, ktorá má v pláne v krátkodobom horizonte získať zdroje pomocou pôžičky s plávajúcim typom splátok. Zároveň by si v prípade nepriaznivého vývoja želala túto pôžičku zmeniť typ s pevnou výškou splátok. Riešenie môže predstavovať práve swaption, ktorá jej v čase predpokladaného zobratia pôžičky dá možnosť uzavrieť swapový kontrakt pri podmienkach dohodnutých dnes.

1.4 Oceňovanie úrokových derivátov

Oceňovanie opčných úrokových derivátov je značne zložitejšie v porovnaní s napríklad derivátmi na akciové tituly. Je niekoľko dôvodov prečo je tomu tak.

- Pohyb jednotlivých úrokových sadzieb má komplikovanejší charakter než pohyby cien akcii.

- Pre ocenenie úrokových derivátov potrebne modelovať priamo celú výnosovú krivku pre bezkupónové dlhopisy, jeden bod nestačí.
- Jednotlivé body modelovanej krivky majú rozličnú volatilitu
- Úrokové miery sú rovnako používané rovnako pri výpočte výplaty, ktorá nám plynie z derivátu ako aj pri výpočte jej súčasnej hodnoty cez diskontovanie.

V podstate existujú dva odlišné prístupy k oceňovaniu úrokových derivátov. Prvý, ktorý predstavuje Blackov model, sa ho snaží prevádzať v tvare uzavretej formuly. Vyžíva pri tom základy, na ktorých je vybudovaný Black Scholesov model oceňovania opcií na akciové tituly. Druhý nazerá na problém cez modelovanie možného vývoja krivky úrokových mier a až v nadväznosti na neho určuje hodnotu úrokových derivátov. Na tejto myšlienke sú založené jednofaktorové rovnovážne modely (Rendleman-Bartter, Vašíček, Cox-Ingersoll-Ross), dvojfaktorové modely (Heath-Jarrow-Morton, Libor market), alebo nearbitrážne modely (Ho&Lee, Hull-White). Avšak modelovanie úrokovej krivky sa stretáva buď s nepresnými výsledkami, alebo značnou zložitosťou, prípadne s problémami pri nastavení jednotlivých parametrov. Preto ich používanie bolo zväčša posúdené ako neuspokojivé. Naproti tomu, pomerne rozšíreným bežne používaným nástrojom na oceňovanie úrokových derivátov sa stal Blackov model.

1.4.1 Blackov model

Uverejnenie výsledkov práce F. Blacka, M. Scholesa a R. Mertona o oceňovaní opcií v roku 1973 znamenal prelom a výrazne urýchlil rozvoj v obchodovaní s týmito finančnými nástrojmi (referencia). Z práce vyplývajúci Black-Scholesov vzorec sa, aj napriek svojim nedostatkom, stal obľúbeným nástrojom na oceňovanie derivátov akciových titulov. Preto bola prirodzená snaha o jeho rozšírenie aj do ostatných oblastí výskytu derivátov. Pre úrokové deriváty toto rozšírenie predstavuje Blackov model. Ten sa ponáša na

model oceňovania opcií na komoditné futurity, ktorý bol uvedený Fisherom Blackom, odtiaľ jeho názov.
Blackov model pre call C a put P opciu na dlhopis:

$$C = P(0,T)[F_0N(d_1) - KN(d_2)]$$
$$P = P(0,T)[KN(-d_2) - F_0N(-d_1)]$$

$$d_1 = \frac{\ln(\frac{F_0}{K}) + \frac{1}{2}\sigma^2 T}{\sigma\sqrt{T}}$$
$$d_2 = \frac{\ln(\frac{F_0}{K}) - \frac{1}{2}\sigma^2 T}{\sigma\sqrt{T}}$$

kde

- T je čas do expirácie opčného kontraktu
- F je forwardová cena podkladového aktíva s maturitou v T
- F_0 je hodnota F v čase 0
- K je expiračná cena opcie, strike
- $P(t,T)$ je hodnota bezkupónového dlhopisu vyplácajúceho v T 1$ v čase t
- V_T je hodnota podkladového aktíva v čase T
- σ je volatilita F

Použitie Blackovho modelu pre oceňovanie opcií predpokladá:

- Hodnota podkladového aktíva v čase T má normálne rozdelenie so štandardnou odchýlkou $\ln(V_T) = \sigma^2$,
- Očakávaná hodnota V_T je F_0

Podobným spôsobom ako sú ocenené opcie na dlhopis možno oceniť aj caplet, flooret, či swaption. Jediný rozdiel je v tom, že v prípade oceňovania capletov a flooretov predpokladáme lognormalitu rozdelenia forwardových sadzieb bezkupónových dlhopisov. Pri oceňovaní swaptions zasa požadujeme s použitím Blackovho vzorca aj lognormalitu rozdelenia forwardových swapových sadzieb.

Konzistentnosť Blackovho modelu Blackov vzorec pre jednotlivé typy úrokových derivátov funguje dobre a dodáva konzistentné výsledky. Problém nastane pokiaľ ho používame pre ocenenie aj opcií na dlhopisy, aj capletov a flooretov a aj opcií na swapy. Výsledky z neho totižto nie sú konzistentné navzájom. Je to dôsledkom toho, že naraz predpokladáme lognormalitu forwardových sadzieb dlhopisov (call, put), forwardových sadzieb bezkupónových dlhopisov (caplet, floorlet) a forwardových swapových sadzieb (swaptions). Takúto situáciu ťažko možno očakávať v skutočnosti. Je to ako porovnávať váhu dvoch ľudí, jedného odváženého na Zemi a druhého na mesiaci. Ani hypotetické riešenie cez vyjadrenie hodnoty dvoch typov derivátov pomocou tretieho nerieši problém. Ide o to, že v skutočnosti ani jedna sadzba, či už sú to forwardové na dlhopisy, alebo na bezkupónové dlhopisy či swapové sadzby, nevykazuje lognormálne správanie sa. V podstate je to rovnaký problém ako pri pôvodnom modeli Blacka-Scholesa, kde lognormálne správanie akcii nebolo preukázané empiricky. Skutočné správanie aktív je však príbuzné lognormálnemu náhodnému rozdeleniu, na ktorom je postavená Black-Scholesova teória, a tak sa modely vychádzajúce z Black-Scholesového modelu považujú za dostatočne dobré a používané priblíženie.

1.5 Meranie rizika

1.5.1 Volatilita

Historická volatilita Jedným z najrozšírenejších spôsobov vyjadrenia rizika je pomocou štandardnej odchýlky výnosov aktíva, tiež nazývanej volatilita. Veličina charakterizuje mieru oscilácie výnosov okolo ich rovnovážnej hodnoty. Volatilita podkladového aktíva je tiež dôležitou súčasťou Blackovho modelu oceňovania úrokových derivátov. Ako jediný zo všetkých vstupných parameterov modelu nie je voľne porozorovateľná na trhu. Volatilitu možno získať odhadom štatistickej veličiny, rozptylu z n pozorovaných dát, ktorý predstavuje druhú mocninu štandardnej odchýlky.

$$s^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(X_i - E(X))^2}{n-1} \tag{3}$$

Kde s^2 je odhad rozptylu hodnôt všetkých pozorovaní, X_i sú jednotlivé pozorovania výnosov a E(X) ich priemerná hodnota. Keďže s predstavuje volatilitu, získanie tohoto parametra nakoniec nie je až také obtiažne. Problém však spôsobuje to, že (3) je vyjadrením historického rozptylu, a teda ten charakterizuje správanie aktív v minulosti. Pričom Blackov model očakáva na vstupe volatilitu podkladového aktíva platiacu počas životnosti derivátu. Teda počas budúcnosti. Žiaľ pravidlo, minulosť je najlepším priblížením budúcnosti, v tomto prípade neplatí, kedže finančné aktíva si svoje štatistické vlastnosti nezachovávajú. Volatilita sa skôr zvykne držať oscilujúca na istej úrovni, potom nastane výrazný skok v jej hodnote na novú úroveň, ktorú po čase, opäť výrazným posunom, zmení.

Implikovaná volatilita Teda zrejme by bolo potrebné do odhadovania volatility zahrnúť aj očakávania jej vývoja. Najlepšie informácie o stave trhu majú jednotlivý obchodníci, ktorí na ňom pôsobia. Tí aj svoje očakávania bežne zahŕňajú do uzatváraných kontraktov. V tom spočíva podstata obchodovania. Mať čo najlepšie predpovede o budúcom vývoji a podľa nich uskutočňovať obchody. Ak považujeme trh za vyvážený systém, tak očakávania všetkých obchodníkov v ňom nájdu rovnovážnu hodnotu v podobe rozdielu medzi teoretickou cenou a cenou upravenou o rovnovážne očakávanie. Takže z trhu poznáme cenu derivátu, ktorá ako veríme je správna, pretože obsahuje aj budúci vývoj. Ostatné premenné potrebné pre Blackov model sú bežne pozorovateľné na trhu, okrem neznámej volatility podkladového aktíva. Preto logický prístup je hľadanie takej volatility, pri ktorej dosiahneme pre cenu derivátu hodnotu pozorovanú na trhu. Získame tak implikovanú volatilitu, ktorú možno použiť pre ocenenie iného derivátu s rovnakým podkladovým aktívom.

Exponential weighted moving average model Iný pohľad na daný problém predstavuje snaha o zachytenie trendu budúceho vývoja volatility pomocou štatistických nástrojov. Jeden z nich predstavuje Exponential weighted moving average model (EWMA). Filozofia za ním hovorí o tom, že pokiaľ je volatilita náchylná skôr na skokové zmeny, je lepšie pri nahliadaní na históriu jej vývoja dávať väčší dôraz na bezprostrednú minulosť ako na vzdialenejšie pozorovania. Teda lepšie ako priemer, ktorý berie všetky pozorovania s rovnakou váhou (3), je použiť priemer, v ktorom sa váha pozorovaní znižuje spolu s ich vzdialenosťou v čase. Pri EWMA váha pre každé vzdialenejšie pozorovanie klesá exponenciálne. Teda volatilitu získame ako

$$\sigma_n^2 = \sum_{i=1}^{m} \alpha_i (X_{n-i} - E(X))^2$$

$$\sum_{i=1}^{n} \alpha_i = 1$$

$$\alpha_{i+1} = \lambda \alpha_i$$

$$0 < \lambda < 1$$

Kde σ_n predstavuje odhad volatility pre n-tý deň z m posledných pozorovaní. α_i sú jednotlivé váhy kladené na pozorovania výnosov X_{n-i} a κ je konštanta. V praxi sa často zanedbáva člen $E(X)$ pretože očakávaná hodnota výnosov je na dennej báze veľmi malá.

Použitie EWMA vedie k jednoduchej úprave volatility pre každé nové pozorovanie.

$$\sigma_n^2 = \lambda\sigma_{n-1}^2 + (1-\lambda)X_{n-i}^2$$

Kľúčovým parametrom v EWMA je práve λ, ktorý charakterizuje aký veľký význam je pripisovaný minulosti oproti najnovším pozorovaniam. Pri príliš nízkom λ je volatilita vďaka posledným pozorovaniam sama o sebe veľmi volatilná, naopak pri vysokej λ model má pomalú reakciu na nové trhové informácie. K odhadu parametra λ možno pristupovať viacerými spôsobmi, odporúčaná je napríklad metóda maximálnej vierohodnosti [3].

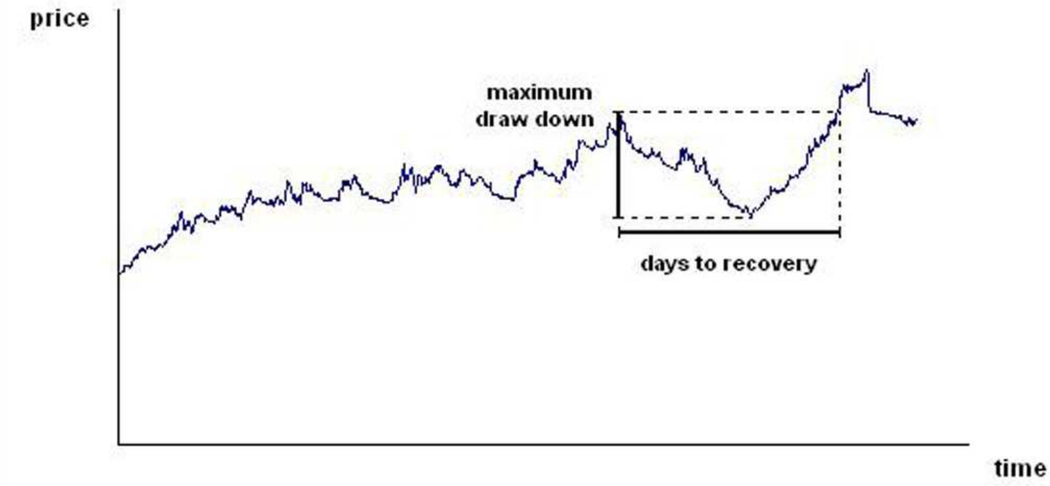
1.5.2 Maximum draw down, days to recovery

Volatilita síce prestavuje veľmi rozšírený spôsob vyjadrenia rizikovosti jednotlivých aktív, no jej nevýhodou je, že charakterizuje pohyb výnosov okolo strednej hodnoty. A to rovnocenne smerom nahor, ako aj smerom nadol. Čiže vyššia volatilita zo sebou nesie aj vyššiu pravdepodobnosť dosiahnutia väčšieho než očakávaného výnosu. Je prirodzené, že investori sa v prvom rade zaujímajú o tzv. negatívne riziko, tj. pravdepodobnosť, že investícia dosiahne výnos nižší než je očakávaný. Jeden z prístupov popisujúci schopnosť aktíva ísť do červených čísel je meranie najväčšieho prepadu v hodnote aktíva (maximum draw down). Tento ukazovateľ vychádza z historických záznamov a popisuje najväčšie zníženie hodnoty aktíva, k akému počas sledovaného obdobia prišlo.

$$DD^{max} = \min_{\substack{Y^{peak} \\ Y^{peak+i} < Y^{peak} \\ i=1,\cdots k,\ Y^{peak+k} \geq Y^{peak}}} \frac{Y^{peak+i} - Y^{peak}}{Y^{peak}}$$

V prípade tohto parametra je obzvlášť dôležité nehľadieť na najväčší prepad iba ako na holé číslo, ale pozerať sa na neho v rámci súvislostí. Pri porovnávaní dvoch aktív je nevyhnutné vziať do úvahy rovnaké časové obdobie. Pokiaľ ide o aktíva z rôznych odvetví je potrebné uvažovať nad obdobiami s porovnateľným hospodárskym cyklom v každom z príslušných odvetví.

Príbuznou charakteristikou najväčšieho prepadu je čas na obnovu (days to recovery). V podstate popisuje rovnakú situáciu ako najväčší prepad, no namiesto vertikálneho prístupu (hĺbka pádu) sa na ňu pozerá horizontálnou optikou (šírka pádu). Jeho hodnota predstavuje počet dní potrebných pre navrátenie ceny aktíva na pôvodnú úroveň z obdobia pred začiatkom najväčšieho pádu.



Obrázok 2: Maximum draw down a days to recovery

1.5.3 Value-at-risk

Alternatívnym prístupom k odhadovaniu rizika je Value-at-risk (VaR). Investor, namiesto toho, aby sa rozhodoval na základe parametrov popisujúcich minulosť, sa snaží získať akúsi predpoveď na najbližšie obdobie. VaR sa rýchlo stalo obľúbeným nástrojom na popisovanie rizika. Jednou z príčin je aj to, že jeho reprezentácia ako čísla je pomerne ľahko predstaviteľná. Ústrednou myšlienkou pri VaR je požiadavka poznať hodnotu, pod ktorú sa portfólio s určitou pravdepodobnosťou počas najbližšieho, presne určeného, počtu dní nedostane. Teda investor si pri X percentnom VaR na N dní, môže byť X percentne istý, že hodnota jeho investície počas najbližších N dní neklesne pod hodnotu VaR.

Sústrediť sa iba na hranicu (100-X)-tého percentilu všetkých očakávaných hodnôt portfólia, môže pôsobiť zradne ak ignorujeme, čo sa skrýva za touto hranicou. Odpoveďou na túto pohnútku je tzv. podmienené VaR (conditional VaR), ktoré otázku kladenú pri VaR "Ako nepriaznivo sa môže vyvíjať hodnota portfólia?" mení na otázku "Ak nastane nepriaznivá situácia, akú veľkú stratu môžeme očakávať?" Hodnota podmieneného VaR totižto predstavuje priemer z (100-X) percent predpovedí s najhorším vývojom, alebo ak chcete, ťažisko (100-X)-tého percentilu.

Existujú dva typy metód pre výpočet VaR, pomocou historických simulácii alebo parametrickými metódami [3]. Zatiaľ však nie je preukázané, že by niektorá z metód bola výhodnejšia ako iná.

2 Práca

2.1 Cieľ práce

Cieľom práce je preskúmať vzťah úrokových derivátov k efektívnej hranici vytvorenej portfóliami dlhopisov s rôznou duráciou.

Porovnávanie úrokových derivátov a dlhopisov je zaujímavé, vzhľadom na to, že dlhopisy predstavujú konzervatívnu, vo všeobecnosti vnímanú ako bezpečnú, stratégiu investovania. V istom zmysle možno povedať, že dlhopisy sú jasná investícia, kde je od začiatku všetko známe. Ak abstrahujeme od rizika krachu dlžníka[1], v podstate investora nečaká nič prekvapivé; na konci dostane

[1]je možné pri štátnych dlhopisoch

späť svoj požičaný nominál spolu s úrokmi dohodnutými na začiatku. Ak sa však začneme zamýšľať nad nákladmi zo stratenej príležitosti, z na pohľad jednoznačnej záležitosti sa môže stať pekne vzrušujúca vec. Pretože je rozdiel prijímať pred desiatimi rokmi dohodnutý ročný úrok 10%, keď porovnateľne dlhopisy teraz ponúkajú o polovicu menej, alebo ako keď je ponúkaný výnos na rok kdekoľvek inde o polovicu vyšší. Náklady zo stratenej príležitosti sa samozrejme odrazia aj na hodnote dlhopisu. Keďže trhová výnosová krivka, ktorá predstavuje ponúkané možnosti investovania do dlhopisov, sa s časom mení, mení sa aj hodnota samotných, už existujúcich, dlhopisov. Takže súčasný stav úrokovej miery je hlavný faktor vplývajúci na hodnotu dlhopisov.

2.2 Postup práce

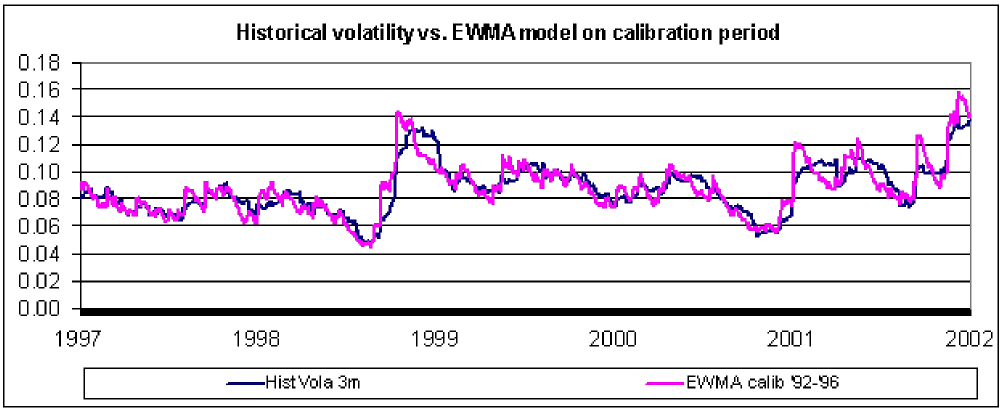
Práca je zameraná na 10-ročné štátne americké bezkupónové[2] dlhopisy. Štátne preto, aby nemiatla riziková prirážka, ktorá kvôli riziku krachu dlžníka spôsobuje vyšší výnos u korporátných dlhopisoch. Americké z toho dôvodu, že ich možno pokladať za dostatočne likvidné aktíva. A bezkupónové dlhopisy sú základnou formou dlhového kontraktu. Jeho rozšírenejšiu verziu, kupónove dlhopisy, možno pomocou súboru bezkupónových poľahky skonštruovať. 10-ročné US dlhopisy boli v práci použité ako bázické portfólio, voči ktorému boli porovnávané derivátové stratégie, a zároveň aj ako podkladové aktívum v týchto statégiách.

Štúdia je prevádzaná na posledných ucelených 10 rokoch, v dvoch 5 ročných periódach. Presnejšie od roku od roku 1997 po rok 2002 a od roku 2002 po rok 2007. Prvá perióda tvorí kalibračné obdobie, na ktorom sú spustené vybrané derivátové stratégie vo všetkých kombináciách. Po posúdení ich stability je následne vybraná investičná stratégia rolovaná na druhom testovaciom cykle.

[2]bezkupónové dlhopisy nevyplácajú počas svojho života kupóny, jedinú platbu predstavuje splátka nominálu v dobe maturity

Úroková krivka a jej časový vývoj, na základe ktorých sú dlhopisy vytvárané a zároveň oceňované, je pre toto obdobie prevzatá z Federal Reserve Economic Data [4]. Na oceňovanie opčných úrokových derivátov bol použitý Blackov model, ktorý predstavuje bežný oceňovací nástroj u obchodníkov s cennými papiermi pri takomto type aktív. Volatilita, dôležitý vstupný parameter Blackovho modelu je získaná pomocou EWMA modelu, nakoľko evidencia implikovaných volatilít pre 10-ročné US bezkupónové dlhopisy ani pre 10-ročnú bezkupónovú úrokovú sadzbu nie je voľne dostupná. V takomto prípade je štandardnou voľbou pri oceňovaní práve EWMA. Na odhad parametra λ bola použitá metóda maximálnej vierohodnosti [3] na kalibračnom období medzi rokmi 1992 až 1996. Najlepšie vlastnosti na tomto období preukazovala hodnota $\lambda = 0,958$. Tá bola následne použitá aj na odhad volatility pre nasledujúce obdobie.

V práci je používané 1 dňové Value-at-risk na hladine 95%, ktoré bolo počítané metódou historických simulácii na báze posledných 1000 obchodných dní.



Obrázok 3: *Vývoj volatility počas kalibračného obdobia*

V práci je abstrahované od transakčných nákladov, ktoré je zvyčajne potrebné vynaložiť na získanie aktíva. Cieľom práce je zistiť, či vôbec má zmysel uvažovať nad derivátmi ako možnými alternatívami ku klasickým stratégiam investovania. Jej výsledky môžu slúžiť ako ďalšia inšpirácia pri prípadnom hľadaní reálne využiteľných stratégií.

Program, v ktorom prebieha celá simulácia bol vytvorený v programovacom prostredí MatLab 5.3 a jeho zdrojový kód je obsahom Prílohy 1.

3 Pasívne stratégie

Kapitál, s ktorým sa investor rozhodne špekulovať na derivátovom trhu v prípade investovania, nie je v plnej výške použitý na nákup tohoto typu aktív. Značná časť je odložená bokom, z ktorej sa kryjú možné straty investora v dôsledku obchodovania. Odložený kapitál je obyčajne úročený, napríklad v podobe krátkodobého depozitu.

V práci sú skúmané v prvom rade opčné deriváty, a to opcie s 3-mesačnou splatnosťou. Ako je v nasledujúcej kapitole ukázané, forwardové obchody vo všeobecnosti poskytujú iba možnosť pákového efektu, ktorý znásobuje zisky, alebo straty, samotných podkladových aktív. Takže výkon forwardového portfólia je úzko naviazaný na schopnosti investora predpovedať budúci vývoj hodnoty podkladového aktíva. Caplety a floorlety sú na druhej strane, plne nahraditeľné pomocou opcií. Hodnotu capletu možno vyjadriť ako predajnú opciu na diskontný dlhopis[3] a floorlet je totožný s nákupnou opciou na diskontný dlhopis [2]. Teda ich správanie a ponúkané investičné možnosti sú veľmi podobné opciám. Taktiež swaptions majú blízko k opciám na dlhopisy. Celý swap je totižto možné rozložiť na dva dlhopisové kontrak-

[3]diskontný dlhopis je bezkupónový dlhopis, vyplácajúci v dobe splatnosti jednu peňažnú jednotku

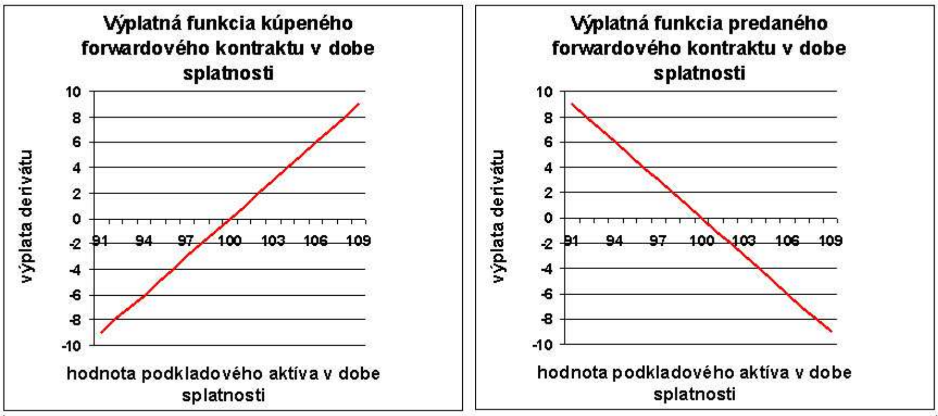
ty, jeden z pevnou kupónovou sadzbou a druhý s plávajúcou[4]. Opäť možno usudzovať, že správanie swaptions bude previazané s výkonom opcií.

3.1 Forward

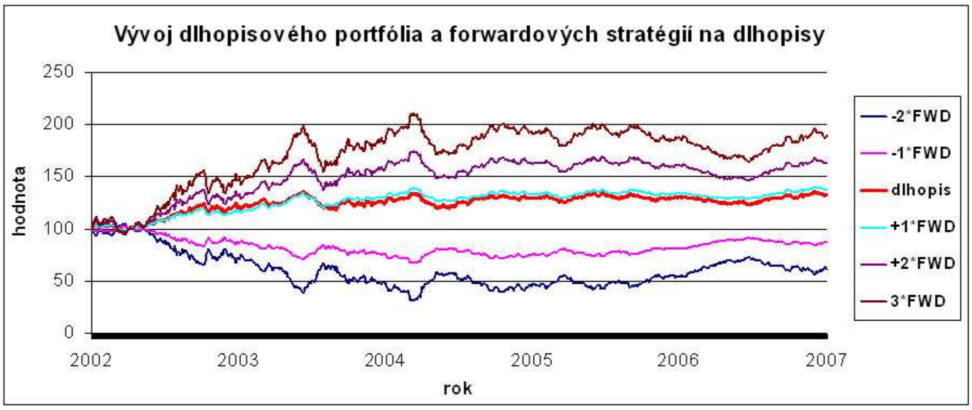
Investovanie do forwardových kontraktov je najmä o pákovom efekte, ktorý poskytujú. Tu sa naplno prejaví rozdiel medzi vlastnením samotného aktíva počas jeho životnosti a držaním iba mechanizmu vyplácajúceho zisk, či stratu. A to na základe správania sa aktíva, ktoré však nie je priamo vlastnené. Podstata pákového efektu spočíva v tom, že kým pri investovaní do dlhopisov je na začiatku vymieňaný objem celého nominálu za prísľub jeho navrátenia na konci dohodnutého obdobia spolu s úrokmi, pri forwardovom deriváte je na začiatku iba obojstranný záväzok vymeniť si na konci dve platby, jednu vo výške dohodnutej na začiatku za druhú, ktorej hodnota je v čase výmeny odpozorovaná z trhu. Teda investovanie do dlhopisu je sprevádzané platbou na začiatku investovania a platbou s opačným znamienkom na konci investovania. V prípade forwardu sa obe platby s navzájom opačnými znamienkami uskutočnia až na konci investovania. To umožňuje investorovi vstúpiť do v podstate neobmedzeného množstva takýchto kontraktov. A tak má investor možnosť simulovať záverečnú výplatu podobnú ako pri vlastníctve množstva dlhopisov, bez toho, aby ich potreboval vlastniť v skutočnosti. Zároveň tak znásobuje riziko straty z aktív, ktoré však vôbec nevlastní.

Tento pákový efekt je zreteľný aj pri výkone vybraných forwardových stratégii na skutočných dátach (obr.5)(tab.1). Je zrejmé, že pri takejto závislosti hodnoty forwardových stratégii od vývoja ich podkladového aktíva nie je čo zaujímavé ukázať. Dosiahnuť vyšší výnos pri tomto type derivátov je možné iba v spojitosti s rastúcim rizikom. Z tohoto dôvodu tento typ derivátov v štúdii už ďalej nefiguruje.

[4]pri plávajúcom kupóne dlhopis vypláca vždy aktuálnu trhovú sadzbu pozorovanú počas platnosti dlhopisového kontraktu



Obrázok 4: *Forwardy sú v tomto zmysle stávkou podobnou hre hod mince, kde vyhrá jeden účastník na úkor toho druhého. Investor sa s protistranou staví, že hodnota podkladového aktíva v presne určenej budúcnosti bude vyššia (vľavo),alebo nižšia (vpravo) ako rozhodná hodnota uvedená v kontrakte. Ak mal investor pravdu, vyhrá, ak sa mýlil, tak príde o časť investície v prospech súpera.*



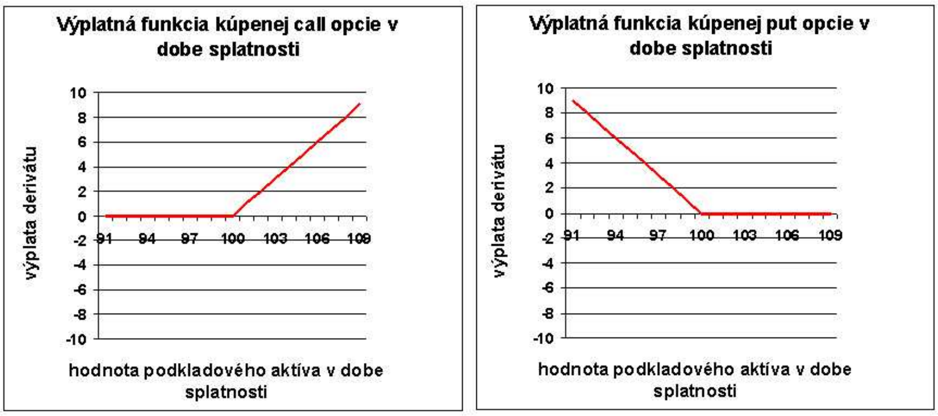
Obrázok 5: *Vývoj dlhopisovej a vybraných forwardových stratégií.*

Aktíva	**Výnos**	**Volatilita**	**maxPokles**	**Obnova**
bond	5,911%	0,0920	-12,85%	890
-2*FWD	-9,42%	28,663	-70,05%	1192
-1*FWD	-2,83%	9,6549	-34,59%	1192
1*FWD	6,621%	6,2914	-11,09%	167
2*FWD	10,31%	10,921	-17,97%	180
3*FWD	13,57%	14,588	-22,62%	180
4*FWD	16,49%	17,642	-25,97%	180
5*FWD	19,15%	20,282	-28,86%	702
6*FWD	21,58%	22,629	-31,14%	702
7*FWD	23,84%	24,763	-32,96%	702

Tabuľka 1: Porovnanie dlhopisovej a vybraných forwardových stratégii. Pákový efekt je zreteľne vidieť pri raste výnosov so zvyšujúcim sa počtom forwardových konktraktov. Spolu s výnosom však narastá aj riziko.

3.2 Opcie

Opcie ponúkajú investorovi z tohto hľadiska viac možností. Je to vďaka skutočnosti, že kontrakt v čase splatnosti nemusí byť na základe rozhodnutia jednej strany uplatnený. Opcie sú taktiež univerzálnejšie pokiaľ ide o sledovanie konkrétnych očakávaní investora. Forwardovými obchodmi možno pokryť očakávania rastu alebo poklesu hodnoty podkladového aktíva tak, aby v prípade správneho odhadu vývoja investor zo vzniknutej situácie vyťažil. Čo však v prípade ak investor predpokladá do budúcnosti zotrvanie aktíva na jeho pôvodnej hodnote, alebo naopak, očakáva jeho pohyb, len si nie je istý, ktorým smerom[5].



Obrázok 6: *Opcie sa v tomto ponímaní podobajú skôr kúpe lósu, kde možnosť vyhrať má iba jedna strana a tá druhá prijíma len odmenu za poskytnutie tejto možnosti. Investor v prípade prehry nič nestráca.*

Pasívne opčné stratégie sú v práci skúmané z pohľadu investora, ktorý hľadá

[5]može nastať pri očakávaní zverejnenia informácie majúcej vplyv na hodnotu aktíva, pričom na začiatku investovania ešte nie je jasné, či táto bude pozitívna, alebo negatívna

vhodný spôsob investovania. Rozhoduje sa medzi klasickým spôsobom, držbou aktíva, alebo investovaním do derivátov na toto aktívum. Počas najbližších piatich rokov však nechce mať zo svojou investíciou žiadne starosti. Preto sa na základe analýzy pre predchádzajúce rovnaké obdobie rozhodne či a pri akom nastavení do derivátovej stratégie vstúpi. Keďže alternatívou k derivátom pre neho predstavuje portfólio tvorené dlhopismi, má snahu o také nastavenie opčných stratégii, aby tieto so sebou niesli porovnateľné riziko ako dlhopisy. V dlhodobom výhľade sa pri všetkých aktívach očakáva rastový potenciál. Preto aj skúmané stratégie budú rastového charakteru.

3.2.1 Stratégia Call

Najprogresívnejšou rastovou stratégiou je investovanie do callov (naked call strategy) (obr.6). Táto stratégia je vhodná pri očakávanom neustálom zhodnocovaní podkladového aktíva. Investora bude teda zaujímať na akú rozhodnú cenu (strike) má kupovať call kontrakty. Aby si stratégia zachovala konzistentnosť, nie je dôležité ani tak nominálne vyjadrenie striku, ale pomer, medzi aktuálnou hodnotou podkladového aktíva a rozhodnou opčnou cenou. Tento pomer by mal počas používania stratégie ostať rovnaký, aby sa nemenil pôvodný charakter na začiatku vybranej call stratégie.

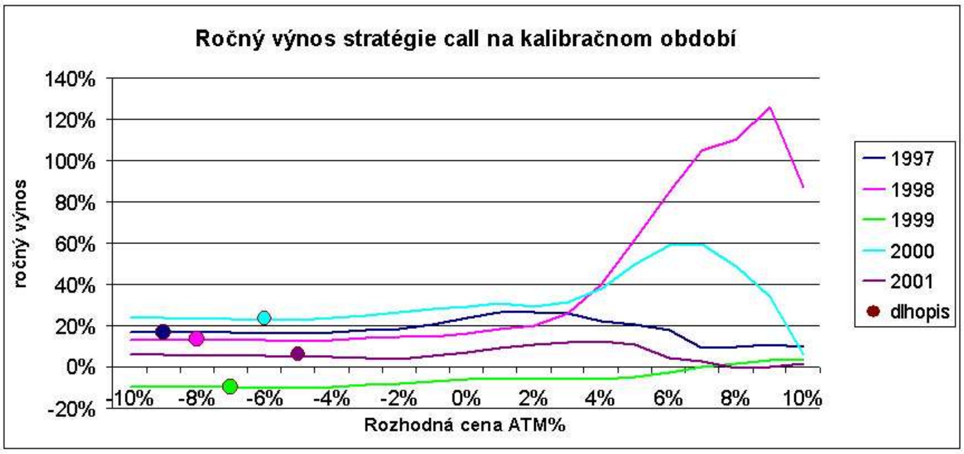
Kalibrácia Pri použití kalibračného obdobia pre nájdenie vhodnej call stratégie, teda určenie najvhodnejšieho striku pre investovanie počas testovacieho obdobia, však nastal problém pri nastavovaní rizikovosti opčného portfólia. Toto bolo pôvodne vykonané pomocou metódy Value-at-risk. Veľkosť kapitálu, ktorý je pri derivátových obchodoch odložená bokom, bola určená tak, aby v dobe začatia investície do opcií bolo 1 dňové 95% VaR stratégie totožné s 1 dňovým 95% VaR dlhopisového portfólia. Ako sa však ukázalo tento princíp pri určovaní investovanej časti majetku do derivátov vracal z pohľadu iných rizikových ukazovateľov ako VaR veľmi rôznorodé stratégie (tab.2).

Takto získané výsledky nebolo možné zmysluplne posudzovať, preto bolo nevyhnutné hľadať iné metódy kalibrácie investičnej stratégie. Rekalibrácia bola uskutočnená podľa najväčšieho pádu (DD), pretože práve táto riziková charakteristika je pre investorov veľmi zaujímavá. Vyjadruje, akú najväčšiu časť investície bolo možné pri použití danej stratégie stratiť v minulosti. Cieľom kalibrácie teda bolo nájsť takú kombináciu parametrov, pri ktorej má opčná stratégia DD menší alebo rovný stratégii investovania do 10-ročného dlhopisu a dosahuje maximálny výnos. Výsledky takto kalibrovaných stratégii boli rizikovo vyrovnanejšie, ak samozrejme nepočítame VaR charakteristiku (tab.4).

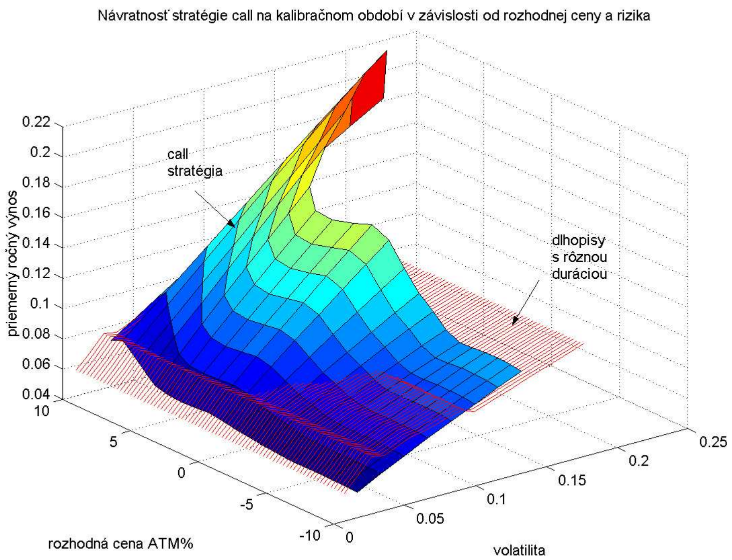
Nie je prekvapivé, že pre rozhodné ceny silne in-the-money[6], majú stratégie podobný vývoj so samotným aktívom (obr.7). V prípade týchto strikov, priveľmi vzdialených od aktuálnej ceny podkladového aktíva, je počiatočná cena opcií vysoká. V podstate dosahuje rozdiel medzi aktuálnou hodnotou podkladu a expiračnou cenou $(S_0 - K)$. Čiže investor zaplatil $(S_0 - K)$ za možnosť získať podkladové aktívum v hodnote S_T za cenu K. Teda výsledok jeho investície, ak nedôjde v čase vypršania opčného konktraktu k pádu pod hranicu rozhodnej ceny, $(S_T - S_0)$, je zhodný s investovaním priamo do samotného aktíva.

Z pohľadu práce je zaujímavá práve časť out-the-money. Tu ročná výnosnosť nepôsobí stabilným dojmom. Je zjavné, že v rokoch 1998 a 2000 muselo prísť k prudkému nárastu hodnoty 10 ročných dlhopisov. Z toho plynú výrazné zisky pre opčné stratégie odkláňajúce sa od aktuálnej ceny dlhopisu aj o viac ako 8%. Tak silne out-of-money stratégie v podstate iba vyčkávajú na veľmi výrazný skok v hodnote podkladového aktíva. Rizikovosť týchto stratégií je zachytená volatilitou, ktorá je dva až tri krát vyššia než u dlhopisov.

[6]in-the-money: majúce vysokú hodnotu; v prípade call opcii, opcie so strikom nižším ako je aktuálna cena podkladového aktíva



Obrázok 7: *Ročná návratnosť stratégie call cez sledované rozhodné ceny na kalibračnom období*



Obrázok 8: *Porovnanie návratnosti stratégie call na kalibračnom období v závislosti od rozhodnej ceny a rizika s výkonom dlhopisového portófólia*

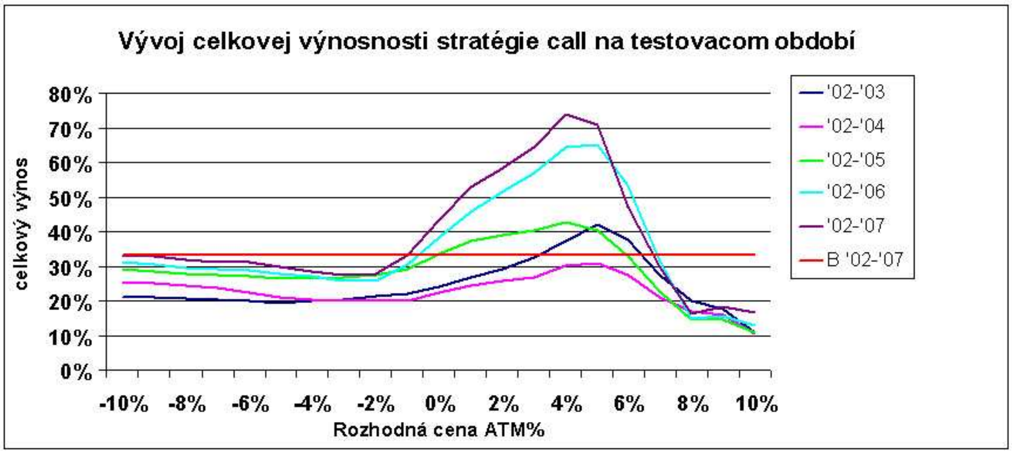
Najvyššie výnosy pri rovnakom DD ako pri portfóliu 10-ročných dlhopisov boli dosiahnuté v pásme rozhodných cien posunutých od ATM[7] o 0% až 7%.

Testovanie Miera investovania do opcií bola pre vybrané stratégie prevzatá z kalibračného obdobia. Niektoré stratégie dosiahli výrazne vyššie priemerné ročné zhodnotenie ako porovnávané dlhopisové portfólio. Je zaujímavé, že s odklonom od ATM o 0% až 3% si pri tom počas testovacieho obdobia zachovali úroveň volatility z kalibračného obdobia. Ako naznačuje vývoj hodnoty call stratégie cez celé spektrum jej rozhodných cien, vybraný pás odklonov od ATM dosahuje stabilne jeden z najvyšších výnosov (obr.9).

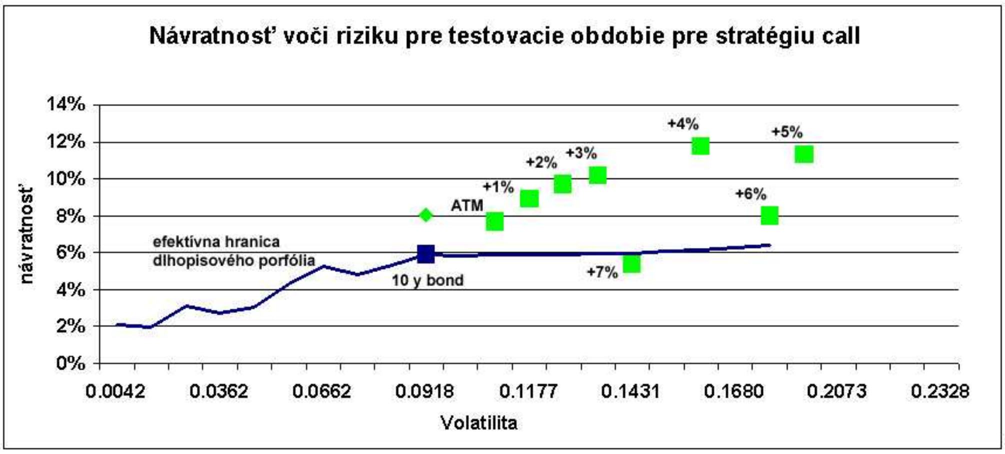
Aktívum	**Strike**	**Invest**	**Výnos**	**VaR**	σ	**DD**	**Obnova**
bond			5,911%	-0,9405	0,0920	-12,85%	890
call+0%	61,47	4,082%	7,490%	-0,6738	0,1070	-14,79%	480
call+1%	62,08	3,753%	8,907%	-0,6557	0,1180	-15,24%	478
call+2%	62,70	3,225%	9,668%	-0,5935	0,1249	-15,13%	467
call+3%	63,31	2,847%	10,46%	-0,5578	0,1369	-15,85%	467
call+4%	63,93	2,654%	11,70%	-0,5460	0,1594	-18,02%	479
call+5%	64,54	2,469%	11,30%	-0,5380	0,1875	-23,30%	481
call+6%	65,15	1,943%	8,008%	-0,4464	0,1788	-22,63%	490

Takže záver pôsobí v prospech použitia opcií, pri mierne zvýšenom riziku bol dosiahnutý výrazne vyšší zisk. Zistenie je ešte zaujímavejšie ak porovnáme ponúkané investičné profily pri dlhopisoch cez celú škálu ich časov do splatnosti s derivátovou stratégiou (obr.10). V prípade, ak by sa investorovi po-

[7] At-the-money; rozhodná cena opcie je totožná s aktuálnou hodnotou podkladového aktíva



Obrázok 9: *Vývoj celkovej výnosnosti stratégie call na testovacom období*



Obrázok 10: *Porovnanie návratnosti a rizika pri dlhopisoch a nakalibrovanej call stratégie na testovacom období. Modrá čiara predstavuje efektívnu hranicu dlhopisových portfólií naprieč ich časov do splatnosti. Zelené štvorce predstavujú opčné stratégie, väčšie realizované na základe kalibrácie, menší potenciálnu s rovnakou volatilitou ako pri 10-ročnom dlhopise*

darilo investičnou porciou do derivátov presne zamieriť na riziko 10 ročného dlhopisu, získal by priemerný ročný výnos vyšší o 2,14 percentných bodov, čo predstavuje v tomto prípade na päťročnom období zhodnotenie vyššie o 13,9%.

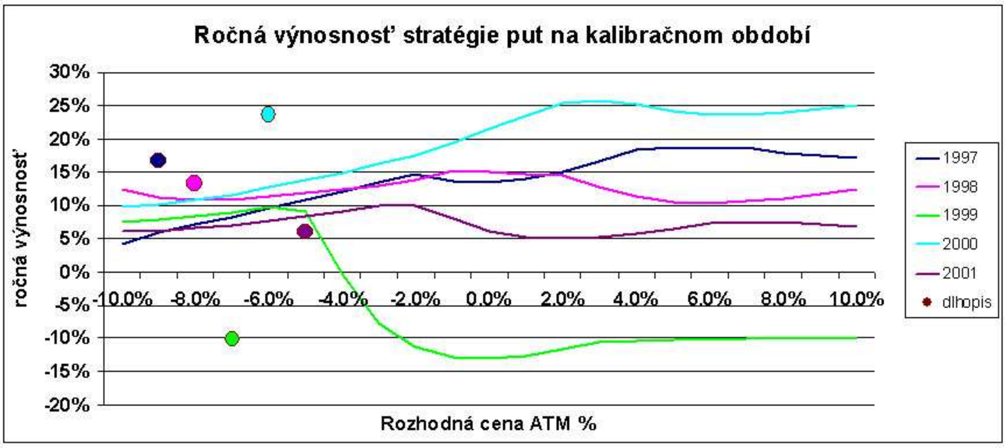
3.2.2 Stratégia Put (short position)

Štúdia je zameraná na sledovanie dlhodobých pasívnych stratégii a v dlhodobom výhľade je očakávaný rast akéhokoľvek aktíva, dlhopisov obzvlášť. Preto sa zaoberať stratégiou držania čistých put opcií, ktoré sú konštruované na zisk pri poklese hodnoty podkladového aktíva, nemá opodstatnenie. Rastovo orientované však môže byť aj investovanie s týmto typom opcie. A to v prípade, ak v nich drží investor krátku pozíciu[8]. Krátka pozícia pri put opciách hrá na zhodnocovanie aktíva a tak investor získava na predaji opcií, ktoré však nie sú v čase ich splatnosti realizované. Takáto stratégia je však považovaná za extrémne rizikovú, nakoľko dolná hranica možnej straty je v podstate neobmedzená.

Kalibrácia O to prekvapivejšie vyšli výsledky kalibrácie (tab.5). Tu VaR, aj z hľadiska ostatných parametrov, dáva pomerne konzistentné výsledky. Čo je však zaujímavejšie, je relatívne nízke riziko naznačené volatilitou. Podobne ako pri call opciách, je in-the-money[9] koniec pre štúdiu nezaujímavý, keďže výkon týchto stratégií sa správa totožne s podkladovým aktívom (obr.11). Keďže investor chce dlhodobo predávať opcie, ktoré ako dúfa, nebudú nakoniec zrealizované, bude ho zaujímať práve koniec out-of-money. Jeden z najstabilnejších ročných výnosov dosahuje odklon od aktuálnej hodnoty 10 ročného dlhopisu o -7% až -5%. Ten dokonca na období piatich rokov predčil celkový výkon dlhopisového portfólia, vďaka jeho strate v roku 1999.

[8]Krátka pozícia predstavuje predaj predmetného aktíva

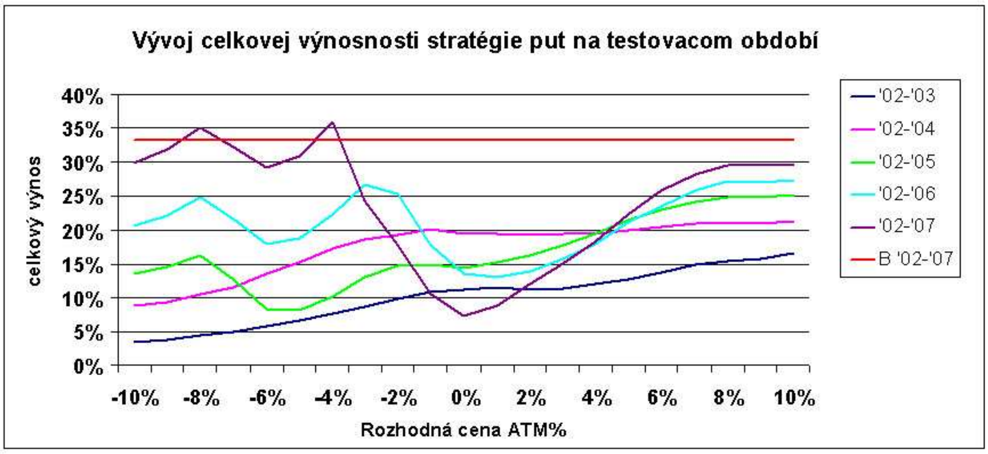
[9]put opcie s rozhodnou cenou vyššou ako je aktuálna cena podkladového aktíva



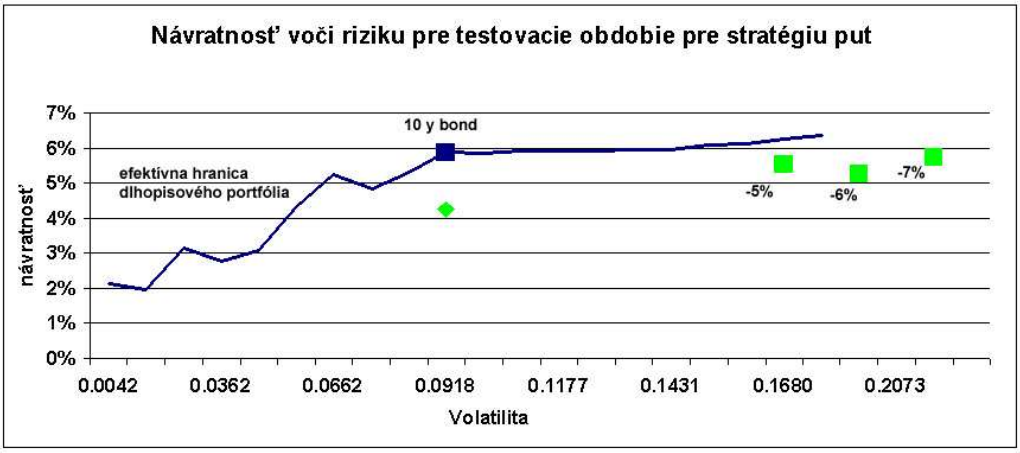
Obrázok 11: *Ročná návratnosť stratégie short put cez sledované rozhodné ceny na kalibračnom období*

Testovanie Testované stratégie odklonu krátkej pozície v put opciách o -7% až -5% priniesla mierne nižší výnos ako porovnávané dlhopisy. No riziko, ktoré sprevádzalo túto investíciu bolo na testovacom období výrazne vyššie než u podkladového aktíva a rovnako aj vyššie, ako sa prejavovala táto stratégia na kalibračnom období (tab. 6).

Výsledky testovacieho obdobia potvrdili nebezpečenstvo držania krátkej pozície v put opciach. Hlavný dôvod, ktorý spôsobil nižšiu návratnosť zvolenej stratégie, bol fakt, že v roku 2004 naozaj klesla hodnota dlhopisu o viac ako 5% a tak prišlo k realizácii opcií predaných investorom. Pokiaľ by sa podarilo investorovi určiť investičný pomer tak, aby sa volatilita stratégie zhodovala s portfóliom 10-ročných dlhopisov, získal by, v prípade použitia najvýnosnejšej stratégie z kalibračného obdobia, o 1,6 percentných bodov menej na priemernej ročnej výnosnosti ako pri dlhopisoch. To predstavuje rozdiel v celkovom päťročnom zhodnotení približne 2,4%.



Obrázok 12: *Vývoj celkovej výnosnosti stratégie short put na testovacom období*



Obrázok 13: *Porovnanie návratnosti a rizika pri dlhopisoch a nakalibrovanej stratégie short put na testovacom období. Modrá čiara predstavuje efektívnu hranicu dlhopisových portfólií naprieč ich časov do splatnosti. Zelené štvorce predstavujú opčné stratégie, väčšie realizované na základe kalibrácie, menší potenciálnu s rovnakou volatilitou ako pri 10-ročnom dlhopise*

Aktívum	Strike	Invest	Výnos	VaR	σ	DD	Obnova
bond			5,911%	-0,9405	0,0920	-12,85%	890
put -7%	57,16	1,023%	5,742%	-0,3940	0,2197	-27,50%	194
put -6%	57,78	1,239%	5,254%	-0,4251	0,1967	-24,81%	411
put -5%	58,39	1,429%	5,534%	-0,4478	0,1679	-21,53%	433

3.2.3 Stratégia straddle

Straddle je stratégia umožňujúca profitovať z pohybov aktíva v ľubovoľnom smere, pokiaľ sú tieto pohyby dostatočne veľké. Skladá sa z nákupu call opcií a rovnakého množstva put opcií na ten istý strike. Pri takto zostrojenej stratégii je pre investora najvýnosnejšie, ak v expiračnej dobe stratégie je hodnota aktíva čo najviac vychýlená od použitej rozhodnej ceny (obr.14).

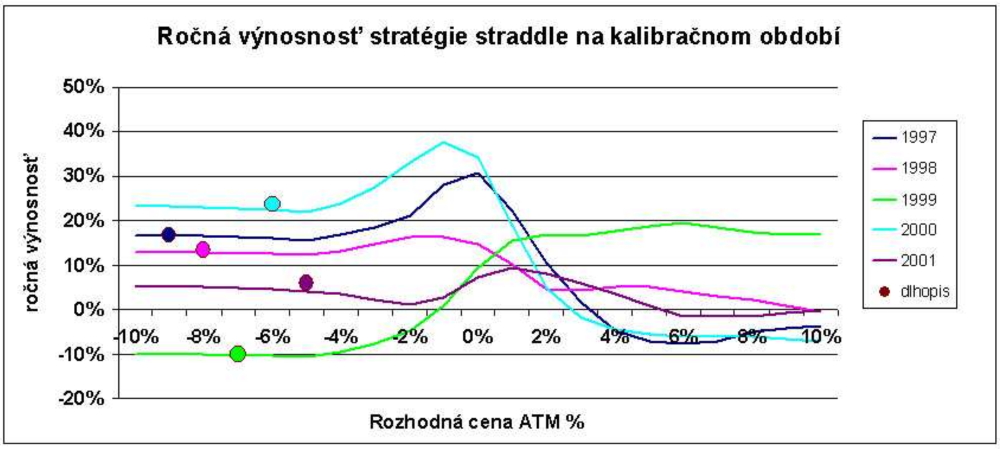
Obrázok 14: *Výplatná funkcia stratégie straddle v závislosti od hodnoty podkladového aktíva v čase jej splatnosti*

Kalibrácia Získané výsledky z kalibrácie pomocou VaR bolo opäť ťažké posudzovať (tab.7), keďže ostatné rizikové ukazovatele majú veľký rozptyl. Preto bola použitá kalibrácia investičného pomeru v stratégii pomocou najväčšieho pádu (DD) (tab.8). Ako najvýhodnejšie sa ukázalo udržiavať rozhodnú cenu na rovnakej úrovni ako bola aktuálna hodnota dlhopisu v pásme -1% až +1%. Najstabilnejšie výnosy počas kalibračného obobia dosahovali odklony približne o +1% od ATM (obr.15)

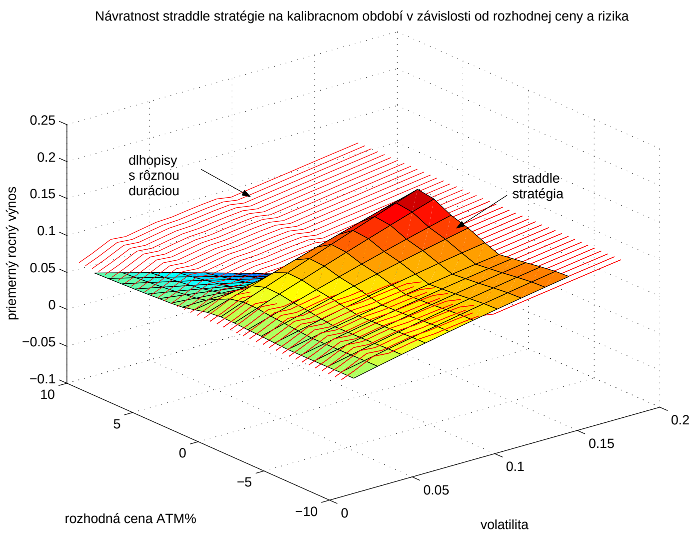
Testovanie Je zaujímavé, že rovnako ako pri stratégii call, si testované pásmo zachovalo podobnú úroveň volatility z kalibračného obdobia. Priemerné ročné zhodnotenie bolo na testovacom obdobní pri dvoch vybraných stratégiách výrazne vyššie ako pri porovnávanom 10-ročnom dlhopise. Rozdiel predstavoval až takmer 4 percentné body, čo na päťročnom období znamená výrazný rozdiel. Stratégia s posunom o -1% od ATM však dosiahla nižší výnos než porovnávané dlhopisové portfólio.

Aktívum	**Strike**	**Invest**	**Výnos**	**VaR**	σ	**DD**	**Obnova**
bond			5,911%	-0,9405	0,0920	-12,85%	890
stradd -1%	60,85	9,496%	5,377%	-0,3218	0,1487	-23,55%	352
stradd 0%	61,47	10,60%	9,539%	-0,2408	0,1750	-21,30%	259
stradd +1%	62,08	9,495%	10,10%	-0,1931	0,1611	-19,52%	477

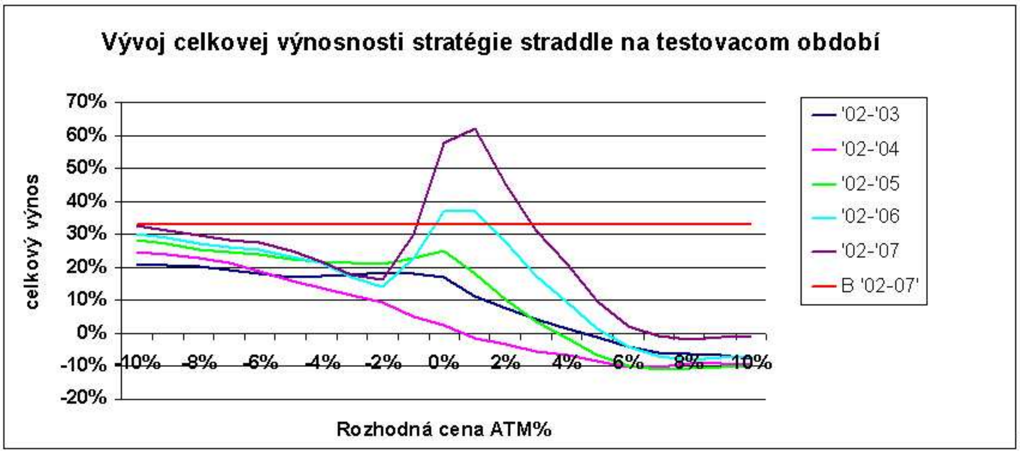
Ako naznačuje vývoj hodnoty stratégie straddle naprieč celým spektrom jej rozhodných cien na testovacom období, vybraný pás odklonov od ATM možno považovať za dostatočne stabilný a naviac práve v ňom dosahuje stratégia najvyššie výnosy (tab.9)(obr.17).



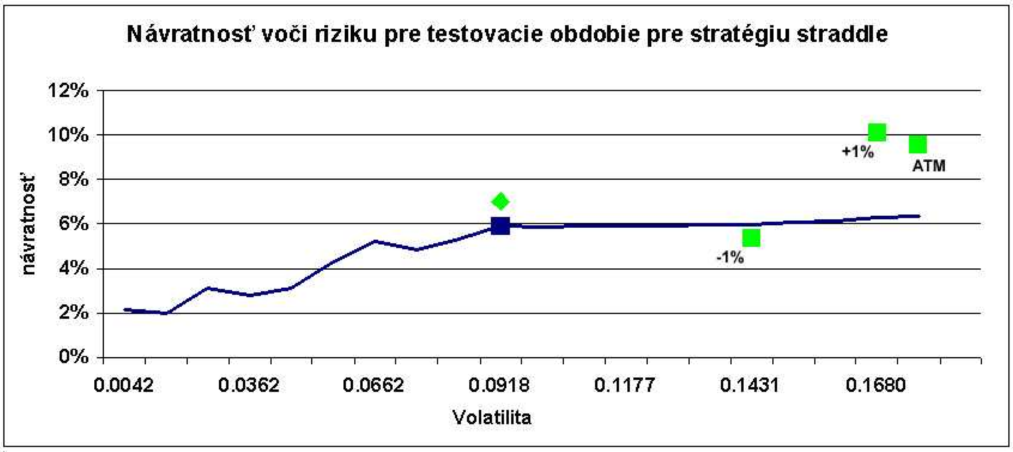
Obrázok 15: *Ročná výnosnosť stratégie straddle na kalibračnom období*



Obrázok 16: *Porovnanie návratnosti stratégie straddle na kalibračnom období v závislosti od rozhodnej ceny a rizika s výkonom dlhopisového portófólia*



Obrázok 17: *Vývoj celkovej výnosnosti stratégie straddle na testovacom období*



Obrázok 18: *Porovnanie návratnosti a rizika pri dlhopisoch a nakalibrovanej stratégie straddle na testovacom období. Modrá čiara predstavuje efektívnu hranicu dlhopisových portfólií naprieč ich časov do splatnosti. Zelené štvorce predstavujú opčné stratégie, väčšie realizované na základe kalibrácie, menší potenciálnu s rovnakou volatilitou ako pri 10-ročnom dlhopise*

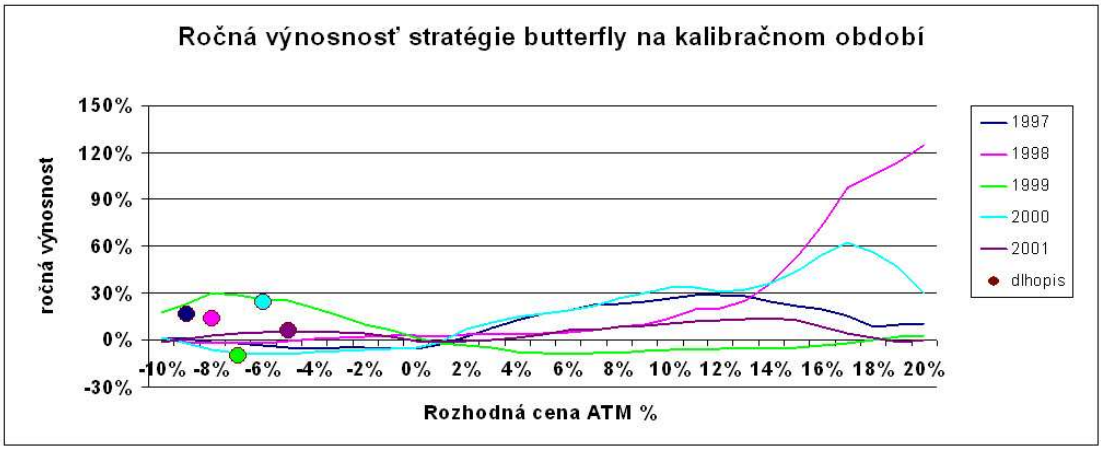
3.2.4 Stratégia butterfly

Stratégiou zameranou na postupný vývoj hodnoty podkladového aktíva, ktoré nepodlieha prudkým skokom, je butterfly. Butterfly sa skladá zo štyroch opcií typu call. Dve sú kúpené na rozhodné ceny K_1 a K_3 a dve predané na rozhodnú cenu K_2. Pričom platí $K_1 < K_2 < K_3$ (obr.19).

Obrázok 19: *Výplatná funkcia stratégie butterfly v závislosti od hodnoty podkladového aktíva v čase jej splatnosti*

Kalibrácia Štúdia sa zaoberá symetrickou stratégiou butterfly, teda $K_2 - K_1 = K_3 - K_2$. Pričom $K_2 - K_1$ bol zvolený ako dvojnásobok štvrťročnej volatility podkladového aktíva. Kalibrácia podľa VaR opätovne viedla k rizikovo veľmi rôznorodým výsledkom (tab.10). Preto bolo potrebné použiť nastavenie preinvestovaného kapitalú do opcií pomocou metódy najväčšieho pádu (tab.12). Zaujímavé bolo zistenie, že pre niektoré rozhodné ceny aj pri plnom investovaní do opcií, stratégia dosahahovala nižší DD, než dlhopisové portfólio. Tieto však dosahovali aj zároveň nízky výnos a preto nad nimi ďalej uvažované nie je.

Najvýnosnejšie sa na kalibračnom období správalo pásmo rozhodných cien K_2 s odklonom od ATM o 16% až 18%. Tu sa časť grafu ročných výnosov (obr.20) nápadne podobá na výnosy pri stratégii call (obr.7). Je to z toho dôvodu, že tak výrazne odklonená stratégia butterfly funguje prakticky ako call. Realizácia silne out-of-money call opcií, z ktorých sa v tomto prípade butterfly skladá na strikoch K_2 a $K_2 + \sigma$, je extrémne nepravdepodobná. Preto ostane v hre iba call na rozhodnú cenu $K_2 - \sigma$. Ak vezmeme do úvahy ročnú volatilitu 10-ročných dlhopisov, ktorá sa na sledovanom období pohybovala priemerne na úrovni medzi 8% a 9% tieto vysoké zisky vo vybranom pásme naozaj spôsobila call opcia na rozhodnú cenu $K_2 - \sigma$, ktorá sa zhoduje z už analyzovanou call stratégiou.

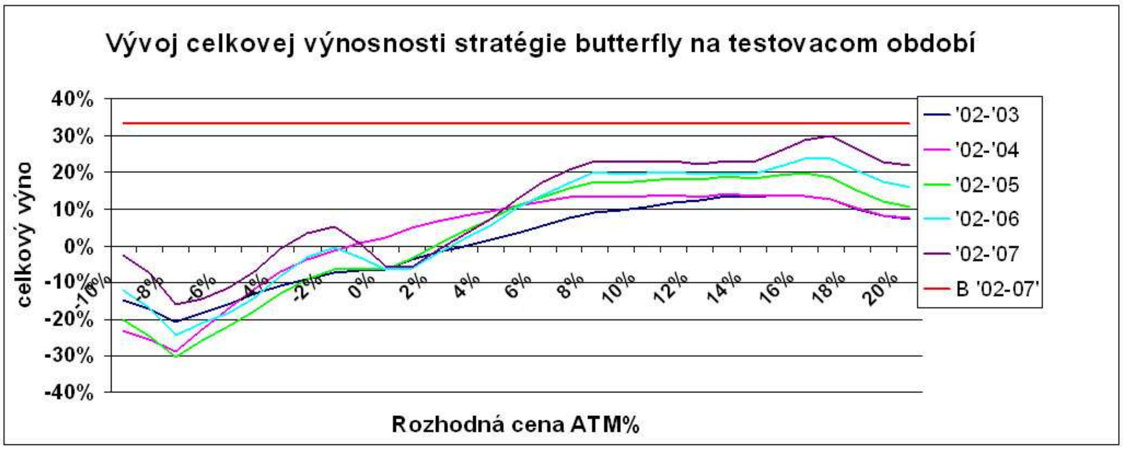


Obrázok 20: *Ročná návratnosť stratégie butterfly cez sledované rozhodné ceny na kalibračnom období*

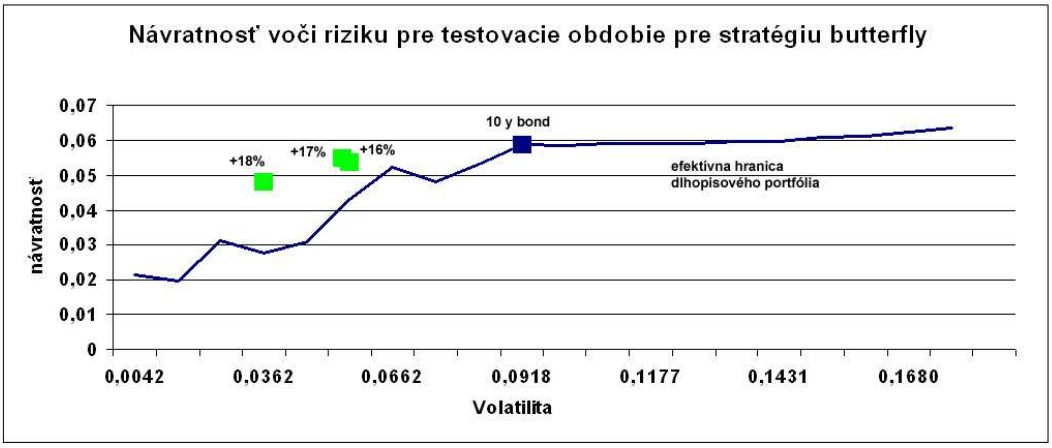
Testovanie Pri testovaní nastavení z kalibrácie stratégia butterfly nedosiahla vyšší výnos než porovnávané dlhopisové portfólio (tab.14). No i napriek tomu je výsledok simulácie zaujímavý, pretože sa tak udialo za výrazne nízkeho rizika.

Aktívum	**Strike**	**Invest**	**Výnos**	**VaR**	σ	**DD**	**Obnova**
bond			5,911%	-0,9405	0,0920	-12,85%	890
butt+16%	71,30	2,218%	5,193%	-0,3172	0,0564	-7,935%	472
butt+17%	71,92	1,75%	5,354%	-0,2711	0,0524	-6,940%	318
butt+18%	72,53	1,099%	4,790%	-0,1818	0,0396	-4,863%	317

Rozdiel v priemernom päťročnom zhodnotení je síce neprospech stratégie no vďaka nízkemu riziku sa stratégia butterfly dostala nad možnosti efektívnej hranice dlhopisov (obr.22).



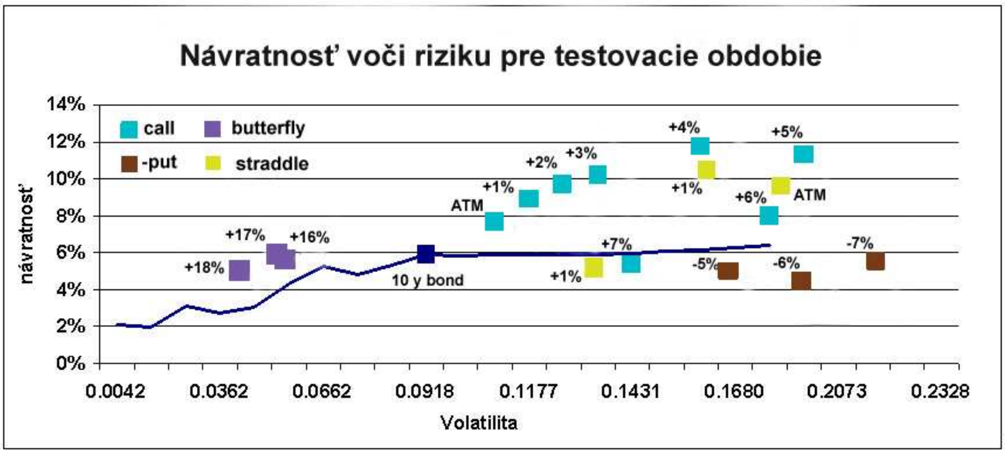
Obrázok 21: *Vývoj celkovej výnosnosti stratégie butterfly na testovacom období*



Obrázok 22: *Porovnanie návratnosti a rizika pri dlhopisoch a nakalibrovanej stratégie butterfly na testovacom období. Modrá čiara predstavuje efektívnu hranicu dlhopisových portfólií naprieč ich časov do splatnosti. Zelené štvorce predstavujú realizované opčné stratégie*

Záver

Cieľom práce bolo zistiť vzťah investovania s úrokovými derivátmi k efektívnej hranici investovania ponúkanej portfóliami dlhopisov. Štúdia bola uskutočnená pomocou simulácii nad historickými dátami z rokov 1997-2007 v programovacom prostredí MatLab. Ako sa v práci podarilo preukázať, deriváty na úrokovú mieru môžu skutočne poskytovať investorom výhodnejší pomer medzi výnosom a rizikom než dlhopisy (obr.23).
Prekvapením bola neúčinnosť nastavovania opčných stratégií na požadované riziko pomocou metódy Value-at-risk. V práci je naznačené, že v prípade opčných stratégií istených zdola (call, straddle, butterfly) neposkytuje VaR konzistentné výsledky pri porovnávaní s dlhopisovými aktívami. Táto metóda bola pre účely štúdie nahradená porovnávaním charakteristiky najväčšieho pádu u jednotlivých typov sledovaných portfólií počas kalibračného obdobia.



Obrázok 23: *Porovnanie návratnosti a rizika pri dlhopisoch a nakalibrovaných stratégii na testovacom období. Modrá čiara predstavuje efektívnu hranicu dlhopisových portfólií naprieč ich časov do splatnosti.*

Referencie

[1] Markowitz, H. *Portfolio Selection,* The Journal of Finance, Vol. 7, No. 1 (Mar., 1952), pp. 77-91

[2] Melicherčík, I., Olšárová, L., Úradníček, V. *Kapitoly z finančnej matematiky 1,* Bratia Sabovci, 2005

[3] Hull, J. *Options, Futures, and Other Derivatives,* Fifth Edition, Prentice Hall, 2002

[4] http://research.stlouisfed.org/fred2/

Príloha 1 - Zdrojový kód programu

Progam použitý na simulácie opčných stratégii a dlhopisových portfólii. Na jeho spustenie je potrebné programovacie prostredie MatLab 5.3 alebo vyššie. Progam používa ako vstupné údaje maticu úrokových sadzieb a vektor volatilít 10-ročného US dlhopisu.

Zoznam funkcií:

- LoadData(file1,file2)
- GetSpotRate(day, maturitydate)
- Interpolate(y1, y2, where)
- EvaluateZeroCoupon(Nom, evaluationdate, maturitydate)
- EvaluateOption(type, strike, evaluationdate, optFrom, optTo)
- RollZeroCoupon(iniCapital, avDuration, rollFrom, rollTo)
- RollOptionStrategy(iniCapital, type, strike, oRatio, investRatio, rollFrom, rollTo)
- Parameters(Values, param)
- Markowitz(type, fromdate, todate, oType, oStrike, oRatio)
- GetVarRate(statD, dynD, statMat)
- VaRZeroCoupon(iniCapital,evaluationdate)
- VaROptionStrategy(iniCapital, type, strike,oRatio,investRatio, evaluationdate, optFrom)
- VaRCompare(iniCapital,type, strike, oRatio, evaluationdate)
- DDCompare(iniCapital, type, strike, oRatio,evaluationdate)

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```
function[]=LoadData(file1,file2)
% Loads data from txt file into matrix DataFeed, need to be run before %
testing session.
% Parameter 'file' refers to the name of txt file, should be in apostrophes.
% Example: LoadData('sadzby.txt')

global DataFeed;
global EWMAVola
DataFeed= load(file1);
for i=1:length(DataFeed(:,1))
DataFeed(i,1)=i;
end

EWMAVola= load(file2);
DateRange=[1,length(DataFeed(:,1))]
```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```
function[rate]=GetSpotRate(day, maturitydate)
% GetSpotRate(day, maturity)
% Returns interest rate for 'day' (integer ⊂ ⟨0, maxData⟩) to 'maturitydate'
% from loaded data

global DataFeed;
interval=[0,21,62,251,502,752,1254,1755,2508,7523];
range=length(interval);
maturity=maturitydate-day;
```

```
i=2;
% degenerated options: 'day' out of data range | too long maturity
if isempty(DataFeed)
error ('!No market data, need to run LoadData() function!')
elseif day<DataFeed(1,1) | day>DataFeed(length(DataFeed(:,1)),1)
error ('!Date out of data range!')
elseif maturity<0
error('!Error in using GetSpotRate, maturity is negative!')
end

% search for the rate type:
while i ~=range & interval(i)< maturity
i=i+1;
end

where=(maturity-interval(i-1))/(interval(i)-interval(i-1));
% rate is between interval(i-1) and interval(i)
% interpolation
if i==2
rate=DataFeed (day,2);
else
rate=Interpolate(DataFeed (day,i-1),DataFeed (day,i),where);
end

rate=rate/100;
%compound
rate=log(1+rate);


%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

function[interpolNum]=Interpolate(y1, y2, where)
```

```
% Linear interpolation

interpolNum=(1-where)*y1+where*y2;


%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

function[value]=EvaluateZeroCoupon(Nom, evaluationdate, maturitydate)
% Returns the value of zero coupon bond issued on issuedate in the time
% evaluationdate, paying Nom at maturity day (in days)

value=Nom*(exp(-GetSpotRate(evaluationdate, maturitydate)*
*(maturitydate-evaluationdate)/250));


%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

function [optionValue]=EvaluateOption(type, strike, evaluationdate, optFrom,
optTo)
% Returns the value of option on the 10 years maturity bond with
% nominal 100 $.
% issued at optFrom with expiration at optTo with strike on evaluationdate.
% The type of option should be either 'c+', 'c-', 'p+', 'p-', which mean long
% and short call, or put

Kb=2508;
global EWMAVola
if evaluationdate<optTo
bondTo=optFrom+Kb;
expValue=EvaluateZeroCoupon(100,evaluationdate,optFrom+Kb);
discount=exp(-GetSpotRate(evaluationdate, optTo)*(optTo-evaluationdate)/250);
expValue=expValue/discount;
%B-S parameters
```

```
sigma=EWMAVola(evaluationdate);
time=optTo-evaluationdate;
time=time/250;
d1=(log(expValue/strike)+(0.5*sigma*sigma*time))/(sigma*sqrt(time));
d2=d1-sigma*sqrt(time);
if type=='c+'
optionValue= discount*(expValue*normcdf(d1)-strike*normcdf(d2));
elseif type=='p+'
optionValue= discount*(-expValue*normcdf(-d1)+strike*normcdf(-d2));
elseif type=='c-'
optionValue= -discount*(expValue*normcdf(d1)-strike*normcdf(d2));
elseif type=='p-'
optionValue= -discount*(-expValue*normcdf(-d1)+strike*normcdf(-d2));
else
error ('!Wrong input parameter "option type" in function EvaluateOption')
end
%pay off at maturity of option (evaluationdate==optTo)
elseif evaluationdate==optTo
bond=EvaluateZeroCoupon(100,optTo,optFrom+Kb);
if type=='c+'
optionValue=max(0,bond-strike);
elseif type=='c-'
optionValue=-max(0,bond-strike);
elseif type=='p+'
optionValue=max(0,strike-bond);
elseif type=='p-'
optionValue=-max(0,strike-bond);
end
else
error ('!Evaluation of option is beyond the life of the option!')
end
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

function[Values]=RollZeroCoupon(iniCapital, avDuration, rollFrom, rollTo)
% Returns a array of values of zero coupon, which was rolled from 'from' to
% 'to', with avarage durarion avDuration stated in days and initial
% nominal Nom


evalday=rollFrom;
i=1;
while 1
if evalday>rollTo
return
end

Values(i)=iniCapital;
% buy
pieces=iniCapital/EvaluateZeroCoupon(1,evalday, evalday+avDuration);
% hold
if evalday+1>rollTo
return
end

Values(i+1)=pieces*EvaluateZeroCoupon(1,evalday+1, evalday+avDuration);
% sell
iniCapital=pieces*EvaluateZeroCoupon(1,evalday+2, evalday+avDuration);
evalday=evalday+2;
i=i+2;
end
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

function [Values]=RollOptionStrategy(iniCapital, type, strike, oRatio, investRatio, rollFrom, rollTo)
% Returns a array of values of the option strategy on underlying bond with
% 10 years maturity. The strategy is specified by initial capital iniCapital,
% by types of options defined in array type, by array of strikes strike, by
% ratio between the options oRatio and by ratio of capital invested in options
% investRatio. The strategy is hold until expiration of the options.
% The strategy is rolled from rollFrom to rollTo

% options maturity
Ko=62;
%maturity of underlyer
Kb=2508;
optNum=length(type)/2;
if optNum~=length(strike) | optNum~=length(oRatio)
error('!Wrong input values to RollOptionStrategy!')
elseif investRatio<0 |investRatio >1
Values=NaN;
disp('!Wrong input values to RollOptionStrategy - investRatio!')
return
end

evalday=rollFrom;
i=1;
ATM=EvaluateZeroCoupon(100,evalday,evalday+Kb);
strikeRatio=(strike-ATM)/ATM;
while 1
if evalday>rollTo
```

```
return
end

%buy
Values(i)=iniCapital;
%default check
if Values(i)<=0
Values=[Values,[Values(i)*diag(ones(rollTo-rollFrom-i+1))']];
return
end
optFrom=evalday;
optCapital=iniCapital*investRatio;
leftCapital=iniCapital-optCapital;
ATM=EvaluateZeroCoupon(100,optFrom,optFrom+Kb);
strike=(1+strikeRatio)*ATM;
stratValue=0;
for m=1:optNum
stratValue=stratValue+oRatio(m)*abs(EvaluateOption([type(2*m-1),type(2*m)],
strike(m), evalday, optFrom, optFrom+Ko));
end
for m=1:optNum
pieces(m)=oRatio(m)*(optCapital/stratValue);
if [type(2*m-1),type(2*m)]=='c-' | [type(2*m-1),type(2*m)]=='p-'
leftCapital=leftCapital-2*pieces(m)*EvaluateOption([type(2*m-1),type(2*m)],
strike(m), evalday, optFrom, optFrom+Ko);
end
end
%hold
for j=1:Ko-1
if evalday+j>rollTo
return
```

```
end
leftCapital=leftCapital*exp(getspotrate(evalday+j-1,evalday+j)*(1/250));
Values(i+j)=leftCapital;
for m=1:optNum
Values(i+j)=Values(i+j)+pieces(m)*EvaluateOption([type(2*m-1),type(2*m)],
strike(m), evalday+j, optFrom, optFrom+Ko);
end
end
%sell
iniCapital=leftCapital*exp(getspotrate(evalday+j-1,evalday+j)*(1/250));
for m=1:optNum
iniCapital=iniCapital+pieces(m)*EvaluateOption([type(2*m-1),type(2*m)], strike(m),
evalday+Ko, optFrom, optFrom+Ko);
end
evalday=evalday+Ko;
i=i+Ko;
end


%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

function[Parameters]=Parameters(Values, param)
% Returns risk parameters of the array Values
% Parameter param specified the type of parameter, 'sd', 'ay', 'DD', 'DR'
% for volatility, average yield, maximum draw down and days to recovery
% respectively

if param=='sd'
% standard deviation
for i=1:length(Values)-1
if Values(i)==0
Yield(i)=0;
```

```
else
Yield(i)=(Values(i+1)-Values(i))/Values(i);
end
end
SDY=std(Yield);
SDY=SDY*sqrt(250);
Parameters=[SDY];
elseif param=='ay'
% average yield
AY=(Values(length(Values))-Values(1))/Values(1);
AY=(1+AY)^(250/length(Values))-1;
Parameters=[AY];
elseif param=='dd' | param=='DD' |param=='DR'
% draw down & days to recovery
daysToRecovery=0;
peak=1;
j=1;
for i=2:length(Values)
if Values(peak)>Values(i)
daysToRecovery = daysToRecovery+1;
else if Values(peak)<=Values(i) & daysToRecovery==0
peak=i;
else DrawDown(1,j)=(min(Values(peak:i))-Values(peak))/Values(peak);
DrawDown(2,j)=daysToRecovery;
DrawDown(3,j)=peak;
peak=i;
daysToRecovery=0;
j=j+1;
end
end
if daysToRecovery~=0 & i==length(Values)
```

```
DrawDown(1,j)=(min(Values(peak:i))-Values(peak))/Values(peak);
DrawDown(2,j)=daysToRecovery;
DrawDown(3,j)=peak;
peak=i;
j=j+1;
end
end
% max draw down
if j==1
dd=1;
DrawDown(1,dd)=0;
DrawDown(2,dd)=0;
DrawDown(3,dd)=0;
else
dd=1;
for i=1:j-1 if DrawDown(1,i)<DrawDown(1,dd) dd=i;
end
end
end
if param=='dd'
Parameters=[DrawDown(1,dd);
DrawDown(2,dd);
DrawDown(3,dd)];
disp('draw down, days to recovery, peak day')
elseif param=='DD'
Parameters=DrawDown(1,dd);
else %DR -> days to recovery
Parameters=DrawDown(2,dd);
end
else error ('!Wrong type of returned values in function Parameter!')
end
```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

function[Markowitz]=Markowitz(type, fromdate, todate, oType, oStrike, oRatio)
% Returns double array of average return and volatility, or maximal
% draw down on a period between fromdate and todate.
% The first letter in parameter type defines the type of asset,
% b for bond, o for options and the next two letters define the whether
% use draw down 'dd' or volatility 'sd'. The array parameters
% oType, oStrike, oRatio defines the option stategy

```
if type=='bsd' | type=='bdd' % bond standard deviation | bond draw down
for i=1:20
v=RollZeroCoupon(100, i*250,fromdate, todate);
if type=='bsd'
Markowitz(1,i)=Parameters(v,'sd');
else
Markowitz(1,i)=Parameters(v,'DD');
end
Markowitz(2,i)=Parameters(v,'ay');
end
elseif type=='osd' | type=='odd'
for i=1:10
maxInvest=volacompare(100,oType,oStrike,oRatio, fromdate)*1.8;
maxInvest=maxInvest/10;
v=rolloptionstrategy(100,oType,oStrike,oRatio,maxInvest*i,fromdate, todate);
if type=='osd'
Markowitz(1,i)=Parameters(v,'sd');
else
Markowitz(1,i)=Parameters(v,'DD');
```

```
end
Markowitz(2,i)=Parameters(v,'ay');
end
else
error ('!Wrong type of Markowitz evaluation!')
end


%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

function[rate]=GetVarRate(statD, dynD, statMat)
% GetVarRate(staticDate, dynamicDate, statMaturity)
% Returns possible rate for statD+1 according to movement of rate in past,
% between dynD & dynD+1
if statD<dynD
disp('!Warning: Strange way of using GetVarRate()!')
end
dynMat=statMat-statD+dynD;
rate=GetSpotRate(statD, statMat);
rate=rate*(1+(GetSpotRate(dynD+1,dynMat)-
-GetSpotRate(dynD,dynMat))/GetSpotRate(dynD,dynMat));


%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

function [VaR]=VaRZeroCoupon(iniCapital, evaluationdate)
% Returns 1 day 95% historical VaR of 10 years zero coupon on
% evaluationdate

avDuration=2508;
% number of observations
K=1000;
evalday=evaluationdate-K;
```

```
if evalday<1 error ('!There is not sufficient data for VaR computation!')
end
i=1;
%number of holded discount bonds at evaluationdate
pieces=iniCapital/EvaluateZeroCoupon(1,evaluationdate, evaluationdate+avDuration);
%possible changes in value of zero coupon portfolio for tomorrow
while i<=K
newValue=(exp(-GetVarRate(evaluationdate,evalday+i,evaluationdate+avDuration)*
*(avDuration/250)));
Values(i)=pieces*newValue-iniCapital;
i=i+1;
end
Values=sort(Values);
VaR=Values(round(K/20-0.5));
% adjustment to conditional VaR
%VaR=mean(Values(1:(round(K/20-0.5))));


%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

function [VaR]=VaROptionStrategy(iniCapital, type, strike, oRatio,investRatio,
evaluationdate, optFrom)
% Returns 1 day 95% historical VaR of option strategy on evaluationdate

% number of observations
K=1000;
% life of options in days
Ko=62;
% life of underlied bond in days
Kb=2508;
global EWMAVola
optNum=length(type)/2;
```

```
if optNum~=length(strike) | optNum~=length(oRatio)
error('!Wrong input values to VarOptionStrategy!')
end
evalday=evaluationdate-K;
if evalday<1
error ('!There is not sufficient data for VaR computation!')
end
i=1;
optCapital=iniCapital*investRatio;
leftCapital=iniCapital-optCapital;
% value of options investment using precisely the amounth of options stated
in parameter oRatio
stratValue=0;
for m=1:optNum
stratValue=stratValue+oRatio(m)*abs(EvaluateOption([type(2*m-1),type(2*m)],
strike(m), evaluationdate, optFrom, optFrom+Ko));
end
% adjusted number of bought pieces according parameter investRatio
for m=1:optNum
pieces(m)=oRatio(m)*(optCapital/stratValue);
if [type(2*m-1),type(2*m)]=='c-' | [type(2*m-1),type(2*m)]=='p-'
leftCapital=leftCapital-2*pieces(m)*EvaluateOption([type(2*m-1),type(2*m)],
strike(m), evaluationdate, optFrom, optFrom+Ko);
end
end
%now got structure of capital in time T, want know K predictions for T+1:
%for every option
%case: tomorow I'm a holder of options strategy
if evaluationdate+1<optFrom+Ko
while i<=K
expValue=100*(exp(-GetVarRate(evaluationdate,evalday+i,optFrom+Kb)*
```

```
*(optFrom+Kb-evaluationdate)/250));
discount=exp(-GetVarRate(evaluationdate,evalday+i,optFrom+Ko)*
*(optFrom+Ko-evaluationdate)/250);
expValue=expValue/discount;
%B-S parameters
sigma=HistVola(evaluationdate);
sigma=sigma*(1+(HistVola(evalday+i+1)-HistVola(evalday+i))/HistVola(evalday+i));
time=optFrom+Ko-evaluationdate;
time=time/250;
for m=1:optNum
optType=[type(2*m-1),type(2*m)];
d1=(log(expValue/strike(m))+(0.5*sigma*sigma*time))/(sigma*sqrt(time));
d2=d1-sigma*sqrt(time);
if optType=='c+'
optionValue(m)= discount*(expValue*normcdf(d1)-strike(m)*normcdf(d2));
elseif optType=='p+'
optionValue(m)= discount*(-expValue*normcdf(-d1)+strike(m)*normcdf(-d2));
elseif optType=='c-'
optionValue(m)= -discount*(expValue*normcdf(d1)-strike(m)*normcdf(d2));
elseif optType=='p-'
optionValue(m)= -discount*(-expValue*normcdf(-d1)+strike(m)*normcdf(-d2));
else
error ('!Wrong input parameter öption typeïn function VarOptionStrategy')
end
end
capital=leftCapital*exp(GetVarRate(evaluationdate,evalday+i,evaluationdate+1)*
*(1/252));
for m=1:optNum
capital=capital+pieces(m)*optionValue(m);
end
Values(i)=capital-iniCapital;
```

```
i=i+1;
end
%case: there is going to be payoff tomorow
elseif evaluationdate+1==optFrom+Ko
while i<=K
bond=100*exp(-GetVarRate(evaluationdate,evalday+i,optFrom+Kb)*
*(optFrom+Kb-evaluationdate)/252);
for m=1:optNum
optType=[type(2*m-1),type(2*m)];
if optType=='c+'
optionValue=max(0,bond-strike(m));
elseif optType=='c-'
optionValue=-max(0,bond-strike(m));
elseif optType=='p+'
optionValue=max(0,strike(m)-bond);
elseif optType=='p-'
optionValue=-max(0,strike(m)-bond);
end
end
capital=leftCapital*exp(GetVarRate(evaluationdate,evalday+i,evaluationdate+1)*
*(1/252));
for m=1:optNum
capital=capital+pieces(m)*optionValue(m);
end
Values(i)=capital-iniCapital;
i=i+1;
end
else
error ('!Evaluation of option is beyond the life of the option!')
end
Values=sort(Values);
```

```
VaR=Values(round(K/20-0.5));
% adjustment to conditional VaR
%VaR=mean(Values(1:(round(K/20-0.5))));


%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

function [investRatio]=VaRCompare(iniCapital, type, strike, oRatio, evaluationdate)
% VaR 10Y ZeroCoupon vs OptionStrategy
% Returns the parameter investRatio of option strategy that will produce
% the same VaR in options as in zero coupon

VaR=VaRZeroCoupon(iniCapital, evaluationdate);
global VaRComP
global VaRComO
global VaRComT
VaRComP=[VaR; iniCapital; evaluationdate];
VaRComT=[type];
VaRComO=[strike; oRatio];
investRatio=FMINBND('VaRCompareFun',0,1);


%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

function [F]=VaRCompareFun(investRatio)
% Function used by VaRCompare(iniCapital, type, strike, oRatio, evaluationdate)

global VaRComP
global VaRComO
global VaRComT
f=VaRComP(1);
```

f=f-VaROptionStrategy(VaRComP(2), VaRComT, VaRComO(1,:), VaRComO(2,:),investRatio, VaRComP(3), VaRComP(3));
F=abs(f);

%%

function [investRatio]=DDCompare(iniCapital, type, strike, oRatio, evaluationdate)
%Draw Down 10Y ZeroCoupon vs OptionStrategy
% Returns the parameter investRatio of option strategy that will produce
% the same DD as ZeroCoupon

K=1250;
Ko=62;
Kb=2508;
evalday=evaluationdate-K;
global DDComP
global DDComO
global DDComT
DDComP=[bDD; iniCapital; evaluationdate];
DDComT=[type];
DDComO=[strike; oRatio];
investRatio=FMINBND('DDCompareFun',0,1);

%%

function [F]=DDCompareFun(investRatio)
% Function used by DDCompare(iniCapital, type, strike, oRatio, evaluationdate)

```
global DDComP
global DDComO
global DDComT
K=1250;
f=DDComP(1);
f=f-Parameters(RollOptionStrategy(DDComP(2), DDComT, DDComO(1,:),
DDComO(2,:),investRatio, DDComP(3)-K, DDComP(3)),'DD');
F=abs(f);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

Príloha 2 - Výsledky simulácii

ATM	**Strike**	**Invest**	**Výnos**	**VaR**	σ	**DD**	**Obnova**
bond			9,248%	-1,0456	0,0909	-12,85%	540
-10%	48,12	11,46%	9,130%	-1,0455	0,0927	-16,77%	543
-9%	48,65	10,57%	9,137%	-1,0458	0,0934	-17,07%	543
-8%	49,18	9,660%	9,123%	-1,0454	0,0938	-17,38%	544
-7%	49,72	8,762%	9,093%	-1,0454	0,0941	-17,82%	544
-6%	50,25	7,919%	9,049%	-1,0458	0,0945	-18,50%	549
-5%	50,79	7,219%	9,050%	-1,0458	0,0962	-19,67%	551
-4%	51,32	6,516%	9,421%	-1,0451	0,0975	-19,43%	549
-3%	51,86	5,855%	9,978%	-1,0455	0,0992	-18,58%	543
-2%	52,39	5,264%	10,72%	-1,0454	0,1020	-17,81%	540
-1%	52,93	4,750%	12,03%	-1,0456	0,1067	-17,62%	540
0%	53,46	4,375%	13,79%	-1,0456	0,1159	-17,62%	540
1%	54,00	4,037%	15,58%	-1,0457	0,1282	-17,80%	540
2%	54,53	3,692%	16,87%	-1,0460	0,1434	-19,24%	543
3%	55,07	3,391%	18,87%	-1,0456	0,1647	-20,26%	544
4%	55,60	3,141%	22,33%	-1,0461	0,1983	-20,10%	544
5%	56,14	2,929%	27,97%	-1,0456	0,2524	-20,47%	543
6%	56,67	2,747%	35,45%	-1,0450	0,3404	-22,53%	165
7%	57,20	2,568%	43,57%	-1,0453	0,4727	-26,99%	165
8%	57,74	2,422%	55,35%	-1,0449	0,6729	-33,09%	166
9%	58,27	2,297%	64,54%	-1,0453	0,9118	-40,92%	166

Tabuľka 2: Kalibrácia stratégie call pomocou metódy VaR

ATM	**Strike**	**Invest**	**Výnos**	**VaR**	σ	**DD**	**Obnova**
bond			9,248%	-1,0711	0,0909	-16,17%	540
-10%	48,12	11,14%	9,021%	-1,0156	0,0901	-16,17%	540
-9%	48,65	10,13%	8,973%	-1,0008	0,0895	-16,17%	540
-8%	49,18	9,118%	8,906%	-0,9855	0,0885	-16,17%	543
-7%	49,72	8,106%	8,807%	-0,9656	0,0870	-16,17%	543
-6%	50,25	7,103%	8,662%	-0,9360	0,0848	-16,17%	543
-5%	50,79	6,151%	8,497%	-0,8882	0,0820	-16,17%	544
-4%	51,32	5,608%	8,851%	-0,8967	0,0840	-16,17%	543
-3%	51,86	5,232%	9,488%	-0,9322	0,0888	-16,17%	540
-2%	52,39	4,867%	10,32%	-0,9652	0,0944	-16,17%	539
-1%	52,93	4,434%	11,59%	-0,9747	0,0997	-16,18%	539
0%	53,46	4,082%	13,24%	-0,9742	0,1083	-16,17%	539
1%	54,00	3,753%	14,89%	-0,9705	0,1195	-16,18%	540
2%	54,53	3,224%	15,49%	-0,9108	0,1260	-16,17%	540
3%	55,07	2,847%	16,90%	-0,8747	0,1398	-16,17%	543
4%	55,60	2,653%	20,05%	-0,8806	0,1702	-16,17%	543
5%	56,14	2,468%	25,05%	-0,8780	0,2179	-16,17%	163
6%	56,67	1,942%	28,45%	-0,7329	0,2568	-16,16%	165
7%	57,20	1,331%	29,32%	-0,5324	0,2836	-16,18%	5
8%	57,74	0,777%	28,16%	-0,3216	0,2788	-16,15%	5
9%	58,27	0,535%	27,96%	-0,2282	0,2997	-16,16%	5
10%	58,81	0,261%	18,00%	-0,1079	0,2240	-16,20%	3

Tabuľka 3: Kalibrácia stratégie call pomocou metódy najväčšieho pádu (DD)

ATM	**Strike**	**Invest**	**Výnos**	**VaR**	σ	**DD**	**Obnova**
bond			5,911%	-0,9405	0,0920	-12,85%	890
-10%	55,32	11,14%	5,923%	-0,9470	0,0937	-12,99%	890
-9%	55,93	10,13%	5,845%	-0,9267	0,0926	-12,74%	890
-8%	56,55	9,118%	5,716%	-0,8706	0,0910	-12,32%	890
-7%	57,16	8,106%	5,619%	-0,8295	0,0890	-11,83%	890
-6%	57,78	7,104%	5,562%	-0,7819	0,0866	-11,33%	890
-5%	58,39	6,152%	5,375%	-0,7259	0,0840	-11,33%	890
-4%	59,01	5,609%	5,157%	-0,7107	0,0862	-12,71%	890
-3%	59,62	5,232%	4,961%	-0,7124	0,0909	-15,10%	890
-2%	60,24	4,868%	5,037%	-0,6964	0,0958	-16,40%	890
-1%	60,85	4,434%	5,938%	-0,6812	0,0998	-14,62%	890
0%	61,47	4,082%	7,490%	-0,6738	0,1070	-14,79%	480
1%	62,08	3,753%	8,907%	-0,6557	0,1180	-15,24%	478
2%	62,70	3,225%	9,668%	-0,5935	0,1249	-15,13%	467
3%	63,31	2,847%	10,46%	-0,5578	0,1369	-15,85%	467
4%	63,93	2,654%	11,70%	-0,5460	0,1594	-18,02%	479
5%	64,54	2,469%	11,30%	-0,5380	0,1875	-23,30%	481
6%	65,15	1,943%	8,008%	-0,4464	0,1788	-22,63%	490
7%	65,77	1,332%	5,360%	-0,3205	0,1440	-17,16%	398
8%	66,38	0,777%	3,064%	-0,1919	0,0983	-12,35%	398
9%	67,00	0,535%	3,424%	-0,1351	0,0812	-8,785%	398
10%	67,61	0,261%	3,179%	-0,0657	0,0498	-4,071%	326

Tabuľka 4: Testovanie nakalibrovaných parametrov stratégie call pomocou metódy najväčšieho pádu (DD)

ATM	**Strike**	**Invest**	**Výnos**	**VaR**	σ	**DD**	**Obnova**
bond			9,248%	-1,0456	0,0909	-16,17%	540
-10%	48,12	0,704%	7,905%	-1,0476	0,1862	-27,85%	35
-9%	48,65	0,782%	8,233%	-1,0471	0,1408	-20,19%	35
-8%	49,18	0,906%	8,768%	-1,0473	0,1208	-15,84%	36
-7%	49,72	1,023%	9,268%	-1,0464	0,1078	-12,50%	36
-6%	50,25	1,239%	10,20%	-1,0450	0,1104	-10,93%	36
-5%	50,79	1,429%	10,71%	-1,0455	0,1146	-12,68%	42
-4%	51,32	1,651%	9,469%	-1,0445	0,1111	-13,68%	207
-3%	51,86	1,886%	8,629%	-1,0460	0,1062	-15,49%	388
-2%	52,39	2,143%	8,422%	-1,0459	0,1017	-15,92%	435
-1%	52,93	2,496%	8,027%	-1,0451	0,1002	-16,86%	451
0%	53,46	2,879%	7,918%	-1,0456	0,0983	-16,96%	427
1%	54,00	3,271%	8,253%	-1,0455	0,0958	-16,30%	415
2%	54,53	3,700%	8,918%	-1,0453	0,0940	-15,87%	470
3%	55,07	4,171%	9,223%	-1,0454	0,0928	-15,39%	472
4%	55,60	4,725%	9,291%	-1,0458	0,0925	-15,53%	492
5%	56,14	5,294%	9,270%	-1,0454	0,0914	-15,63%	503
6%	56,67	5,928%	9,289%	-1,0458	0,0906	-15,67%	509
7%	57,20	6,648%	9,382%	-1,0456	0,0905	-15,75%	512
8%	57,74	7,384%	9,446%	-1,0454	0,0899	-15,70%	513
9%	58,27	8,177%	9,515%	-1,0454	0,0896	-15,67%	535
10%	58,81	9,036%	9,620%	-1,0455	0,0896	-15,71%	538

Tabuľka 5: Kalibrácia parametrov stratégie short put pomocou metódy VaR

ATM	**Strike**	**Invest**	**Výnos**	**VaR**	σ	**DD**	**Obnova**
bond			5,911%	-0,9405	0,0920	-12,85%	890
-10%	55,32	0,704%	5,358%	-0,3771	0,3854	-47,84%	56
-9%	55,63	0,782%	5,689%	-0,3964	0,3660	-45,20%	57
-8%	55,93	0,906%	6,226%	-0,4345	0,3704	-44,87%	57
-7%	56,24	1,023%	6,727%	-0,4619	0,3632	-43,38%	57
-6%	56,55	1,239%	7,663%	-0,5312	0,3908	-45,05%	58
-5%	56,86	1,429%	8,488%	-0,5929	0,3957	-44,63%	60
-4%	57,16	1,651%	7,858%	-0,6400	0,3987	-44,34%	230
-3%	57,47	1,886%	7,348%	-0,6794	0,3945	-43,67%	390
-2%	57,78	2,143%	7,260%	-0,7402	0,3863	-42,85%	440
-1%	58,09	2,496%	7,686%	-0,8207	0,3914	-43,22%	536
0%	58,39	2,879%	8,435%	-0,9088	0,3924	-43,27%	542
1%	58,70	3,271%	9,453%	-0,9995	0,3877	-42,81%	542
2%	59,01	3,7%	10,76%	-1,0686	0,3836	-42,29%	542
3%	59,32	4,171%	10,20%	-1,1412	0,3820	-41,77%	476
4%	59,62	4,725%	6,207%	-1,2399	0,3925	-41,70%	439
5%	59,93	5,294%	3,235%	-1,2940	0,3941	-41,34%	490
6%	60,24	5,928%	2,202%	-1,3646	0,3958	-42,37%	691
7%	60,54	6,648%	0,514%	-1,4850	0,3973	-49,75%	691
8%	60,85	7,384%	-1,69%	-1,5998	0,3902	-56,56%	691
9%	61,16	8,177%	-3,07%	-1,6534	0,3802	-60,49%	691
10%	61,47	9,036%	-3,57%	-1,7552	0,3697	-62,68%	691

Tabuľka 6: Testovanie nakalibrovaných parametrov stratégie short put pomocou metódy VaR

ATM	**Strike**	**Invest**	**Výnos**	**VaR**	σ	**DD**	**Obnova**
bond			9,248%	-1,0711	0,0909	-12,85%	540
-10%	48,12	11,62%	9,136%	-1,0456	0,0933	-17,08%	543
-9%	48,65	10,71%	9,113%	-1,0457	0,0935	-17,40%	544
-8%	49,18	9,855%	9,082%	-1,0456	0,0938	-17,90%	544
-7%	49,72	9,228%	9,097%	-1,0458	0,0957	-19,10%	550
-6%	50,25	8,584%	9,026%	-1,0454	0,0968	-20,51%	552
-5%	50,79	8,092%	8,949%	-1,0457	0,0989	-22,42%	561
-4%	51,32	7,975%	9,839%	-1,0456	0,1052	-22,26%	552
-3%	51,86	8,260%	11,37%	-1,0459	0,1171	-20,93%	543
-2%	52,39	9,251%	13,70%	-1,0457	0,1392	-19,62%	538
-1%	52,93	11,82%	18,68%	-1,0455	0,1849	-20,73%	538
0%	53,46	20,46%	28,95%	-1,0457	0,3203	-30,32%	539
1%	54,00	47,39%	34,01%	-1,0456	0,7198	-65,05%	176
2%	54,53	38,32%	8,440%	-1,0455	0,5790	-68,52%	456
3%	55,07	18,09%	2,900%	-1,0455	0,2705	-44,99%	439
4%	55,60	12,07%	0,824%	-1,0457	0,1776	-32,87%	524
5%	56,14	9,861%	0,071%	-1,0455	0,1394	-27,49%	533
6%	56,67	9,098%	-0,36%	-1,0457	0,1212	-24,07%	474
7%	57,20	9,075%	-0,78%	-1,0456	0,1126	-24,50%	406
8%	57,74	9,212%	-0,94%	-1,0458	0,1054	-25,39%	406
9%	58,27	9,697%	-1,14%	-1,0457	0,1021	-25,70%	406

Tabuľka 7: Kalibrácia straddle stratégie pomocou metódy VaR

ATM	Strike	Invest	Výnos	VaR	σ	DD	Obnova
bond			9,248%	-1,0711	0,0909	-16,17%	540
-10%	0	11,12%	8,970%	-1,0000	0,0893	-16,17%	540
-9%	0	10,10%	8,895%	-0,9853	0,0882	-16,17%	543
-8%	0	9,083%	8,784%	-0,9621	0,0864	-16,17%	543
-7%	0	8,061%	8,616%	-0,9110	0,0837	-16,17%	543
-6%	0	7,055%	8,367%	-0,8557	0,0797	-16,17%	544
-5%	0	6,157%	8,092%	-0,7909	0,0754	-16,17%	544
-3,999%	0	6,102%	8,805%	-0,7954	0,0807	-16,17%	543
-2,999%	0	6,665%	10,26%	-0,8401	0,0948	-16,17%	538
-1,999%	0	7,895%	12,56%	-0,8894	0,1192	-16,18%	513
-0,999%	0	9,496%	16,27%	-0,8356	0,1494	-16,17%	512
0%	0	10,60%	18,63%	-0,5321	0,1696	-16,17%	509
1%	0	9,495%	15,06%	-0,1935	0,1501	-16,17%	166
2%	0	7,606%	8,800%	-0,1916	0,1174	-16,17%	172
3%	0	6,626%	5,057%	-0,3705	0,0997	-16,17%	290
4%	0	6,359%	3,059%	-0,5413	0,0936	-16,17%	382
5%	0	6,285%	1,960%	-0,6591	0,0888	-16,18%	517
6%	0	6,551%	1,191%	-0,7475	0,0873	-16,17%	406
7%	0	6,413%	0,951%	-0,7331	0,0795	-16,17%	406
8%	0	6,308%	0,962%	-0,7098	0,0721	-16,17%	406
9%	0	6,570%	0,870%	-0,7020	0,0691	-16,17%	406
10%	0	7,002%	0,708%	-0,7006	0,0678	-16,17%	406

Tabuľka 8: Kalibrácia stratégie straddle pomocou metódy najväčšieho pádu (DD)

ATM	**Strike**	**Invest**	**Výnos**	**VaR**	σ	**DD**	**Obnova**
bond			5,911%	-0,9405	0,0920	-12,85%	890
-10%	55,32	11,12%	5,772%	-0,8555	0,0907	-12,78%	890
-9%	55,93	10,10%	5,598%	-0,8053	0,0885	-12,32%	890
-8%	56,55	9,083%	5,321%	-0,7353	0,0860	-12,42%	890
-7%	57,16	8,061%	5,108%	-0,6577	0,0833	-11,91%	890
-6%	57,78	7,056%	4,975%	-0,5696	0,0799	-11,18%	890
-5%	58,39	6,157%	4,593%	-0,4707	0,0763	-11,07%	890
-4%	59,01	6,102%	4,038%	-0,4185	0,0819	-13,87%	890
-3%	59,62	6,665%	3,344%	-0,3926	0,0949	-19,04%	890
-2%	60,24	7,895%	3,063%	-0,3699	0,1173	-23,80%	890
-1%	60,85	9,496%	5,377%	-0,3218	0,1487	-23,55%	352
0%	61,47	10,60%	9,539%	-0,2408	0,1750	-21,30%	259
1%	62,08	9,495%	10,10%	-0,1931	0,1611	-19,52%	477
2%	62,70	7,606%	7,718%	-0,2303	0,1252	-17,04%	524
3%	63,31	6,626%	5,589%	-0,2755	0,1014	-15,38%	576
4%	63,93	6,359%	3,867%	-0,3268	0,0898	-14,94%	648
5%	64,54	6,285%	1,877%	-0,3671	0,0807	-15,21%	717
6%	65,15	6,551%	0,403%	-0,4209	0,0759	-16,07%	981
7%	65,77	6,413%	-0,18%	-0,4300	0,0684	-15,79%	1017
8%	66,38	6,308%	-0,36%	-0,4249	0,0630	-14,76%	1058
9%	67,00	6,570%	-0,22%	-0,4366	0,0615	-14,55%	1058
10%	67,61	7,002%	-0,24%	-0,4589	0,0612	-15,35%	1192

Tabuľka 9: Testovanie nakalibrovaných parametrov stratégie straddle podľa najväčšieho pádu (DD)

ATM	Strike	Invest	Výnos	VaR	σ	DD	Obnova
bond			9,248%	-1,0456	0,0909	-16,17%	540
-10%	48,12	100%	3,887%	-0,4388	0,0628	-9,149%	149
-9%	48,65	100%	4,049%	-0,6483	0,0828	-11,75%	149
-8%	49,18	100%	3,796%	-0,9023	0,1054	-15,17%	474
-7%	49,72	88,09%	2,695%	-1,0456	0,1155	-20,76%	474
-6%	50,25	69,34%	1,803%	-1,0456	0,1107	-22,49%	474
-5%	50,79	57,36%	1,383%	-1,0456	0,1092	-23,71%	543
-4%	51,32	50,55%	0,274%	-1,0456	0,1117	-26,48%	671
-3%	51,86	46,41%	-1,04%	-1,0456	0,1168	-28,90%	709
-2%	52,39	45,99%	-2,87%	-1,0456	0,1298	-34,49%	1174
-1%	52,93	46,17%	-5,53%	-1,0456	0,1450	-40,66%	1175
0%	53,46	49,78%	-8,80%	-1,0456	0,1755	-47,98%	1173
1%	54,00	50,17%	-9,75%	-1,0455	0,2016	-49,72%	848
2%	54,53	39,74%	-4,55%	-1,0456	0,1859	-42,49%	843
3%	55,07	25,52%	1,602%	-1,0456	0,1435	-33,49%	842
4%	55,60	18,15%	4,456%	-1,0455	0,1271	-29,53%	840
5%	56,14	13,33%	6,425%	-1,0457	0,1167	-26,71%	742
6%	56,67	10,30%	8,084%	-1,0457	0,1120	-23,70%	620
7%	57,20	8,318%	9,728%	-1,0454	0,1110	-20,59%	552
8%	57,74	6,918%	11,32%	-1,0457	0,1122	-18,20%	510
9%	58,27	5,825%	13,13%	-1,0458	0,1149	-17,93%	513
10%	58,81	5,010%	15,28%	-1,0454	0,1206	-17,26%	513

Tabuľka 10: Kalibrácia stratégie butterfly pomocou metódy VaR 1.

ATM	**Strike**	**Invest**	**Výnos**	**VaR**	σ	**DD**	**Obnova**
bond			9,248%	-1,0456	0,0909	-16,17%	540
11%	59,34	4,493%	17,40%	-1,0458	0,1326	-17,54%	539
12%	59,88	4,046%	18,20%	-1,0453	0,1468	-19,22%	540
13%	60,41	3,659%	19,57%	-1,0459	0,1642	-19,60%	543
14%	60,95	3,343%	22,18%	-1,0461	0,1900	-20,16%	543
15%	61,48	3,093%	26,40%	-1,0455	0,2309	-20,38%	543
16%	62,02	2,893%	32,52%	-1,0458	0,2958	-20,98%	165
17%	62,55	2,710%	39,91%	-1,0455	0,3917	-24,42%	165
18%	63,09	2,541%	48,19%	-1,0455	0,5344	-28,91%	166
19%	63,62	2,414%	58,05%	-1,0451	0,7326	-34,95%	166
20%	64,16	2,290%	64,77%	-1,0455	0,9487	-42,26%	166

Tabuľka 11: Kalibrácia stratégie butterfly pomocou metódy VaR 2.

ATM	**Strike**	**Invest**	**Výnos**	**VaR**	σ	**DD**	**Obnova**
bond			9,248%	-1,0456	0,0909	-16,17%	540
-10%	48,12	100%	3,887%	-0,4388	0,0628	-9,149%	149
-9%	48,65	100%	4,049%	-0,6483	0,0828	-11,75%	149
-8%	49,18	100%	3,796%	-0,9023	0,1054	-15,17%	474
-7%	49,72	72,68%	3,152%	-0,8592	0,0955	-16,17%	474
-6%	50,25	53,58%	2,604%	-0,8035	0,0857	-16,17%	474
-5%	50,79	41,97%	2,452%	-0,7597	0,0799	-16,17%	524
-4%	51,32	33,52%	1,976%	-0,6867	0,0740	-16,17%	544
-3%	51,86	28,41%	1,423%	-0,6322	0,0712	-16,17%	644
-2%	52,39	24,81%	0,908%	-0,5550	0,0695	-16,17%	678
-1%	52,93	23,72%	-0,25%	-0,5275	0,0737	-16,17%	758
0%	53,46	24,01%	-1,45%	-0,4941	0,0834	-16,17%	1173
1%	54,00	21,44%	-0,99%	-0,4353	0,0845	-16,17%	848
2%	54,53	15,81%	1,544%	-0,4038	0,0728	-16,17%	531
3%	55,07	12,64%	3,523%	-0,5079	0,0706	-16,17%	518
4%	55,60	10,57%	4,826%	-0,6004	0,0738	-16,17%	525
5%	56,14	8,713%	6,030%	-0,6764	0,0763	-16,17%	532
6%	56,67	7,486%	7,315%	-0,7539	0,0815	-16,17%	528
7%	57,20	6,823%	8,937%	-0,8539	0,0912	-16,17%	527
8%	57,74	6,290%	10,78%	-0,9490	0,1021	-16,17%	506
9%	58,27	5,359%	12,52%	-0,9605	0,1058	-16,17%	512
10%	58,81	4,754%	14,78%	-0,9910	0,1146	-16,17%	513

Tabuľka 12: Kalibrácia stratégie butterfly pomocou metódy najväčšieho pádu (DD) 1.

ATM	**Strike**	**Invest**	**Výnos**	**VaR**	σ	**DD**	**Obnova**
bond			9,248%	-1,0456	0,0909	-16,17%	540
11%	59,34	4,223%	16,70%	-0,9815	0,1248	-16,17%	538
12%	59,88	3,538%	16,68%	-0,9115	0,1291	-16,18%	540
13%	60,41	3,155%	17,78%	-0,8990	0,1428	-16,16%	540
14%	60,95	2,817%	19,84%	-0,8781	0,1625	-16,15%	543
15%	61,48	2,611%	23,64%	-0,8794	0,1990	-16,17%	540
16%	62,02	2,217%	27,37%	-0,7970	0,2370	-16,18%	165
17%	62,55	1,750%	30,29%	-0,6680	0,2771	-16,18%	165
18%	63,09	1,098%	28,97%	-0,4407	0,2788	-16,17%	5
19%	63,62	0,702%	28,11%	-0,2899	0,2821	-16,19%	5
20%	64,16	0,495%	27,11%	-0,2106	0,2958	-16,15%	3

Tabuľka 13: Kalibrácia stratégie butterfly pomocou metódy najväčšieho pádu (DD) 2.

ATM	**Strike**	**Invest**	**Výnos**	**VaR**	σ	**DD**	**Obnova**
bond			5,911%	-0,9405	0,0920	-12,85%	890
-10%	55,32	100%	-0,53%	-0,9304	0,1244	-30,35%	1054
-9%	55,93	100%	-1,54%	-1,0434	0,1413	-35,28%	1193
-8%	56,55	100%	-3,44%	-1,1814	0,1599	-41,02%	1193
-7%	57,16	72,68%	-3,09%	-0,9100	0,1314	-34,44%	1193
-6%	57,78	53,58%	-2,43%	-0,6936	0,1095	-29,95%	1192
-5%	58,39	41,97%	-1,46%	-0,5621	0,0956	-26,19%	1192
-4%	59,01	33,52%	-0,15%	-0,4578	0,0831	-22,79%	1192
-3%	59,62	28,41%	0,717%	-0,3767	0,0752	-20,31%	1027
-2%	60,24	24,81%	0,995%	-0,3444	0,0698	-17,67%	999
-1%	60,85	23,72%	0,121%	-0,3564	0,0722	-16,62%	1161
0%	61,47	24,01%	-1,09%	-0,3788	0,0812	-18,54%	1165
1%	62,08	21,44%	-1,16%	-0,4014	0,0819	-17,76%	1165
2%	62,70	15,81%	-0,20%	-0,3440	0,0675	-13,60%	711
3%	63,31	12,64%	0,624%	-0,3372	0,0602	-11,53%	691
4%	63,93	10,57%	1,389%	-0,3388	0,0566	-10,68%	691
5%	64,54	8,713%	2,446%	-0,3365	0,0524	-8,727%	691
6%	65,15	7,486%	3,268%	-0,3408	0,0503	-6,825%	665
7%	65,77	6,824%	3,826%	-0,3581	0,0522	-6,449%	310
8%	66,38	6,291%	4,250%	-0,3819	0,0556	-6,695%	146
9%	67,00	5,359%	4,189%	-0,3775	0,0547	-6,082%	143
10%	67,61	4,754%	4,219%	-0,3813	0,0556	-6,550%	318

Tabuľka 14: Testovanie nakalibrovaných parametrov stratégie butterfly pomocou metódy najväčšieho pádu (DD) 1.

ATM	**Strike**	**Invest**	**Výnos**	**VaR**	σ	**DD**	**Obnova**
bond			5,911%	-0,9405	0,0920	-12,85%	890
11%	68,23	4,223%	4,241%	-0,3875	0,0563	-7,337%	481
12%	68,84	3,538%	4,117%	-0,3677	0,0534	-7,511%	490
13%	69,46	3,155%	4,255%	-0,3517	0,0539	-7,765%	862
14%	70,07	2,817%	4,212%	-0,3453	0,0545	-7,988%	490
15%	70,69	2,611%	4,663%	-0,3509	0,0576	-8,541%	481
16%	71,30	2,218%	5,193%	-0,3172	0,0564	-7,935%	472
17%	71,92	1,75%	5,354%	-0,2711	0,0524	-6,940%	318
18%	72,53	1,099%	4,790%	-0,1818	0,0396	-4,863%	317
19%	73,15	0,703%	4,205%	-0,1200	0,0309	-3,499%	314
20%	73,76	0,496%	3,991%	-0,0882	0,0265	-2,846%	316

Tabuľka 15: Testovanie nakalibrovaných parametrov stratégie butterfly pomocou metódy najväčšieho pádu (DD) 1.