

FAKULTA MATEMATIKY, FYZYKY A INFORMATIKY
UNIVERZITY KOMENSKÉHO V BRATISLAVE



DIPLOMOVÁ PRÁCA

Bratislava 2007

Mário Vítek

FAKULTA MATEMATIKY, FYZYKY A INFORMATIKY
UNIVERZITY KOMENSKÉHO V BRATISLAVE

Ekonomická a finančná matematika

Modelovanie inflácie pomocou trhu práce,
tovarov a peňažnej zásoby

Diplomová práca

Diplomant: Mário Vítek

Vedúci diplomovej práce: Mgr. Juraj Valachy PhD.

Bratislava 2007

Vyhlasujem, že som diplomovú prácu vypracoval samostatne, s použitím uvedenej literatúry.

V Bratislave, 27.4.2007

Touto cestou by som rád poďakoval vedúcemu diplomovej práce, Mgr. Jurajovi Valachymu, PhD, za cenné rady a všestrannú pomoc pri vypracovávaní tejto práce.

Abstrakt

Cieľom tejto práce je modelovať infláciu na Slovensku pomocou troch ekonomických blokov. Tými blokmi sú trh práce, trh tovarov a peňažný trh. Pri prezentácii finálnych rovníc využijeme ekonometrickú teóriu odhadovania pomocou Johansenovej metodológie kointegrácie (spolu s OLS na ilustráciu). Prínosom tejto práce je modelovanie inflácie v súvislosti s trhom práce a odhalenie vzťahu medzi rastom peňažnej zásoby a rastu cien.

Kľúčové slová: inflácia, modelovanie inflácie, kointegrácia, Johansenov test kointegrácie

OBSAH

ÚVOD.....	7
1. TEORETICKÉ POZADIE VZNIKU INFLÁCIE.....	8
1.1 Dopytom ťahaná inflácia	8
1.2 Nákladmi tlačená inflácia.....	11
1.3 Phillipsova krivka.....	13
1.4 Kvantitatívna teória peňazí.....	14
1.5 Mzdovo – cenová špirála.....	14
1.6 Balassa – Samuelsonov efekt.....	15
2. MERANIE INFLÁCIE.....	16
2.1 Index spotrebiteľských cien.....	16
2.2 Index cien priemyselných výrobcov.....	17
2.3 Deflátor HDP.....	17
3. ADL A ECM FORMULÁCIA.....	18
4. STOCHASTICKÉ PROCESY A ICH VLASTNOSTI.....	19
4.1 Stacionarita a integrovanosť časových radov.....	20
4.2 Testy na jednotkový koreň pre časové rady.....	20
4.3 Kointegrácia.....	21
4.3.1 Kointegrácia a vzťah medzi trendovými zložkami.....	22
4.3.2 Vzťah kointegrácie a error correction modelov.....	24
4.3.3 Hodnosť matice a charakteristické korene.....	27
4.3.4 Testovanie hypotéz v kointegračnom vzťahu.....	30
4.3.5 Testovanie kointegrácie Johansenovou metodológiou.....	32
5. MODEL Y INFLÁCIE.....	34
5.1 Analýza premenných, transformácia a rád integrácie.....	34
5.2 Štruktúra modelov inflácie v blokoch.....	38
5.2.1 Trh práce a mzdová štruktúra.....	38
5.2.2 Trh tovarov a služieb.....	40
5.2.3 Peňažný trh.....	43
ZÁVER.....	46
POUŽITÁ LITERATÚRA.....	47
PRÍLOHY.....	48

ÚVOD

Za posledné roky sa v odbornej verejnosti často diskutujú otázky Maastrichtských kritérií pre prijatie eura a medzi nimi aj plnenie kritéria cenovej stability v priebehu blížiaceho sa hodnotenia SR očakávaného v období 2007-2008. Dnes už kritérium dosiahnutia plánovanej miery inflácie (nepresahujúcej 1,5% nad priemerom najnižších mier inflácií troch krajín EÚ) neznamená v prípade Slovenska ohrozenie prijatia eura v plánovanom termíne. Zainteresovaní sa v tejto súvislosti začínajú upriamovať predovšetkým na otázku, aký bude vývoj inflácie na Slovensku po vstupe do menovej únie. Z pohľadu prognózovania inflačného vývoja je dôležité identifikovať determinanty a ich vplyv na rast spotrebiteľských cien. Rozhodli sme sa bližšie preskúmať väzby medzi spotrebiteľskou infláciou a faktormi, ktoré na jej úroveň vplyvajú v tunajších podmienkach. Budeme sa snažiť hlavne o identifikáciu dlhodobej rovnováhy, pretože tá je na prognózovanie v strednodobom horizonte jediná dôležitá. Postupne budeme skúmať rôzne mechanizmy, ktoré vplyvajú na zmeny cenovej hladiny. Popíšeme ich pomocou troch samostatných a nezávislých blokov, ktoré vysvetľujú pohyb cenovej hladiny pomocou determinantov zastúpených v danom bloku.

V prvej kapitole spomenieme potenciálne zdroje, ktoré môžu spôsobiť inflačné tlaky. Pozrieme sa tiež na to, aké situácie v ekonomike ich môžu vyvolať.

Akým spôsobom sa meria inflácia popisujeme v druhej kapitole. Priblížime si rozdelenie a tvorbu cenových indexov podľa metodík ŠÚ SR a porovnáme, ktorý index meria aké cenové pohyby zachytáva. Tieto poznatky nám umožnia uskutočniť správny výber cenového indikátora pri modelovaní.

V tretej kapitole sa venujeme formulácii ADL a ECM formulácii a konštrukcii korekčného člena v modeloch.

Na začiatku štvrtej kapitoly objasníme základné vlastnosti stochastických procesov a definíciu časového radu. Vysvetlíme podmienky stacionarity a integrácie, ktoré hrajú pri zostavovaní ekonometrických rovníc významnú úlohu. Nasleduje princíp testu na jednotkový koreň a teória o lineárnej kombinácii integrovaných premenných, kointegrácia. Pozrieme sa hlbšie na vzťah kointegrácie a ECM modelov a popíšeme význam charakteristických koreňov a význam hodnosti matice π . Na to, aby sme zistili, aké kointegračné vzťahy existujú medzi makroekonomickými faktormi vysvetlíme ako sa testuje existencia kointegrácie. Na záver kapitoly popíšeme priebeh testovania kointegrácie Johansenovou metodológiou.

V záverečnej kapitole uskutočníme analýzu dát a aplikujeme informácie nadobudnuté v predchádzajúcich častiach na modelovanie inflácie v troch samostatných blokoch.

1. TEORETICKÉ POZADIE VZNIKU INFLÁCIE

Pojem inflácia znamená rast cenovej úrovne toho istého produktu resp. rast ceny toho istého spotrebného koša. Je dôležité uvedomiť si, že nemožno v čase porovnávať cenu produktu, ktorého kvalita je výrazne vyššia ako v predošlom období s cenou produktu, na ktorý nevplyva technický pokrok. K vzniku inflácie môže prispieť množstvo rôznych faktorov a pre každý z nich môže existovať viacero odlišných teoretických vysvetlení. Preto príčiny vzniku inflácie prerástli v nedávnej minulosti do jednej z najviac diskutovaných makroekonomických otázok.

V nasledujúcej časti uvedieme a popíšeme niekoľko teórií o príčinách vzniku inflácie. Porovnáme aj odlišné pohľady klasickej a keynesiánskej ekonomickej teórie na túto problematiku.

1.1 Dopytom ťahaná inflácia

Nadbytok dopytu je jedným z hlavných dôvodov vzniku inflácie. Vzniká, keď úroveň celkového dopytu rastie rýchlejšie ako úroveň celkovej ponuky. Kvôli lepšej predstave, čo môže spôsobovať rast agregátneho dopytu, musíme ho rozložiť na komponenty, ktoré ho tvoria:

$$AD = C + G + I + X + IS$$

kde C je spotreba, I sú investície, G sú vládne výdavky, X je export a IS sú zásoby.

Rast ľubovoľného komponentu môže spôsobiť rast celkového dopytu, samozrejme za predpokladu, že ostatné zložky ostanú nezmenené.

V praxi môže takýto scenár nastať, keď začnú spotrebitelia míňať viac peňazí, čo môže byť spôsobené napr. zvýšením disponibilných príjmov ako výsledok poklesu úrokovej sadzby alebo zníženia daní. Prorastovo môže pôsobiť aj situácia, keď rastie spotrebiteľská dôvera, t.j. spotrebitelia začnú míňať vo väčšej miere ako im rastie ich disponibilný príjem, čím klesá miera úspor.

Podobne ak vláda výrazne zvýši svoje výdavky napr. na oživenie niektorého z rezortov, môže to spôsobiť rast celkového dopytu. Nadmerný export môže tiež spôsobiť dopytový šok.

Ak úroveň dopytu rastie rýchlejšie ako firmy stihnú ponúknuť na trhu, vzrastú ceny. Aby sa zastavil nežiaduci rast inflácie, vláda môže reagovať na neúmerny rast celkového dopytu napr. zvýšením priamych daní, znížením úrokovej sadzby alebo znížením vládnych výdavkov.

Dopytom ťahaná inflácia sa najčastejšie prejavuje, ak krajina preukazuje prudký ekonomický rozmach, ktorý je rýchlejší ako rozvoj jej produkčných kapacít. Preto je potrebné udržať rast ekonomiky na úrovni produkčných možností ekonomiky, nedovoliť jej dlhodobý rast prevyšujúci jej potenciál.

V malých otvorených ekonomikách sa neuspokojený dopyt môže prejavovať jednak zvýšením cien, ale aj zvýšením dovozov. Toto je prípad aj Slovenska, keď sa veľký domáci dopyt prejaví aj zvýšením salda obchodnej bilancie. Od tohto predpokladu zatiaľ abstrahujeme a bude témou ďalšej práce.

O príčinách zmien dopytu existujú medzi ekonómami rozdielne názory a tiež sa líšia v teóriách o účinkoch týchto zmien. Súvisí to s rozdielnou predstavou krivky celkovej ponuky, čo má za následok rozdielny posun celkového dopytu. Poznáme dva špecifické pohľady, klasický a keynesiánsky.

1.1.1 Klasický ekonomický pohľad

Analýza klasických ekonómov je založená na predpokladoch, že:

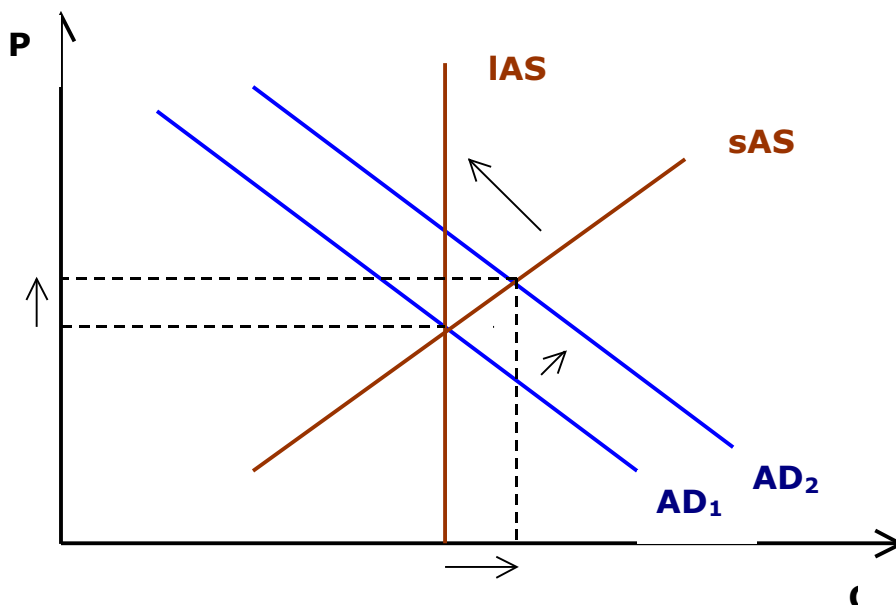
1. ceny sú dokonale pružné
2. trh práce je vždy v rovnováhe (tzn. neexistuje nedobrovoľná nezamestnanosť)

V prípade, že sú zamestnané všetky pracovné sily, ktoré chcú pracovať, potom nie je možné zvýšiť úroveň ponuky ani ak sa zvýši cenová hladina. Krivka AS bude preto zvislá a bude sa pohybovať na úrovni celkového výstupu v ekonomike, pri plnej zamestnanosti. Klasickí ekonómovia pripúšťajú, že krátkodobo bude mať AS krivka rastúci sklon.

Ak by existovala v ekonomike nedobrovoľná nezamestnanosť, t.j. prebytok pracovnej sily, poklesli by mzdy a bolo by možné zamestnať viac pracovnej sily, čo by viedlo k vzniku plnej zamestnanosti. Takto sú trhové mechanizmy schopné zabezpečiť v ekonomike stav rovnováhy a plnú zamestnanosť, a preto zásahy nie sú z dlhodobého hľadiska potrebné.

Obrázok 1 znázorňuje ako politika podporujúca vzrast celkového dopytu spôsobí posun AD krivky doprava, čím z krátkodobého hľadiska vzrastie síce národný príjem, ale z dlhodobého hľadiska vzrastú len ceny a množstvo spotrebovaných tovarov bude rovnaké.

Obr. 1



1.1.2 Keynesiánsky ekonomický pohľad

Keynesiánski ekonómovia sa odlišujú v pohľade na fungovanie trhu práce a tvrdia, že nepracuje perfektne. Klesanie miezd považujú za zložitý proces. Tvrdia, že nezamestnanosť nemusí viesť k poklesu miezd a teda nezamestnaní nebudú tak ľahko zamestnaní. Odstránenie nezamestnanosti je preto možné iba vládnymi zásahmi, ktoré oživia dopyt dostatočne na to, aby boli ľudia zamestnaní.

Keynesovská analýza je založená na nasledujúcich princípoch:

I. Ceny nemôžeme považovať za úplne pružné z nasledujúcich dôvodov:

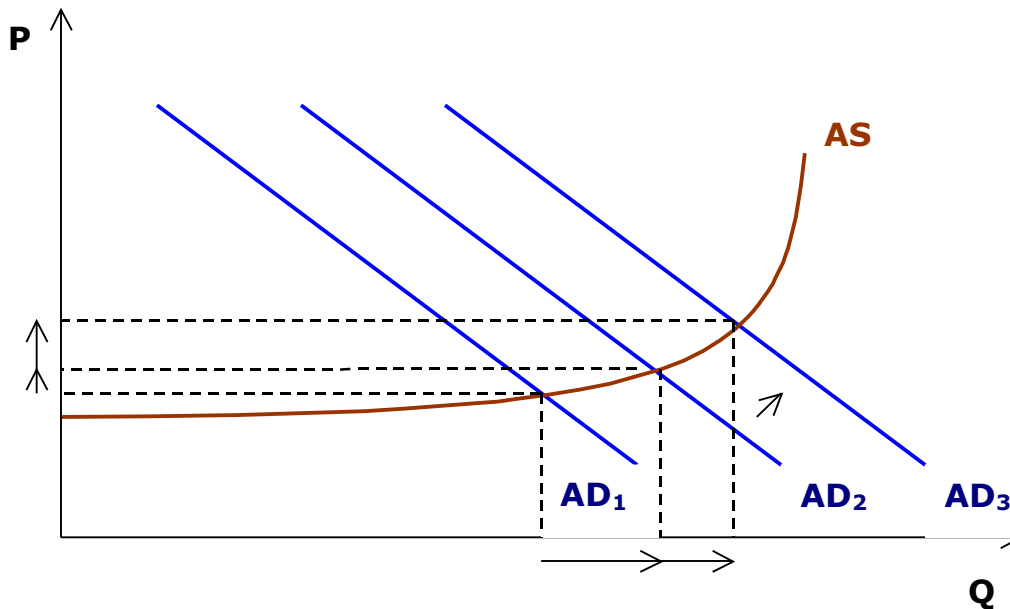
- mzdy sú v určitom intervale nepružné – vplyvom odborov
- mnohé ceny sú regulované štátom

II. Predpoklad, že dosiahnutá rovnováha bude rovnováhou pri plnej zamestnanosti je málo pravdepodobný.

Keynesiánski ekonómovia predpokladajú, že existuje nevyužitá pracovná sila, ktorá je tým väčšia, čím viac je ekonomika vzdialená od potenciálneho produktu. V ich analýze sa preto predpokladá, že vzhľadom na existujúcu nezamestnanosť môžu firmy pri danej mzde najat' do práce ľubovoľné množstvo pracovných síl. Keďže sa priemerné výrobné náklady nemenia, firmy budú ochotne vyrábať viac, pričom do určitej miery zvyšujú aj ceny svojej produkcie. Rast outputu však bude rýchlejší ako rast cien, preto bude AS krivka relatívne plochá.

Podľa keynesiánskych teórií bude mať AS krivka z krátkodobého i z dlhodobého hľadiska rovnaký sklon. Pri posune krivky AD doprava na rozdiel od klasickej ekonomickej teórie vzrastie aj množstvo vyprodukovaných tovarov, ale aj cena. Okrem toho, klasickí ekonómovia sú za nezasahovanie vlády, kdežto keynesiánski ekonómovia podporujú vládne zásahy.

Obr. 2



1.2 Nákladmi tlačaná inflácia

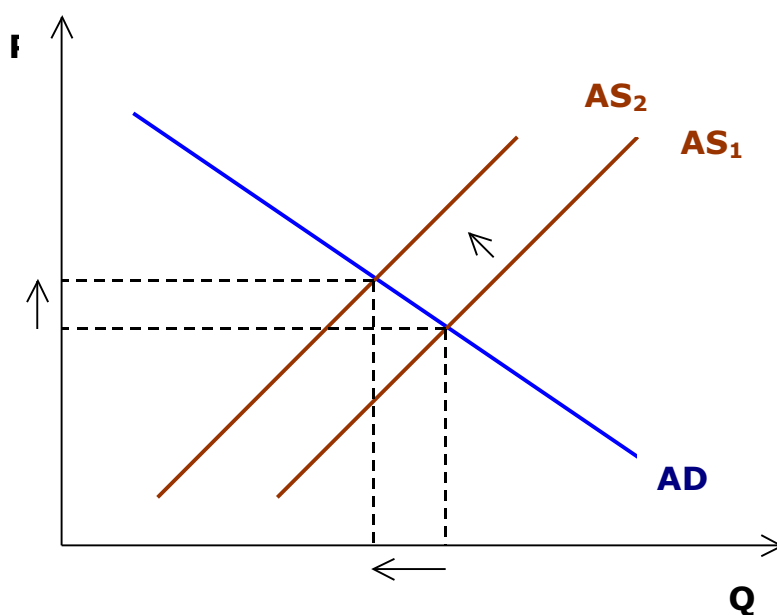
Ak ceny vstupov, teda materiálov, surovín, kapitálu, miezd atď. rastú príliš rýchlo, firmy budú musieť zvýšiť ceny svojich výrobkov, aby si udržali zisky. Práve to môže byť podnetom pre vznik rastu ceny produktov - inflácie.

Zvýšenie nákladov spôsobí zníženie agregátnej ponuky, čo sa prejaví posunom AS krivky doľava. Výsledkom bude nárast cenovej hladiny a pokles vyrobeného množstva (obrázok 3).

Aj na nákladmi tlačенú infláciu existujú tiež rôzne uhly pohľadu, napr. monetaristický ekonómia tvrdia, že nárast nákladov nespôsobí infláciu bez zvýšenia ponuky peňazí. Ich argumentom je, že ak je ponuka peňazí konštantná, rast nákladov spôsobený vyššími cenami určitých tovarov a služieb zníži množstvo peňazí, ktoré možno minúť na iné tovary a služby, čím vyvolá pokles ich cien. Preto budú vyššie ceny tovarov a služieb, ktoré spôsobili vzrast nákladov vykompenzované poklesom cien iných tovarov a služieb.

Inak prezentujú svoju teóriu keynesiáni. Tvrdia, že v súčasnej ekonomike je klesanie cien zložité. To znamená, že namiesto poklesu cien negatívny ponukový šok spôsobí recesiu, čiže pokles Q .

Obr. 3



Existuje viacero faktorov, ktoré budú tlačiť náklady hore nezávisle od celkového dopytu:

Mzdy

Ak rastú mzdy rýchlejšie ako rastie úroveň produktivity práce, môže to viesť k inflačným tlakom. Spôsobiť to môžu napr. silné odbory, ktoré by mohli byť schopné tlačiť mzdy hore nezávisle od produktivity práce. Vyššie mzdy znamenajú pre firmy vyššie náklady a tie sa z dôvodu udržania si firemných ziskov premietnu do cien.

Zisky

O nákladmi tlačenej inflácii uvažujeme aj vtedy, keď sú firmy schopné potlačiť ceny hore nezávisle od dopytu, aby mali vyššie zisky. Jednou z príčin, ktorá vyvoláva takýto typ inflácie, je nedokonalá konkurencia. Jedná sa o firmy, ktoré majú monopolné alebo oligopolné postavenie na trhu a majú veľký vplyv na trhové ceny. Ak niektorá z týchto firiem zvýši ceny a jej výrobky sú medziproduktmi iných firiem, nastáva reťazovité zvýšenie výrobných nákladov u ostatných výrobcov (sekundárne efekty), čo môže viesť k nákladmi tlačenej inflácii.

Ceny vstupných surovín

Vstupné suroviny rozdeľujeme na domáce a zahraničné (importované). V ekonomii sa často stretáme s pojmom importovaná inflácia. V súčasnosti sú väčšinou ekonomiky otvorené a mnohé firmy významnú časť surovinových materiálov alebo medziproduktov, určených na ďalšie spracovanie importujú. Ak náklady na ne vzrastú z dôvodov, ktoré firmy nemôžu ovplyvniť, sú nútené zdvihnúť ceny, aby mohli zaplatiť vyššie náklady na surovinové materiály a pritom si udržať zisky. Táto situácia môže nastať z nasledovných príčin:

- zmena cien komodít
- zmena výmenného kurzu
- externé šoky ako ropná kríza, prírodné živly, vyššia ekonomická sila krajiny...

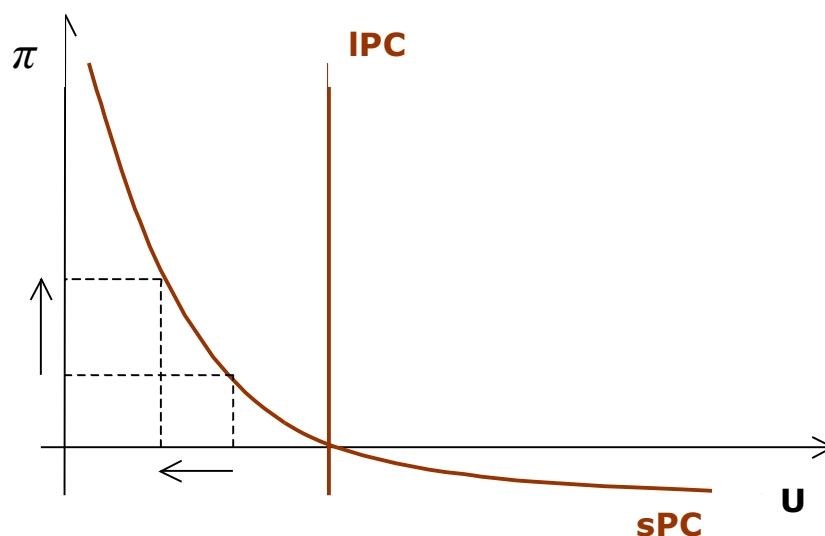
Dane

Zvýšenie daní uvalených na konečné produkty (DPH, spotrebná daň) tlačí na rast cien produktov. Myšlienka merania jadrovej inflácie, ktorá nezahŕňa vplyv daní a regulovaných cien nám umožňuje jasnejšie prezentovať skutočnú úroveň inflácie, ktorá reaguje na ekonomický vývoj. Dnes je regulovaných 23% tovarov (resp. váha týchto tovarov v spotrebnom koši), časť je regulovaná regulačným úradom (napr. ceny energií) a časť politicky (ceny energií najmä v minulosti).

1.3 Phillipsova krivka

V makroekonomike Phillipsova krivka vyjadruje inverzný vzťah medzi infláciou a nezamestnanosťou. Na túto závislosť poukázal ekonóm A.W. Phillips (1958). Poskytol štatistickú evidenciu závislosti medzi nezamestnanosťou a mierou rastu nominálnych miezd. Samuelson a Solow (1960) nahradili rast nominálnych miezd infláciou. Phillipsova krivka popisuje, že keď je miera inflácie vysoká, nezamestnanosť je nízka a naopak. Jedna z implikácií pre hospodársku politiku, vyjadrená pomocou tohto vzťahu je, že vláda môže kontrolovať nezamestnanosť a infláciu, čo predpokladajú keynesiáni. Vláda môže tolerovať primeranú mieru inflácie, tvorenú dlhovou fiškálnou politikou, alebo expanzívnu monetárnu politikou, s cieľom stimulovať ekonomiku, ktorá vyústí v nižšiu nezamestnanosť. Takýto scenár je znázornený na obrázku 4.

Obr. 4



1.4 Kvantitatívna teória peňazí

Inflácia sa chápe ako peňažný jav, preto z dlhodobého hľadiska existuje medzi infláciou a množstvom peňazí v obehu úzka súvislosť. Z tohto pohľadu by napr. hyperinflácia nemusela nastávať, keby vlády neumožňovali nadmerné vydávanie peňazí, resp. zvyšovanie množstva peňazí v obehu. Podľa tejto teórie má vo vzťahu k inflácii dôležité postavenie centrálna banka. Vieme, že rast cien zvyšuje dopyt po peniazoch. Keď centrálna banka nezvyšuje ponuku peňazí rovnakým tempom, akým rastú ceny, postupne to vedie k poklesu spotreby a investícií. Ak sa nemenia ostatné makroekonomické faktory, znamená to pokles cien.

Inflácia ako rast celkovej cenovej hladiny má teda tendenciu rásť len za predpokladu, že centrálna banka reaguje na zvýšenie dopytu po peniazoch zvýšením množstva peňazí v obehu takou istou alebo väčšou mierou.

Kvantitatívna teória peňazí teda vysvetľuje, prečo môže byť tiež nadmerný rast ponuky peňazí príčinou inflácie. Táto teória bola odvodená z Fisherovej rovnice výmeny:

$$M.V = P.Y$$

kde M je množstvo peňazí v obehu, V je rýchlosť obiehania týchto peňazí, P je cenová úroveň a Y je reálny produkt (množstvo tovarov a služieb vymieňaných za peniaze).

Rovnica je v podstate identita, ktorá bude vždy platná. Hovorí, že celkové množstvo peňazí vynásobené mierou, s akou sú využívané na transakcie, je rovné počtu týchto transakcií vynásobených cenou každej transakcie. Klasickí ekonómovia tvrdia, že V a Y by mali byť relatívne stabilné. Preto prišli k záveru, že nárast v ponuke peňazí bude viesť k inflácii (vzrast M spôsobí vzrast P). Kontrolou ponuky peňazí je teda možné kontrolovať infláciu.

1.5 Mzdovo-cenová špirála

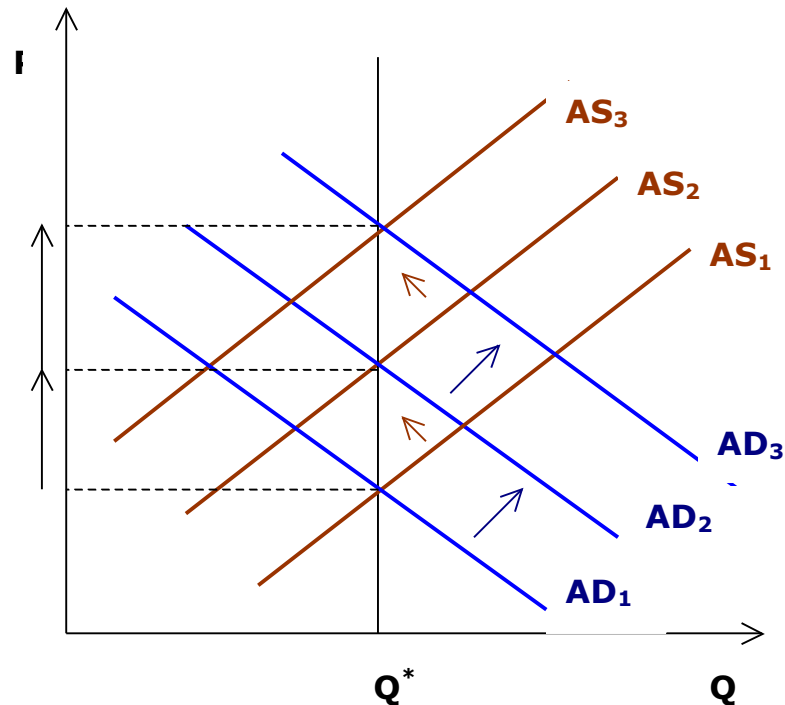
Nákladmi tlačená a dopytom ťahaná inflácia môžu spolu spôsobiť tzv. mzdovo-cenovú špirálu. Skladá sa z dvoch vzájomne interagujúcich elementov:

- i. Ak sa zvyšujú náklady, vrátane nominálnych miezd, firmy s cieľom zachovania ziskovej marže zvyšujú ceny.
- ii. Proti zvyšovaniu cien sa bránia zamestnanci tým, že tlačia na rast nominálnych miezd, čím sledujú zachytenie nárastu cenovej hladiny, aby si zachovali úroveň svojich reálnych miezd.

Tento proces je znázornený na obrázku 5. Špirála sa môže prejavovať rôznou intenzitou. To závisí napr. od toho, aká je sila odborov v danej ekonomike alebo aj od toho, ako ďaleko sa nachádza podnikateľské prostredie od dokonalej konkurencie. Špirálu tiež oslabuje alebo bráni jej vzniku, keď je rast produktivity práce minimálne taký rýchly ako rast nominálnych miezd.

Ak je ekonomika blízko potenciálneho produktu a krivka AD stúpa rovnakou rýchlosťou, cenová úroveň bude rovnako stúpať, a to v dôsledku očakávaní ľudí.

Obr. 5



1.6 Balassa-Samuelsonov efekt

Empirické pozorovania ukázali, že menej rozvinuté krajiny majú nižšie cenové hladiny. Balassa-Samuelsonov efekt v značnej miere vysvetľuje tento poznatok. Balassa (1964) a Samuelson (1964) rozlišujú tovary v zmysle obchodovateľnosti na obchodovateľné a neobchodovateľné (dobrým príkladom neobchodovateľných tovarov sú služby). Predpokladá sa nízka miera nezamestnanosti, v resp. perfektná mobilita pracovnej sily medzi sektormi, následkom čoho sa nominálne mzdy v oboch sektoroch postupne vyrovnávajú. Produktivita rastie podľa Balassa a Samuelsona rýchlejšie v sektore obchodovateľných tovarov. Môže to byť zapríčinené jednak vyššou zahraničnou konkurenciou, ktorá vytvára tlak na zefektívnenie výroby, a jednak technickým pokrokom, ktorý sa viac odrazí v obchodovateľnom sektore ako v neobchodovateľnom, keďže napr. služby sú podstatne menej náročnejšie na kapitál. Vďaka technickému pokroku rastie produktivita a s ňou rastú aj reálne mzdy v obchodovateľnom sektore. Rast reálnych miezd znamená aj rast nominálnych miezd, ktoré majú tendenciu vyrovnávať sa medzi jednotlivými sektormi vďaka spomínanej perfektnej mobilite pracovnej sily medzi sektormi. To znamená, že rastú nominálne mzdy aj v neobchodovateľnom sektore. Tu sa ale produktivita práce nezmenila, a keďže si chce obchodník udržať zisky, musí zvýšiť ceny v neobchodovateľnom sektore.

Balassa-Samuelsonov efekt hovorí, že rýchlejší rast produktivity práce v obchodovateľnom sektore sa odrazí v raste cien neobchodovateľných tovarov. Výsledkom toho je, že krajiny s vyšším rastom produktivity práce majú vyššiu celkovú infláciu.

2. MERANIE INFLÁCIE

Na meranie inflácie sa používajú cenové indexy. Cenový index je vážený priemer individuálnych cien vybraného koša reprezentatívnych výrobkov a služieb v dvoch porovnávaných obdobiach, pričom váha ceny každého tovaru odráža ekonomický význam tohto tovaru.

Medzi najvýznamnejšie cenové indexy patria:

- index spotrebiteľských cien CPI – Consumer Price Index
- index cien výrobcov PPI – Producer Price Index
- deflátor HDP

2.1 Index spotrebiteľských cien CPI

Meria náklady na obstarávanie vybraných skupín tovarov a služieb, tzv. cenový kôš, kde každý statok má svoju váhu, čo odráža jeho dôležitosť v spotrebe.

Z populačného hľadiska index pokrýva okolo 90% domácností. Zahŕňa 5 nasledovných skupín populácie:

- zamestnanci
 - manuálne pracujúci zamestnanci mimo poľnohospodárstva
 - nemanuálne pracujúci zamestnanci
- osoby samostatne činné
- roľníci
- dôchodcovia
- inštitucionálne domácnosti

Člení sa do 12 odborov, 44 skupín, 101 tried podľa klasifikácie COICOP (verzia COICOP z decembra 1999). Zahŕňa všetky tovary a služby kupované obyvateľstvom za účelom spotreby; náklady na priamu daň, peňažné dary, herne a nelegálne aktivity sú vylúčené.

Výpočet CPI je založený na spotrebnom koši 701 položiek (reprezentantov). Referenčné obdobie indexu je December 2000 (index = 100), základné obdobie pre váhy je kalendárny rok 2005.

Ceny sú zisťované mesačne, počas prvých 20 dní sledovaného mesiaca. Mesačné hodnoty sa následne prevážia do Laspeyresovho vzorca na výpočet indexu.

Laspeyresov vzorec:

$$CPI = \frac{\sum_{i=1}^n p_t^i q_0^i}{\sum_{i=1}^n p_0^i q_0^i} \cdot 100$$

Kde p_t^i - je cenová hladina i-teho tovaru (služby) v čase t

p_0^i - je cenová hladina i-teho tovaru (služby) v základnom časovom období

q_0^i - predané množstvo i-teho tovaru (služby) v bázičkom období

Jeho nedostatkom je, že nezohľadňuje zmeny v preferenciách spotrebiteľov a zmeny v kvalite.

2.2 Index cien výrobcov PPI

Index cien priemyselných výrobcov PPI vyjadruje mieru cenových zmien súboru vybraných významných výrobkov (reprezentantov) stálej kvality vyrábaných výrobcami v priemysle určených pre domáci trh, na export a v úhrne. Úhrnný index sa počíta ako vážený aritmetický priemer subindexov tuzemska a exportu. Cena tuzemského tovaru je dohodnutou cenou medzi výrobcom a prvým odberateľom bez DPH a spotrebných daní. Cena exportovaného tovaru je dohodnutou a fakturovanou cenou medzi výrobcom a zahraničným odberateľom (bez DPH). Cena je prepočítaná na domácu menu platným výmenným kurzom NBS.

Pozorovaná vzorka sleduje v približne 800 spravodajských jednotkách cenový vývoj asi 6500 výrobkov (reprezentantov). Spravodajská jednotka vykazuje ceny vybraných výrobkov mesačne.

Základné obdobie váh indexu je kalendárny rok 2005, referenčné obdobie je december 2000, rovnako ako je to v prípade CPI indexu. Váhy sú upresňované každých 5 rokov. Index PPI je prepočítaný tým istým Laspeyresovým vzorcom ako je to v prípade CPI.

2.3 Deflátor HDP

Deflátor HDP vyjadruje zmenu cien v celkovom HDP. Popri Indexe spotrebiteľských cien (CPI) je HDP deflátor ďalším spôsobom merania inflácie. Na rozdiel od CPI však nesleduje len pevný spotrebiteľský koš tovarov a služieb, ale všetky ekonomikou produkované tovary a ponúkané služby. Údaje o výške HDP sú zverejňované štvrťročne, a preto nie je takým pohotovým indikátorom ako sú mesačné makroekonomické ukazovatele.

Vypočítava sa pomocou vzorca:

$$defHDP_t = \frac{HDP_t^n}{HDP_t^r}$$

kde HDP_t^n je nominálny HDP v čase t a HDP_t^r je HDP v stálych cenách čase t.

3. ADL a ECM FORMULÁCIA

Východiskom pre konštrukciu modelov s korekčným členom je analýza dynamických vlastností vzťahov medzi premennými založená na modeloch s autoregresne rozdelenými oneskoreniami, Autoregressive Distributed Lags – ADL(m, n, p).

m – je stupeň oneskorenia závislej premennej

n – je najvyšší stupeň oneskorenia v rámci spomedzi nezávisle premenných

p – je počet vysvetľujúcich premenných

Najjednoduchšou formou ADL je ADL(1,1,1) vyjadrený nasledovne:

$$Y_t = a_0 + a_1 Y_{t-1} + b_0 X_t + b_1 X_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.11)$$

kde ε_t je biely šum. Jednoduchou transformáciou môžeme vzťah (3.11), ktorý vyjadruje korekčný člen explicitne:

$$\Delta Y_t = a_0 + b_0 \Delta X_t + (a_1 - 1)(Y_{t-1} - X_{t-1}) + c X_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.12)$$

$$\text{kde } c = a_1 + b_0 + b_1 - 1 \quad (3.13)$$

Modely ADL sú vo všeobecnosti dynamické. Aby sme získali dlhodobé statické riešenie, je nevyhnutné predpokladať platnosť vzťahov:

$$Y_t = Y_{t-1} = \dots = Y_0 = E(Y_t) = Y^* \quad (3.14.a)$$

$$X_t = X_{t-1} = \dots = X_0 = E(X_t) = X^* \quad (3.14.b)$$

$$\Delta X_t = \Delta Y_t = 0 \quad (3.14.c)$$

Substitúciou pomocou týchto predpokladov a riešením vzťahu (3.11) dostaneme:

$$Y^* = \delta_0 + \delta_1 X^* \quad (3.15)$$

$$\text{kde } \delta_0 = \frac{a_0}{1 - a_1}, \quad \delta_1 = \frac{b_0 + b_1}{1 - a_1} \quad (3.16)$$

Vzťah (3.12) interpretujeme ako dlhodobé riešenie a parameter δ_1 voláme dlhodobý multiplikátor. Vzťahy (3.14) – (3.16) platia len ak $a_1 \neq 1$. Parameter a_1 interpretujeme ako intenzitu zotrvačnosti. Preto je model ADL(1,1) je dlhodobé stabilný, ak $|a_1| < 1$. Z toho vyplýva, že modely založené na prvých diferenciách typu:

$$\Delta Y_t = a_0 + b_0 \Delta X_t + \varepsilon_t \quad (3.17)$$

nemajú dlhodobé statické riešenie.

Transformáciou (3.12) pomocou vzťahov (3.15) a (3.16) dostávame:

$$\Delta Y_t = a_0 + b_0 \Delta X_t + (a_1 - 1)(Y_{t-1} - \delta_1 X_{t-1}) + \varepsilon_t \quad (3.18.a)$$

Vzťah (3.18.a) je ekvivalentný so vzťahom:

$$\Delta Y_t = b_0 \Delta X_t + (a_1 - 1)(Y_{t-1} - \delta_0 - \delta_1 X_{t-1}) + \varepsilon_t \quad (3.18.b)$$

Ak by vysvetľovaná premenná neopustila trajektóriu dlhodober rovnováhy, potom pre každé obdobie ($t - 1$):

$$Y^* = E(Y_{t-1}) = E(\delta_0 + \delta_1 X_{t-1}) = \delta_0 + \delta_1 E(X_{t-1}) = \delta_0 + \delta_1 X_{t-1} \quad (3.19)$$

Vzťah (3.18.a) je potom ekvivalentný so vzťahom:

$$\Delta Y_t = b_0 \Delta X_t - (1 - a_1)(Y_{t-1} - Y^*) + \varepsilon_t \quad (3.20)$$

Člen $(Y_{t-1} - Y^*)$ meria chybu, ktorá vznikla v predchádzajúcom období. Nazývame ju člen korigujúci chyby. Vďaka tomu, že všetky uvedené rovnice majú rovnakú náhodnú zložku ε_t , môžeme odhadovať parametre modelu priamo v danej forme. Preto môžeme rovnicu (3.11) považovať za ECM model, lebo parameter prislúchajúci premennej $Y_{t-1} - X_{t-1}$ sa rovná parametru pri korekčnom člene v ECM modeloch.

ECM modely sú krátkodobé. Parameter b_0 sa nazýva krátkodobý multiplikátor. Indikuje ako porušenie vzťahu rovnováhy, tak aj vplyv krátkodober závislosti medzi závisle a nezávisle premennou. Všetky vzťahy a transformácie, ktoré sa týkali modelov ADL a ECM, možno zovšeobecniť pre prípad, keď $p > 1$ t.j. ADL(1,1,p).

4. STOCHASTICKÉ PROCESY A ICH VLASTNOSTI

Stochastický proces je v čase usporiadaná postupnosť náhodných veličín $X(s, t)$, $s \in S$, $t \in T$, kde S je výberový priestor a T je postupnosť indexov. Takto definovaný stochastický proces budeme pre zjednodušenie označovať $\{X_t\}$. Ak T obsahuje len konečne veľa alebo spočítateľne veľa hodnôt, hovoríme o stochastickom procese s diskretným časom, ktorý sa zvykne nazývať aj časový rad.

Pre stochastický proces $\{X_t\}$ definujeme:

- funkciu stredných hodnôt: $E(X_t)$
- funkciu variancie: $Var(X_t) = E(X_t - E(X_t))^2$
- kovariančnú funkciu pre $\{X_t\}$ a $\{Y_t\}$: $Cov(X_t, Y_t) = E(X_t - E(X_t))(Y_t - E(Y_t))$

4.1 Stacionarita a integrovanosť stochastických procesov

Stochastický proces sa nazýva *slabo stacionárny* ak pre každé t platí:

1. $E(X_t) = \mu$
2. $Var(X_t) = \sigma^2$
3. $Cov(X_t, Y_t) = Cov(X_{t+k}, Y_{t+k})$ pre každé k .

Stredná hodnota ani variancia nezávisia od času t a kovariancia závisí len od vzdialenosti argumentov. Príkladom stacionárneho procesu je biely šum. Biely šum ε_t je stochastický proces s nasledujúcimi vlastnosťami:

$$E(\varepsilon_t) = 0$$

$$E(\varepsilon_{it}, \varepsilon_{jt}) = \begin{cases} \sigma_\varepsilon^2, & i = j \\ 0, & i \neq j. \end{cases}$$

V praxi sa stretávame hlavne s nestacionárnymi procesmi. My sa budeme zaoberať iba špeciálnym typom nestacionárnych procesov, a to tzv. integrovanými procesmi.

Integrovaný proces rádu d je taký stochastický proces, ktorý po diferencovaní rádu d dáva stacionárny proces. Označujeme ho ako $I(d)$. Jednoduchým príkladom $I(1)$ procesu je proces tvaru $X_t = X_{t-1} + \varepsilon_t$, kde ε_t je biely šum. Prvá diferencia má tvar $\Delta X_t = X_t - X_{t-1} = \varepsilon_t$, čo už je stacionárny proces. Najčastejšie sa stretneme s $I(1)$, prípadne s $I(2)$ procesmi. Na overenie, či je daný proces $I(1)$ sa používajú tzv. testy na jednotkový koreň (Unit Root Test).

4.2 Testy na jednotkový koreň pre časové rady

Majme časový rad X_t určený nasledovným predpisom:

$$X_t = \rho X_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$X_0 = 0$$

kde ε_t je biely šum. Daný časový rad je pre $|\rho| < 1$ stacionárny, pre $|\rho| \geq 1$ nestacionárny. Po odpočítaní X_{t-1} od oboch strán dostaneme:

$$\Delta X_t = \alpha X_{t-1} + \varepsilon_t, \quad \alpha = \rho - 1 \tag{4.11}$$

Prvá diferencia ΔX_t je pre $\alpha = 0$ stacionárny časový rad. Aby časový rad X_t bol $I(1)$ musí platiť $\rho = 1$. Testovanie $\rho = 1$ je totožné s testovaním $\alpha = 0$. Základná myšlienka Dickey-Fullerovho testu spočíva v odhadnutí vzťahu (4.11) a testovaní nulovej hypotézy $H_0: \alpha = 0$. Testovacia štatistika v tomto prípade nemá štandardné t-rozdelenie. Kritické hodnoty vypočítali vo svojej práci Dickey a Fuller (1979) a MacKinnon pre tieto modely:

$$\text{i) } X_t = \rho_a X_{t-1} + \varepsilon_t \quad (4.12)$$

$$\text{ii) } X_t = \mu_b + \rho_b X_{t-1} + \varepsilon_t \quad (4.13)$$

$$\text{iii) } X_t = \mu_c + \lambda_c t + \rho_c X_{t-1} + \varepsilon_t \quad (4.14)$$

Proces (4.12) obsahuje len náhodné členy, procesy (4.13) a (4.14) obsahujú aj deterministické členy. Zamietanie nulovej hypotézy znamená, že časový rad nemá jednotkový koreň. Tento Dickey-Fullerov test možno použiť, iba ak je X_t AR(1) proces. Poznáme aj rozšírený DF test (Augmented Dickey-Fuller Test) pre proces X_t typu AR(p), ktorý zahŕňa $p-1$ lagov diferencií do odhadovanej rovnice:

$$\Delta X_t = \alpha X_{t-1} + \sum_{i=2}^p \beta_i \Delta X_{t-1-i} + \varepsilon_t \quad (4.15)$$

4.3 Kointegrácia

Kointegrácia je lineárna kombinácia integrovaných premenných. Pre formálne zadefinovanie pojmu kointegrácia uvažujme množinu premenných, ktoré v rovnováhe z dlhodobého časového hľadiska splňajú vzťah:

$$\beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + \dots + \beta_n x_{nt} = 0 \quad (4.16)$$

Ak si x_t a β_t označíme ako vektory $x_t = (x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{nt})^T$ a $\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$, tak vzťah (3.3.1)(4.16) môžeme písať ako $\beta x_t = 0$. Nech e_t sú také odchýlky od dlhodobej rovnováhy, že môžeme písať:

$$e_t = \beta x_t \quad (4.17) \quad (3.3.2)$$

Potom rovnováha je zmysluplná iba vtedy, ak proces e_t je stacionárny. Engle a Granger (1987) ponúkajú nasledovnú definíciu kointegrácie.

Hovoríme, že zložky vektora $x_t = (x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{nt})^T$ sú kointegrované rádu d , b , označ.: $x_t \sim CI(d, b)$, ak:

1. Všetky komponenty vektora x_t sú integrované rádu d .
2. Existuje vektor $\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$ taký, že lineárna kombinácia

$$\beta x_t = \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + \dots + \beta_n x_{nt}$$

je integrovaná rádu $(d-b)$, kde $b > 0$. Vektor β nazývame kointegračný vektor.

Poznámky:

1. Kointegrácia sa vzťahuje iba na lineárnu kombináciu nestacionárnych premenných.

2. Kointegračný vektor nie je daný jednoznačne. Ak $\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$ je kointegračný vektor, tak aj pre každé nenulové λ je $\lambda\beta = (\lambda\beta_1, \lambda\beta_2, \dots, \lambda\beta_n)$ kointegračný vektor.

Táto vlastnosť sa mnohokrát využíva na normalizovanie kointegračného vektora vzhľadom na niektorú premennú vektora x_t . Ak chceme normalizovať kointegračný vektor vzhľadom na x_{it} (vzhľadom na i -tu premennú vektora x_t), volíme $\lambda = 1/\beta_i$

3. O kointegrácii uvažujeme len vtedy, ak všetky premenné sú rovnakého rádu integrácie. Neznamená to však, že všetky premenné rovnakého rádu integrácie musia byť automaticky kointegrované.

4. Pre n -rozmerný vektor $x_t = (x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{nt})^T$ môže existovať až $n-1$ lineárne nezávislých kointegračných vektorov. Počet lineárne nezávislých kointegračných vektorov sa zvykne označovať ako kointegračná hodnota (cointegrating rank) vektora x_t .

5. V literatúre sa zvykne označovať pojmom „kointegrácia“ prípad CI(1,1). Ide zrejme o najčastejší prípad kointegračného vzťahu, pretože v ekonomických úlohách sa vyskytujú väčšinou premenné typu I(1). My sa ďalej v texte budeme taktiež zaoberať len týmto špecifickým prípadom.

4.3.1 Kointegrácia a vzťah medzi trendovými zložkami

V nasledovnej sekcii sa pokúsime zdôvodniť, aký je skutočný vzťah medzi trendovými zložkami kointegrovaných premenných. Pre jednoduchosť uvažujme najprv príklad dvoch nestacionárnych radov I(1):

$$\begin{aligned} y_t &= \mu_{yt} + \varepsilon_{yt} \\ z_t &= \mu_{zt} + \varepsilon_{zt} \end{aligned} \quad (4.18)$$

Kde μ_{it} predstavuje proces náhodnej prechádzky a ε_{it} je stacionárny rad (nie nutne biely šum).

Ak premenné y_t a z_t majú byť CI(1, 1), tak musia existovať nenulové β_1 a β_2 také, že lineárna kombinácia $\beta_1 y_t + \beta_2 z_t$ je stacionárna. Po dosadení

$$\beta_1 y_t + \beta_2 z_t = \beta_1 (\mu_{yt} + \varepsilon_{yt}) + \beta_2 (\mu_{zt} + \varepsilon_{zt}) = (\beta_1 \mu_{yt} + \beta_2 \mu_{zt}) + (\beta_1 \varepsilon_{yt} + \beta_2 \varepsilon_{zt}) \quad (4.19)$$

Člen $(\beta_1 \varepsilon_{yt} + \beta_2 \varepsilon_{zt})$ na pravej strane rovnice je stacionárny. Ak má byť $\beta_1 y_t + \beta_2 z_t$ stacionárny, tak výraz $(\beta_1 \mu_{yt} + \beta_2 \mu_{zt})$ na pravej strane sa v rovnici musí byť nulový. Teda musí platiť:

$$(\beta_1 \mu_{yt} + \beta_2 \mu_{zt}) = 0. \quad (4.20)$$

Tento vzťah je v tomto prípade nutnou aj postačujúcou podmienkou, aby y_t a z_t boli CI(1,1). Keďže sme predpokladali, že β_1 a β_2 sú nenulové, tak (4.18) platí práve vtedy, ak

$$\mu_{yt} = -\frac{\beta_2}{\beta_1} \mu_{zt} \quad (4.21)$$

Tento vzťah nám hovorí, že ak dva I(1) stochastické procesy sú kointegrované rádu CI(1,1), tak až na skalár $-\beta_2/\beta_1$ musia mať rovnaké stochastické trendy.

Predošlú úvahu môžeme ľahko zovšeobecniť pre prípad n premenných. Nech pre $\forall i: 1 \leq i \leq n$ je x_{it} integrovaný proces pozostávajúci zo stochastického trendu μ_{it} a nejakej chybovej stacionárnej zložky ε_t . Označme si x_t , μ_t a ε_t ako vektory. Potom môžeme písať:

$$x_t = \mu_t + \varepsilon_t \quad (4.22)$$

kde $x_t = (x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{nt})^T$, $\mu_t = (\mu_{1t}, \mu_{2t}, \dots, \mu_{nt})^T$ a $\varepsilon_t = (\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t}, \dots, \varepsilon_{nt})^T$.

Ak jeden z trendov sa dá vyjadriť ako lineárna kombinácia ostatných trendov, tak existuje vektor $\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$ taký, že

$$\beta_1 \mu_{1t} + \beta_2 \mu_{2t} + \dots + \beta_n \mu_{nt} = 0 \quad (4.23)$$

Prenásobením každého i -teho riadku v (4.22) číslom β_i a sčítaním dostaneme

$$\beta x_t = \beta \mu_t + \beta \varepsilon_t \quad (4.24)$$

Keďže podľa (4.23) $\beta \mu_t = 0$ vzťah (4.24) sa nám redukuje na tvar $\beta x_t = \beta \varepsilon_t$, z čoho vyplýva, že lineárna kombinácia βx_t je stacionárna, teda β je kointegračný vektor. Opačne by sme mohli tvrdiť, že ak pre premenné x_{1t}, \dots, x_{nt} existuje kointegračný vektor β , tak zrejme niektorá trendová zložka sa dá napísať ako lineárna kombinácia ostatných.

Nech vektory x_t , μ_t a ε_t sú stále rovnako definované ako v (4.22). Uvažujme ale prípad, že medzi trendovými zložkami existuje $r < n$ lineárnych vzťahov takých, že platí

$$\begin{aligned} \beta_{11} \mu_{1t} + \beta_{12} \mu_{2t} + \dots + \beta_{1n} \mu_{nt} &= 0 \\ \beta_{21} \mu_{1t} + \beta_{22} \mu_{2t} + \dots + \beta_{2n} \mu_{nt} &= 0 \\ &\vdots \\ \beta_{r1} \mu_{1t} + \beta_{r2} \mu_{2t} + \dots + \beta_{rn} \mu_{nt} &= 0 \end{aligned} \quad (4.25)$$

Označme si teraz β ako maticu

$$\begin{pmatrix} \beta_{11} & \dots & \beta_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta_{r1} & \dots & \beta_{rn} \end{pmatrix} \quad (4.26)$$

Potom (4.25) sa dá prepísať na tvar

$$\beta \mu_t = 0 \quad (4.27)$$

Podobnou úvahou ako v predošlom odseku prideme k záveru, že musí platiť $\beta x_t = \beta \varepsilon_t$, z čoho vyplýva, že βx_t je stacionárne. Ale keďže teraz β bola matica typu $(r \times n)$, tak výraz βx_t nám predstavuje r stacionárnych lineárnych kombinácií, resp. každý riadok výrazu βx_t je stacionárny. Konkrétne:

$$\beta x_t = \begin{pmatrix} \beta_{11} & \cdots & \beta_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta_{r1} & \cdots & \beta_{rn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{1t} \\ \vdots \\ x_{nt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta_{11}x_{1t} + \cdots + \beta_{1n}x_{nt} \\ \vdots \\ \beta_{r1}x_{1t} + \cdots + \beta_{rn}x_{nt} \end{pmatrix} = \beta \varepsilon_t \sim I(0)$$

$$\beta_{11}x_{1t} + \cdots + \beta_{1n}x_{nt} \sim I(0)$$

$$\dots \dots \dots \sim I(0)$$

$$\beta_{r1}x_{1t} + \cdots + \beta_{rn}x_{nt} \sim I(0)$$

Inými slovami, každý riadok matice β predstavuje kointegračný vektor.

3.3.2 Vzťah kointegrácie a error correction modelov

V predošlých častiach sme zistili, že kointegrované premenné vhodnou lineárnou kombináciou v dlhodobom časovom horizonte majú tendenciu približovať sa k nejakému rovnovážnemu stavu, ktorý je stacionárny. Schopnosť systému nevychýliť sa príliš od dlhohodobej rovnováhy môže byť zaručená len vtedy, ak aspoň niektoré premenné vhodne reagujú na výkyvy od vyváženého stavu. Túto situáciu by mal matematicky popisovať error-correction model.

Hovoríme, že vektor $x_t = (x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{nt})^T$, ktorého zložky sú $I(1)$ má error-correction reprezentáciu, keď sa dá vyjadriť vo forme:

$$\Delta x_t = \pi_0 + \pi x_{t-1} + \pi_1 \Delta x_{t-1} + \pi_2 \Delta x_{t-2} + \dots + \pi_p \Delta x_{t-p} + \varepsilon_t \quad (4.28)$$

- kde
- π_0 - je $(n \times 1)$ vektor priesečníkov so zložkami π_{i0}
 - π_i - matica $(n \times n)$ s elementami $\pi_{jk}(i)$
 - π - matica s elementami π_{jk} takými, že jedno alebo viac $\pi_{jk} \neq 0$
 - ε_t - vektor $(n \times 1)$ s elementami ε_{it}

Keďže všetky premenné x_{1t}, \dots, x_{nt} ako zložky vektora x_t sú $I(1)$ a existuje error-correction model (4.28), tak existuje lineárna kombinácia premenných x_{1t}, \dots, x_{nt} , ktorá je stacionárna. Ukážeme to úpravou (4.28), kedy dostávame:

$$\pi x_{t-1} = \Delta x_t - \pi_0 - \sum \pi_i \Delta x_{t-1} - \varepsilon_t \quad (4.29)$$

Každý výraz na pravej strane je stacionárny, preto aj πx_{t-1} je stacionárne. Tým pádom riadky matice π predstavujú kointegračné vektory. Výraz πx_{t-1} popisuje dlhodobý rovnovážny stav, prípadne niekoľko rovnovážnych stavov v závislosti od počtu lineárne nezávislých kointegračných vektorov.

Príklad:

Pre prípad dvoch premenných vzťah (4.28) môže nadobúdať nasledovný tvar:

$$\begin{aligned}\Delta y_t &= \pi_{10} - \alpha_y (y_{t-1} - \beta z_{t-1}) + \sum \pi_{11}(i) \Delta y_{t-1} + \sum \pi_{12}(i) \Delta z_{t-1} + \varepsilon_{yt} \\ \Delta z_t &= \pi_{20} - \alpha_z (y_{t-1} - \beta z_{t-1}) + \sum \pi_{21}(i) \Delta y_{t-1} + \sum \pi_{22}(i) \Delta z_{t-1} + \varepsilon_{zt}\end{aligned}$$

Ak predpokladáme, že premenné y_t a z_t spĺňajú dlhodobý rovnovážny stav $y_t = \beta z_t$, tak rovnice popisujú dynamiku správania sa daných premenných, ak sa momentálne nenachádzajú vo svojom rovnovážnom stave.

Vzťah medzi error-correction modelmi a kointegráciou je preto nasledovný:

Keďže o y_t a z_t predpokladáme, že sú I(1), tak ich diferencie, ľavé strany rovníc, sú stacionárne. Ak rovnice majú dávať zmysel, tak aj pravé strany musia byť stacionárne, teda $(y_t - \beta z_t)$ musí byť I(0), z čoho vyplýva, že (y_t, z_t) sú kointegrované rádu CI(1,1) s kointegračným vektorom $(1, -\beta)$, ktorý vlastne udáva dlhodobý rovnovážny stav.

Členy a_y a a_z sa zvyknú interpretovať ako koeficienty popisujúce rýchlosť zmeny (speed of adjustment parameters).

- čím je a_y väčšie, o to viacej Δy_t reaguje na výchylky od rovnovážneho stavu.
- ak oba koeficienty a_y aj a_z sú nulové, tak dlhodobý rovnovážny stav medzi y_t a z_t neexistuje a daný výraz nepredstavuje error-correction model.
- v praxi pri odhadovaní takéhoto modelu sa nám môže stať, že niektorý z parametrov a_y a a_z nebude mať také znamienko, aké sa od neho teoreticky očakáva. Potom hovoríme, že daný parameter a zároveň jemu prislúchajúca premenná pôsobí destabilizujúco. Mohlo by sa teda zdať, že reálny model nie je celkom v súlade s teóriou. Zvykne sa preto testovať, či koeficient s „nesprávnym“ znamienkom je štatisticky významný.

V súvislosti s rovnicou (4.28) by sa mohla vyskytnúť otázka, akým spôsobom vlastne vznikne takýto tvar modelu. Pre zodpovedanie stačí uvažovať rovnicu:

$$x_t = Ax_{t-1} + \varepsilon_t \quad (4.30)$$

kde x_t - je (n x 1) vektor $(x_{1t}, \dots, x_{nt})^T$
 ε_t - je (n x 1) vektor $(\varepsilon_{1t}, \dots, \varepsilon_{nt})^T$
 A - je (n x n) matica parametrov

Odpočítanie x_{t-1} z každej strany rovnice (4.30) vedie ku vzťahu

$$\begin{aligned}x_t - x_{t-1} &= -x_{t-1} + Ax_{t-1} + \varepsilon_t \\ \Delta x_t &= -(I - A)x_{t-1} + \varepsilon_t\end{aligned}$$

kde I predstavuje jednotkovú ($n \times n$) maticu. Ak si označíme $\pi = -(I - A)$, tak pôvodná rovnica (4.30) nadobúda tvar

$$\Delta x_t = \pi x_{t-1} + \varepsilon_t \quad (4.31)$$

čo je špeciálny prípad všeobecného modelu (4.28), v ktorom by boli všetky π_i nulové. Pre naše účely sa však stačí zaoberať aj týmto modelom, keďže dôležitú úlohu zohráva práve matica π .

V prípade, že hodnosť matice π by bola nulová, čo zodpovedá situácii, že všetky jej prvky sú nulové, tak rovnica (4.31) sa redukuje na tvar $\Delta x_t = \varepsilon_t$.

Nevystupuje tu člen πx_{t-1} , ktorý by nám popisoval dlhodobú rovnováhu. Okrem toho, ak $\Delta x_t = \varepsilon_t$, tak pre každé i platí, $\Delta x_{it} = \varepsilon_{it}$, čiže $\Delta x_{it} \sim I(0)$ a preto $x_{it} \sim I(1)$. Vidíme, že každý proces x_{it} je integrovaný rádu jedna a neexistuje medzi nimi lineárna kombinácia, ktorá by bola stacionárna.

Iný prípad nastáva, ak matica π má plnú hodnosť. Potom rovnica (4.31) ostáva zachovaná a výraz πx_{t-1} popisuje dlhodobý rovnovážny stav, v ktorom platí $\pi x_{t-1} = 0$.

Po rozpísaní dostávame n rovníc; n nezávislých reštrikcií:

$$\begin{aligned}\pi_{11}x_{1t} + \pi_{12}x_{2t} + \dots + \pi_{1n}x_{nt} &= 0 \\ \pi_{21}x_{1t} + \pi_{22}x_{2t} + \dots + \pi_{2n}x_{nt} &= 0 \\ &\vdots \\ \pi_{n1}x_{1t} + \pi_{n2}x_{2t} + \dots + \pi_{nn}x_{nt} &= 0\end{aligned}$$

pričom rovnováhu sme kvôli prehľadnosti vyjadrili v čase t a nie v čase $t-1$.

My sme však predpokladali, že matica π má plnú hodnosť, teda je regulárna, a preto systém rovníc $\pi x_t = 0$ má len jediné, triviálne riešenie: $x_t = 0$ ($x_{1t} = x_{2t} = \dots = x_{nt} = 0$). To implikuje stacionárnosť premenných x_{1t}, \dots, x_{nt} .

Ostal nám už len posledný prípad, kedy hodnosť matice je r , pričom $0 < r < n$. Vtedy existuje r kointegračných vektorov, ktoré sú určené r lineárne nezávislými riadkami matice π . Napríklad, ak $r = 1$, tak existuje jediný kointegračný vektor daný ľubovoľným riadkom matice π . Každý rad x_{it} môže byť vyjadrený v tvare error-correction. Príkladom môže byť zápis pre Δx_{it} :

$$\Delta x_{it} = \pi_{i1}x_{1t-1} + \pi_{i2}x_{2t-1} + \pi_{i3}x_{3t-1} + \dots + \pi_{in}x_{nt-1} + \varepsilon_{it}$$

čo sa dá po substitúcii $\alpha_1 = \pi_{i1}, \beta_{1j} = \pi_{ij} / \pi_{i1}$ normalizovať vzhľadom na premennú x_{1t-1} :

$$\Delta x_{it} = \alpha_1(x_{1t-1} + \beta_{12}x_{2t-1} + \beta_{13}x_{3t-1} + \dots + \beta_{1n}x_{nt-1}) + \varepsilon_{it}$$

Potom v dlhodobom horizonte x_{it} spĺňajú vzťah:

$$x_{1t} + \beta_{12}x_{2t} + \beta_{13}x_{3t} + \dots + \beta_{1n}x_{nt} = 0$$

kde normalizovaný kointegračný vektor je $(1, \beta_{12}, \beta_{13}, \dots, \beta_{1n})$.

Teraz, keď už rozumieme pojmu kointegrácia, ostáva nám ešte vysvetliť spôsob testovania a hľadania kointegračných vzťahov. Toto bude náplňou ďalších riadkov, pričom zameriame sa na najznámejší spôsob, na Johansenovu metodológiu. Tá je založená na správnom odhade hodnoty matice π vystupujúcej v error-correction modeli.

3.3.3 Hodnosť matice a charakteristické korene

Pripomeňme si rovnicu (4.31), ktorá bola tvaru

$$\Delta x_t = \pi x_{t-1} + \varepsilon_t$$

Došli sme k záveru, že ak hodnosť štvorcovej matice π typu $(n \times n)$ bude r , pričom $0 < r < n$, tak zrejme bude existovať r lineárne nezávislých kointegračných vektorov. Preto, ak budeme vedieť vhodným spôsobom otestovať hodnotu matice π , tak budeme vlastne vedieť počet kointegračných vzťahov v rovnovážnom stave. Ešte predtým ako popíšeme samotný spôsob testovania, pozrime sa na mierne modifikovaný prípad rovnice (4.31).

$$\Delta x_t = A_0 + \pi x_{t-1} + \varepsilon_t \quad (4.32)$$

Na pravú stranu sme zahrnuli deterministický člen, ktorý sa v literatúre zvykne označovať ako drift. Je to vektor konštánt typu $(n \times 1)$: $A_0 = (a_{10}, a_{20}, \dots, a_{n0})^T$.

Vektory x_t a ε_t matice π sú zadefinované rovnako ako v (4.31).

Vzťahom (4.32) pripúšťame možnosť, že dáta zahŕňajú časový trend. Ak premenné vykazujú určitú tendenciu rásť alebo klesať, tak má zmysel hľadať model v tomto tvare. Potom v dlhodobom horizonte v rovnovážnom stave, keď $\pi x_{t-1} = 0$, má rad Δx_t očakávanú hodnotu a_{i0} . Niekedy sa nám môže podariť zahrnúť vektor A_0 do matice π tak, že dostaneme nejakú novú maticu π^* a člen A_0 už nebude vystupovať v rovnici (4.32) ako deterministický trend. Dá sa to, ak prvky vektora A_0 spĺňajú medzi sebou podobné vzťahy ako kointegračné vektory. Napríklad, ak hodnosť matice π je 1, tak riadky matice π sa líšia len nejakým násobkom, teda (4.32) môžeme písať v tvare

$$\begin{aligned} \Delta x_{1t} &= \pi_{11}x_{1t-1} + \pi_{12}x_{2t-1} + \dots + \pi_{1n}x_{nt-1} + a_{10} + \varepsilon_{1t} \\ \Delta x_{2t} &= s_2(\pi_{11}x_{1t-1} + \pi_{12}x_{2t-1} + \dots + \pi_{1n}x_{nt-1}) + a_{20} + \varepsilon_{2t} \\ &\vdots \\ \Delta x_{nt} &= s_n(\pi_{11}x_{1t-1} + \pi_{12}x_{2t-1} + \dots + \pi_{1n}x_{nt-1}) + a_{n0} + \varepsilon_{nt} \end{aligned}$$

kde s_i predstavuje taký skalár, že platí $s_i \pi_{1j} = \pi_{ij}$.

Ak a_{i0} sú také, že $a_{i0} = s_i a_{10}$, tak predošlý vzťah môžeme napísať s konštantou v kointegračnom vektore:

$$\begin{aligned}\Delta x_{1t} &= (\pi_{11}x_{1t-1} + \pi_{12}x_{2t-1} + \dots + \pi_{1n}x_{nt-1} + a_{10}) + \varepsilon_{1t} \\ \Delta x_{2t} &= s_2(\pi_{11}x_{1t-1} + \pi_{12}x_{2t-1} + \dots + \pi_{1n}x_{nt-1} + a_{10}) + \varepsilon_{2t} \\ &\vdots \\ \Delta x_{nt} &= s_n(\pi_{11}x_{1t-1} + \pi_{12}x_{2t-1} + \dots + \pi_{1n}x_{nt-1} + a_{10}) + \varepsilon_{nt}\end{aligned}$$

Ak zavedieme nasledovné označenie:

$$\begin{aligned}x_t &= (x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{nt})^T \\ x_{t-1}^* &= (x_{1t-1}, x_{2t-1}, \dots, x_{nt-1}, 1)^T \\ \pi^* &= \begin{pmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} & \dots & \pi_{1n} & a_{10} \\ \pi_{21} & \pi_{22} & \dots & \pi_{2n} & a_{20} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \pi_{n1} & \pi_{n2} & \dots & \pi_{nn} & a_{n0} \end{pmatrix}\end{aligned}$$

tak (4.32) sa dá za vyššie uvedených predpokladov napísať v tvare

$$\Delta x_t = \pi^* x_{t-1}^* + \varepsilon_t \quad (4.33)$$

Takto sa nám podarilo odstrániť časový trend pre všeobecné riešenie každého x_{it} a do rovnovážneho stavu sme zahrnuli priesečník. Tým pádom je v rovnovážnom stave očakávaná hodnota všetkých Δx_{it} opäť nulová.

Podobným spôsobom ako sme v predošlých častiach odvodili vznik rovnice (4.31), môžeme odvodiť aj zovšeobecnený prípad. Vychádzajme z tvaru :

$$x_t = A_1 x_{t-1} + A_2 x_{t-2} + \dots + A_p x_{t-p} + \varepsilon_t \quad (4.34)$$

kde x_t je $(n \times 1)$ vektor $(x_{1t}, \dots, x_{nt})^T$ a ε_t je $(n \times 1)$ vektor $(\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t}, \dots, \varepsilon_{nt})^T$ s nezávislými rovnako rozdelenými zložkami ε_{it} , ktoré predstavujú biely šum.

Po substitúcii:

$$\begin{aligned}\pi &= \sum_{i=1}^p A_i - I \\ \pi_i &= -\sum_{j=i+1}^p A_j\end{aligned}$$

rovnica (4.34) nadobúda tvar:

$$\Delta x_t = \pi x_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \pi_i \Delta x_{t-1} + \varepsilon_t \quad (4.35)$$

Keby sme chceli, mohli by sme v takejto rovnici uvažovať aj prítomnosť iných členov, napr. trendu A_0 . Situáciu by to nezmenilo, pretože kľúčovú úlohu zohráva matica π . Opäť

platia už spomínané závery. V prípade, že jej hodnosť je nulová, rovnica (4.35) nepredstavuje error-correction model a neexistuje medzi premennými žiaden rovnovážny stav. Ak má plnú hodnosť, tak premenné sú stacionárne. Ak jej hodnosť je r , $0 < r < n$, tak aj počet nezávislých kointegračných vektorov je r . Preto musíme vedieť odhadnúť hodnosť matice π . Z algebry vieme, že hodnosť štvorcovej matice sa rovná počtu jej nenulových vlastných hodnôt. Z toho vyplýva, že ak budeme poznať počet nenulových vlastných hodnôt matice π , budeme poznať aj počet nezávislých kointegračných vzťahov.

Predpokladajme, že máme maticu π a jej n usporiadaných vlastných hodnôt takých, že $\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_n$. Ak premenné x_{it} nie sú kointegrované, $\text{hod}(\pi) = 0$ a všetky tieto charakteristické korene sú tiež rovné nule. Preto všetky výrazy $\ln(1 - \lambda_i) = \ln(1) = 0$. Podobne, ak $\text{hod}(\pi) = 0$, $0 < \lambda_1 < 1$, tak prvý výraz $\ln(1 - \lambda_1)$ je záporný, a keďže ostatné $\lambda_i = 0$, tak aj $\ln(1 - \lambda_i) = 0$ pre $i = (2, \dots, n)$.

Na základe toho sú skonštruované nasledovné štatistiky.

$$\lambda_{\text{trace}}(r) = -T \sum_{i=r+1}^n \ln(1 - \hat{\lambda}_i) \quad (4.36)$$

$$\lambda_{\text{max}}(r, r+1) = -T \ln(1 - \hat{\lambda}_{r+1}) \quad (4.37)$$

kde $\hat{\lambda}_i$ = odhadnuté vlastné hodnoty matice π
 T = počet použiteľných pozorovaní (počet všetkých pozorovaní mínus stratené hodnoty napr. "lagovaním")

Prvá štatistika testuje nasledovnú nulovú hypotézu:

H_0 : počet rozličných kointegračných vektorov je menej alebo rovné r .

Predpokladajme, že v skutočnosti existuje veľa kointegračných vektorov. Potom zrejme $\hat{\lambda}_i$ nebudú nulové, resp. nebudú blízko pri nule. V dôsledku toho bude veľa výrazov $\ln(1 - \hat{\lambda}_i)$ záporných. Ak by sme my testovali, či existuje maximálne jeden kointegračný vektor ($H_0: r \leq 1$), tak súčet výrazov $\ln(1 - \hat{\lambda}_i)$ bude dostatočne záporné číslo. Po vynásobení $-T$ dostaneme zrejme „veľké“ kladné číslo. Teda štatistika (4.36) bude veľká, takže budeme môcť zamietnuť hypotézu, že je tam ≤ 1 kointegračných vektorov.

Podobným spôsobom je reprezentovaná aj druhá štatistika, λ_{max} , ktorá testuje:

H_0 : počet kointegračných vektorov je r
 oproti alternatíve

H_1 : počet kointegračných vektorov je $r+1$.

Ak v skutočnosti existujú dva vektory, tak zrejme $\hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2$ budú dostatočne vzdialené od nuly. Hodnota $\hat{\lambda}_3$, by mala už byť blízka nule. Ak testujeme hypotézu, že existujú dva kointegračné vektory oproti alternatíve, že sú tri ($H_0: r = 2$, $H_1: r = 3$), tak keďže $\hat{\lambda}_3$ je blízko nule, potom aj výraz $-T \ln(1 - \hat{\lambda}_3)$ bude tiež blízko nule, prípadne dostatočne malý na nezamietnutie hypotézy $H_0: r = 2$.

Johansen a Juselius (1990) poskytujú kritické hodnoty pre tieto štatistiky. Tie závisia:

- od počtu nestacionárnych komponentov pod nulovou hypotézou

- na forme vektora A_0 .
- či predstavuje drift
- či predstavuje konštantu v kointegračnom vektore
- neuvažujeme ani konštantu ani drift v modeli

Ideálny prípad pri tomto testovaní je, keď obe štatistiky vykazujú rovnaké výsledky pre počet kointegračných vektorov. V praxi sa môže stať, že závery sú rôzne (napr.: λ_{trace} nezamieta existenciu nula kointegračných vektorov, ale λ_{max} zamieta, že ich je nula) Test λ_{max} má ostrejšiu alternatívnu hypotézu. Používa sa viac na definitívne stanovenie počtu kointegračných vektorov.

3.3.4 Testovanie hypotéz v kointegračnom vzťahu

Johansenova procedúra umožňuje testovať rôzne reštrikcie na nájdené kointegračné vektory. Podstatné je vedieť, že ak existuje r kointegračných vektorov, tak len r lineárnych kombinácií je stacionárnych. Uvádzame dva základných testy:

I. Testovanie prítomnosti konštanty v kointegračnom vzťahu:

Vychádzajme z modelu (4.32) tvaru:

$$\Delta x_t = A_0 + \pi x_{t-1} + \varepsilon_t$$

Spomenuli sme, kedy je možné člen A_0 zahrnúť do kointegračného vzťahu, kde vystupuje ako konštantu a nemá charakter trendu. Získali sme tak rovnicu (4.33). Keď však ešte len odhadujeme model, nevieme, aký charakter bude mať v vlastne člen A_0 . Preto odhadneme najskôr všeobecný model s členom A_0 bez reštrikcie. Odhadnuté a usporiadané vlastné hodnoty matice π označíme ako $\hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2, \hat{\lambda}_3, \dots, \hat{\lambda}_n$. Potom odhadneme vlastné hodnoty reštringovaného modelu, teda modelu s priesečníkom v kointegračnom vzťahu. Tie tiež usporiadame podľa veľkosti a označíme ako $\hat{\lambda}_1^*, \hat{\lambda}_2^*, \hat{\lambda}_3^*, \dots, \hat{\lambda}_n^*$. Predpokladajme, že nereštringovaný model má r nenulových vlastných hodnôt. Existuje teda r kointegračných vzťahov. Nulová hypotéza je tvaru:

H_0 : V kointegračnom vzťahu sa nachádza priesečník

Na jej testovanie sa používa štatistika:

$$-T \sum_{i=r+1}^n [\ln(1 - \lambda_i^*) - (\ln \lambda_i)] \quad (4.38)$$

ktorá má asymptoticky χ^2 rozdelenie s $(n - r)$ stupňami voľnosti. Interpretácia tejto štatistiky je nasledovná: Ak má mať naozaj model reštrikcie, t.j. priesečník v kointegračnom vzťahu, tak počet kointegračných vektorov v reštringovanom modeli by mal ostať r , čiže taký istý, aký sme odhadli vo všeobecnom modeli. Teda matica π (bez reštrikcií) a matica π^* by mali

mať rovnakú hodnotu, a teda aj vlastné hodnoty $\hat{\lambda}_i$ a $\hat{\lambda}_i^*$ by mali byť približne rovnaké. Preto štatistika (4.38) bude vykazovať malé hodnoty, čo znamená, že hypotézu H_0 nezamietame.

Vieme tiež, že pravdepodobnosť nájdenia stacionárnej lineárnej koininácie n premenných je väčšia s prítomnosťou priesečníka v kointegračnom vzťahu ako bez neho. Avšak vo všeobecnom modeli sme odhadli r rovnovážnych vektorov. Preto v modeli s reštrikciou ich nemôže byť naraz viac. To znamená, že ak nám v reštrikovanom modeli vychádza väčší počet kointegračných vektorov, tak $hod(\pi^*) > hod(\pi) \Rightarrow$ nenulových λ_i^* je viac ako nenulových $\lambda_i \Rightarrow$ štatistika (4.38) je veľká a preto zamietame nulovú hypotézu.

II. Testovanie reštrikcií na parametre normalizovaného kointegračného vektora:

Najskôr treba poznať normalizovaný kointegračný vektor. Johansen definuje dve matice α a β typu $(n \times r)$, kde r je hodnosť π . α a β sú také, že:

$$\pi = \alpha\beta^T$$

Matica α sa dá interpretovať ako matica váh, s ktorými každý kointegračný vektor vstupuje do modelu ECM, resp. ako matica s koeficientami udávajúcimi rýchlosť zmeny danej premennej, ak sústava nie je v equilibriu. Matica β sa skladá z normalizovaných kointegračných vektorov. Ak existuje jeden kointegračný vektor, sú riadky matice π násobkom prvého. Ak vychádzame z rovnice (4.35), systém je tvaru:

$$\begin{aligned} \Delta x_{1t} &= \dots + \pi_{11}x_{1t-1} + \pi_{12}x_{2t-1} + \dots + \pi_{1n}x_{nt-1} + \varepsilon_{1t} \\ \Delta x_{2t} &= \dots + s_2(\pi_{11}x_{1t-1} + \pi_{12}x_{2t-1} + \dots + \pi_{1n}x_{nt-1}) + \varepsilon_{2t} \\ &\vdots \\ \Delta x_{nt} &= \dots + s_n(\pi_{11}x_{1t-1} + \pi_{12}x_{2t-1} + \dots + \pi_{1n}x_{nt-1}) + \varepsilon_{nt} \end{aligned}$$

kde neuvádzame členy $\pi_i \Delta x_{t-1}$. Ak označíme $\alpha_i = s_i \pi_{11}$, kde $s_1 = 1$, tak pre i -ty riadok v predchádzajúcej sústave platí:

$$\Delta x_{it} = \dots + \alpha_i(x_{1t-1} + \beta_2 x_{2t-1} + \dots + \beta_n x_{nt-1}) + \varepsilon_{it} \quad i = 1, \dots, n$$

kde $\beta_j = \left(\frac{\pi_{1j}}{\pi_{11}} \right)$ pre $j = 2, \dots, n$.

Maticový tvar sústavy vyzerá nasledovne:

$$\Delta x_t = \alpha\beta^T x_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \pi_i \Delta x_{t-1} + \varepsilon_t$$

kde $\beta = (1, \beta_2, \beta_3, \dots, \beta_n)^T$ a $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n)^T$.

Keď máme α a β stanovené, môžeme prejsť k samotnému testovaniu. Môžeme testovať rozličné vzťahy medzi zložkami kointegračného vektora, napr. či $\beta_i = 0$, alebo $\beta_i + \beta_j = 0$ a podobne. Opäť nech $\hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2, \hat{\lambda}_3, \dots, \hat{\lambda}_n$ sú usporiadané vlastné hodnoty matice π nereštingovaného modelu a $\hat{\lambda}_1^*, \hat{\lambda}_2^*, \hat{\lambda}_3^*, \dots, \hat{\lambda}_n^*$ sú usporiadané vlastné hodnoty matice π^* reštingovaného modelu. Na testovanie reštrikcií pre maticu β použijeme testovaciu štatistiku

$$T \sum_{i=1}^r [\ln(1 - \lambda_i^*) - (\ln \lambda_i)] \quad (4.39)$$

ktorá má asymptoticky χ^2 rozdelenie so stupňami voľnosti rovnými počtu reštrikcií kladených na β , r je predpokladaný počet kointegračných vzťahov v nereštingovanom modeli. Postup pri testovaní je nasledovný: Vo všeobecnom modeli odhadneme pomocou štatistík λ_{trace} a λ_{max} počet kointegračných vektorov. Nech sú to $\beta^1, \beta^2, \dots, \beta^r$. Chceme otestovať nejaké reštrikcie, napr., že pre vektor $\beta^1 = (\beta_1^1, \beta_2^1, \beta_3^1, \dots, \beta_n^1)$ platí nulová hypotéza $H_0 : \beta_1^1 = \beta_3^1 = 0$. Počet kointegračných vektorov má však s takýmito reštrikciami tendenciu klesať. Ak zostane rovnaký, teda ak $hod(\pi) = hod(\pi^*) \Rightarrow$ počet nenulových $\hat{\lambda}_i$ sa rovný počtu nenulových $\hat{\lambda}_i^* \Rightarrow$ štatistika je malá, a preto zamietame H_0 . Reštrikcie sú zrejme oprávnené, lebo nám nezmenšili počet kointegračných vzťahov. Túto štatistiku môžeme rovnakým spôsobom použiť aj na testovanie koeficientov matice α . Ak $r = 1$ a testujeme len jedinú hodnotu matice α , tak klasická t-štatistika je asymptoticky ekvivalentná Johansenovému testu.

3.3.5 Testovanie kointegrácie Johansenovou metodológiou

1. určenie rádu integrácie premenných a stanovenie základného tvaru modelu

Najskôr sa pokúsime zistiť rád integrácie všetkých premenných pomocou Dicky-Fullerove testy. O tom, či do modelu zahrnieme trend alebo nie, môžeme odhadnúť aj vizuálnou analýzou. Po tomto prvom výbere dát treba stanoviť dĺžku časového oneskorenia sa daného modelu. Inými slovami, potrebujeme zistiť, do akej doby sa budú premenné oneskorovať v čase. Nesprávne posúdenie môže značne ovplyvniť výsledky testov. Pre určenie dĺžky časového posunu odhadneme najskôr vektor autoregresie bez diferencovaných premenných, určíme jeho dĺžku a z nej budeme potom vychádzať pri ďalšom postupe. Začneme najprv s modelom s vsou dĺžkou intervalu oneskorenia sa a testujeme, či sa dá skrátit'.

Príklad: Chceme otestovať, či oneskorenie t-3 až t-4 je dôležité, sformulujeme nasledovné rovnice:

$$x_t = A_0 + A_1 x_{t-1} + A_2 x_{t-2} + A_3 x_{t-3} + A_4 x_{t-4} + \varepsilon_{1t} \quad (4.40)$$

$$x_t = A_0 + A_1 x_{t-1} + A_2 x_{t-2} + \varepsilon_{2t} \quad (4.41)$$

kde x_t = (n x 1) vektor premenných
 A_0 = (n x 1) matica (vektor) priesečníkov
 A_i = (n x n) matice koeficientov

ε_{it} = (n x i) vektor disturbancií

Odhadneme obe rovnice a označíme kovariančnú maticu reziduí v rovnici (4.40) ako Σ_4 a v rovnici (4.41) ako Σ_2 . Sims (1980) odporúča na testovanie použiť štatistiku:

$$(T - c) \left(\ln|\Sigma_2| - \ln(\Sigma_4) \right) \quad (4.42)$$

kde T = počet pozorovaní
 c = počet parametrov v nereštringovanom modeli
 $\ln|\Sigma_i|$ = prirodzený logaritmus determinantu matice Σ_i

Štatistiku (4.42) porovnáваме s χ^2 rozdelením so stupňami voľnosti rovným počtu reštrikcií kladených na koeficienty. Keďže v našom prípade matica A_i má n^2 koeficientov a nulová hypotéza je $H_0 : A_3 = A_4 = 0$, dostávame spolu $2n^2$ reštrikcií. Ak nami vypočítaná hodnota štatistiky (4.42) nepresahuje kritickú hodnotu, nezamietame nulovú hypotézu. Môžeme preto ďalej pracovať s modelom, ktorý obsahuje oneskorenie len do času t-2.

2. Odhad modelu a stanovenie hodnosti matice π

Predpokladajme, že v predošlom kroku sme zistili, že stačí použiť model s oneskorením do času t-2. Preto stanovíme $p = 2$ a podľa (4.35) tvar odhadovaného modelu je:

$$\Delta x_t = A_0 + \pi x_{t-1} + \pi_1 \Delta x_{t-1} + \varepsilon_t \quad (4.43)$$

Aby model dával zmysel, musia sa reziduá dlhodobého rovnovážneho vzťahu javiť ako stacionárne a odhadnuté hodnoty $\hat{\varepsilon}_t$ ako biely šum. Ďalším krokom je odhad hodnosti matice π a určenie počtu kointegračných vektorov. Použijeme na to štatistiky λ_{trace} (4.36) a λ_{max} (4.37).

V tejto časti sa musíme tiež rozhodnúť, či bude obsahovať náš model

- všetky členy vektora A_0 nulové
- vektor A_0 ako trendovú zložku
- konštantu v kointegračnom vtahu

Na posúdenie môžeme využiť napr. štatistiku (4.38).

3. Analyzovanie kointegračných vektorov

V tejto časti normalizujeme nájdené kointegračné vektory a pokúsime sa testovať niektoré reštrikcie na ich zložky. Ide o reštrikcie, ktoré nám dávajú ekonomický zmysel alebo sú očakávané na základe teórie, Testovanie týchto vzťahov sme uviedli v (4.40) hlavne pomocou štatistiky (4.39).

Má zmysel testovať aj koeficienty reprezentujúce rýchlosť reakcie danej premennej, ak nie je sústava v equilibriu.

5. MODEL Y INFLÁCIE

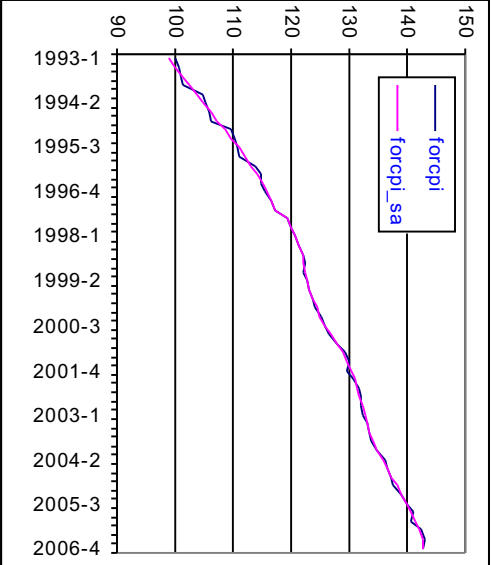
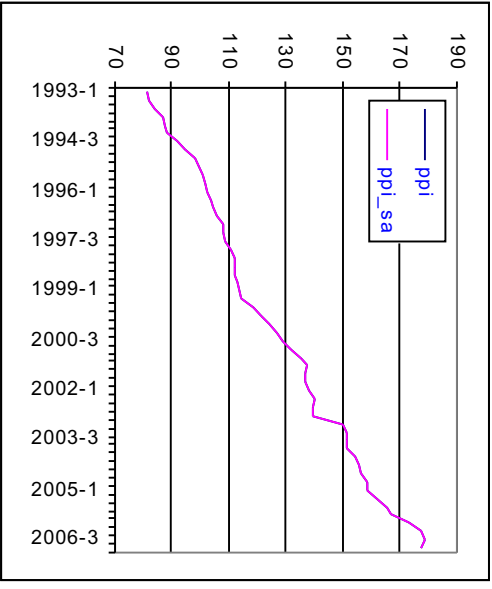
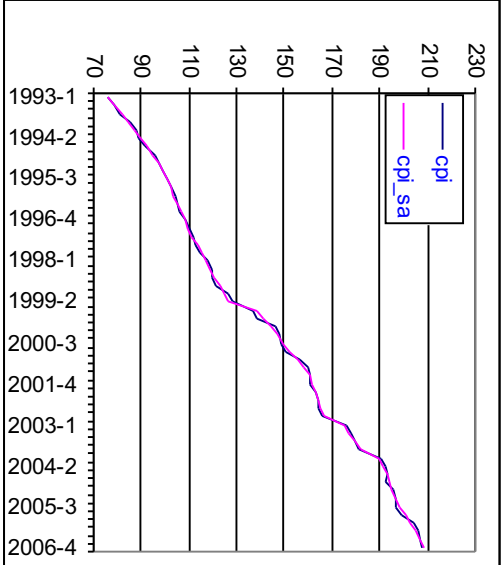
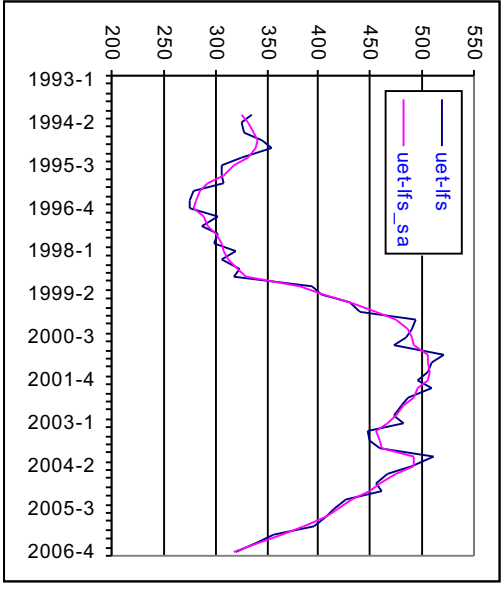
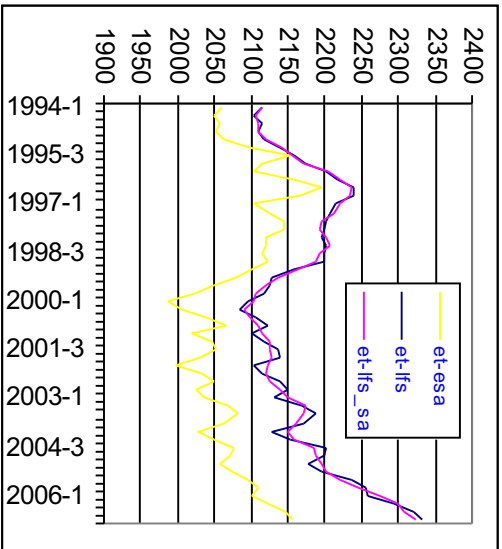
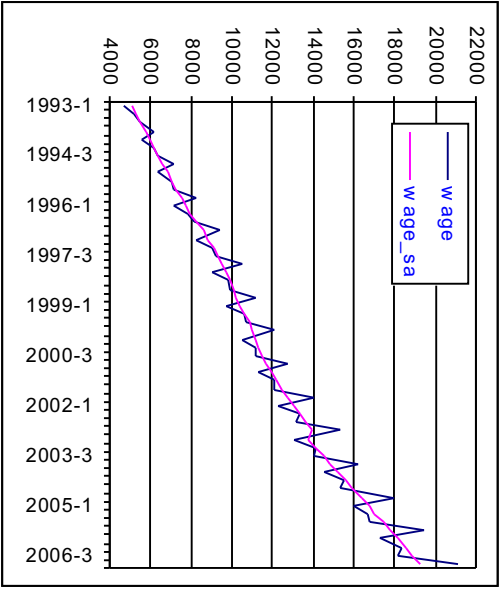
Vychádzame z troch všeobecných teórií o inflácii. Najprv predstavíme premenné, otestujeme ich rád integrácie. Pokiaľ bude mať niektorá rád $I(2)$ tak sa ju budeme snažiť transformovať na rád $I(1)$. Testovanie existencie kointegrácie budeme robiť pomocou Johansenovej metódy a podobne budeme prezentovať aj odhady dlhodobých vzťahov z Johansenovej metódy. Na ilustráciu prezentujeme aj výsledky metódy OLS.

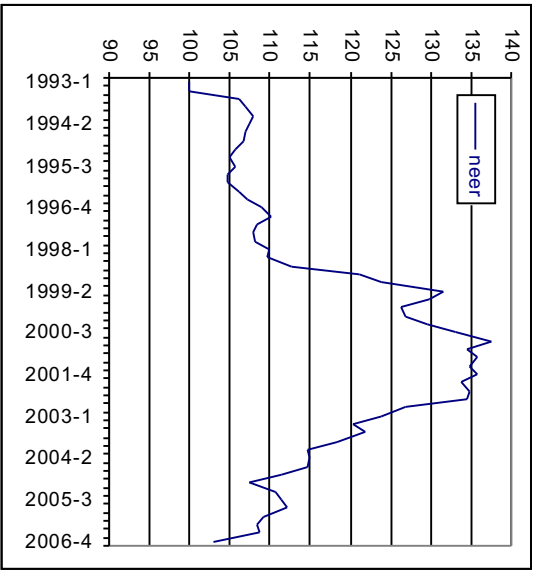
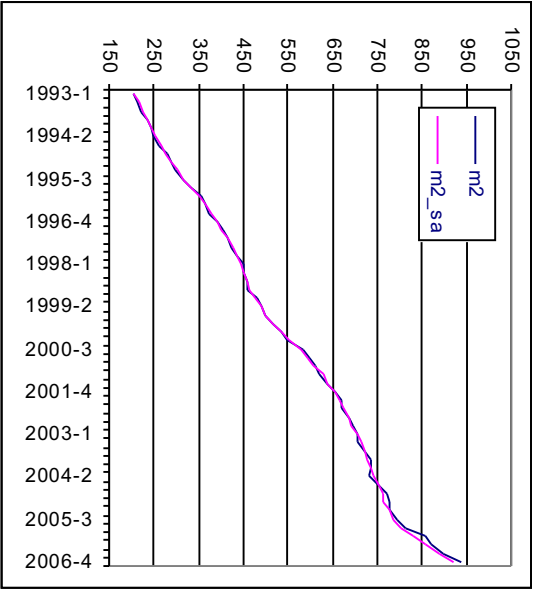
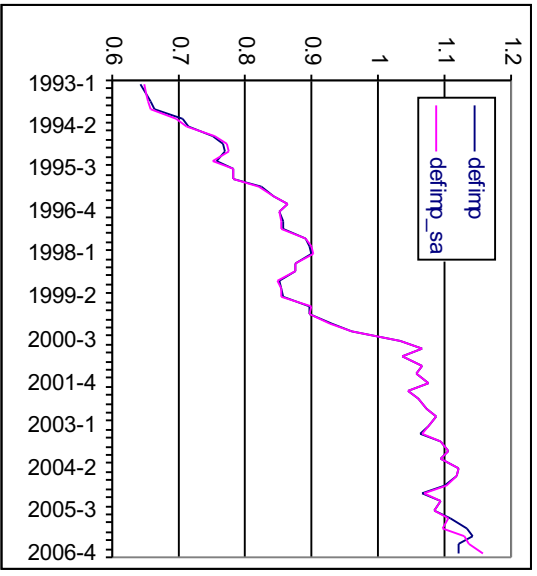
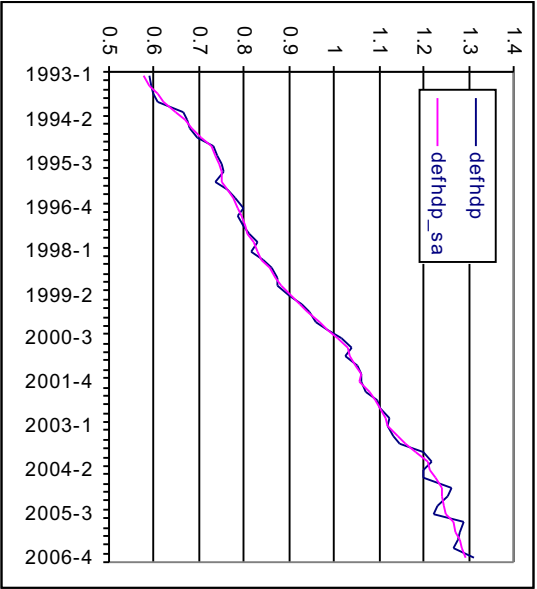
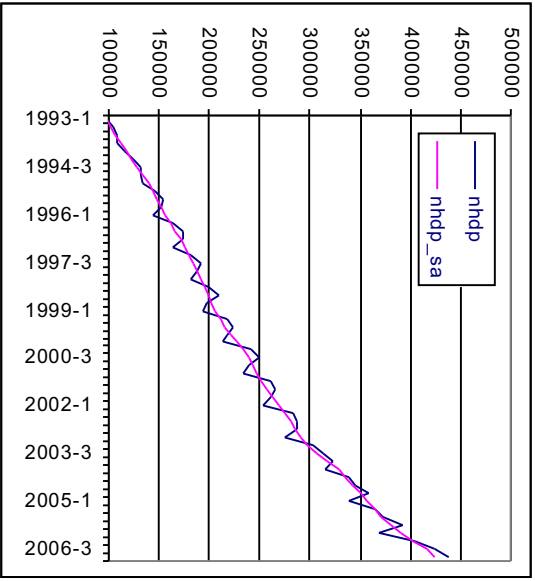
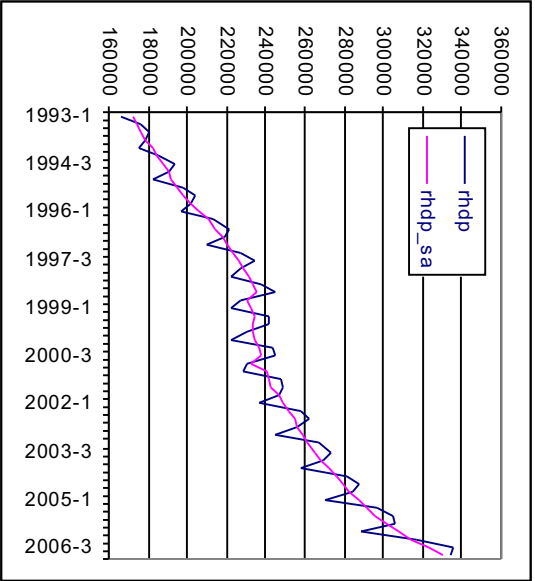
5.1 Analýza premenných, transformácia a rád integrácie

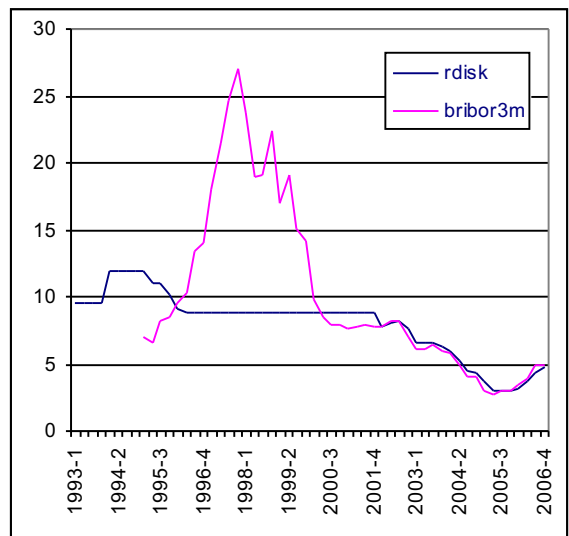
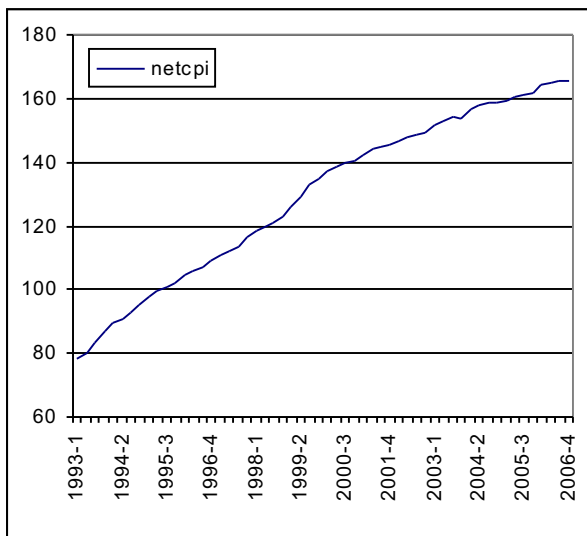
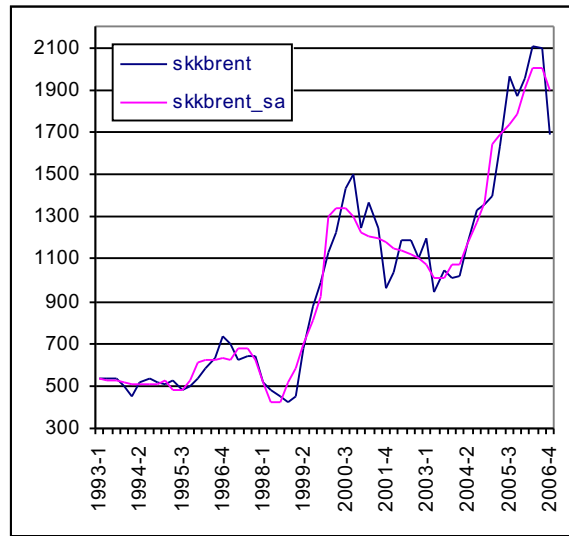
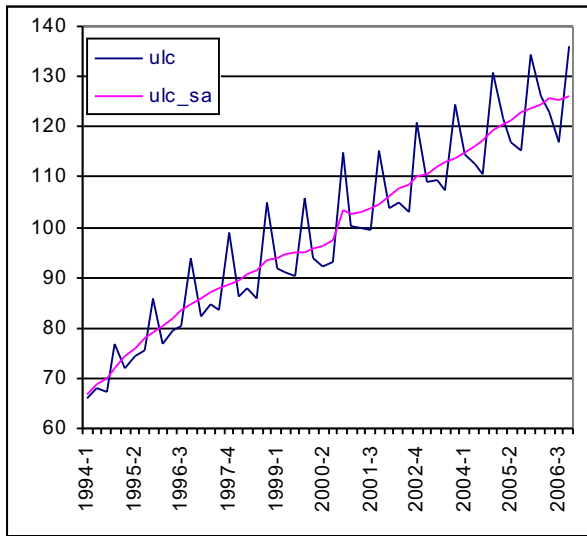
Pri modelovaní sme použili štvrtročné dáta nasledovných časových radov:

WAGE	– priemerná nominálna mzda v národnom hospodárstve
ETLFS	– počet zamestnancov (v tisícoch) podľa metodiky LFS
ETESA	– počet zamestnancov (v tisícoch) podľa metodiky ESA95
URATE	– miera nezamestnanosti v percentách podľa metodiky ESA95
CPI	– index spotrebiteľských cien
NETCPI	– index spotrebiteľských cien bez regulovaných cien
FORCPI	– index zahraničných spotrebiteľských cien vypočítaný ako vážený priemer zahraničných CPI, pričom váhy jednotlivých blokov krajín boli odvodené z ich podielu na celkovom importe SR
PPI	– index cien priemyselných výrobcov
RHDP	– reálny hrubý domáci produkt v miliónoch Sk v stálych cenách roku 2000
NHDP	– nominálny hrubý domáci produkt v miliónoch Sk
DEFHDP	– deflátor HDP
M2	– peňažná zásoba v miliardách Sk (po roku 2005 bola expertne odhadnutá v pôvodnej metodike NBS)
NEER	– index nominálneho efektívny výmenný kurz vypočítaný ako vážený priemer súčinov importných váh s aktuálnym kurzom v danom čase
ULC	– jednotkové mzdové náklady
RDISC	– základná (diskontná) úroková sadzba NBS
BRIBOR3M	– trojmesačný BRIBOR
SKKBRENT	– cena ropy v korunách za barel, prepočítaná ako USD za barel krát kurz dolára v danom období
PROD	– reálna produktivita práce počítaná ako podiel reálneho HDP a zamestnanosti podľa metodiky ESA95
CPI-PPI	– cenový klin medzi CPI a PPI
DEREG	– cenové deregulácie

Aby sme zistili, na ktoré premenné vplyva sezónnosť, očistili sme časové rady pomocou DEMETRA. Nasledovná grafická analýza odhaľuje sezonalitu premenných:







Vidno, že najväčší sezónny vplyv je v premenných WAGE, RHDP, NHDP a ULC.

Na to, aby sme vedeli, akého rádu integrácie sú premenné, ktoré použijeme v modeloch, otestovali sme každú z nich ADF testom na jednotkový koreň. Transformácia a rad integrácie použitých premenných sú uvedené v nasledovnej tabuľke:

	transformácia	rád integrácie		prítomnosť trendu
		na 1%	na 5%	
wage	ln	2	2	nie
et-lfs	ln	2	2	nie
urate	ln	2	1	nie
cpi	ln	1	1	nie
netcpi	ln	1	1	áno
ppi	ln	1	1	nie
forcpi	ln	1	1	nie
rhdp	ln	2	2	nie
nhdp	ln	1	1	nie
defhdp	ln	1	1	nie
m2	ln	2	2	áno
neer	ln	1	1	nie
ulc	ln	1	0	nie
rdisc	-	1	1	nie
bribor3m	-	1	1	nie
skkbrent	ln	1	1	nie
prod	ln	1	1	nie
cpi-ppi	ln	1	1	nie

Je zaujímavé, že niektoré premenné majú rád vyšší ako by ho teoreticky mali mať. Medzi nich patrí napríklad miera nezamestnanosti. Tá v poslednom období vykazuje jednoznačne klesajúci trend a preto ju štatistický test detekuje ako I(1). Keď však dosiahne svoje dno (štrukturálnu nezamestnanosť okolo 6%), tak potom ju test vyhodnotí ako I(0). Podobne je to aj s reálnym HDP, ktorého medzikvartálne rasty nie sú stabilné v čase (zrýchľujú sa) a nevykazujú návrat k stabilným úrovňam. Preto HDP test detekuje ako I(2). My sme použili transformácie jednotlivých premenných, tak aby sme dostali nový výraz, ktorý bude I(1). Napr. m2-hdp už bude I(1) a podobne.

5.2 Štruktúra modelov inflácie v blokoch

V tejto časti vyčíslíme počet dlhodobých vzťahov, ktoré nám môžu pomôcť vysvetliť pohyb inflácie v našej tranzitívnej ekonomike v období od 1993 do 2006. Prvá Sekcia opisuje trh práce, druhá sekcia analyzuje trh tovarov a posledná sekcia je venovaná determinantom peňažného trhu.

5.2.1 Trh práce a mzdová štruktúra

Modely inflácie sú najčastejšie spájané s teóriou o nákladmi tlačenej inflácie a s rovnicou mzdy, pretože správanie sa tvorby cien a miezd je významné pre trhové a tranzitívne ekonomiky. Preto je súbor potenciálnych premenných, ktoré by mali vysvetľovať spotrebiteľské ceny (prípadne ceny výrobcov) skoro rovnaký v každej štúdií. Zahŕňa komponenty produkčných nákladov ako sú náklady na pracovnú silu, importované ceny a

výmenné kurzy. No patrí sem aj reálna mzda, produktivita práce, rast cien PPI a nerovnováha medzi dopytom a ponukou práce.

Odchýlky aktuálnych hodnôt reálnej mzdy od stabilnej hodnoty v dlhodobom vzťahu označíme ako mzdovú medzeru. Túto koncepciu zaviedol Sachs (1983) s cieľom zdefinovať odchýlku historickej aktivity práce od rovnovážneho stavu. Preto navrhujeme mieru mzdovej medzery čím použijeme nerovnováhy zo strany ponuky práce na vysvetlenie väzby s infláciou na Slovensku.

V prípade, že formovanie mzdy je centralizované (vyjednané odborami) sa odbory snažia maximalizovať svoj podiel na raste produktivity, pričom produktivita je definovaná ako produkcia (HDP) na zamestnanca. Firmy sa snažia maximalizovať mark-up na jednotkové náklady definované ako $w_t - ppi_t - prod_t$ zároveň berúc do úvahy očakávaný efekt na konkurencieschopnosť. Predpokladáme, že tento vzťah je funkciou reálnej apreciácie q_t , inflácie a reálnej úrokovej miery, r_t

$$w_t - ppi_t - prod_t = f(q_t, r_t, \pi_t) + v_{1,t} \quad (5.1)$$

kde f je funkcia profitu, pričom reálna apreciácia prináša nižší profit, rast reálnej úrokovej miery znižuje profit a inflácia znamená nižší mark-up a teda aj profit.

Zamestnanecké odbory sa snažia maximalizovať nákupnú silu svojich členov (pracovníkov) rastom reálnej mzdy ($w_t - cpi_t$) pri danej úrovni produktivity a berúc do úvahy efekt na nezamestnanosť (U_t) a očakávanú infláciu:

$$w_t - cpi_t - prod_t = f(U_t, \pi_t) + v_{2,t} \quad (5.2)$$

Vyjednávací sila odborov a firiem nakoniec určí, aký bude rast miezd a inflácie. Predpokladajme, že vzjednávací sila odborov bude ω , kde $0 \leq \omega \leq 1$. Potom bude výsledok vyjednávania rovný $\omega(w_t - cpi_t - prod_t) + (1 - \omega)(w_t - ppi_t - prod_t)$. Dosadením vzorcov (X.1) a (X.2) dostaneme vzťah:

$$w_t - cpi_t = (1 - \omega)(cpi_t - ppi_t) + f(prod_t, q_t, r_t, \pi_t) + v_{1,t}$$

Naša prvá špecifikácia bude

$$w_t - cpi_t = \omega(cpi_t - ppi_t) + \alpha_1 prod_t + \alpha_2 q_t + \alpha_3 r_t + \alpha_4 \pi_t + v_{1,t}$$

Údaje o reálnej mzde získame deflovaním nominálnych miezd indexom CPI. Reálnu produktivitu práce získame pomerom reálneho HDP a zamestnanosti podľa metodiky ESA95. Miera nezamestnanosti je merítkom nerovnováhy na trhu práce, čo má najvýznamnejší dopad práce v tranzitívnych ekonomikách. Ďalšou potenciálnou premennou môže byť cenový klin (CPI - PPI), ktorý základným spôsobom vyjadruje podiely na zisku medzi zamestnancami a zamestnávateľmi. Nezamestnanosť nám popisuje log percentuálneho vyjadrenia miery

nezamestnanosti. Skúšali sme zahrnúť do rovnice aj reálnu úrokovú mieru r , ale bola nesignifikantná. Podobne ako aj reálny výmenný kurz.

Johansenov kointegračný test:

Unrestricted Cointegration Rank Test				
Hypothesized No. of CE(s)	Eigenvalue	Trace Statistic	5 Percent Critical Value	1 Percent Critical Value
None **	0.586642	66.29952	47.21	54.46
At most 1	0.287635	23.01090	29.68	35.65
At most 2	0.110084	6.391847	15.41	20.04
At most 3	0.013723	0.677075	3.76	6.65

*(**) denotes rejection of the hypothesis at the 5%(1%) level

Trace test indicates 1 cointegrating equation(s) at both 5% and 1% levels

Dlhodobý kointegračný vzťah

	LOG(WAGE)- LOG(CPI)	LOG(PROD)	LOG(CPI/PPI)	LOG(URATE)	LOG(CPI/NETCPI)
Johansen	-1.000000	0.740412	0.471463	0.220988	
OLS		0.708618	0.379819	0.219525	- 0.634994

Poznámka: V Johansenovom kointegračnom teste uvažujeme 2 lagy a premenná LOG(CPI/NETCPI) je zahrnutá ako exogénna premenná spolu s kvartálnymi dummy premennými.

Z odhadnutých parametrov vyplýva, že reálna produktivita práce je premietnutá len 70% do rastu reálnych miezd. Toto číslo zodpovedá podielu práce na výslednom produkte z Cobb –Douglasovej funkcie (približne 30% kapitál a 70% práca). Miera nezamestnanosti je v logoch, t.j. predpokladáme, že pokles miery nezamestnanosti o 1 p.b. z hodnoty 20% na 19% má menší efekt ako z 6% na 5%. Miera nezamestnanosti vyjadruje vyjednávaciu silu zamestnancov (odborov) na rast reálnej mzdy. Čím je nižšia, tým je sila zamestnancov väčšia a tým aj rast reálnej mzdy.

Náš model zachytáva aj dereguláciu cien. (premenná CPI/NETCPI). Celospoločenský konsenzus bol, že veľké deregulácie cien energií budú mať jasný negatívny účinok na reálne mzdy. Ich skutočný účinok je však len o niečo viac ako polovičný (0.63 v OLS modeli). Alternatívne by sme mohli modelovať WAGE-NETCPI ako premennú na ľavej strane podobe ako v Kuijs (2002).

Premenná $\log(\text{CPI})-\log(\text{PPI})$ zachytáva rozdielnosť v sile a koncentrácii odborov. Pokiaľ je vyjednávanie decentralizované na jednotlivé sektory ekonomiky, tak rast reálnej mzdy bude väčšie ako rast mzdy očistenú o PPI. A naopak, pokiaľ bude vyjednávanie maximálne centralizované na celoštátnu úroveň, tak rast reálnej mzdy bude korešpondovať s rastom mzdy očistenej o PPI.

5.2.2 Trh tovarov a služieb

V súčasnosti existuje niekoľko teoretických prístupov, ktorými sa uberá empirický výskum v oblasti modelovania inflácie. Jednou skupinou často využívaných ekonometrických modelov sú tzv. mark-up modely, ktoré vychádzajú z procesu tvorby cien na trhu tovarov a služieb, kde sa firmy usilujú prísť s takou ponukou tovarov, či služieb, aby si zabezpečili čo najväčší podnikateľský zisk. Ich cenové kalkulácie potom zohľadňujú všetky náklady

potrebné k uplatneniu sa na trhu a samotný objem zisku. Podstatou mark-up modelov inflácie je teda priama závislosť spotrebiteľských cien na výške vstupných nákladov a marže, ktorú môžeme vyjadriť vzťahom:

$$P_t = \psi ULC_t^\alpha FORP_t^\beta, \quad \alpha + \beta = 1 \quad (5.31)$$

kde P_t označuje cenovú hladinu, ULC_t jednotkové náklady práce a $FORP_t$ úroveň dovozených resp. zahraničných cien. Predmetom nášho ekonometrického mark-up modelu bude národný index rastu spotrebiteľských cien CPI index, prípadne jeho modifikácia. Logaritmovaním rovnice dostaneme:

$$LP_t = \psi + \alpha LULC_t + \beta LFORP_t \quad (5.32)$$

kde LP , $LULC$, ψ a $LFORP$ sú prirodzené logaritmy rovnakých premenných ako v rovnici (5.31) a relatívne elasticity α , β vyjadrujú závislosť LP_t od $LULC_t$ a $LFORP_t$. Z ekonometrického hľadiska bude inflácia modelovaná na štvrťročnej báze na základe tzv. ECM prístupom. Znamená to teda, že budeme modelovať rast nami upravenej cenovej hladiny pomocou kombinácie vhodných indikátorov vyjadrujúcich vstupné náklady firiem a fluktuácie v cenovej hladine budú čiastočne vystihovať proces vracania sa k rovnovážnej úrovne, v odborných analýzach známych ako equilibrium correcting process.

Podľa teoretického pozadia mark-up modelu inflácie sa budeme snažiť identifikovať faktory, ktoré by popisovali vstupné náklady firiem pri tvorbe cien. Nakoľko je SR značne otvorenou ekonomikou, čoho dôkazom je približne 150%-ný podiel obratu v zahraničnom obchode tovarov a služieb na HDP, zohráva kurzový kanál transmisného mechanizmu v podmienkach SR významnú úlohu. Preto možno očakávať, že na zmeny spotrebiteľských cien pôsobia domáce aj zahraničné faktory. Podľa ekonomickej teórie sa v tomto prípade rozlišuje importovaná inflácia a domáca (interná) inflácia. Dopytom ťahanú infláciu v dlhodobom horizonte by potom mali vysvetľovať determinanty rastu dovozných a domácich cien.

Domáce faktory

Výstižný ukazovateľ potenciálnych domácich inflačných tlakov predstavujú **jednotkové náklady práce (unit labor costs - ULC)**, ktoré odrážajú mzdové, prípadne i ďalšie náklady spojené s pracovnou silou vo vzťahu k jednotke vyprodukovaného výstupu. ULC je možné vyjadriť rôznymi spôsobmi v závislosti od toho, aké vstupné údaje sa použijú pri ich výpočte. Najčastejšie používaným spôsobom výpočtu ULC je:

$$ULC = \frac{WAGE}{PROD} = \frac{WAGE * ET}{RHDP} \quad (5.33)$$

kde $WAGE$ je priemerná hrubá nominálna mzda, ET je počet zamestnancov, čiže zamestnanosť, $RHDP$ je reálny HDP a $PROD$ je reálna produktivita práce. (Reálna produktivita práce = reálny HDP/počet zamestnancov). V prípade, že je rast nominálnych

miezd rýchlejší ako rast produktivity práce, rastie *ULC*, môže v konečnom dôsledku spôsobiť inflačné tlaky v ekonomike.

Do výpočtu produktivity práce vstupujú **údaje o zamestnanosti**. Existujú metodické rozdiely vo vykazovaní týchto údajov podľa toho, či ide o štatistické výkazníctvo, výberové zisťovanie pracovných síl (VZPS) alebo metodiku ESA95⁵. Zosúladenie použitia metodiky ESA95, v ktorej je počítané HDP predurčila na ďalšiu analýzu údaje o zamestnanosti v ESA95 metodológií. Z dlhodobého hľadiska sa trend vývoja zamestnanosti podľa oboch metodík výraznejšie neodlišuje a pri výpočte *ULC* vykazovali porovnateľné výsledky.

Zahraničné faktory

Existuje niekoľko indikátorov, ktoré sú potenciálnymi determinantami dovezenej inflácie. Prvým z nich je deflátor importov tovarov a služieb, ktorý vyjadruje vývoj všetkých dovozných cien v našej domácej mene. Je to komplexný indikátor všetkých dovezených tovarov a služieb ktoré sú predmetom ďalšieho spracovania prípadne smerujú priamo do predaja. Teoreticky by mal deflátor importov najlepšie vystihovať externé determinanty inflácie, ale nakoľko vyjadruje úroveň dovozných cien v domácej mene, pri modelovaní dlhodobého vzťahu ostáva vplyv výmenného kurzu na importovanú infláciu skrytý.

Podobným indikátorom dovezenej inflácie sú aj indexy dovozných cien v zahraničnom obchode SR. Avšak aj tieto indexy evidované ŠÚSR sú v domácej mene, to znamená, že ich použitím opäť strácame jasnú predstavu o vplyve výmenného kurzu v dlhodobom vzťahu.

Nemožno nespomenúť, že v oboch indikátoroch je pomerne významne zastúpená cena ropy, čo môže značne skomplikovať a ovplyvniť modelovanie v zmysle odhadovania vzťahov inflácie. Tento problém by mohlo odstrániť prípadné očistenie deflátoru alebo indexov dovozných cien o vplyv cien ropy.

Indikátor dovezenej inflácie sme získali konštrukciou indexov dovozných cien pomocou indexov cien ekonomík, ktoré tvoria najvýznamnejšie obchodné zastúpenie v zahraničnom obchode SR. Do úvahy berieme EU15 v eurách, Česko v Kč, Rusko v USD a ostatné ekonomiky obchodujúce so SR v USD sme pre zjednodušenie spojili do jednej skupiny. Potom sme urobili vážený priemer indexov spotrebiteľských cien v uvedených ekonomikách podľa podielu dovozov. Potom sme upravili tento index o zmeny nominálneho výmenného kurzu (*NEER*), ktorý vyjadruje vážený priemer bilaterálnych výmenných kurzov našej meny voči cudzím menám.

Takto skonštruované ukazovatele dovozných cien už umožňujú pri modelovaní dopytom ťahanej inflácie analyzovať vplyv kurzového vývoja na infláciu. Ich nevýhodou je, že v skutočnosti vypovedajú len o časti importovanej inflácie, t.j. inflácie dovezenej len z uvažovaného počtu ekonomík, avšak rozhodujúcich v importoch SR, preto výsledky pri odhadoch dlhohodovej rovnice pre dopytom ťahanú infláciu nemusia byť veľmi skreslené a môžu mať dobrú vypovedateľnú schopnosť. Môžu tak vystupovať ako jeden z determinantov vstupných nákladov v našom uvažovanom modeli.

Johansenov kointegračný test:

Unrestricted Cointegration Rank Test

Hypothesized No. of CE(s)	Eigenvalue	Trace Statistic	5 Percent Critical Value	1 Percent Critical Value
None **	0.465101	57.16185	47.21	54.46
At most 1	0.271379	26.50369	29.68	35.65
At most 2	0.197313	10.99022	15.41	20.04
At most 3	0.004489	0.220459	3.76	6.65

*(**) denotes rejection of the hypothesis at the 5%(1%) level

Trace test indicates 1 cointegrating equation(s) at both 5% and 1% levels

Dlhodobý kointegračný vzťah

	LOG(NETCPI)	LOG(FORCPI) +LOG(NEER)	LOG(ULC)	LOG(SKKBRENT)
Johansen	-1.000000	0.283000	0.878861	0.016406
Johansen + reštrikcia na homogenitu	-1.000000	0.251391	0.748609	0.053238
OLS		0.324822	0.758581	0.029476

Poznámka: V Johansenovom kointegračnom teste uvažujeme 2 lags spolu s kvartálnymi dummy premennými.

Výsledok je pomerne štandardný a podobný ako v inej literatúre. Dovozné ceny, teda importovaná inflácia má váhu približne 25-30% a doma vytvorená inflácia približne 70-75% váhu. Preto môžeme povedať, že po vstupe Slovenka do Eurozóny, keď kurzový kanál už nebude môcť pôsobiť, bude inflácia vyššia približne o 1,5 percentného bodu (za predpokladu 5% priemernej miery apreciácie kurzu v predchádzajúcich rokoch)

5.2.3 Peňažný trh

Fundamentálne tvrdenie v makroekonómii znie, že ak ponuka peňazí rastie rýchlejšie ako reálna produktivita, inflácia rastie minimálne v dlhodobom horizonte. V súčasnosti ekonómovia zdôrazňujú, že zmeny v ponuke peňazí sú kľúčovým zdrojom inflácie. Tento názor súvisí hlavne s faktom, že ostatné faktory vplyvajúce na infláciu sú obmedzené v rozsahu, no ponuka peňazí je v princípe neobmedzená.

Formálne vyjadrenie je založené na rovnici ponuky a dopytu po peniazoch za podmienky rovnováhy na peňažnom trhu:

$$M / P = f(R, RHDP) \quad (5.34)$$

kde M je peňažná zásoba, P je cenová hladina, R sú alternatívne náklady na držbu peňazí, RHDP je reálny HDP. Z podmienky rovnováhy t.j. ak premenné ostanú nezmenené, Romer (1996) vyvodzuje, že cenová hladina je určená rovnicou:

$$P = M / f(R, RHDP) \quad (5.35)$$

Akonáhle uvažujeme časový rad týchto premenných, predpoklad, že exogénne premenné budú fixné je veľmi nepravdepodobný. V empirickej makroekonomickej analýze všetky premenné vrátane tých, ktoré tvoria vzťah (5.34), sú nepretržité viac alebo menej ovplyvnené šokmi, ktoré spôsobujú permanentné zmeny v spomínanej podmienke rovnováhy. V tomto zmysle sa stav rovnováhy vždy vzťahuje na špecifický časový moment. Preto statický bod rovnováhy nahradíme funkciou času:

$$(M/P)_t - f(RHDP, R_t)_t = \varepsilon_t \quad (5.36)$$

kde $(M/P)_t = f(RHDP, R_t)_t$ definuje ustálený stav v dlhodobom horizonte, alebo tzv. benchmark dopytu po peniazoch v dlhodobom horizonte. Vo všeobecnosti môže pozorovanú peňažnú zásobu určovať ako ponuka peňazí, tak aj dopyt po peniazoch. Napríklad, ak centrálna banka je schopná efektívne kontrolovať peňažnú zásobu, potom pozorované držby peňazí určuje skôr ponuka peňazí a dopyt po peniazoch by mal byť regulovaný ponúkaným množstvom peňazí. Toto môže byť dobrý príklad otvorených trhových ekonomík, prípadne ekonomík s voľným výmenným kurzom, kdežto v otvorených deregulovaných ekonomikách s fixným výmenným kurzom centrálna banka nie je schopná kontrolovať peňažnú zásobu. V tomto prípade ju určuje dopyt po peniazoch.

Jeden z vhodných adeptov na mieru peňažného agregátu je tzv. „narrow money“ (Brada a Kután (2001)). Veľa autorov však uprednostňuje použiť meranie peňazí v širšom poňatí, aby sa zabránilo vplyvu relokácie portfólia zapríčinennej finančnými inováciami. Napr. Nijse a Sterken (1996) pri analýze dopytu domácností po peniazoch v Poľsku na časovom intervale 1969-1995 našli stabilný dlhodobý kointegračný vzťah pre M2, nie však pre M1. Podobne Ghosh (1997) v článku o inflácii baltických, ruských a iných krajinách niekdajšieho Sovietskeho Zväzu tvrdí, že „ekonomická koncepcia funkcie dopytu po peniazoch by sa mala obracať na peniaze v širšom poňatí“ („broad money“).

Existencia monetárnych indikátorov inflácie je založená na empirickom určení spojenia medzi peniazmi a cenami, podrobnejšie túto tému rozobrali Hall a Milne (1994).

Pri analyzovaní tohto vzťahu v prípade tranzitívnych ekonomík Čiech, Poľska a Maďarska, Qin a Vanags (1996) rekurzívne regresovali infláciu na rast peňazí a naopak na perióde od 1980 do 1990, pričom našli dôkaz na podporu existencie takéhoto vzťahu. Treba spomenúť, že ich analýza pokrývala aj obdobie, kedy mali krajiny ešte plánované hospodárstvo a tiež tranzitívne obdobie, kde „nerozvinutosť finančných trhov nutne obmedzuje možnosť nezávislej kontroly ponuky peňazí prostredníctvom operácií na voľnom trhu“, Qin a Vanags (1996).

V tejto sekcii sa upriamime na nájdenie dlhodobého vzťahu peňazí a inflácie. Aktuálna časť bude venovaná hlavne postaveniu HDP, peňažnej zásoby, úrokovej sadzbe a ostatným relevantných premenných do monetárneho vysvetlenia inflácie. Podobným spôsobom modelovali infláciu pre krajiny Maďarsko, Poľsko a Česko Orsi a Golinelli (august 2002), s

tým rozdielom, že vysvetľovali infláciu explicitne cez reálnu mzdovú medzeru $\log(M2) - \log(CPI)$.

V našom modeli použijeme na vysvetlenie inflácie tiež peňažný agregát M2, reálny HDP, základnú úrokovú sadzbu a trojmesačný BRIBOR. Všetky premenné okrem úrokovej sadzby a BRIBOR-u sú v logoch.

Johansenov kointegračný test:

Unrestricted Cointegration Rank Test				
Hypothesized No. of CE(s)	Eigenvalue	Trace Statistic	5 Percent Critical Value	1 Percent Critical Value
None **	0.505285	38.09801	29.68	35.65
At most 1	0.077002	6.428172	15.41	20.04
At most 2	0.060793	2.822380	3.76	6.65

*(**) denotes rejection of the hypothesis at the 5%(1%) level

Trace test indicates 1 cointegrating equation(s) at both 5% and 1% levels

Dlhodobý kointegračný vzťah

	LOG(CPI)	LOG(M2)- LOG(RHDP)	RDISC
Johansen	-1.000000	0.969664	-0.045155
OLS		0.976716	-0.045155

Poznámka: V Johansenovom kointegračnom teste uvažujeme 2 lagy spolu s kvartálnymi dummy premennými.

Z výsledkov vyplýva, že nadbytok peňazí v obehu (v súvislosti s rastom HDP) naozaj môže indikovať rast inflácie. Základná úroková miera NBS (premenná RDISC) pôsobí tlmiaco na infláciu, aj keď jej efekt je pomerne malý. Vplyv BRIBOR-u v peňažnom bloku sa na infláciu preukázal ako nevýznamný.

ZÁVER

Modelovať infláciu v tranzitívnej ekonomike, ako je naša, nie je jednoduché. Ekonometrickými analýzami sme sa dopracovali k trom modelom, pomocou ktorých možno identifikovať determinanty inflačného vývoja v minulosti. Vzhľadom na pomerne krátku históriu ekonomiky a štrukturálne zmeny, ktorými od svojho začiatku prešla, sú výsledky modelov akceptovateľné, a pre indikatívne účely aj použiteľné. Zásadným problémom modelovania inflácie je skutočnosť, že spotrebiteľská inflácia v podmienkach SR zatiaľ nevykázala ani jeden ekonomický cyklus, nakoľko pôsobením viacerých štrukturálnych zmien sa v jej doterajšej histórii vyprofiloval dezinflačný trend, ktorý stále prebieha. Týmto charakterom sa komplikuje použitie štandardných ekonometrických metód, napr. tzv. error-correction regresii. Štatistické vlastnosti takýchto modelov potom nie sú ideálne.

Model vysvetľujúci vplyv faktorov z trhu práce možno použiť na prognózovanie inflácie, nakoľko mzda, produktivita a nezamestnanosť sa dá prognózovať. Podobne model opisujúci vplyv determinantov inflácie z trhu tovarov je tiež praktický pre prognózovanie inflácie. Monetárny model obsahujúci peňažnú zásobu M2 nám slúži skôr ako dôkaz toho, že existuje kanál medzi rastom peňažnej zásoby a rastom cenovej úrovne. Aj keď sa peňažný agregát M2 nedá prognózovať, a teda ani inflácia v tomto modeli, osožná je pre nás informácia, že keď sledujeme nadmerný rast M2 (väčší ako rast HDP) dlhšiu dobu môžeme očakávať rast cien, teda infláciu.

POUŽITÁ LITERATÚRA:

- [1] Juselius K., 2005, *The Cointegrated Var Model: Methodology and Applications*
- [2] Kišidaj P, Mihakenko M., marec 2006, *Modelovanie inflácie v podmienkach SR (mark-up model)*, IFP, ekonomická analýza 10
- [3] Kuijs L., 2002, *Monetary Transmission Mechanisms and Inflation in the Slovak Republic*, IMF WP/02/80
- [4] Felderer B., Homburg S., 1995, *Makroekonomika a nová makroekonomika*, Elita
- [5] Stock J. H., Watson M. W., 1999, *Forecasting inflation*, Journal of Monetary Economics 44 (1999) 293-335
- [6] Golinelli R., Orsi R, august 2002, *Modelling Inflation in EU Accession Countries: The Case of the Czech Republic, Hungary and Poland*, Ezoneplus Working Paper No.9
- [7] Mišútová K., 2005, *Jednoduché modely inflácie na Slovensku*, diplomová práca, FMFI UK
- [8] Malesich A., 2004, *Modelovanie reálneho efektívneho výmenného kurzu*, diplomová práca, FMFI UK
- [9] Huček J., 2002, *Modelovanie príjmov a spotreby obyvateľstva SR*, diplomová práca, FMFI UK
- [10] Kotová K., 2005, *Modelovanie rovnovážneho výmenného kurzu pomocou panelových modelov*, diplomová práca, FMFI UK
- [11] Národná banka Slovenska, <http://www.nbs.sk>
- [12] Štatistický úrad Slovenskej republiky, <http://www.statistics.sk>
- [13] Hendry D. F., Ericsson N. R., 2001, *Understanding economic forecasts*
- [14] Eviews 4.0, *Help System*

LOG(WAGE)-LOG(CPI)

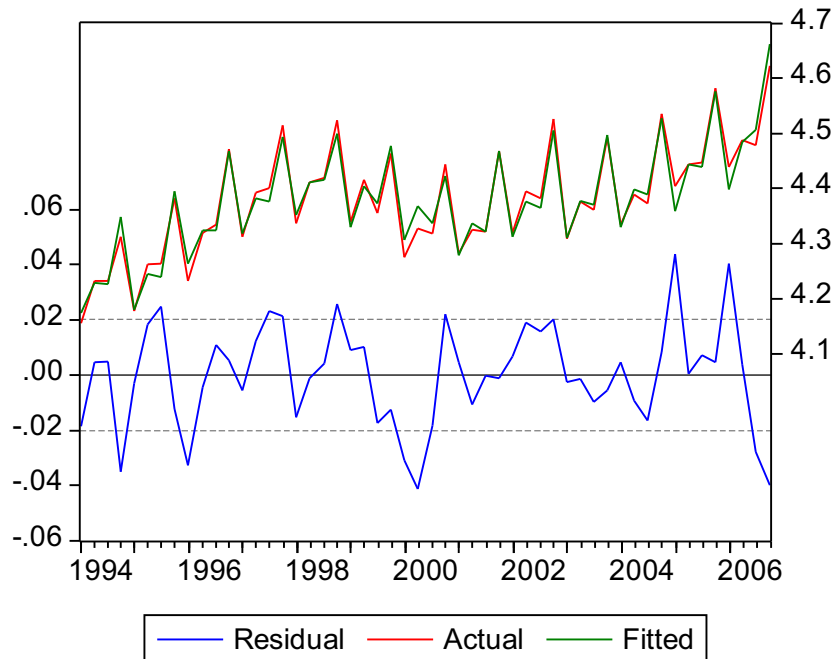
Method: Least Squares

Date: 04/30/07 Time: 23:15

Sample(adjusted): 1994:1 2006:4

Included observations: 52 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.704429	0.388211	1.814551	0.0764
LOG(PROD)	0.708618	0.102581	6.907865	0.0000
LOG(CPI)-LOG(PPI)	0.379819	0.249018	1.525270	0.1343
LOG(URATE)	-0.219526	0.049917	-4.397782	0.0001
LOG(CPI/NETCPI)	-0.634994	0.088060	-7.210918	0.0000
Q1	-0.134674	0.009769	-13.78626	0.0000
Q2	-0.122989	0.008140	-15.10962	0.0000
Q3	-0.141143	0.008481	-16.64136	0.0000
R-squared	0.964557	Mean dependent var	4.378863	
Adjusted R-squared	0.958918	S.D. dependent var	0.099932	
S.E. of regression	0.020255	Akaike info criterion	-4.820205	
Sum squared resid	0.018051	Schwarz criterion	-4.520014	
Log likelihood	133.3253	F-statistic	171.0597	
Durbin-Watson stat	1.235629	Prob(F-statistic)	0.000000	



Výstup z Johansenovho kointegračného testu:

Date: 05/01/07 Time: 18:13
 Sample(adjusted): 1994:4 2006:4
 Included observations: 49 after adjusting endpoints
 Trend assumption: Linear deterministic trend
 Series: LOG(WAGE)-LOG(CPI) LOG(PROD) LOG(CPI)-LOG(PPI) LOG(URATE)
 Exogenous series: Q1 Q2 Q3 LOG(DEREG)
 Warning: Critical values assume no exogenous series
 Lags interval (in first differences): 1 to 2

Unrestricted Cointegration Rank Test

Hypothesized No. of CE(s)	Eigenvalue	Trace Statistic	5 Percent Critical Value	1 Percent Critical Value
None **	0.586642	66.29952	47.21	54.46
At most 1	0.287635	23.01090	29.68	35.65
At most 2	0.110084	6.391847	15.41	20.04
At most 3	0.013723	0.677075	3.76	6.65

*(**) denotes rejection of the hypothesis at the 5%(1%) level
 Trace test indicates 1 cointegrating equation(s) at both 5% and 1% levels

Hypothesized No. of CE(s)	Eigenvalue	Max-Eigen Statistic	5 Percent Critical Value	1 Percent Critical Value
None **	0.586642	43.28862	27.07	32.24
At most 1	0.287635	16.61905	20.97	25.52
At most 2	0.110084	5.714772	14.07	18.63
At most 3	0.013723	0.677075	3.76	6.65

*(**) denotes rejection of the hypothesis at the 5%(1%) level
 Max-eigenvalue test indicates 1 cointegrating equation(s) at both 5% and 1% levels

Unrestricted Cointegrating Coefficients (normalized by b*S11*b=I):

LOG(WAGE)-LOG(CPI)	LOG(PROD)	LOG(CPI)- LOG(PPI)	LOG(URATE)
77.18837	-57.15116	-36.39147	17.05774
29.84674	-54.64171	107.9480	-13.84234
29.08141	-5.224617	-19.19618	16.27446
-17.87666	50.25905	-55.91081	2.707494

Unrestricted Adjustment Coefficients (alpha):

D(LOG(WAGE)-LOG(CPI))	-0.010311	-0.001297	-0.002931	0.000372
D(LOG(PROD))	0.006187	0.002033	-0.004434	-3.54E-05
D(LOG(CPI)-LOG(PPI))	0.004471	-0.000250	-0.000387	0.001043
D(LOG(URATE))	0.000626	0.010318	0.000585	0.001996

1 Cointegrating Equation(s): Log likelihood 560.8873

Normalized cointegrating coefficients (std.err. in parentheses)

LOG(WAGE)-LOG(CPI)	LOG(PROD)	LOG(CPI)- LOG(PPI)	LOG(URATE)
1.000000	-0.740412 (0.09242)	-0.471463 (0.23526)	0.220988 (0.04250)

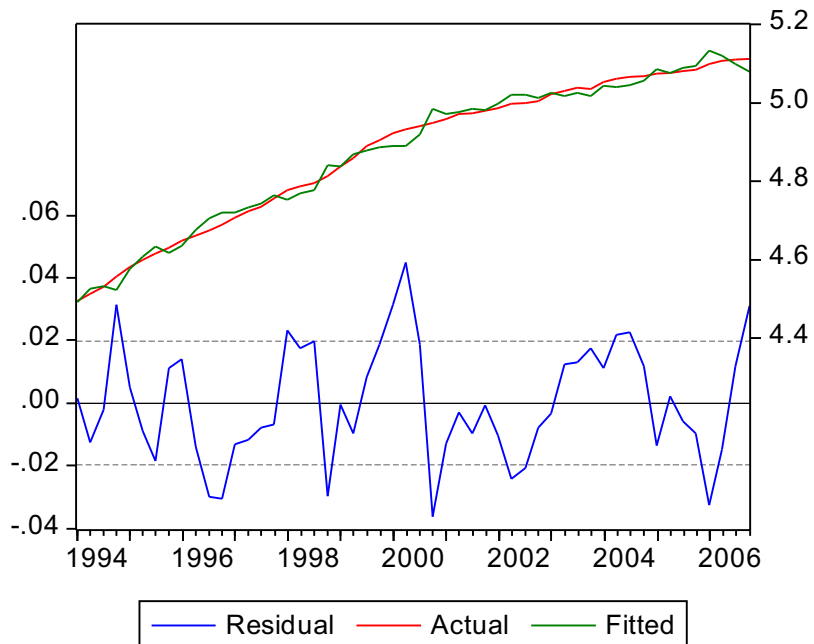
Adjustment coefficients (std.err. in parentheses)

D(LOG(WAGE)-LOG(CPI))	-0.795852 (0.16954)
D(LOG(PROD))	0.477595 (0.19354)

0.345115
 (0.12714)
 0.048287
 (0.33615)

Dependent Variable: LOG(NETCPI)
 Method: Least Squares
 Date: 05/01/07 Time: 16:38
 Sample(adjusted): 1994:1 2006:4
 Included observations: 52 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-1.985735	0.262447	-7.566229	0.0000
LOG(FORCPI)+LOG(NEER)	0.324822	0.037560	8.648200	0.0000
LOG(ULC)	0.758581	0.038118	19.90080	0.0000
LOG(SKKBRENT)	0.029476	0.011403	2.584913	0.0131
Q1	0.093540	0.009045	10.34194	0.0000
Q2	0.096349	0.009398	10.25223	0.0000
Q3	0.109921	0.010017	10.97402	0.0000
R-squared	0.990253	Mean dependent var	4.874372	
Adjusted R-squared	0.988953	S.D. dependent var	0.188361	
S.E. of regression	0.019797	Akaike info criterion	-4.881897	
Sum squared resid	0.017637	Schwarz criterion	-4.619230	
Log likelihood	133.9293	F-statistic	761.9680	
Durbin-Watson stat	1.023858	Prob(F-statistic)	0.000000	



Výstup z Johansenovho kointegračního testu:

Date: 05/02/07 Time: 02:24
 Sample(adjusted): 1994:4 2006:4
 Included observations: 49 after adjusting endpoints
 Trend assumption: Linear deterministic trend
 Series: LNETCPI LFORPRICES LULC LSKKBRENT
 Exogenous series: Q1 Q2 Q3
 Warning: Critical values assume no exogenous series
 Lags interval (in first differences): 1 to 2

Unrestricted Cointegration Rank Test

Hypothesized No. of CE(s)	Eigenvalue	Trace Statistic	5 Percent Critical Value	1 Percent Critical Value
None **	0.465101	57.16185	47.21	54.46
At most 1	0.271379	26.50369	29.68	35.65
At most 2	0.197313	10.99022	15.41	20.04
At most 3	0.004489	0.220459	3.76	6.65

*(**) denotes rejection of the hypothesis at the 5%(1%) level
 Trace test indicates 1 cointegrating equation(s) at both 5% and 1% levels

Hypothesized No. of CE(s)	Eigenvalue	Max-Eigen Statistic	5 Percent Critical Value	1 Percent Critical Value
None *	0.465101	30.65817	27.07	32.24
At most 1	0.271379	15.51347	20.97	25.52
At most 2	0.197313	10.76976	14.07	18.63
At most 3	0.004489	0.220459	3.76	6.65

*(**) denotes rejection of the hypothesis at the 5%(1%) level
 Max-eigenvalue test indicates 1 cointegrating equation(s) at the 5% level
 Max-eigenvalue test indicates no cointegration at the 1% level

Unrestricted Cointegrating Coefficients (normalized by b*S11*b=I):

LNETCPI	LFORPRICES	LULC	LSKKBRENT
-72.01490	20.38022	63.29106	1.181471
-33.78818	9.744433	22.69381	-2.196469
-14.88219	2.548019	0.835306	4.573393
0.855476	-12.45165	8.120095	0.438828

Unrestricted Adjustment Coefficients (alpha):

	D(LNETCPI)	D(LFORPRICES)	D(LULC)	D(LSKKBRENT)
	0.000150	-0.008804	-0.009907	-0.024134
	0.002144	0.001528	0.003056	0.001703
	-0.000565	-0.002147	0.002676	-0.044518
	-1.67E-05	0.001061	-0.000717	-0.001270

1 Cointegrating Equation(s): Log likelihood 499.0274

Normalized cointegrating coefficients (std.err. in parentheses)

LNETCPI	LFORPRICES	LULC	LSKKBRENT
1.000000	-0.283000	-0.878861	-0.016406
	(0.03059)	(0.03923)	(0.01275)

Adjustment coefficients (std.err. in parentheses)

D(LNETCPI)	D(LFORPRICES)
-0.010778	0.634028
(0.05182)	(0.23144)

D(LULC)	0.713486 (0.20722)
D(LSKKBRENT)	1.737997 (1.26362)

Vector Error Correction Estimates

Date: 05/02/07 Time: 02:30

Sample(adjusted): 1994:4 2006:4

Included observations: 49 after adjusting endpoints

Standard errors in () & t-statistics in []

Cointegration Restrictions:

$$B(1,1)=-1, B(1,2)+B(1,3)=1$$

Convergence achieved after 20 iterations.

Restrictions identify all cointegrating vectors

LR test for binding restrictions (rank = 1):

Chi-square(1) 10.75684

Probability 0.001039

Cointegrating Eq:	CointEq1
LNETCPI(-1)	-1.000000
LFORPRICES(-1)	0.251391 (0.04065) [6.18390]
LULC(-1)	0.748609 (0.04065) [18.4148]
LSKKBRENT(-1)	0.053238 (0.01459) [3.64925]
C	-1.325379

MODEL 3 - PEŇAŽNÝ TRH:

výstup z OLS:

Dependent Variable: LOG(CPI)

Method: Least Squares

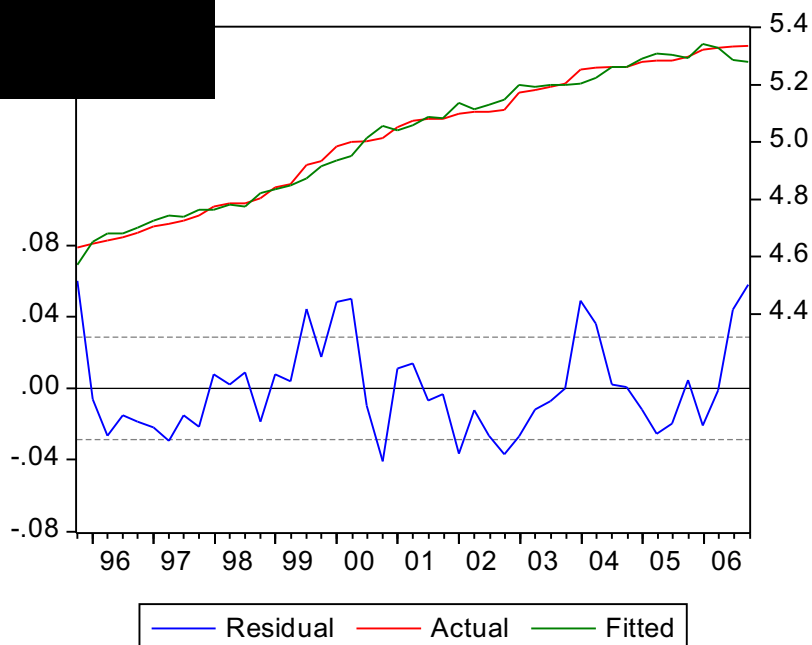
Date: 05/01/07 Time: 17:42

Sample: 1995:4 2006:4

Included observations: 45

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	11.18710	0.188465	59.35890	0.0000
LOG(M2)- LOG(RHDP)	0.976716	0.033208	29.41200	0.0000
RDISC	-0.035544	0.002699	-13.17072	0.0000
Q1	-0.047490	0.011999	-3.957945	0.0003
Q2	0.032242	0.011991	2.688726	0.0105
Q3	0.036692	0.011967	3.066144	0.0039

0.986555	Mean dependent var	5.016920
0.984831	S.D. dependent var	0.231818
0.028551	Akaike info criterion	-4.150653
0.031792	Schwarz criterion	-3.909765
99.38970	F-statistic	572.3269
0.911555	Prob(F-statistic)	0.000000



Výstup z Johansenovho kointegračného testu:

Date: 05/01/07 Time: 17:54
Sample(adjusted): 1995:4 2006:4
Included observations: 45 after adjusting endpoints
Trend assumption: Linear deterministic trend
Series: LOG(CPI) LOG(M2)-LOG(RHDP) RDISC
Exogenous series: Q1 Q2 Q3
Warning: Critical values assume no exogenous series
Lags interval (in first differences): 1 to 1

Unrestricted Cointegration Rank Test

Hypothesized No. of CE(s)	Eigenvalue	Trace Statistic	5 Percent Critical Value	1 Percent Critical Value
None **	0.505285	38.09801	29.68	35.65
At most 1	0.077002	6.428172	15.41	20.04
At most 2	0.060793	2.822380	3.76	6.65

(**) denotes rejection of the hypothesis at the 5%(1%) level
Trace test indicates 1 cointegrating equation(s) at both 5% and 1% levels

Hypothesized No. of CE(s)	Eigenvalue	Max-Eigen Statistic	5 Percent Critical Value	1 Percent Critical Value
None **	0.505285	31.66984	20.97	25.52
At most 1	0.077002	3.605791	14.07	18.63
At most 2	0.060793	2.822380	3.76	6.65

(**) denotes rejection of the hypothesis at the 5%(1%) level

Max-eigenvalue test indicates 1 cointegrating equation(s) at both 5% and 1% levels

Unrestricted Cointegrating Coefficients (normalized by b*S11*b=I):

LOG(CPI)	LOG(M2)- LOG(RHDP)	RDISC
29.34753	-28.45725	1.325177
-22.27625	23.80701	-0.251200
11.84481	-4.053601	0.709549

Unrestricted Adjustment Coefficients (alpha):

D(LOG(CPI))	0.000283	0.003271	-0.000847
D(LOG(M2)- LOG(RHDP))	0.009825	-0.000766	-0.003038
D(RDISC)	-0.169126	-0.014399	-0.051471

1 Cointegrating Equation(s): Log likelihood 252.7394

Normalized cointegrating coefficients (std.err. in parentheses)

LOG(CPI)	LOG(M2)- LOG(RHDP)	RDISC
1.000000	-0.969664 (0.04261)	0.045155 (0.00374)

Adjustment coefficients (std.err. in parentheses)

D(LOG(CPI))	0.008306 (0.05926)
D(LOG(M2)- LOG(RHDP))	0.288350 (0.07688)
D(RDISC)	-4.963427 (1.31491)