FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY

UNIVERZITY KOMENSKÉHO

V BRATISLAVE

DIPLOMOVÁ PRÁCA

JEDNOPERIÓDOVÝ A VIACPERIÓDOVÝ MODEL
SPRÁVY PORTFÓLIA

Autor: Andrej Kuhejda

Vedúci diplomovej práce: Mgr. Igor Melicherčík, PhD

Bratislava 2008

ČESTNÉ PREHLÁSENIE

Čestne prehlasujem, že som túto diplomovú prácu vypracoval samostatne s využitím uvedenej literatúry

....

POĎAKOVANIE
Ďakujem vedúcemu diplomovej práce Mgr. Igorovi Melicherčíkovi za všetok čas a trpezlivosť, ktoré mi venoval, a taktiež za užitočné rady a podnety, ktoré mi pomohli pri písaní tejto diplomovej práce. Úprimne ďakujem aj svojim rodičom, súrodencom a priateľom za všestrannú pomoc a podporu počas celého štúdia.

OBSAH

Úvod

Investovanie sa zaraďuje medzi dôležité peňažné operácie, ktoré uskutočňuje subjekt - právnická alebo fyzická osoba. Podstata investície je v nákupe dlhodobého finančného, nehnuteľného poprípade hnuteľného majetku a krátkodobého majetku. Pri investičných operáciách je potrebné analyzovať a rozložiť riziko (minimalizovať ho), stanoviť trvanie investície a vyhodnotiť výšku možného výnosu. Obchodovanie s cennými papiermi ponúka vysoký výnos, avšak nesie so sebou určité riziko straty, pričom platí: čím vyšší výnos, tým väčšie riziko. Preto je veľmi dôležité, správne vytvoriť, resp. rozložiť svoje portfólio, tak aby spĺňalo v sebe požiadavku bezpečnosti investície a zároveň primeraného výnosu.

Investor si kladie otázku, akým spôsobom má svoje portfólio spravovať. Niektorí svoje peniaze zveria do rúk finančným inštitúciám, iní sa zas rozhodnú svoje portfólio spravovať sami. V mojej diplomovej práci budem porovnávať dve rozdielne metódy správy portfólia a na základe pokusov na reálnych dátach porovnám, ktorá z týchto dvoch metód bude úspešnejšia.

V prvej kapitole sa oboznámime so základnými pojmami ako je výnos, úroková miera, kurzové riziko a cenné papiere, konkrétne dlhopisy, ktoré budeme v ďalších častiach využívať. V druhej kapitole si priblížime Brownov pohyb resp. Wienerov proces a oceňovanie aktív v binomickom strome pomocou diskretizácie normálneho rozdelenia N(0,1), s ktorými budeme v oboch modeloch pracovať. V ďalšej kapitole popíšeme oba modely správy portfólia s ich základnými charakteristikami. Prvým modelom je jednoperiódový model, založený na spravovaní portfólia s jediným rebalancovaním a to na konci svojej periódy a druhý modelom je viacperiódový model založený rebalancovaní, nielen na konci periódy ale aj v jej priebehu. Vo štvrtej kapitole aplikujeme oba modely na reálne dáta, s rôznymi variantmi kalibrácie stromu, či dĺžky časovej periódy. V záverečnej piatej kapitole zhrnieme výsledky optimalizácie portfólia a oba modely vzájomne porovnáme vzhľadom na skutočný výnos, ktorý by nám tieto modely správy portfólia priniesli.

1 Základné pojmy

Tak ako som v úvode spomínal investovanie patrí k najdôležitejším finančným operáciám v oblasti finančného a ekonomického trhu. Každý investor, ktorý vstupuje do procesu investovania nesie v sebe otázku ako bude investovať a následne ako bude svoje portfólio spravovať. Na kapitálovom trhu, s ktorým budeme pracovať, má investor veľa možností voľby investície. Vo väčšine prípadov chcú mnohí bezpečnú investíciu, tj. aby minimalizovali riziko straty a zároveň aby dosiahli primeraný výnos. Žiadna investícia nám však neumožňuje vysoký výnos pri žiadnom riziku. Preto je potrebné optimalizovať skladbu portfólia tak, aby vyhovovala mojim požiadavkám výnosu a rizika, ktoré chcem pri investovaní podstúpiť. Základnou charakteristikou, ktorá ovplyvňuje výnos z dlhopisových investícií je úroková miera a pri investovaní do zahraničných aktív aj výmenný kurz.

1.1 Výnos

Pri investovaní do nejakého portfólia aktív sa vynára investorovi niekoľko základných otázok. Jednou z najdôležitejších otázok, ktorú si investor kladie pri skladbe a správe svojho portfólia je otázka výnosu. Totálny výnos investície počas danej periódy je definovaný ako podiel hodnoty investície na konci periódy a hodnoty investície na začiatku periódy.

$$R = \frac{X_1}{X_0},$$

kde X_0 a X_1 hodnota investície na začiatku resp. na konci periódy.

Výnos r investície počas danej periódy definujeme ako

$$r = \frac{X_1 - X_0}{X_0}.$$

Totálny výnos R a výnos r sú prepojené vzájomným vzťahom:

$$R=1+r$$

Pri investovaní do portfólia, ktoré pozostáva z aktív v rôznych menách musíme zobrať do úvahy, že celkový výnos pri dlhopisovom portfóliu bude pozostávať z dvoch základných častí a to z výnosu úrokovej miery a z výnosu, ktorý môže nastať zmenou výmenného kurzu.

1.2 Úroková miera

Úroková miera je sadzba, ktorú musí dlžník zaplatiť veriteľovi za požičanie peňažného kapitálu v podobe úroku. Vypočítava sa ako pomer absolútnej veľkosti úroku k veľkosti zapožičaného peňažného kapitálu (v percentách).

$$U = \frac{u}{K}$$

kde U je úroková miera, u je úrok a K zapožičaný kapitál

Výška úrokovej miery závisí od ekonomickej situácie v krajine, od pôsobenia jednotlivých nástrojov monetárnej, fiškálnej a dôchodkovej politiky štátu. Základnú úrokovú mieru – diskontnú sadzbu – určuje centrálna banka v štáte. Od jej výšky sú odvodené aj úrokové miery, ktoré stanovujú obchodné banky a iné nebankové finančné inštitúcie pre svojich klientov.

Úrokové miery sa menia v závislosti:

- od rizikovosti investície.
  Pri úrokovej miere štátnych cenných papierov, môžeme hovoriť o tzv. bezrizikovej úrokovej miere a označiť ju ako $\boldsymbol{r_f}$. Ostatné, rizikovejšie aktíva majú vyššiu úrokovú mieru a túto úrokovú mieru môžeme zapísať ako bezriziková úroková miera $\boldsymbol{r_f}$ + riziková prémia.
- od likvidity investície.
  Vo všeobecnosti platí, že finančné prostriedky, ktoré máme k dispozícii okamžite bez akejkoľvek straty (alebo v krátkom časovom okamihu) sú zväčša úročené nižšou úrokovou sadzbou.

1.3 Kurzové riziko

S rozšírením medzinárodného obchodu prišla pre investorov možnosť investície presahujúcej hranice štátu. Avšak spolu s množstvom možností investovania do zahraničných aktív, pribúda aj ďalšie riziko a to kurzové riziko. Kurzovému riziku je vystavený každý investor, ktorý realizuje finančné transakcie presahujúce hranice štátu. Kurzové riziko spôsobuje volatilita výmenných kurzov slovenskej koruny voči zahraničným menám. Zmeny výmenných kurzov môžu mať kladný alebo záporný vplyv na predpokladaný výsledok, tj. môže dochádzať ku kurzovým stratám alebo kurzovým ziskom. Ako sa môžem zabezpečiť proti kurzovému riziku?

V zásade existujú tri základné stratégie.

1. Stratégia vyhýbania sa kurzovému riziku, pri ktorej si investor zabezpečuje všetky svoje pohľadávky a záväzky v tej istej mene. Táto stratégia je nazývaná ako prirodzený hedging a patrí k najčastejšej forme zabezpečenia sa proti kurzovému riziku.
2. Stratégia udržiavania otvorených menových pozícií, pri ktorej sa investor zabezpečuje selektívne a nechce sa vzdať možných kurzových šancí (forwardy, opcie).
3. Stratégia „nič nerobenia", pri ktorej investor nikdy nezabezpečuje svoje menové pozície v presvedčení, že sa kurzové straty a zisky z dlhodobého hľadiska kompenzujú.

Keďže ku tretej stratégii toho veľa hovoriť netreba, v krátkosti sa povenujeme len prvým dvom bodom.

1. Prirodzený hedging

Najjednoduchšou formou, ako eliminovať kurzové riziko, je úplne sa mu vyhnúť. To je možné dosiahnuť len vtedy, ak platby aj úhrady sú realizované v tej istej mene. V praxi sa to však nedá dosiahnuť so 100 %-ným úspechom, pretože málo firiem pôsobiacich na trhu má príjmy a výdavky len v jednej mene. V takomto prípade je riešením tzv. neeting, čo znamená vzájomné vyrovnávanie dlhých a krátkych pozícií v tej istej mene. V praxi to znamená, že ak firma má významné príjmy, napríklad v eurách, tak významné výdavky by mala mať tiež splatné v eurách.

2. Forwardy a opcie

Forward je termínovaný kontrakt, ktorý uzatvára predávajúci a kupujúci na aktívum, či finančný nástroj za cenu stanovenú pri uzatváraní dohody. Súčasne predstavuje pre kupujúceho záväzok kúpiť príslušné aktívum pri dohodnutých podmienkach. Sme povinný ho realizovať

Kúpou menovej ***opcie*** získavame právo (nie povinnosť - na rozdiel od forwardu) vykonať konverziu peňažných prostriedkov z jednej meny do inej za vopred dohodnutý kurz vo vopred dohodnutý deň

Predvídanie menového vývoja je veľmi náročné. Vývoj kurzov častokrát nie je len výsledkom vývoja ekonomických faktorov, ale v niektorých situáciách predovšetkým faktorov neekonomických, ktorých intenzita či smer pôsobenia sa v budúcnosti nedá predvídať. Na kurzové výkyvy pôsobí rad činiteľov. Medzi tieto faktory patria na prvom mieste faktory ekonomické. Sú to:

- Hospodársky rast,
- Úrokové sadzby,
- Inflácia,
- Výška nezamestnanosti,
- Parita kúpnej sily,
- Obchodná bilancia,
- Stav devízových rezerv.

1.4 Cenné papiere

Cenné papiere sú listiny, na ktorých je zapísaná pohľadávka vlastníka cenného papiera voči vystavovateľovi cenného papiera. Stelesňujú určité majetkové právo a sú podmienkou na vznik, trvanie, uplatnenie, resp. prevod tohto práva. Vlastník nemôže bez cenného papiera požadovať uspokojenie svojich nárokov, dlžník môže odoprieť plnenie záväzku, keď sa mu nepredloží cenný papier. Existuje veľa druhov cenných papierov a členia sa z rôznych hľadísk. Nás bude zaujímať hlavne členenie z hľadiska trhu a podľa tohto cenné papiere rozdeľujeme na cenné papiere peňažného a cenné papiere kapitálového trhu. V nasledujúcej tabuľke je možné vidieť konkrétne rozdelenie cenných papierov.

Cenné papiere peňažného trhu	***Cenné papiere kapitálového trhu***
- zmenky	- dlhopisy
- šeky	- akcie
- pokladničné poukážky	- podielové listy
- depozitné certifikáty	

Pre peňažný trh je charakteristické, že sa na ňom obchoduje s krátkodobými finančnými nástrojmi, ktoré majú splatnosť do jedného roka. Kapitálový trh je trhom strednodobého a dlhodobého kapitálu. My budeme pracovať práve s kapitálovým trhom, konkrétne so štátnymi dlhopismi, ktoré tvoria jednu z najmenej rizikových oblastí investovania.

1.4.1 Kapitálový trh

Kapitálový trh je trhom , na ktorom sa stretáva ponuka dlhodobých a strednodobých peňažných prostriedkov a dopyt po nich. Prostredníctvom kapitálového trhu sa dostáva k podnikateľom podstatná časť finančných zdrojov na investície (investičný kapitál). Obchoduje sa tu s akciami, dlhodobými a strednodobými štátnymi, komunálnymi a podnikovými dlhopismi, teda z dlhodobými cennými papiermi. Frekvencia obchodovania s týmito papiermi je menšia ako pri obchodovaní s nástrojmi finančného trhu. Preto majú dlhodobé cenné papiere vo všeobecnosti nižší stupeň likvidity.

1.4.2 Dlhopisy

Dlhopis je cenný papier, ktorý vytvára medzi jeho eminentom (vystavovateľ dlhopisu) a majiteľom vzťah dlžníka a veriteľa. Dlhopis je cenný papier s dlhou dobou splatnosti. Vo svete patrí medzi najpoužívanejšie a najdôležitejšie nástroje kapitálového trhu. Emisiou dlhopisov si eminent požičiava peňažné prostriedky od veriteľov, za čo sa zaväzuje po uplynutí určitej lehoty vrátiť požičanú sumu zvýšenú o čiastku, ktorá zodpovedá úroku, ktorý na začiatku určil eminent. Túto čiastku možno majiteľovi vyplácať v určitých intervaloch ročne, polročne alebo jednorázovo pri splatnosti dlhopisu (tzv. kupón). Vydávanie dlhopisov je u nás podmienené súhlasom Ministerstva financií SR. Až po jeho súhlase možno dlhopisy emitovať.

Štátne dlhopisy

Už z nadpisu je zjavné, že pri štátnych dlhopisov je eminentom štát, konkrétne ministerstvo financií, ktoré zastupuje vládu. Na emisii sa zúčastňuje centrálna banka (na Slovensku Národná banka Slovenska - NBS) ako agent ich predaja. Štátne dlhopisy sa vydávajú na krytie schodku štátneho rozpočtu. Prostriedky získané emisiou sa môžu použiť aj účelovo – na výstavbu infraštruktúry, bytovej výstavby a podobne. Štátne alebo inak nazývané aj vládne dlhopisy patria medzi najkvalitnejšie cenné papiere, pretože splatnosť a výplatu výnosov garantuje štát a ich likvidita je vysoká. Táto bezpečnosť investície je spravidla vyvážená nižším úročením. Na strane druhej výnosy zo štátnych dlhopisov nepodliehajú zdaneniu. Emisia štátnych dlhopisov je významným nástrojom štátu na reguláciu množstva peňazí v obehu. Emisiou štátnych dlhopisov sa objem peňazí v obehu znižuje a ich stiahnutím sa objem zvyšuje.

2 Pomocné modely

2.1 Brownov pohyb – Wienerov proces

<u>Definícia:</u> (Brownov pohyb)

Brownov pohyb je stochastický proces s nasledujúcimi vlastnosťami:

1. s pravdepodobnosťou 1 sú trajektórie $W_t(\omega)$ sú spojité a platí $W_0=0$

2. náhodná premenná W_t má normálne rozdelenie N(0,t)

3. $W_{t+s} - W_s$ má N(0,t) rozdelenie. Ďalej platí, že W_t má nezávislé prírastky, tj. $W_{t1}, W_{t2} - W_{t1}, \ldots\ldots, W_{tk} - W_{tk-1}$ sú nezávislé pre všetky $0 \le t_1 \le t_2 \le \ldots \le t_k$.

Pod pojmom Brownov pohyb sa v niektorých literatúrach myslí $B_t = \mu.t + \sigma.W_t$. Brownov pohyb s parametrami $\mu = 0$ a $\sigma^2 = 1$ nazývame Wienerov proces.

Wienerov proces sa často používa vo finančnej ekonómii na modelovanie náhodnej zložky vývoja cien aktív a tak je to aj v našom prípade. Na modelovanie vývoja cien v portfóliu použijeme diskretizáciu Brownovho pohybu pomocou rozhodovacieho binárneho stromu.

Choleského rozklad

Pre každú symetrickú, pozitívne definitnú maticu A existuje taká dolná trojuholníková matica L, že platí $A=L.L^T$

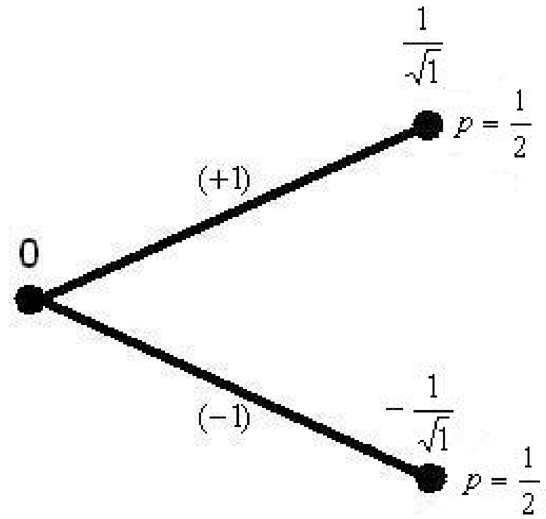
Nie je až také triviálne generovať náhodné premenné Brownovho pohybu tak, aby boli navzájom späté nejakou väzbou, aby boli navzájom korelované. Na tieto účely nám slúži Choleského rozklad matice. Keď na kovariančnú maticu aplikujeme Choleského rozklad a potom to prenásobíme Brownovými pohybmi, tak nám to zabezpečí, že Brownove pohyby budú navzájom korelované. V našom prípade bude neskôr v modeli vystupovať náhodná premenná „*Z*“, ktorá vznikla diskretizáciou Brownovho pohybu. Ak však chceme, aby z nekorelovaného „*Z*“ vniklo korelované, musíme nekorelované „*Z*“ prenásobiť maticou Choleského rozkladu.

$$Z(korelované) = CHD * Z(nekorelované) ,$$

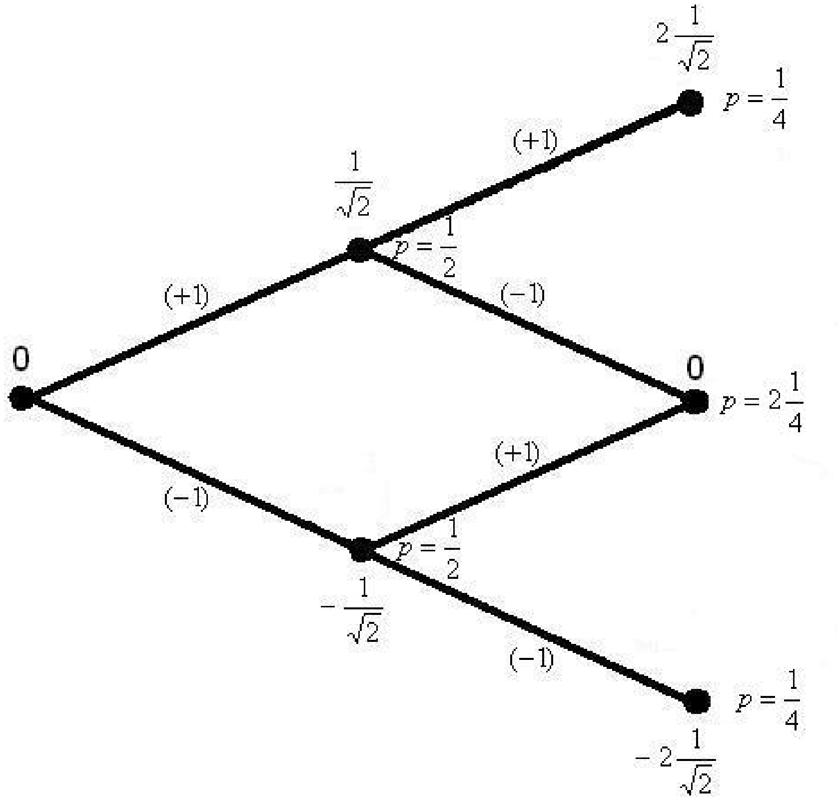
kde CHD je Choleského rozklad matice

2.2 Diskretizácia normálneho rozdelenia N(0,1)

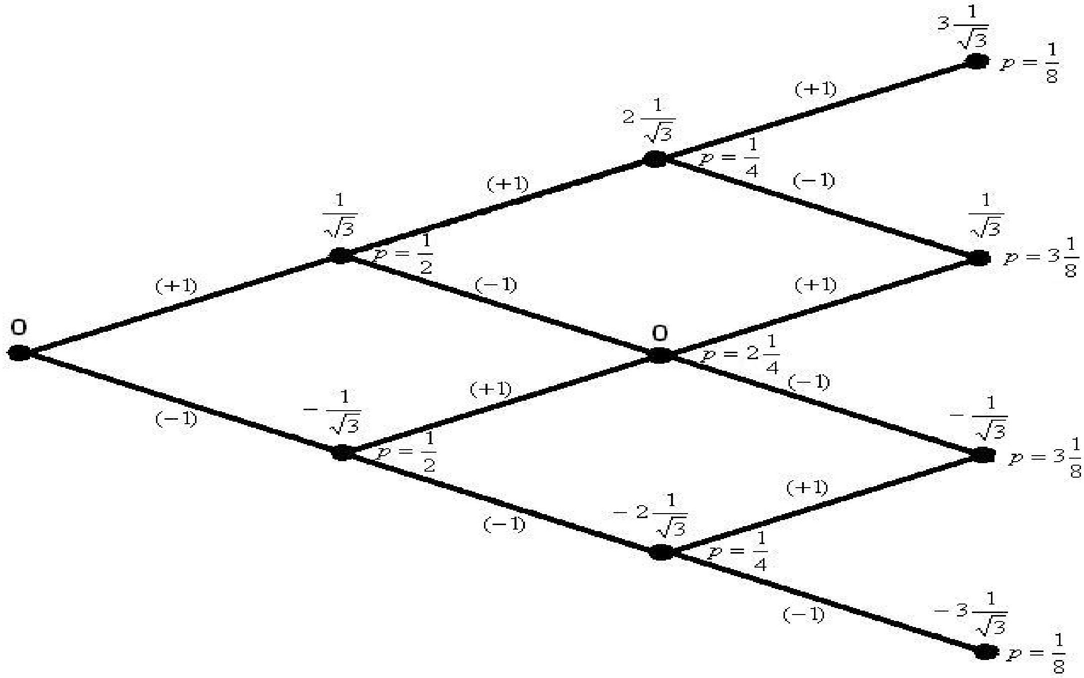
- jednoperiódová diskretizácia N(0,1)



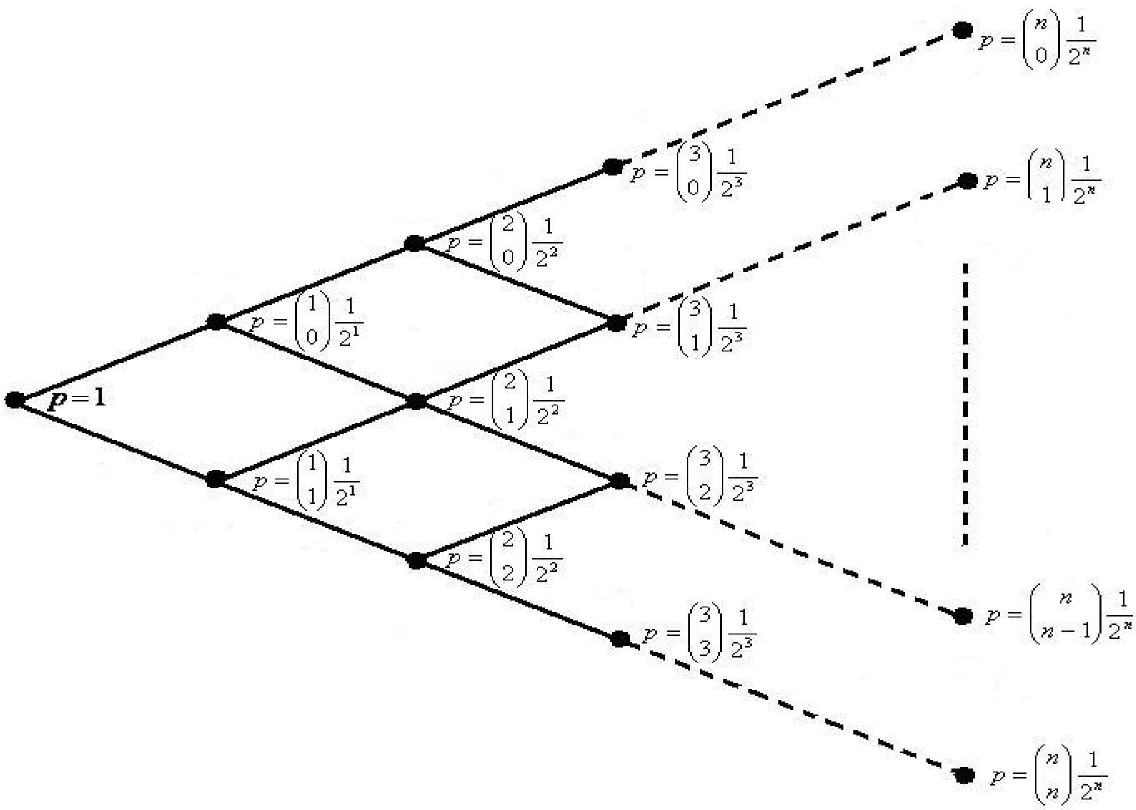
- dvojperiódová diskretizácia N(0,1)



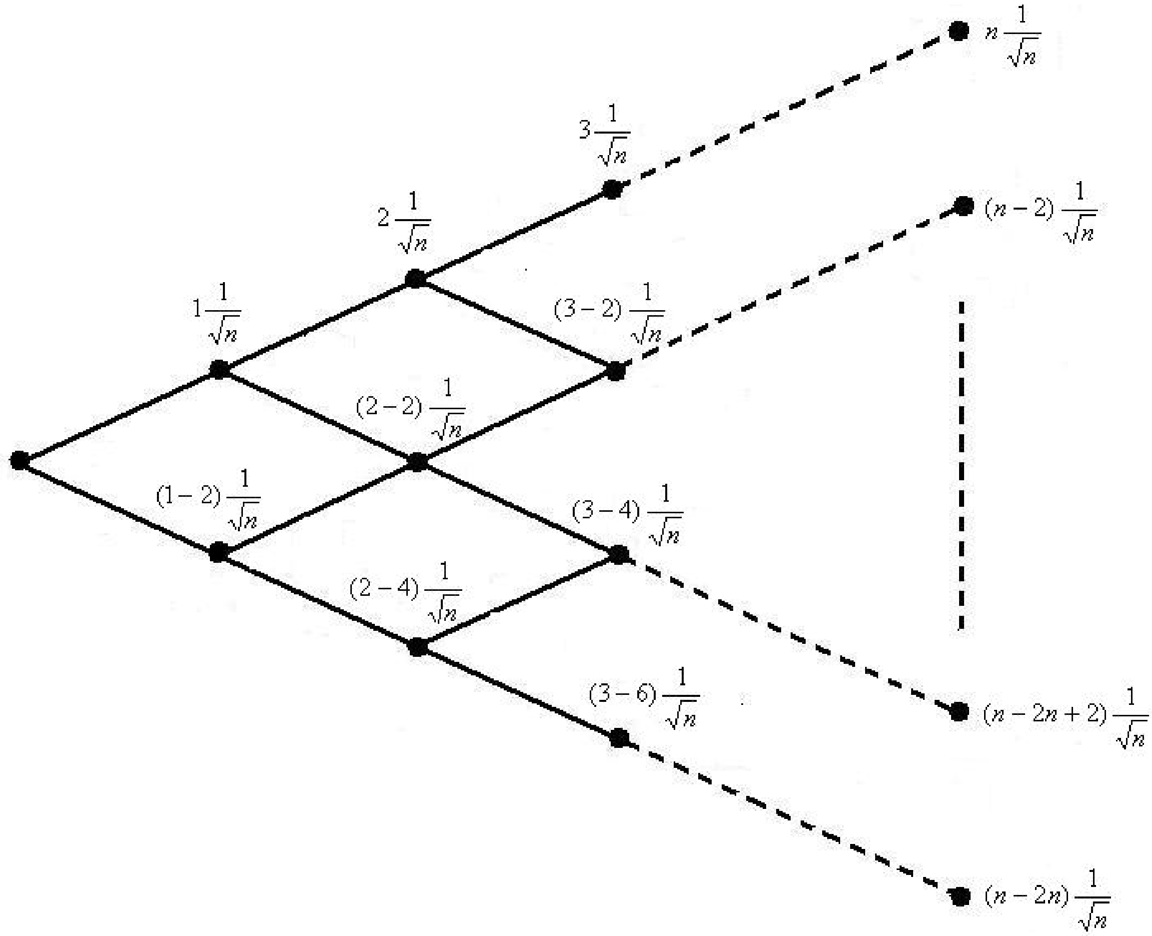
- trojperiódová diskretizácia N(0,1)



- n-periódová diskretizácia N(0,1) – pravdepodobnosti



- n-periódová diskretizácia N(0,1) – hodnoty



Zaveďme si náhodnú premennú X_i ,ktorá nadobúda hodnoty +/- 1 s pravdepodobnosťou $p=\frac{1}{2}$.

$$W(0)=0$$
$$W\left(\frac{i}{n}\right)=W_n\left(\frac{i-1}{n}\right)+\frac{X_i}{\sqrt{n}}$$

Čo sa bude diať keď n bude veľké $(n\to\infty)$? Označme $S_n=\sum_{i=1}^{n}X_i$ a pre veľké n dostaneme náhodnú premennú ozn. Z=$\frac{.S_n}{\sqrt{n}}$. Táto náhodná premenná má podľa CLV Centrálnej limitnej vety pre dostatočne veľké n $(n\to\infty)$ aproximatívne normované normálne rozdelenie – N(0,1). Tým je zrejmé, že sme dokázali, že nami zvolená kalibrácia stromu skutočne zodpovedá diskretizácii Brownovho pohybu.

3 Všeobecná formulácia problému

Na vytvorenie takého portfólia, ktorého výnosy budú pre mňa postačujúce počas celej doby, nie je len problém správne vybrať aktíva, ale aj zvoliť správne spôsob akým budem portfólio spravovať a podrobne sledovať vývoj každého jedného aktíva. Ako som už v úvode spomínal, na správu portfólia sa pozrieme z dvoch navzájom odlišných pohľadov.

Prvý pohľad je, že na začiatku periódy musím urobiť nasledovné rozhodnutia:

- z akých aktív sa bude skladať moje portfólio
- aké množstvo peňazí som ochotný investovať
- aké obdobie chcem portfólio zhodnocovať
- určiť periódu s ktorou bude model pracovať, resp. v ktorej bude optimalizovať

Jednoperiódový model je nakalibrovaný tak, že budúci výnos z portfólia zodpovedá jednej periόde, na konci ktorej rebalancujem.

Druhý pohľad je, že na začiatku periódy musím urobiť nasledovné rozhodnutia:

- z akých aktív sa bude skladať moje portfólio
- aké množstvo peňazí som ochotný investovať
- aké obdobie chcem portfólio zhodnocovať
- určiť periódu s ktorou bude model pracovať, počas ktorej a na konci ktorej sa bude portfólio rebalancovať – optimalizovať zloženie.

Na rozdiel od prvého pohľadu, do portfólia zasahujem nielen na konci periódy, ale aj počas nej v závislosti od zvoleného n-periódoého modelu a odhadom budúcich výnosov sa snažím portfólio rebalancovať a maximalizovať jeho hodnotu. Pre dvojperiódový model sa portfólio rebalancuje 2 krát a to v polovici a na konci určenej periódy. Pre trojperiódový model zas platí, že sa portfólio rebalancuje tri krát a to v 1/3, 2/3 a na konci periódy. Možnosťou rebalancovania aj počas periódy, máme lepšiu možnosť reagovať na prípadné zmeny. Nemusí to byť však vždy pravda, záleží na tom ako dobre dokážem namodelovať budúci výnos.

3.1 Zloženie portfólia a zostavenie modelu

Máme portfólio zložené zo štyroch 1 ročných vládnych dlhopisov v cudzích menách (CHF, EUR, USD, GBP) s príslušnými výmennými kurzami za obdobie od Januára 1996 do Januára 2002 . Základnou menou je USD a tak sme hodnoty portfólia teda prepočítali príslušným kurzom do základnej meny, čiže na USD. Keďže sme sa rozhodli pre oblasť najmenej rizikovú a to štátne resp. vládne dlhopisy, výberom sme minimalizovali riziko z úrokovej miery, teda otázkou nám ostáva už len kurzové riziko a maximalizovanie výnosu.

Rozhodli sme sa investovať do vládnych dlhopisov v cudzích menách musíme teda zobrať do úvahy, že celkový výnos sa bude skladať z dvoch častí: prvá časť je výnos z úrokovej miery dlhopisov a druhá časť je výnos zo zmien vo výmennom kurze.

Na týchto reálnych dátach sa pokúsime porovnať oba pohľady na správu portfólia, sledovať ich jednotlivý vývoj a na konci vypočítame hodnotu oboch portfólií, graficky znázorníme ich priebeh a z toho nám už bude zjavné, ktorá z týchto dvoch metód správy portfólia bola úspešnejšia.

3.2 Premenné

Stochastické vlastnosti sú reprezentované vo forme scenárového stromu (scenario tree). Označme $F_\tau, 1 \le \tau \le \mathrm{T}$ množinu uzlov v čase τ. Pre každé $\omega \in F_\tau, 1 \le \tau \le T$ zodpovedá jediný prvok $a(\omega) = \omega' \in F_{\tau-1}$, ktorý je jediným predchodcom v ω.

Označme rozhodujúce premenné procesu ako:

$b_j^{(\tau)}(\omega^\tau), \omega^\tau \in F_\tau$ – množstvo kúpených dlhopisových indexov v čase t=0

$s_j^{(\tau)}(\omega^\tau), \omega^\tau \in F_\tau$ – množstvo predaných dlhopisových indexov v čase t=0

$h_j^{(\tau)}(\omega^\tau), \omega^\tau \in F_\tau$ – množstvo držaných dlhopisových indexov v čase t=0

$c^{(0)}$ – počiatoční kapitál určený na investovanie

$z_j^{(0)}$ – počiatočné zloženie portfólia

$v_j^{(\tau)}(\omega^\tau), \omega^\tau \in F_\tau$ – hodnota j-teho indexu v základnej mene

$\xi_j^{(\tau)}(\omega^\tau), \omega^\tau \in F_\tau$ – cena v základnej mene, za ktorú možno predať j-ty index

$\chi_j^{(\tau)}(\omega^\tau), \omega^\tau \in F_\tau$ – cena v základnej mene, za ktorú možno kúpiť j-ty index

$\xi_j^{(\tau)}(\omega^\tau) = v_j^{(\tau)}(\omega^\tau)(1 - \delta_j^{bid}), \chi_j^{(\tau)}(\omega^\tau) = v_j^{(\tau)}(\omega^\tau)(1 + \delta_j^{ask})$

$\delta_j^{bid} > 0$ a $\delta_j^{ask} > 0$ sú transakčné náklady na nákup a predaj

3.3 Ohraničenia:

„Short position“ - množstvo kúpených a predaných, teda aj držaných indexov musí byť kladné, to znamená, že sú zakázané tzv. krátke pozície.

$$b_j^\tau\left(\omega^\tau\right) \geq 0,\ s_j^\tau\left(\omega^\tau\right) \geq 0,\ h_j^\tau\left(\omega^\tau\right) \geq 0,\ \forall 1 \leq \tau < T$$

Predajné obmedzenia, ktoré predpokladajú, že investor je konzervatívny. To znamená, že nie je ochotný predať veľkú časť svojho portfólia. Z toho dôvodu môžeme pridať obmedzenie na predaj a to zadefinovaním premennej β, ktorá nám charakterizuje množstvo aktíva resp. portfólia, ktoré je investor ochotný predať.

pre periódu 1 $\sum_j s_j^{(1)} \xi_j^{(1)} \leq \beta \sum_j h_j^{(0)} \xi_j^{(1)}$

pre periódu τ $\sum_j s_j^{(\tau)}\left(\omega^\tau\right) \xi_j^{(\tau)}\left(\omega^\tau\right) \leq \beta \sum_j h_j^{(\tau-1)}\left(a\left(\omega^\tau\right)\right) \xi_j^{(\tau)}\left(\omega^\tau\right)$

Redukcia rizika nám pridáva ďalšie obmedzenie a to také, že celkové bohatstvo „terminal wealth“ nesmie klesnú pod konštantu C. Celkové bohatstvo označíme $WT\left(\omega^\tau\right)$, a pridaním obmedzenia dostávame nerovnicu v tvare:

$$WT\left(\omega^\tau\right) \geq C \quad \forall \omega^\tau \in F_\tau$$

$$WT\left(\omega^\tau\right) = \sum_j \xi_j^{(\tau)}\left(\omega^\tau\right) h_j^{(\tau-1)}\left(a\left(\omega^\tau\right)\right),\ \forall \omega^\tau \in F_\tau$$

3.4 Rovnice

Rovnováhu medzi aktuálne držanými, kúpenými a predanými indexmi vyjadruje nasledovná rovnica nazvaná „Inventory balance“ .

pre periódu 1 $h_j^0 + b_j^1 - s_j^1 = h_j^1$

pre periódu τ $h_j^{\tau-1}(a(\omega^\tau)) + b_j^\tau(\omega^\tau) - s_j^\tau(\omega^\tau) = h_j^\tau(\omega^\tau)$

Pohyb peňazí „Cash flow“ môže vyjadriť pomocou počiatočného kapitálu, ocenením predaných a kúpených indexov. Tento vzťah nám vyjadruje nasledovná rovnica.

pre periódu 1 $c^0 + \sum_j \xi_j^1 s_j^1 = \sum_j \chi_j^1 b_j^1, \ \forall j$

pre periódu τ $\sum_j \xi_j^\tau(\omega^\tau) s_j^\tau(\omega^\tau) = \sum_j \chi_j^\tau(\omega^\tau) b_j^\tau(\omega^\tau), \ \forall \omega^\tau \in F_\tau$

Účelová funkcia

Účelová funkcia maximalizuje celkové očakávané bohatstvo. Môžeme ju zapísať v nasledovnom tvare:

Maximalize E(WT)

kde

E(WT) = $\sum_{\omega^T \in F_T} \pi(\omega^T)\ WT(\omega^T)$

$\pi(\omega^T)$ je pravdepodobnosť scenára ω^T . Dosadením očakávaného celkového bohatstva do účelovej funkcie dostávame nasledovné vyjadrenie, ktoré môžeme zapísať v nasledovnom tvare:

E(WT) =

$$\sum_{\omega^T \in F_T} \pi(\omega^T) \sum_j \xi^{(T)}(\omega^T) h^{(T-1)}(a(\omega^T)) = \sum_{\omega^T \in F_T} \sum_j \pi(\omega^T) \xi_j^{(T)}(\omega^T) h_j^{(T-1)}(a(\omega^T)) =$$

$$= \sum_{\omega^{(T-1)} \in F_{(T-1)}} \sum_j h_j^{(T-1)}(\omega^{T-1}) \tilde{c}_j(\omega^{T-1}) \quad \text{kde} \quad \tilde{c}_j(\omega^{T-1}) = \sum_{\omega^T \in F_T : a(\omega^T) = \omega^{T-1}} \pi(\omega^T) \xi_j^T(\omega^T)$$

3.5 Scenárová štruktúra „SCENARIO TREE“

Množinu scenárov môžeme generovať mnohými spôsobmi. Pre praktickú realizáciu v našom procese použijeme simuláciu pomocou binomického stromu s diskretizáciou normálneho rozdelenia s nasledujúcimi predpokladmy.

1.)

Medzi dvoma po sebe nasledujúcimi periódami nasleduje log-normálny proces:

$$v_j^{(\tau+1)} = v_j^{\tau} \exp\left(\Gamma \Delta t + \sigma_j \sqrt{\Delta t} Z_j\right),$$

kde Z_j je náhodná premenná N(0,1), ktorú dostaneme diskretizáciou normálneho rozdelenia a Brownovho pohybu a σ_j je volatilita jednotlivého j-teho indexu. Volatilitu vypočítavame na základe historických dát jednotlivých indexov. Ak máme dáta na dennej báze, musíme volatilitu prenásobiť $\sqrt{250}$. Z historických dát taktiež vypočítame kovariančnú maticu, ktorá nám vyjadruje závislosť medzi premennými, budeme ju neskôr pri výpočtoch potrebovať.

2.)

Predpokladáme, že cenový proces vo vlastnosti 1medzi periódami τ a $\tau+1$ je popísaný cenou $P_j^{(\tau+1)}$ v čase $\tau+1$

$$E\left(v_j^{(\tau+1)} \middle| v_j^{(\tau)}\right) = P_j^{(\tau+1)}$$

kde $P_j^{(\tau)}, \tau = 2,3,....,\mathrm{T}$ sú očakávané ceny indexov v základnej mene

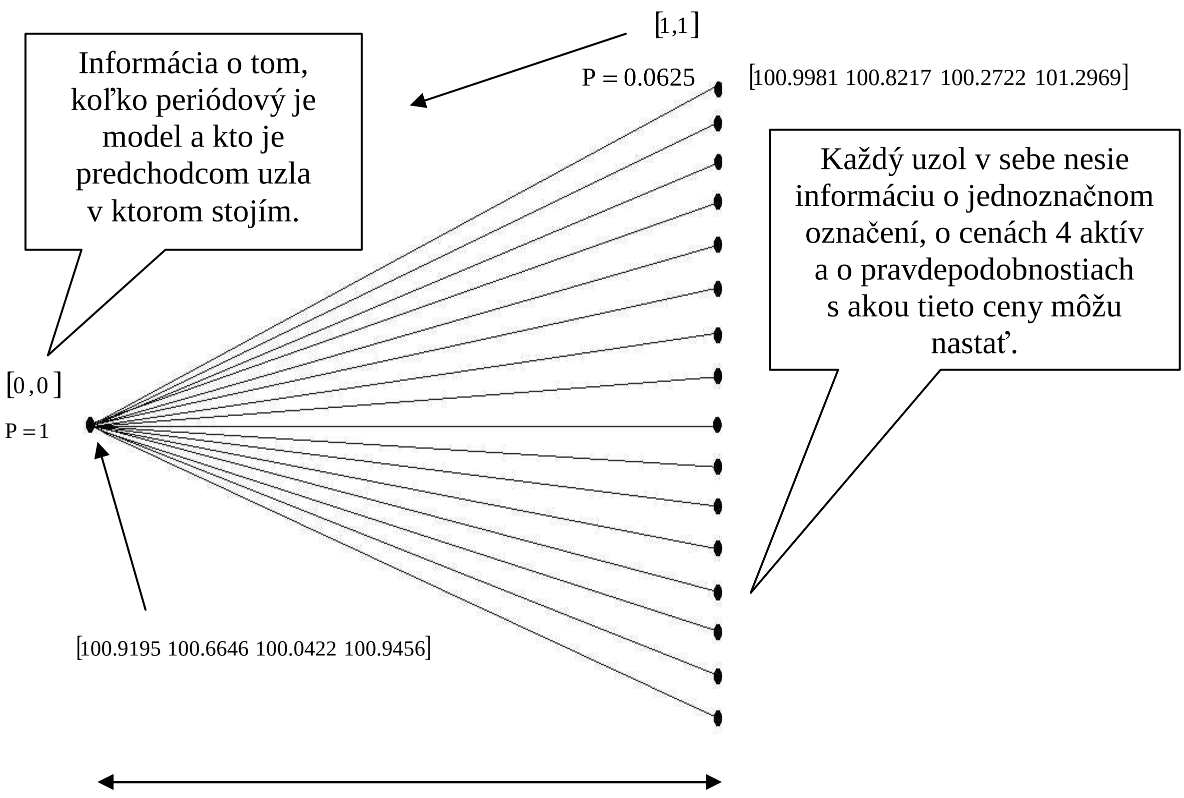
Táto vlastnosť 2 je úplná ak za Γ vo vlastnosti 1 dosadíme nasledujúci výraz:

$$\Gamma = \log\left(\frac{P_j^{(\tau+1)}}{v_j^{(\tau)}}\right)\frac{1}{\Delta t} - \frac{1}{2}\sigma_j^2 .$$

3.5.1 Stromová štruktúra – grafické znázornenie

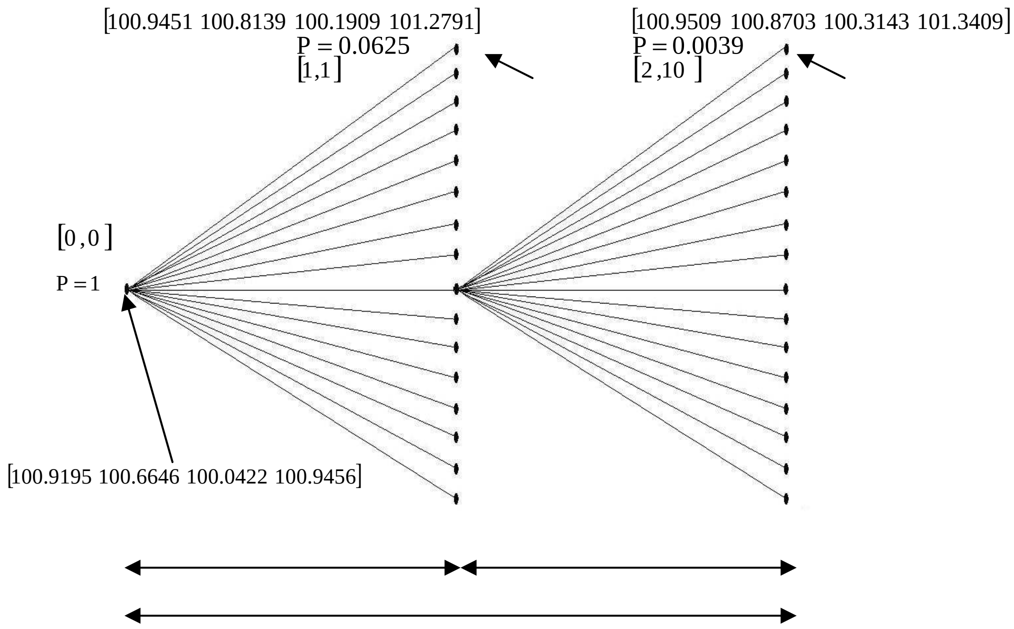
Jednoperiódový model

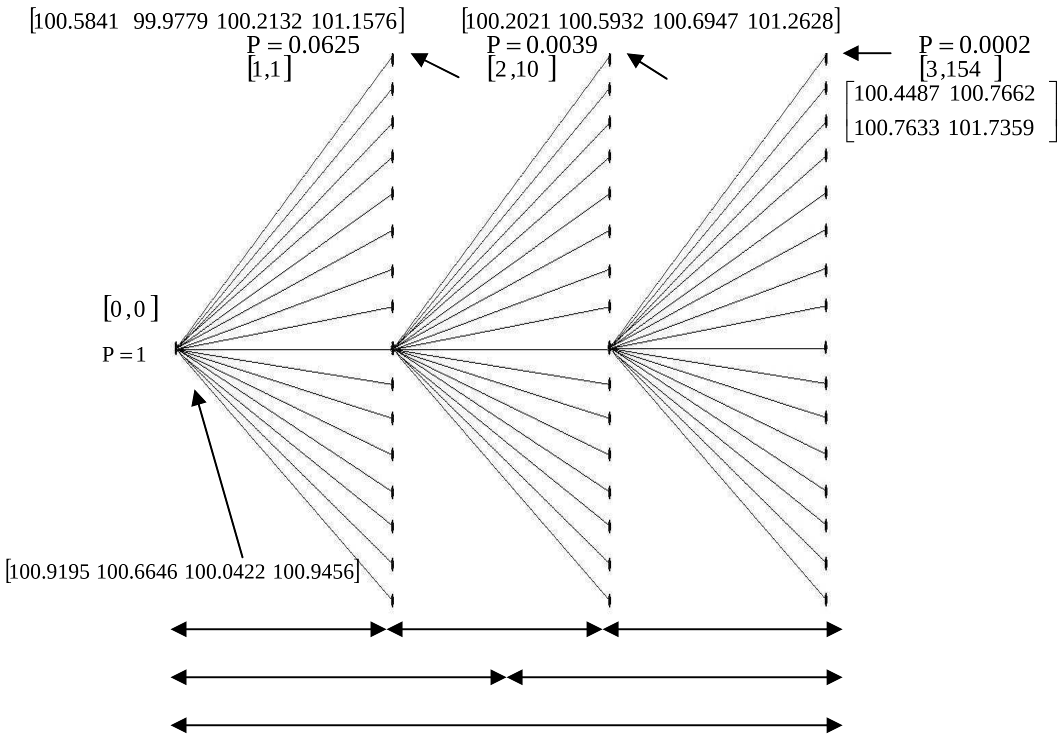
Prvou dôležitou úlohou pri generovaní scenárového stromu je zvoliť si periódu s ktorou budeme v strome narábať. Pri jednoperiódovom modeli to teda bude jeden interval, v našom prípade 6 týždňov. V strome sa potom následne generujú jednotlivé uzly, ktoré obsahujú premenné, ako sú vektory cien obsahujúce informácie o všetkých štyroch aktívach s príslušnou pravdepodobnosťou, informácia o tom, v ktorom uzle sa aktuálne nachádzam a z ktorého uzla som sa tam dostal – tj. informácia o tzv. „stage_father“ (o predchodcovi z ktorého rozhodovací uzol vznikol). Vektory cien, ktoré sú vygenerované v stromovej štruktúre sú teda možnosti vývoja aktív v jednej perióde, teda za obdobie šiestich mesiacov. Počas obdobia týchto šiestich mesiacov sa teda model nerebalancuje, ale rebalancuje sa až na konci obdobia 6 týždňov. Počíta len s budúcimi cenami aktív o šesť mesiacov, bez ohľadu na to čo sa dialo dovtedy. Tento model počíta len zo 17 rozhodovacími uzlami, to znamená, že pre výpočet ide o najjednoduchšiu z týchto úloh.



Dvojperiódový a trojperiódový model

Pri dvojperiódovom modeli sa rozdelí interval z jednoperiódového modelu na dve rovnaké časti, v našom prípade na 3 týždne a 3 týždne, pri trojperiódovom modeli na tri rovnaké časti a to na 2 týždne, 2 týždne a 2 týždne. Týmto samozrejme dostávam omnoho viac rozhodovacích uzlov, čím nám stúpa výpočtová zložitosť. Čím viac periódový model tým väčšia výpočtová zložitosť. Pre prípad dvojperiódového modelu dostanem 273 uzlov a pre trojperiódový 4369 uzlov, v ktorých sa opäť generujú tie isté premenné ako v prípade jednoperiódového modelu .





Okrem informácií, ktoré sme vyššie popísali, scenárový strom ešte obsahuje informácie o počte nasledovníkov a dĺžke časového obdobia, v ktorom sa model generuje. Pod pojmom počet nasledovníkov rozumieme teda možnosť zmeny ceny v rámci jedného aktíva. Teda v prípade jedného aktíva, pri počte dvoch nasledovníkov, by sme dostali len dva uzly. Keby sme však mali portfólio zložené už z dvoch aktív, dostávame pre jednoperiódový model štyri uzly. Počet uzlov môžeme popísať nasledujúcim vzorcom 2^n kde n – je počet aktív v portfóliu. To znamená, že v našom prípade, keď portfólio pozostáva zo štyroch aktív , dostávame pre jednoperiódový model 2^4 tj. 16 uzlov. Inak povedané, z každého uzla vychádza ďalších 16 uzlov, a z tohto sú už zrejmé počty uzlov pre jedno, dvoj aj trojperiódový model. Teda ak chceme zistiť počet uzlov vo viacperiódovom modeli veľkosť modelu musíme dosadiť do nasledujúceho vzťahu, ktorý popisuje vzťah medzi jednotlivými STAGE-mi.

$$\sum_{i=0}^{STAGE} 16^i$$, kde STAGE znamená koľko periódový je model

	Počiatočný uzol (STAGE=0)	*1 STAGE (STAGE=1)*	*2 STAGE (STAGE=2)*	*3 STAGE (STAGE=3)*
16^{STAGE}	1	16	256	4096
$\sum_{i=0}^{STAGE} 16^i$	1	17	273	4369

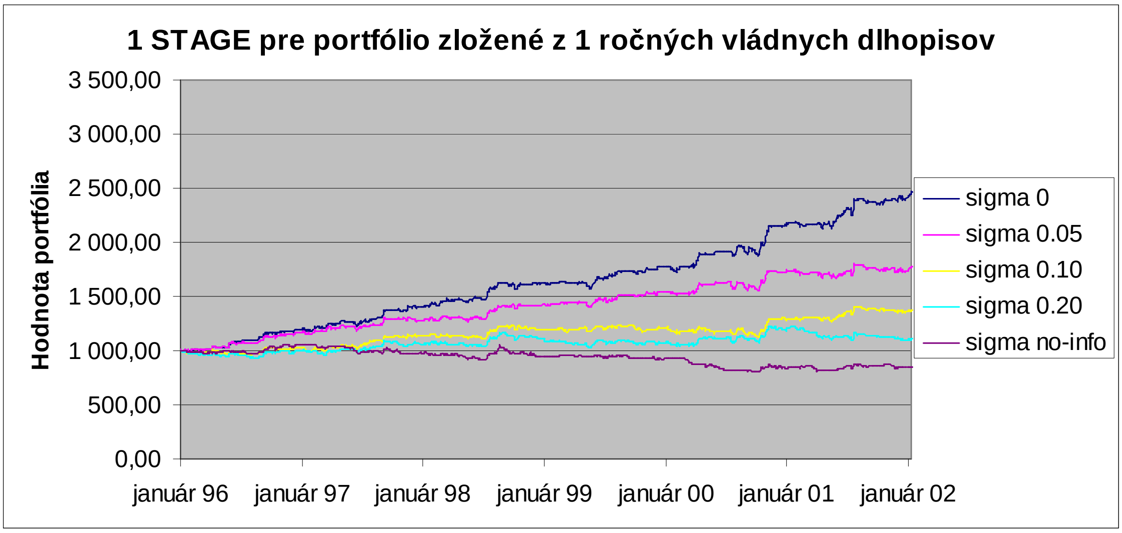
Poslednou premennou, ktorú nám ešte v strome treba popísať je časová perióda v ktorej sa strom modeluje. V algoritme stromovej štruktúry sme zadefinovali jeden rok ako 1, jeden mesiac ako 1/12, jeden týždeň ako 1/52 a jeden deň ako 1/250. Keďže sme si na začiatku určili, že naše modeli budeme modelovať na časovom intervale 6 týždňov, dostávame nasledujúce vyjadrenie pre jednotlivé STAGE.

	1 STAGE (1)	***2 STAGE (2)***	***3 STAGE (3)***
1 perióda	6/52	3/52	2/52
2 perióda	0	3/52	2/52
3 perióda	0	0	2/52

4 Použitie modelov

4.1 1-ročné vládne dlhopisy

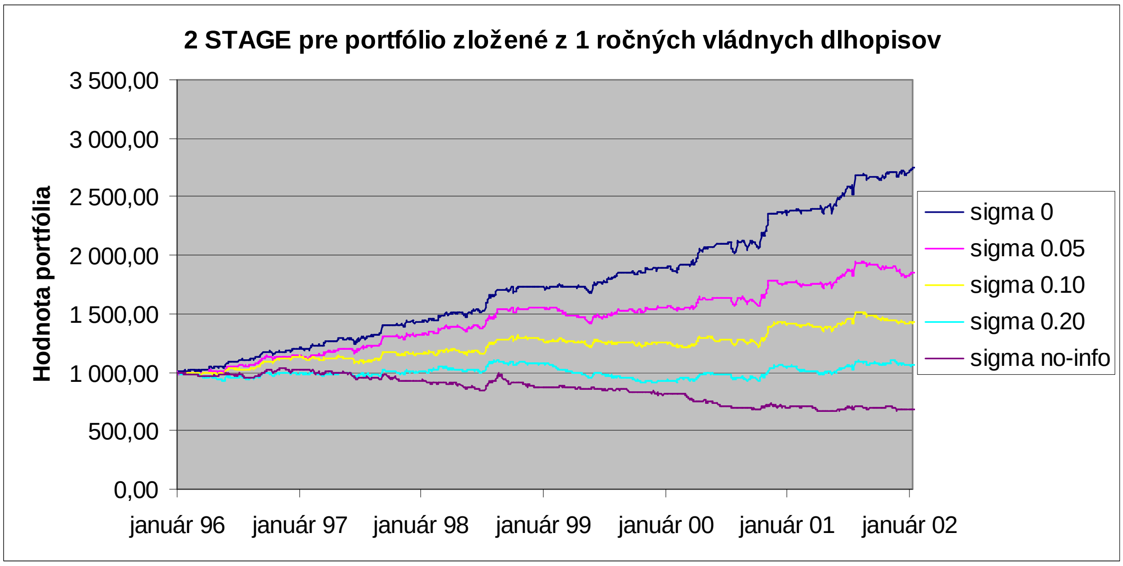
4.1.1 1 STAGE – jednoperiódový model



Na grafe a v tabuľke pod textom, môžeme vidieť vývoj portfólia 1 ročných vládnych dlhopisov, ktoré sú simulované jednoperiódovým modelom (1 STAGE). Tento model optimalizuje zloženie portfólia na základe jednej nami určenej periódy, ktorá momentálne zodpovedá 6 týždňom. Pozerá sa na výnos jednotlivých aktív na konci zvolenej periódy – na konci 6 týždňa. To ako sa portfólio vyvíja dovtedy ho nezaujíma, pretože rebalancuje až na konci. Dôležitý je očakávaný výnos na konci tohto obdobia a na základe tohto poznatku nám model navrhne aktuálne rozhodnutia, koľko ktorých aktív máme kúpiť, koľko predať a koľko si nechať. Model je rozdelený do piatich simulácií na základe informácie o budúcich výnosoch. Premenná sigma nám bude charakterizovať ako dobre vieme odhadnúť budúci vývoj aktív, tj. ako ho vieme, čo najlepšie nasimulovať tak, aby bol čo najbližšie k skutočným budúcim výnosom. Najlepšiu informáciu sme označili sigma=0. Čím je sigma väčšia, tým je informácia horšia. V našom prípade sme informácie o budúcich výnosoch dostali tak, že reálne výnosy sme pokazili normálnym rozdelením N(0,1) vynásobené premennou sigma. Čím je teda sigma väčšia, tým sú výnosy viac odlišné od reálnych. $ExpRET = RET + N(0,1) * sigma / 250$, kde ExpRET je očakávaný výnos a RET je skutočný výnos. Pre sigma=0 sú očakávané výnosy rovné reálnym. Vtedy môžeme hovoriť o dokonalej informácii. V nasledujúcej tabuľke si môžeme porovnať vývoj portfólia pre rozdielne informácie o budúcich výnosoch..

DATE	sigma 0	sigma 0.05	sigma 0.10	sigma 0.20	sigma no-info
január 96	1 000,00	1 000,00	1 000,00	1 000,00	10,01
január 97	1 190,65	1 162,01	1 030,04	996,27	1 050,50
január 98	1 404,36	1 281,03	1 133,33	1 059,17	978,80
január 99	1 619,59	1 424,02	1 194,45	1 108,39	950,26
január 00	1 774,30	1 539,64	1 213,34	1 075,90	924,78
január 01	2 154,07	1 723,11	1 275,81	1 185,82	838,64
január 02	2 413,74	1 742,34	1 364,44	1 098,08	851,23

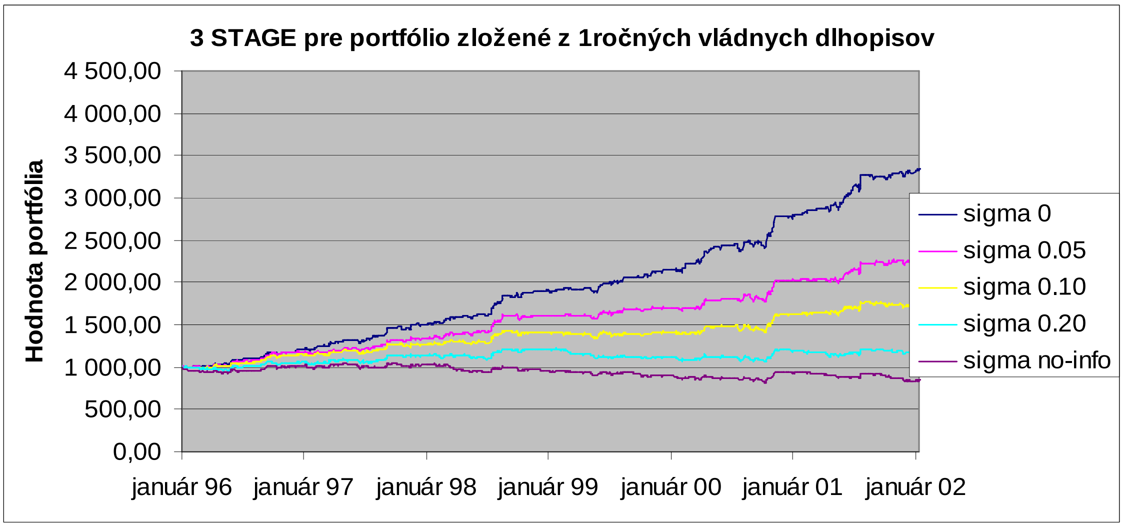
4.1.2 2 STAGE – dvojperiódový model



Na tomto grafe a nasledujúcej tabuľke , už môžeme vidieť vývoj portfólia 1 ročných vládnych dlhopisov, ktoré sú simulované dvojperiódovým modelom (2 STAGE). Rozdiel medzi vyššie popísaným jednoperiódovým a týmto dvojperiódovým modelom je v tom, že dvojperiódový model neoptimalizuje skladbu portfólia len na základe jednej nami zvolenej periódy, teda nepozerá len na očakávaný výnos na konci 6 týždňa. Tento model si však rozdelí časový interval na dve časti a to na 3 týždne a 3 týždne. To mu umožní optimalizovať a následne rebalancovať v dvoch periódach po sebe. Samozrejme nás stále zaujíma očakávaný výnos na konci celého obdobia, na konci 6 týždňa. Na základe optimalizácie a získania budúcich výnosov na konci 6 týždňa nám model opäť ponúkne aktuálne rozhodnutia koľko ktorých aktív máme kúpiť, koľko predať a koľko si ich máme nechať, aby som optimalizoval zloženie môjho portfólia. Na základe týchto dvoch periód, má model možnosť lepšie reagovať na zmeny v očakávaných výnosoch a tým nám umožňuje aj lepší výnos. Samozrejme, závisí aj na kvalite informácie, čím je informácia o budúcich výnosoch lepšia, tým aj výnos portfólia bude lepší .

DATE	sigma 0	sigma 0.05	sigma 0.10	sigma 0.20	sigma no-info
január 96	1 000,00	1 000,00	1 000,00	1 000,00	1 001,00
január 97	1 199,17	1 139,28	1 132,96	984,30	1 018,99
január 98	1 431,33	1 319,68	1 155,04	1 002,60	931,36
január 99	1 735,81	1 548,68	1 276,52	1 075,24	867,17
január 00	1 893,88	1 555,72	1 253,37	929,80	816,50
január 01	2 335,78	1 758,08	1 397,27	1 031,18	698,34
január 02	2 708,66	1 829,70	1 422,35	1 063,21	684,70

4.1.3 3 STAGE – trojperiódový model

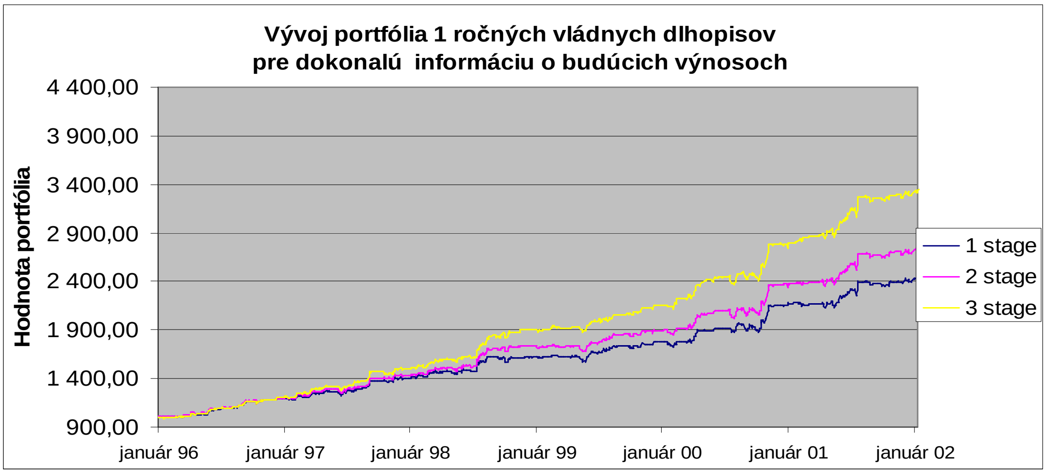


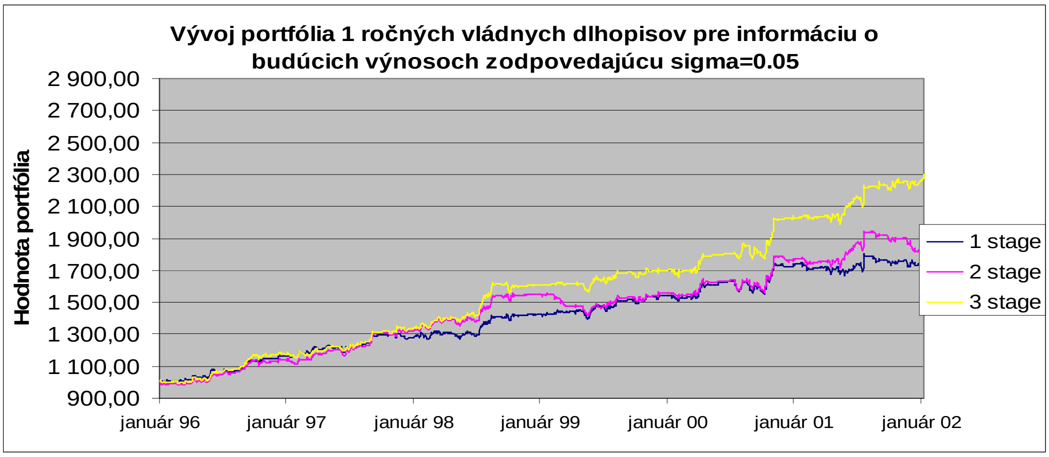
Posledným z pozorovaných modelov je trojperiódový model (3 STAGE). Tento model sa tak isto líši od prvých dvoch, ako je už z názvu známe, počtom periód. Nami zvolený časový horizont 6 týždňov si tento model rozdelí na tri optimalizačné periódy zodpovedajúce každá 2 týždňom. Teda bude optimalizovať skladbu portfólia a rebalancovať ho v troch periódach po sebe a to po 2 týždňoch. Tento trojperiódový model má najlepšiu možnosť reagovať na prípadné zmeny v očakávaných výnosoch. Pre nás je samozrejme stále najdôležitejší výnos na konci 6 týždňa, avšak keď budeme priebežne sledovať aj vývoj počas týchto 6 týždňov, teda na konci 2 týždňa a na konci 4 týždňa, máme možnosť dosiahnuť lepšie výsledky ako s jednoperiódovým a dvojperiódovým modelom. Tento fakt sa nám potvrdil aj na konkrétnych dátach. Aj tento model bol nasimulovaný na základe informácie o budúcich výnosoch, čo znázorňuje graf aj tabuľka pod textom.

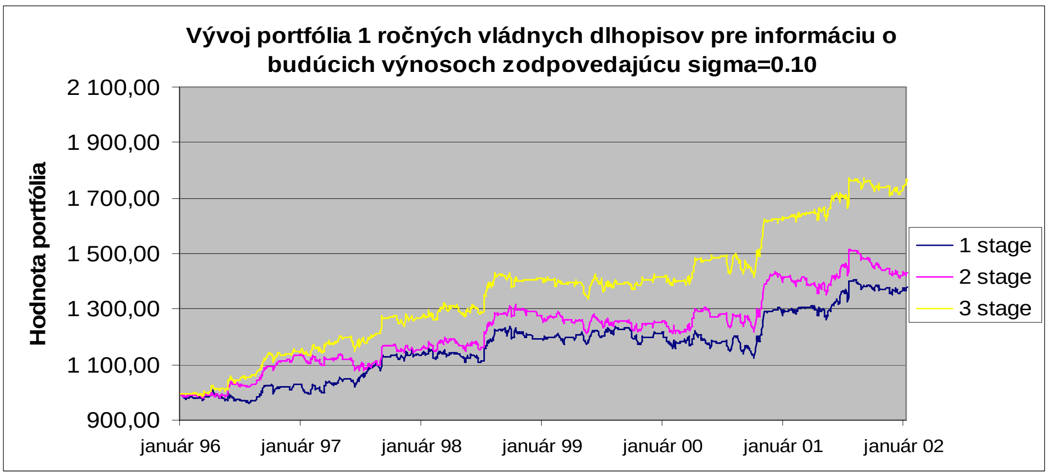
DATE	sigma 0	sigma 0.05	sigma 0.10	sigma 0.20	sigma no-info
január 96	1 000,00	1 000,00	1 000,00	1 000,00	1 000,00
január 97	1 208,27	1 168,87	1 143,80	1 058,37	1 010,86
január 98	1 502,15	1 334,70	1 266,56	1 136,16	1 022,85
január 99	1 906,46	1 605,44	1 408,87	1 211,28	960,65
január 00	2 151,58	1 699,98	1 413,91	1 118,63	896,04
január 01	2 743,28	2 026,01	1 618,77	1 183,18	917,99
január 02	3 307,41	2 248,79	1 728,53	1 171,80	838,36

4.1.4 Porovnania jednotlivých modelov

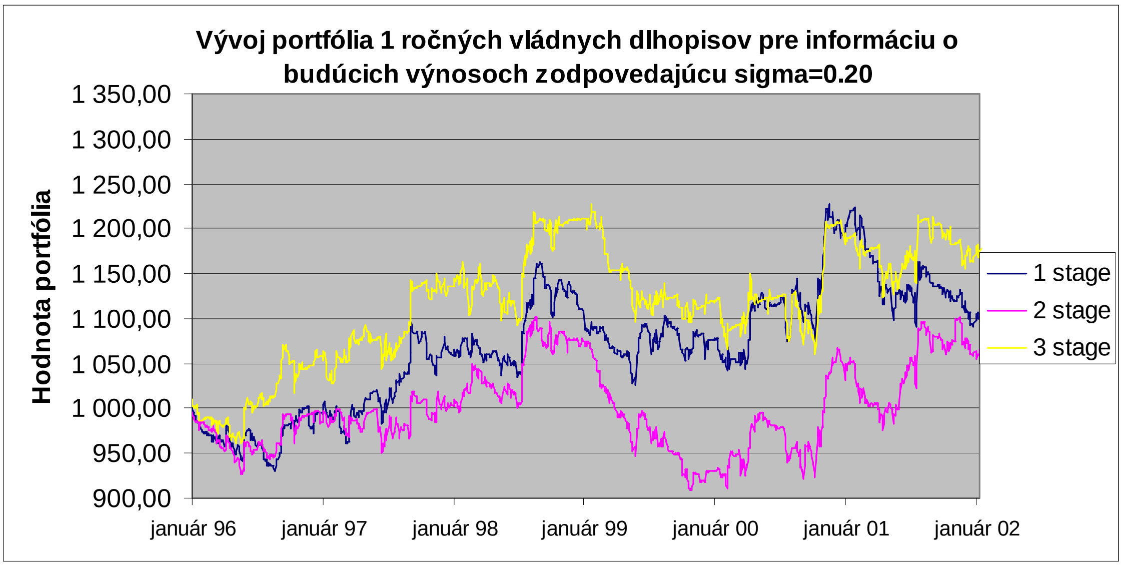
Pri dokonalej informácii o budúcich výnosoch a pre informácie sigma=0.05 a sigma=0.10, nám trojperiódový model priniesol najväčšiu hodnotu portfólia, nie len na konci obdobia ale takmer počas celého vývoja portfólia. Hneď za ním bol dvojperiódový model a na poslednom mieste jednoperiódový model.

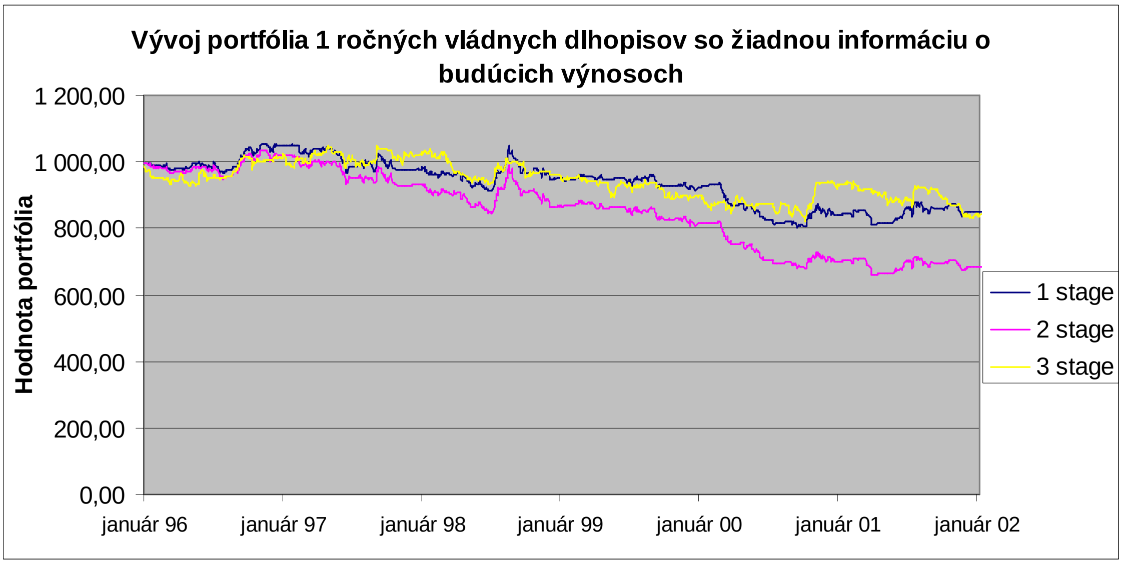






Pre simulácie kde nemám žiadne informácie o budúcich výnosoch alebo informácie sú nedostatočné, tj. sigma=0.20, dostávame nejednoznačný vývoj portfólia v ktorom nemôžme jednoznačne určiť, ktorý z modelov nám prinesie najlepšie výsledky. Z toho vyplýva, že ak máme nedostatočné informácie o budúcich výnosoch alebo nemáme informácie žiadne, a výnos odhadujeme len na základe nejakých historických dát, je nám v podstate jedno pre ktorý z modelov sa rozhodneme. Pokiaľ však máme dobré informácie o budúcich výnosoch resp. vieme budúce výnosy pomerne dobre nasimulovať, tak najväčší zisk nám prinesie trojperiódový model a to nielen na konci zhodnocovaného obdobia, ale počas celého vývoja nášho portfólia.

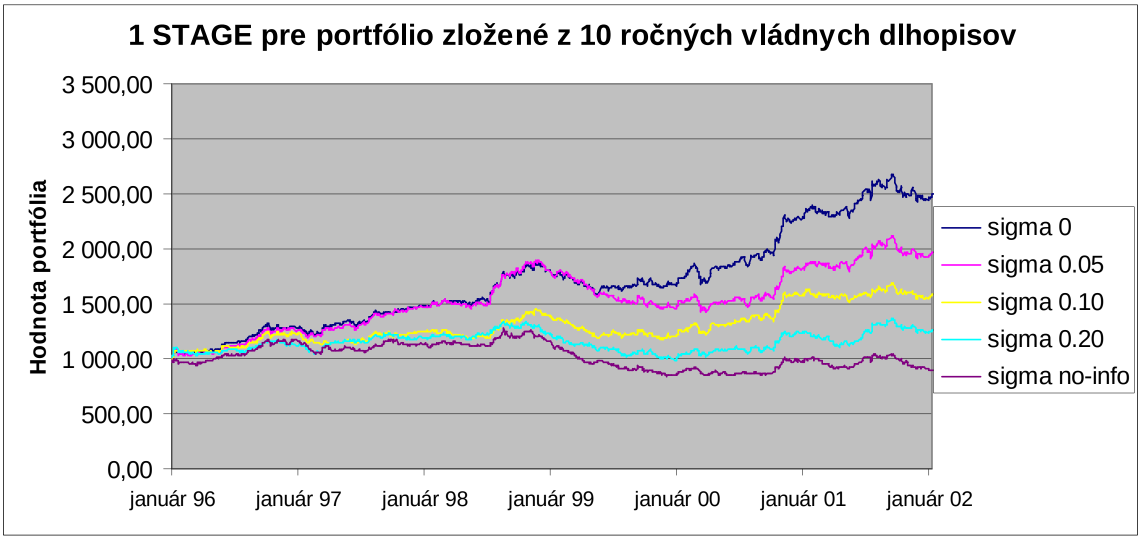




4.2 10-ročné vládne dlhopisy

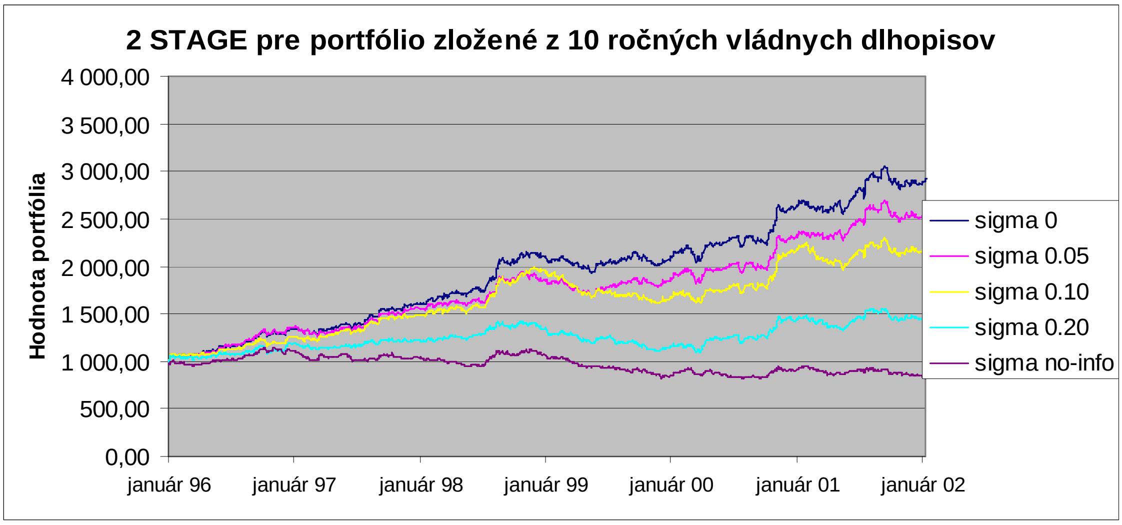
Na porovnanie výsledkov z predchádzajúcej kapitoly, kde sme analyzovali 1-ročné vládne dlhopisy sme sa rozhodli zobrať 10-ročné vládne dlhopisy v tých istých menách. Všetky modely jednoperiódový, dvojperiódový aj trojperiódový sú naformulované presne tak ako pri jednoročných vládnych dlhopisoch s tou istou časovou periódou modelov (6 týždňov). Zmenila sa len oblasť pozorovania a to už na spomínané 10-ročné vládne dlhopisy. S týmito zmenami dát sa samozrejme zmení aj kovariančná matica a volatilita, ktorá bude prepočítaná na aktuálne dáta. Keď už máme všetko, čo súvisí s novými dátami prepočítané, môžeme sa pustiť do jednotlivých výpočtov všetkých troch modelov. Keďže všetky modeli sú vysvetlené v predchádzajúcej kapitole, uvádzame nižšie len výsledky jednotlivých modelov.

4.2.1 1 STAGE – jednoperiódový model



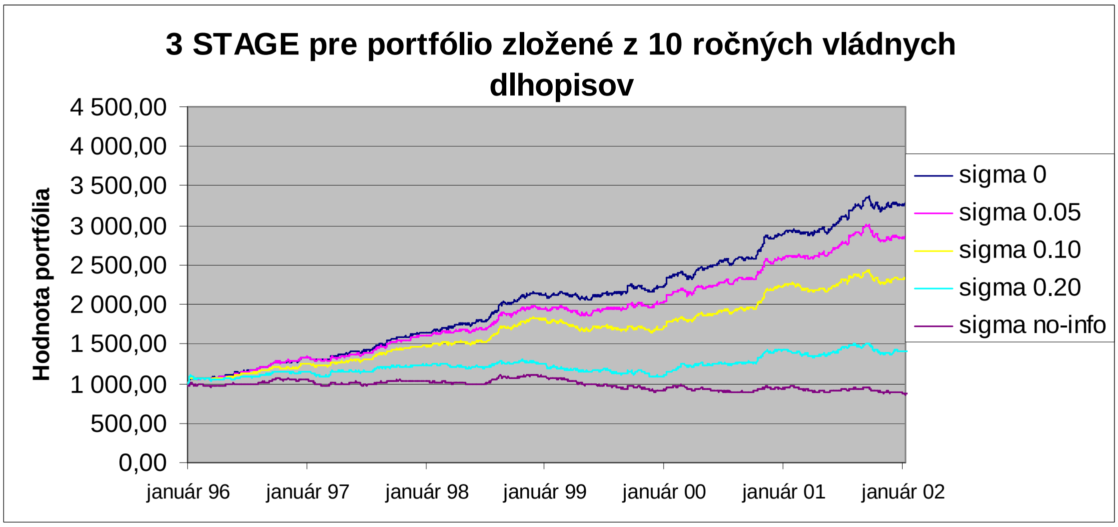
DATE	sigma 0	sigma 0.05	sigma 0.10	sigma 0.20	sigma no-info
január 96	1 000,00	1 000,00	1 000,00	1 000,00	1 001,00
január 97	1 283,82	1 260,36	1 229,23	1 184,65	1 168,80
január 98	1 482,22	1 477,39	1 251,13	1 218,60	1 130,33
január 99	1 810,76	1 797,18	1 387,40	1 340,11	1 161,35
január 00	1 658,85	1 460,34	1 206,33	1 145,30	849,62
január 01	2 285,89	1 822,69	1 580,45	1 425,67	979,01
január 02	2 448,10	1 927,65	1 550,09	1 443,10	915,26

4.2.2 2 STAGE – dvojperiódový model



DATE	sigma 0	sigma 0.05	sigma 0.10	sigma 0.20	sigma no-info
január 96	1 000,00	1 000,00	1 000,00	1 000,00	1 000,00
január 97	1 339,22	1 354,24	1 261,62	1 122,30	1 114,40
január 98	1 607,82	1 551,13	1 485,82	1 195,73	1 035,21
január 99	2 097,75	1 848,81	1 951,16	1 226,20	1 069,18
január 00	2 063,34	1 840,02	1 659,72	991,04	843,01
január 01	2 620,13	2 302,93	2 151,61	1 241,30	900,24
január 02	2 862,07	2 511,63	2 154,96	1 242,09	843,88

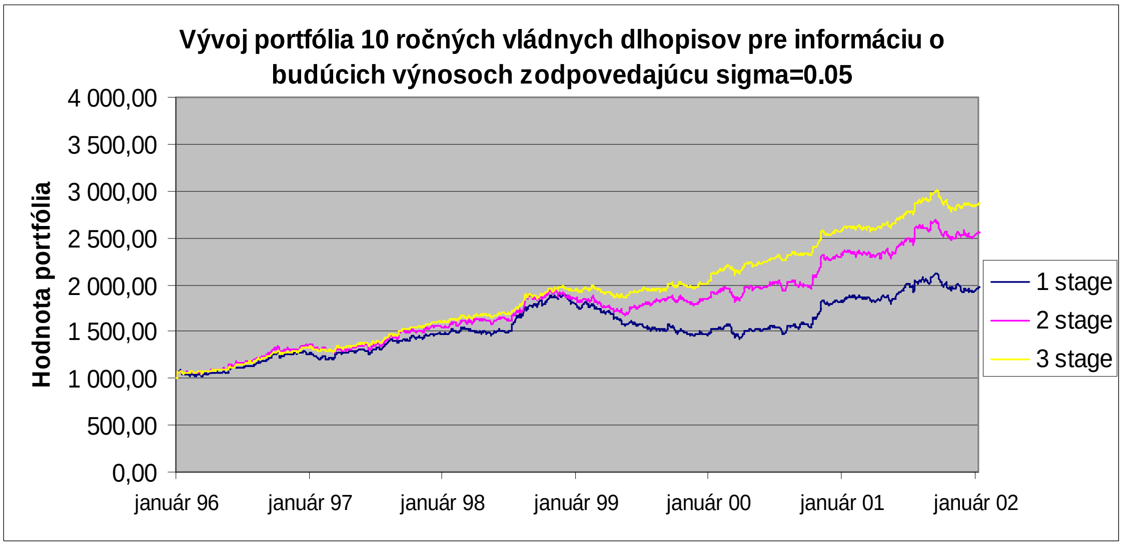
4.2.3 3 STAGE – jednoperódový model

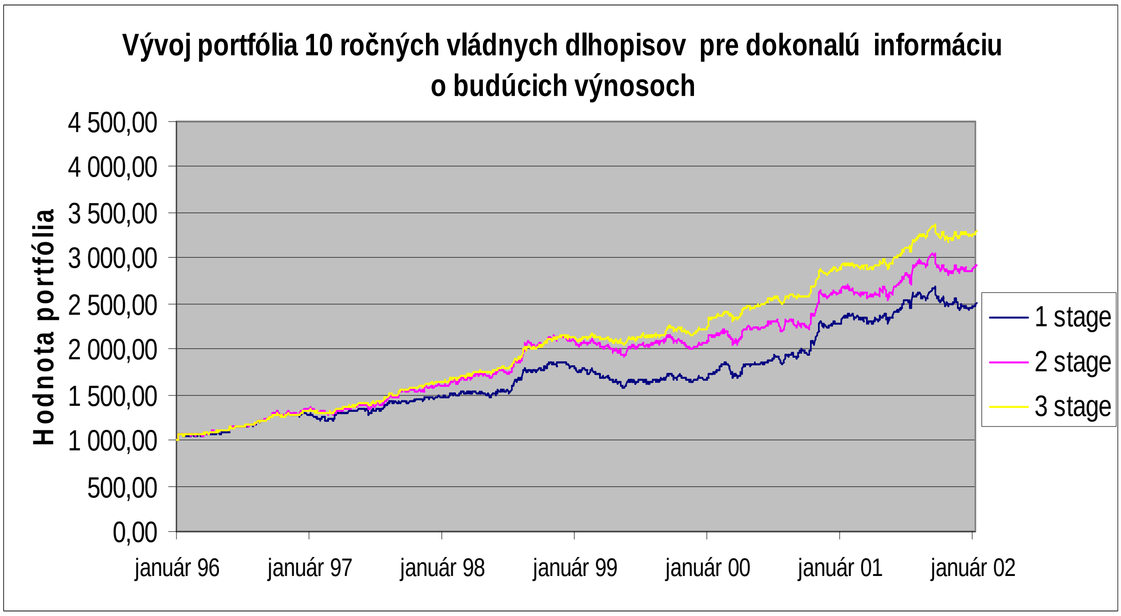


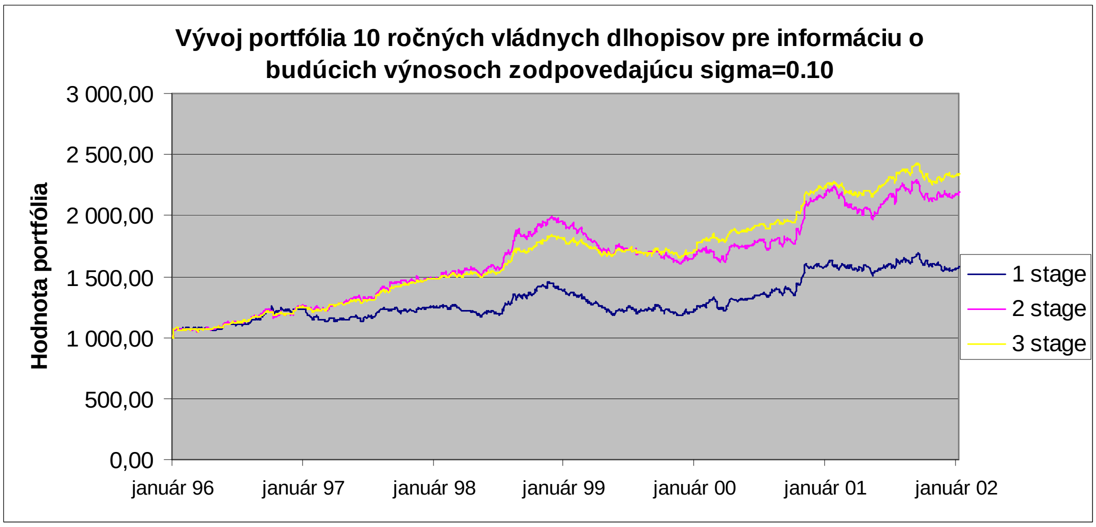
DATE	sigma 0	sigma 0.05	sigma 0.10	sigma 0.20	sigma no-info
január 96	1 000,00	1 000,00	1 000,00	1 000,00	1 000,00
január 97	1 328,86	1 333,41	1 249,99	1 141,75	1 049,96
január 98	1 646,66	1 599,94	1 479,08	1 236,64	1 029,95
január 99	2 126,01	1 944,11	1 814,77	1 243,06	1 084,89
január 00	2 221,78	2 016,91	1 699,52	1 091,33	911,05
január 01	2 884,77	2 573,57	2 226,37	1 423,38	935,07
január 02	3 250,80	2 835,94	2 317,70	1 401,54	883,10

4.2.4 Porovnania jednotlivých modelov

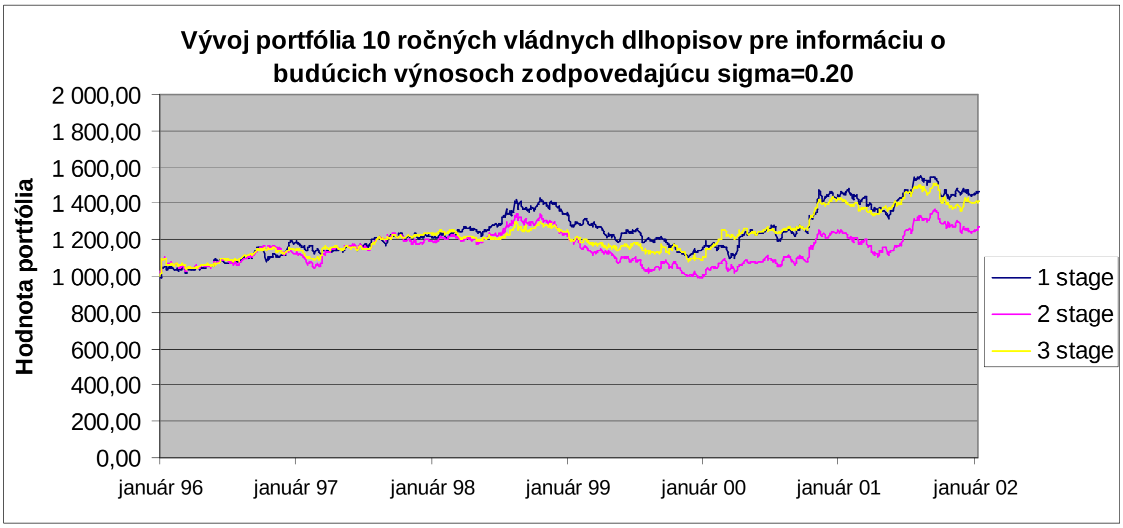
Tak ako u 1-ročných, tak i pri 10 ročných vládnych dlhopisoch pre dokonalú informáciu až po informáciu zodpovedajúcu sigme=0.10, nám výsledky z jednotlivých modelov hovoria, že najlepšie zhodnotíme svoje portfólio trojperiódovým modelom. Opäť ako v prechádzajúcich testoch hodnota portfólia pri trojperiódovom modeli nám priniesla najväčší zisk a to nie len na konci zhodnocovaného obdobia ale takmer počas celého obdobia zhodnocovanie. Z hľadiska úspešnosti druhým najlepším modelom je dvojperiódový model a na poslednom mieste jednoperiódový model.

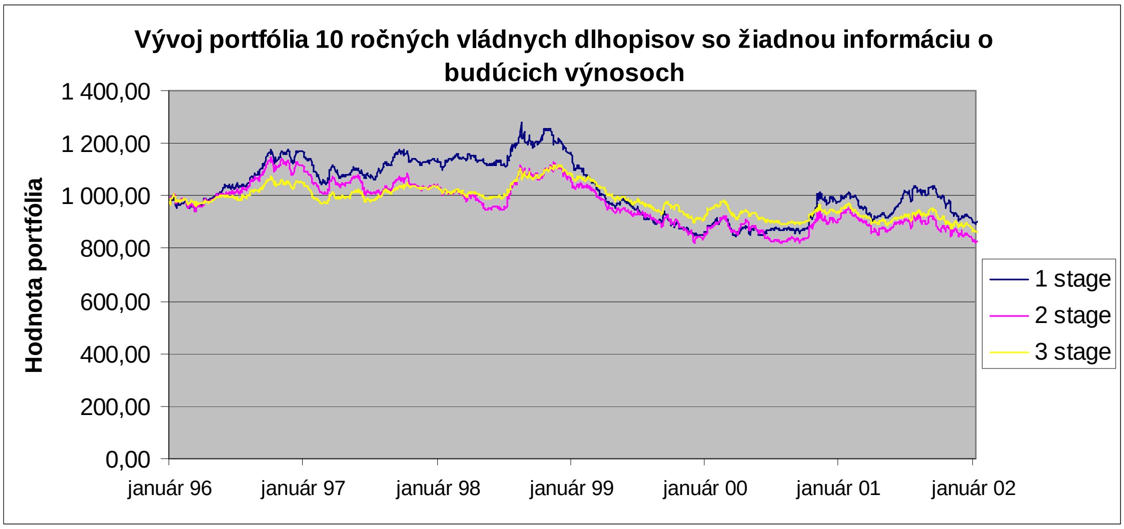






Pri žiadnej informácii resp. pri nedostatočnej informácii o budúcich výnosoch sa nedá jednoznačne povedať, ktorí z troch modelov je na zhodnotenie portfólia najlepší.





Záver

Cieľom diplomovej práce bolo porovnať jednoperiódový a viacperiódový model správy portfólia, na reálny dátach jednoročných a desaťročných štátnych dlhopisoch a následne na základe výsledkov zhodnotiť vhodnosť aplikovania jednotlivých modelov. Dôležitú úlohu v oboch modeloch zohrávala informácia o budúcich výnosoch. Pod týmto pojmom sme chápali schopnosť, čo najlepšie odhadnúť resp. nasimulovať vývoj budúcich výnosov. V závislosti od tejto informácie sme dostali pre oba modely jednoznačné výsledky. Pokiaľ naše informácie o vývoji budúcich výnosov boli nepresné a vzďaľovali sa od reality, bolo jedno, ktorý z modelov som použil. Nemalo zmysel model zbytočne komplikovať, pretože pre oba modely sme dostali približne rovnaké výsledky. Avšak ak sa nám dobre podarilo nasimulovať vývoj budúcich výnosov a naozaj sa naše odhady približujú blízko reálnym výnosom, tak v tomto prípade nám jednoznačne väčší výnos prinesie viacperiódový model. Z toho vyplýva, že sa nám oplatí model komplikovať, pretože ak sme dobre odhadli budúci vývoj, tak môžme pohodlne reagovať na zmeny, ktoré môžu nastať počas vývoja. Pri nepresných odhadoch, tj. pri nedokonalej informácii sú aj zmeny, ktoré predpokladám nepresné a tak, keď na ne vo viacperiódovom modeli reagujem na skutočný výnos to nemá kladný vplyv, práve naopak, mnohokrát to skutočný výnos iba pokazí.

Použitá literatúra

[1] L.Halada, M.Lucka, a I.Melicherčík:

Parallel Multistage Programming Model Used in Portfolio Management, 2007

[2] Kjetil Hřyland, Stein W. Wallace

Generating Scenario Trees for Multistage Decidens Problems, 2001

[3] Denisa Al-Zabidi, Abed Al-Zabidi

Kurzové riziko a možnosti jeho znižovania, 2007

[4] R. Šlosár, A. Šlosárová, Š. Majtán

Výkladový slovník ekonomických pojmov, 2002

[5] I. Melicherčík, L. Olšarová, V. Úradníček

Kapitoly z finančnej matematiky, 2005

[6] Marek Kudzbel

Cenné papiere a finančný trh, 1999

Algoritmus výpočtu

```
n_stages=3;          - veľkosť modelu
delta=0.003;         - transakčné náklady
beta=1;              - obmedzenie predaja
n_assets=4;          - počet aktív
cash_init=1000;      - počiatočný kapitál
limit=900;           - WT>=limit
alpha=1/1400;        - risk aversion
sigma=0.10;
param=2;             -  2 LP bez WT>=C
st=0;                - ak st=1, po vygenerovaní stromu sa počíta 1 stage úloha
```

Časové dĺžky úsekov na strome

```
if n_stages==1
        tree.dt(1)=6/52;
        tree.dt(2)=0;
        tree.dt(3)=0;
else
if n_stages==2
        tree.dt(1)=3/52;
        tree.dt(2)=3/52;
        tree.dt(3)=0;
else
        tree.dt(1)=2/52; %
        tree.dt(2)=2/52;
        tree.dt(3)=2/52;
end
end
```

Počet nasledovníkov

```
tree.n(1)=2;
tree.n(2)=2;
tree.n(3)=2;
```

Načítanie dát

```
load('DATA.m')

kolko=round(250*(tree.dt(1)+tree.dt(2)+tree.dt(3))/3)
```

Začatie hlavného cyklu

```
for q=1:1500,
```

Výpočet výnosov na základe historických dát

```
for i=1:1654,
   for j=1:4,
   vynos(i,j)=(DATA(i+1,j)-DATA(i,j))/DATA(i,j);
end
end
```

Výpočet kovariančnej matice
C=cov(vynos);

```
%generovanie výnosov podla stage
if n_stages==1
ret=[mean(vynos((3*kolko+q):(6*kolko-1+q),1))+normrnd(0,1)*sigma/250,
    mean(vynos((3*kolko+q):(6*kolko-1+q),2))+normrnd(0,1)*sigma/250,
    mean(vynos((3*kolko+q):(6*kolko-1+q),3))+normrnd(0,1)*sigma/250,
    mean(vynos((3*kolko+q):(6*kolko-1+q),4))+normrnd(0,1)*sigma/250]'
else

if n_stages==2
ret=[mean(vynos((3*kolko+q):(round(4.5*kolko)-1+q),1))+normrnd(0,1)*sigma/250,
    mean(vynos((3*kolko+q):(round(4.5*kolko)-1+q),2))+normrnd(0,1)*sigma/250,
    mean(vynos((3*kolko+q):(round(4.5*kolko)-1+q),3))+normrnd(0,1)*sigma/250,
    mean(vynos((3*kolko+q):(round(4.5*kolko)-1+q),4))+normrnd(0,1)*sigma/250;
    mean(vynos((round(4.5*kolko)+q):(6*kolko-1+q),1))+normrnd(0,1)*sigma/250,
    mean(vynos((round(4.5*kolko)+q):(6*kolko-1+q),2))+normrnd(0,1)*sigma/250,
    mean(vynos((round(4.5*kolko)+q):(6*kolko-1+q),3))+normrnd(0,1)*sigma/250,
    mean(vynos((round(4.5*kolko)+q):(6*kolko-1+q),4))+normrnd(0,1)*sigma/250]'
else
ret=[mean(vynos((3*kolko+q):(4*kolko-1+q),1))+normrnd(0,1)*sigma/250,
    mean(vynos((3*kolko+q):(4*kolko-1+q),2))+normrnd(0,1)*sigma/250,
    mean(vynos((3*kolko+q):(4*kolko-1+q),3))+normrnd(0,1)*sigma/250,
    mean(vynos((3*kolko+q):(4*kolko-1+q),4))+normrnd(0,1)*sigma/250;
    mean(vynos((4*kolko+q):(5*kolko-1+q),1))+normrnd(0,1)*sigma/250,
    mean(vynos((4*kolko+q):(5*kolko-1+q),2))+normrnd(0,1)*sigma/250,
    mean(vynos((4*kolko+q):(5*kolko-1+q),3))+normrnd(0,1)*sigma/250,
    mean(vynos((4*kolko+q):(5*kolko-1+q),4))+normrnd(0,1)*sigma/250;
    mean(vynos((5*kolko+q):(6*kolko-1+q),1))+normrnd(0,1)*sigma/250,
    mean(vynos((5*kolko+q):(6*kolko-1+q),2))+normrnd(0,1)*sigma/250,
    mean(vynos((5*kolko+q):(6*kolko-1+q),3))+normrnd(0,1)*sigma/250,
    mean(vynos((5*kolko+q):(6*kolko-1+q),4))+normrnd(0,1)*sigma/250]'

end
end
```

Načítanie cien aktív do stromu
tree.price=DATA(3*kolko+q,:); %initial vector of prices

q

Choleského rozklad

```
CHD=zeros(n_assets,n_assets);
for i=1:n_assets,
  for j=1:i,
    suma=0;
    for k=1:j-1,
      suma=suma+CHD(j,k)*CHD(i,k);
    end
    corel(i,j)=C(i,j)/(sqrt(C(i,i))*sqrt(C(j,j)));
    if j<i
      CHD(i,j)=(corel(i,j)-suma)/CHD(j,j);
    else
      CHD(i,i)=sqrt(1-suma);
    end
  end
end
CHD

ret_log=zeros(n_assets,n_stages);
```

Očakávané ceny

```
price_exp=zeros(n_assets,n_stages);
for i=1:n_assets,
sucin=tree.price(1,i);
  for j=1:n_stages,
    sucin=sucin*(1+ret(i,j)*250*tree.dt(j));
    price_exp(i,j)=sucin;
    ret_log(i,j)=(log(1+tree.dt(j)*250*ret(i,j))-0.5*C(i,i)*250*tree.dt(j))/tree.dt(j);
  end
end
```

Generovanie stromu

```
disp('generujem strom ...')
n_nodes=1;
n_var=0;
time=0;
tree.i=[0 0]; %[stage father_id]
tree.p=1; %pravdepodobnosti

for stage=1:n_stages,
  stage;
  dlzka=tree.dt(stage);
  nasl1=tree.n(stage);
  nasl=tree.n(stage)^n_assets;
```

Generovanie Wienerovho procesu

```
  wiener=zeros(nasl,n_assets);
  pr=zeros(1,nasl);
  for j=1:nasl,
    pom=j; pr_pom=1;
    if nasl1-1>0 dt=dlzka/(nasl1-1); else dt=dlzka; end
    for k=1:n_assets,
      skok=mod(pom,nasl1);
      pom=floor(pom/nasl1);
      wiener(j,k)=skok*sqrt(dt)-(nasl1-1-skok)*sqrt(dt);
      pr_pom=pr_pom*nchoosek(nasl1-1,skok)/(2^(nasl1-1));
    end
    wiener(j,:)=(CHD*wiener(j,:)')';
    pr(j)=pr_pom;
  end
  for fid = find(tree.i(:,1) == stage-1)'
    n_var=n_var+3*n_assets;
    for j=1:nasl,
      tree.i = [tree.i; [stage fid]];
      n_nodes=n_nodes+1;
      price=zeros(1,n_assets);
      for k=1:n_assets,
        vynos=log(price_exp(k,stage)/tree.price(fid,k))/dlzka-0.5*(C(k,k))*250;
        price(k)=tree.price(fid,k)*exp(vynos*dlzka+sqrt(C(k,k))*sqrt(250)*sqrt(dlzka)
                 *wiener(j,k));
      end
      tree.price=[tree.price;price];
      p=tree.p(fid)*pr(j);
      tree.p=[tree.p;p];
      size(tree.p);
    end
  end
end

tree
```

Generovanie úlohy

```
disp('generujem ulohu ...')
Aeq=zeros(n_assets+1,n_var); beq=[];
A=zeros(1,n_var); b=0;
for j=1:n_assets,
  Aeq(j,3*j-2)=1; Aeq(j,3*j-1)=-1; Aeq(j,3*j)= -1 ;
  if q==1
  beq=[beq;0]; % inventory t=0
  else
  beq=[beq;-X(3*j)];
  end
  Aeq(n_assets+1,3*j-1)=tree.price(1,j)*(1-delta); %cash t=0
```

```
  Aeq(n_assets+1,3*j-2)=-tree.price(1,j)*(1+delta);          %cash t=0
  A(1,3*j-1)=tree.price(1,j)*(1-delta);                      %selling restriction t=0
  if q==1
  b=b;                                                       %selling restriction t=0
  else
  b=b+beta*tree.price(1,j)*X(3*j)*(1-delta);                 %selling restriction t=0
  end
end
if q==1
beq=[beq;-cash_init];
else
beq=[beq;0];
end


%constraints t>0

for stage=1:n_stages-1,
  for id=find(tree.i(:,1)==stage)'
    stage;
    id;
    father=tree.i(id,2);
    velkost1=size(Aeq,1);
    velkost2=size(A,1);
    Aeq=[Aeq;zeros(n_assets+1,n_var)]; A=[A;zeros(1,n_var)]; b=[b;0];
    for j=1:n_assets,
      Aeq(velkost1+j,3*(father-1)*n_assets+3*j)=1; %inventory t>0
      Aeq(velkost1+j,3*(id-1)*n_assets+3*j-2)=1; %inventory t>0
      Aeq(velkost1+j,3*(id-1)*n_assets+3*j-1)=-1; %inventory t>0
      Aeq(velkost1+j,3*(id-1)*n_assets+3*j)=-1; %inventory t>0
      Aeq(velkost1+n_assets+1,3*(id-1)*n_assets+3*j-1)=tree.price(id,j)*(1-delta);
%cash t>0
      Aeq(velkost1+n_assets+1,3*(id-1)*n_assets+3*j-2)=-tree.price(id,j)*(1+delta);
%cash t>0
      beq=[beq;0];
      A(velkost2+1,3*(id-1)*n_assets+3*j-1)=tree.price(id,j)*(1-delta); %selling
restriction t>0
      A(velkost2+1,3*(father-1)*n_assets+3*j)=-beta*tree.price(id,j)*(1-delta);
%selling restriction t>0
    end
    beq=[beq;0];
  end
end

LB=zeros(n_var,1); %X,Y,Z>=0

velk_klas=size(A,1);
```

Výpočet f

```
f=zeros(n_var,1);
for id=find(tree.i(:,1)==n_stages-1)';
%   disp('vypocet f')
  id;
  for j=1:n_assets,
    avp=0;
        for idnext=find(tree.i(:,2)==id)',
        avp=avp+tree.price(idnext,j)*tree.p(idnext)/tree.p(id);
    end
    f(3*(id-1)*n_assets+3*j)=tree.p(id)*avp;
  end
end


  if param==2
    disp('ratam linearny program bez WT>=C ...')
    X=LINPROG(-f,A(1:velk_klas,:),b(1:velk_klas),Aeq,beq,LB,[]);
    %X=LINPROG(f,[],[],Aeq,beq,LB,[]); len test ak sa minimalizuje, vyjde 0
 end

v=A*X;
minWT=-max(v(velk_klas+1:size(v)))

hd=zeros(1,n_assets);
bd=zeros(1,n_assets);
sd=zeros(1,n_assets);
for i=1:n_assets,
  hd(i)=X(3*i);
  bd(i)=X(3*i-2);
  sd(i)=X(3*i-1);
end

%HD(q)=hd*1;
%BD(q)=bd;
%SD(q)=sd;
AKCIA=[bd;sd;hd]
SKUTcenaVCERA=DATA(3*kolko+q,:)
SKUTcenaDNES=DATA(3*kolko+q+1,:)
SKUTvynos(q)=hd*SKUTcenaDNES'
EWT(q)=f'*X


end
```