

FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY  
UNIVERZITY KOMENSKÉHO V BRATISLAVE



**Odhad kreditného rizika  
so zameraním na úverové obchody bánk**

DIPLOMOVÁ PRÁCA

Lukáš Novotný

Bratislava 2008

**Odhad kreditného rizika  
so zameraním na úverové obchody bánk**

**DIPLOMOVÁ PRÁCA**

Lukáš Novotný

FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY  
UNIVERZITY KOMENSKÉHO V BRATISLAVE  
KATEDRA APLIKOVANEJ MATEMATIKY A ŠTATISTIKY

Ekonomická a finančná matematika

Vedúci záverečnej práce:

Mgr. Filip Pistovčák

**Bratislava 2008**

Prehlasujem, že som diplomovú prácu vypracoval samostatne, s pomocou uvedenej literatúry, konzultácií s vedúcim diplomovej práce, vedomostí získaných počas štúdia a praxou v práci.

**Lukáš Novotný**

V Bratislave dňa 28. apríla 2008

Týmto sa chcem poďakovať vedúcemu svojej diplomovej práce Mgr. Filipovi Pistovčákovi, Mgr. Lukášovi Krajčovičovi a ostatným kolegom za všestrannú odbornú pomoc, množstvo cenných pripomienok a rád, ako aj za ochotu a podporu prejavenu pri písaní práce.

## **ABSTRAKT**

Cieľom tejto práce je poskytnúť čitateľovi informácie týkajúce sa kreditného rizika. V dobe, keď sa čoraz viac zväčšuje objem poskytnutých úverov, a prejavujú sa rôzne hypotekárne krízy, treba klásť väčší dôraz na riadenie kreditného rizika. Preto sa v práci venujem rizikovým parametrom (PD a RR) a ich významu pre úverové inštitúcie. V práci je obsiahnutý jednoduchý model na odhad miery návratnosti pre zlyhané úvery a v závere odhad PD a RR na mnou nasimulovaných dátach.

**Kľúčové slová:** Kreditné riziko, Miera návratnosti, Recovery Rate, Pravdepodobnosť zlyhania, Probability of Default,

## Obsah

<b>Úvod</b> .....	<b>7</b>
<b>1. Riziko</b> .....	<b>8</b>
1.1. Finančné riziko.....	8
1.2. Kreditné riziko (Credit risk).....	10
1.3. Trhové riziko (Market risk).....	13
1.4. Operačné riziko (Operational risk).....	14
1.5. Riziko likvidity (Liquidity risk).....	16
<b>2. Kreditné riziko</b> .....	<b>17</b>
2.1. Začiatky riadenia kreditného rizika, BASEL I, II .....	17
2.2. Pojmy používané v kreditnom riziku.....	20
2.2.1. Rizikové parametre .....	21
2.2.2. Očakávaná a neočakávaná strata.....	22
2.3. Migrácie ratingov, migračná matica.....	23
2.4. Hodnota v čase v závislosti od ratingu .....	27
2.4.1. Odhad hodnoty dlhopisu v prípade defaultu .....	28
2.4.2. Odhad hodnoty dlhopisu v prípade zmeny alebo zachovania ratingu .....	29
2.5. Odhad kreditného rizika .....	33
2.5.1. Určenie percentilov v kreditnom riziku .....	36
<b>3. Miera návratnosti pre zlyhané úvery</b> .....	<b>37</b>
3.1. Dôležitosť a význam RR, pri počítaní RWA .....	37
3.2. Základné metódy odhadovania RR.....	39
3.3. Návrh modelu na základe Workout metódy odhadu LGD .....	42
3.3.1. Určenie EED .....	44
3.3.2. Čas potrebný na odhad RR .....	44
3.3.3. Ohraničenie Recovery rate .....	45
3.3.4. Diskontovanie .....	47
3.4. Príklad na výpočet recovery rate.....	47
<b>4. Meranie úverového rizika pomocou Mertonovho štrukturálneho modelu</b> .....	<b>51</b>
4.1. Simulácia vývoja hodnoty firmy.....	52
4.2. Výpočet niektorých rizikových parametrov .....	54
<b>Záver</b> .....	<b>59</b>
<b>Literatúra</b> .....	<b>61</b>

## Úvod

Žijeme v dobe, ktorú mnohí označujú, ako dobu konzumnú alebo dobu spotreby. Niektorí ľudia akoby potrebovali mať všetko a sú ochotní aj pre to všetko urobiť. Naháňajú sa za najlepšimi značkami a najnovšími modelmi. Veľa krát však na splnenie svojich snov nemajú dostatok svojich financií a sú nútení si požičiavať od bánk a iných úverových inštitúcií. Samozrejme, mnohí ľudia si berú úvery na zabezpečenie bývania či iných dôležitých vecí. To vedie k zvýšenému dopytu po úveroch na čo reagujú banky, ktoré sa klientom snažia ponúknuť čo najvýhodnejší úver, ktorý dokáže pokryť klientove preferencie.

S nárastom počtu poskytnutých úverov úmerne súvisí nárast rizika., ktorému sa úverové inštitúcie vystavujú. Riziko spočíva v tom, že klient prestane byť schopný splácať svoje záväzky a banke, ktorá mu peniaze poskytla, spôsobí stratu. Následne banka začína zložitý vymáhací proces, pomocou ktorého sa snaží získať svoje peniaze naspäť. Nie vždy je vymáhanie úspešné na 100% a banke sa podarí získať späť iba určitú časť z celkovej sumy. V tejto práci by som, preto chcel čitateľovi priblížiť základné fungovanie a meranie kreditného rizika.

Banky a ostatné úverové inštitúcie chcú poznať riziko, ktoré podstupujú. Chcú poznať svojich klientov, aby vedeli, čo od nich v budúcnosti môžu čakať a ako budú schopní splácať požičané peniaze. S tým súvisí odhad rizikových parametrov, ktoré dokážu predpovedať prípadné zlyhanie a úspešnosť vymáhacieho procesu. V tejto práci sa budem venovať hlavne 2 parametrom, a to pravdepodobnosti zlyhania a miere návratnosti.

Práca je rozdelená do štyroch častí. V prvej bude čitateľ oboznámený s finančným rizikom, jeho základným rozdeleným a stručným prehľadom jednotlivých rizík. Druhá časť je venovaná kreditnému riziku, ktoré je vlastne základom pri poskytovaní úverov. Oboznámime sa so začiatkami jeho merania, zmenou ratingov a migračnými maticami a nakoniec odhadneme základné miery, ktorými sa dá charakterizovať. V tretej časti sa budem zaoberať odhadom miery návratnosti. Najprv sa oboznámime s rôznymi metódami na odhadovanie, z ktorých si vyberiem jednu, ktorú bližšie vysvetlím a ilustrujem na príklade. V záverečnej štvrtej časti pomocou nasimulovaných dát budem odhadovať pravdepodobnosť zlyhania a mieru návratnosti pre úvery poskytované bankami.

# 1. Riziko

Základom celej tejto práce je riziko. Keby neexistovalo riziko a všetko by vychádzalo na sto percent, nežili by sme v neistote. Nemusí sa jednať len o investície, ktoré mi s pravdepodobnosťou rovnou jednej vzrastú o 10%, ale týka sa to aj nášho každodenného života. Riziko jednoducho musí existovať, stretávame sa s ním takpovediac neustále a snažíme sa mu predchádzať. Či už je to viac-menej banálne riziko zmeny počasia počas dňa, na ktorú nie sme pripravení, alebo nepríjemnejšie riziko ukradnutia auta, alebo nastania úrazu. V spomenutých prípadoch sme vystavovaní určitej neistote, pred ktorou sa však môžeme brániť, či už vzatím dáždника alebo uzavretia poisťky na auto, úraz. Ak však udalosť nenastane, tak sme tieto kroky podnikali zbytočne a dá sa povedať, že sme sa dostali k strate. Táto strata však býva zväčša menšia ako v prípade, že by sme poistenie nemali a udalosť by nastala. V tom prípade môžeme našu zábezpeku využiť a vyhnúť sa tak neželanej strate. Keď sa povie, že my alebo naše podnikanie je vystavené riziku, to znamená, že sme vystavení určitej neistote, nebezpečenstvu a možnosti straty alebo neúspechu. Riziko je teda „určitá miera očakávaných nepriaznivých následkov pri neúspechu, ktorú určuje pravdepodobnosť neúspechu a stupeň negatívnych následkov v danom prípade.“<sup>1</sup> Matematicky by sa to dalo zapísať nasledovne:

$$\text{Riziko} = \text{Pravdepodobnosť nepriaznivej udalosti} \times \text{strata}$$

S rizikom sa môžeme stretnúť v mnohých oblastiach. Často je riziko spájané so slovami ako hazard, stávka, poistenie a ďalšie. Ja sa však v tejto práci budem zaoberať rizikom *finančným*.

## 1.1. Finančné riziko

Tak isto ako všade inde, tak aj na finančných trhoch existuje určité riziko. Toto riziko sa nazýva *finančné* a vzniká pri aktivitách spojených s obchodovaním na finančných trhoch. „Finančné riziko je všeobecne definované ako možná finančná strata subjektu.“<sup>2</sup> Môžeme to chápať ako neistotu, ktorá je odchýlením od očakávaného výnosu. Strata, ktorá môže nastať v budúcnosti vyplýva z daného finančného portfólia. Podľa

<sup>1</sup> Podľa [http://sk.wikipedia.org/wiki/Riziko\\_%28psychol%C3%B3gia%29](http://sk.wikipedia.org/wiki/Riziko_%28psychol%C3%B3gia%29)

<sup>2</sup> JÍLEK J.: Finanční Rizika. Praha: Grada Publishing, 2000.



očkávania straty, ju rozdeľujeme na dve skupiny. Prvou je očakávaná strata (expected loss), čiže priemerná strata v danom časovom horizonte, s ktorou treba rátať. Druhou je strata, ktorá môže nastať v budúcnosti s určitou malou pravdepodobnosťou, a tú nazývame neočakávaná strata (unexpected loss). Rozdelenie je dôležité, lebo slúži na ďalšie potrebné výpočty napríklad opravných položiek pri očakávanej strate, alebo pri neočakávanej strate sa jedná o určenie ekonomického alebo regulačného kapitálu. Treba si uvedomiť, že každá finančná strata je zníženie kapitálu subjektu.

Termín finančného rizika sa používa s takzvanou špecifikovanou neistotou: Neistota, pri ktorej môžeme objektívne alebo subjektívne určiť pravdepodobnosti budúcich výsledkov. Preto môžeme pomocou štatistiky kvantifikovať špecifikovanú neistotu mierami disperzie. Variabilita okolo očakávanej alebo priemernej hodnoty je často meraná spočítaním variancie alebo štandardnej odchýlky, ktorá sa vo finančnom svete nazýva volatilita. V praxi rozlišujeme pozitívnu a negatívnu odchýlku. V obchodnom kontexte riziko vyjadruje iba negatívnu odchýlku od očakávanej alebo chcenej hodnoty, teda stratu. Pod pozitívnu odchýlku zase rozumieme „represent opportunities“ (zisk, výnos).

Ako už vieme, riziko je spojené s možnosťou odchýlky. To znamená, že možnosť finančného rizika môžeme vyjadriť určitou pravdepodobnosťou z intervalu  $\langle 0,1 \rangle$ . Nastanie danej situácie je niekde medzi úplnou nemožnosťou, alebo naopak úplnou istotou. Stupeň rizika nemusí byť vždy presne zmerateľný z akýchkoľvek dôvodov, ale pravdepodobnosť nepriaznivého výsledku musí byť medzi 0 a 100 percentami.

Ako som už spomínal, dôležitou časťou je odchýlka od požadovaného výsledku (výnosu), ktorý by sme radi dosiahli. Je veľa možností ako môžeme určiť naše očakávania. Dajú sa použiť historické dáta na projekciu do budúcnosti. Iný spôsob je úplne vynechať údaje z minulosti a využívať iba momentálne informácie na predpovede výšky výnosu. Aby sme si ale overili, že sú naše predpovede správne, musíme ich aj tak otestovať na historických dátach. Preto často krát odhadovanie našich budúcich výsledkov je základným krokom k aspoň určitej kontrole rizika. Prípadná mylná predstava našich budúcich očakávaní, môže podstatne skresliť merané miery rizika.

Finančné riziko môžeme podľa oblasti v ktorej sa s financiami narába a kde sa peniaze nachádzajú v riziku rozdeliť do niekoľkých hlavných skupín. Je to riziko *kreditné*, *trhové*, *operačné* a *likvidné*. Okrem toho môžeme použiť termín systémové riziko, ak nejaké zo spomenutých rizík spôsobí firme problémy, ktoré majú negatívny dopad na

veľa ďalších subjektov prípadne ekonomický chod krajiny. V nasledujúcich častiach sa pokúsím jednoducho a jasne definovať, čo ktoré riziko znamená.

## **1.2. Kreditné riziko (Credit risk)**

Niekedy sa nazýva aj úverové. Je to riziko zlyhania protistrany, ktorá nebude schopná v danom termíne splatiť svoje pohľadávky v plnej výške voči veriteľovi a tým mu spôsobí stratu. Nemalé straty môže spôsobiť veriteľovi, okrem už spomenutého neplnenia záväzkov, aj zmena bonity (ratingu) dlžníka. Zhoršený rating signalizuje vyššie riziko, čo má za následok pokles ceny na trhu. Migráciami ratingov, a následným odhadovaním zmien hodnôt pre finančné nástroje sa budem zaoberať neskôr v mojej práci.

Kreditné riziko sa spája najmä s pôžičkami a úvermi v bankách. Preto je dobré si v tomto prípade zdefinovať aj pojem úver, pôžička. Pre úverovú inštitúciu je to „finančné aktívum, vyplývajúce z doručenia peňazí alebo iného aktíva od veriteľa k dlžníkovi za presne stanovených podmienok splatenia dlhu.“<sup>3</sup> Medzi tieto podmienky patrí výška splátky, doba splácania, úrok úveru a iné. Ak si definujeme pôžičku ako očakávané prijatie financií, tak pod pojmom kreditného rizika môžeme chápať pravdepodobnosť, že sa prevzatie peňazí od dlžníka neuskutoční načas a v plnej výške. Kreditné riziko je často považované za najdôležitejšiu časť riadenia rizík v bankách. Banky sa poskytovaním vyšších úverov vystavujú riziku, že ich strata bude v prípade zlyhania dlžníka väčšia. Môže to byť spôsobené bezhlavým naháňaním sa za počtom klientov a plnením nezmyselných plánov. Už niekoľko krát sa stalo, že zlým riadením kreditného rizika, teda vydávaním neprimeraných pôžičiek, sa banka dostala do nemalých ťažkostí čo môže viesť k jej bankrotu a odobratiu licencie bankovým regulátorom. Manažéri úverových inštitúcií sú vystavovaný morálnemu hazardu. Ako v celom finančnom sektore, aj v kreditnom riziku platí, čím vyšší výnos, tým vyššie riziko. Preto sa manažéri schvaľovaním rizikových pôžičiek vystavujú riziku. Ak však rizikový obchod vyjde, stúpne ich renomé, pretože pre inštitúciu priniesli vyšší zisk. V opačnom prípade však dochádza k strate. Morálny hazard môžeme chápať ako neisté rozhodovania sa manažérov, ktorí majú možnosť uzatvárať rizikové obchody, ale prípadnú stratu nebudú znášať v plnej miere.

---

<sup>3</sup> JÍLEK J.: Finanční Rizika. Praha: Grada Publishing, 2000.

Správne meranie a riadenie kreditného rizika sa dá v súčasnosti považovať za neodmysliteľnú a veľmi dôležitú súčasť bankovníctva. S rastúcim počtom schválených a poskytnutých úverov, sú banky stále viac a viac vystavované tomuto finančnému riziku a musia ho vedieť správne riadiť. Platí to aj na Slovensku. Zadlženosť slovenských domácností patrí síce k jedným z najnižších spomedzi Európskej Únie, ale mladí ľudia si už pomaly zvykajú „žiť na dlh“. Tento fakt je v USA a západných krajinách bežným javom, avšak u nás sa začal prejavovať až v posledných rokoch. Ide o to, že ľudia si v mladom veku zoberú pôžičku, najčastejšie na zabezpečenie vlastného bývania, a tým sa zaviazujú banke splácať úver na 20 až 30 rokov. Veľkú časť svojho produktívneho života teda žijú na dlh. Počas tejto doby sú však niekedy nútení zobrať ďalšiu pôžičku napríklad na splatenie alebo prefinancovanie starého úveru, alebo zabezpečenia iných hmotných statkov. Z tohto dôvodu musia banky vedieť správne určiť komu a za akých podmienok úvery poskytnú. Na to im slúžia nástroje kreditného rizika medzi ktoré patria napríklad ratingové systémy, výpočet rizikových parametrov a ďalšie.

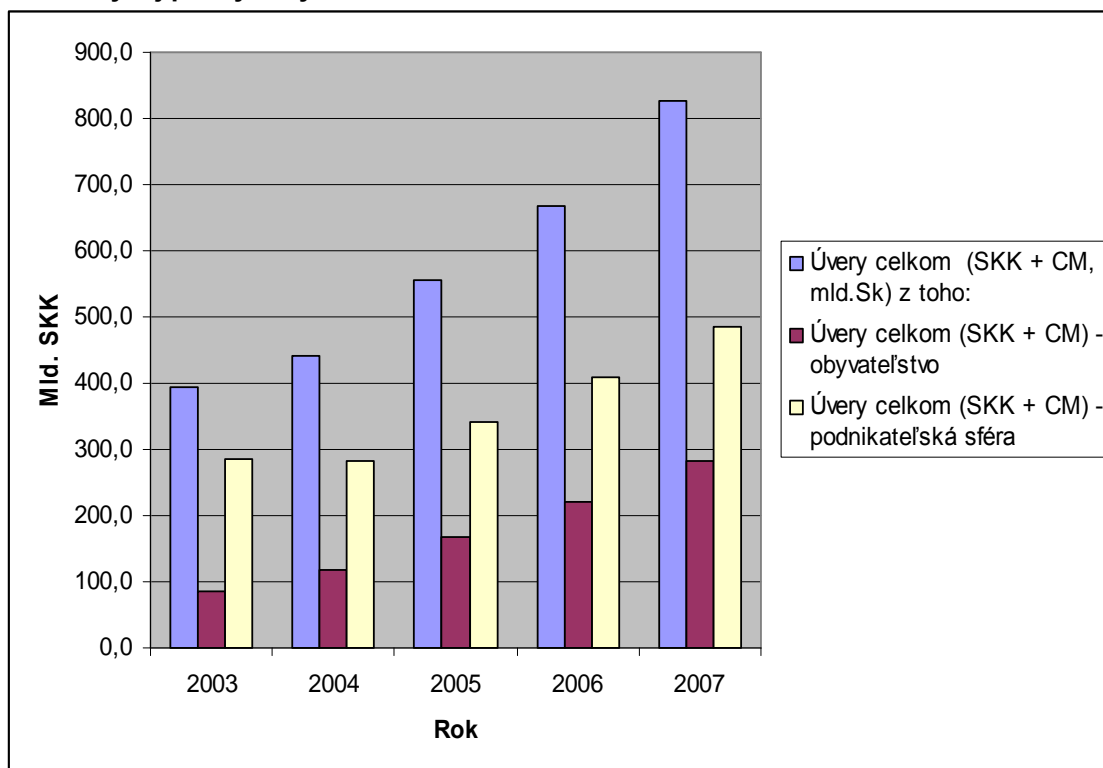
V nasledujúcej tabuľke a grafe je vidieť ako sa za posledné roky vyvíjal objem peňazí v poskytnutých úveroch, v celom bankovom sektore Slovenska, v slovenských korunách aj zahraničných menách.<sup>4</sup>

**Tabuľka 1: Vývoj poskytnutých úverov v SR**

	2003	2004	2005	2006	2007
<b>Úvery celkom (SKK + CM, mld.Sk) z toho:</b>	<b>394,2</b>	<b>441,5</b>	<b>555,4</b>	<b>668,2</b>	<b>827,5</b>
Úvery celkom (SKK + CM) - obyvateľstvo	85,3	117,4	166,4	221,1	283,5
Úvery celkom (SKK + CM) - podnikateľská sféra	284,6	281,2	341,4	407,4	484,0

<sup>4</sup> Národná Banka Slovenska <http://www.nbs.sk>

**Graf 1: Vývoj poskytnutých úverov v SR**



Všimnime si, že súčet úverov obyvateľstvu a podnikateľom sa nerovná riadku úvery celkom, ktorý okrem obyvateľov a podnikateľov zahŕňa aj štátnu správu, samosprávu, neziskový sektor, a podobné inštitúcie. Z daných údajov jednoznačne vyplýva nárast objemu peňazí poskytnutých na úvery z roka na rok. Nárast je badateľný v oboch segmentoch (Obyvateľstvo, podnikatelia), pričom objem úverov poskytnutých obyvateľstvu postupne dobieha poskytnuté úvery podnikateľom. Teda z dôvodu nárastu objemov poskytnutých úverov, ale aj napríklad kvôli záväzkom voči nariadeniam a smerniciam Európskej Únie, by sa mal klásť veľký dôraz na riadenie kreditného rizika.

Nesprávny prístup a zlé riadenie kreditného rizika môže viesť k veľkým finančným stratám bankových ústavov. Ak sa jedná o veľké nadnárodné inštitúcie, môže to viesť k prepadom na národných burzách a celosvetovej ekonomickej recesii.

Ako príklad môžem uviesť zlé riadenia rizík na americkom úverovom trhu, ktoré sa začalo naplno prejavovať v polovici roka 2007 a odhaduje sa, že bude trvať dva roky. Kríza nastala, keď sa zistilo, že úvery, ktoré boli vydávané domácnostiam v rokoch 2004-2006, boli zle nastavené a domácnosti neboli schopné splácať svoje záväzky. To sa práve prejavilo v lete 2007, keď úvery začali zlyhávať a úverové inštitúcie zistili, že časť svojich aktív predstavujú práve tieto zlé úvery. Ako umocnenie tohto problému

klesli ceny nehnuteľností na bývanie. To spôsobilo, že ani predajom týchto kolaterálov, ktorými boli kryté úvery, neboli banky schopné eliminovať svoje straty. Ako následok môžeme považovať stratu dôvery jednak zo strany klientov, ale aj zo strany obchodných partnerov. Tým pádom sa takpovediac zastavil obeh likvidity medzi americkými bankami. Americký národný regulátor FED, musel v danom období riešiť krízu a pumpovať finančné injekcie do upadajúceho sektora. Navyše odpredajom rizikových pohľadávok iným spoločnostiam (tradičná sekuritizácia) sa táto finančná kríza preniesla na svetový trh. V januári 2008 mnohé národné burzy, akcie veľkých európskych a japonských bánk zaznamenali veľký prepád. Niekoľkí ekonómovia vyslovili prirovnanie s veľkou svetovou hospodárskou krízou v rokoch 1928-1929. A to všetko ako aj dôsledok nesprávneho riadenia kreditného rizika.

### **1.3. Trhové riziko (Market risk)**

Ide o riziko straty investovanej hodnoty kvôli neočakávaným zmenám v trhových cenách a iných faktorov ako sú ceny akcií, úrokové miery, výmenné kurzy, komoditné ceny a iné. Podľa týchto kritérií trhové riziko rozdeľujeme na 4 základné kategórie. Sú to:

- Úrokové riziko (interest rate risk), ktoré vzniká pri zmenách cien nástrojov citlivých na zmenu úrokových mier.
- Akciové riziko (equity risk) je riziko, ktoré vyplýva pri zmenách cien nástrojov citlivých na ceny akcií.
- Komoditné riziko (commodity risk) je riziko straty pri zmenách cien nástrojov citlivých na cenu komodít.
- Menové riziko (foreign exchange risk), vyplývajúce zo zmien cien nástrojov citlivých na menové kurzy.

Pre trhové riziko, podobne ako aj pre kreditné a operačné riziko, sa dá odhadnúť množstvo ekonomického kapitálu, ktorý je potrebný na zaistenie plánovanej štandardnej solventnosti banky počas rizikového horizontu. Odvodenie potrebného ekonomického kapitálu pre úverovú inštitúciu vystavenú trhovému riziku vyžaduje metriku, ktorá modeluje stupeň trhového rizika, ktorému je vystavený subjekt (banka). V súčasnosti sa v odvetví trhového rizika vyvinula a stále vyvíja miera, ktorú nazývame VaR (Value at Risk).

Pre riadenie trhového rizika, banky používajú VaR, čo je pravdepodobne najpoužívanejšia jednotková miera na meranie trhového rizika. Je to preto, lebo spája veľkosť možných strát spolu s ich pravdepodobnosťou nastania. Aj preto sa VaR stala štandardnou metodikou (nástrojom) pri obchodovaní a investovaní v bankách. Dá sa definovať ako strata portfólia kvôli neočakávaným pohybom v jednom alebo viacerých trhových rizikových faktorov. Časový interval, ktorý sa zvyčajne používa, je jedno dňová perióda. VaR sa často uvádza ako alfa-quantil kumulatívneho pravdepodobnostného rozdelenia zmien hodnôt v portfóliu za meranú časovú jednotku. Alfa sa zvyčajne udáva 2,5% alebo 1%. Preto existuje (1-alfa)% pravdepodobnosť, že kritický prah straty nebude presiahnutý, teda že strata nebude vyššia ako očakávaná.

Vzorec na výpočet VaR:

$$VaR_{\alpha} = \inf \{l \in R : P(L > l) \leq 1 - \alpha\} = \inf \{l \in R : F_L(l) \geq \alpha\}$$

Kde

- $\alpha \in (0,1)$  je hladina spoľahlivosti
- $F_L(l)$  je hustota rozdelenia straty

VaR je užitočná metóda pre určovanie množstva potrebného kapitálu. Táto miera je definovaná na dennej báze, keďže obchody v trhovom riziku môžeme uzatvoriť v priebehu jedného dňa. Na rozdiel od kreditného rizika v ktorom je adekvátny časový horizont jeden rok, pretože so zlými úvermi sa banky nedokážu vysporiadať v priebehu krátkeho času. VaR pre trhové riziko je zvyčajne založená na relatívne striktnom predpoklade o rozdelení výnosu. Predpokladá sa normálne rozdelenie obchodných výsledkov.

#### **1.4. Operačné riziko (Operational risk)**

Operačné riziko sa dá považovať za prvé riziko, nad ktorým sa banka, pred tým než poskytne svoju prvú pôžičku, pred tým ako spraví prvý obchod, musí zamyslieť. Môžeme ho definovať ako riziko neočakávaných strát z dôvodov zlyhania ľudského faktora, interných kontrol, ekonomických rozhodnutí a stratégie inštitúcie. Podobne sem môžeme zaradiť zlyhanie počítačových systémov a sietí, stratu dát a okolnosti súvisiace s informačnými technológiami, ale aj prírodné katastrofy ako sú požiare, povodne, zemetrasenia a iné. Tieto všetky udalosti predstavujú pre banku, ale vo veľkej miere aj

pre ostatné podniky, ktoré sa nemusia zaoberať financiami, riziko z uskutočňovania obchodu – operácie. Podľa Jílka<sup>5</sup> operačné riziko rozdeľujeme do troch kategórií.

- Transakčné riziko je riziko, ktoré vzniká ako dôsledok chýb vyplývajúcich zo zložitosti transakcie. Daná finančná operácia je taká náročná, že môžu nastať chyby pri účtovaní alebo neschopnosti systému takúto operáciu uskutočniť.
- Riziko operačného riadenia je rizikom vznikajúcim v činnosti front, middle a back office.<sup>6</sup> Jedná sa o pochybenie ľudského faktora, či už úmyselne alebo neúmyselne. Patria sem napríklad zlé rozhodnutia banky, ale aj podvodné operácie pracovníkov banky, pranie špinavých peňazí a iná trestná činnosť.
- Riziko systémov je riziko zlyhania systémovej podpory. Najčastejšie sa jedná o chyby v počítačových programoch, ktoré môžu viesť až ku strate dát. (Preto banky vynakladajú nemalé prostriedky, aby svoje dáta mali bezpečne zálohované.) Medzi riziko systémov patria aj nevhodne používané matematické metódy, respektíve ich nepresná aplikácia na výpočet daného problému.

Aktuálnym, veľmi pekným príkladom, pre prípad operačného rizika sú problémy francúzskej banky Société Generale, jednej z najväčších v krajine. V januári 2008 banka zaknihovala stratu vo výške 4,9 miliárd eur, v dôsledku zlého obchodovania jedného z maklérov. Maklér, ktorý obchodoval s futuritami a inými burzovými nástrojmi, za vidinou veľkého zisku obchádzal nariadenia banky. Neustálym investovaním finančných prostriedkov do neuvážených transakcií, ktorými chcel opätovne získať stratené peniaze, spôsobil banke nemalé straty. Ako náhle sa banka o jeho aktivitách dozvedela, okamžite odpredala všetky jeho pozície. Smolou bolo, že tak urobila práve v ten deň, keď bol obrovský pokles svetových búrz. Ak ho tým masívnym uzatváraním pozícií nespôsobila, tak k tomuto poklesu výrazne prispela. Treba spomenúť, že banke boli implementované pokročilé metódy riadenia operačného rizika, avšak asi nie úplne správne.

Podobný je aj prípad Nicka Leesona, ktorý v roku 1995 spôsobil britskej banke škodu „iba“ 1,5 miliardy dolárov. Ten sa nechal v súčasnosti počuť, že bankový systém je dnes takisto zraniteľný ako za jeho časov.

---

<sup>5</sup> JÍLEK J.: Finanční Rizika. Praha: Grada Publishing, 2000.

<sup>6</sup> Front Office: Útvar v inštitúcii, kde sa uzatvárajú obchody a komunikuje sa s klientom.  
Middle Office: Oddelenie, ktoré zabezpečuje fungovanie a obchodovanie na trhu.  
Back Office: Podobne ako Middle Office, ale na vyššej úrovni.

## **1.5. Riziko likvidity (Liquidity risk)**

Riziko likvidity je riziko zo straty, ktorá môže vzniknúť tým, že subjekt (investor, banka), ktorý okamžite potrebuje hotovosť, musí predat' svoje aktíva za nižšiu cenu ako by chcel a očakával, a tým pádom dochádza k strate. Riziko likvidity rozdeľujeme do 2 základných skupín. Je to riziko financovania (funding risk) a riziko trhovej likvidity (market liquidity risk).

- Riziko financovania, je riziko straty v prípade momentálnej platobnej neschopnosti. Týka sa schopnosti plniť požiadavky na investovanie a financovanie vzhľadom k nesúladu v peňažných tokoch. Ide o neschopnosť zaistiť hotovosť na portfólio aktív a pasív s danými splatnosťami a úrokovými mierami.
- Riziko trhovej likvidity, je riziko straty v prípade malej likvidity finančného trhu, čo bráni rýchlemu zániku pozícií, čím je obmedzený prístup k finančnej hotovosti. Inými slovami, riziko spočíva v neschopnosti dostatočne rýchlo, v dostatočnom objeme a za uspokojivú cenu predat' finančné nástroje. Je to spôsobené výrazným poklesom likvidity nástrojov na trhu.



## 2. Kreditné riziko

Ako som už spomínal kreditné riziko je v súčasnosti veľmi dôležité. Rozmáhajúce sa úverové krízy dávajú podnety na lepšie riadenie kreditného rizika a prehodnocovanie poskytnutých úverov. Preto by som sa chcel v tejto časti mojej práce zamerať na začiatky riadenia a merania kreditného rizika. Zároveň by som chcel na jednoduchých finančných nástrojoch ukázať ako sa dá odhadovať a merať kreditné riziko.

### 2.1. *Začiatky riadenia kreditného rizika, BASEL I, II*

Začiatky a dôvody merania kreditného rizika sa viažu k sedemdesiatym a osemdesiatym rokom minulého storočia. V roku 1974 nemecká Bank Herstatt skrachovala, z dôvodu, že nebola schopná plniť svoje záväzky voči americkým bankám. Tým mala za nemecké marky vyplatiť americké doláre. Americké banky jej vyplatili marky, ale už nedostali protihodnotu v dolároch, lebo medzitým nemecký bankový regulátor Bank Herstatt zrušil licenciu. Jej krachom bolo postihnutých aj niekoľko ďalších bánk, ktoré sa dostávali do ťažkostí a celkovo to ovplyvnilo ďalšie americké banky.

To viedlo k rokovaniam bankových inštitúcií z krajín G10, vo švajčiarskom meste Bazilej v roku 1988. Výsledkom stretnutia boli ustanovenia nazvané Bazilejská dohoda (Basel I). Táto dohoda bola predovšetkým zameraná na kreditné riziko a hovorí o minimálnej kapitálovej primeranosti úverovej inštitúcie. Zjednodušene povedané, aké minimum kapitálu musí mať banka v ktoromkoľvek okamžiku. Banky v štátoch, ktoré sa zaviazali plniť tieto požiadavky, musia držať kapitál najmenej vo výške 8% svojich rizikovo vážených aktív. Tento pomerový ukazovateľ sa nazýva kapitálová primeranosť a používa sa nasledovný vzorec na jej výpočet:

$$\frac{\sum \text{Kapitál}}{\sum \text{Rizikovo vážené aktíva}} \geq 8\%$$

Pod pojmom Rizikovo vážené aktíva banky chápeme také aktíva banky, ktoré sú vystavené určitému riziku. Ku každej skupine aktív môžeme jednoznačne priradiť prislúchajúcu rizikovú váhu. Podľa Basel I teda RVA počítame ako

$$RVA = \text{Aktíva} \cdot \text{Riziková Váha}$$

Kde aktíva banky sú presne určené, a rovnako bola určená aj riziková váha. V nasledujúcej tabuľke je uvedený príklad rizikových váh pre vybrané aktívum.

**Tabuľka 2: Priradenie rizikových váh podľa Basel I**

Riziková váha (v %)	Vybrané prislúchajúce aktívum
0	Pohľadávky voči štátom patriacim do OECD
20	Pohľadávky voči bankám štátov patriacich do OECD
50	Úvery určené na bývanie založené nehnuteľnosťou
100	Úvery podnikateľom, spotrebné úvery a ďalšie

Basel I môžeme chápať ako začiatky merania kreditného rizika, ktoré sú v súčasnosti už zaostalé a neobjektívne. Neobjektívnosť spočívala napríklad v tom, že Basel I fungoval na tzv. klubovom princípe. Zjednodušene sa dá povedať, že krajiny, ktoré boli členmi OECD patrili do skupiny A a ostatné krajiny do skupiny B. Úver v cudzej mene centrálnej banke štátu zo skupiny A má rizikovú váhu 0%, kým pri krajinách zo skupiny B až 100%. „To vedie k takým paradoxným situáciám, že krytie pohľadávky voči Singapuru s ratingom AAA (podľa ratingovej agentúry Standard & Poor's) si vyžaduje väčší objem vlastných zdrojov ako krytie pohľadávky voči Turecku s ratingom B-. Podobným spôsobom pohľadávka voči komerčnej banke so sídlom v členskom štáte OECD má podľa Bazilejskej dohody rizikovú váhu 20% a nečlenskom 100%.“<sup>7</sup>

Z týchto a ďalších dôvodov bol Basel I nahradený modernejšími metódami na meranie rizika, ktoré sú zhrnuté v medzinárodnej dohode Nová Bazilejská dohoda o kapitáli (Basel II). Už spomínaný spôsob rozdeľovania krajín do skupín mal za následok nesprávne priradenie rizikových váh, a tým dochádzalo k znevýhodňovaniu bánk, ktoré poskytovali úvery, požadovaním neprimerane vysokej kapitálovej požiadavky. Z týchto a ďalších dôvodov sa začala prepracovávať pôvodná dohoda. Neskôr bol predstavený dokument známy pod názvom Basel II. Pri výpočte rizikovo vážených aktív sa ustúpilo od neobjektívneho klubového princípu a začal sa používať systém, ktorý priradzoval rizikovú váhu na základe ratingu dlžníka.

Pre lepšie pochopenie, prikladám presnejšie vysvetlenie výrazu rating:

#### *Rating*

Doslovne sa dá tento výraz preložiť ako ohodnotenie, klasifikovanie. Čo spĺňa jeho význam aj v ekonomickom slovníku. Z pohľadu banky je rating výsledkom

<sup>7</sup> BIATEC, ročník 13, 10/2005, strana 9

špecifickej ratingovej metódy, ktorá slúži na klasifikovanie klienta. Je to takzvaný interný rating, ktorý banka používa, aby mohla priradiť adekvátne riziko k jednotlivým ratingovým stupňom. Napríklad ak banka používa ratingovú stupnicu 1-8, klient s ratingom 1 predstavuje najmenšie a klient s ratingom 8 najväčšie riziko nesplácania pohľadávok. Každá banka má zadanú svoju vlastnú ratingovú stupnicu, ktorá je kombináciou písmen a čísl.

Podobne ako banka hodnotí klientov, existujú vo svete veľké ratingové agentúry, ktoré hodnotia banky, ostatné finančné inštitúcie, ale napríklad aj štáty. Podobne aj tieto ratingy vyjadrujú riziko spojené s danými inštitúciami. Medzi najznámejšie ratingové agentúry patrí Standard & Poor's, Moody's Investor Service, Fitch Ratings.

**Tabuľka 3: Aktuálne ratingové hodnotenie Slovenskej Republiky<sup>8</sup>**

Agentúra	Standard & Poor's	Moody's	Fitch Ratings	R & I	JCR
Stupeň	A stabilný výhľad	A1 stabilný výhľad	A pozitívny výhľad	A- stabilný výhľad	A pozitívny výhľad
Dátum pridelenia	19.12.2005	17.10.2006	23.7.2007	3.10.2006	27.6.2007

Rating sa pridáva každému rizikovo relevantnému klientovi, teda takému, ktorý má alebo môže mať voči banke nejaké poľžnosti . Teda aj povolené prečerpanie, alebo kreditné karty.

Podľa spôsobu získania ratingu Basel II rozlišuje 2 prístupy. Prvý prístup, štandardizovaný, je používanie ratingu od externých ratingových agentúr (Moody's, Standard&Poor's). Druhý prístup, IRB (Internal Rating Based), je výpočet interného ratingu, na základe vlastných údajov o klientoch. Ten sa rozlišuje na tzv. FIRB (Foundation IRB) a AIRB (Advanced IRB), kde v prípade AIRB prístupu banka odhaduje vlastné hodnoty straty v prípade zlyhania.

Jednou z hlavných zmien, ktorú Basel II priniesol, bola zmena spôsobu výpočtu rizikovo vážených aktív. Pôvodný vzorec na výpočet kapitálovej primeranosti zostal nezmenený, takisto ako aj jej potrebné minimum 8%. Rizikové váhy už neboli presne

<sup>8</sup> Národná Banka Slovenska <http://www.nbs.sk>

určené do jednotlivých skupín, ale bol predstavený vzorec na výpočet. Tento vzorec je používaný pre expozície voči podnikateľom, vládam a centrálnym bankám.<sup>9</sup>

$$RV = \left( LGD \cdot N \left[ (1-R)^{-0,5} \cdot G(PD) + \left( \frac{R}{1-R} \right)^{0,5} \cdot G(0,999) \right] - PD \cdot LGD \right) \cdot (1-1,5 \cdot b)^{-1} \cdot (1 + (M-2,5) \cdot b) \cdot 12,5 \cdot 1,06$$

Kde:

$R$  predstavuje koreláciu

$$R = 0,12 \cdot \frac{(1 - e^{-50 \cdot PD})}{1 - e^{-50}} + 0,24 \cdot \left( 1 - \frac{(1 - e^{-50 \cdot PD})}{1 - e^{-50}} \right)$$

$b$  faktor splatnosti

$$b = ((0,11852 - 0,05478 \cdot \ln(PD)))^2$$

$N(x)$  označuje kumulatívnu distribučnú funkciu normovanej náhodnej premennej, teda pravdepodobnosť, že normálna náhodná premenná so strednou hodnotou nula a varianciou jedna je menšia, alebo sa rovná  $x$ .

$G(z)$  označuje inverznú kumulatívnu distribučnú funkciu pre normovanú normálnu náhodnú premennú, teda hodnotu  $x$  takú, že  $N(x) = z$ .

Basel II teda môžeme považovať za moderný základ merania kreditného rizika. V súčasnosti tieto nariadenia dodržiavajú banky vo vyspelom svete.

## 2.2. Pojmy používané v kreditnom riziku

Ako sme si isto všimli vo vzorci na výpočet rizikovej váhy, je použitých viacero skratiek. Ide o výrazy, ktoré sú v oblasti kreditného rizika bežne zaužívané. Sú to väčšinou skratky anglických slov, ktorých význam by som teraz čitateľom chcel priblížiť.

### *Default*

Ide o anglické slovo, ktoré sa v ekonomickom kontexte chápe ako platobná neschopnosť. Znamená to teda toľko, že klient už nie je ďalej schopný splácať svoje záväzky voči svojmu veriteľovi (banke). Default nemusí nastať len pri úveroch, ale aj pri ostatných typoch finančných derivátoch, ako sú dlhopisy, hypotéky a iné záväzkové

<sup>9</sup> Smernica Európskeho Parlamentu a Rady 2006/48/ES, príloha VII, časť 1, bod 3

listiny. Default môže nastať z viacerých príčin. Najčastejšie je to však kvôli omeškanosti splátok – napríklad klient nesplatil 3 a viac splátok. Ako náhle sa tak stane, banka mu pridelí špeciálny rating, ktorý signalizuje že klient nie je schopný splácať. Zároveň začne s vymáhaním nesplatenej pohľadávky. Ukončenie defaultu môže nastať buď vyplatením celej dlženej čiastky, alebo splatením omeškaných pohľadávok. Ak klient dlhodobo nespláca môže banka zvyšok pohľadávky odpísať (spravidla ide o menšie hodnoty), alebo sa dohodnúť s klientom na iných podmienkach splácania tzv. reštrukturalizácia (pri vyšších hodnotách) Pri splatení omeškaných splátok sa klientovi prepíše rating určujúci default na rating z ratingovej stupnice. Pre slovo default budem používať aj jeho slovenský ekvivalent zlyhanie.

### **2.2.1. Rizikové parametre**

Pod pojmom rizikový parameter, môžeme rozumieť určitú premennú, ktoré v sebe nesie informáciu ohľadom rizika. Teda do akej miery sa úverová inštitúcia za daných okolností vystavuje riziku. Uvediem základné rizikové parametre, ktoré banka počíta a následne používa pri svojich ekonomických rozhodnutiach.

#### *Probability of Default – PD*

Je to pravdepodobnosť nastania defaultu na jedno-ročnom horizonte. Niekedy je možné použiť aj iné časové obdobie, napr. 5 ročné, ale ak sa neuvádza inak tak štandardne sa používa jeden rok. Keďže je to pravdepodobnosť nadobúda hodnoty od 0 do 1. Väčšinou sa vyjadruje v percentách.

#### *Recovery Rate – RR*

Je to miera návratnosti pre zlyhaný obchod (úver). Prideluje sa klientom, ktorí sa dostali do defaultu. Vyjadruje sa v percentách. Znamená to, že v momente defaultu banka vie približne povedať, akú časť z nesplatenej sumy sa jej podarí vymôcť. Čím vyššie percento tým lepšie. Rozsah sa zvyčajne pohybuje od 0 do 100 %, avšak nastávajú aj prípady, kedy je miera návratnosti záporná, alebo naopak vyššia ako 100%.

#### *Loss given default – LGD*

Ide vlastne o doplnkovú hodnotu k jednej pre mieru návratnosti. Teda aké percento z nesplatennej čiastky sa banke nepodarí vymôcť od klienta. Matematicky to môžeme vyjadriť ako

$$LGD = 1 - RR$$

#### *Credit Conversion Factor – CCF*

Predpokladaná suma prostriedkov, ktoré klient ešte spotrebuje (vyčerpá), zo svojej nevyčerpanej čiastky úveru, pokým sa dostane do defaultu. Faktor je vyjadrovaný v percentách a počíta sa na jedno ročnom horizonte. Ak teda klient má nevyčerpanú čiastku vo výške 100 SKK a CCF je určené na 40%, banka musí počítať s tým, že ak v priebehu roka zlyhá, tak ešte načerpá 40 SKK.

To sú základné rizikové faktory, ktoré sa počítajú a používajú pri implementovaní Basel II v bankách.

### **2.2.2. Očakávaná a neočakávaná strata**

Každý isto vie, že pri aktivitách banky sa netvorí len zisk, ale banky zaznamenávajú aj určité straty. Je samozrejmé, že ich banky chcú čo najviac eliminovať, aby mali čo najvyšší čistý zisk. Stratu podľa očakávania rozdeľujeme na:

- Očakávanú stratu – Expected Loss (EL)
- Neočakávanú stratu – Unexpected Loss (UL)

Očakávaná strata, je suma peňazí, s ktorou banka počíta, že za rok stratí. S očakávanou stratou sa počíta už pri príprave ročného rozpočtu banky, kde sú uvedené ekonomické očakávania na nasledujúci rok. Ak poznáme rizikové parametre, presnejšie PD a LGD, dá sa táto strata matematicky vyjadriť nasledovne.

$$EL = PD \cdot LGD$$

Je to súčin pravdepodobnosti zlyhania a straty v prípade zlyhania. Musíme si však uvedomiť, že táto strata je tiež len odhad na základe odhadnutých rizikových parametrov. Preto vypočítaná hodnota očakávanej straty sa nemusí rovnať jej reálnej hodnote. Záleží to na presnosti odhadu parametrov.

Druhou spomínanou stratou je neočakávaná strata. Túto stratu na rozdiel od očakávanej banka nevie odhadnúť. Nevie ako sa bude vyvíjať jej veľkosť počas jedného roka. Aby

však nedošlo k neželaným situáciám, kedy by banka nemala dostatok prostriedkov na plnenie svojich záväzkov, musí sa pripraviť aj na neočakávanú stratu. Na to slúži už spomínaná kapitálová primeranosť, ktorá je vo výške 8% rizikovo vážených aktív. Kapitálovú primeranosť teda chápeme ako určitý druh krytia pred neočakávanou stratou.

### **2.3. Migrácie ratingov, migračná matica**

Po stručnom oboznámení sa so základnými výrazmi, ktoré sa používajú v súvislosti s kreditným rizikom, by som chcel čitateľovi priblížiť ako veci fungujú v praxi. Ako prvé by som sa pokúsil ozrejmiť, ako sa využívajú ratingy, aké sú možné zmeny ratingov, akú úlohu zohráva pravdepodobnosť zlyhania a podobne. Skrátka základné veci o migrácii ratingov. Najzrozumiteľnejšie to bude ukázať na príklade.

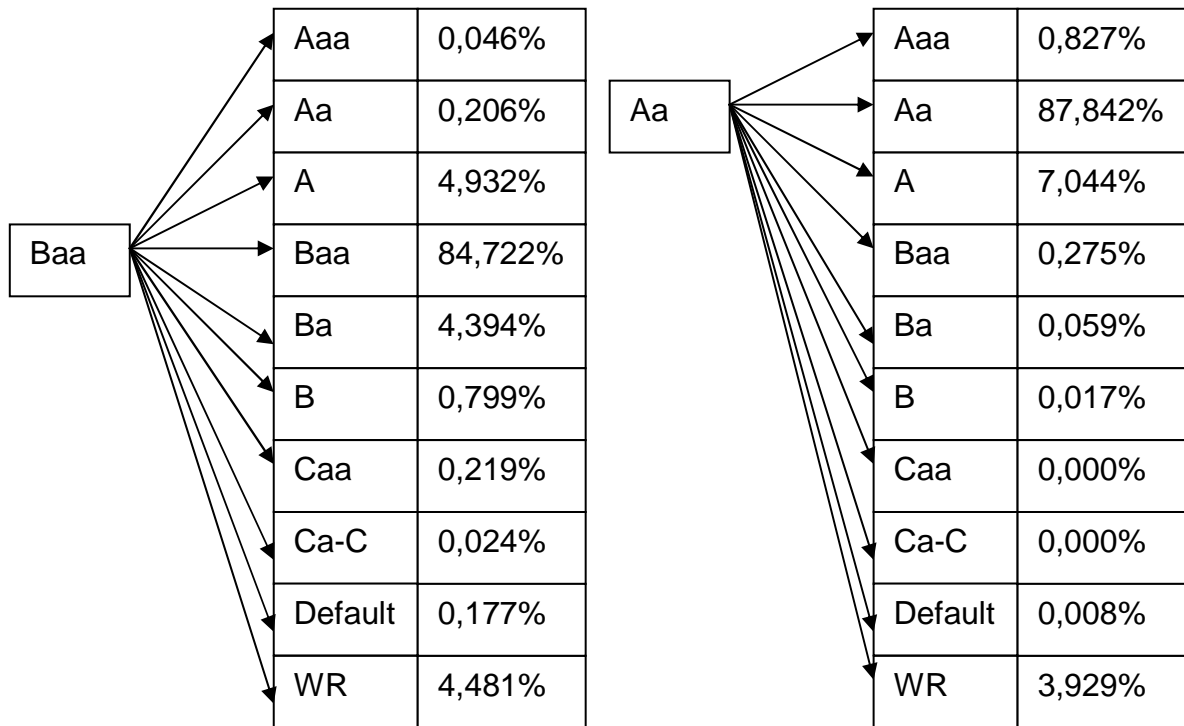
Uvažujme písmenovú ratingovú stupnicu agentúry Moody's, ktorá je nasledovná (od najlepšieho ratingu po najhorší až zlyhanie) Aaa, Aa, A, Baa, Ba, B, Caa, Ca-C a Default. Predpokladajme, že vlastníme dlhopis, ktorý je ratingovou spoločnosťou Moody's ohodnotený ratingom Baa. V priebehu roka môžu nastať 4 prípady.

- Rating ostane na svojej úrovni
- Rating sa zvýši (upgrade)
- Rating sa zníži (downgrade)
- Dlhopis sa dostane do defaultu

Teda upgrade pre náš dlhopis s počiatočným ratingom Baa znamená, že sa rating zmení na A, Aa alebo Aaa. Naopak downgrade nastane, keď klesne na Ba, B, Caa, Ca-C. Podobne môže rating dlhopisu ostať na svojej úrovni Baa, alebo padnúť do defaultu. Ku každej z týchto možností je priradená určitá pravdepodobnosť jej nastania. Na obrázku vidíme tieto pravdepodobnosti.<sup>10</sup>

---

<sup>10</sup> Ratingová agentúra Moody's <http://www.moody.com>, Average One-Year Letter Rating Migration Rates, 1970-2006



Tu treba poznamenať, že WR nie je rating, ale je to skratka pre Withdrawn Rating. Toto anglické spojenie môžeme preložiť ako odídený, zmiznutý rating. Patria sem teda také pozorovania, ktoré síce boli hodnotené (ratované) na začiatku roka, ale na konci už nie. Vypadli zo vzorky.

Z obrázka sa dá vyčítať viacej vecí. Základnou je pravdepodobnosť migrácií. Napríklad pravdepodobnosť toho, že dlhopis so začínajúcim ratingom Baa v priebehu jedného roka spadne do ratingu Ba je 4,394%. Alebo pravdepodobnosť, že rating pre dlhopis hodnotený ako Aa sa počas jednoročného horizontu nezmení je 87,842%. Môžeme si tiež všimnúť nasledujúce:

- Najväčšia pravdepodobnosť je, že rating sa za celé trvanie obdobia (jeden rok) nezmení. Teda ostane na tej istej hodnote.
- Pravdepodobnosti zmeny ratingu sa znižujú tým viacej, čím sa koncoročný rating viac líši od ratingu na začiatku sledovania.
- Avšak základným pravidlom je, že súčet všetkých pravdepodobností je 100%. Je to z toho dôvodu, že v tabuľke sú uvedené všetky možnosti, ktoré môžu nastať. Teda žiadna iná nie je prípustná. A súčet všetkých pravdepodobností sa musí rovnať jednej.



Každému ratingu by sa dala spraviť takáto tabuľka kde by boli znázornené pravdepodobnosti zmeny osobitne. Je však pohodlnejšie namiesto 7 menších tabuliek vytvoriť a používať jednu. Nazýva sa migračná alebo tranzitná matica.<sup>11</sup>

**Tabuľka 4: 1 ročná migračná matica agentúry Moody's. (v percentách)**

Rating na začiatku roka	Rating na konci roku									
	Aaa	Aa	A	Baa	Ba	B	Caa	Ca-C	Default	WR
Aaa	88,824	7,501	0,673	0,000	0,015	0,002	0,000	0,000	0,000	2,985
Aa	0,827	87,842	7,044	0,275	0,059	0,017	0,000	0,000	0,008	3,929
A	0,060	2,545	88,100	4,948	0,509	0,098	0,018	0,003	0,020	3,698
Baa	0,046	0,206	4,932	84,722	4,394	0,799	0,219	0,024	0,177	4,481
Ba	0,009	0,064	0,477	5,672	76,384	7,585	0,529	0,047	1,156	8,077
B	0,008	0,044	0,169	0,372	5,691	74,159	4,699	0,684	4,998	9,176
Caa	0,000	0,037	0,037	0,226	0,697	9,306	58,072	3,939	16,382	11,303
Ca-C	0,000	0,000	0,000	0,000	0,370	2,243	8,927	38,575	30,527	19,357

Táto matica vyjadruje to isté ako predchádzajúci obrázok. Ak chceme zistiť pravdepodobnosť defaultu pre dlhopis s ratingom B, v tabuľke vyhladáme príslušný riadok a stĺpec a vyčítame percento. Teda pre spomínaný dlhopis s hodnotením B je pravdepodobnosť defaultu 4,998%. Na migračnej matici si môžeme všimnúť, že najväčšie percentá sa nachádzajú na hlavnej diagonále. To platí pre prípady, ak rating ostane počas roka nezmenený. Ďalej vidíme že pravdepodobnosť defaultu v priebehu jedného roka rastie so zhoršujúcim sa ratingom. Kým pri ratingoch Aaa, Aa, A sa hodnoty pohybujú okolo 0%, pri horších ratingoch Caa, Ca-C je pravdepodobnosť zlyhania až 16,382%, resp. 30,527%. Je ľahké si skontrolovať, že súčet pravdepodobností v jednotlivých riadkoch sa až na zaokrúľovacie chyby rovná 100%. Migračnú maticu môžeme chápať ako stochastickú maticu prechodu, ktorá sa používa na popísanie zmien v Markovovom reťazci.

*Definícia: Náhodnú postupnosť  $\{X_n\}_{n \in T}$  s množinou stavov  $S$  nazývame Markovovým reťazcom, ak*

<sup>11</sup> Ratingová agentúra Moody's <http://www.moody.com>, Average One-Year Letter Rating Migration Rates, 1970-2006

- Množina  $T = \{1,2,3,\dots\}$

- Platí Markovova vlastnosť, ktorá znie:

$$\forall i_0, \dots, i_{n-1}, i, j \in S: P(X_{n+1} = j | X_n = i, X_{n-1} = i_{n-1}, \dots, X_0 = i_0) = P(X_{n+1} = j | X_n = i)$$

Táto vlastnosť znamená, že v každom okamihu reťazca, je pravdepodobnosť nastania iného stavu nezávislá na predchádzajúcich stavoch. Ide o takzvané zabúdanie na minulosť. Aj keď je Markovova vlastnosť jedným z predpokladov pri výpočte pravdepodobnosti zlyhania pri používaní migračného spôsobu určovania pravdepodobnosti, v skutočnosti to však vôbec nemusí platiť. Zoberme dlžníka, ktorý ma na začiatku sledovania rating 5 a uvažujme ratingovú stupnicu 1-8, R-default. Každý mesiac sa mu rating o jeden stupeň zhorší až na 8. Pri tomto dlžníkovi je väčšia pravdepodobnosť, že nasledujúci mesiac bude mať rating R, ako pri dlžníkovi, ktorý ma rating 8 všetky predchádzajúce mesiace.

Vo všeobecnosti môžeme migračnú maticu vyjadriť takto:

$$P = \begin{pmatrix} p_{1,1} & p_{1,2} & \cdots & p_{1,j} \\ p_{2,1} & p_{2,2} & \cdots & p_{2,j} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{i,1} & p_{i,2} & \cdots & p_{i,j} \end{pmatrix}$$

Kde  $p_{i,j}$  je pravdepodobnosť zmeny stavu  $i$  do stavu  $j$  za daný časový krok. Ďalej platí,

$$\sum_j P_{i,j} = 1$$

čo vyjadruje, že suma jednotlivých riadkov je 1.

Teraz nastáva otázka, ako takúto migračnú maticu získame. Odpoveď nie je až taká zložitá, ako by čitateľ čakal. Jednoducho to musíme odpozorovať. Uvažujme, že sme v úlohe veľkej ratingovej agentúry a hodnotíme veľké svetové inštitúcie. Určíme si časový horizont, na ktorom budeme zmeny ratingov pozorovať. Potom keď máme daných 100 firiem s ratingom A na začiatku časového horizontu a na jeho konci z daných 100 firiem ostane s ratingom A iba 90 a ostatným sa rating zmení, môžeme povedať, že pravdepodobnosť zachovania ratingu A je 90%. Toto je len základný

princíp, ktorý sa používa na výpočet migračných matic. V praxi do kalkulácie vstupujú aj ďalšie premenné, ktoré dávajú výpočtu reálnejší charakter.

V realite sa robia pozorovania na veľkých časových horizontoch. Napríklad číslo 4,948% z migračnej matice znamená, že skoro v 5% sa stalo, že rating firmy sa počas jedného roka zmenil z A na Baa. Časové rozpätie na ktorom agentúra Moodys robila tieto výpočty je 1970-2006.

Ako časový horizont sa nemusí používať stále jednoročné obdobie, ale považuje sa to za štandardný a najviac používanější časový krok. Niekde nájdeme aj migračné matice, ktoré používajú dvoj, alebo päť ročné časové obdobie. Matica vyzerá presne tak isto, len pravdepodobnosti v nej vyjadrujú zmeny rating počas dvoch, resp. piatich rokov.

## **2.4. Hodnota v čase v závislosti od ratingu**

V tejto časti, by som chcel čitateľovi priblížiť ako sa vyvíja hodnota finančných nástrojov, v našom prípade dlhopisu, v čase, ak sa zmení rating.

V predchádzajúcej kapitole sme sa dozvedeli základné znalosti o ratingoch a o pravdepodobnosti ich zmeny v priebehu časového horizontu (zvyčajne jeden rok). Teraz by sme sa oboznámili s výpočtom očakávanej hodnoty pre tieto odlišné ratingy.

Isto je nám jasné, že dlhopis s ratingom C nemá takú istú hodnotu ako podobný dlhopis, ktorý má však rating A. Dá sa povedať, že čím lepší je rating dlhopisu, tým je vyššia aj jeho hodnota, cena. Ak sa teda zmení hodnotenie dlhopisu počas roka, zmení sa aj jeho hodnota. Jej výpočet si ukážeme v nasledujúcich častiach.

V predchádzajúcej časti sme používali migračnú maticu, ktorá má 9 možností zmeny ratingu (8 migračných stupňov a možnosť zlyhania). Z toho vyplýva, že by sme mali vypočítať 9 rôznych hodnôt, prislúchajúcich k jednotlivým ratingom. Ako neskôr uvidíme, kvôli dostupnosti dát som použil o rozsahovo menšiu ratingovú stupnicu.

Hodnota dlhopisu v budúcnosti má dve možnosti. Prvá možnosť je prípad, keď nastane default, teda zlyhanie. V tomto prípade sa ako budúca hodnota berie miera návratnosti (recovery rate). Druhá možnosť je, že rating sa zmení, alebo ostane zachovaný a teda musíme vypočítať hodnotu dlhopisu v závislosti na tejto zmene resp. zachovaní ratingu.

### 2.4.1. Odhad hodnoty dlhopisu v prípade defaultu

Ak sa spoločnosť vydávajúca dlhopis v priebehu roka ocitne v defaulte a nie je schopná splácať svoje záväzky, tí ktorí vlastnia tento cenný papier musia počítať, že dostanú iba zlomok z jeho pôvodnej hodnoty. V priemere ho vyjadruje tzv. recovery rate (miera návratnosti). V závislosti od seniority (poradie podriadenosti) dlhopisov sa priemerná miera návratnosti znižuje. V praxi rozlišujeme takéto triedy seniority (seniority class).

1. *Senior Secured*
2. *Senior Unsecured*
3. *Senior Subordinated*
4. *Subordinated*
5. *Junior Subordinated*

V prípade defaultu sú najprv vyplácané dlhopisy v najvyššej triede, teda Senior Secured a postupuje sa k najhorším, Junior Subordinated. Vo všeobecnosti sa dá povedať, že seniority sa zohľadňuje pri udeľovaní ratingu emisie, preto triede Senior Unsecured zodpovedá približne rating Baa a podobne.

V nasledujúcej tabuľke je prehľad priemerných recovery rate pre jednotlivé triedy podriadenosti a prislúchajúce štandardné odchýlky.<sup>12</sup>

**Tabuľka 5: Recovery rate a štandardná odchýlka pre dlhopisy podľa seniority**

Seniority Class	Priemer (%)	Štandardná odchýlka (%)
Sr. Secured Bonds	52,31	25,15
Sr. Unsecured Bonds	48,84	25,01
Sr. Subordinated Bonds	39,46	24,59
Subordinated Bonds	33,17	20,78
Jr. Sub. Bonds	19,69	13,85

Tabuľku môžeme chápať nasledovne. Ak dlhopis s ratingom Baa patriaci do triedy Senior Unsecured padne do defaultu, bude jeho majiteľovi vyplatených 48,84% face value, prípadne sa mu ho podarí predat' na trhu za túto cenu. K tomu je prislúchajúca 25,01% štandardná odchýlka.

<sup>12</sup> Ratingová agentúra Moody's <http://www.moody.com>, 1970-199

## 2.4.2. Odhad hodnoty dlhopisu v prípade zmeny alebo zachovania ratingu

Ak sa zmení rating spoločnosti emitujúcej dlhopis, zmení sa aj očakávaná hodnota dlhopisu. Potom musíme vypočítať túto budúcu hodnotu nasledovným spôsobom.

Na získanie hodnoty na časovom horizonte, ktorá súvisí so zlepšením, zhoršením, alebo zachovaním ratingu používame priamočiary výpočet súčasnej hodnoty (present value) dlhopisu. Aby sme mohli uskutočniť tento výpočet potrebujeme nasledovné informácie.

1. Zero krivky výnosnosti pre každý rating a danú splatnosť dlhopisu.<sup>13</sup>
2. Pomocou týchto kriviek odiskontovať ostávajúci peňažný tok (cash flow) pre daný dlhopis na časovom horizonte a určiť hodnotu dlhopisu pre každý rating

### Výpočet zero kriviek

Teraz si ukážeme ako môžeme získať zero krivky. Tie môžu byť vypočítané z finančných nástrojov s ktorými sa obchoduje na trhu. Na výpočet zero kriviek sa dá použiť viacero metód, ja použijem známu bootstrap metódu. Princíp tejto metódy sa pokúsim ilustrovať na príklade.

Majme dlhopis s ratingom Aaa, ktorý vypláca kupóny štandardne, teda 2-krát za rok. Na to, aby sme vedeli určiť jeho cenu, potrebujeme zero rate pre každý čas výplaty kupónu. Potrebovali by sme na to množinu dlhopisov s rovnakým ratingom a splatnosťou v daných termínoch výplaty kupónu. Na to, aby ich nemusel každý obchodník sám vyhľadávať, zvyknú agentúry, napr. Bloomberg, ponúkať indexy s priemernými výnosmi pre daný rating a časy do splatnosti. Predpokladajme teda, že máme takúto výnosovú krivku pre rating Aaa, ktorá je kótovaná ako tzv. par-yield. Par-yield je definovaný ako taká výška kupónu pre štandardný dlhopis (kupón 2-krát ročne), aby sa jeho cena rovnala nominálnej hodnote (predpokladajme 1). Predpokladajme, že výnosy sú kótované so spojitým úročením.

**Tabuľka 6: Par-yield výnosová krivka pre dlhopisy s ratingom Aaa**

<u>Doba splatnosti (v rokoch)</u>	<u>Výnos (kupón)</u>
0,5	3,44%
1	3,05%
1,5	3,10%
2	3,16%
2,5	3,40%

<sup>13</sup> Investori totiž požadujú vyšší výnos, pri horšom ratingu. Preto potrebujeme výnosové krivky, pre rozdielne ratingové triedy.

<b>Doba splatnosti (v rokoch)</b>	<b>Výnos (kupón)</b>
3	3,63%
3,5	3,78%
4	3,93%
4,5	4,09%
5	4,25%

Ak teda chceme vypočítať polročný zero rate, budeme postupovať nasledovne.

$$\left(1 + \frac{c_{0,5}}{2}\right) e^{-z_{0,5} \cdot 0,5} = 1$$

Kde,

- $c_{0,5}$  kupón pre danú dobu splatnosti, teda  $c_{0,5} = 3,44\%$
- $z_{0,5}$  zero rate pre danú dobu splatnosti

Po výpočte dostávame  $z_{0,5} = 3,41\%$ .

Ďalej postupujeme výpočtom jednoročného zero rate. Jednoročný kupón je  $c_1 = 3,05\%$ , pričom používame polročný zero rate, ktorý sme dostali z predchádzajúceho výpočtu.

$$\frac{c_1}{2} e^{-z_{0,5} \cdot 0,5} + \left(1 + \frac{c_1}{2}\right) e^{-z_1 \cdot 1} = 1$$

Odtiaľ dostávame  $z_1 = 3,02\%$ .

Takýmto spôsobom vypočítame aj ďalšie zero rates pre jednotlivé doby splatnosti.

V nasledujúcej tabuľke sú uvedené vypočítané hodnoty pre vybraný dlhopis s ratingom Aaa.

**Tabuľka 7: Zero rate dlhopisu s ratingom Aaa**

<b>Doba splatnosti (v rokoch)</b>	<b>Zero rate</b>
0,5	3,41%
1	3,02%
1,5	3,08%
2	3,14%
2,5	3,38%
3	3,62%
3,5	3,77%
4	3,93%
4,5	4,09%
5	4,26%

Rovnaký postup použijeme aj na výpočet zero rates pre dlhopisy s ostatnými ratingami a dostanem požadované zero krivky pre každý rating, ktoré budeme ďalej používať pri výpočte hodnoty dlhopisu o jeden rok.

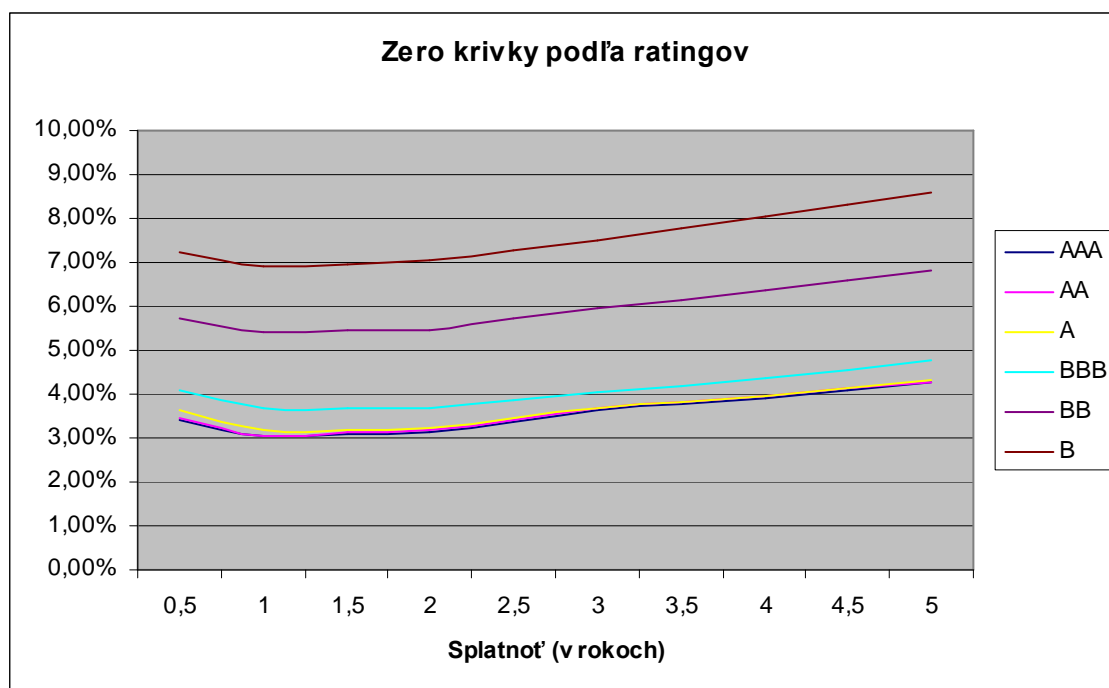
Kvôli dostupnosti údajov budeme uvažovať skrátenú ratingovú stupnicu Aaa, Aa, A, Baa, Ba, B. Ratingy horšie ako B, teda C a nižšie budeme považovať za defaulty.

V nasledujúcej tabuľke uvádzam všetky vypočítané hodnoty pre jednotlivé ratingové kategórie a pre lepšiu predstavivosť aj graf zodpovedajúci vypočítaným hodnotám.

**Tabuľka 8: Prehľad zero ratov pre všetky ratingy**

Rating	Splatnosť v rokoch									
	0,50	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00
<b>Aaa</b>	3,41%	3,02%	3,08%	3,14%	3,38%	3,62%	3,77%	3,93%	4,09%	4,26%
<b>Aa</b>	3,45%	3,05%	3,11%	3,18%	3,42%	3,68%	3,81%	3,95%	4,12%	4,28%
<b>A</b>	3,62%	3,17%	3,20%	3,22%	3,46%	3,70%	3,84%	3,97%	4,14%	4,31%
<b>Baa</b>	4,10%	3,67%	3,69%	3,70%	3,87%	4,04%	4,20%	4,35%	4,56%	4,77%
<b>Ba</b>	5,72%	5,40%	5,44%	5,47%	5,71%	5,94%	6,14%	6,35%	6,59%	6,84%
<b>B</b>	7,25%	6,91%	6,97%	7,03%	7,27%	7,52%	7,77%	8,03%	8,30%	8,57%

**Graf 2: Zobrazenie zero kriviek podľa ratingov**



Na grafe je pekne vidieť, takzvané kreditné spready. Sú to rozdiely vo výnosoch medzi jednotlivými dlhopismi z dôvodu odlišnej kreditnej kvality (ratingu). Odzrkadľujú skutočnosť, že investor spolu s zhoršujúcim sa ratingom očakáva vyšší výnos. Je ale dôležité si uvedomiť, že s horším ratingom narastá aj riziko zlyhania.

### Výpočet hodnoty dlhopisu v závislosti od ratingu

Uvažujme, že vlastníme dlhopis, ktorý má 5% ročný kupón. Tento kupón je vyplácaný polročne, nominálna hodnota dlhopisu je 100, jeho rating na začiatku roku je A a má 5 ročnú dobu splatnosti. Na odhadnutie hodnoty dlhopisu o rok musíme najprv poznať jeho cash-flow. Najprv musíme diskontovať jednotlivé toky a potom určiť hodnotu o jeden rok. Budeme používať spojité úrokovanie.

Súčasnú hodnotu dlhopisu vypočítame nasledovne.

$$V_0 = \frac{c}{2} e^{-z_{0,5} \cdot 0,5} + \frac{c}{2} e^{-z_1 \cdot 1} + \frac{c}{2} e^{-z_{1,5} \cdot 1,5} + \dots + \left(100 + \frac{c}{2}\right) e^{-z_5 \cdot 5}$$

Kde,

- $c$  ročný kupón, v našom prípade 5%
- $z_t$  príslušná zero rate pred daný rating, teda ak chceme vypočítať hodnotu dlhopisu, ktorý bude mať o rok rating A tak použijem príslušnú zero krivku

Po dosadení údajov pre dlhopis s ratingom Aa dostávame nasledovný výsledok.

$$V_0 = \frac{5}{2} e^{-3,45\% \cdot 0,5} + \frac{5}{2} e^{-3,05\% \cdot 1} + \frac{5}{2} e^{-3,11\% \cdot 1,5} + \dots + \left(100 + \frac{5}{2}\right) e^{-4,28\% \cdot 5} = 103,3$$

Teraz, keď poznáme súčasnú hodnotu dlhopisu, potrebujeme zistiť hodnotu o jeden rok. Tú vypočítame od úročením pomocou jednoročnej sadzby. Teda,

$$V_1 = V_0 e^{z_1} = 103,3 e^{3,05\%} = 106,50$$

Takto vieme určiť hodnoty dlhopis o jeden rok pre každý rating. Vypočítané výsledky pre dlhopis s ratingom A sú uvedené v nasledujúcej tabuľke.



**Tabuľka 9: Hodnoty dlhopisu o rok v závislosti od ratingu**

<b>Rating o rok</b>	<b>Hodnota o rok</b>
Aaa	106,57
Aa	106,50
A	106,48
Baa	104,85
Ba	97,34
B	91,58
Default	48,84

Pričom za hodnotu dlhopisu, ak počas jedného roka zlyhá považujeme jeho recovery rate. Predpokladajme, že dlhopis s ratingom A môžeme zaradiť do kategórie podriadenosti Senior Unsecured, a teda jeho priemerná recovery rate je 48,84%.

## **2.5. Odhad kreditného rizika**

Teraz máme všetky potrebné informácie, aby sme mohli odhadnúť kreditné riziko, ktoré je spôsobené zmenou kreditnej kvality klientov, teda zmenou ratingu. V predchádzajúcich kapitolách sme určovali pravdepodobnosti zmeny ratingu, prípadne nastania defaultu. Ďalej sme dokázali určiť budúcu hodnotu dlhopisu, ak sa rating zachová, zmení, prípadne dlhopis padne do defaultu.

V nasledujúcej tabuľke sú uvedené výsledky, ktoré sme dostali v predchádzajúcich častiach. Je pridaný ešte jeden údaj, a to budúca hodnota dlhopisu vážená pravdepodobnosťou. Túto hodnotu dostaneme keď vynásobíme novú hodnotu dlhopisu príslušnou pravdepodobnosťou nastania udalosti.

Pripomínam, že dlhopis má na začiatku roku rating A a používame skrátenú ratingovú stupnicu, teda pravdepodobnosť defaultu je súčet pravdepodobností zmeny ratingov horších ako B.

**Tabuľka 10: Prehľad vypočítaných hodnôt dlhopisu**

Rating na začiatku roka	Rating na konci roka	Pravdepodobnosť nastania	Nová hodnota dlhopisu	Hodnota dlhopisu vážená pravdepodobnosťou
A	Aaa	0,06%	106,57	0,06
	Aa	2,55%	106,50	2,72
	A + WR	91,79%	106,48	97,74
	Baa	4,95%	104,85	5,19
	Ba	0,51%	97,34	0,50
	B	0,10%	91,58	0,09
	Default	0,04%	48,84	0,02

K ratingu pravdepodobnosti zachovania ratingu A som pripočítal aj pravdepodobnosť vypadnutia zo vzorky, keďže predpokladám, že rating dlhopisu sa v tomto prípade nezmení.

#### **Výpočet očakávanej hodnoty ako nástroja na meranie kreditného rizika**

Teraz si môžeme vypočítať priemernú hodnotu dlhopisu. Tú získame ako súčet hodnôt vážených pravdepodobnosťou. Teda vážený priemer, alebo strednú hodnotu vypočítame nasledovne,

$$E(X) = \sum_{i=1}^s p_i V_i .$$

Po dosadení dostávame,

$$E(X) = 0,06 + 2,72 + 97,74 + 5,19 + 0,50 + 0,09 + 0,02 = 106,32 .$$

#### **Výpočet štandardnej odchýlky ako nástroja na meranie kreditného rizika**

Štandardnú odchýlku môžeme považovať popri percentiloch považovať za jednu z dvoch hlavných mier kreditného rizika. Chápeme ju ako rozptyl medzi jednotlivými hodnotami a priemerom. Na jej výpočet môžeme použiť štandardný vzorec, ktorý je

$$\sigma = \sqrt{E((X) - E(X))^2} = \sqrt{E(X^2) - (E(X))^2} = \sqrt{Var(X)} .$$

Kde  $E(X)$  je stredná hodnota, teda náš vážený priemer.  $E(X^2)$  potom vypočítame nasledovne.

$$E(X^2) = \sum_{i=1}^s p_i V_i^2$$

Kam po dosadení našich hodnôt dostávame,

$$E(X^2) = 0,06\% \cdot 106,57^2 + 2,55\% \cdot 106,50^2 + \dots + 0,10\% \cdot 91,58^2 + 0,04\% \cdot 48,84^2 = 11305,03$$

Po dosadení vypočítaných čísel do vzorca na výpočet štandardnej odchýlky dostávame,

$$\sigma = \sqrt{E(X^2) - (E(X))^2} = \sqrt{11305,03 - 11302,94} = 1,44$$

Teraz poznáme dve základné charakteristiky kreditného rizika, ktorými sú stredná hodnota a štandardná odchýlka. Tieto nám môžu pomôcť pri lepšej predstavivosti rizika spojeného napríklad s kúpou dlhopisu. Z hodnôt vypočítaných v predchádzajúcich častiach môžeme spraviť nasledujúce závery.

Ak kúpime dlhopis s nominálnou hodnotou 100 a rating spoločnosti, ktorá dlhopis emituje je A, môžeme očakávať nasledovné. S pravdepodobnosťou 0,04% spoločnosť do jedného roka skrachuje a namiesto nominálnej hodnoty dlhopisu dostaneme recovery rate. V prípadoch zachovania alebo zmeny ratingu spoločnosti môžeme za rok očakávať hodnotu prislúchajúcu ratingu, ktorý bude mať spoločnosť o jeden rok.

Tieto všetky informácie sa dajú zahrnúť do dvoch čísel, ktorými sú stredná hodnota a štandardná odchýlka. Teda očakávaná hodnota dlhopisu o jeden rok je 106,32. Táto hodnota zahŕňa všetky vyplatené kupóny, ale aj prípadne zlyhanie spoločnosti. Štandardná odchýlka očakávanej výplaty je 1,44.

### **Výpočet očakávanej straty**

Z údajov, ktoré máme k dispozícii si ľahko vieme vypočítať aj ďalší dôležitý údaj kreditného rizika, ktorým je očakávaná strata (expected loss). Poznáme síce vzorec, ktorý bol už v tejto práci spomínaný:

$$EL = PD \cdot LGD$$

Avšak tento vzorec sa používa najmä pri počítaní očakávanej straty pri úveroch v bankách, kde sa hodnota úveru nemení v závislosti od ratingu klienta.

Preto ak chceme vypočítať EL nášho dlhopisu, musíme uvažovať, že za stratu musíme považovať aj downgrade ratingu, keďže hodnota dlhopisu sa zníži. Teda nie len v prípade zlyhania. Očakávaná strata sa dá vypočítať ako rozdiel medzi

najpravdepodobnejšou situáciu nastania (zachovanie ratingu) a očakávanou hodnotou. Teda,

$$EL = 106,48 - 106,32 = 0,16$$

Očakávaná strata z kreditného rizika vyšla 0,16. Podľa toho vieme prispôbiť naše očakávania do budúcnosti a vieme povedať, že takmer s určitosťou stratíme 0,16 peňažnej jednotky.

### 2.5.1. Určenie percentilov v kreditnom riziku

Ďalšou charakteristikou, ktorú môžeme použiť pri meraní kreditného rizika je určovanie percentilov. Povedzme, že chcem zistiť 0,1 percentil pre nami spomínaný dlhopis. Je to hladina, pod ktorú hodnota nášho portfólia padne s pravdepodobnosťou 0,1%. Podobne ako v kapitole o trhovom riziku, túto rizikovú mieru nazývame Credit Value at Risk.

Určovanie percentilov je lepšie robiť pri väčších portfóliách, kde môžu nadobúdať viac hodnôt. Vtedy má táto štatistika aj reálnejší význam, ako keď chcem určiť percentily pre portfólio obsahujúce jeden dlhopis. Aj tak však uvediem príklad, ako môžeme spočítať 0,1 percentil pre nami spomínaný dlhopis.

Vráťme sa späť k tabuľke 10, kde sú znázornené hodnoty dlhopisu o rok a ich pravdepodobnosti nastania. Ak chceme spočítať desiatinový percentil začneme zosposu tabuľky kumulatívne zrátať percentá pravdepodobností. Keď nám súčet percent prekročí nami požadovanú hranicu 0,1%, zo stĺpca budúcich hodnôt vyčítame príslušnú hodnotu, ktorá predstavuje daný percentil. Teda:

Default: 0,04% je menšie ako 0,1%.

Default + rating B:  $0,04\% + 0,10\% = 0,14\%$  čo je viac ako 0,1%.

Prislúchajúca hodnota k ratingu B je 91,58 a túto hodnotu môžeme považovať za desiatinový percentil. Takže môžeme povedať, že s pravdepodobnosťou 0,1% bude hodnota dlhopis nižšia ako 91,58.

Hodnota 0,1% je v praktickom význame dosť malé číslo. Ak uvažujeme nad pravdepodobnosťou nastania tejto situácie, tak sa dá povedať, že takýto prípad nastane pri jednom z tisícich dlhopisov. Z týchto údajov sa dá ľahko určiť neočakávaná strata. Neočakávanú stratu môžeme vyjadriť ako rozdiel medzi očakávanou hodnotou a percentilovou hodnotou.

$$UL = 106,32 - 91,58 = 14,74$$

Ak náhodou vznikne neočakávaná strata, na jej krytie použije banka jej ekonomický kapitál.

### 3. Miera návratnosti pre zlyhané úvery

Po oboznámení sa so základným fungovaním kreditného rizika, by som chcel v tejto časti čo možno najpresnejšie popísať mieru návratnosti pre zlyhané úvery. Ide už o, v predchádzajúcich kapitolách, spomínanú recovery rate (RR). Tento nástroj je veľmi dôležitý pre bankový sektor a ostatné úverové inštitúcie. Je to odhad, ktorý určuje, koľko klient, ktorý prestal splácať svoje záväzky voči banke, v budúcnosti banke splatí, alebo sa banke podarí vymôcť. Opak miery návratnosti je často používaný termín Loss Given Default (LGD), ktorý hovorí o strate v tom istom prípade.

$$\text{Loss Given Default} = 1 - \text{Recovery Rate}$$

LGD, teda meria očakávanú ekonomickú stratu, ktorá je vyjadrená ako určité percento EAD<sup>14</sup>, za predpokladu, že protistrana prestala byť schopná splácať svoje záväzky.

#### 3.1. Dôležitosť a význam RR, pri počítaní RWA

Môžeme si klásť otázku, prečo je odhad recovery rate taký dôležitý. Veď je to len číslo, ktoré nám hovorí o čiastke ktorá sa nám podarí vymôcť. Jeho význam, ako aj význam ostatných rizikových parametrov je však oveľa väčší ako obyčajná informácia, ktorá sa ďalej nepoužíva. Ako som už v predchádzajúcej časti spomínal, LGD je vstupný parameter, pri výpočte rizikovej váhy a teda aj rizikovo vážených aktív.<sup>15</sup>

$$RV = \left( LGD \cdot N \left[ (1 - R)^{-0.5} \cdot G(PD) + \left( \frac{R}{1 - R} \right)^{0.5} \cdot G(0,999) \right] - PD \cdot LGD \right) \cdot (1 - 1,5 \cdot b)^{-1} \cdot (1 + (M - 2,5) \cdot b) \cdot 12,5 \cdot 1,06$$

Spomínaný vzorec na kalkuláciu rizikových váh je citlivý priamo úmerne na LGD. Aj pri menšej zmene vstupných parametrov sa rizikové váhy zmenia, čoho dôsledkom je aj zmena objemu rizikovo vážených aktív.

$$RVA = \text{Aktíva} \cdot \text{Riziková Váha}$$

<sup>14</sup> EAD – Exposure at Default, očakávaná veľkosť pohľadávky v momente defaultu

<sup>15</sup> Smernica Európskeho Parlamentu a Rady 2006/48/ES, príloha VII, časť 1, bod 3

Na pripomenutie, banka musí držať kapitál aspoň vo výške 8% RVA. Čo je vlastne regulátorom stanovená výška neočakávanej straty. Podobne ako v predchádzajúcej kapitole, regulátorom daný vzorec na výpočet RV slúži na približné určenie 0,1 % percentilu hodnoty aktív banky. Inými slovami, banky musia mať takú výšku kapitálu, aby pravdepodobnosť, že banka nebude schopná splácať svoje záväzky, bola menšia ako 0,1 %., resp. aby dokázala absorbovať „tisícročnú stratu“. Na výpočet RVA môže banka použiť jednu zo spomínaných troch možností:

- Štandardizovaný prístup, v ktorom sú presne stanovené rizikové váhy pre jednotlivé stupne kreditnej kvality.
- FIRB prístup, ktorým základom je používanie smernicou presne stanovených LGD a CCF, pričom PD si banky odhadujú osobitne.
- AIRB prístup, pri ktorom sa pripúšťa odhadovanie všetkých rizikových parametrov (LGD, PD, CCF)

Pri IRB prístupoch úverové inštitúcie používajú vlastné metódy na odhadovanie, a tieto prístupy musia byť schválené národným regulátorom (NBS).

Ak teda pri prvej možnosti, štandardizovaný prístup, všetky úverové inštitúcie používajú rovnaké rizikové váhy, nemajú veľa možností ako znížiť RVA a teda aj povinnú kapitálovú primeranosť. A však v prípade FIRB a AIRB prístupov, teda odhadovanie vlastných rizikových parametrov, sú banky schopné znížiť rizikové váhy a to má dopad aj na celkový objem peňazí, ktoré musia držať ako povinný kapitál.

V nasledujúcej tabuľke uvádzam príklad priradených rizikových váh v štandardizovanom prístupe v prípade expozícií voči ústredným vládam štátom alebo centrálnym bankám.<sup>16</sup>

**Tabuľka 11: Rizikové váhy pre expozície voči ústredným vládam štátov a centrálnym bankám**

Stupeň kreditnej kvality	1	2	3	4	5	6
Riziková váha	0%	20%	50%	100%	100%	150%

<sup>16</sup> Smernica Európskeho Parlamentu a Rady 2006/48/ES, príloha VI, časť 1, bod 2

Podobne pri FIRB prístupe, úverové inštitúcie použijú pre expozície voči podnikateľským subjektom, inštitúciám a ústredným vládam štátov a centrálnym bankám nasledovné hodnoty LGD.<sup>17</sup>

- a) Expozície vo forme pohľadávok v prvom rade bez prípustného kolaterálu: 45%
- b) Podriadené expozície bez prípustného kolaterálu: 75%
- c) Úverové inštitúcie môžu uznať vecné a osobné zabezpečenie pri LGD v súlade s článkami 90 až 93
- d) Krytým dlhopisom, podľa ich vymedzenia v prílohe VI časti 1 body 68 až 70, sa môže priradiť hodnota LGD vo výške 12,5%
- e) Pre expozície vo forme odkúpených podnikových pohľadávok v prvom rade vo výške 45% v prípade, že úverová inštitúcia nemôže preukázať, že jej odhady PD spĺňajú minimálne požiadavky stanovené v časti 4
- f) Pre expozície vo forme odkúpených podriadených podnikových pohľadávok vo výške 100% v prípade, že úverová inštitúcia nemôže preukázať, že jej odhady PD spĺňajú minimálne požiadavky stanovené v časti 4
- g) Pre riziko obchodných pohľadávok pri odkúpených podnikových pohľadávkach: 75%

Nie je pravidlom, že v prípade používania FIRB a AIRB prístupov banka jednoznačne zníži rizikové váhy. V prípade veľkých korporátnych spoločností môžu byť rizikové váhy vyššie ako v prípade štandardizovaného prístupu. Potom aj celkový objem rezervných peňazí sa môže zvýšiť. Banky v takýchto prípadoch musia zhodnotiť výhody používania modernejších prístupov a mali by vylepšiť už nimi naimplementované systémy a metódy na pridelovanie ratingov a odhadovanie rizikových parametrov.

### **3.2. Základné metódy odhadovania RR**

Na odhadovanie miery návratnosti je známych a používaných niekoľko metód. Tieto metódy sa od seba navzájom odlišujú zdrojmi dát, ktoré používajú, prípadne typmi portfólií, pre ktoré sú dané metódy určené.

V praxi sa úverové inštitúcie snažia vyvinúť a používať, čo najlepšie modely, aby výsledné odhady boli čo najpresnejšie. Inak povedané musia čo najpresnejšie

---

<sup>17</sup> Smernica Európskeho Parlamentu a Rady 2006/48/ES, príloha VII, časť 2, bod 8

odzrkadľovať realitu. V tejto časti by som chcel spomenúť niekoľko základných typov metód, ktoré sú zaužívané. Tieto metódy sú rozdelené podľa zdrojov, ktoré používajú a niektorých iných odlišnostiach. Táto časť je spracovaná podľa Basel Comitee on Banking Supervision.<sup>18</sup>

Prvá metóda je odvodená zo sledovania trhových cien zlyhaných dlhopisov alebo cien obchodovateľných úverov krátko po defaulte. Druhá je založená na diskontovaní budúcich peňažných tokov, ktoré súvisia s vymáhaním pohľadávky od začiatku defaultu až po jeho koniec. V tretej metóde sa LGD získava pomocou nezlyhaných rizikových cien dlhopisov podobným štýlom, ako pri používaní modelu na oceňovanie aktív (asset pricing model). Posledná štvrtá metóda, sa používa na odhadovanie LGD pre domácnosti, na základe celkových strát a odhadov PD.

Ako už vieme odhad LGD je percento z EAD, ktoré úverová inštitúcia stratí, v prípade že protistrana zlyhala. Pri odhadovaní LGD môžeme ďalej rozlišovať medzi ex-post odhadovaním zlyhaných expozícií a ex-ante odhadovaním nezlyhaných expozícií.

LGD pre nezlyhané expozície môže byť definované ako plánovaný odhad straty, za podmienky zlyhania protistrany. LGD, ktoré dostaneme takýmto spôsobom, potom môže byť chápaná ako náhodná premenná.

Pre už zlyhané expozície je dodatočné odhadovanie straty, je LGD vyjadrené ako percento z veľkosti pohľadávky v momente defaultu. Ak poznáme celú históriu transakcií, nákladov a platieb, teda ak default bol uzavretý, môžeme pre danú pohľadávku presne určiť stratu, za podmienky že máme zvolenú prislúchajúcu metódu na odhadovanie LGD. Ak však nemáme kompletnú informáciu o transakciách na zlyhanom účte, teda ak je expozícia stále v procese vymáhania, odhad LGD je opäť náhodná premenná. Pre tieto zlyhané expozície môžeme odhadnúť LGD použitím kompletnej informácie z podobnej vzorky rovnakých expozícií.

Súbor dát, ktorý sa používa na odhadovanie pre zlyhané expozície s kompletnou históriou, môže byť použitý na odhad LGD pre nezlyhané expozície. Poznáme rozličné metódy, ktoré sa dajú použiť na priradenie LGD k týmto nezlyhaným expozíciám alebo zlyhaným expozíciám, ktoré sú však stále v procese vymáhania. Tieto metódy môžeme rozlíšiť na subjektívne alebo objektívne, vzhľadom na to aké vstupy na kalkuláciu používame.

---

<sup>18</sup> Basel Comitee on Banking Supervision, Working Paper No. 14: Studies on the Validation of Internal Rating Systems, May 2005. Dostupné na <http://www.bis.org>



- Subjektívne metódy sú založené na expertnom úsudku, preto odhadovanie LGD týmito metódami nazývame aj expertnými odhadmi. Banky ich používajú v portfóliách, kde nie sú defaulty, alebo v skorších fázach používania IRB.
- Objektívne metódy používajú dáta, ktoré obsahujú informácie týkajúce sa LGD, ako hlavného vstupu. Objektívne metódy sa dajú ďalej rozdeliť na explicitné a implicitné.
  - Pri používaní explicitných metód, LGD je odhadované, pre každú expozíciu použitím príslušného súboru dát zlyhaných subjektov. Prvým krokom je určiť LGD pre každú expozíciu, ktorá je zahrnutá v súbore dát. Druhým krokom, je priradenie LGD ku každej nezlyhanej expozícii podobného typu použitím správneho modelu. Strata sa dá potom spočítať pomocou trhových hodnôt (explicit market LGD), alebo diskontovaním peňažných tokov, získaných z procesu vymáhania pohľadávky (workout LGD)
  - Implicitné metódy nie sú založené na odhadnutých, už vypočítaných LGD na zlyhaných expozíciách, ktoré sú obsiahnuté v referenčnom súbore dát. Naopak, LGD sa pri týchto metódach dostávajú meraním celkových strát a odhadov pravdepodobnosti defaultu.
    - Implikované trhové metódy na odhad LGD získavajú tento rizikový parameter z cien rizikových dlhopisov, použitím modelu oceňovania aktív (asset pricing model). Avšak, radšej ako je používanie súboru dát, ktorý obsahuje zlyhané expozície, ako pri explicitných metódach, tu sa používajú dáta, ktoré zahŕňajú nezlyhané expozície ale aj kreditné spready ako hlavný zdroj. Kreditné spready na rizikových dlhopisoch nám, okrem iného, hovoria aj o očakávanej strate pri dlhopise. Najnovšie modely znázorňujú, ako sa dá rozložiť táto veličina očakávanej straty na pravdepodobnosť zlyhania a LGD. Metódy môžu byť veľmi užitočné v portfóliách banky s veľmi malým počtom zlyhaní. Sem patria napríklad pôžičky iným bankám, vládne úvery a úvery pre veľké nadnárodné spoločnosti s minimálnou pravdepodobnosťou zlyhania. Je dôležité si všimnúť, že pri určitých druhoch portfólií je informácia o defaulte zriedkavá

a vzácna. A preto empiricky získaný odhad LGD vyžaduje použitie informácie z nezlyhaných expozícií.

- Implicitná metóda na získanie LGD pre retailové portfóliá odhaduje LGD použitím odhadov PD a celkovými stratami v portfóliu, ktoré sú získané z praxe. Táto metóda sa nazýva aj implicitná historická.

Nasledujúca tabuľka sumarizuje spomínané objektívne metódy na počítanie LGD a priradenie LGD k nezlyhaným expozíciám.

**Tabuľka 12: Klasifikácia objektívnych metód na odhad LGD**

Zdroj	Meradlo	Názov metódy		Použiteľné pre
		Typy expozícií použitých na odhad		
		Zlyhané	Nezlyhané	
Trhové ceny	Rozdiel cien	Market LGD		veľké firmy, štátne a bankové inštitúcie
	Kreditné spready		Implied market LGD	veľké firmy, štátne a bankové inštitúcie
Znalosti návratnosti a nákladov	Diskontovaný tok platieb	Workout LGD		domácnosti, mikro a veľkí podnikatelia
	Historické celkové straty a odhady PD	Implikované historické LGD		domácnosti (retail)

### **3.3. Návrh modelu na základe Workout metódy odhadu LGD**

V tejto časti by som chcel navrhnúť jednoduchý model na výpočet LGD, ktorý je založený na workout modeli odhadu LGD spomenutého v predchádzajúcej časti.

Pri výpočte RR sa najprv musíme zamyslieť, aké všetky údaje sú relevantné na výpočet. Ak teda uvažujeme, že klient v nejakom okamihu prestane byť schopný splácať svoje záväzky, musíme vedieť, aké údaje musíme o ňom a jeho úvere poznať.

V prvom rade musíme poznať nesplatenú čiastku úveru, teda veľkosť expozície, ktorú nám je klient stále dlžný. Veľkosť expozície v momente zlyhania sa v angličtine nazýva Exposure at Default a má zaužívanú skratku EAD.

Ako druhé potrebujeme poznať klientov cash-flow v období, keď sa nachádza v defaulte. Sú to teda všetky obraty, ktoré prebehli. Patria sem splátky – redemption payments, sú to peniaze ktoré klient splatí. Ďalej sem patria napríklad náklady, ktoré

vznikajú banke s vymáhaním pohľadávky. Teda zasielanie upomienkových listov a podobne.

Po tretie je potrebné si určiť skupiny klientov tzv. segmentáciu, ktoré majú niečo spoločné a pre nich osobitne počítat' RR. Je viacero možností ako si môžeme vybrať homogénne segmenty. V bankách sa najčastejšie používajú nasledovné dve určovania skupín.

- Klientska segmentácia – rozdelenie klientov
  - fyzické osoby
  - právnické osoby – firmy, tie sa môžu ešte rozlišovať podľa ročného obratu firmy, prípadne iných charakteristík do ďalších skupín
- Produktová segmentácia. V tomto prípade by sa RR počítalo pred jednotlivé typy úverov, ktoré úverová inštitúcia poskytuje. Napríklad spolu hypotéky na bývanie, rôzne typy spotrebných úverov, študentské pôžičky a podobne.

Dajú sa uvažovať aj iné typy segmentácii. Napríklad, ak chceme zistiť, či existujú nejaké rozdiely v miere návratnosti, medzi jednotlivými regiónmi, môžeme uvažovať nad takýmto rozdelením. Podobne sa dá segmentovať podľa pohlavia dlžníka, veku a ďalších faktorov. Na rozdiel od prvých dvoch rozdelení, majú tieto segmentácie skôr informatívny charakter a praxi nie sú veľmi používané.

Ak teda poznáme tieto údaje o klientoch môžeme začať s počítaním RR.

Pre čitateľa istotne nie je ťažké si uvedomiť, akým najjednoduchším spôsobom sa dá miera návratnosti vypočítať. Iste si hneď uvedomíme, že je to pomer splatených peňazí k dlžnej čiastke na začiatku defaultu.

$$\text{Recovery Rate} = \frac{\text{Čisté splátky}}{\text{EAD}}$$

kde čisté splátky (net redemptions) predstavujú sumu splátok a nákladov na zlyhanom účte. Teda,

$$\text{Čisté Splátky} = \sum PV(RP) - \sum PV(C) + \sum PV(EED),$$

kde

PV – present value.

- RP – redemption payments, teda splátky ktoré klient spláca  
C – costs - náklady, ktoré banke vznikajú vymáhaním pohľadávky  
EED – Exposure at the End of Default, teda veľkosť dlžnej čiastky na konci defaultu

Keďže default klienta môže skončiť rôznymi spôsobmi, je potrebné aby sme vedeli aj veľkosť pohľadávky na jeho konci. Teraz si ukážeme, aké môžu nastať možnosti.

### **3.3.1. Určenie EED**

Ako určiť EED? Pohľadávka na konci zlyhania sa určuje podľa spôsobu, akým bol default skončený. Ak bol default ukončený upgradom (zmenou ratingu na lepší), to znamená, že úver klient bude splácať ďalej, tak EED sa určí ako veľkosť pohľadávky v momente upgradu. Ak bol default ukončený vyplatením dlžnej čiastky, teda úver ďalej nepokračuje a bol zrušený. EED sa bude rovnať nule. Ešte ostáva možnosť, že banka default ukončí odpisom, teda zruší úver a nesplatenú čiastku bude vykazovať ako stratu. V takom prípade sa EED bude rovnať tiež nule.

### **3.3.2. Čas potrebný na odhad RR**

Z doterajších zistených poznatkov o odhadovaní RR by sme si mohli myslieť, že RR sa odhaduje len pre ukončené, uzavreté defaulty. Skrátka vtedy keď poznáme celú históriu. Nie je to však úplne pravda. Banky sa v praxi snažia ukončovať defaulty až vtedy, keď sa im podarí vymôcť celú dlžnú čiastku. V takomto prípade by však odhad RR bol skreslený, pretože by bol 100%, čo nezodpovedá realite. Preto treba vedieť správne určiť pomer otvorených a uzavretých defaultov, pre ktoré dostaneme odhad RR číslo zodpovedajúce realite.

Pri otvorených defaultoch musíme ďalej uvažovať nad tým, ako dlho by mal byť klient v defaulte, aby bolo relevantné počítať jeho mieru návratnosti. Iste nie je správne odhadovať RR, pre úver, ktorý je zlyhaný veľmi krátku dobu, napríklad mesiac. V tejto fáze len úverové inštitúcie, začínajú s procesom vymáhania a je veľká pravdepodobnosť, že klient ešte nič nesplatil. To by znamenalo veľmi nízky odhad miery návratnosti. Banky by si tento čas mali určiť sami, vzhľadom na zložitosť a efektívnosť ich vymáhacieho procesu. Taktiež si treba uvedomiť, že nie každý produkt má rovnaký spôsob vymáhania. Napríklad u hypoték a iných úverov určených na

bývanie je tento proces zložitejší, banka potrebuje viac času kým klient splatí pohľadávku. Naopak pri menších úverov je potrebný kratší čas. V praxi sa minimálna doba v defaulte, ktorá je potrebná na relevantný odhad miery návratnosti pohybuje od 6 do 18 mesiacov.

### 3.3.3. Ohraničenie Recovery rate

Teraz môžeme uvažovať aké hodnoty by miera návratnosti mala nadobúdať. Intuitívne, by sme povedali, že podľa klientových splátok by výsledné číslo mohlo byť medzi nulou a jednotkou. Teda  $RR \in \langle 0,1 \rangle$ . V praxi to však nie je vždy pravda. Môžu nastať prípady, že RR nespadá do tohto intervalu z dôvodov, ktoré si teraz ukážeme.

Ak klient dlhodobo nespláca svoju zlyhanú pohľadávku voči banke, ktorá mu v určených intervaloch k dlžnej čiastke pripisuje náklady spojené s vymáhaním, nastáva prípad, keď čisté splátky budú menšie ako nula. Ak sa pozrieme, ako sa počítajú NetRedemptions, zistíme, že to ani inak nemôže byť, pretože  $RP=0$ , náklady sú kladné a  $EED=0$ . Ak tieto hodnoty dosadíme do vzorca čisté splátky vyjdú záporné a teda celková recovery rate je tiež záporná. Záporná miera návratnosti je istý druh straty banky. Nie len že sa banke nepodarilo nič vymôcť, ale pôvodná strata sa ešte zväčšila.

Na druhej strane sa zase môže stať, že klient splatí väčšiu čiastku, akú bol banke dlžný v čase defaultu. Väčšinou ide o prípady, keď sa k pohľadávke postupne pripočítavajú sankčné úroky. Klient musí zaplatiť aj to, čo vzniklo po defaulte. V takomto prípade budú celkové čisté splátky (NetRedemptions) väčšie ako veľkosť pohľadávky na začiatku defaultu (EAD). Ich podielom potom dostávame mieru návratnosti vyššiu ako jedna.

Jedným z riešení, pre takéto prípady je možnosť použitia maxima a minima. Ak je recovery rate záporná, dá sa použiť  $RR = \max(RR, 0)$  a naopak ak je vyššia ako jedna tak potom  $RR = \min(RR, 1)$ . Keďže použitím maxima by sa zmazala strata banky, nebudeme uvažovať nad touto možnosťou.

Teraz si ukážeme príklad, kde pre daných 5 zlyhaných úverov, z jedného segmentu, budeme chcieť vypočítať mieru návratnosti.

**Tabuľka 13: Výpočet upravených mier návratnosti**

Úver číslo	Net Redemptions	EAD	RR	Upravené RR
1	-2 000	10 000	-0,20	0
2	110 000	100 000	1,10	1
3	440 000	500 000	0,88	0,88
4	780 000	750 000	1,04	1
5	930 000	1 000 000	0,93	0,93
<b>Celkom</b>	2 258 000	2 360 000	0,96	

RR vypočítaná z upravených RR

0,94

V tabuľke máme zadané vymyslené hodnoty Net Redemptions a EAD. Z nich si viem ľahko vypočítať prislúchajúcu RR pre každý úver osobitne. Uvažuje však, že chcem poznať RR, pre celý daný segment. Prvý spôsob akým to urobiť je spočítať všetky vstupné údaje pre daný segment. Pre nami zadaných 5 úverov sú tieto hodnoty pre NR 2258000 a súčet pre všetky EAD 2360000. Ich podielom potom dostávame celkové RR pre daný segment, čo v danom prípade činí 96%.

V predchádzajúcom prípade sme však neuvažovali o možnosti úpravy miery návratnosti pomocou minima a maxima. Tieto upravené hodnoty sú uvedené v poslednom stĺpci tabuľky. Z týchto upravených RR potom vážením cez EAD dostávame druhú hodnotu recovery rate pre daný segment a to je 94%.

Rozdiel medzi výslednými číslami nie je veľký, ale ak sa bavíme v miliardách SKK, každé percento zohrá svoju úlohu. Je ťažké hovoriť o správnosti jedného, alebo druhého prístupu. Každá úverová inštitúcia si musí sama určiť, ktorý zo spôsobov odhadu RR bude používať. Ja sa osobne prikláňam k možnosti používať konzervatívnejší, horší odhad. Banky by si mali uvedomiť, že používaním horších odhadov si nechávajú určité rezervy, na odladovanie modelov a horšiu kvalitu dát. Týka sa to aj slovenských bánk, ktoré v súčasnosti začínajú postupne implementovať svoje prvé modely na počítanie ratingov a odhadovanie rizikových parametrov. Niekedy je proces odladovania, vylepšovania modelov dosť zdĺhavý a stáva sa, že aj rok, dva po zavedení modelu sa dá čo zlepšovať.

### 3.3.4. Diskontovanie

Ako si všimneme, teraz sa prvý krát stretávame s diskontovaním platieb. Ide o to, že peniaze dnes, nie sú tie isté peniaze zajtra. Ak klient splatí úverovej inštitúcii nejakú čiastku s omeškaním, spoločnosť túto platbu diskontuje vzhľadom na dátum začiatku defaultu. Ak by peniaze boli splatené na čas, banka by ich mohla investovať a vyrobiť prípadný zisk.

Na krátkom príklade si ukážeme výpočet diskontného faktora, ktorým sa platba násobí, aby sme dostali jej hodnotu v momente defaultu.

Uvažujme, že zlyhanie úveru nastalo 1. apríla. O 20 dní neskôr teda 21. apríla klienta splatil určitú čiastku. Potrebujeme vedieť hodnotu tejto čiastky v momente defaultu.

Čo potrebujeme vedieť na takýto výpočet je úroková sadzba BRIBOR, Lebo to je miera, za ktorú si banka môže požičať chýbajúcu čiastku na medzibankovom trhu a účtarsku konvenciu. Pre zjednodušenie predpokladajme, že používame 1-ročný BRIBOR, ktorý je 4,20% a používame konvenciu actual/360.

Na výpočet diskontného faktora  $D$ , použijeme vzorec:

$$D = \left( 1 + r \cdot \frac{\# \text{dní}}{360} \right)^{-1}$$

Po dosadení našich čísel dostávame

$$D = \left( 1 + 0,042 \cdot \frac{20}{360} \right)^{-1} = 0,997$$

Ak klient splatil 20. apríla čiastku 100 korún, hodnota v momente defaultu je 99,7.

Musíme si uvedomiť, že všetky typy obrátov, ktoré vstupujú do vzorca na výpočet Net Redemptions, je potrebné diskontovať podľa dátumu kedy nastal tento obrat, vzhľadom na dátum defaultu.

Takže k základným predpokladom na výpočet miery návratnosti, ktoré som spomínal na začiatku tejto časti, patrí aj znalosť dátumu defaultu a jednotlivých dátumov obrátov na účte.

### 3.4. Príklad na výpočet recovery rate

Na lepšie pochopenie základného modelu, spomínaného v predchádzajúcej časti, budeme jeho postup demonštrovať na jednoduchom praktickom príklade.

Základné predpoklady a údaje, ktoré potrebujeme poznať:

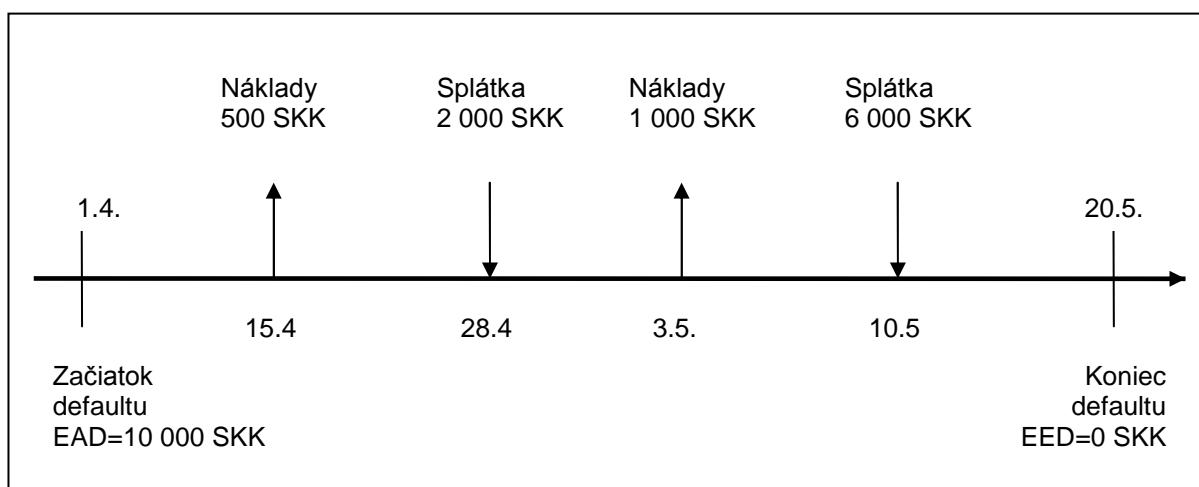
- Dátum zlyhania klient – 1. Apríla

- Veľkosť nesplatenej čiastky – EAD = 10000 SKK
- Dátum konca defaultu – banka ukončila vzťah s klientom 20. Mája (Banka odpísala zvyšok pohľadávky ako stratu)
  - Veľkosť pohľadávky na konci defaultu – EED = 0 SKK

Ďalšie údaje ktoré potrebujeme vedieť sú obraty a transakcie na klientskom účte ktoré boli uskutočnené počas doby defaultu (cash-flow). Patria sem splátky a náklady.

- Klientovi boli zaúčtované náklady 500 SKK spojené s vymáhaním pohľadávky 15. Apríla
- Klient splatil 2000 SKK 28. Apríla
- Boli zaúčtované súdne poplatky, ktoré sa berú ako náklady vo výške 1000 SKK 3. mája
- Prišla splátka vo výške 6000 SKK 10. Mája

Na časovej osi by teda dané zadanie vyzeralo takto:



K nášmu príkladu potrebujeme ešte vedieť medzibankovú úrokovú mieru, ktorú považujeme, že má hodnotu 4,2% p.a.

Ako prvé podľa metodiky uvedenej v predchádzajúcej časti musíme vypočítať čisté splátky (net redemptions). Pripomeniem vzorec na ich výpočet:

$$\text{NetRedemptions} = \sum PV(RP) - \sum PV(C) + \sum PV(EED)$$

Pre nás to znamená, že jednotlivé toky platieb musíme diskontovať vzhľadom na dátum defaultu a sčítať dokopy.



Najprv si teda určíme Present Value pre každú platbu vynásobením transakcie príslušným diskontným faktorom. Jeho výpočet sme spomínali v predchádzajúcej časti a má tvar:

$$D = \left( 1 + r \cdot \frac{\# \text{dní}}{360} \right)^{-1}$$

$$PV(500) = 0,9984 \cdot 500 = 499,18 \quad \text{C}$$

$$PV(2000) = 0,9969 \cdot 2000 = 1993,72 \quad \text{RP}$$

$$PV(1000) = 0,9963 \cdot 1000 = 996,28 \quad \text{C}$$

$$PV(6000) = 0,9955 \cdot 6000 = 5972,82 \quad \text{RP}$$

$$PV(EED) = 0 \quad \text{EED}$$

Keďže veľkosť pohľadávky na konci defaultu bola nula, aj jej súčasná hodnota je 0.

Tieto vypočítané hodnoty dosadíme do vzorca na výpočet net redemptions.

$$\text{NetRedemptions} = (1993,72 + 5972,82) - (499,18 + 996,28) + 0 = 6471,08$$

Teraz vypočítané hodnoty dosadím do konečného vzorca. Pripomínam, že klient na začiatku defaultu dlžil banke 10000, teda EAD=10000.

$$\text{Recovery Rate} = \frac{\text{NetRedemptions}}{\text{EAD}} = \frac{6471,08}{10000} = 0,647$$

Teda vypočítaná miera návratnosti je 64,7% a LGD je 35,3%.

Táto časť výpočtu sa nazýva backward calculation, teda spätná kalkulácia pomocou dát ktoré sa banke o klientovi podarilo získať. Po nej nasleduje časť, ktorú voláme forward calculation. V tejto časti sa klienti rozdelia do homogénnych skupín a , každej skupine sa priradí miera návratnosti podľa výpočtu v spätnej kalkulácii.

Treba však poznamenať, že vypočítané empirické hodnoty sa v praxi zhoršujú. Je to preto, lebo banka si chce nechať nejakú rezervu pre prípad, že by zistila, že výpočty, ktoré robila boli nesprávne. Veľmi dôležitú úlohu zohráva aj kvalita dát. Aj to je jeden z dôvodov, prečo sa zámerne zhoršujú výsledky. Kvalita dát pri veľkých inštitúciách,

ktoré majú milióny klientov, nie je taká ako by mala byť a iba postupom času sa dáta pomaly zlepšujú.

Preto ak uvažujeme náš príklad, pri ktorom vyšlo Recovery Rate 64,7%, v skutočnosti by sa použil o niečo nižší odhad okolo 60%.

## 4. Meranie úverového rizika pomocou Mertonovho štrukturálneho modelu

V tejto časti opíšem, ako by sa dali odhadovať rizikové parametre PD a RR použitím Mertonovho štrukturálneho modelu kreditného rizika<sup>19</sup>, ktorý odhaduje hodnotu akcie firmy ako opciu na jej aktíva. Komerčne bol tento model nasadený na odhady PD ako KMV model.<sup>20</sup> V tejto kapitole vyskúšam jeho využitie aj na základné odhady RR.

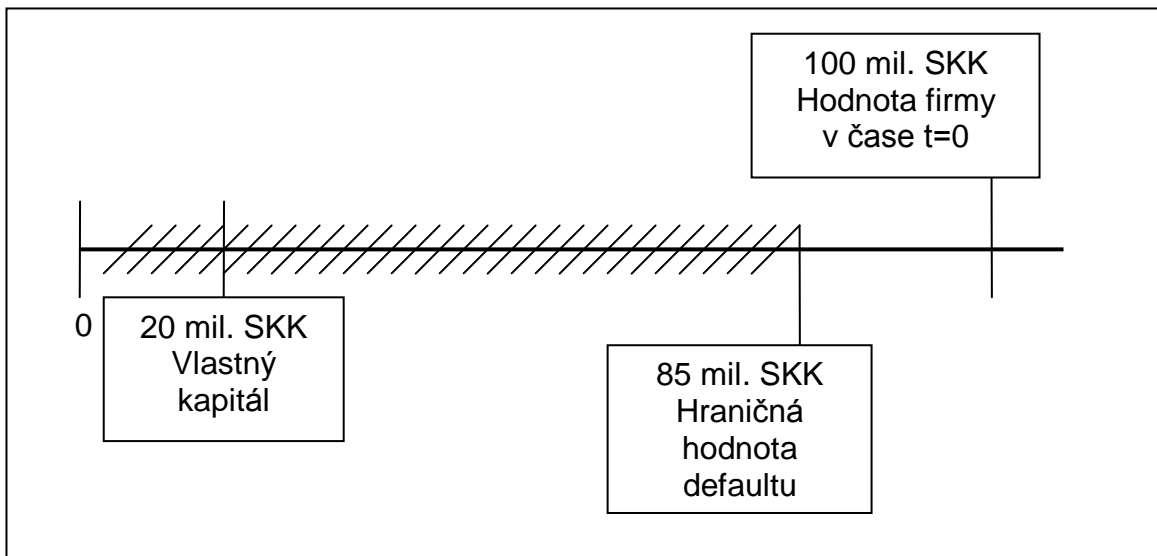
Uvažujme nejakú začínajúcu firmu, ktorá chce vstúpiť na trh. Nemá však dostatok vlastného kapitálu, aby bola schopná realizovať svoj podnikateľský projekt. Preto je firma nútená požičať si od úverovej inštitúcie určitý objem peňažných prostriedkov. Tieto prostriedky však daný podnik musí úverovej inštitúcii vrátiť. Ako sa však firme bude na trhu dariť nevie nikto povedať. Ak sa subjekt uchytí, bude môcť splatiť všetky svoje záväzky a pokračovať ďalej v podnikaní. Ak však firma nebude úspešná, nebude mať z čoho splatiť požičané prostriedky a zlyhá. Úverová inštitúcia bude od nej vymáhať peniaze, ktoré jej požičala na rozbehnutie biznisu, ale podarí sa jej vymôcť len určitú časť, v závislosti na hodnote firmy. Je nám jasné, že čiastka, ktorú sa podarí banke vymôcť je Recovery Rate.

Predstave si to teraz v konkrétnejších číslach. Na začatie podnikania firma potrebuje 100 mil. SKK. Z vlastných zdrojov má len 20 mil. SKK, a teda je nútená si zvyšných 80 mil. SKK požičať. Hodnota firmy je teda v čase  $t=0$  100 mil. SKK. Firma však bude musieť v čase  $t+1$  banke vrátiť požičané peniaze aj s úrokom a predpokladajme, že to bude 85 mil. SKK. Teda ak hodnota firmy počas časovej jednotky klesne pod 85 mil. SKK, nebude schopná splatiť svoje záväzky voči banke a úver zlyhá. Toto je znázornené na nasledujúcom obrázku.

---

19 Merton, Robert C. On the pricing of corporate debt: The risk structure of interest rates. The Journal of Finance, 29:449-470, 1974.

20 KMV model počíta očakávanú frekvenciu defaultov, založenú na štruktúre kapitálu firmy. Volatility aktív a ich súčasnú hodnotu



Teda v prípade, že hodnota firmy bude pod 85 mil. SKK, úverová inštitúcia môže uvažovať nad odhadom miery návratnosti pre zlyhaný úver, ktorý bol poskytnutý firme. Miera sa vypočíta ako podiel hodnoty firmy v čase a hodnoty dlhu.

$$RR = \frac{V_{t+1}}{\text{Výška Úveru}}$$

#### 4.1. Simulácia vývoja hodnoty firmy

Už máme základné poznatky o miere návratnosti a jej odhadovaní pre zlyhané a takisto pre nezlyhané úvery. Teraz si potrebujeme nasimulovať dáta, ktoré by mi pomohli pri praktickom výpočte RR a následne sa pozrieť ako závisí miera návratnosti od niektorých dôležitých vstupných údajov. Na simuláciu dát som použil software SAS 9.1.

Na vývoj hodnoty firmy použijem vzorec na výpočet vývoja ceny akcie. Pôvodná stochastická diferenciálna rovnica je daná ako,

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu \cdot dt + \sigma \cdot dW_t$$

Čo môžeme zapísať aj nasledovne,

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t W_t$$

Kde,

- S je cena akcie
- $\mu$  je očakávaný výnos akcie, nazývaný aj drift

- $\sigma$  volatilita výnosu akcie
- $W_t$  je Wienerov proces s normálnym rozdelením  $N(0,1)$

Treba poznamenať, že drift a volatilitu musíme zadávať úmerne časovému intervalu, na ktorom počítame vývoj ceny.

Vývoj ceny akcie, v našom prípade firmy, môžeme považovať za Itôv proces. Musí však spĺňať predpoklad nezávislosti prírastkov a normálnosť ich rozdelenia.

Z pôvodnej rovnice použitím Itôvej lemy a ďalšími úpravami dostaneme riešenie stochastickej diferenciálnej rovnice<sup>21</sup>, ktoré je

$$S_t = S_0 \exp\left(\mu t + \sigma W_t - \frac{1}{2} \sigma^2 t\right)$$

Časový krok, za ktorý má firma splatiť dlh úverovej inštitúcii si zoberieme jeden rok. Vývoj hodnoty firmy budem simulovať na dennej báze. Potom teda hodnotu firmy o jeden rok, dostanem ako poslednú hodnotu z celoročného časového vývoja hodnoty. Ešte je dôležité si zvoliť parametre  $\mu$  a  $\sigma$ . Ja budem uvažovať o drifte  $\mu = 0,1$  a dennej sigme  $\sigma = 0,02$ . Simuláciu budem opakovať 10000 krát.

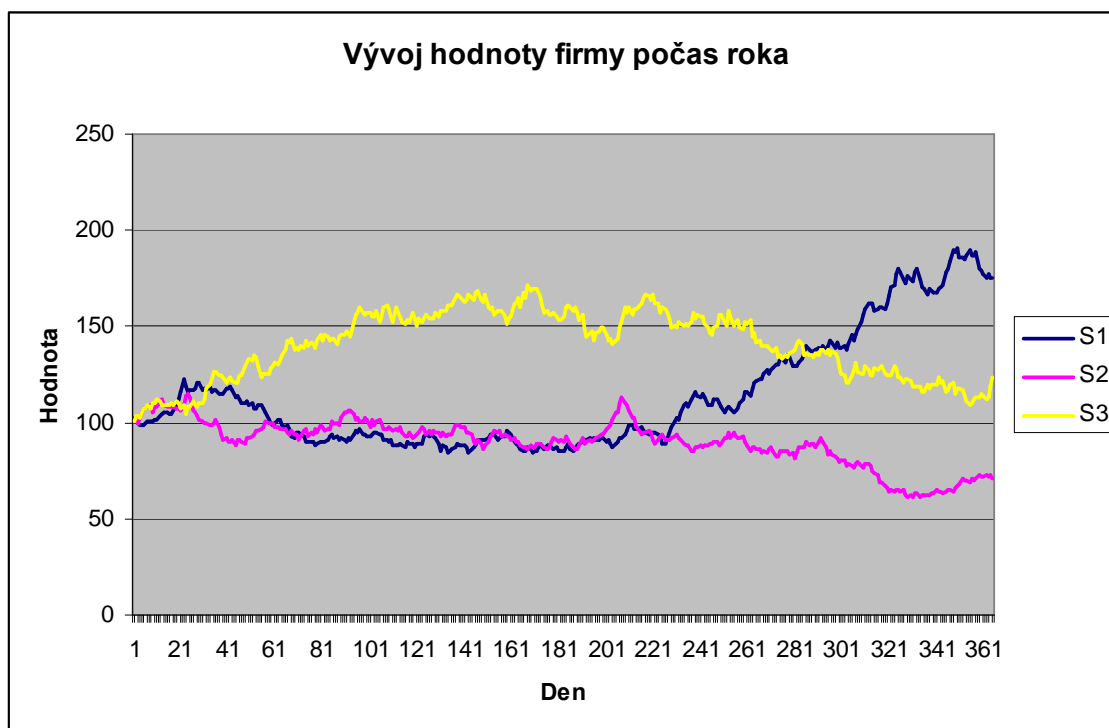
Pre lepšie pochopenie a predstavivosť uvádzam spôsob simulácie v nasledujúcej tabuľke.

**Tabuľka 14: Ukážka simulácie dát**

Číslo simulácie	Deň	Hodnota	Číslo simulácie	Deň	Hodnota	Číslo simulácie	Deň	Hodnota
<b>1</b>	0	100	<b>2</b>	0	100	<b>3</b>	0	100
	1	103,68		1	102,66		1	101,85
	2	103,52		2	101,31		2	102,51
	...	...		...	...		...	...
	364	94,01		364	122,66		364	114,58
	365	93,05		365	117,55		365	117,38

<sup>21</sup> MELICHERČÍK, I., OLŠAROVÁ, L., ÚRADNÍČEK, V.: *Kapitoly z finančnej matematiky*. Bratislava: EPOS, 2005. ISBN 80-8057-651-3

Graf 3: Vývoj hodnoty firmy počas roka



S daným driftom a volatilitou, teda dostaneme 10000 rôznych možných hodnôt firmy o rok. Ak predpokladáme, že firma musí splatiť dlh vo výške 85 mil. SKK, môžeme túto hodnotu považovať aj za hranicu defaultu. Z nasimulovaných dát môžeme odhadnúť viacero vecí, ktoré sa týkajú kreditného rizika. Pre nás sú najzaujímavejšie pravdepodobnosť zlyhania (PD) a miera návratnosti banky, ak firma zlyhala.

#### 4.2. Výpočet niektorých rizikových parametrov

Ako základné rizikové parametre môžem považovať pravdepodobnosť zlyhania, že firma nebude môcť schopná splatiť svoj dlh banke a mieru návratnosti v tomto prípade. V tejto časti si ukážeme odhadovanie týchto dvoch rizikových parametrov na nasimulovaných dátach.

Výpočet pravdepodobnosti zlyhania je jednoduchý. Mieru PD dostaneme ako podiel počtu zlyhaných a celkového počtu poskytnutých úverov. Keďže sme robili 10000 simulácií, počet poskytnutých úverov identický s týmto číslom.

$$PD = \frac{\# \text{zlyhaných}}{\# \text{poskytnutých}}$$

Ani odhad miery návratnosti pre banku nie je zložitý. Dostaneme ho ako podiel hodnoty firmy a čiastky, ktorú by mala firma banke splatiť. V našom prípade 85 mil. SKK. Teda platí,

$$RR = \frac{\text{Hodnota v prípade zlyhania}}{85 \text{ mil.}}$$

Za daných predpokladov a použitím spomínanej simulácie som dostal nasledujúce výsledky.

**Tabuľka 15: Výpočet PD a RR pre hodnotu dlhu 85 mil. SKK**

Hodnota dlhu voči banke	Počet nezlyhaných	Počet zlyhaných	PD	RR
85	6889	3111	31,1%	79,71%

Z pohľadu banky a ekonomického hľadiska sa dajú výsledky interpretovať takto. Ak banka požičia firme 80 mil. SKK je tu približne 31% pravdepodobnosť, že firma nebude na trhu úspešná a nebude schopná splatiť svoje záväzky voči banke. Vypočítané číslo je veľmi nereálne, v praxi sa PD veľkých firiem (korporáti) pri priemerných ratingoch pohybujú okolo 1-2% a pri horších okolo 10%. Miera návratnosti by v danom prípade dosiahla 79,71% čo znamená, že banka by z 85 miliónového dlhu dostala približne 67,8 milióna.

Teraz sa môžeme zaoberať výhodnosťou poskytnutia takéhoto úveru z pohľadu banky. Výsledky sa dajú interpretovať tak, že banka s 69% pravdepodobnosťou zarobí 5 miliónov. Na druhej strane ale s pravdepodobnosťou 31% stratí približne 12,2 mil. SKK. 5 miliónový úrok beriem brať ako nerealizovaný zisk, teda strata je  $80 - 67,8 = 12,2$  mil. SKK.

Oplatí sa banke uskutočniť takýto biznis? Musíme vypočítať očakávaný výnos. Ten spočítame ako sumu pravdepodobností vynásobených očakávanými hodnotami.

$$OV = \sum P_i \cdot V_i = 0,69 \cdot 5 + 0,31 \cdot (-12,25) = -0,36 \text{ milSKK}$$

Očakávaný výnos je -0,36 mil. SKK. Záporný výnos je strata, a preto je takýto obchod pre banku nevýhodný.

Čo sa však stane, ak banka nepožaduje 85 mil. SKK ale inú sumu. Zmenia sa rizikové parametre? Bude iný očakávaný výnos? Prehľad výsledkov získaných z nasimulovaných dát je vidno v nasledujúcej tabuľke.

**Tabuľka 16: Výpočet PD, RR a Očakávaného výnosu pre rôzne hodnoty dlhu**

Hodnota dlhu voči banke	Počet nezlyhaných	Počet zlyhaných	PD	RR	Očakávaný výnos
80	7447	2553	25,5%	80,70%	-3,94
81	7324	2676	26,8%	80,61%	-3,20
82	7212	2788	27,9%	80,42%	-2,48
83	7098	2902	29,0%	80,23%	-1,76
84	6992	3008	30,1%	79,99%	-1,06
85	6889	3111	31,1%	79,71%	-0,36
86	6802	3198	32,0%	79,36%	0,32
87	6687	3313	33,1%	79,17%	0,99
88	6577	3423	34,2%	78,95%	1,66
89	6469	3531	35,3%	78,72%	2,31
90	6355	3645	36,5%	78,52%	2,95
91	6243	3757	37,6%	78,31%	3,58
92	6129	3871	38,7%	78,10%	4,20
93	6026	3974	39,7%	77,84%	4,80
94	5902	4098	41,0%	77,69%	5,40
95	5796	4204	42,0%	77,44%	5,98
96	5672	4328	43,3%	77,29%	6,56

Všimneme si, že skoky v očakávaných výnosoch sú dosť veľké. Je to spôsobené mojim predpokladom, že banka má odstupňovanú výšku úrokov po miliónoch. Ak by sme zjemnili túto stupnicu, dostali by sme aj hladšie skoky pri očakávanom výnose.

Pri pohľade na tabuľku si hneď všimneme niekoľko vecí, ktoré súvisia s rastúcim úrokom (dlhom):

- Rastie pravdepodobnosť zlyhania
- Klesá miera návratnosti
- Rastie očakávaný výnos

Tieto fakty majú aj svoje opodstatnenie. Ak banka vyžaduje od klienta, aby splácal vyšší úrok môže očakávať aj nárast defaultov pri jednotlivých úveroch. Zároveň vyšší úrok implikuje aj zníženú mieru návratnosti v prípade zlyhania. Avšak, ak banka požaduje vyšší úrok zvyšuje sa aj jej očakávaný výnos. Nemôžeme však zabúdať na to, že firma by si asi nezobrala pôžičku v banke, ktorá jej ponúka neprimerane vysoký úrok. Môžeme povedať, že minimálna výška dlhu, kedy sa banke oplatí poskytnúť úver je 86 mil. SKK (čo zodpovedá úroku 7,5%), pretože očakávaný výnos je prvý kladný pri jednotlivých veľkostiach úroku. Ak by sme však mali veľkosť dlhu voči banke odstupňovanú po desatinách milióna, očakávaný výnos by bol kladný približne pri dlhu 85,5 mil. SKK.



Ako však budú vyzerat' odhady rizikových parametrov, ak klient má viac svojho kapitálu? Aký úrok mu môže banka ponúknuť, aby bol jej očakávaný výnos kladný? Odpoveď dostaneme, ak budeme posúvať hranicu vlastného kapitálu firmy postupne na 30, 40, ... 80 mil. SKK.

V nasledujúcej tabuľke je zobrazený prehľad rôznych vlastných kapitálov firmy a k nim priradená najnižšia hodnota dlhu (výška úroku), podľa kladného očakávaného výnosu. Predpokladajme však, že banka si môže kúpiť bezrizikové štátne dlhopisy s úrokovou mierou 4%. Preto uvažujme, že aj jej očakávaný výnos musí byť vyšší ako 4%. V ľavej časti tabuľky (vlastný kapitál, pôžička od banky) sú hodnoty, ktoré sú dané pre jednotlivé skúmania. V pravej časti sú vypočítané a odhadnuté hodnoty, ktoré zodpovedajú najmenšej hodnote dlhu (odstupňované po mil. SKK), za predpokladu očakávaného výnosu vyššieho ako 4%.

**Tabuľka 17 SEQ Tabuľka \\* ARABIC [17]: Rizikové parametre a výnosy banky pre rôzne hodnoty vlastného kapitálu firmy**

Vlastný kapitál	Pôžička od banky	Hodnota dlhu voči banke	Úrok	RR	PD	Výnos v mil. SKK.	Výnos v percentách (>4%)
80	20	21	5,0%	100,00%	0,00%	1,00	5,0%
70	30	32	6,7%	90,96%	0,14%	1,99	6,2%
60	40	42	5,0%	87,92%	0,96%	1,95	4,6%
50	50	53	6,0%	85,98%	4,18%	2,69	5,1%
40	60	64	6,7%	84,05%	10,91%	2,88	4,5%
30	70	77	10,0%	81,22%	22,30%	3,77	4,9%
20	80	<b>92</b>	15,0%	78,10%	38,70%	4,20	4,6%

Vidíme, že pri nižších pôžičkách je 4% hranica očakávaného výnosu blízko hodnoty veľkosti úveru poskytnutého bankou. Všimneme si, že pri nízkych úveroch sú odhady RR a PD prijateľné, takže banky nemusia žiadať až také vysoké úroky. Naopak pri vyšších čiastkach poskytnutých úverov, banky požadujú vyšší úrok, keďže výrazne narastá riziko zlyhania a klesá miera návratnosti. Vidíme, že ak banka poskytne úver vo výške 60 mil. SKK, pravdepodobnosť zlyhania pri veľkosti úroku 6,7% je 10,91%. Ak sa však výška zvýši o 10 mil. SKK, PD narastie až na 22,3%, čo je dosť podstatný nárast.

Aj z tohto skúmania nám vyplýva, že banky musia vedieť správne odmerať kreditné riziko, ktorému sú poskytovaním úverov vystavované. Čím viac chcú banky zarobiť, tým sú vystavované väčšiemu riziku zlyhania a nesplácania úverov. Preto by mali byť presne určené hranice rizika, ktoré sú ochotné podstúpiť.

## Záver

Cieľom tejto práce bolo oboznámiť čitateľa s kreditným rizikom, jeho meraním a odhadom. Najprv sme sa však oboznámili s jednotlivými finančnými rizikami. Uvedomili sme si, že riziko nemôžeme nechať bez povšimnutia, treba ho vedieť riadiť. Dozvedeli sme sa, že nesprávane riadenie a prehliadanie rizikových parametrov, môže mať zlý vplyv na ekonomiku v celej krajine. Preto som dospel k záveru, že treba mať presne určené hranice rizika, ktoré by inštitúcie nemali prekračovať a do budúcnosti zlepšovať používané metódy.

Kreditné riziko je základom úverových obchodov v bankách. A však nie len tam, ale všade, kde vzniká dlžníkovi povinnosť hradiť svoje záväzky protistrane. Veriteľ podľa ratingu dlžníka a rizikových parametrov, vie prispôbiť svoje očakávania do budúcnosti. Na pridelenie ratingu a odhad parametrov by veriteľ mal používať čo najlepšie metódy, aby čo najviac eliminoval svoje stratu v budúcnosti. Ďalej sme si na príklade s jedným dlhopisom ukázali, ako sa dajú odhadnúť základné štatistiky, ktorými sa dá popísať kreditné riziko. Patrí sem stredná hodnota, štandardná odchýlka a určovanie kvantilov, ktoré nám môžu pomôcť pri výpočte očakávanej a neočakávanej straty.

V tretej časti práce som sa zamerlal na jeden rizikový parameter, ktorým je miera návratnosti. Podľa segmentu, dát a cieľovej skupiny expozícií pre ktoré chceme mieru návratnosti počítať rozlišujeme niekoľko metód. Základom mnou navrhovaného modelu na odhad je work-out model. Ten spočíva v sledovaní a diskontovaní platieb po zlyhaní dlžníka a následne odhadu RR pomocou premenných nazvaných NetRedemptions a EAD. Aj keď model je zjednodušený, je základom pre zložitejšie modely, ktoré sa z neho dajú odvodiť a sú používané v praxi. Vysvetlili sme si aj ekonomickú interpretáciu výsledného odhadu a jeho použitie pri kapitálovej primeranosti banky, ako aj ostatné veci, nad ktorými musíme uvažovať ešte pred začatím používania modelu.

V poslednej časti práce som uvažoval nad začínajúcou firmou, ktorej je poskytnutý úver od banky. Zo strany banky som analyzoval za akých podmienok sa jej oplatí poskytnúť úver takejto firme. Vývoj hodnoty firmy som odhadoval pomocou vývoja ceny akcie. Na nasimulovaných dátach som potom odhadoval pravdepodobnosť zlyhania úveru a mieru návratnosti pre zlyhaný úver. Dospel som k záveru, že čím vyššia je pôžička banky, tým rastie aj pravdepodobnosť zlyhania a klesá miera návratnosti. Podľa

očkávaných výnosov sa dajú určiť aj minimálne požiadavky banky na výšku úroku, aby bol uskutočnený obchod ziskový.

## Literatúra

- [1] JÍLEK J.: Finanční Rizika. Praha: Grada Publishing, 2000
- [2] J.P. MORGAN & Co. Incorporated: CreditMetrics™ - Technical Document, 1997
- [3] HULL J.C.: Options, Futures, and Other Derivates, Fifth edition. New Jersey: Prentice Hall, 2002
- [4] GALLATI R.R.: Risk management and capital adequacy. New York: McGraw-Hill, 2003
- [5] SCHROECK G.: Risk management and value creation in financial institutions. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc. 2002
- [6] Fin-Focus, December 2007 – č. 4. Dostupné na [http://ec.europa.eu/internal\\_market/finservices-retail/docs/finfocus/finfocus4/finfocus4\\_sk.pdf](http://ec.europa.eu/internal_market/finservices-retail/docs/finfocus/finfocus4/finfocus4_sk.pdf)
- [7] Basel Comitee on Banking Supervision, Working Paper No. 14: Studies on the Validation of Internal Rating Systems, May 2005. Dostupné na <http://www.bis.org>
- [8] MELICHERČÍK, I., OLŠAROVÁ, L., ÚRADNÍČEK, V.: Kapitoly z finančnej matematiky. Bratislava: EPOS, 2005. ISBN 80-8057-651-3
- [9] Národná Banka Slovenska: Správa o stave a vývoji slovenského finančného trhu za rok 2005
- [10] Národná Banka Slovenska: Správa o výsledkoch analýzy finančného sektora v SR 2006
- [11] Smernica Európskeho Parlamentu a Rady 2006/48/ES
- [12] BIATEC, ročník 13, 10/2005
- [13] Ratingová agentúra Moody's <http://www.moody.com>
- [14] Národná Banka Slovenska: <http://www.nbs.sk>
- [15] Merton, Robert C. On the pricing of corporate debt: The risk structure of interest rates. The Journal of Finance, 29:449-470, 1974.