

**FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY
UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE**



**Porovnanie prognostickej schopnosti modelov pri využití metód
sezónneho očisťovania**

BRATISLAVA 2008

Zuzana Grivalská

**Porovnanie prognostickej schopnosti modelov pri využití metód
sezónneho očisťovania**

DIPLOMOVÁ PRÁCA

Zuzana Grivalská

**FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY
UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE**

Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky

Študijný odbor: 9.1.9 Aplikovaná matematika

Študijný program: Ekonomická a finančná matematika

Vedúci diplomovej práce

Ing. Marek Radvanský

BRATISLAVA 2009

Čestne prehlasujem, že diplomovú prácu som vypracovala samostatne s použitím uvedenej literatúry a vedomostí nadobudnutých na tejto fakulte.

V Bratislave, apríl 2009

Zuzana Grivalská

.....

Ďakujem svojmu vedúcemu Ing. Marekovi Radvanskému za odborné vedenie, cenné rady, pripomienky a čas, ktorý mi venoval pri spracovávaní diplomovej práce.

Abstrakt

Sezónne fluktuácie v ekonomických časových radoch predstavujú možný problém pre ekonometrické modelovanie. Dekompozícia časových radov je možná prostredníctvom iteračných a modelovo založených metód. Cieľom tejto práce je analyzovať modely reálnej ekonomiky pri použití rôznych metód sezónneho očisťovania, pričom je zvolená jedna z oboch kategórií metód a jedna jednoduchá metóda. Efektívnosť jednotlivých prístupov je hodnotená na základe porovnania prognostickej schopnosti skúmaných modelov.

Kľúčové slová: sezónna zložka, sezónne očisťovanie, ekonometrický model, prognóza

OBSAH

Úvod.	2
1. História sezónneho očisťovania.	3
2. Metódy sezónneho očisťovania.	5
2.1 Klasická dekompozícia časových radov.	5
2.2 Metódy triedy X-11.	7
2.3 TRAMO/SEATS.	11
2.4 Regresný prístup.	13
3. Štatistické testy sezónnosti.	14
3.1 F-test na prítomnosť stabilnej sezónnosti.	14
3.2 F-test na prítomnosť premenlivej sezónnosti.	15
3.3 Kombinovaný test na prítomnosť identifikovateľnej sezónnosti.	15
4. Charakterizácia problému.	17
4.1 Modelovanie daňových príjmov.	19
4.1.1 Daňové príjmy.	19
4.1.2 Sezónne očistenie.	21
4.1.3 Odhady rovníc.	24
4.1.4 Prognóza ex post.	27
4.2 Modelovanie konečnej spotreby domácností.	33
4.2.1 Konečná spotreba domácností.	33
4.2.2 Sezónne očistenie.	34
4.2.3 Odhady rovníc.	35
4.2.4 Prognóza ex post.	38
4.3 Porovnanie prognostickej schopnosti.	42
Záver.	44
Literatúra.	46
Prílohy.	48

Úvod

Väčšina ekonomických časových radov ako hrubý domáci produkt, konečná spotreba domácnosti, zamestnanosť, či rôzne ďalšie, sledovaných mesačne alebo štvrťročne, vykazuje vo svojom správaní sezónne výkyvy. Pri ich analýze sme vystavení otázke, či je žiaduce tieto sezónne výkyvy odstrániť a ako, a čo ich odstránenie spôsobí.

V súčasnosti je možné získať väčšinu publikovaných časových radov už v upravenej forme, teda s odstránenou sezónnou zložkou. Na sezónne očistenie časových radov existuje viacero metód a množstvo štúdií bolo venovaných ich porovnaniu a zisťovaniu, ktorá je najvhodnejšia, napríklad Fisher [3] alebo Fok, Fransen a Paap [4]. Momentálne najpoužívanejšie sú metódy X-12 ARIMA a TRAMO/SEATS. Napríklad Eurostat používa rozhranie DEMETRA, kde sú implementované obe metódy.

V práci sa pokúsime empiricky zodpovedať otázku, či je lepšie pri ekonometrickom modelovaní použiť sezónne očistené časové rady, neočistené časové rady, alebo použiť pomocné umelé premenné. Na dvoch modeloch, modeli daňových príjmov a modeli konečnej spotreby domácností budeme zisťovať, kedy vzniká väčšia chyba, či pri použití neočistených časových radov, kedy ide iba o chybu modelu alebo pri použití očistených radov, kedy vzniká kumulovaná chyba z modelu a zo sezónneho očistenia. Vhodnosť modelu budeme tiež overovať na porovnaní prognóz modelov a skutočných hodnôt.

Úvodná časť práce sa venuje stručnému popisu vývoja metód sezónneho očisťovania. V ďalšej časti sú popísané niektoré metódy sezónneho očisťovania a ARIMA procesy, ktoré sú dôležitým nástrojom pre dekompozíciu časových radov. Na overovanie prítomnosti sezónnosti sú popísané niektoré štatistické testy. Empirická časť je rozdelená na dve časti, na modelovanie daňových príjmov a na modelovanie konečnej spotreby domácností Slovenskej republiky. V oboch častiach sa najprv venujeme sezónnemu očisťovaniu pomocou troch metód, jednoduchej metódy kľzavých priemerov, X-12 ARIMA a TRAMO/SEATS. Následne odhadujeme parametre jednotlivých modelov, na základe toho konštruujeme predpoveď a porovnáваме výsledky, ktoré dávajú jednotlivé metódy sezónneho očistenia.

1. História sezónneho očisťovania

Na rôznych časových radoch opisujúcich či už ekonomické, sociálne alebo priemyselné ukazovatele môžeme pozorovať sezónne vplyvy, ktoré sa každoročne, každomesačne opakujú v tom istom období a sú výsledkom napríklad klimatických podmienok, striedania ročných období, prázdnin, sviatkov a podobných faktorov/činiteľov. Ak dokážeme izolovať a odstrániť tieto vplyvy, umožní nám to lepšie pochopiť, vysvetliť, modelovať a predpovedať časový rad.

Prvé pokusy odstrániť sezónny faktor z časových radov vznikli v dvadsiatych rokoch minulého storočia. Prvotné metódy záviseli na osobnom úsudku, aká vyrovnávací krivka bola použitá. Iné formálne prístupy boli analýza periodogramu, regresná analýza, korelačná analýza. Začiatkom päťdesiatych rokov technický pokrok umožnil aj rozvoj metód sezónneho očisťovania. US Census Bureau¹ vyvinul metódu odhadu sezónnych faktorov založenú na kľzavých priemeroch. Hlavným problémom metódy bolo, že sprístupnením nových údajov a následným generovaním sezónnych faktorov z dlhšieho časového radu došlo k významnej zmene oproti sezónnym faktorom kratšieho časového radu. Bolo neprijateľné, aby proces pridaním posledných údajov signifikantne ovplyvnil sezónne faktory 15 rokov dozadu, obzvlášť ak to znamenalo, že sezónne faktory nikdy nebudú definitívne. Ďalším problémom bola citlivosť kľzavých priemerov na extrémne hodnoty a tak aj jedna extrémna hodnota v pozorovaniach mohla spôsobiť nesprávny odhad sezónnych faktorov. Nasledujúci vývoj sa teda zameral na stabilizáciu sezónnych faktorov začiatkovej časti radu a na minimalizovanie revízií faktorov v ostatnej časti radu. US Census Bureau predstavila najskôr Metódu I na sezónne očisťovanie, potom to bola Metóda II, vychádzajúca z prvej, realizovala vyrovnanie časového radu niekoľkými iteráciami. Navyše obsahovala dve možnosti rozloženia časového radu, aditívnu a multiplikatívnu. Rôzne alternatívy metódy boli pomenované X zo slova „experimental“, tak dostávali postupne názvy X-0, X-1 ... až po X-11, (1968). Značná časť práce bola urobená Julianom Shiskinom [11]. Nevýhodou metódy X-11 je použitie asymetrických kľzavých priemerov na oboch koncoch časového radu. To môže niekedy zapríčiniť značné revízie koncových sezónne očistených hodnôt, po sprístupnení nových pozorovaní. Potreba odstrániť túto slabosť metódy viedla ku vzniku vylepšenej metódy X-11 ARIMA, (1980). Autorkou metódy je Estella Bee Dagum [2]. Využitím vhodného ARIMA modelu sa

¹ U.S. Census Bureau je štatistický úrad USA

pôvodný časový rad predĺži na oboch koncoch radu pred procesom sezónneho očistenia. Výsledkom tohto rozšírenia je zmiernenie revízií, vo významnej miere, keďže odhady sezónnych koeficientov koncových častí radu sú presnejšie. Ďalším stupňom vylepšenia vznikla metóda X-12 ARIMA (1996), ktorá ponúka komplexnejšie nástroje na zahrnutie kalendárnych vplyvov a vplyvov pohyblivých sviatkov, napríklad veľkonočných sviatkov, ktoré sú niekedy v marci a niekedy v apríli. Vyššie spomenuté metódy zaradíme medzi modely založené na použití pevných filtrov, teda v tomto prípade klzavých priemerov.

Druhý prístup k sezónnemu očisťovaniu tvoria metódy založené na vytvorení modelu. Zásadným rozdielom medzi týmito dvoma prístupmi je to, že pri metódach využívajúcich filtre, sa komponenty časového radu odhadujú iteračne, postupne sa stanovuje odhad sezónnej, trendovej a náhodnej zložky. Pri modelovo založených metódach sa jednotlivé zložky odhadujú simultánne. Najpoužívanejšou metódou z tejto skupiny je TRAMO/SEATS, vyvinuli ju Victor Gómez a Augustín Maravall. TRAMO je sprievodný program, ktorý predupraví pôvodný časový rad pomocou vhodného ARIMA modelu, identifikuje extrémne hodnoty a doplní rad o chýbajúce hodnoty. SEATS odhadne trendový a sezónny komponent(signal extraction techniques).

Sezónne očisťovanie používa každá štatistická inštitúcia alebo úrad, keďže sezónne vplyvy môžeme pozorovať vo väčšine časových radov. Kanadský a americký štatistický úrad využívajú metódy z triedy X-11, Eurostat používa program DEMETRA, ktorý v sebe zahŕňa TRAMO/SEATS a X-12 ARIMA.

Okrem vyššie spomenutých programov existujú ešte mnohé ďalšie a aj tie spomenuté ukrývajú v sebe veľa variant použitia. Prirodzene, vynára sa otázka, ktorý z programov na sezónne očisťovanie časových radov je najlepší. Viacero prác a diskusií sa venovalo tejto problematike, neexistuje však jednoznačná odpoveď, výber je vždy subjektívny. Z dôvodov porovnateľnosti a koordinácie je odporúčané používať jednotnú metódu.

2. Metódy sezónneho očisťovania

2.1 Klasická dekompozícia časových radov

Časový rad y_t je chronologicky usporiadaný rad hodnôt pozorovanej premennej, obvykle zaznamenaný v rovnako dlhých časových intervaloch.

Klasická dekompozícia časových radov rozlišuje štyri zložky časového radu: trendovú, cyklickú, sezónnu a náhodnú.

Trendová zložka Tr_t odráža dlhodobé zmeny v správaní sa časového radu, napríklad dlhodobý rast alebo dlhodobý pokles. Môžeme si predstaviť, že trendová zložka je výsledkom pôsobenia faktorov, ktoré dlhodobo pôsobia na pozorovanú premennú rovnakým smerom.

Cyklická zložka C_t vyjadruje kolísanie okolo trendu, v ktorom sa striedajú fázy rastu a poklesu. Pre cykly je charakteristické, že nie je isté kedy nastanú, aká bude ich intenzita a aká bude dĺžka ich trvania.

Sezónna zložka S_t popisuje periodické zmeny v časovom rade, ktorých perióda sa rovná určitej štandardnej časovej jednotke, napríklad týždeň, mesiac, rok. Sezónne zmeny sú zapríčinené takými faktormi ako sú striedanie ročných období, spoločenské zvyklosti ako vianočné a veľkonočné sviatky, prázdniny, dovolenky.

Náhodná zložka ε_t je zložka, ktorá ostane v časovom rade po odstránení trendu, sezónnej aj cyklickej zložky. Vyjadruje nepravidelné výkyvy hodnôt okolo trendu, ktoré vznikajú v dôsledku náhodných alebo nepredvídateľných vplyvov. Obvykle sa predpokladá, že náhodná zložka je biely šum.

Rozlišujeme dva typy modelov dekompozície časových radov, aditívny a multiplikatívny.

Aditívny model, v ktorom hodnoty časového radu sú dané súčtom hodnôt jednotlivých zložiek:

$$y_t = Tr_t + C_t + S_t + \varepsilon_t .$$

Multiplikatívny model, v ktorom hodnoty časového radu sú dané súčinom hodnôt jednotlivých zložiek:

$$y_t = Tr_t \cdot C_t \cdot S_t \cdot \varepsilon_t .$$

Ak z grafickej analýzy vidíme, že výkyvy okolo trendu sú v čase približne konštantné, tak volíme aditívny model. Multiplikatívny model volíme, ak niektorá zo zložiek

proporcionálne rastie prípadne klesá s trendom. Existuje ešte aj logaditívny a pseudoaditívny model:

$$y_t = Tr_t \cdot C_t \cdot (S_t + \varepsilon_t - 1) \quad \text{a} \quad \log y_t = T_t \cdot C_t + S_t + \varepsilon_t.$$

tým sa však nebudeme podrobne venovať.

Dekompozícia časových radov má viacero cieľov. Pri štúdiu samotných zložiek časového radu môžeme odhaliť niektoré zákonitosti v správaní sa časového radu, rozpoznať vnútorné vplyvy pôsobiace na jeho priebeh. Dôležitým a často žiadaným výsledkom dekompozície je konštrukcia predpovede zložená z predpovedí jednotlivých zložiek.

Nie všetky zložky musia byť v časovom rade zastúpené, respektíve trendová a cyklická zložka sa často uvažuje ako jedna trendovo-cyklická zložka. Uvažujme časový rad s trendovo-cyklickou, sezónnou a náhodnou zložkou.

$$y_{ij} = Tr_{ij} + S_{ij} + \varepsilon_{ij} \quad \text{alebo} \quad y_{ij} = Tr_{ij} \cdot S_{ij} \cdot \varepsilon_{ij}.$$

pričom $i = 1, 2, \dots, n$ rokov a $j = 1, 2, \dots, s$ sezón. Najjednoduchší spôsob sezónnej dekompozície je pomocou metódy kľzavých priemerov. Pri metóde kľzavých priemerov predpokladáme, že trendová, respektíve trendovo-cyklická zložka má približne lineárny charakter. Z pozorovaných hodnôt časového radu najprv vypočítame kľzavé priemery, teda odhadneme trendovú zložku. Volíme takú dĺžku kľzavých priemerov aká je dĺžka sezónnosti. Pri ekonomických časových radoch, na ktorých budeme v tejto práci skúmať vplyvy sezónneho očisťovania, najčastejšie pracujeme s mesačnými alebo štvrťročnými dátami, takže počet sezón bude 12 alebo 4. Vzhľadom na to, že počet sezón je párny, použijeme vážené centrované kľzavé priemery s dĺžkou 13 alebo 5:

$$Tr_t(13) = \frac{y_{t-6} + 2y_{t-5} + 2y_{t-4} + \dots + 2y_{t-1} + 2y_t + 2y_{t+1} + \dots + 2y_{t+4} + 2y_{t+5} + y_{t+6}}{24},$$

$$Tr_t(5) = \frac{y_{t-2} + 2y_{t-1} + 2y_t + 2y_{t+1} + y_{t+2}}{5},$$

pričom $t = s \cdot n$. Získame tak trendovú zložku, avšak na oboch koncoch stratíme 6, respektíve 2 pozorovania. V ďalšom kroku odpočítame od časového radu trendovú zložku, ostane nám rad sezónnych a náhodných výkyvov:

$$y_{ij} - Tr_{ij} = S_{.j} + \varepsilon_{ij} \quad \text{alebo} \quad \frac{y_{ij}}{Tr_{ij}} = S_{.j} \cdot \varepsilon_{ij}.$$

V jednotlivých sezónach sa výkyvy každoročne opakujú. V aditívnom modeli v rovnakej absolútnej veľkosti okolo trendu a v multiplikatívnom modeli v rovnakej miere

voči trendu. Náhodnú zložku potom eliminujeme v oboch modeloch spriemerovaním jednotlivých sezónnych výkyvov cez všetky roky:

$$S_{\cdot j} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} (y_{ij} - Tr_{ij}) \quad \text{alebo} \quad S_{\cdot j} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} \frac{y_{ij}}{Tr_{ij}}.$$

Je dobré, ak vylúčime zo sezónnych výkyvov extrémne hodnoty, aby neskresľovali priemer alebo môžeme namiesto priemeru použiť medián.

Požadujeme aby platilo:

$$\sum_{j=1}^s S_j = 0 \quad \text{alebo} \quad \sum_{j=1}^s S_j = s \quad \text{alebo} \quad \prod_{j=1}^s S_j = 1,$$

teda aby sa sezónne vplyvy v priebehu roka kompenzovali. Ak nie je splnená táto podmienka, korigujeme sezónne odchýlky korekčným koeficientom k :

$$k = -\frac{1}{s} \sum_{j=1}^s S_j \quad \text{alebo} \quad k = \frac{s}{\sum_{j=1}^s S_j} \quad \text{alebo} \quad k = \left(\prod_{j=1}^s S_j \right)^{-\frac{1}{s}}$$

Korekčný koeficient potom pripočítame, respektíve vynásobíme ním jednotlivé sezónne priemery a korigované sezónne priemery. Keď potom odpočítame, respektíve vydělíme pôvodný časový rad korigovanými sezónnymi priermi, dostaneme sezónne očistený časový rad:

$$y_{ij}^* = y_{ij} - S_j \quad \text{alebo} \quad y_{ij}^* = \frac{y_{ij}}{S_j}.$$

2.2 Metódy triedy X-11

Zložitejším nástrojom na sezónne očistenie časového radu sú metódy CENSUS X-11, X-11 ARIMA, X-12 ARIMA z triedy X-11, podstatou ktorých je aplikácia série rôznych klzavých priemerov. Metódy zahŕňajú v sebe iteračný spôsob odhadu jednotlivých zložiek dekompozície časového radu s cieľom vypočítať sezónne indexy, ktoré sa menia s časom, vyradiť a aproximovať extrémne hodnoty v časovom rade, homogenizovať hodnoty radu prepočtom na rovnaký počet pracovných dní atď.

V ďalšej časti popíšeme základné kroky programu X-11 pre verziu multiplikatívneho modelu štvrt'ročného časového radu s počtom pozorovaní t . V krátkosti zhrnieme výhody a nevýhody tejto metódy a pozrieme sa na to, ako sa ďalej metóda vylepšovala.

Program X-11 je založený na sérii symetrických kľzavých priemerov, na koncoch radu na asymetrických kľzavých priemeroch.

1. Prvý odhad trendovo-cyklickej zložky: Na časový rad aplikujeme 5-členný vážený kľzavý priemer dĺžky 5:

$$Tr_t^{(1)}(5) = \frac{y_{t-2} + 2y_{t-1} + 2y_t + 2y_{t+1} + 2y_{t+2}}{5}.$$

2. Prvý odhad sezónnej a náhodnej zložky: Pôvodný rad predelíme prvým odhadom trendovo-cyklickej zložky:

$$S_t \cdot \varepsilon_t^{(1)} = \frac{y_t}{Tr_t^{(1)}}.$$

3. Prvý odhad sezónnej zložky $S_t^{(1)}$: Na prvý odhad sezónnej a náhodnej zložky aplikujeme 5-členný vážený kľzavý priemer dĺžky 17:

$$\hat{S}_t^{(1)} = \frac{S_{t-8}\varepsilon_{t-8}^{(1)} + 2S_{t-4}\varepsilon_{t-4}^{(1)} + 3S_t\varepsilon_t^{(1)} + 2S_{t+4}\varepsilon_{t+4}^{(1)} + S_{t+8}\varepsilon_{t+8}^{(1)}}{9}.$$

4. Spočítame 5-členný vážený kľzavý priemer dĺžky 5 prvého odhadu sezónnych faktorov z kroku 2. Stratíme tak dve hodnoty na oboch koncoch radu. Doplníme ich tak, že na oboch koncoch dvakrát zopakujeme prvú a poslednú dostupnú hodnotu, dostaneme $\tilde{S}^{(1)}$. Aby bola splnená podmienka kompenzácie sezónnych faktorov v rámci roka, tak spočítame:

$$S_t^{(1)} = \frac{8\tilde{S}_t^{(1)}}{\tilde{S}_{t-2}^{(1)} + 2\tilde{S}_{t-1}^{(1)} + 2\tilde{S}_t^{(1)} + 2\tilde{S}_{t+1}^{(1)} + \tilde{S}_{t+2}^{(1)}}.$$

5. Predelením sezónnej a náhodnej zložky sezónnou dostaneme odhad náhodnej zložky:

$$\varepsilon_t^{(1)} = \frac{S_t\varepsilon_t^{(1)}}{S_t^{(1)}}.$$

Odhad náhodnej zložky využijeme na detekciu extrémnych hodnôt. Vypočítame štandardnú odchýlku náhodnej zložky za každých 5 rokov a stredný rok porovnáme s 2,5 násobkom štandardnej odchýlky. Odstránime všetky hodnoty, ktoré sú mimo násobku a prepočítame tak, že pri hodnotách ktoré boli viac ako 2,5 násobok dáme nulovú váhu, pri hodnotách, ktoré boli menej ako 1,5 násobok dáme váhu 1 a pri ostatných váhy lineárne priradíme.

6. Aplikujeme 5-členný kľzavý priemer na prvý odhad sezónnej a náhodnej zložky, avšak už s nahradenými extrémnymi hodnotami, dostaneme tak prvé odhady sezónnych faktorov.
7. Opakujeme krok 4., použijeme sezónne faktory z kroku 7.
8. Predelením pôvodného časového radu výstupom z kroku 8. dostaneme prvý odhad sezónne očisteného radu:

$$A_t^{(1)} = \frac{y_t}{S_t^{(1)}}.$$

9. Druhý odhad trendovo-cyklickej zložky: Na prvý odhad sezónne očisteného radu aplikujeme 5-členný Hendersonov kľzavý priemer. Pri programe X-11 ARIMA zväčša aplikujeme 5-členný Hendersonov kľzavý priemer a pri X-12 ARIMA Hendersonov kľzavý priemer nejakej nepárnej dĺžky. Hendersonové kľzavé priemery sú špeciálne typy kľzavých priemerov.

$$Tr_t^{(2)} = \frac{-21A_{t-2}^{(1)} + 84A_{t-1}^{(1)} + 160A_t^{(1)} + 84A_{t+1}^{(1)} - 21A_{t+2}^{(1)}}{286}.$$

10. Druhý odhad sezónnej a náhodnej zložky dostaneme predelením pôvodného radu druhým odhadom trendovo-cyklickej zložky:

$$S_t \cdot \varepsilon_t^{(2)} = \frac{y_t}{Tr_t^{(2)}}.$$

11. Druhý odhad sezónnej zložky $S_t^{(2)}$: Aplikujeme 7 členný vážený kľzavý priemer dĺžky 25:

$$\hat{S}_t^{(2)} = \frac{S_{t-12}\varepsilon_{t-12}^{(2)} + 2S_{t-8}\varepsilon_{t-8}^{(2)} + 3S_{t-4}\varepsilon_{t-4}^{(2)} + 3S_t\varepsilon_t^{(2)} + 3S_{t+4}\varepsilon_{t+4}^{(2)} + 2S_{t+8}\varepsilon_{t+8}^{(2)} + S_{t+12}\varepsilon_{t+12}^{(2)}}{15}$$

12. Opakujeme krok 4.
13. Druhý odhad sezónne očisteného radu dostaneme tak ako v predchádzajúcej časti:

$$A_t^{(2)} = \frac{y_t}{S_t^{(2)}}.$$

Prirodzene program X-11 je použiteľný aj na mesačné časové rady, a v oboch prípadoch máme k dispozícii multiplikatívny a aditívny model. Pred procesom opísaným vyššie môže byť časový rad upravený, aby dočasne odstránil extrémne hodnoty, vplyv počtu kalendárnych, pracovných dní, prázdnin, priestupných rokov. Výhody programu sú jeho robustnosť, sú doň vnesené praktické skúsenosti. Nevýhodou je použitie asymetrických

filtrov na oboch koncoch časového radu, absencia explicitného modelu a vzhľadom na veľa možností programu sú výsledky rôznych používateľov ťažko porovnateľné.

Vzniká otázka, aký počet vstupných dát použiť, aby sme dosiahli prijateľný odhad sezónnej zložky. Ak časové rady preukazujú relatívne stabilnú sezónnosť, tak časový rad s dĺžkou 5 rokov je akceptovateľná dĺžka. Pokiaľ dáta preukazujú silnú a stabilnú sezónnosť, tak postačujú aj časové rady s dĺžkou 3 roky pri mesačných údajoch, pri štvrťročných aspoň 4 roky. Optimálna je aplikácia sezónneho očistenia na aspoň 7 ročné časové rady.

Ako už aj s názvom vyplýva, s ďalším rozvojom programu X-11 prišlo aj rozšírenie o ARIMA modely. Práve ARIMA modely riešia problém použitia asymetrických filtrov. Pomocou vhodného ARIMA modelu sa rozšíri vstupný časový rad na obidvoch koncoch o jeden až tri roky a potom nasleduje sezónne očistenie metódou X-11. Vďaka začleneniu ARIMA modelov do procesu sa tiež zmierňuje problém s revíziami. Ako ukazujú mnohé empirické porovnania, rozsah revízií je v značnej miere redukovaný.

ARIMA modely používajú na modelovanie časových radov tri nástroje. Prvým nástrojom je autoregresná časť, AR(p), definovaná ako:

$$y_t = \varphi_1 y_{t-1} + \dots + \varphi_p y_{t-p} + \varepsilon_t.$$

Pre zápis ARIMA modelov sa používa operátor spätného posunutia B:

$$By_t = y_{t-1},$$

potom $\varphi(B)y_t = \varepsilon_t$, kde $\varphi(B) = 1 - \varphi_1 B - \dots - \varphi_p B^p$.

Druhým nástrojom sú kľzavé priemery, MA(q), definované ako:

$$y_t = \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q},$$

pomocou symboliky operátora spätného posunutia:

$$y_t = \theta(B)\varepsilon_t, \text{ kde } \theta(B) = 1 + \theta_1 B + \dots + \theta_q B^q.$$

Posledným nástrojom je diferencovanie, I(d), ktorým dosiahneme, že časový rad bude stacionárny, pričom parameter d hovorí o stupni diferencií:

$$\delta(B)y_t = (1 - B)^d y_t.$$

Výsledný zápis ARIMA modelu vyzerá nasledovne:

$$\varphi(B)\delta(B)y_t = \theta(B)\varepsilon_t.$$

Symbolicky zápis modelu je ARIMA(p, d, q).

V prípade prítomnosti sezónnej zložky má model tvar:

$$\varphi(B)\Phi(B)\delta(B)\Delta(B)y_t = \theta(B)\Theta(B)\varepsilon_t.$$

kde s vyjadruje počet sezón. Znamená to, že v autoregresnej časti modelu je sezónna zložka vyjadrená ako:

$$\Phi(B) = (1 - \Phi_1 B^s - \dots - \Phi_p B^{ps}),$$

v časti kľzavých priemerov, je sezónna zložka vyjadrená ako:

$$\Theta(B) = (1 + \Theta_1 B^s + \dots + \Theta_q B^{qs}),$$

a nakoniec stupeň sezónneho diferencovania vyjadruje parameter D :

$$\Delta(B) = (1 - B^s)^D.$$

Sezónny ARIMA model symbolicky zapisujeme ako ARIMA(p, d, q)(P, D, Q) s . Určiť správny počet parametrov p, d, q a P, D, Q nie je jednoduché. Program X-11 ARIMA vyberá z nasledujúcich sezónnych ARIMA modelov:

- pre multiplikatívny model a log-aditívny model: $\log(0, 1, 1)(0, 1, 1)s$,
 $\log(0, 2, 2)(0, 1, 1)s$ a $(2, 1, 2)(0, 1, 1)s$
- pre aditívny model: $(0, 1, 1)(0, 1, 1)s$, $(0, 2, 2)(0, 1, 1)s$ a $(2, 1, 2)(0, 1, 1)s$.

Tieto tri modely sú v rámci programu odhadnuté a je vyčíslená spätná predpoveď pre posledné tri roky časového radu. Podľa chyby predpovede je potom vybraný konkrétny model. Pokiaľ sú odmietnuté všetky modely, je použitý obyčajný program X-11.

Ďalším stupňom vylepšenia je X-12 ARIMA. Hlavnou zmenou oproti predchádzajúcemu programu je predúprava vstupného časového radu programovou časťou REGARIMA. Jej úlohou je rozoznať a opraviť rôzne typy extrémnych hodnôt, odhadnúť kalendárové vplyvy a overiť ich prítomnosť a automaticky odhadnúť ARIMA model.

2.3 TRAMO/SEATS

Program TRAMO/SEATS patrí ku modelovo založeným metódam sezónneho očisťovania, jeho hlavným nástrojom sú ARIMA modely. Ako už názov naznačuje pozostáva z dvoch častí. Program TRAMO slúži na odhad, predpoveď a interpoláciu regresného ARIMA modelu, pričom vstupný rad môže obsahovať chýbajúce pozorovania, rôzne typy extrémnych hodnôt a dokáže odstrániť vplyvy ako napríklad efekt pracovných dní, spôsobený rôznym rozložením pracovných dní v mesiacoch.

TRAMO odhadne model:

$$y_t = \underbrace{\sum_{i=1}^{n_o} \omega_i \lambda_i(B) d_{it} + \sum_{i=1}^{n_c} \alpha_i cal_{it} + \sum_{i=1}^{n_r} \beta_i reg_{it}}_{z_t} + x_t, \quad (1)$$

kde d_{it} je pomocná premenná, ktorá indikuje pozíciu i -tej extrémnej hodnoty, B je operátor spätného posunutia charakterizovaný v predchádzajúcej kapitole, $\lambda_i(B)$ je polynomiálna v B , ω_i hovorí o efekte extrémnej hodnoty, cal_{it} označuje premenné kalendárneho typu, reg_{it} regresné premenné, α_i, β_i sú koeficienty kalendárnych a regresných premenných, n_o, n_c, n_r označujú počet premenných vstupujúcich do jednotlivých súm a x_t je dané ARIMA procesom:

$$\varphi(B)\Phi(B)\delta(B)\Delta(B)x_t = \theta(B)\Theta(B)a_t, \quad (2)$$

a_t je biely šum, so strednou hodnotou 0 a disperziou σ_a^2 .

TRAMO automaticky testuje, či je potrebná logaritmická transformácia a či existuje vo vstupnom časovom rade kalendárny efekt. Identifikuje a upravuje tri typy extrémnych hodnôt, aditívnych outlierov, pre ktorých $\lambda(B)=1$, krátkodobé zmeny, pre ktoré $\lambda(B)=1/(1-0,7B)$ a úrovnňové posuny, kde $\lambda(B)=1/(1-B)$. Pomocou metódy maximálnej vierohodnosti alebo metódy najmenších štvorcov program odhadne obe časti modelu (1), z_t a x_t , linearizovaný rad a jeho ARIMA model, ktoré sú vstupom pre program SEATS. Ten odhadne trendovo-cyklickú, Tr_t , sezónnu, S_t , a náhodnú zložku, ε_t , pomocou funkcie spektrálnej hustoty. Dekompozícia predpokladá, že zložky sú ortogonálne, a každú vie vyjadriť ako ARIMA proces. Z ARIMA modelu SEATS odvodí modely pre jednotlivé zložky v nasledujúcej štruktúre:

$$\Delta^d Tr_t = \theta_p(B)a_{Tr},$$

$$QS_t = \theta_s(B)a_{St},$$

kde $Q = 1 + B + \dots + B^{s-1}$. Agregáciou modelov pre všetky zložky dostaneme model (2) pre x_t , model pre sezónne očistený rad dostaneme agregáciou modelov pre Tr_t a ε_t . Na odhad a predpoveď komponentov je použitý Wiener-Kolmogorov filter, ktorý predĺži rad na oboch koncoch. Pokiaľ použijeme obe programové časti TRAMO a SEATS, konečný odhad komponentov časového radu dostaneme začlenením efektov, ktoré boli odstránené programovou časťou TRAMO, napríklad aditívnych outlierov priradíme k náhodnej zložke, úrovnňové posuny do trendovo-cyklickej zložky.

2.4 Regresný prístup

Ďalšou možnosťou ako modelovať sezónnu zložku je regresný prístup. Pri regresnom prístupe modelujeme súčasne trendovú aj sezónnu zložku. Vychádzame taktiež z aditívneho alebo multiplikatívneho modelu:

$$y_t = Tr_t + S_t + \varepsilon_t \quad \text{alebo} \quad y_t = Tr_t \cdot S_t \cdot \varepsilon_t.$$

Ak máme ročne L pozorovaní, potom sezónnu zložku vyjadríme v tvare:

$$S_t = \alpha_2 x_{2t} + \alpha_3 x_{3t} + \dots + \alpha_L x_{Lt},$$

kde $x_{2t}, \dots, x_{Lt}$ sú umelé premenné, ktoré sú definované nasledujúcim spôsobom:

$$x_{jt} = \begin{cases} 1 & \text{ak čas } t \text{ zodpovedá } j - \text{temu obdobiu v roku} \\ 0 & \text{inak} \end{cases}.$$

Trendovú zložku modelujeme vhodnou funkciou, pre jednoduchosť uvažujeme lineárny regresný model:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 t + \alpha_2 x_{2t} + \alpha_3 x_{3t} + \dots + \alpha_L x_{Lt} + \varepsilon_t.$$

Z regresie dostaneme odhady parametrov $\alpha_2, \dots, \alpha_L$, z ktorých potom určíme sezónne faktory. Aby bola splnená požiadavka $\sum_{j=1}^s S_j = 0$ spočítame hodnotu :

$$\bar{\alpha} = \frac{\alpha_2 + \alpha_3 + \dots + \alpha_L}{L},$$

ktorú pripočítame ku konštantnému členu trendu, odhady jednotlivých sezónnych faktorov potom určíme zo vzťahu:

$$s_j = \alpha_j - \bar{\alpha}.$$

3. Štatistické testy sezónnosti

Na posúdenie vhodnosti a kvality sezónneho očistenia máme k dispozícii niekoľko testov. V tejto časti uvedieme krátky popis niektorých z nich.

3.1 F-test na prítomnosť stabilnej sezónnosti

Tento test je založený na analýze disperzie sezónnej a náhodnej zložky časového radu. Odhad sezónnej a náhodnej zložky získame odpočítaním, respektíve predelením pôvodného časového radu trendovo-cyklickou zložkou, ktorú dostaneme zo štvrt'ročných časových radov aplikáciou 5-členného váženého klzavého priemeru a z mesačných časových radov aplikáciou 13-členného váženého klzavého priemeru. V prípade aditívneho modelu teda pracujeme s časťou $|S + I|_{ij}$ a v prípade multiplikatívneho modelu s časťou $|S \cdot I - 100|_{ij}$, označme si ju všeobecne SI_{ij} , pričom $i = 1, 2, \dots, n$ rokov a $j = 1, 2, \dots, s$ sezón.

Testujeme hypotézu H^0 : významná sezónnosť nie je prítomná. Testovacím kritériom je podiel $F = \sigma_q^2 / \sigma_r^2$, kde σ_q^2 je medzikvartálna disperzia, ktorá je spôsobená najmä sezónnou zložkou a σ_r^2 je reziduálna disperzia, ktorá je spôsobená najmä náhodnou zložkou. Vypočítame ich nasledovne:

$$\sigma_m^2 = \frac{n}{s-1} \sum_{j=1}^s \left(\overline{SI}_j - \overline{\overline{SI}} \right)^2,$$

$$\sigma_r^2 = \frac{1}{n-s} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^s (SI_{ij} - \overline{SI}_j)^2,$$

$$\text{kde } \overline{SI}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n SI_{ij} \quad \text{a} \quad \overline{\overline{SI}} = \frac{1}{n \cdot s} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^s SI_{ij}$$

Podiel F porovnáme s kritickou hodnotou F -štatistiky pri požadovanej hladine významnosti, so stupňami voľnosti $s-1$ a $n-s$. Vzhľadom na to, že niektoré základné predpoklady F -testu môžu byť porušené, je zvyklosťou testovať pri hladine významnosti 0,1%.

3.2 F-test na prítomnosť premenlivej sezónnosti

Test vychádza taktiež s analýzy sezónnej a náhodnej zložky časového radu. Testujeme hypotézu H^0 : nie je prítomná premenlivá sezónnosť. Testujeme podiel $F = \sigma_y^2 / \sigma_r^2$, kde σ_y^2 je medziročná disperzia, ktorá je spôsobená pohybmi sezónnych odchýlok medzi rokmi. Vypočítame ju ako:

$$\sigma_y^2 = \frac{s-1}{n-1} \sum_{i=1}^n \left(\overline{SI}_i - \overline{\overline{SI}} \right)^2,$$

$$\text{kde } \overline{SI}_i = \frac{1}{s} \sum_{j=1}^s SI_{ij},$$

$\overline{\overline{SI}}$ ostáva to isté ako v minulom teste. Reziduálnu disperziu dostaneme v tomto prípade nasledovne:

$$\sigma_r^2 = \frac{1}{(s-1)(n-1)} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^s \left(SI_{ij} - \overline{SI}_j - \overline{SI}_i + \overline{\overline{SI}} \right)^2.$$

Oproti predchádzajúcemu testu, pre ktorý boli vysoké hodnoty F vyhovujúce pre prítomnosť merateľnej sezónnosti, v tomto prípade vysoké hodnoty indikujú premenlivú sezónnosť, čo znižuje pravdepodobnosť spoľahlivého odhadu sezónnych faktorov.

3.3 Kombinovaný test na prítomnosť identifikovateľnej sezónnosti

Tento test kombinuje dva predchádzajúce testy a Kruskal-Wallisov test na prítomnosť stabilnej sezónnosti, ktorému sa nebudeme podrobne venovať. Označme si F_s a F_m výsledky z predchádzajúcich testov. Testujeme hypotézu H^0 : nie je prítomná identifikovateľná sezónnosť.

Ak pre test o stabilnej sezónnosti nie je zamietnutá H^0 na 0,1% hladine významnosti tak výsledkom tohto testu je, že identifikovateľná sezónnosť nie je prítomná.

V prípade ak je v prvom teste zamietnutá H^0 tak spočítame:

$$T_1 = \frac{7}{F_m - F_s} \quad \text{a} \quad T_2 = \frac{3F_m}{F_s}.$$

Ak je zamietnutá H^0 testu na prítomnosť premenlivej sezónnosti na 5% hladine významnosti a zároveň je priemer týchto dvoch hodnôt väčší alebo rovný 1, tak prijímame H^0 , identifikovateľná sezónnosť nie je prítomná. Ak $T_1 < 1$ a $T_2 < 1$, a stabilnú sezónnosť

potvrdí aj Kruskal-Wallisov test, tak H^0 kombinovaného testu je zamietnutá, teda identifikovateľná sezónnosť je prítomná.

Ak je zamietnutá H^0 v teste o stabilnej sezónnosti, je zamietnutá H^0 v teste o premenlivej sezónnosti a zároveň $T_1 > 1$ alebo $T_2 > 1$, alebo Kruskal-Wallisov test nepotvrdil prítomnosť stabilnej sezónnosti, tak výsledkom tohto testu je, že identifikovateľná sezónnosť zrejme nie je prítomná.

Nakoniec, ak je prítomná stabilná sezónnosť podľa oboch testov a nie je prítomná premenlivá sezónnosť tak H^0 kombinovaného testu je zamietnutá, teda identifikovateľná sezónnosť je prítomná.

4. Charakterizácia problému

Sezónne fluktuácie v ekonomických časových radoch predstavujú problém pre ekonometrické modelovanie. Môžeme ich nezobrať do úvahy, riskujeme však, že pri modelovaní nám neodstránené sezónne výkyvy spôsobia neadekvátne odhady. Je viacero možností ako k problému pristúpiť, zakomponovať do modelu umelé sezónne premenné, či očistiť časové rady od sezónnej zložky, kde máme k dispozícii rôzne metódy.

Predpokladajme, že vysvetľovaná premenná y_t je generovaná lineárnym modelom, ktorý môžeme zapísať v tvare:

$$y_t = \sum_{i=1}^n \beta_i x_{it} + \varepsilon_t, \quad (1)$$

x_{it} sú vysvetľujúce premenné, β_i sú koeficienty vysvetľujúcich premenných, ε_t je reziduálna zložka s nulovou strednou hodnotou a varianciou σ^2 .

Ak predpokladáme prítomnosť sezónnej zložky, môžeme zapísať model v tvare s umelými sezónnymi premennými:

$$y_t = \sum_{i=1}^n \beta_i x_{it} + s_t + \varepsilon_t, \quad (2)$$

s_t predstavuje sezónne výkyvy, ktoré sa v rámci roka menia, ale každoročne v danom mesiaci/štvrtroku nadobúdajú tie isté hodnoty.

Ak podrobíme časové rady y_t a x_{it} sezónnemu očisteniu, dostaneme:

$$y_t^a = \sum_{i=1}^n \beta_i x_{it}^a + \varepsilon_t^a. \quad (3)$$

Je možné, že sezónnosť vysvetľovanej premennej y_t je úplne výsledkom sezónnych výkyvov vysvetľujúcich premenných, $(x - x^a)\beta = y - y^a$. V takom prípade je model korektne formulovaný v tvare (1) a regresia je vhodne realizovaná použitím neočistených časových radov. Práve použitie sezónne očistených radov by mohlo spôsobiť chyby v modeli.

V ďalšej časti sa budeme snažiť zodpovedať hypotézu na základe empirickej štúdie, pri ktorom modelovaní vzniká väčšia chyba. Náš predpoklad je že nevysvetlená časť, teda chyba modelu (1), označme si ju $\varepsilon_t^{(1)}$, bude vždy väčšia ako chyba modelu (2), $\varepsilon_t^{(2)}$ a tiež $\varepsilon_t^{(1)}$ bude väčšia ako chyba modelu (3), $\varepsilon_t^{(3)}$, pričom chybu modelu pri využití sezónne

očistených časových radov môžeme rozdeliť na dve časti, na chybu, ktorá vznikla pri sezónnom očisťovaní a na chybu modelu.

Vhodnosť modelu môžeme určovať aj na základe porovnania predpovede modelu a skutočnosti. Naša otázka a teda predmet ďalšieho skúmania bude, ako sa mení prognostická schopnosť modelov (1), (2) a (3), pričom v prípade (3) na očisťovanie časových radov budeme používať 3 rôzne metódy, jednoduchú metódu kľzavých priemerov, X-12 ARIMA a TRAMO/SEATS. Tento problém skúmame na dvoch jednoduchých modeloch, na modeli daňových príjmov a na modeli konečnej spotreby domácností. V prípade daňových príjmov po grafickom zobrazení vidíme nepravidelný vývoj časového radu a nie je priamo viditeľná sezónna zložka. U väčšiny premenných vstupujúcich do modelu konečnej spotreby je z grafov jednoznačne pozorovateľná sezónna zložka a jej odstránením dostávame takmer hladké rady. Budeme teda pozorovať, čo u týchto dvoch modelov spôsobia rôzne prístupy k sezónnosti.

4.1 Modelovanie daňových príjmov

4.1.1 Daňové príjmy

Na analýzu vplyvov sezónneho očisťovania na ekonometrický model, sme si zvolili krátky model daňových príjmov Slovenskej republiky. Daňové príjmy tvoria najväčšiu časť príjmov štátneho rozpočtu. Hlavnými zložkami daňových príjmov sú spotrebná daň, daň z pridanej hodnoty, daň z príjmov právnických osôb a daň z príjmov fyzických osôb. Môžeme očakávať prítomnosť sezónnosti, pretože napríklad prvé dva spomenuté druhy daní sú viazané na spotrebu, ktorá vždy narastá vo štvrtom štvrťroku, dane z príjmov sú viazané na príjem a tiež ich výber ovplyvňuje termín zúčtovacieho obdobia. Zároveň sa však na Slovensku viac krát menili daňové sadzby, napríklad daň z príjmov právnických osôb klesala zo 40% cez 29% až na 19% od roku 2004, čo môže nepriaznivo ovplyvňovať odhady sezónnej zložky. Modelovali sme spomenuté štyri zložky daní, ktoré sme potom porovnali so skutočným súčtom výnosov z týchto daní.

Vychádzali sme z modelu Ekonomického ústavu SAV[9]. Funkčné vzťahy modelu sú nasledujúce:

$$DP = SD + DPH + DPPO + DPFO,$$

$$SD = f(HCP, POIL),$$

$$DPH = f(DPHE, HCP + DFKP),$$

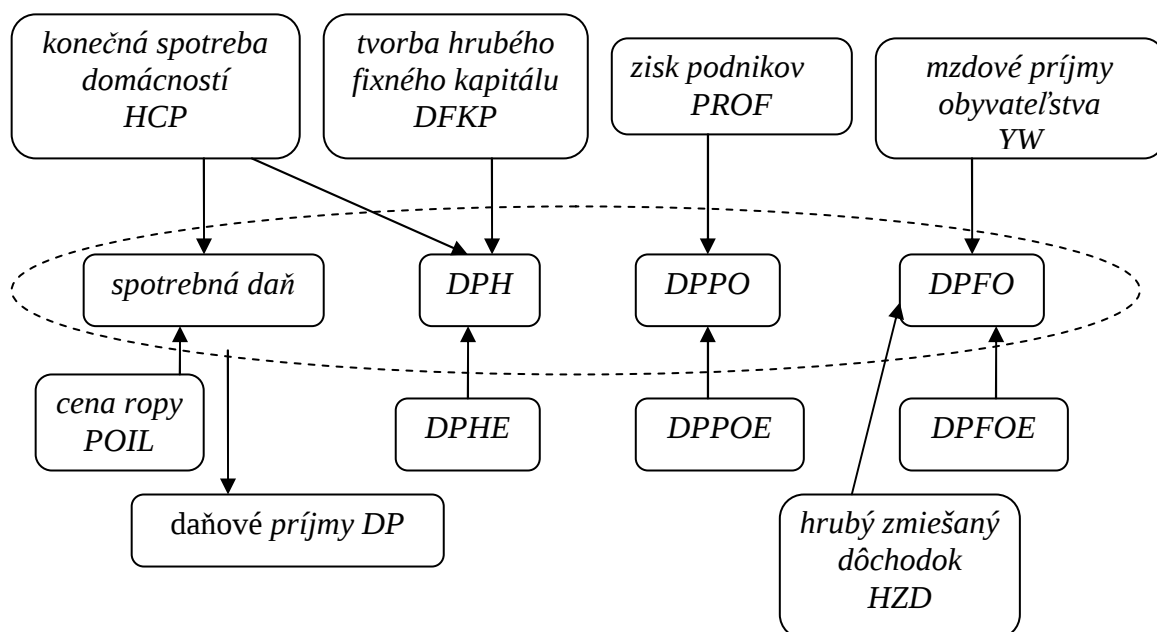
$$DPPO = f(DPPOE, PROF),$$

$$DPFO = f(DPFOE, YW + HZD).$$

<i>DP</i>	daňové príjmy, mld. Sk
<i>SD</i>	spotrebné dane, mld. Sk
<i>DPH</i>	daň z pridanej hodnoty, mld. Sk
<i>DPPO</i>	daň z príjmov právnických osôb, mld. Sk
<i>DPFO</i>	daň z príjmov fyzických osôb, mld. Sk
<i>HCP</i>	konečná spotreba domácností, mld. Sk
<i>POIL</i>	cena ropy, Sk/barel
<i>DFKP</i>	tvorba hrubého fixného kapitálu, mld. Sk
<i>PROF</i>	zisk podnikov, mld. Sk
<i>YW</i>	mzdové príjmy obyvateľstva, mld. Sk
<i>HZD</i>	hrubý zmiešaný dôchodok, mld. Sk
<i>DPHE, DPPOE, DPFOE</i>	efektívne daňové sadzby

Spotrebná daň je založená na konečnej spotrebe domácností a na zmene cien ropy, pretože cena ropy vplýva na výnos dane z minerálnych olejov, ktoré tvoria najväčšiu zložku spotrebných daní. DPH je závislá od konečnej spotreby domácností a tvorby hrubého fixného kapitálu. Okrem toho rovnica DPH obsahuje aj efektívnu daňovú sadzbu. Efektívna daňová sadzba vyjadruje priemernú daňovú sadzbu účinnú na všetky zdaňované subjekty. Ak sa vyskytuje viacero daňových sadzieb, použitá je očakávaná vážená priemerná sadzba. Vývoj jednotlivých efektívnych daňových sadzieb je na grafe v prílohách. Daň z príjmov právnických osôb sa odvíja od zisku podnikov a efektívnej daňovej sadzby. Daňová sadzba zaznamenala výrazné zmeny, keď sa zo 40% v roku 1995-1999 znížila na 29%, 25% a nakoniec na 19% v roku 2004. Napriek tomu, že sa daňová sadzba znižovala, výnos z dane rástol, momentálne tvorí okolo 20% z celkových daňových príjmov. Rovnica na daň z príjmov fyzických osôb je závislá od súhrnu mzdových príjmov domácností a hrubého zmiešaného dôchodku, a od efektívnej daňovej sadzby. Do roku 2005 tvorila DPFO asi 15% daňových príjmov, po zmene adresáta tejto dane klesol jej podiel na nepatrnú časť, približne 2%.

Obr. 1.: Schéma vzťahov daňových príjmov



Pracovali sme so štvrtročnými časovými radmi od roku 1995 do roku 2008. Zdrojom údajov bola databáza Štatistického úradu SR Slovstat a Ministerstvo financií SR.

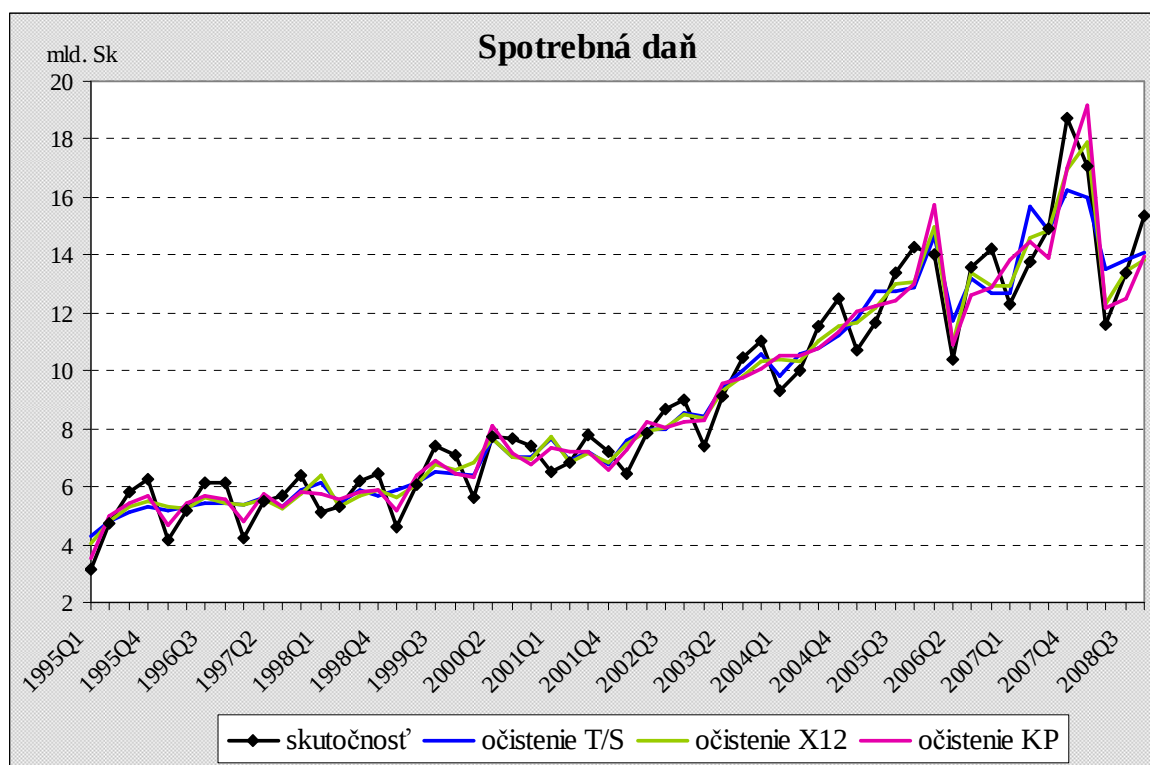
4.1.2 Sezónne očistenie

Všetky časové rady sme sezónne očistili troma rôznymi metódami, kľzavými priemerami, programom X-12 ARIMA a programom TRAMO/SEATS. Očisťovali sme pomocou programu EViews5. Pri metóde kľzavých priemerov a programe X-12 ARIMA sme použili multiplikatívny model, pretože sezónne odchýlky sa s trendom približne zväčšovali. Multiplikatívny model sme nemohli použiť iba v prípade dane z príjmov fyzických osôb, lebo sa v časovom rade vyskytli aj záporné hodnoty. Pre metódu kľzavých priemerov je splnená podmienka kompenzácie sezónnych indexov:

$$\prod_{j=1}^4 S_j = 1.$$

V programe TRAMO/SEATS sme využili predúpravu časových radov programom TRAMO. Zmenili sme pôvodné nastavenia o prispôsobenie podľa dĺžky mesiacov a 5-dňového pracovného týždňa, a keďže z grafickej analýzy sú v niektorých obdobiach viditeľné extrémne hodnoty, tak sme nastavili ich automatickú detekciu. V ďalšej časti budeme používať výraz priemerný sezónny index, máme tým na mysli priemer pre daný štvrťrok zo všetkých rokov a všetkých troch použitých metód.

Graf 4.1.1: Sezónne očistenie spotrebnej dane



Na grafe sezónneho očistenia spotrebnej dane môžeme vidieť pravidelný vývoj v rokoch 1995-2005, keď bola najnižšia hodnota nadobúdaná v prvom štvrtroku. V prvých obdobiach je zrejmé, že metóda kľzavých priemerov nedostatočne upravuje prvé štvrtroky oproti ostatným metódam. V posledných obdobiach, 2006-2008, nie je vývoj pravidelný, ani po sezónnom očistení koniec časového radu nie je vyhladený a aj medzi jednotlivými sezónnymi očisteniami sú väčšie rozdiely. Na výkyvoch v posledných obdobiach má podiel aj predzásobovanie tabakovými výrobkami, ktoré sa dialo v dôsledku zvyšovania spotrebnej dane. Priemerné sezónne indexy sú postupne 87,5%, 96,2%, 106,9% a 109,8%. To znamená, že najväčšia sezónna odchýlka od trendu je v prvom štvrtroku a to priemerne 12,5%, teda sezónne očistené hodnoty sú približne o 12,5% vyššie ako skutočné.

Grafy ostatných skutočných a sezónne očistených časových radov sú uvedené v prílohách. Do rovnice spotrebnej dane nám vstupujú ceny ropy, ktorých sezónne očistené hodnoty sa takmer prekrývajú so skutočnými hodnotami, sezónne indexy sa však pohybujú do rozmedzia 4,5%, v prvom štvrtroku je index negatívny, 0,96% a v treťom, 104,6%, v ostatných štvrtrokoch je index takmer jedna, teda žiaden sezónny vplyv. Teda je iba čiastočná súvislosť medzi sezónnymi faktormi spotrebnej dane a cien ropy. Konečná spotreba domácností zaznamenáva negatívny výkyv v prvom štvrtroku, index je 98,1% a kladný výkyv v poslednom štvrtroku, 101%.

Sezónne indexy dane z pridanej hodnoty sú 87,2%, 101,4%, 98,1% a 112,6%. Predpokladali sme, že test na prítomnosť premenlivej sezónnosti preukáže jej prítomnosť, pretože počas celého obdobia sezónne indexy druhého a tretieho štvrtroku dosahovali hodnoty nad aj pod 100%. Test však potvrdil hypotézu o neprítomnosti premenlivej sezónnosti. Tvorba hrubého fixného kapitálu dosahuje záporné sezónne indexy v prvom a treťom štvrtroku, 87,3% a 98,9%, v ostatných štvrtrokoch kladné, 101,7% a 112,7%, sú podobné indexom DPH.

Sezónne vplyvy dane z príjmov právnických osôb sú výrazne kladné v prvom a druhom štvrtroku a to 120% a 107,7%, v ďalších štvrtrokoch sú záporné, 88,5% a 84,7%. Najvyššie hodnoty sú v prvom štvrtroku, lebo naň pripadá koniec zúčtovacieho obdobia za predchádzajúci rok, v druhom štvrtroku dochádza k prehodnocovaniu preddavkov na daň, aj z tohto dôvodu je sezónny index kladný. Zisk podnikov dosahuje iné sezónne výkyvy, jeho priemerné sezónne indexy sú 95,4%, 111,%, 117,1% a 78%.

Kvôli záporným hodnotám v dani z príjmov fyzických osôb sme použili aditívny model pre metódu kľzavých priemerov a X-12 ARIMA, preto neuvádzame sezónne indexy ako percentá ale ako hodnoty. Sezónne indexy sú postupne 0,037 mld. Sk, -0,979 mld. Sk,

-0,223 mld. Sk a 1,218 mld. Sk. Najvyšší index v štvrtom štvrťroku hovorí o tom, že vtedy je najvyšší výnos z dane z príjmov fyzických osôb, čo zodpovedá najvyšším príjmom v štvrtom štvrťroku. Na grafe dane z príjmov fyzických osôb môžeme vidieť, prečo kľzavé priemery nie sú vhodnou metódou. Kvôli tomu, že v roku 2005 nastal výrazný úrovňový posun, sú odhady sezónnych indexov veľmi skreslené, čo sa prejavuje veľkými odchýlkami od pôvodného časového radu najmä v rokoch 1995-1999. Sezónny index mzdových príjmov a hrubého zmiešaného dôchodku vo štvrtom štvrťroku je najvyšší 113,1% a 112,7% čo súhlasí s vysokým kladným indexom pre daň z príjmov fyzických osôb.

Vzhľadom na to že, rovnicu pre daňové príjmy sme si stanovili ako identitu, pri očisťovaní daňových príjmov máme dve možnosti. Prvá je, že budeme očisťovať daňové príjmy priamo. Druhá možnosť je očistiť ich nepriamo teda tak, že očistíme všetky štyri komponenty, ktoré potom spočítame. My sme si zvolili priame očistenie.

Na záver tejto podkapitoly uvádzame tabuľku testov pre všetky premenné vstupujúce do modelu. Používame nasledujúce označenie:

- T1 test na prítomnosť stabilnej sezónnosti, 0,1% hladina významnosti
- T2 test na prítomnosť premenlivej sezónnosti, 5% hladina významnosti
- T3 Kruskal-Wallisov test na prítomnosť stabilnej sezónnosti, 1% hladina významnosti
- T4 kombinovaný test na prítomnosť identifikovateľnej sezónnosti

P označuje prítomnosť a *N* neprítomnosť sezónnosti.

Tabuľka 4.1.1: Testy sezónnosti

	T1	T2	T3	T4
<i>DP</i>	<i>P</i>	<i>N</i>	<i>P</i>	<i>P</i>
<i>SD</i>	<i>P</i>	<i>N</i>	<i>P</i>	<i>P</i>
<i>DPH</i>	<i>P</i>	<i>N</i>	<i>P</i>	<i>P</i>
<i>DPPO</i>	<i>P</i>	<i>N</i>	<i>P</i>	<i>P</i>
<i>DPFO</i>	<i>P</i>	<i>P</i>	<i>P</i>	<i>P</i>
<i>HCP</i>	<i>P</i>	<i>N</i>	<i>P</i>	<i>P</i>
<i>POIL</i>	<i>P</i>	<i>P</i>	<i>P</i>	<i>P</i>
<i>DFKP</i>	<i>P</i>	<i>N</i>	<i>P</i>	<i>P</i>
<i>HZD</i>	<i>P</i>	<i>N</i>	<i>P</i>	<i>P</i>
<i>YW</i>	<i>P</i>	<i>N</i>	<i>P</i>	<i>P</i>

4.1.3 Odhady rovníc

Na odhadovanie rovníc sme použili jednoduchú metódu najmenších štvorcov. Rovnice sme odhadovali piatimi spôsobmi, bez sezónneho očistenia a bez pomocných sezónnych premenných, s použitím pomocných sezónnych premenných, použitím časových radov očistených kľzavými priemerami, metódou X-12 ARIMA a metódou TRAMO/SEATS.

Odhad rovníc bez sezónneho očistenia, alebo umelých sezónnych premenných:

$$\begin{aligned}\ln(SD) &= 0,941\ln(HCP) - 2,597_2 \\ &\quad (0,047) \quad (0,239) \quad , \\ \ln(DPH) &= 0,553\ln(DPHE) + 0,747\ln(HCP + DFKP) \\ &\quad (0,058) \quad (0,02) \quad , \\ \ln(DPPO) &= -0,265\ln(DPPOE) + 0,379\ln(PROF) \\ &\quad (0,212) \quad (0,063) \quad , \\ \ln(DPFO) &= 0,827\ln(DPFOE) + 0,766\ln(YW + HZD) \\ &\quad (0,059) \quad (0,035) \quad ,\end{aligned}$$

Záporné znamienko pred efektívnou daňovou sadzbou dane z príjmu právnických osôb potvrdzuje realitu, že pri poklese daňovej sadzby výnos dane stúpal.

Odhady rovníc s použitím sezónnych premenných:

$$\begin{aligned}\ln(SD) &= 0,712\ln(HCP) + 0,159\ln(POIL) + 0,141SV3 + 0,178SV4 - 2,076 \\ &\quad (0,081) \quad (0,054) \quad (0,037) \quad (0,038) \quad (0,257) \quad , \\ \ln(DPH) &= 0,947\ln(DPHE) + 0,536\ln(HCP + DFKP) - 0,109SV1 + 0,115SV4 + 1,883 \\ &\quad (0,175) \quad (0,085) \quad (0,037) \quad (0,037) \quad (0,768) \quad , \\ \ln(DPPO) &= -0,259\ln(DPPOE) + 0,366\ln(PROF) + 0,27SV1 \\ &\quad (0,201) \quad (0,063) \quad (0,101) \quad ,\end{aligned}$$

Posledná rovnica ostáva rovnaká ako v predchádzajúcom prípade, keďže sa neprejavila signifikantnosť sezónnych premenných, preto ju neuvádzame.

Odhady rovníc po očistení metódou kľzavých priemerov:

$$\begin{aligned}\ln(SD) &= 0,924\ln(HCP) - 2,507 \\ &\quad (0,039) \quad (0,195) \quad ,\end{aligned}$$

² uvedená hodnota je štandardná odchýlka koeficientu, toto značenie budeme používať aj v ďalšom texte

$$\begin{aligned}\ln(DPH) &= 0,938 \ln(DPHE) + 0,543 \ln(HCP + DFKP) + 1,831 \\ &\quad (0,172) \quad (0,083) \quad (0,753), \\ \ln(DPPO) &= -0,546 \ln(DPPOE) + 0,118 \ln(PROF) \\ &\quad (0,159) \quad (0,019), \\ \ln(DPFO) &= 0,929 \ln(DPFOE) + 0,811 \ln(YW + HZD) \\ &\quad (0,058) \quad (0,035),\end{aligned}$$

Odhady rovníc po očistení metódou X-12 ARIMA:

$$\begin{aligned}\ln(SD) &= 0,913 \ln(HCP) - 2,447 \\ &\quad (0,034) \quad (0,173), \\ \ln(DPH) &= 0,904 \ln(DPHE) + 0,553 \ln(HCP + DFKP) + 1,717 \\ &\quad (0,157) \quad (0,076) \quad (0,687), \\ \ln(DPPO) &= -0,57 \ln(DPPOE) + 0,117 \ln(PROF) \\ &\quad (0,154) \quad (0,018), \\ \ln(DPFO) &= 1,037 \ln(DPFOE) + 0,861 \ln(YW + HZD) \\ &\quad (0,048) \quad (0,03),\end{aligned}$$

Odhady rovníc po očistení metódou TRAMO/SEATS:

$$\begin{aligned}\ln(SD) &= 0,918 \ln(HCP) - 2,447 \\ &\quad (0,03) \quad (0,151), \\ \ln(DPH) &= 1,008 \ln(DPHE) + 0,497 \ln(HCP + DFKP) + 2,217 \\ &\quad (0,123) \quad (0,06) \quad (0,541), \\ \ln(DPPO) &= -0,55 \ln(DPPOE) + 0,119 \ln(PROF) \\ &\quad (0,135) \quad (0,016), \\ \ln(DPFO) &= 0,954 \ln(DPFOE) + 0,821 \ln(YW + HZD) \\ &\quad (0,051) \quad (0,032),\end{aligned}$$

Pri odhadoch na sezónne očistených dátach nám vypadáva z rovnice spotrebnej dane cena ropy kvôli nesignifikantnosti, strácame tak oproti rovnici s pomocnými sezónnymi premennými vysvetľujúcu premennú.

Tabuľka 4.1.2: Jednotlivé štatistiky odhadov rovníc

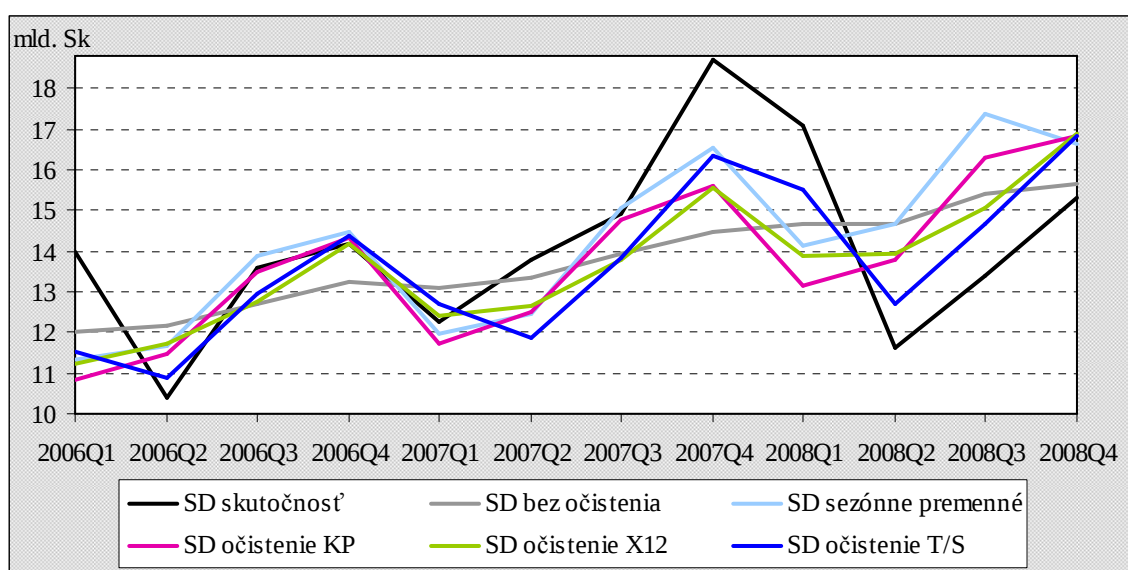
Spotrebná daň	bez	SV	KP	X12	T/S
koeficient determinácie	0,8795	0,9286	0,9125	0,9285	0,9445
upravený koeficient determinácie	0,8772	0,9229	0,9109	0,9271	0,9435
Akaikeho informačné kritérium	-1,0035	-1,4194	-1,4029	-1,6453	-1,9048
Schwarzovo informačné kritérium	-0,9312	-1,2386	-1,3306	-1,5730	-1,8325
Durbin-Watson štatistika	1,4228	1,5096	1,1503	0,9095	0,7202
Daň z pridanej hodnoty	bez	SV	KP	X12	T/S
koeficient determinácie	0,8924	0,9298	0,9227	0,9346	0,9571
upravený koeficient determinácie	0,8904	0,9243	0,9198	0,9321	0,9555
Akaikeho informačné kritérium	-1,1698	-1,4900	-1,5480	-1,7391	-2,1958
Schwarzovo informačné kritérium	-1,0974	-1,3091	-1,4395	-1,6306	-2,0873
Durbin-Watson štatistika	1,9884	1,7231	1,7176	1,6508	1,5040
Daň z príjmov právnických osôb	bez	SV	KP	X12	T/S
koeficient determinácie	0,3159	0,3964	0,3323	0,3611	0,4026
upravený koeficient determinácie	0,3032	0,3736	0,3199	0,3493	0,3915
Akaikeho informačné kritérium	0,7659	0,6764	0,6480	0,5817	0,3149
Schwarzovo informačné kritérium	0,8383	0,7849	0,7203	0,6540	0,3873
Durbin-Watson štatistika	1,1162	1,0222	0,9039	0,7693	0,6772
Daň z príjmov fyzických osôb	bez	SV	KP	X12	T/S
koeficient determinácie	0,7737	-	0,8138	0,8860	0,8524
upravený koeficient determinácie	0,7690	-	0,8101	0,8838	0,8495
Akaikeho informačné kritérium	1,0276	-	1,1050	0,8842	0,8904
Schwarzovo informačné kritérium	1,1041	-	1,1800	0,9572	0,9647
Durbin-Watson štatistika	1,3923	-	1,0799	2,4901	1,2774

Neuspokojivá je rovnica dane z príjmov právnických osôb, keď koeficient determinácie dosahuje maximálne hodnotu 0,4026. Pri sezónne očistených dátach je koeficient determinácie čiastočne lepší, avšak sú to stále veľmi nízke hodnoty. Pri všetkých ostatných rovniciach použitie pomocných sezónnych premenných alebo použitie sezónne očistených časových radov naznačuje vylepšenie odhadu. Čím je väčší koeficient determinácie, tým lepšie model odhaduje skutočnosť a teda tým menšia je chyba modelu. potvrdzuje sa tým naša hypotéza, že pri odhadovaní modelu na sezónne očistených dátach je chyba modelu menšia. Keď si zvolíme koeficient determinácie ako kritérium, tak najlepšou metódou na očišťovanie je metóda TRAMO/SEATS. Pre túto metódu sú však častejšie autokorelované reziduá.

4.1.4 Prognóza ex post

Cieľom práce je porovnať prognózu modelu odhadnutého na neočistených dátach, očistených dátach a prognózu modelu s využitím sezónnych premenných. Prognózu konštruujeme na období od roku 2006 do roku 2008, použité sú skutočné hodnoty exogénnych premenných a do poslednej rovnice daňových príjmov vstupujú prognózované hodnoty premenných. Pri modeloch odvodených zo sezónne očistených časových radov sme predpoveď urobili zo sezónne očistených vysvetľujúcich premenných a aplikovali na ňu sezónne indexy vysvetľovanej premennej.

Graf 4.1.2: Spotrebná daň:



Z grafu nie je zrejmé, ktorý prístup k modelovaniu bol najvhodnejší, preto spočítame aké priemerné chyby dosahujú predpovede v 12 štvrťrokoch, konkrétne priemernú absolútnu chybu (MAE), smerodajnú odchýlku chýb (RMSE) a priemernú absolútnu percentuálnu chybu (MAPE). Tiež uvedieme ročné agregáty porovnané so skutočnými ročnými hodnotami.

Tabuľka 4.1.3: Priemerné chyby predpovedí spotrebnej dane

	MAE	RMSE	MAPE
bez očistenia	1.646	1.991	11.70%
sezónne premenné	1.655	2.067	11.89%
KP	1.664	2.114	11.53%
X12	1.584	1.887	11.01%
T/S	1.255	1.448	8.65%

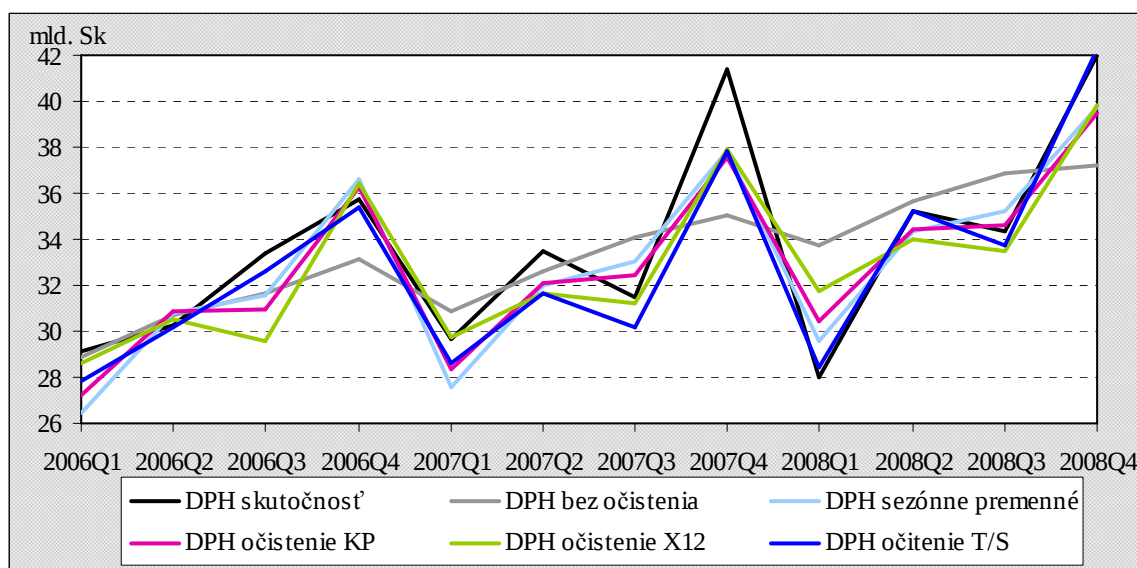
Najlepší je odhad na sezónne očistených dátach metódou TRAMO/SEATS. Ostatné odhady sa líšia od odhadu bez očistenia iba minimálne, použitie pomocných sezónnych premenných spôsobilo ešte väčšiu chybu.

Tabuľka 4.1.4: Porovnanie skutočných a predpovedaných ročných agregátov spotrebnej dane

	2006	2007	2008	2006	2007	2008
	ročné sumy			percentuálna chyba		
skutočnosť	52.15	59.69	57.42			
bez očistenia	50.19	54.85	60.40	3.76%	8.11%	-5.19%
sezónne premenné	51.36	55.96	62.83	1.51%	6.25%	-9.42%
KP	50.08	54.65	60.02	3.96%	8.44%	-4.53%
X12	49.88	54.43	59.75	4.34%	8.82%	-4.06%
T/S	49.77	54.70	59.74	4.56%	8.36%	-4.05%

Použitie sezónnych premenných dosahuje najmenšiu percentuálnu chybu v rokoch 2006 a 2007, v roku 2008 však najhoršiu. Modely s použitím sezónne očistených časových radov dosahujú podobné výsledky ako bez očistenia.

Graf 4.1.3: Daň z pridanej hodnoty



Pri pohľade na graf je evidentné, že najhoršie prognózu dáva model bez očistenia.

Tabuľka 4.1.5: Priemerné chyby predpovedí DPH

	MAE	RMSE	MAPE
bez očistenia	2.449	3.164	7.09%
sezónne premenné	1.677	1.866	4.98%
KP	1.577	1.869	4.65%
X12	1.581	2.070	4.63%
T/S	0.957	1.349	2.79%

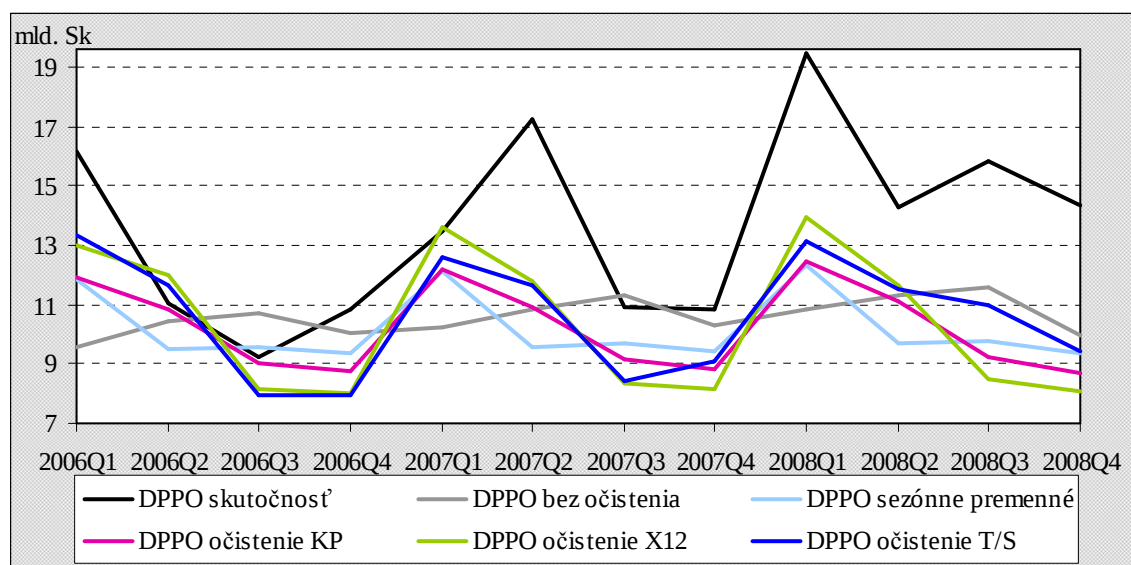
Tabuľka potvrdzuje najhoršiu predpoveď modelu bez očistenia. Najlepšie výsledky zaznamenáva model so sezónnym očistením TRAMO/SEATS.

Tabuľka 4.1.6: Porovnanie skutočných a predpovedaných ročných agregátov DPH

	2006	2007	2008	2006	2007	2008
	ročné sumy			percentuálna chyba		
skutočnosť	128.46	135.98	139.56			
bez očistenia	124.35	132.58	143.47	3.20%	2.50%	-2.80%
sezónne premenné	125.40	130.43	138.87	2.38%	4.08%	0.50%
KP	125.29	130.44	138.96	2.47%	4.07%	0.43%
X12	125.18	130.51	139.00	2.55%	4.02%	0.40%
T/S	126.00	128.20	139.68	1.92%	5.72%	-0.09%

Kladné hodnoty percentuálnych chýb hovoria o tom, že model podhodnocuje skutočnosť a záporné o nadhodnocovaní skutočnosti. V tomto prípade model s očistením TRAMO/SEATS dosahuje najlepšie výsledky v rokoch 2006 a 2008, v roku 2007 naopak najhorší výsledok. Výsledky ostatných modelov sú porovnateľné.

Graf 4.1.4: Daň z príjmov právnických osôb



O všetkých odhadoch môžeme povedať, že sú podhodnotené.

Tabuľka 4.1.7: Priemerné chyby predpovedí DPPO

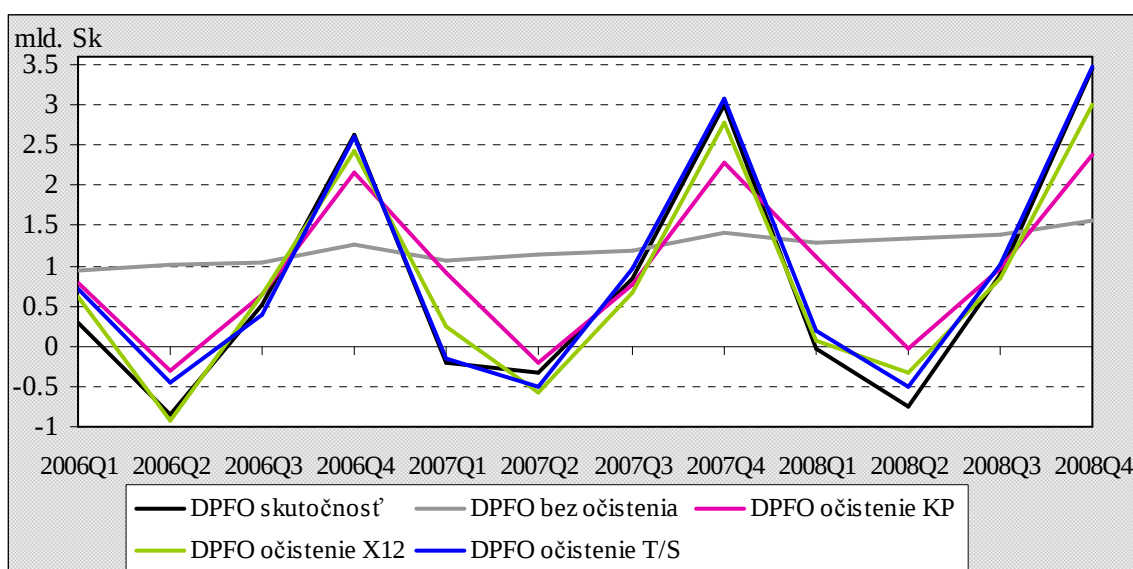
	MAE	RMSE	MAPE
bez očistenia	3.365	4.279	21.90%
sezónne premenné	3.501	4.283	23.16%
KP	3.381	4.140	22.51%
X12	3.379	4.020	23.61%
T/S	3.095	3.592	21.50%

Tabuľka 4.1.8: Porovnanie skutočných a predpovedaných ročných agregátov DPPO

	2006	2007	2008	2006	2007	2008
	ročné sumy			percentuálna chyba		
skutočnosť	47.26	52.42	63.92			
bez očistenia	40.73	42.67	43.68	13.82%	18.60%	31.66%
sezónne premenné	40.29	40.87	41.17	14.75%	22.03%	35.59%
KP	40.49	41.10	41.44	14.33%	21.59%	35.17%
X12	41.11	41.81	42.21	13.00%	20.24%	33.96%
T/S	40.82	41.76	45.05	13.62%	20.34%	29.52%

Všetky prístupy predpovede DPPO podhodnocujú skutočnosť. Výsledky potvrdzujú že odhady rovnice DPPO sú najhoršie z celého modelu.

Graf 4.1.5: Daň z príjmov fyzických osôb



Tabuľka 4.1.9: Priemerné chyby predpovedí DPFO

	MAE	RMSE	MAPE
bez očistenia	1.243	1.370	522.34%
KP	0.561	0.683	379.89%
X12	0.238	0.275	74.22%
T/S	0.169	0.213	88.94%

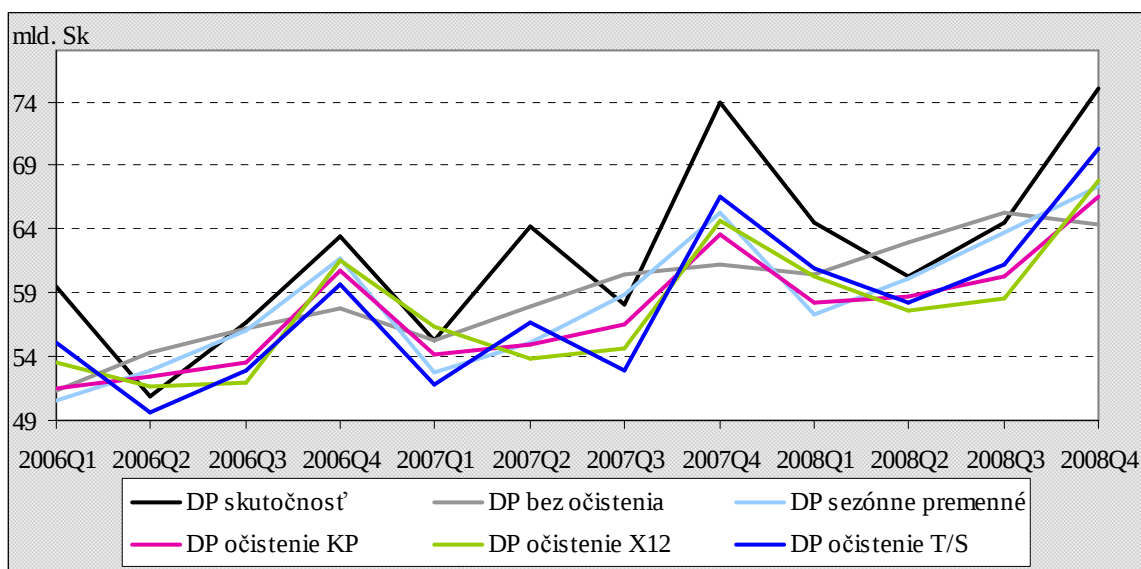
Vznikli nám obrovské priemerné chyby, i keď z grafu vyzerali predpovede prijateľne.. Spôsobené je to tým, že v niektorých obdobiach je skutočnosť malé záporné číslo, napríklad v prvom kvartáli 2007 je to -0,215, a predpoveď je niekoľkonásobne väčšia, 1,075, keďže sa nám takýchto prípadov vyskytlo viac, percentuálna chyba je potom 522%, preto lepšiu predstavu o výsledkoch získame z ročných agregovaných údajov.

Tabuľka 4.1.10: Porovnanie skutočných a predpovedaných ročných agregátov DPFO

	2006	2007	2008	2006	2007	2008
	ročné sumy			percentuálna chyba		
skutočnosť	2.59	3.31	3.55			
bez očistenia	4.25	4.81	5.58	-64.37%	-45.23%	-57.12%
KP	3.28	3.75	4.42	-26.87%	-13.25%	-24.30%
X12	2.77	3.09	3.58	-7.22%	6.52%	-0.83%
T/S	3.29	3.41	4.19	-27.09%	-3.05%	-17.96%

Na nasledujúcom obrázku je predpoveď daňových príjmov pre obdobie 2006-2008, vytvorená s predpovedí všetkých štyroch daní.

Graf 4.1.6: Daňové príjmy



Keďže čiastkové predpovede boli takmer vo všetkých prípadoch podhodnotené, tak celkové daňové príjmy sú čiastočne podhodnotené.

Tabuľka 4.1.11: Priemerné chyby predpovedí daňových príjmov

	MAE	RMSE	MAPE
bez očistenia	4.772	6.150	7.29%
sezónne premenné	4.211	5.520	6.51%
KP	4.860	5.872	7.48%
X12	4.811	5.627	7.46%
T/S	4.205	4.572	6.65%

Tabuľka 4.1.12: Porovnanie skutočných a predpovedaných ročných agregátov daňových príjmov

	2006	2007	2008	2006	2007	2008
	ročné sumy			percentuálna chyba		
skutočnosť	230.45	251.39	264.45			
bez očistenia	219.52	234.91	253.13	4.75%	6.56%	4.28%
sezónne premenné	221.30	232.07	248.45	3.97%	7.69%	6.05%
KP	218.29	229.02	243.85	5.28%	8.90%	7.79%
X12	218.68	229.65	244.32	5.11%	8.65%	7.61%
T/S	217.20	227.95	250.70	5.75%	9.33%	5.20%

Ročné agregáty najlepšie prognózuje model bez očistenia, model so sezónnymi premennými je o niečo lepší ako modely s použitím sezónneho čistenia. Podľa priemerných chýb počas štvrt rokov 2006-2008 sú najlepšie modely s použitím sezónnych premenných a s očistením TRAMO/SEATS. Podľa predpovedí sa teda použitie sezónne očistených radov neosvedčilo, napriek tomu, že odhady modelov po očistení boli lepšie.

4.2 Modelovanie konečnej spotreby domácností

4.2.1 Konečná spotreba domácností

Ďalším príkladom, na ktorom sme si všímali sezónne očisťovanie, je modelovanie konečnej spotreby domácností. Vychádzali sme z modelu Ekonomického ústavu SAV[9]. Funkčné vzťahy pre konečnú spotrebu domácností sú nasledujúce:

$$HCP = f(HDD, ACH3B),$$

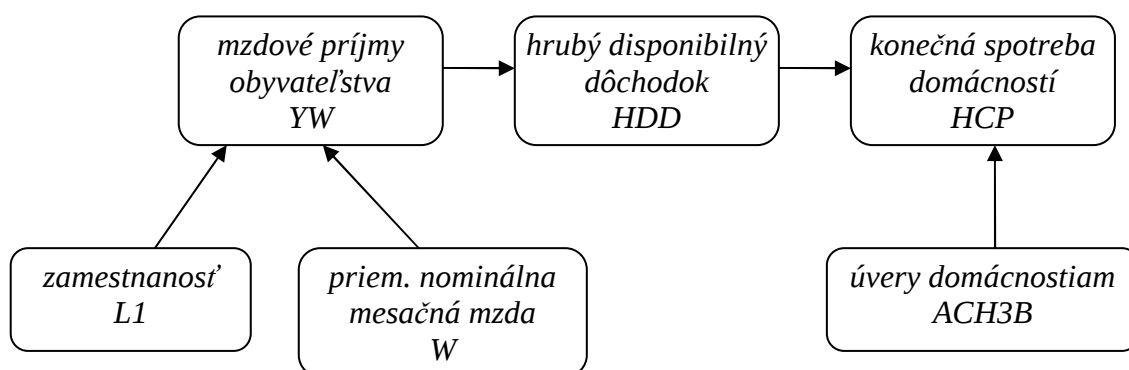
$$HDD = f(YW),$$

$$YW = f(L1, W),$$

<i>HCP</i>	konečná spotreba domácností, mld. Sk
<i>HDD</i>	hrubý disponibilný dôchodok, mld. Sk
<i>ACH3B</i>	úvery poskytnuté domácnostiam, mld. Sk
<i>YW</i>	mzdové príjmy obyvateľstva, mld. Sk
<i>L1</i>	zamestnanosť, tis. osôb
<i>W</i>	priemerná nominálna mesačná mzda, Sk

Rovnica konečnej spotreby sa odvíja od hrubého disponibilného dôchodku a od úverov poskytnutých domácnostiam. Hrubý disponibilný dôchodok je odhadovaný na základe mzdových príjmov obyvateľstva, ktoré sme odhadli pomocou zamestnanosti a priemernej mesačnej nominálnej mzdy.

Obr. 2.: Schéma vzťahov konečnej spotreby domácností



Mali sme k dispozícii štvrťročné časové rady od roku 1995 do roku 2008. Zdrojom všetkých údajov okrem úverov poskytnutých domácnostiam bola databáza Štatistického úradu SR Slovstat, úvery poskytnuté domácnostiam sme čerpali zo štatistík NBS.

4.2.2 Sezónne očistenie

. Opäť sme všetky časové rady očistili troma rôznymi metódami, kľzavými priemerami, metódou X-12 ARIMA a metódou TRAMO/SEATS. Pri modelovaní so sezónne očistenými časovými radmi, sme všetky časové rady očistili jednou metódou s rovnakými nastaveniami. Očisťovali sme pomocou programu EViews5. V prípade kľzavých priemerov a programu X12 sme si zvolili multiplikatívny model. Pre kľzavé priemery je splnená podmienka kompenzácie sezónnych vplyvov:

$$\prod_{j=1}^4 S_j = 1.$$

V programe X12 sme použili pôvodné nastavenia a v programe TRAMO/SEATS sme pôvodné nastavenia zmenili o automatickú detekciu extrémnych hodnôt.

Na grafoch premenných, ktoré nám vstupujú do modelu, je viditeľná pravidelná sezónnosť pri priemernej mesačnej mzde, mzdových príjmoch obyvateľstva, hrubom disponibilnom dôchodku a aj konečnej spotrebe domácností. Pri všetkých týchto premenných sa objavujú výrazné pozitívne výkyvy v štvrtom štvrťroku.

Pri priemernej nominálnej mesačnej mzde je priemerný sezónny index pre štvrtý štvrťrok 109,6%, teda priemerná nominálna mesačná mzda má vo štvrtom štvrťroku o približne 9,6% vyššiu hodnotu ako po iné štvrťroky. Tento pozitívny výkyv môžeme pripísať tomu, že vo štvrtom štvrťroku sú vyplácané koncoročné odmeny, či trináste platy. V ostatných štvrťrokoch sú sezónne indexy pre priemernú mesačnú nominálnu mzdu menšie ako 100%, v prvom štvrťroku vidíme najvýraznejší záporný sezónny vplyv, sezónne indexy dosahujú hodnoty okolo 94,2%, v druhom štvrťroku je iba slabý záporný sezónny vplyv, okolo 99,1%, no a tretí štvrťrok dosahujú sezónne indexy hodnoty 97,2%.

Je pochopiteľné, že podobné sezónne výkyvy môžeme vidieť v mzdových príjmoch obyvateľstva, keďže ich tvoria práve mzdy. Priemerný sezónny index v štvrtom štvrťroku je ešte väčší, viac ako 111,3%, najnižší je opäť v prvom štvrťroku, priemerne 93% a pre druhý a tretí štvrťrok je približne 97,9%. Výraznejší sezónny výkyv v prvom a štvrtom štvrťroku môžeme vysvetliť tým, že okrem sezónneho vplyvu preneseného z priemernej nominálnej mesačnej mzdy, sezónne vplýva aj zamestnanosť, ktorá je v poslednom štvrťroku vplyvom sezónnosti vyššia a v prvom štvrťroku naopak nižšia.

Sezónne výkyvy zamestnanosti už nie sú z grafu tak pravidelné ako v predchádzajúcich prípadoch, a ani sezónne faktory nedosahujú také vysoké hodnoty. Pre prvý štvrťrok

99,4% pre druhý 99,7 a pre tretí a štvrtý 100,4%. Až od roku 2001 môžeme na grafe vidieť, že tretí a štvrtý štvrťrok je zamestnanosť naozaj vyššia, je to vďaka sezónnym prácam, zatiaľ čo prvý a druhý štvrťrok je zamestnanosť nižšia.

Hrubý disponibilný dôchodok je časťou príjmov domácností, ktorá im zostane po úhrade bežných výdavkov, ako sú dane, poisťné, odvody atď. Sezónne faktory sú tlmené oproti sezónnym faktorom pri mzdových príjmoch. Priemerný sezónny index pre prvý štvrťrok je 96,7%, pre druhý 98,6%, pre tretí 95,9% a pre štvrtý štvrťrok 108,9%.

V konečnej spotrebe domácností sú sezónne faktory výrazne nižšie. Jedine v prvom štvrťroku je sezónny faktor negatívny, 98,1%, v ostatných je 100,6%, 100,4% a 101%. Napriek tomu, že sú sezónne vplyvy slabé, vidíme z grafu vždy nižší prvý štvrťrok a vyšší posledný štvrťrok oproti trendu. Aj keď hrubý disponibilný dôchodok je v štvrtom štvrťroku vyšší o 8,9%, do konečnej spotreby domácností sa preniesie iba 1%, môžeme teda povedať, že ľudia si väčšiu časť zo zvýšených príjmov vo štvrtom štvrťroku uložia ako minú.

Z grafu úverov poskytnutým domácnostiam vidíme, že sezónne očistené hodnoty sa takmer prekrývajú s pôvodným časovým radom. Priemerné sezónne faktory sú 99,1%, 98,9%, 100,3% a 101,5%.

Na záver tejto podkapitoly uvádzame tabuľku testov pre všetky premenné vstupujúce do modelu.

Tabuľka 4.2.1: Testy sezónnosti

	T1	T2	T3	T4
<i>HCP</i>	<i>P</i>	<i>N</i>	<i>P</i>	<i>P</i>
<i>HDD</i>	<i>P</i>	<i>P</i>	<i>P</i>	<i>P</i>
<i>ACH3B</i>	<i>P</i>	<i>P</i>	<i>P</i>	<i>P</i>
<i>YW</i>	<i>P</i>	<i>N</i>	<i>P</i>	<i>P</i>
<i>L1</i>	<i>P</i>	<i>P</i>	<i>P</i>	<i>P</i>
<i>W</i>	<i>P</i>	<i>N</i>	<i>P</i>	<i>P</i>

4.2.3 Odhady rovníc

Na odhady rovníc sme použili jednoduchú metódu najmenších štvorcov. Začneme odhadom rovníc bez použitia sezónneho očistenia alebo pomocných sezónnych premenných:

$$\ln(HCP) = 0,794 \ln(HDD) + 0,123 \ln(ACH3B) + 0,425$$

$$(0,06) \quad (0,028) \quad (0,193) \quad ,$$

$$\ln(HDD) = 1,007 \ln(YW) + 0,61$$

$$(0,015) \quad (0,065)'$$

$$\ln(YW) = 1,068 \ln(W) + 0,516 \ln(L1) - 9,634$$

$$(0,009) \quad (0,074) \quad (0,524)'$$

Mzdové príjmy obyvateľstva sú viac ovplyvňované výškou priemernej nominálnej mesačnej mzdy ako zamestnanosťou. Zmena priemernej nominálnej mesačnej mzdy o 1% prinesie zmenu v mzdových príjmoch obyvateľstva o 1,068%, zmena počtu zamestnaných o 1% prinesie zmenu mzdových príjmov o 0.516%. Hrubý disponibilný dôchodok má takmer jednotkovú elasticitu s mzdovými príjmami obyvateľstva. Citlivosť konečnej spotreby domácností na hrubý disponibilný dôchodok je menšia ako 1, čo nám hovorí o tom, že spotreba narastá so zvýšením hrubého disponibilného dôchodku, ale jej nárast je menší ako pôvodné zvýšenie dôchodku. Istý príspevok ku konečnej spotrebe majú aj úvery poskytnuté domácnostiam.

Odhady rovníc s použitím sezónnych premenných:

$$\ln(HCP) = 0,931 \ln(HDD) + 0,064 \ln(ACH3B) + 0,023SV3 - 0,088SV4$$

$$(0,006) \quad (0,007) \quad (0,009) \quad (0,009)$$

$$\ln(HDD) = 1,017 \ln(YW) + 0,05SV1 + 0,556$$

$$(0,0127) \quad (0,011) \quad (0,058)$$

$$\ln(YW) = 1,066 \ln(W) + 0,496 \ln(L1) + 0,015SV3 + 0,015SV4 - 9,471$$

$$(0,009) \quad (0,07) \quad (0,006) \quad (0,006) \quad (0,49)$$

Premenné *SV1*, *SV3*, *SV4* sú pomocné sezónne premenné, prislúchajúce k uvedenému štvrťroku. Odhadované koeficienty sú porovnateľné s koeficientmi v predchádzajúcom odhade rovníc, až na rovnicu konečnej spotreby domácností, kvôli tomu, že v tomto prípade sa konštanta, teda autonómna spotreba, neukázala ako významná, čo malo za následok vyšší koeficient pri hrubom disponibilnom dôchodku. Sezónne premenné vysvetľujúce mzdové príjmy obyvateľstva odrážajú ich väčší nárast v treťom a štvrtom štvrťroku oproti priemernej nominálnej mesačnej mzde a zamestnanosti. Rovnica hrubého disponibilného dôchodku je obohatená o pomocnú sezónnu premennú pre prvý štvrťrok. V prvom kvartáli teda rastie hrubý disponibilný dôchodok viac vzhľadom na mzdové príjmy obyvateľstva ako po ostatné obdobie.

Odhady rovníc po očistení metódou kľazových priemerov:

$$\ln(HCP) = 0,926 \ln(HDD) + 0,066 \ln(ACH3B) \\ (0,006) \quad (0,007) ,$$

$$\ln(HDD) = 1,021 \ln(YW) + 0,548 \\ (0,012) \quad (0,054) ,$$

$$\ln(YW) = 1,067 \ln(W) + 0,497 \ln(L1) - 9,472 \\ (0,009) \quad (0,069) \quad (0,482) ,$$

Odhady rovníc po očistení metódou X12:

$$\ln(HCP) = 0,926 \ln(HDD) + 0,066 \ln(ACH3B) \\ (0,005) \quad (0,006) ,$$

$$\ln(HDD) = 1,023 \ln(YW) + 0,541 \\ (0,011) \quad (0,049) ,$$

$$\ln(YW) = 1,066 \ln(W) + 0,504 \ln(L1) - 9,522 \\ (0,007) \quad (0,059) \quad (0,417) ,$$

Odhady rovníc po očistení metódou TRAMO/SEATS:

$$\ln(HCP) = 1,001 \ln(HDD) + 0,034 \ln(ACH3B) - 0,246 \\ (0,025) \quad (0,011) \quad (0,079) ,$$

$$\ln(HDD) = 1,022 \ln(YW) + 0,546 \\ (0,01) \quad (0,045) ,$$

$$\ln(YW) = 1,066 \ln(W) + 0,51 \ln(L1) - 9,558 \\ (0,007) \quad (0,057) \quad (0,399) ,$$

Odhad modelu vo všetkých troch prípadoch je veľmi podobný. Pri odhade po očistení metódou TRAMO/SEATS sa v rovnici na konečnú spotrebu domácností objavila opäť autonómna spotreba, avšak tento krát s opačným znamienkom. Bližšie štatistiky pre všetky modely sú uvedené v nasledujúcej tabuľke.

Tabuľka 4.2.2: Jednotlivé štatistiky odhadov rovníc

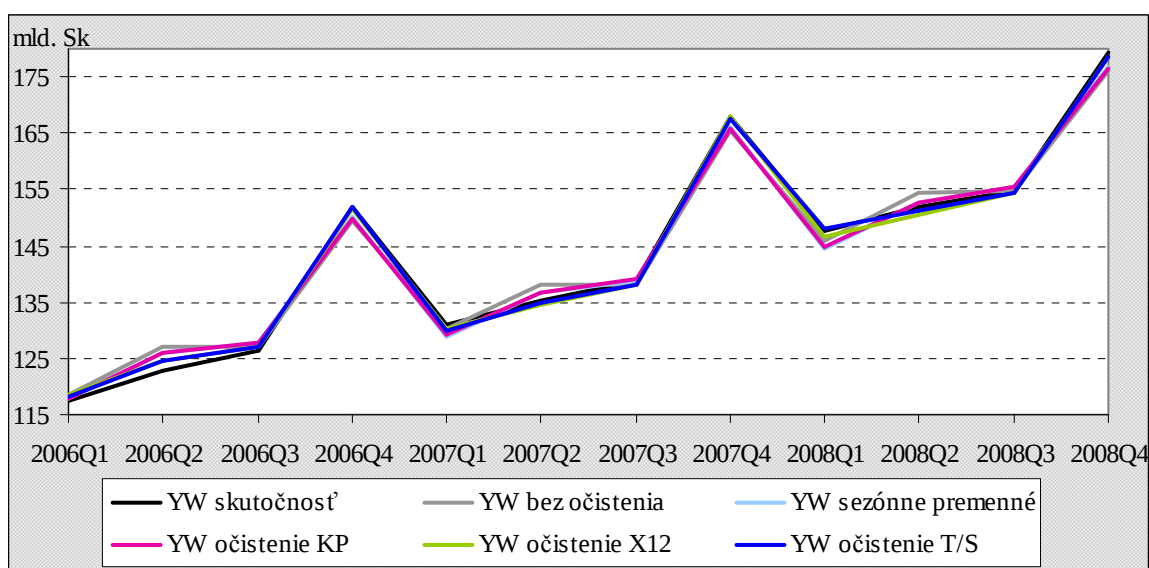
Mzdové príjmy obyvateľstva	bez	SV	KP	X12	T/S
koeficient determinácie	0.9977	0.9981	0.9980	0.9985	0.9986
upravený koeficient determinácie	0.9976	0.9980	0.9979	0.9985	0.9986
Akaikeho informačné kritérium	-5.0857	-5.1957	-5.2653	-5.5641	-5.6592
Schwarzovo informačné kritérium	-4.9772	-5.0148	-5.1568	-5.4556	-5.5507
Durbin-Watson štatistika	1.3654	1.3155	1.3027	0.9982	0.8583
Hrubý disponibilný dôchodok	bez	SV	KP	X12	T/S
koeficient determinácie	0.9888	0.9918	0.9925	0.9938	0.9948
upravený koeficient determinácie	0.9885	0.9915	0.9923	0.9937	0.9947
Akaikeho informačné kritérium	-3.4961	-3.7770	-3.9294	-4.1236	-4.2986
Schwarzovo informačné kritérium	-3.4238	-3.6685	-3.8571	-4.0513	-4.2262
Durbin-Watson štatistika	1.3738	1.0612	0.9329	0.6086	0.2876
Konečná spotreba domácností	bez	SV	KP	X12	T/S
koeficient determinácie	0.9864	0.9958	0.9958	0.9968	0.9983
upravený koeficient determinácie	0.9859	0.9956	0.9957	0.9967	0.9982
Akaikeho informačné kritérium	-3.1561	-4.2994	-4.3606	-4.6402	-5.2134
Schwarzovo informačné kritérium	-3.0476	-4.1547	-4.2883	-4.5678	-5.1049
Durbin-Watson štatistika	1.8354	1.3431	1.3100	1.0376	0.1956

Koeficienty determinácie nasvedčujú tomu, že použitie očistených časových radov v modelovaní je efektívne. Opäť sa ako najlepšia ukazuje metóda TRAMO/SEATS, avšak všetky prístupy k modelovaniu dosahujú veľmi dobré výsledky.

4.2.4 Prognóza ex post

V nasledujúcej časti sa pozrieme na prognostickú schopnosť našich modelov. Simulujeme vývoj v rokoch 2006 až 2008, použijeme skutočné hodnoty exogénnych premenných. Pri modeloch, odhadnutých na základe sezónne očistených časových radov, zahrnieme do predpovede aj sezónny faktor, ktorý sme získali pri očistení. Tak ako v prvej časti vždy uvedieme najprv grafické znázornenie prognózy a potom tabuľku zobrazujúcu priemerné chyby a tabuľku zobrazujúcu porovnanie skutočných a všetkými prístupmi predpovedaných ročných hodnôt.

Graf 4.2.1.: Mzdové príjmy obyvateľstva



Z grafu je zrejmé, že prognózy jednotlivých modelov sú podobné, pretože jednotlivé krivky sa počas väčšiny období prekrývajú. Najväčšie odchýlky sú viditeľné pri prognóze modelu bez očistenia a s pomocou očistenia kľzavých priemerov. Viac o predpovediach nám povedia tabuľky číselných hodnôt chýb.

Tabuľka 4.2.1: Priemerné chyby predpovedí mzdových príjmov obyvateľstva

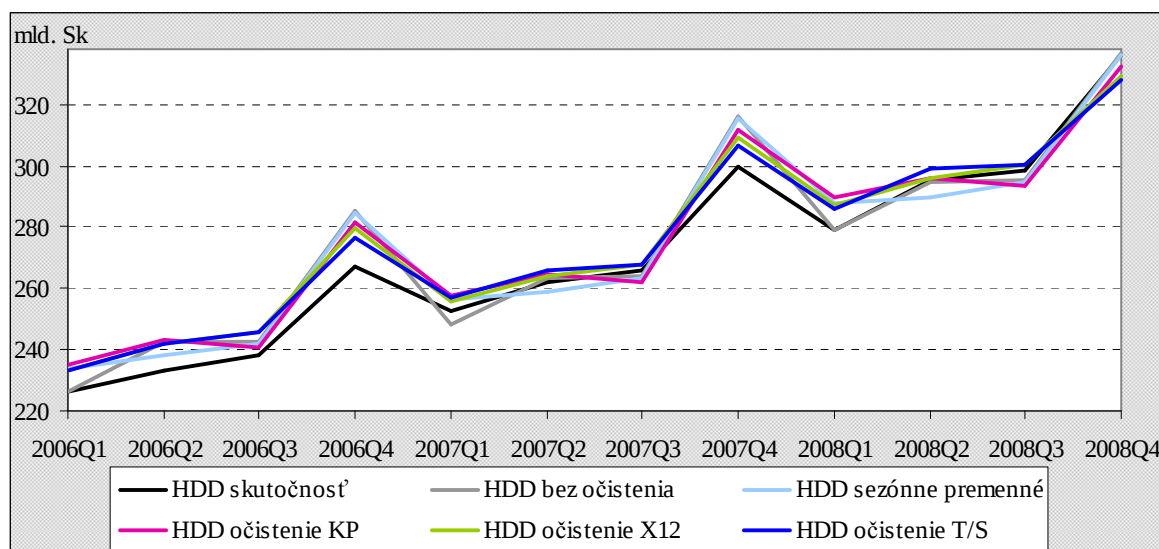
	MAE	RMSE	MAPE
bez očistenia	1.882	2.273	1.31%
sezónne premenné	1.617	1.885	1.13%
KP	1.606	1.839	1.12%
X12	0.746	0.888	0.54%
T/S	0.583	0.759	0.43%

Tabuľka 4.2.2: Porovnanie skutočných a predpovedaných ročných agregátov mzdových príjmov obyvateľstva

	2006	2007	2008	2006	2007	2008
	ročné sumy			percentuálna chyba		
skutočnosť	518.74	572.60	633.40			
bez očistenia	522.40	571.62	631.04	-0.70%	0.17%	0.37%
sezónne premenné	521.80	570.63	629.39	-0.59%	0.34%	0.63%
KP	521.82	570.68	629.49	-0.59%	0.34%	0.62%
X12	521.87	570.87	629.75	-0.60%	0.30%	0.58%
T/S	521.66	570.58	631.98	-0.56%	0.35%	0.22%

Výsledky predpovedí rovnice mzdových príjmov obyvateľstva sú uspokojujúce, najlepšie sa javí model použitia sezónne očistených časových radov metódou X12 a TRAMO/SEATS, v týchto dvoch prípadoch sú chyby najmenšie.

Graf 4.2.2: Hrubý disponibilný dôchodok



Vo všetkých prístupoch dochádza k nadhodnocovaniu hrubého disponibilného dôchodku a to najmä vo štvrtom štvrťroku 2006 a 2007.

Tabuľka 4.2.3: Priemerné chyby predpovedí hrubého disponibilného dôchodku

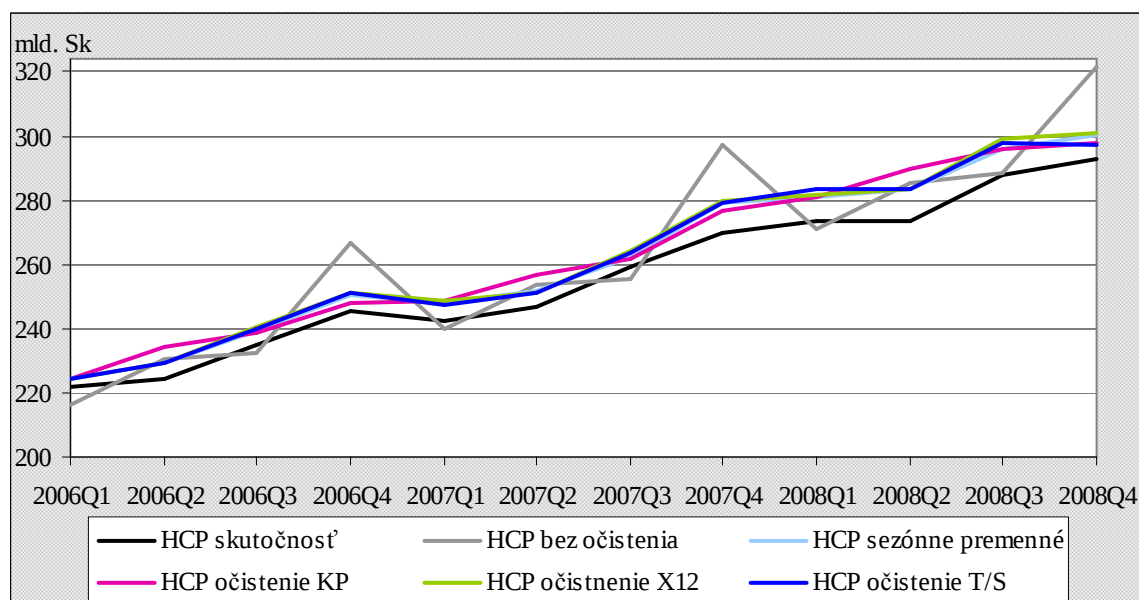
	MAE	RMSE	MAPE
bez očistenia	5.100	7.941	1.91%
sezónne premenné	6.532	8.314	2.44%
KP	6.527	7.819	2.46%
X12	5.758	6.879	2.17%
T/S	5.869	6.413	2.21%

Tabuľka 4.2.4: Porovnanie skutočných a predpovedaných ročných agregátov hrubého disponibilného dôchodku

	2006	2007	2008	2006	2007	2008
	ročné sumy			percentuálna chyba		
skutočnosť	964.36	1080.51	1208.65			
bez očistenia	996.81	1091.48	1205.80	-3.36%	-1.01%	0.24%
sezónne premenné	998.64	1093.77	1208.59	-3.55%	-1.23%	0.00%
KP	1000.04	1095.70	1211.55	-3.70%	-1.41%	-0.24%
X12	1000.13	1096.18	1212.60	-3.71%	-1.45%	-0.33%
T/S	997.13	1097.77	1212.95	-3.40%	-1.60%	-0.36%

Podľa chýb predpovedí najlepšie výsledky dosahuje model bez použitia pomocných sezónnych premenných alebo sezónneho očistenia. Avšak aj v ostatných prístupoch nedochádza k výrazným chybám.

Graf 4.2.3: Konečná spotreba domácností



Opäť dochádza k nadhodnoteniu predpovedí oproti skutočnosti, viditeľne najhoršie nám konečnú spotrebu domácností predpovedá model, v ktorom sme nepoužili žiadne sezónne očistenie, ani pomocné sezónne premenné vo štvrtom štvrťroku. Jeden z dôvodov nadhodnotených výsledkov je aj to, že nám do rovnice vstupoval hrubý disponibilný dôchodok, ktorý bol taktiež na väčšej časti prognózovaného obdobia nadhodnotený. Z tabuľky je zrejmé, že pri použití rôznych metód sezónneho očistenia a použití pomocných sezónnych premenných, dostávame veľmi podobné výsledky.

Tabuľka 4.2.5: Priemerné chyby predpovedí konečnej spotreby domácností

	MAE	RMSE	MAPE
bez očistenia	9.853	13.775	3.76%
sezónne premenné	6.095	6.535	2.34%
KP	6.633	7.655	2.57%
X12	6.849	7.301	2.62%
T/S	6.335	6.857	2.44%

Tabuľka 4.2.6: Porovnanie skutočných a predpovedaných ročných agregátov konečnej spotreby domácností

	2006	2007	2008	2006	2007	2008
	ročné sumy			percentuálna chyba		
skutočnosť	926.47	1018.12	1127.81			
bez očistenia	945.72	1046.14	1166.49	-2.08%	-2.75%	-3.43%
sezónne premenné	942.81	1041.30	1161.43	-1.76%	-2.28%	-2.98%
KP	944.31	1043.33	1164.36	-1.93%	-2.48%	-3.24%
X12	944.80	1044.14	1165.65	-1.98%	-2.56%	-3.36%
T/S	945.12	1041.08	1162.22	-2.01%	-2.26%	-3.05%

Vo všetkých prístupoch dochádza k nadhodnoteniu skutočnosti, najpresnejšie predpovede získavame z modelu s použitím sezónnych premenných, čiastočne horšie výsledky nadobúdame z modelov odhadnutých pomocou sezónne očistených časových radov, najhoršie vychádza model bez očistenia, avšak rozdiely vo výsledkoch sú minimálne. Celkovo je konečná spotreba domácností predpovedaná pomocou všetkých modelov maximálne s 3,5%-ným nadhodnotením, čo je dobrý výsledok.

4.3 Porovnanie prognostickej schopnosti

Na záver uvádzame porovnanie jednotlivých prístupov k sezónnemu očišťovaniu. Zhrnuli sme priemernú chybu prognózy pre daný rok a danú metódu zo všetkých odhadnutých rovníc.

	2006	2007	2008
bez očistenia	12.00%	10.62%	13.14%
sezónne premenné	4.07%	6.27%	7.88%
KP	7.39%	7.56%	9.54%
X12	4.81%	6.57%	6.39%
T/S	7.36%	6.38%	7.56%

Ako sme predpokladali najhoršie prognostickú schopnosť dosiahol model bez sezónneho očistenia. O niečo lepšie je použitie metódy kľzavých priemerov a metódy TRAMO/SEATS. Z ďalších troch metód nie je jednoznačný záver, ktorá je najlepšia. V prípade modelovania konečnej spotreby domácností sme očakávali lepšie výsledky po aplikácii sezónneho očistenia, ale keďže aj samotný model bez sezónneho očistenia veľmi dobre odhadoval skutočnosť, nie sú vo výsledkoch výrazné rozdiely. V prípade modelovania daňových príjmov v čiastkových rovniciach pre daň z príjmov fyzických

osôb a právnických osôb sme dostali v niektorých obdobiach až 50% percentné odchýlky od skutočnosti. Avšak vzhľadom na to, že DPFO tvorí v predpovedaných rokoch iba malý podiel daňových príjmov, táto chyba sa nepreniesla do odhadu celkových daňových príjmov.

Záver

V práci sme na príklade zo slovenskej ekonomiky pozorovali vplyv sezónneho očisťovania pri regresnom modelovaní. Snažili sme sa overiť hypotézu, že pri modelovaní so sezónne očistenými časovými radmi vzniká menšia chyba ako pri modelovaní neočistených časových radov, prípadne modelovaní neočistených časových radov s pomocnými sezónnymi premennými, aj keď v prvom spomenutom okrem chyby modelu vzniká aj chyba očistenia.

Využili sme tri metódy sezónneho očisťovania: jednoduchú metódu kľzavých priemerov, X-12 ARIMA a TRAMO/SEATS. Pri metóde kľzavých priemerov je nevýhodou to, že predpokladá nemeniaci sa dlhodobý trend a niektoré trendové alebo cyklické fluktuácie môžu byť nesprávne pripísané sezónnej zložke. Takisto sme časové rady pred jej aplikáciou nijako neupravovali, takže pokiaľ sa v nich vyskytovali extrémne hodnoty, odhad sezónnej zložky mohol byť skreslený. V prípade ostatných dvoch metód sú extrémne hodnoty automaticky identifikované alebo používateľom zadané a odstránené.

Empirická časť pozostáva z dvoch podkapitol, z modelovania daňových príjmov a z modelovania konečnej spotreby domácností. V oboch prípadoch ide o modely Slovenskej republiky a pracujeme s časovými radmi z obdobia 1995-2008. Výsledkom rôznych prístupov bolo vždy päť odhadnutí modelu, odhad bez sezónneho očistenia, odhad použitím sezónnych premenných a odhad s využitím očistených časových radov všetkými tromi metódami.

V odhadoch modelu daňových príjmov sa potvrdila naša hypotéza. Najväčšiu chybu pre všetky rovnice, podľa koeficientu determinácie, dosahoval odhad bez sezónneho očistenia. Najlepšie štatistické výsledky dosahovalo modelovanie s využitím časových radov očistených metódou TRAMO/SEATS, o niečo horšie sa ukázalo použitie radov očistených X-12 ARIMA, aplikácia najjednoduchšej metódy dosiahla najhoršie výsledky, avšak lepšie ako žiadne očistenie. Úspešnosť využitia pomocných sezónnych premenných bola striedavo niekde medzi X-12 ARIMA a kľzavými priemerami. Štatisticky lepšie výsledky však neznamenali lepšie výsledky aj v prognóze. Prognózovali sme obdobie 2006-2008. Predpovede sme posudzovali podľa priemerných chýb vypočítaných zo štvrt'ročných prognózovaných hodnôt a tiež sme porovnali skutočné hodnoty z predpovedami na ročných agregátoch. Podľa prognóz nemôžeme jednoznačne vyhlásiť, ktorý z prístupov bol

najlepšie, keďže chyby prognóz boli striedavo lepšie a horšie pri všetkých prístupoch. Konečná predpoveď daňových príjmov bola pri všetkých prístupoch čiastočne nadhodnotená.

V prípade modelovania konečnej spotreby sme dostali prekvapivo dobré výsledky aj bez uvažovania sezónnej zložky. Aj v tomto modeli sa osvedčilo použitie sezónne očistených časových radov, koeficienty determinácie boli s ich použitím vždy o niečo lepšie. Čo sa týka prognostickej schopnosti modelov pri všetkých prístupoch, je ťažké urobiť konkrétny zver, keďže rozdiely medzi predpoveďami a sú naozaj veľmi malé. Priemerné chyby konečnej spotreby boli najväčšie pri použití neočistených časových radov, 3,73%, pre všetky ostatné metódy to bolo o minimálne 1% menej. Medzi odchýlkami predpovedí od skutočných ročných agregátov však už rozdiel nebol ani 0,5%.

Z práce jednoznačne nevyšiel záver, ktorý by definitívne potvrdil alebo vyvrátil predpoklad, že pri modelovaní so sezónne očistenými dátami vzniká menšia chyba. Avšak môžeme povedať, že pri regresnom modelovaní štvrt'ročných a mesačných časových radov má analýza zložiek časového radu význam a odstránením sezónnych vplyvov môžeme získať lepší prehľad o vzťahoch medzi jednotlivými premennými. Ďalším rozšírením práce by mohla byť širšia empirická analýza, prípadne sa pokúsiť pozrieť na problém na základe teoretického modelu.

Literatúra

- [1] BLOEM A. M., DIPPELSMAN J. R., MÆHLE N. Ø., Quaterly National Accounts Manual, Concepts, Data Sources, and Compilation, Intrernatinal Monetary Fund, 2001
- [2] DAGUM E. B., X-11 ARIMA/88 Seasonal Adjustment Method, Statistics of Canada, 1992
- [3] FISCHER B., Decomposition of Time Series Comparing Different Methods in Theory and Practise, Eurostat working group document, 1995
- [4] FOK D., FRANSES P. H., PAAP R., Performance of Seasonal Adjusment Procedures: Simulation and Empirical Results, Econometric Institute, Erasmus University Rotterdam, 2005
- [5] GÓMEZ V., MARAVAL A., Program TRAMO and SEATS, Working Paper, Banco de España, 1996
- [6] LOVELL M. C., Seasonal Adjusment of Economic Time Series and Multiple Regression Analysis, Journal of the American Statistical Association, 1963, Volume 58
- [7] MANNA M., PETRONACI R., Seasonal Adjustment, European Central Bank, 2003
- [8] MARRAVALL A., An Aplication of the TRAMO/SEATS Automatic Procedure; Direct versus Indirect Adjusment, Banco de España, 2005
- [9] RADVANSKÝ M., Ekonometrický model SR s dôrazom na príjmy a výdavky štátneho rozpočtu, Infostat, 2008
- [10] RUBLÍKOVÁ E., Analýza časových radov, Iura Edition, 2007

- [11] SHISKIN J., YOUNG A. H., MUSGRAVE J. C., *The X-11 Variant of the Census Method II Seasonal Adjustment Program*, Technical Report 15, U.S. Department of Commerce, Bureau of the Census, 1967
- [12] SIMS A. CH., Seasonality in Regression, Journal of the American Statistical Association, 1974, Volume 69, Number 347
- [13] STEPHENSON J. A., FARR H.T., Seasonal Adjustment of Economic Data by Application of the General Linear Statistical Model, Journal of the American Statistical Association, 1972, Volume 67, Number 337
- [14] WALLIS F. K., Seasonal Adjustment and Relations Between Variables, Journal of the American Statistical Association, 1974, Volume 69, Number 345
- [15] <http://www.bls.gov>
- [16] <http://www.stat.gouv.qc.ca>

Prílohy

Grafy skutočných a sezónne očistených časových radov

