



KATEDRA APLIKOVANEJ MATEMATIKY A ŠTATISTIKY
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY
UNIVERZITA KOMENSKÉHO, BRATISLAVA

OCENENIE CREDIT DEFAULT SWAPOV
A POROVNANIE ICH VÝVOJA V ČASE FINANČNEJ KRÍZY
(Diplomová práca)

KATARÍNA KADLEČÍKOVÁ

Vedúci: Mgr. Ľuboš Šesták

Bratislava, 2009

Ocenenie Credit Default Swapov a porovnanie ich vývoja v čase finančnej krízy

DIPLOMOVÁ PRÁCA

Katarína Kadlečíková

**UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY
KATEDRA APLIKOVANEJ MATEMATIKY A ŠTATISTIKY**

Študijný odbor: 9.1.9. Aplikovaná matematika
Študijný program: Ekonomická a finančná matematika

Vedúci práce: Mgr. Ľuboš Šesták

BRATISLAVA 2009

Čestne prehlasujem, že som túto diplomovú prácu vypracovala samostatne s použitím citovaných zdrojov.

.....

Ďakujem vedúcemu mojej diplomovej práce Mgr. Ľubošovi Šestákovi za jeho pripomienky, návrhy, rady a čas, ktorý mi pri písaní tejto práce venoval.

Abstrakt

Kreditné riziko je hlavným zdrojom rizika pre väčšinu bánk. Je súčasťou takmer všetkých finančných aktivít, preto je dôležité správne ho oceniť a riadiť. Kreditné deriváty umožňujú presun tohto rizika z portfólia aj v prípade, ak nízka likvidita neumožňuje predaj daného aktíva.

Pomocou Mertonovho modelu sme ocenili najjednoduchšie kreditné deriváty - Credit Default Swapy pre najväčšie svetové banky a sledovali sme ich vývoj v čase finančnej krízy.

Kľúčové slová:

riziko, kreditné deriváty, spread, Mertonov model

Obsah

Úvod	1
1 Základné pojmy	2
1.1 Kreditné riziko	2
1.2 Kreditné deriváty	4
2 Oceňovanie kreditných derivátov	11
2.1 Odhad pravdepodobnosti defaultu prostredníctvom ratingo- vých agentúr	12
2.2 Mertonov model	14
2.2.1 Predpoklady Mertonovho modelu	15
2.2.2 Cena CDS	18
2.2.3 Nedostatky a rozšírenia Mertonovho modelu	19
2.3 Reduced-form modely	21
3 Súčasná finančná kríza	25
4 Praktická časť	28
4.1 Dáta	28
4.2 Vývoj na trhu	29
4.3 Porovnanie vypočítaných a trhových cien	31

<i>OBSAH</i>	vii
Záver	36
Literatúra	38
Prílohy	40

Úvod

Kreditné deriváty sú relatívne novým typom finančných nástrojov, ktoré umožňujú oddeliť kreditné riziko z investície a samostatne s ním obchodovať. Credit Default Swap (CDS) ponúkajú ochranu voči zlyhaniu dlžníka.

Úvodná časť práce je venovaná teoretickému základu a vysvetleniu pojmov súvisiacich s danou problematikou. Predstavuje typy rizík na trhu, ako aj typy najpoužívanejších kreditných derivátov a zároveň stručne popisuje mechanizmus ich fungovania.

Druhá kapitola sa zaoberá oceňovaním základných kreditných derivátov - Credit Default Swapov. Okrem Mertonovho modelu, ktorý neskôr používame v praktickej časti, predstavuje aj reduced-form modely ako možnú alternatívu výpočtu.

Ďalšia časť práce popisuje situáciu na trhu v sledovanom období, teda v čase finančnej krízy, a stručne vysvetľuje príčiny jej vzniku.

Praktická časť je venovaná práci s reálnymi dátami týkajúcimi sa najväčších svetových bánk. Na základe informácií o štruktúre bilancie bánk sme použitím Mertonovho modelu vypočítali ceny CDS, pozorovali ich vývoj v čase krízy a zhodnotili rozdiely oproti trhovým cenám.

V závere práce sumarizujeme získané výsledky, hodnotíme použitý model a faktory ovplyvňujúce výpočet.

Kapitola 1

Základné pojmy

Úvodnú časť práce venujeme predstaveniu pojmov, ktoré súvisia s kreditnými derivátmi, ako napríklad kreditné riziko, rating a default. Zároveň stručne popíšeme vznik, použitie a rozdelenie kreditných derivátov.

1.1 Kreditné riziko

Základné typy rizík obsiahnuté v investíciách možno rozdeliť do troch skupín - trhové, operačné a kreditné riziká.

K **trhovým rizikám** zaraďujeme napríklad riziko úrokovej miery, riziko výmenného kurzu a riziko likvidity. *Úrokové riziko* súvisí so zmenami úrokových sadzieb, ktorým je vystavený každý investor, ktorý investuje do dlhopisov. Cudzomenové investície sú ovplyvňované aj výkyvmi výmenných kurzov mien, teda investor znáša aj *kurzové riziko*. *Likviditné riziko* je riziko straty, ktorá vzniká tým, že investor, ktorý okamžite potrebuje hotovosť, nie je schopný predať svoje aktíva na trhu za ich plnú trhovú hodnotu.

Operačné riziko je riziko priamej alebo nepriamej straty vyplývajúcej z ľudského zlyhania, nevhodných alebo chybných vnútorných procesov, zlyhania systémov alebo pôsobením vonkajších udalostí [1].

Okrem týchto rizík znáša investor aj **kreditné riziko**, teda možnosť, že dlžník alebo emitent dlhopisu nebude schopný platiť kupóny alebo nominálnu hodnotu v čase maturity. Kreditné riziko nepatrí medzi trhové riziká, pretože ide o špecifické riziko, ktoré závisí priamo od danej investície.

Podľa typu kreditnej udalosti možno toto riziko rozdeliť do troch skupín: riziko defaultu, riziko zníženia ratingu a riziko rozšírenia spreadu.

Riziko defaultu predstavuje možnosť, že dlžník nebude schopný alebo ochotný plniť finančné záväzky v stanovenom čase a v plnej výške. Platobná neschopnosť dlžníka môže znamenať pre investora výrazné straty. Výška straty závisí od veľkosti pohľadávok, ktorá je uspokojená v prípade, že sa dlžník dostane do likvidácie. Podiel uspokojených pohľadávok vyjadrený v percentách z nominálnej hodnoty sa nazýva *recovery rate*. Závisí jednak od podriadenosti (seniority) dlhu, teda od poradia, v akom sú pohľadávky vyplácané v prípade bankrotu dlžníka, a taktiež od existencie záruk a zábezpek, ale aj od charakteristiky dlžníka (napr. krajina pôvodu, sektor pôsobenia, veľkosť podniku,...).

Riziko zníženia ratingu súvisí s poklesom ratingu aktív, ktoré držíme v portfóliu¹. Zníženie ratingu predstavuje pokles dôveryhodnosti emitenta, a teda zníženie hodnoty dlhopisu, čo pre investora predstavuje kapitálovú stratu.

Ďalším typom kreditného rizika je *riziko rozšírenia spreadu*. Spread predstavuje rozdiel výnosu dlhopisu oproti bezrizikovej úrokovej miere, ktorú môže predstavovať napríklad swapová sadzba na LIBOR alebo úroková sadzba vládnych dlhopisov. Rozdiel týchto výnosov vyjadruje kompenzáciu (riziková prémie) očakávanú investorom. Rastie s pravdepodobnosťou defaultu a klesá s rastom *recovery rate*. Rozšírenie spreadu znamená, že prémie za riziko zahrnutá vo výnose investora nie je adekvátna, a podobne ako zníženie ratingu znamená pokles hodnoty investície. Rozšírenie či zúženie spreadu však nemu-

¹rating poskytujú ratingové agentúry, ktorým sa venujeme v časti 2.1

sí byť spôsobené iba zhoršením, respektíve zlepšením situácie dlžníka. Môže súvisieť s trhovým prostredím, príkladom je rozširovanie spreadov vplyvom zníženia alebo zvýšenia úrokových mier.

1.2 Kreditné deriváty

Rastúca potreba sledovania a riadenia kreditného rizika podnietila rozvoj nových finančných nástrojov - kreditných derivátov. Podobne ako pre iné typy derivátov (napr. opcie, swapy, futurity) platí, že ich cena je odvodená od ceny podkladového aktíva. Ide o dohodu medzi dvomi stranami, kde jedna strana vystupuje ako kupujúci, druhá ako predávajúci kreditného rizika. Kreditné deriváty ponúkajú možnosť previesť toto riziko, spojené s nejakým referenčným subjektom alebo aktívom, na investora vstupujúceho do kontraktu.

Hoci ide o pomerne nové nástroje, ktoré vznikli začiatkom 90-tych rokov minulého storočia, v súčasnosti už existuje mnoho rozličných typov kreditných derivátov, ktoré umožňujú investorovi vybrať si produkt prispôsobený jeho potrebám. Podľa [3] sa rozdeľujú do dvoch základných skupín - *jednoduché*, ktoré sa viažu ku kreditnému riziku jediného subjektu a *zložené*, týkajúce sa kreditných udalostí viacerých referenčných entít.

K jednoduchým kreditným derivátom zaradujeme:

- deriváty na default - ich výplaty sú spojené s výskytom kreditnej udalosti do času maturity. Príkladom takýchto produktov sú:
 - Credit Default Swap (CDS)
 - Credit Linked Note (CLN)
 - Constant Maturity Default Swap (CMDS)
 - Equity Default Swap (EDS)

- spreadové deriváty (opcie, forwardy, capy, binárne, bariérové opcie,...) - sú podobné ako klasické deriváty, avšak ich výplaty sú odvodené od vývoja kreditného spreadu
- syntetické deriváty - replikujú vývoj podkladového aktíva. Príkladom týchto derivátov je Total Return Swap (TRS).

Zložené kreditné deriváty možno rozdeliť do troch skupín:

- košové deriváty sa viažu na kreditné riziko väčšinou piatich až dvadsiatich referenčných subjektov. Najpoužívanejšie sú First-to-Default Credit Swapy. Udalosťou vyvolávajúcou plnenie takéhoto kontraktu sa rozumie prvá kreditná udalosť v rámci „koša“ aktív. Kontrakt sa ukončí a investor, ktorý si zabezpečil ochranu takýmto spôsobom už nie je chránený voči prípadným ďalším defaultom.
- hybridné produkty sú tvorené spojením dvoch alebo viacerých typov derivátov. Môže ísť napríklad o zmiešanie kreditných a úrokových produktov.



Obr. 1.1: iTraxx Europe

- kreditné indexy sú konštruované tak, aby zachytávali činnosť celého kreditného trhu alebo jeho segmentov. Ide o portfólio veľkého množ-

stva aktív. Znáмым indexom je napríklad iTraxx Europe, ktorý tvorí 125 vysoko ratingovo ohodnotených podkladových entít, vybraných z rôznych sektorov. Vývoj kreditných indexov umožňuje sledovať situáciu na kreditnom trhu. Obrázok 1.1 zobrazuje vývoj indexu iTraxx Europe v posledných troch rokoch.

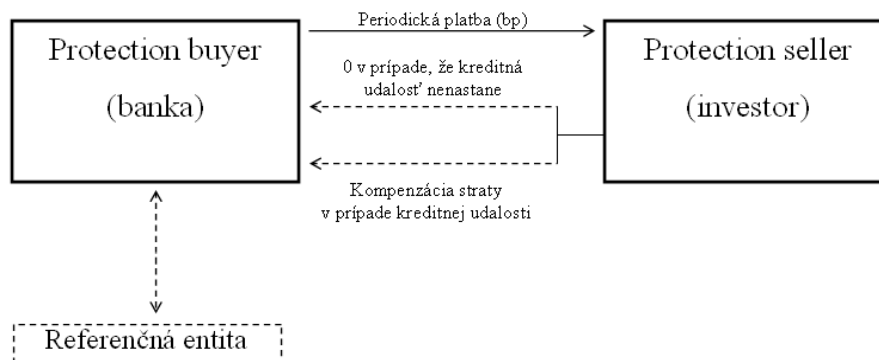
Credit Default Swap

Credit Default Swap (CDS), alebo swap kreditného zlyhania, je najpoužívanejší typ kreditného derivátu. Je to kontrakt, ktorý dovoľuje veriteľovi zabezpečiť sa voči kreditnej udalosti klienta, ktorá je definovaná v kontrakte. V tejto práci používame označenie default pre akúkoľvek kreditnú udalosť, všeobecne však pod týmto pojmom možno rozumieť:

- *bankrot*
- *platobnú neschopnosť* - neplatenie alebo oneskorenie dohodnutých platieb
- *reštrukturalizáciu* - súvisí so zmenou podmienok, ku ktorým patrí napríklad nominálna hodnota dlhu, seniorita dlhu, spôsob výplaty úrokov alebo všeobecne, akákoľvek zmena v neprospech veriteľa
- *zníženie ratingu* zverejneného niektorou z ratingových agentúr pod určitú hranicu

Výplaty CDS sú spojené s výskytom kreditnej udalosti. Ide o akési „poistenie“ formou swapového kontraktu, v ktorom sa kupujúci zaviazuje platiť predávajúcemu pravidelné (zväčša štvrťročné) poplatky výmenou za náhradu škody v prípade defaultu referenčnej firmy. Tieto platby závisia na dĺžke trvania kontraktu (zvyčajne päť rokov), pravdepodobnosti defaultu referenčného subjektu a investora, ktorý ochranu poskytuje. Platby kontraktu sú

odvodené aj od recovery rate - čím je vyššia, tým sú poplatky nižšie. V prípade kreditnej udalosti sa platby poplatkov zastavia a investor doplatí iba časť poplatku, úmernú dobe medzi platbami.



Obr. 1.2: Mechanizmus CDS

Na jednej strane CDS kontraktu stojí teda investor kupujúci ochranu (protection buyer), ktorý sa chce zaistiť voči kreditnej udalosti nejakého referenčného subjektu. Na druhej strane stojí investor predávajúci ochranu (protection seller)², ktorý ochranu predáva, za čo dostáva pravidelné poplatky stanovené v základných bodoch nominálnej hodnoty dlhu. Pokiaľ počas tejto doby nastane kreditná udalosť, ktorá bola vopred stanovená, protection seller je povinný kompenzovať straty veriteľa, a kontrakt sa uzavrie. Ak počas trvania kontraktu nedošlo ku kreditnej udalosti, protection buyer nedostane nič. Priebeh kontraktu môžeme pozorovať na obrázku 1.2.

Takouto dohodou je protection buyer (napr. banka) chránený, voči bankrotu dlžníka. Môže však nastať situácia, keď sa do defaultu dostane nielen referenčný subjekt, ale aj investor ponúkajúci ochranu prostredníctvom CDS. Tak by banke nebola nahradená strata, naopak, ešte viac by sa navýšila o platby v rámci CDS kontraktu. Tento príklad ukazuje, že kreditné riziko

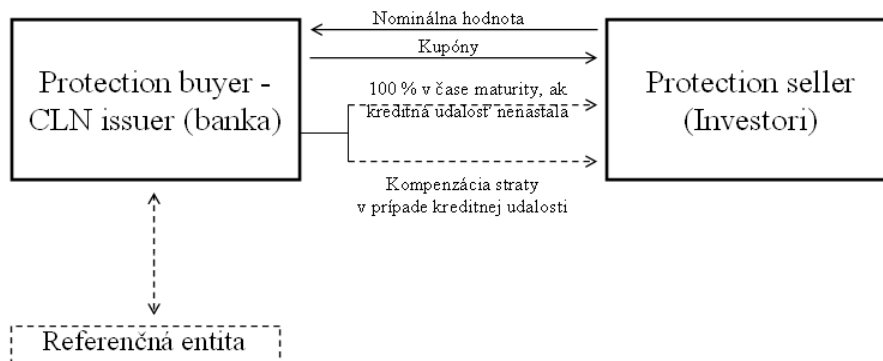
²keďže výrazy investor poskytujúci ochranu a investor kupujúci ochranu, sú trochu ťažkopádne, budeme v ďalšom texte používať aj ich anglické ekvivalenty

nemožno odstrániť úplne. Preto je dôležité, aby pravdepodobnosti defaultu dlžníka a ochrancu neboli korelované.

Credit Linked Note

Ďalším typom kreditných derivátov sú Credit Linked Notes (úverovo viazané poukážky). Ide o kontrakt predávaný vo forme poukážok viacerým investorom. Keďže poukážky sú platené na začiatku, banka kupujúca ochranu je vystavená iba riziku defaultu referenčnej firmy. Naopak, kupujúcim poukážok hrozí, že v prípade defaultu banky im nebude vrátená celá hodnota investície napriek tomu, že default referenčnej firmy nenastane. Oproti CDS podstupuje vyššie riziko investor predávajúci ochranu. CLN sú kreditné deriváty vo forme dlhopisov vyplácajúce kupóny a nominálnu hodnotu v čase maturity. Vyplácanie kupónov a nominálu je však ovplyvnené výskytom kreditnej udalosti.

Priebeh CLN kontraktu zobrazuje obrázok 1.3.



Obr. 1.3: Mechanizmus CLN

Na začiatku banka vydá poukážky, ktoré si nakúpia investori. Podobne ako pri dlhopisoch sú investorom vyplácané kupóny a v prípade, že nedôjde ku kreditnej udalosti, aj nominálna hodnota poukážok v čase maturity.

Ak nastane kreditná udalosť, investori nedostanú celú časť nominálu a ich výplata závisí od podmienok kontraktu.

Ďalšie typy kreditných derivátov

Constant Maturity Default Swaps - sú podobné ako CDS, rozdiel spočíva v prémii platenej investorovi. V CDS kontrakte sú poplatky určené na začiatku a zostávajú rovnaké počas celého trvania, bez ohľadu na vývoj podkladového aktíva. CMDS prémia je v pravidelných intervaloch (zväčša tri mesiace) prepočítavaná podľa aktuálnej CDS premie (tá je prenasobená nejakým faktorom, napr. 90%).

Podkladovým aktívom **Equity Default Swaps** sú fluktuácie cien akcií. Udalosťou, ktorá vyvolá kompenzáciu investora je pokles cien podkladových akcií pod určitú hranicu (napríklad 30%).

Spreadové deriváty - napríklad forwardy a opcie, umožňujú získať na vývoji rozdielu výnosov dvoch cenných papieroch (väčšinou rizikového a bezrizikového). Credit spread put opcia dáva investorovi právo predať podkladový dlh v určenom čase s určeným spreadom (strikom). Put bude uplatnený, ak spread v čase maturity bude nad dohodnutým strikom. Rovnako ako klasické opcie, sa podľa možnosti uplatnenia delia na európske a americké.

Investor, ktorý si zakúpil **Total Return Swap** platí predávajúcemu periodické poplatky a za to obdrží celkovú hodnotu produkovanú referenčným aktívom bez toho, aby ho vlastnil. To zahŕňa úrokové a kupónové platby, dividendy a trhovú zmenu hodnoty aktíva, za čo platí banke pravidelné platby. Ak sa cena aktíva počas trvania kontraktu zvýši, tento rozdiel obdrží príjemca a naopak pri poklese ceny zaplatí čiastku, o ktorú sa aktívum znehodnotilo.

Zabezpečené dlhové obligácie - Collateralized Debt Obligation (CDO)

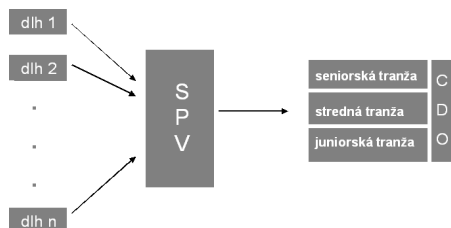
CDO sú odvodené z kreditných derivátov a predstavujú pokročilú formu sekuritizácie. Môžu sa skladať z pôžičiek alebo dlhopisov, prípadne iných kreditných nástrojov. Podľa toho rozlišujeme:

- CLO - Collateralized Loan Obligations
- CBO - Collateralized Bond Obligations

Podkladové pôžičky a dlhopisy sú združené a spravované špeciálnou inštitúciou - SPV (Special Purpose Vehicle). Zväčša ide o málo likvidné aktíva, ktoré by mali ako celok produkovať relatívne stabilný výnos. V rámci SPV sú vytvorené viaceré tranže, ktoré majú priradené ratingy. Podľa typu tranží SPV vydáva poukážky:

- seniorské
- stredné (mezzanine)
- a podriadené - subordinované (juniorské)

Ako prvý je vyplácaný výnos a nominálna hodnota seniorskej tranže, a preto je najmenej riziková, zároveň však aj najmenej výnosná. Po nej nasleduje stredná a nakoniec juniorská. Výnos juniorskej tranže predstavuje čiastku zostávajúcu po vyplatení seniorskej a strednej tranže.



Obr. 1.4: Príklad štruktúry CDO

Kapitola 2

Oceňovanie kreditných derivátov

Táto kapitola je venovaná oceňovaniu základných kreditných derivátových nástrojov, s ktorými sa obchoduje vo veľkých objemoch - Credit Default Swapov. Investovanie do týchto produktov obnáša riziko, že v prípade defaultu referenčného subjektu musí investor nahradiť škody, ktoré vzniknú zmluvnej strane. Preto cena CDS musí takéto riziko zahŕňať. Základom oceňovania je odhad kreditného rizika, ktoré investor podstupuje. Toto riziko možno jednoducho vyjadriť pomocou očakávanej výšky straty, v prípade kreditnej udalosti.

$$KR = Pr_{defaultu} \times LGD \quad (2.1)$$

KR - kreditné riziko

$Pr_{defaultu}$ - pravdepodobnosť defaultu

LGD - Loss Given Default - strata, v prípade defaultu. $LGD = 1 - RR$, kde RR je recovery rate.

S rastúcim trhom derivátov v posledných rokoch prichádzalo aj k rozvoju modelov ich oceňovania. V súčasnosti existuje viacero možností na odhad pravdepodobností defaultu:

1. prostredníctvom štatistík poskytovaných **ratingovými agentúrami**
2. použitím **štrukturálnych modelov**
3. pomocou **reduced-form modelov**

2.1 Odhad pravdepodobnosti defaultu prostredníctvom ratingových agentúr

Ratingové agentúry vznikli začiatkom 20. storočia. Slúžia ako sprostredkovateľ medzi emitentmi a investormi. Vďaka informáciám, ktoré agentúry poskytujú nemusia investori zbierať informácie potrebné na vytváranie portfólií.

Najväčšie ratingové agentúry sú Standard&Poor's, Moody's Investor Service a Fitch Ratings. Na základe štúdií finančných výkazov, strategických analýz a kvality manažmentu, určujú rating - odhad solventnosti spoločnosti. Rating označujú písmenami AAA až C a D pre default¹ a vyjadrujú schopnosť dlžníka splniť dohodnuté záväzky. Dlhopisy s ratingom AAA predstavujú najbezpečnejšiu investíciu.

Pre jednotlivé ratingy sú uvádzané pravdepodobnosti defaultu, recovery rate a tzv. transakčné matice. Tie ukazujú pravdepodobnosť, že sa rating emitenta počas daného obdobia zmení. Tabuľka 2.1 ukazuje kumulatívne pravdepodobnosti defaultu pre jednotlivé kategórie ratingov získané z historických dát. Podľa nej môžeme predpokladať, že pravdepodobnosť defaultu dlhopisu s ratingom AA do jedného roka je 0.01%, kým pre dlhopis s ratingom CCC je takmer 29%.

Príklad transakčnej matice podľa agentúry Standard & Poor ukazuje tabuľka 2.2. Môžeme si všimnúť, že najvyššie hodnoty sú na diagonále, pretože

¹Moody's používa označenie Aaa, Aa1, Aa2, Aa3, ...

Rating	Time horizon									
	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	Y6	Y7	Y8	Y9	Y10
AAA	0,00	0,00	0,03	0,06	0,10	0,17	0,24	0,36	0,41	0,45
AA	0,01	0,04	0,09	0,19	0,30	0,41	0,54	0,64	0,74	0,85
A	0,04	0,13	0,24	0,40	0,61	0,84	1,11	1,34	1,63	1,94
BBB	0,29	0,81	1,40	2,19	2,99	3,73	4,34	4,95	5,50	6,10
BB	1,20	3,58	6,39	8,97	11,25	13,47	15,25	16,75	18,16	19,20
B	5,71	12,49	18,09	22,37	25,40	27,77	29,76	31,32	32,54	33,75
CCC/C	28,83	37,97	43,52	47,44	50,85	52,13	53,39	54,05	55,56	56,45

Zdroj: Standard & Poor's

Tab. 2.1: Kumulatívne pravdepodobnosti defaultu 1981-2004

s najvyššou pravdepodobnosťou sa rating spoločnosti nezmení.²

Initial rating	Final rating								
	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC/C	D	NR
AAA	85,53	7,70	0,46	0,09	0,09	0,00	0,00	0,00	3,15
AA	0,60	87,50	7,33	0,54	0,06	0,10	0,02	0,01	3,84
A	0,04	2,07	87,21	5,36	0,39	0,16	0,03	0,06	4,67
BBB	0,01	0,17	3,96	84,13	4,03	0,72	0,16	0,23	6,61
BB	0,02	0,05	0,21	5,32	75,62	7,15	0,78	1,00	9,84
B	0,00	0,05	0,16	0,28	5,92	73,00	3,96	4,57	12,05
CCC/C	0,00	0,00	0,24	0,36	1,02	11,74	47,38	25,59	13,67

Zdroj: Standard & Poor's, 2007 Annual Global Corporate Default Study And Rating Transition

Tab. 2.2: Transakčná matica

²údaj NR predstavuje percento dlhopisov, pre ktoré nebude v danom období rating sledovaný. To môže nastať napríklad v prípade, že rating sa týka dlhopisov s maturitou pred časom sledovania finálneho ratingu.

Ratingové agentúry teda poskytujú jednoduchú možnosť odhadu kreditného rizika, podľa vzorca 2.1. Avšak takýto odhad má niekoľko nevýhod:

- štatistiky, ktoré agentúry poskytujú sa týkajú najmä dlhopisov a sú dostupné len pre veľké americké spoločnosti
- kreditné riziko spoločností zaradených do rovnakej kategórie ratingu závisí od charakteru každej z nich, preto by pravdepodobnosti defaultu nemali byť úplne rovnaké pre všetky spoločnosti s rovnakým ratingom
- informácie spojené s kreditným rizikom sa menia v čase. Sú odvodené aj od celkovej makroekonomickej situácie (napríklad vývoja úrokových mier) a preto odhad pravdepodobností získaný z historických údajov použitý v súčasnosti nemusí byť správny.

Dôležitosť ratingových agentúr vzrástla po zavedení dohovoru Basel II, podľa ktorého požiadavky na výšku držaného kapitálu bánk v mnohých prípadoch priamo závisia od hodnoty ratingu spoločnosti.

Ratingové agentúry sa stali terčom kritiky už niekoľko krát v minulosti³. V súčasnosti čelia obvineniam z neschopnosti varovať investorov pred nebezpečenstvom hypotekárnych produktov, ktoré odštartovali finančnú krízu. Európska únia preto prijala dohodu o povinnej registrácii a dohľade nad ratingovými agentúrami.

2.2 Mertonov model

Základom štrukturálnych modelov je Mertonov model, ktorý je rozšírením Black-Scholesovho modelu oceňovania opcií [17]. Hodnotu aktív v čase modeluje ako stochastický proces a predpokladá, že default nastáva, ak ich

³jednou z kritik bola napríklad neschopnosť predpovedať bankrot americkej energetickej spoločnosti Enron v roku 2001, ktorá mala rating BBB ešte niekoľko týždňov pred krachom

hodnota klesne pod určitú hranicu. Default chápe ako endogénnu udalosť, ktorú možno očakávať na základe poznatkov o vnútornej štruktúre firmy.

2.2.1 Predpoklady Mertonovho modelu

1. Kapitálová štruktúra firmy sa skladá z:

- akcií s hodnotou $S(t)$ v čase t
- dlhu s nominálnou hodnotou L , ktorý je vo forme jediného bezkupónového dlhopisu s maturitou T

Ak $V(t)$ predstavuje celkové aktíva, ktoré sa skladajú z týchto dvoch zložiek, potom v ľubovoľnom čase pred maturitou je ich hodnota rovná:

$$V(t) = D(t) + S(t),$$

kde $D(t)$ je dlh v čase t . Keďže ide o diskontovanú hodnotu dlhopisu s nominálnou hodnotou $D(T) = L$, platí:

$$D(t) = e^{u(T-t)} D(T) = e^{u(T-t)} L,$$

kde u je úroková miera dlhopisu.

2. Vývoj aktív firmy sa riadi exponenciálnym Brownovým pohybom a teda platí:

$$V_t = V_0 \exp \left[\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) t + \sigma W_t \right] \quad (2.2)$$

$$\frac{dV_t}{V_t} = \mu dt + \sigma dW_t$$

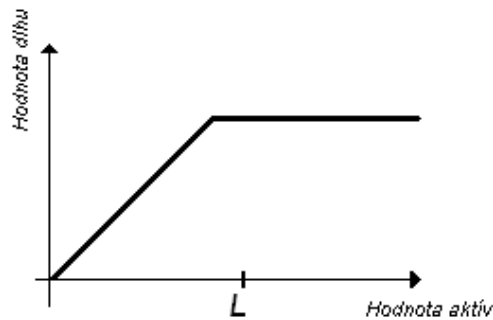
Z rovnice 2.2 vyplýva rozdelenie $\ln V_t$:

$$\ln V_t \sim N \left(\ln V_0 + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) t, \sigma^2 t \right) \quad (2.3)$$

3. Veritelia firmy môžu vymáhať svoj dlh až v čase maturity, preto predpokladáme, že default nemôže nastať v inom čase. Celú hodnotu dlhu dostanú len v prípade, ak v čase T hodnota aktív presahuje hodnotu dlhu, t.j. v prípade, že default nenastane; inak im bude vyplatená iba hodnota aktív. Teda payoff veriteľov v čase maturity možno vyjadriť:

$$D_T = \min(V_T, L) = L - \max(L - V_T, 0)$$

To je ekvivalentné s payoffom, ktorý by získal investor pri kúpe bezrizikového dlhopisu s nominálnou hodnotou L a predajom put opcie vypísanej na aktíva firmy $V(t)$ s expiračnou cenou L .



Obr. 2.3: Hodnota dlhu v čase maturity

Súčasnú hodnotu bezrizikového dlhopisu možno vyjadriť ako

$$Le^{-r(T-t)}$$

a hodnotu predaného putu dostávame podľa Black-Scholesa

$$-Le^{-r(T-t)}N(-d_2) + V_tN(-d_1),$$

kde N je distribučná funkcia normálneho rozdelenia

$$N(d) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^d e^{-\frac{\xi^2}{2}} d\xi$$

$$d_1 = \frac{\ln(V_t/L) + (r + \frac{\sigma^2}{2})(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}, \quad d_2 = \frac{\ln(V_t/L) + (r - \frac{\sigma^2}{2})(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

Súčasnú hodnotu dlhu možno teda vyjadriť ako

$$D(t, T) = V_t N(-d_1) + Le^{-r(T-t)}(1 - N(-d_2)) = \quad (2.4)$$

$$= V_t N(-d_1) + LB(t, T) \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{-d_2} \exp\left(-\frac{\mu^2}{2}\right) d\mu \right) = \quad (2.5)$$

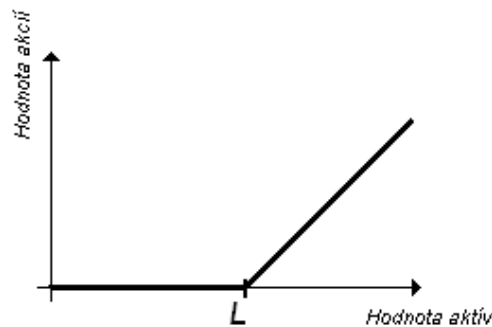
$$= V_t N(-d_1) + LB(t, T) \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{d_2} \exp\left(-\frac{\mu^2}{2}\right) d\mu \right) = \quad (2.6)$$

$$= V_t N(-d_1) + LB(t, T) N(d_2) \quad (2.7)$$

kde $B(t, T)$ znamená hodnotu bezrizikového dlhopisu s maturitou T v čase t .

Podobne akcionári firmy v čase maturity budú mať $V_T - L$ v prípade, že hodnota aktív bude postačujúca na splatenie dlhu. Ak hodnota aktív bude nižšia, celá sa rozdelí veriteľom a akcionárom nezostane nič. Čiže

$$S_T = \max(V_T - L, 0).$$



Obr. 2.4: Hodnota akcií v čase maturity

To znamená, že akcie firmy možno chápať ako call opcie na aktíva firmy. Podľa Black-Scholesovho modelu dostávame hodnotu tejto opcie v čase t ako

$$S(t, T) = V_t N(d_1) - L e^{-r(T-t)} N(d_2). \quad (2.8)$$

Podľa rovnice 2.8 možno použitím Itôvej lemy vyjadriť prírastok hodnoty akcií v tvare:

$$dS_t = k_1(t)dt + \sigma N(d_1(V_t, L))V_t dW_t$$

t.j.

$$\frac{dS_t}{S_t} = k_2(t)dt + \sigma N(d_1(V_t, L))\frac{V_t}{S_t}dW_t.$$

Keďže z hľadiska výpočtu volatility nás zaujíma výraz pri dW_t , nemusíme poznať presný tvar výrazov $k_1(t)$ a $k_2(t)$, aby sme mohli určiť volatilitu zmien ceny akcií

$$\sigma_S = N(d_1(V_t, L))\sigma\frac{V_t}{S_t}, \quad (2.9)$$

a teda dostávame vzťah medzi volatilitou aktív a volatilitou akcií.

Na základe predpokladu (3) a rozdelenia $\ln V$ (2.3) možno vyjadriť pravdepodobnosť defaultu:

$$\begin{aligned} Pr_{defaultu} &= Pr(V_T \leq L) = P(\ln(V_T) \leq \ln(L)) = \\ &= Pr\left(\frac{\ln V_T - \ln V_0 - (\mu - \frac{\sigma^2}{2}T)}{\sigma\sqrt{T}} \leq \frac{\ln L - \ln V_0 - (\mu - \frac{\sigma^2}{2}T)}{\sigma\sqrt{T}}\right) = \\ &= N\left(-\frac{\ln\frac{V_0}{L} + (\mu - \frac{\sigma^2}{2}T)}{\sigma\sqrt{T}}\right) \end{aligned}$$

2.2.2 Cena CDS

Cena CDS predstavuje prémie za riziko, ktoré investor podstupuje. V predchádzajúcej časti sme ukázali, že dlh firmy možno vyjadriť pomocou hodnoty

opcie (2.7). Zároveň však jeho hodnota musí byť rovná nominálnej hodnote dlhu diskontovanej do času t rizikovou úrokovou mierou u , ktorá sa skladá z dvoch zložiek:

- bezrizikovej úrokovej miery r
- rizikovej prémie s

Platí teda:

$$u = r + s$$

$$D(t, T) = Le^{-u(T-t)}$$

Porovnaním rovníc pre hodnotu dlhu dostávame:

$$Le^{-u(T-t)} = V_t N(d_1) + LN(t, T)N(d_2)$$

Bezrizikovú úrokovú mieru r v čase t uvažujeme ako hodnotu bezkupónového dlhopisu v čase t $B(t, T)$:

$$LB(t, T)e^{-s(t, T)(T-t)} = V_t N(-d_1) + LB(t, T)N(d_2).$$

Z čoho, môžeme odvodiť rizikovú časť úroku:

$$s(t, T) = -\frac{\ln \left[\frac{1}{l(t)} N(-d_1) + N(d_2) \right]}{T - t}, \quad (2.10)$$

kde

$$l(t) = \frac{LB(t, T)}{V_t}.$$

2.2.3 Nedostatky a rozšírenia Mertonovho modelu

Výhodou Mertonovho modelu je najmä jednoduchosť. Na druhej strane má však model niekoľko obmedzení.

1. Model predpokladá, že default nastane, ak hodnota aktív v čase expirácie nedosahuje nominálnu hodnotu dlhu L , ktorá predstavuje hranicu defaultu. Avšak v skutočnosti môže nastať v ľubovoľnom čase. Záväzky firmy sa môžu skladať z viacerých rôzne veľkých dlhov s rôznymi časmi maturity, a teda nie sú tvorené jediným dlhopisom ako to predpokladá model. Riešením tohto problému je zovšeobecnenie Mertonovho modelu, ktoré použili Black a Cox. Uvažujú, že default nastane, ak aktíva klesnú pod určitú hranicu $H(t)$, ktorá reprezentuje bezpečné záväzky v čase t . Hranica defaultu sa tak stáva náhodnou udalosťou a hodnotu dlhu $D(t)$ možno chápať ako rizikový bezkupónový dlhopis na krátku pozíciu na down-and-out bariérovú put opciu na aktíva firmy $V(t)$ [3].
2. Ďalším problémom, ktorý vzniká pri použití Mertonovho modelu je divergencia kreditných spreadov v čase tesne pred maturitou. Z rovnice pre hodnotu spreadu možno vypočítať limity pre $t \rightarrow T$. Ak platí $l(t) < 1$, teda ak je hodnota dlhu v čase tesne pred maturitou nižšia ako hodnota aktív, dostávame:

$$\lim_{t \rightarrow T} s(t, T) = 0$$

v opačnom prípade platí:

$$\lim_{t \rightarrow T} s(t, T) = \infty$$

To však nezodpovedá reálnym cenám. Tento nedostatok možno odstrániť modelovaním hodnoty aktív s použitím procesov s neočakávanými šokmi, akým je napríklad Poissonov proces. V takom prípade môže hodnota aktív klesnúť pod hranicu defaultu, aj keď v čase tesne pred maturitou nie je tesne nad ňou.

3. Keďže model vychádza z údajov o kapitálovej štruktúre firmy, ktoré sú získavané z finančných výkazov zverejňovaných zväčša štvrťročne,

ďalším problémom je nedostatočná dostupnosť dát. K skúmaniu týchto výkazov často dochádza až po defaulte.

2.3 Reduced-form modely

Reduced-form modely uvažujú default ako exogénnu premennú, takže miera jeho výskytu je parametrom modelu. Na rozdiel od Mertonovho modelu popísaného v predchádzajúcej časti neuvažujú, že výskyt defaultu závisí od hodnoty aktív, ktorá je ťažko pozorovateľná v praxi, ale ponúkajú kalibráciu pravdepodobností defaultu priamo z pozorovaných spreadov.

Cash flow spojený s jednoduchým kreditným derivátom (CDS) možno rozdeliť na dve časti:

- platby, ktoré platí protection buyer za poskytnutú ochranu. Ide o dávky platené m -krát ročne vyjadrené v základných bodoch hodnoty dlhu, ktoré sú platené do konca trvania kontraktu, prípadne do času defaultu, podľa toho, čo nastane skôr. Táto časť platieb sa zvykne označovať *premium leg*.
- na druhej strane ide o platbu platenú v prípade defaultu. Ide o náhradu škody investora. Predpokladáme, že v prípade defaultu dostáva časť svojho dlhu, vyjadrenú prostredníctvom recovery rate. Investor teda dostane $RR \times L$, zvyšnú časť platby - čiastku $(1 - RR)L$ uhradza protection seller, táto časť platieb sa nazýva *protection leg*.

Aby bol kontrakt ocenený správne, musí v čase založenia zmluvy platiť, že súčasné hodnoty (SH) oboch platieb sa rovnajú, teda musí platiť:

$$SH \text{ premium leg} = SH \text{ protection leg}$$

Model predpokladá, že default môže nastať v každom čase, a preto je potrebné poznať nielen pravdepodobnosť defaultu v čase maturity, ale po-

trebujeme poznať čas výskytu defaultu. Pravdepodobnosť výskytu defaultu v časovom intervale $[t, t + \Delta t]$ je

$$\lambda(t)\Delta t + o(\Delta t)$$

$o(\Delta t)$ je nepatrný čas vzhľadom k Δt .

Pravdepodobnosť prežitia je pravdepodobnosť, že kreditná udalosť nenastane v intervale $[t, t + \Delta t]$

$$1 - [\lambda(t)\Delta t + o(\Delta t)]$$

Ďalej predpokladáme, že výskyt defaultu v danom časovom intervale nezávisí od minulosti, a teda pravdepodobnosti výskytu v disjunktných intervaloch sú nezávislé.

Ak interval rozdelíme na n častí dĺžky Δt a pravdepodobnosť výskytu udalosti na intervale $[0, t]$ vyjadríme pomocou pravdepodobností udalostí na intervaloch

$$[0, t_1), [t_1, t_2), \dots, [t_{n-1}, t], \quad t_k = k\Delta t$$

dostávame

$$\prod_{k=1}^n (1 - \lambda(t_k)\Delta t).$$

Použitím aproximácie $\ln(1 + x) \approx x$ pre x blízke 0 dostávame

$$\ln \prod_{k=1}^n (1 - \lambda(t_k)\Delta t) = \sum_{k=1}^n \ln(1 - \lambda(t_k)\Delta t) = - \sum_{k=1}^n \lambda(t_k)\Delta t + o(\Delta t)$$

pre malé Δ (t.j. $\Delta t \rightarrow 0$) platí

$$\ln \prod_{k=1}^n (1 - \lambda(t_k)\Delta t) = \sum_{k=1}^n \ln(1 - \lambda(t_k)\Delta t) \rightarrow - \int_0^t \lambda(s) ds$$

to znamená, že pre pravdepodobnosť prežitia na intervale $[0, t]$ je

$$Q(0, t) = Pr(\tau > t) = \exp \left[- \int_0^t \lambda(s) ds \right].$$

Podobne možno ukázať, že pravdepodobnosť prežitia na intervale $[t, t + \Delta t]$, za predpokladu, že default nenastal do času t je

$$Q(t, T) = Pr(\tau > T | \tau > t) = \exp \left[- \int_t^T \lambda(s) ds \right]$$

Tieto pravdepodobnosti môžeme teraz využiť na výpočet súčasnej hodnoty premium leg a protection leg. Predpokladáme, že prémie sú vyplácané v časoch t_1, \dots, t_N . V prípade defaultu je vyplatená aj časť prémie vzniknutá medzi časmi, v ktorých je platená CDS prémie, pre zjednodušenie túto časť nároku neuvažujeme. Vplyv vzniknutej časti nároku na výšku vypočítanej prémie možno nájsť v [11].

Súčasnú hodnotu platieb platených investorom vyjadríme ako súčet platieb, ktoré nastanú a diskontujeme ich bezrizikovou úrokovou mierou:

$$SH \text{ premium leg} = \sum_{n=1}^N s r(t_n) Q(0, t_n)$$

prícom s znamená výšku prémie, platenú investorom v jednotlivých časoch, $r(t_n)$ je bezriziková úroková miera v čase t .

Vyplatenie protection leg nastáva iba v prípade, ak default nastane do času maturity T . V takom prípade, protection seller nahradí škodu investora. Investor v prípade defaultu dostáva len RR % hodnoty dlhu, kde RR znamená recovery rate. Zvyšok uhradza protection seller. Súčasnú hodnotu tejto platby možno vyjadriť ako

$$(1 - RR) \int_0^T r(v) Q(0, v) \lambda(v) dv$$

Pre zjednodušenie modelu možno použiť diskretnú formu:

$$(1 - RR) \sum_{m=1}^{M \times T} r(t_m) [Q(0, t_m) - Q(0, t_{m-1})]$$

Porovnaním súčasnej hodnoty *premium leg* a *protection leg* dostávame cenu CDS:

$$s = \frac{(1 - RR) \sum_{m=1}^{M \times T} r(t_m) [Q(0, t_m) - Q(0, t_{m-1})]}{\sum_{n=1}^N r(t_n) Q(0, t_n)}$$

Pri výpočte možno využiť *recovery rate* získané od ratingových agentúr. Ak pravdepodobnosť prežitia $Q(t_k, t_l)$ uvažujeme po častiach spojitú konštantnú (prípadne lineárnu) funkciu, použitie historických trhových cien CDS umožňuje vypočítať pravdepodobnosti prežitia v jednotlivých časoch.

Kapitola 3

Súčasná finančná kríza

Túto kapitolu venujeme stručnému popisu súčasnej finančnej krízy, jej vzniku, príčinám a dôsledkom.

Podľa Slovenskej bankovej asociácie [10] k hlavným príčinám krízy patria:

- nízke úrokové sadzby v USA
- rozvoj štrukturovaných cenných papierov naviazaných na hypotéky - MBS¹, CDO
- rozšírenie bankového modelu „originate and distribute“ („vytvor a rozdel“ - t.j. presúvanie kreditného rizika z banky na iný subjekt - banku, fond a podobne)
- poskytovanie hypotekárnych úverov v USA nízko príjmovým skupinám (subprime mortgage)
- oddiaľovanie prijatia nových regulačných pravidiel v USA (Basel II)
- nesprávny postup ratingových agentúr pri ohodnocovaní emisií CDO

¹Mortgage Backed Securities - cenné papiere ručené hypotékami

- podcenenie rizika štrukturovaných cenných papierov bankami.

Nízke úrokové miery v USA v posledných rokoch podnietili nízkopríjmové skupiny obyvateľstva k prijímaniu úverov, ktoré si pri takomto úroku mohli dovoliť. Zároveň nútili investorov hľadať nové investičné príležitosti ponúkajúce vyššie výnosy, ktoré však boli spojené s vyšším rizikom.

Nezdravú situáciu na amerických finančných trhoch si mnohí začali uvedomovať po tom, ako sa do problémov dostali veľké investičné banky. Lehman Brothers vyhlásil bankrot v septembri 2008², Fannie Mae a Freddie Mac boli zoštátnené. Problémy nevynechali ani ďalšiu veľkú spoločnosť AIG, ktorá dostala finančnú pomoc od štátu približne 85 miliárd dolárov na záchranu pred krachom, ktorý by spôsobil obrovské škody bankám po celom svete. Investičnú banku Merrill Lynch po problémoch odkúpila Bank of America.

Súčasná svetová finančná kríza úzko súvisí s poskytovaním hypoték v USA. V 60. a 70. rokoch vznikli hypotekárne finančné inštitúcie Fannie Mae a Freddie Mac, podporované vládou, s cieľom poskytnúť bývanie každému Američanovi. Skupovali od bánk hypotéky poskytované jednotlivcom (vrátane subprime hypoték) a tie potom skombinované a pospajvané predávali vo forme MBS spolu so štátnou garanciou investorom. Okrem MBS sa na trhu objavujú aj zložitejšie formy kreditných derivátov - CDO. Ich zložitá štruktúra nedovoľovala investorom získať dostatočný prehľad o presnom zložení a fungovaní, a preto sa spoliehali na hodnotenia ratingových agentúr, bez toho aby presne poznali riziko obsiahnuté v takýchto obchodoch. Tieto produkty poskytovali pomerne vysoký výnos, takže sa stali lákavou možnosťou obchodovania pre investorov na celom svete, a tak preberali riziko zahrnuté v nebezpečných hypotékach. Dlhodobé ceny nehnuteľností rástli a tak v prípade, že dlžník nebol schopný ďalej splácať svoj dlh, predajom nehnuteľnosti získal vyššiu čiastku ako bola hodnota poskytnutého úveru a tak

²s hodnotou aktív nad 600 miliárd dolárov išlo o najväčší bankrot v histórii USA.

dokázal splatiť hypotéku. Avšak v čase, keď ceny domov začali klesať, a teda v prípade neschopnosti dlžníka splácať úver už neposkytovali dostatočné krytie dlhu, začal sa efekt druhotriednych hypoték a presun kreditného rizika naplno prejavovať. Obrovské straty, ktoré zaznamenali banky a investori, vyspelosť a prepojenosť celého finančného systému vyústili do globálnej finančnej krízy.

Kapitola 4

Praktická časť

Túto kapitolu sme venovali pozorovaniu situácie cien akcií a cien CDS na reálnom trhu. Reduced-form modely na výpočet cien CDS používajú trhové ceny CDS alebo očakávané recovery rate, ktorú nemôžno získať z trhových dát. Možnosťou je použiť recovery rate poskytovanú ratingovými agentúrami, čo však obnáša niekoľko nevýhod [13]. Keďže vstupné údaje tohto modelu sú získavané z historických údajov, neodrážajú aktuálnu situáciu na trhu a nezahŕňajú ani očakávania o budúcom vývoji. Posledné mesiace boli obdobím výrazných zmien, preto sme sa rozhodli na výpočet cien CDS použiť Mertonov model, ktorý pri výpočte ceny využíva aktuálnu hodnotu akcií.

4.1 Dáta

Zdrojom údajov použitých vo výpočtoch a grafoch je Reuters. Údaje obsahujú informácie o 34 subjektoch - najväčších bankách v Európe, Amerike a Ázii na základe trhovej kapitalizácie. Ich zoznam uvádzame v prílohe. Zo vzorky pozorovaných dát sme vylúčili banky, ktoré prešli reštrukturalizáciou (zlúčením s inou bankou), a preto sme o nich nemali všetky potrebné informácie - banky Merrill Lynch, Wachovia, ABN Amro a HBOS.

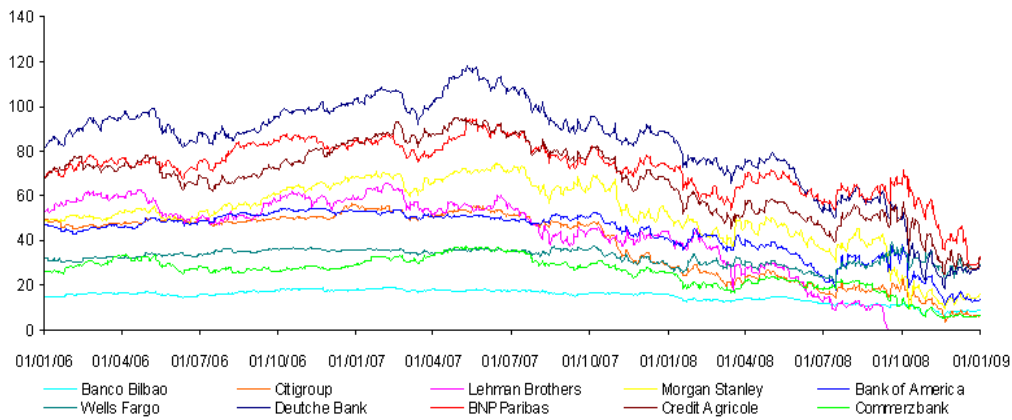
Údaje o každom subjekte obsahovali:

- **ceny akcií** na dennej báze,
- **počty akcií** vykazované pri zmene ich počtu. Za celé sledované obdobie sme používali poslednú uvádzanú hodnotu, pretože údaje o cenách akcií boli dodatočne upravované v súvislosti s rozdelením akcií - „stock splitom“.
- **objem dlhu** - uvádzaný pre väčšinu bánk štvrťročne. Pre potreby výpočtov sme denné objemy odhadli lineárnou interpoláciou.
- **jednoročné a päťročné úrokové miery**. Keďže sme sledovali americké, európske aj ázijské banky, používali sme dolárové, eurové a jenové bezkupónové bezrizikové úrokové miery podľa krajiny pôvodu banky.
- **trhové ceny jednoročných a päťročných CDS**, ktoré sme použili na grafické porovnanie výpočtu a reálnych cien.

Keďže trhové ceny CDS neboli pre väčšinu subjektov dostupné do polovice roku 2006 a informácie o veľkosti dlhu a aktív, ako aj počte akcií sú dostupné len do konca roku 2008, rozhodli sme vývoj na trhu aj potrebné údaje sledovať od začiatku roku 2006 do konca roku 2008. Výnimkou boli ceny akcií, ktoré sme použili aj z predchádzajúcich časov na výpočet volatility výnosov. Chýbajúce údaje v jednotlivých dňoch sme doplnili údajom z predchádzajúceho dňa.

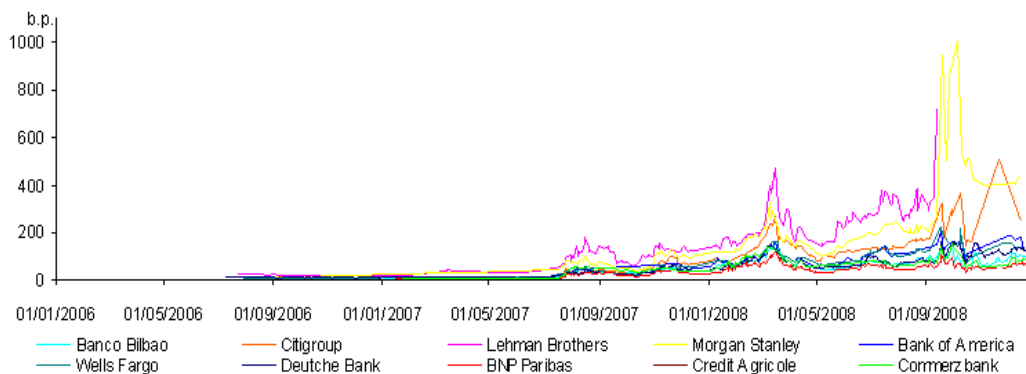
4.2 Vývoj na trhu

Posledné obdobie je charakterizované výraznými výkyvmi cien na akciových trhoch. Obrázok 4.1 zobrazuje vývoj cien akcií vybraných bánk v sledovanom období. Vidíme, že pohyby cien akcií sú podobné pre všetky banky.



Obr. 4.1: Vývoj ceny akcií

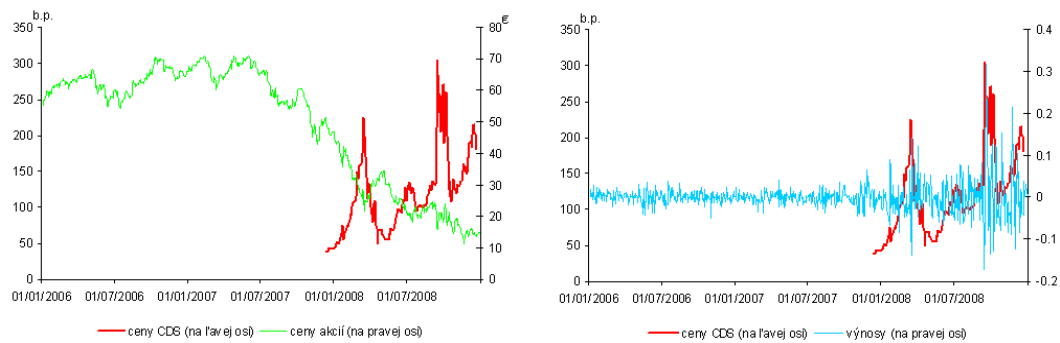
Do polovice roku 2007 ceny akcií postupne rástli, odvtedy dochádza k ich postupnému poklesu a koniec roku 2008 je sprevádzaný prudkými fluktuáciami. Obrázok 4.2 zobrazuje vývoj cien päťročných CDS. Rovnako ako v prípade



Obr. 4.2: Vývoj cien CDS 5Y

cien akcií je veľmi podobný pre všetky banky. Preto podrobnejšie závislosti zobrazujeme len pre jednu banku UBS (obr. 4.3).

Vidíme, že trhové ceny CDS rastú v období poklesu cien akcií a zároveň platí, že dosahujú vysoké hodnoty v období vysokej volatility výnosov akcií.



Obr. 4.3: Vývoj cien CDS 5Y, akcií a výnosov banky UBS

4.3 Porovnanie vypočítaných a trhových cien

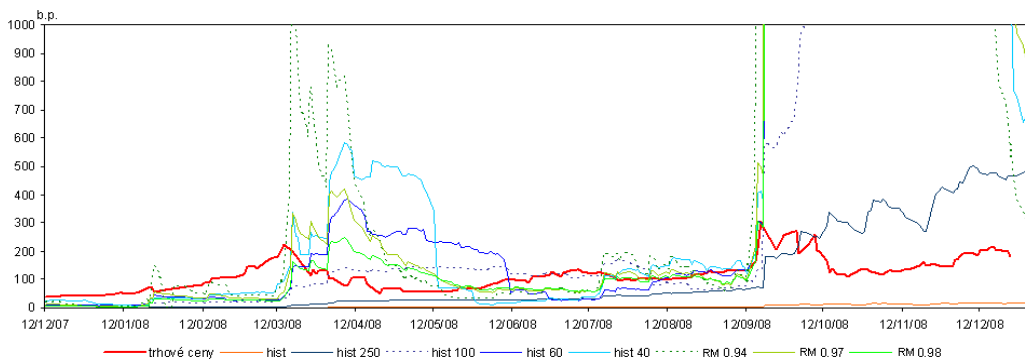
Ceny CDS sme počítali podľa Mertonovho modelu opísaného v kapitole 2.2. Na riešenie sústavy rovníc 2.8, 2.9 sme použili matematický softvér Matlab 6.5. Pri numerickom riešení tejto sústavy bol dôležitý výber správneho počiatočného bodu v každom čase. CDS prémie vyplácané spojitě (vypočítané podľa vzorca 2.10) sme upravili tak, aby zodpovedali štvrťročne platenej výške prémie.

Pri riešení sa ukázal kľúčový výpočet volatility cien akcií, ktorý v prípade banky UBS ilustruje obrázok 4.4. Vidíme, že voľba výpočtu volatility spôsobuje významné rozdiely cien CDS.

Uvažovali sme tri spôsoby výpočtu volatility cien akcií:

- **historická volatilita**

(v grafe označená *hist*) je vypočítaná ako štandardná odchýlka výnosov cien akcií. Jej použitie však nedokázalo dostatočne reagovať na zmeny cien akcií, ktoré ani v prípade veľkých zmien výrazne neovplyvovali ceny CDS. Keďže v sledovanom období nastávali prudké výkyvy



Obr. 4.4: Ceny 5Y CDS - UBS pre rôzne volatility

cien akcií, požadovali sme, aby ich použitý model dokázal zahrnúť do výpočtu ceny derivátu.

- **historická volatilita so skráteným sledovaným časom,** ktorá pri výpočte na rozdiel od „klasickej“ historickej volatility berie do úvahy len informácie o cenách akcií za niekoľko posledných dní. Uvažovali sme 250, 100, 60 a 40 dní (v grafe označené *hist 250*, *100*, *60*, *40*). Použitím historickej volatility 250 sme dostali podobné výsledky ako pri historickej volatilita. Volatility s kratším sledovaným časom síce reagovali na zmeny v cenách akcií, ale s oneskorením, zodpovedajúcim dĺžke zvoleného intervalu.
- **volatilita exponenciálnych kĺzavých priemerov** v čase k vypočítaná ako:

$$\sigma_{RM} = \sqrt{(1 - \lambda) \sum_{t=1}^{k-1} \lambda^{t-1} (r_t - \bar{r})^2} \quad \lambda \in (0, 1)$$

Takýto odhad, ktorý budeme ďalej označovať ako RiskMetrics (RM) volatilita, v porovnaní s historickou volatilitou rýchlejšie zachytáva šoky na trhu. RiskMetrics [16] uvádza ako najvhodnejšiu voľbu konštanty

$\lambda = 0.94$ pre denné dáta. Vo výpočtoch sme použili aj parametre $\lambda = 0.97$ a $\lambda = 0.98$.

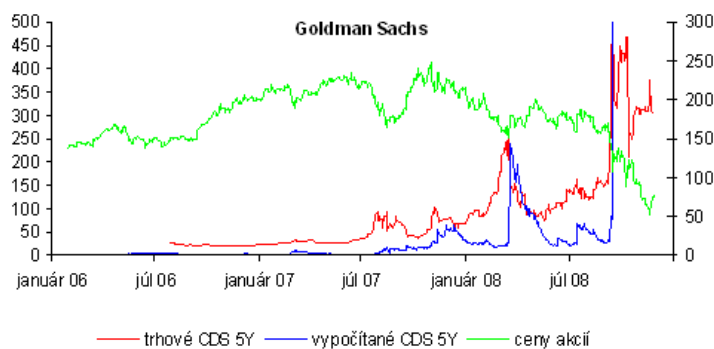
RiskMetrics volatilita kladie väčší dôraz na výkyvy akcií a tak sú vypočítané ceny CDS ovplyvnené zmenami ich cien, avšak v období vysokej volatility dosahujú extrémne hodnoty, ktoré ani zďaleka nepripomínajú reálne trhové ceny CDS. V období, keď dochádzalo k fluktuáciám na akciovom trhu a teda volatilita rástla, hoci ceny stúpali a klesli takmer na pôvodnú úroveň, dochádza k obrovskému nárastu vypočítaných cien CDS. Trhové ceny CDS odrážajú najmä zmeny cien akcií. Vypočítané ceny odrážajú fluktuácie, ktoré zvyšujú pravdepodobnosť defaultu.

V ďalšej práci odhliadneme od sledovania absolutných cien CDS a zameriame sa najmä na sledovanie ich reakcií na situáciu na trhu. Na výpočet používame RiskMetrics volatilitu, ktorá trhové zmeny dokáže zachytiť. Koeficient λ sme zvolili 0.97, pretože sa ukázalo, že takýto výpočet dokáže pomerne rýchlo reagovať na zmeny cien akcií a zároveň nedosahuje také extrémne hodnoty ako výpočet s použitím vyššej hodnoty parametra λ . Môžeme si všimnúť, že zmeny CDS nastávajú o niečo skôr ako pri volatilitu s použitím koeficientom $\lambda = 0.98$, avšak oneskorenejšie v porovnaní s $\lambda = 0.94$. Nami vypočítané ceny síce extrémne reagujú na zmeny cien akcií, v porovnaní s nimi však napríklad ceny vypočítané s volatilitou s rovnakými váhami (napríklad za posledných 60 dní) zaznamenávajú značné oneskorenie, úmerné dĺžke sledovaného obdobia.

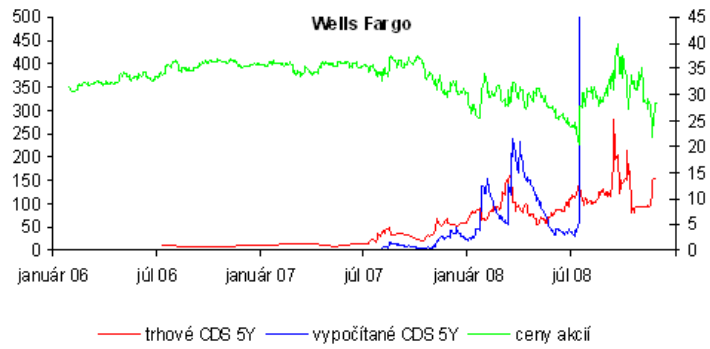
Jedným z predpokladov Mertonovho modelu je uvažovanie dlhu ako jediného bezkupónového dlhopisu s maturitou T . Pri rátaní cien ročných cien CDS teda chápeme tento dlh ako dlh s maturitou jeden rok a pri počítaní päťročných CDS tou istou hodnotou rozumieme dlh s päťročnou maturitou. Ani jeden z predpokladov nie je realistický. Ako sme už spomínali, dlh banky môže tvoriť portfólio zložené z rôzne veľkých dlhov s rôznymi maturitami. Takéto portfólio tvoria krátkodobé, ale aj dlhodobé záväzky, ktoré môžu mať

maturitu napríklad 20 rokov. Preto použitá informácia o veľkosti dlhu môže výpočet značne skresliť. Bez ďalších poznatkov však nedokážeme odhadnúť diverzifikáciu úverového portfólia banky z hľadiska časov maturity a teda nemôžeme upraviť zozbierané údaje o dlhu bánk do formy, ktorá by reálne odrážala skutočnú veľkosť dlhu. Úpravou veľkosti dlhu (prenásobením nejakou konštantou, ktorá by zmenila uvažovanú hranicu defaultu v Mertonovom modeli) by sme mohli dospieť k cenám CDS, ktoré by viac pripomínali reálne hodnoty, avšak išlo by len o odhad, ktorý by nevychádzal zo skutočnosti.

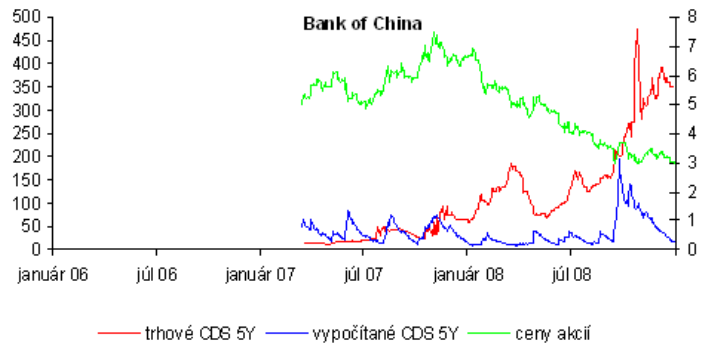
Nasledujúce grafy ukazujú vypočítané a trhové ceny päťročných CDS amerických bánk Goldman Sachs, Wells Fargo a ázijskej banky Bank of China. Grafy ostatných bánk, ako aj grafy ročných CDS uvádzame v prílohe. Vo všetkých grafoch sú trhové a vypočítané ceny CDS zobrazené v bázických bodoch na ľavých osiach, ceny akcií sú v grafoch zobrazované na pravých osiach v dolároch, eurách alebo jenoch podľa krajiny pôvodu banky.



Obr. 4.5: 5Y CDS - Goldman Sachs



Obr. 4.6: 5Y CDS - Wells Fargo



Obr. 4.7: 5Y CDS - Bank of China

Záver

V tejto práci sme sa venovali oceneniu základných kreditných derivátových nástrojov - Credit Default Swapov. Na ocenenie CDS veľkých svetových bánk sme použili Mertonov model. Porovnanie trhových a vypočítaných cien ukázalo značné rozdiely. V čase finančnej krízy, teda v období, keď dochádzalo k prudkým zmenám cien akcií sa kľúčovým ukázal spôsob výpočtu volatility akcií. Použitý výpočet je výrazne ovplyvnený výkyvmi cien akcií, kým trhové ceny záviseli najmä na ich samotnej cene. Otázkou zostáva, či použitý model nedokáže zmeny v cenách akcií reálne odrážať v cenách CDS, alebo v období finančnej krízy a neistoty neboli tieto nástroje na trhu oceňované správne. Model by mal zahŕňať informáciu o aktuálnej cene akcií a ich vývoji, pretože odrážajú stabilitu firmy. Avšak v prípade kreditných derivátov, ktoré sú dlhodobými finančnými nástrojmi, by denné výkyvy akcií nemali spôsobovať také obrovské rozdiely v cenách CDS. Možno pozorovať, že fluktuácia cien akcií spôsobí zmeny v trhových cenách CDS krátkodobo, kým model počíta s trvalejším výkyvom cien. Trhová cena CDS zahŕňa okrem „fundamentálnej“ zložky aj „pocitovú“ zložku, v ktorej je zohľadnená napríklad aj prémie za riziko. V súčasnosti je na trhu zvýšená averzia voči riziku a v dôsledku strát bánk aj neistota ohľadom ich reálneho zdravia. Viaceré banky dostali vládnu pomoc, čo významne vplývalo na trhovú cenu, model to však nezachytáva. Pracuje s údajmi o dlhu, ktoré sú k dispozícii iba štvrtročne, pričom najmä počas krízy banky znižujú svoju zadlženosť

(leverage), a tak význam hodnoty dlhu rastie. Mertonov model síce poskytuje relatívne jednoduchý spôsob výpočtu a umožňuje tak vypočítať ceny CDS z dostupných dát, rozdiely s reálnymi cenami sú však také výrazné, že možno zhodnotiť, že model dokáže čiastočne zachytávať dynamiku trhových cien, avšak skutočné hodnoty sa výrazne líšia. Odchýlky sú natoľko veľké, že nám nedovoľujú porovnávať výsledky v rámci jednotlivých skupín bánk tak, ako sme pôvodne zamýšľali.

Kreditné deriváty sú zložitý finančný nástroj, preto by ich oceňovanie malo byť založené na podrobných poznatkoch o štruktúre a vývoji firmy, a to najmä v časoch prudkých zmien na finančných trhoch, aké zaznamenalo nedávne obdobie.

Literatúra

- [1] Basel Committee on Banking Supervision, *Overview of The New Basel Capital Accord*, Bank for International Settlements, 2003.
- [2] Branch, W. A., *Local convergence properties of a cobweb model with rationally heterogenous expectations*, Journal of Economic Dynamics & Control 27, 63-85, 2002.
- [3] Bruyère, R., a kol. *Credit Derivatives and Structural Credit: A Guide for Investor*, John Wiley & Sons, Ltd, 2006.
- [4] Chaplin, G. *Credit Derivatives: Risk Management, Trading & Investing*, John Wiley & Sons, Ltd, 2006.
- [5] Das, S., R., Sundaram, R., K., *A Direct Approach to Arbitrage-Free Pricing of Credit Derivatives*, National Bureau of Economic Research Working Paper, No. 6635, 1998.
- [6] Hirtle, B., *Credit Derivatives and Bank Credit Supply*, Federal Reserve Bank of New York Staff Reports, 2007.
- [7] Hull, J., Nelken, I., White, A., *Merton's Model, Credit Risk, and Volatility Skews*, Journal of Credit Risk, Vol 1, No. 1,1-24, 2004.
- [8] Hull, J., White, A., *Valuating Credit Default Swaps I: No Counterparty Default Risk*, Journal of Derivatives, Vol. 8, No. 1,29-40, 2000.

- [9] Karpiš, J., *Štartujte tlačiarne na peniaze!*, Týždeň, No. 39, 2008.
- [10] Lanzia, M., *Slovenský bankový sektor v kontexte svetovej finančnej krízy*, Slovenská banková asociácia, 2008.
- [11] O’Kane, D., *Credit Derivatives Explained: Market, Product, and Regulations*, Lehman Brothers, 2001.
- [12] O’Kane, D., Schlögl, L., *Modelling Credit: Theory and Practice*, Lehman Brothers, 2001.
- [13] O’Kane, D., Turnbull, S., *Valuation of Credit Default Swaps*, Lehman Brothers, 2003.
- [14] Morrison, A., D., *Credit Derivatives, Disintermediation, and Investment Decisions*, The Journal of Business, Vol. 78, No. 2, 621 -647, 2005.
- [15] Pafka, S., Kondor, I., *Evaluating the RiskMetrics Methodology in Measuring Volatility and Value-at-Risk in Financial Markets*
- [16] RiskMetrics Group (1996) *Technical Document* , New York: J.P. Morgan/Reuters
- [17] Ševčovič, D. *Analytické a numerické metódy oceňovania finančných derivátov*, Univerzita Komenského Bratislava, 2006.

Príloha č.1 - Zoznam sledovaných bánk

Európske banky:

UBS
Deutsche bank
HSBC
Santander
ABN Amro
Unicredit
Intesa Sanpaolo
BNP Paribas
RBS
ING
Credit Agricole
Fortis
Barclays
Societe General
HBOS
Credit Suisse
Commerzbank
Dexia
Lloyds TSB
Banco Bilbao

Americké veľké banky:

Citigroup
JP Morgan Chase
Bank of America
Wells Fargo
Wachovia

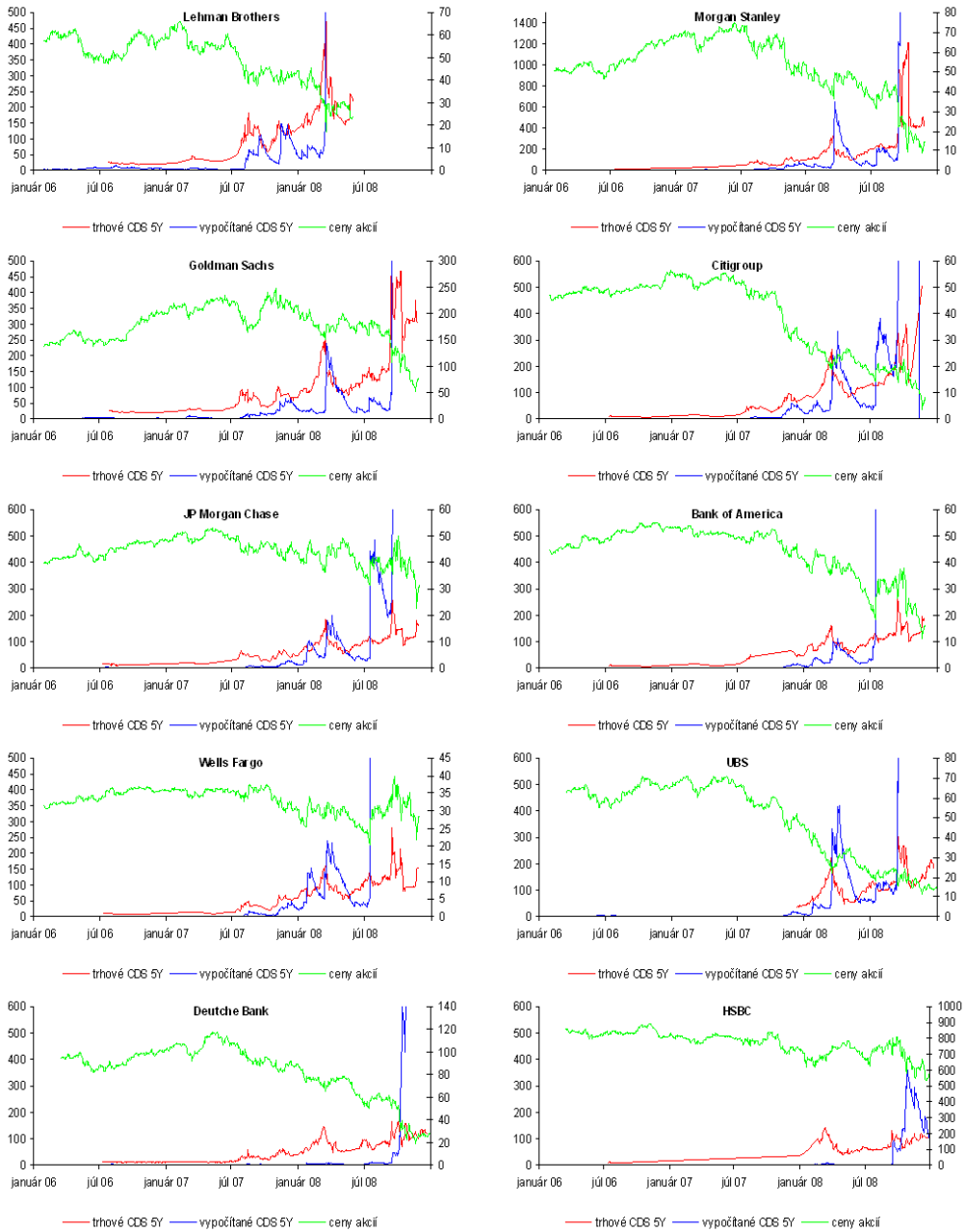
Ázijské banky:

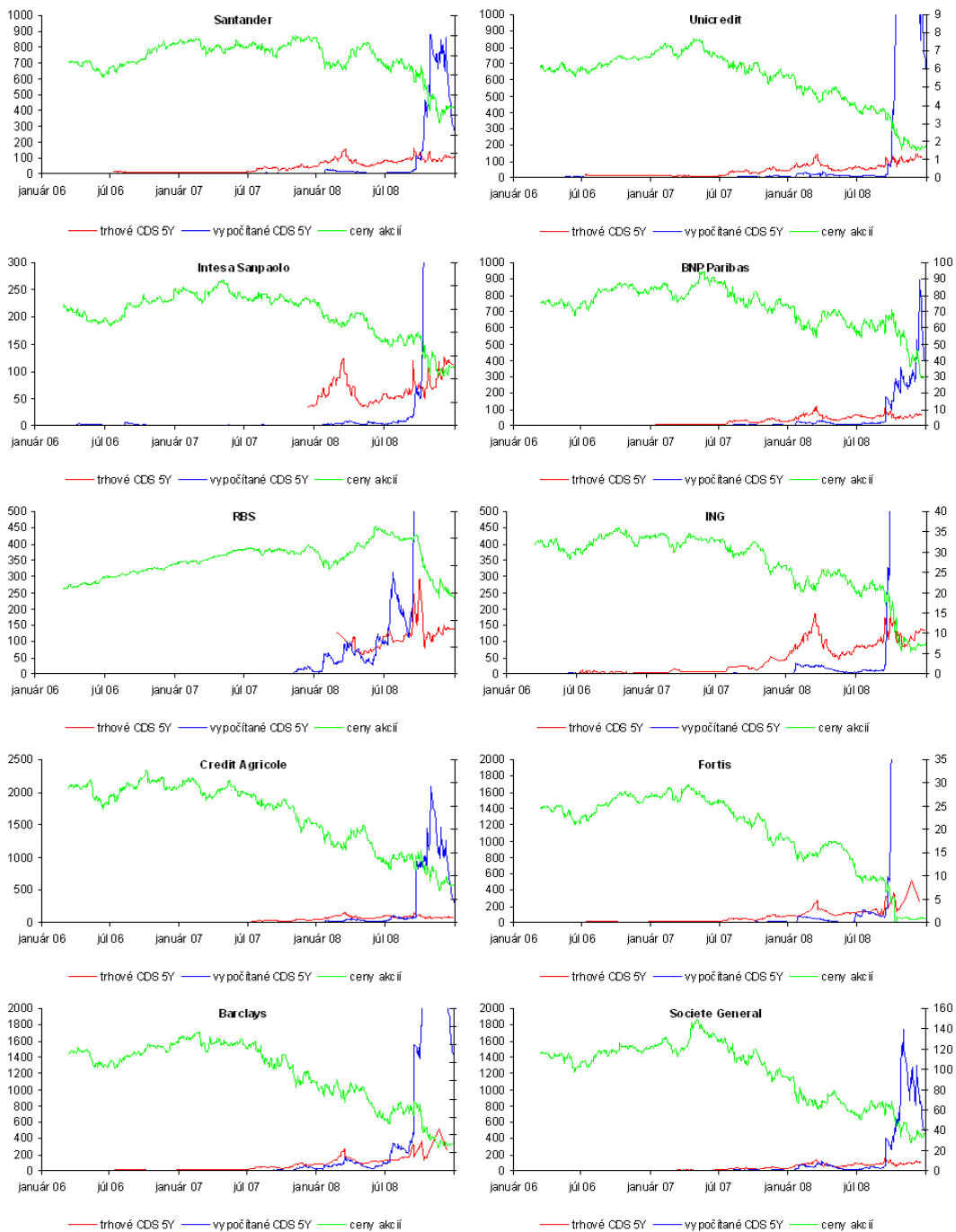
ICBC
China Construction
Bank of China
Mitsubishi UFJ Financial
Sumitomo Mitsui Financial Group Inc

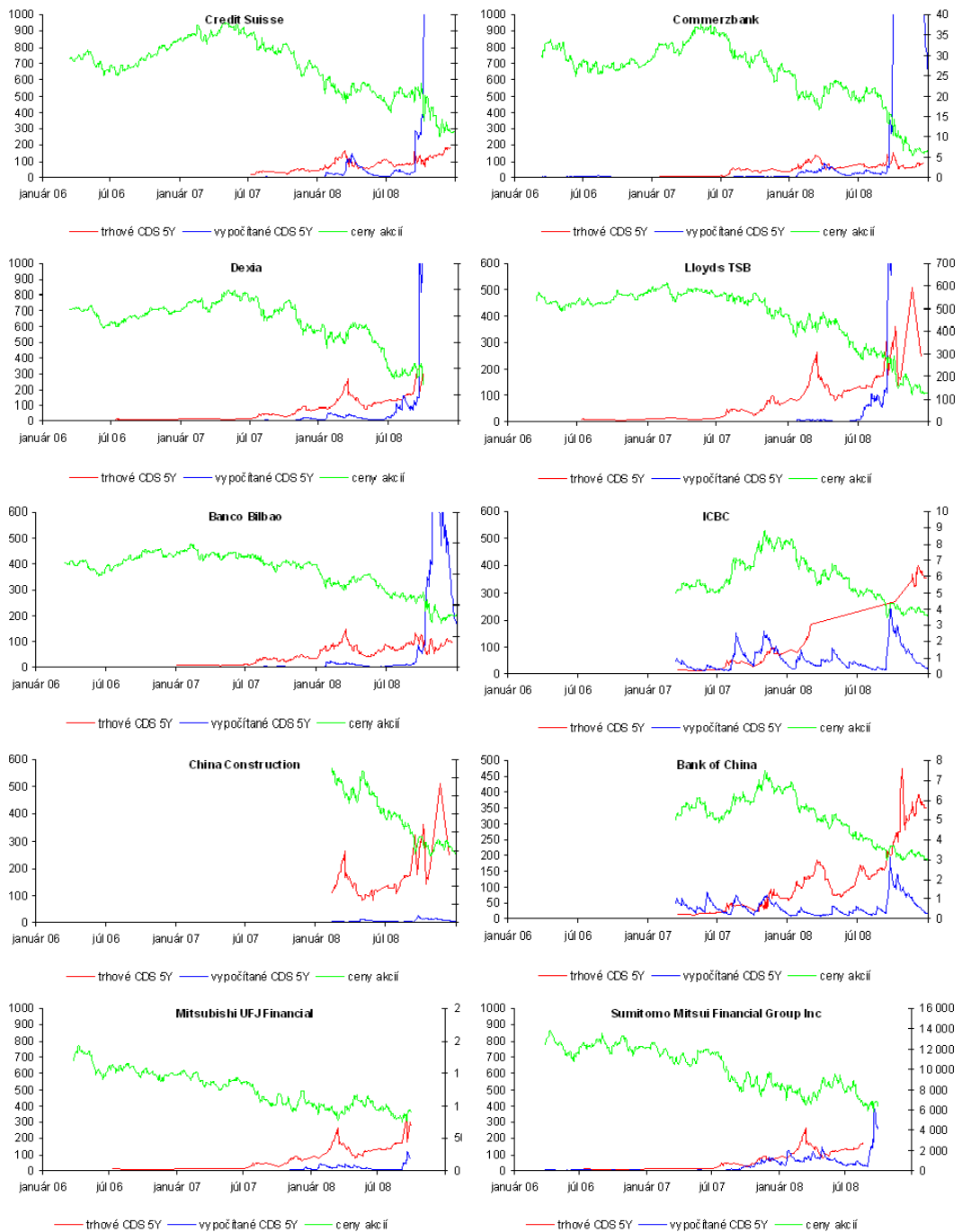
Americké investičné banky:

Lehman Brothers
Merrill Lynch
Morgan Stanley
Goldman Sachs

Príloha č.2 - Ceny ročných CDS







Príloha č.3 - Ceny ročných CDS

