

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky
Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky



HODNOTENIE VÝKONNOSTI PORTFÓLIA

Diplomová práca

Šimon HORÁČEK

BRATISLAVA 2010

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky
Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky

HODNOTENIE VÝKONNOSTI PORTFÓLIA

Diplomová práca

Šimon HORÁČEK

9.1.9 Aplikovaná matematika
Ekonomická a finančná matematika

Vedúci práce: Mgr. Igor MELICHERČÍK, PhD.

BRATISLAVA 2010

Čestne prehlasujem, že som diplomovú prácu vypracoval samostatne s využitím vlastných poznatkov a uvedenej odbornej literatúry.

BRATISLAVA, apríl 2010

.....

Šimon Horáček

Touto cestou by som sa chcel poďakovať hlavnému analytikovi spoločnosti Across Wealth Management Ing. Marekovi Pavlovičovi za jeho cenné skúsenosti zo skutočného sveta investícií a fondov, o ktoré sa so mnou podelil a vedúcemu diplomovej práce Mgr. Igorovi Melicherčíkovi, PhD. za jeho odborné vedenie, rady a pripomienky, ktoré mi venoval pri vypracovávaní diplomovej práce.

Abstrakt

HORÁČEK, Šimon: *Hodnotenie výkonnosti portfólia* [diplomová práca]. Univerzita Komenského, Bratislava. Fakulta matematiky, fyziky a informatiky; Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky. Vedúci diplomovej práce: Mgr. Igor Melicherčík, PhD.; Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky, Univerzita Komenského, Bratislava. Bratislava: FMFI UK, 2010. 65 strán.

Bežný investor považuje za hlavný ukazovateľ "kvality" portfólia najmä výnos. Cieľom diplomovej práce je však poukázať na fakt, že samotný výnos nám nedáva reálny obraz o správaní sa daného finančného aktíva. To úplne najzákladnejšie pravidlo investovania hovorí, že výnos je priamo úmerný riziku. Čím väčší výnos, tým väčšie riziko. A citlivosť na riziko je veľmi intímna vec. Posledné výskumy v takých prelomových vedných oblastiach ako neuroekonómia a behaviorálne financie ukázali, že odpor k riziku je v ľudských bytostiach zakorenený veľmi hlboko a má svoj zdroj vo veľmi starých štruktúrach mozgu. Tak, ako kedysi neopatrného lovca rýchlo zožral lev, tak dnes trh oberie príliš agresívneho investora o jeho úspory. Aby sme dokázali predísť neopatrnému a zbrklému výberu investičného portfólia pre účel jednorázového alebo pravidelného investovania, je takmer povinnosť pozrieť sa na rôzne ukazovatele výkonnosti portfólia a s ich pomocou urobiť rozumné rozhodnutie.

Kľúčové slová: portfólio, benchmark, fond, index, výnos, riziko, R-Squared, alpha, beta, Jensen's alpha, Sharpe ratio, Treynor ratio, Tracking Error, Information ratio, Maximum Drawdown, Maximum Drawdown Length, výnos pravidelnej investície, výhodnosť pravidelnej investície

Abstract

HORÁČEK, Šimon: *Portfolio performance evaluation* [master thesis]. Comenius University, Bratislava. Faculty of Mathematics, Physics and Informatics. Department of Applied Mathematics and Statistics. Supervisor: Mgr. Igor Melicherčík, PhD.; Department of Applied Mathematics and Statistics, Comenius University, Bratislava. Bratislava: FMFI UK, 2010. 65 pages.

Investor consider return as a leading indicator of portfolio “quality”. The goal of the master thesis is to point on the fact, that the return by himself doesn’t give us a realistic picture of the behavior of a financial asset. The most basic rule of investing is that the return is directly proportional to the risk. The higher is the return, the greater is the risk. Risk awareness is a very intimate thing. Recent research in areas of science such as neuroeconomics and behavioral finance have shown us, that the aversion to risk is very deeply rooted in human beings and has its source in a very old structures of the brain. As in past, careless hunter was quickly devoured by lion, now the market deprive too aggressive investors of their savings. To be able to prevent careless and impetuous choice of investment portfolio for the purpose of a single or regular investing, is almost an obligation to look at different performance indicators of the portfolio and through their make a good decision.

Keywords: portfolio, benchmark, fund, index, yield, risk, R-Squared, alpha, beta, Jensen’s alpha, Sharpe ratio, Treynor ratio, Tracking Error, Information Ratio, Maximum Drawdown, Maximum Drawdown Length, return of regular investment, regular investment expedience

Obsah

Úvod	1
1 Jednorázové investovanie	3
1.1 Výnos	3
1.2 Riziko	5
1.3 Korelácia a R-Squared	7
1.4 Alfa a beta koeficienty	9
1.5 Jensenova alfa	10
1.6 Sharpeov pomer	11
1.7 Treynorov pomer	13
1.8 Tracking Error	13
1.9 Information ratio	14
1.10 MDD, MDDL a Return-Recovery ratio	15
2 Pravidelné investovanie	18
2.1 Motivácia k analýze pravidelného investovania	18
2.1.1 3 modely vývoja trhu	18
2.1.2 Vývoj typu “kosoštvorec”	19
2.1.3 Vývoj typu “kosodĺžnik”	20
2.2 Teoretická príprava	21
2.2.1 Výnos pravidelnej investície	21
2.2.2 Funkcia užitočnosti	24
2.2.3 Stochastický kalkulus	25
2.3 Modelovanie vývoja S&P 500	27
2.4 Modelovanie vývoja rôznych stratégií	28
2.5 Výhodnosť pravidelnej investície (VPI)	28
3 Hodnotenie fondov	32
3.1 Porovnávanie fondov “starej” Európy	32

OBSAH

3.1.1	Metodika hodnotenia	33
3.1.2	3-ročný horizont	34
3.1.3	5-ročný horizont	40
3.1.4	7-ročný horizont	44
3.2	Porovnávanie rôznych trhov	47
3.2.1	Metodika hodnotenia	48
3.2.2	Zoznam hodnotených aktív	49
3.2.3	2000-2007	49
3.2.4	2002-2009	52
	Záver	56
	Literatúra	57

Úvod

Investovanie na finančných trhoch, predovšetkým prostredníctvom podielových fondov, si nachádza každým rokom viac a viac priaznivcov. Je to spôsobené najmä neuspokojivým výnosom dosiahnuteľným v bankách a stále sa zlepšujúcou informovanosťou širokej verejnosti. Na svete je niekoľko desiatok tisíc rôznych podielových fondov a tento počet sa neustále zvyšuje hľadaním nových trhov, ktoré majú potenciál priniesť zisk. Ale akým spôsobom vybrať fond, príp. kombináciu fondov tak, aby odmena, ktorá sa nám dostane, bola čo najväčšia?

Práve tejto problematike sa diplomová práca venuje v prvej kapitole, kde si v prvom rade zadefinujeme základné ukazovatele výkonnosti portfólia, ktorými sú výnos a riziko a následne si objasníme väčšie množstvo ukazovateľov, s ktorými sa bežne môžeme stretnúť pri investovaní na finančných trhoch. Objasníme si ich podstatu a preskúmame, čo nám jednotlivé miery o riziku povedia.

Investori majú tendenciu nakupovať v období priaznivého prostredia a rastu trhov. Naopak, v období poklesu cien a pri všeobecnom náraste nervozity, svoje investície predávajú z dôvodu minimalizácie strát. Štatistika je jasná a hovorí, že 80% všetkých, čo vstupujú na finančné trhy, prerobia. Pritom teória je jednoduchá, a to nakupovať v období, keď je na trhu "akcia" na fondy a za málo peňazí nakúpime veľa a predávať, keď je hodnota našich podielov vysoká.

Správne časovanie investícií je však zložité. Pre bežného investora je takmer nemožné určiť najvhodnejší okamih pre vstup a výstup z finančných trhov, správne načasovať investície. Trhy majú z dlhodobého hľadiska rastový trend, avšak z krátkodobého pohľadu ich hodnota kolíše. Nikto nie je schopný ideálne časovať investíciu. Prijaté rozhodnutie kedy zainvestovať je jedno z najťažších rozhodnutí, ktoré musí investor urobiť.

Jedným z najlepších spôsobov, ako sa vyhnúť rozhodnutiam o najvhodnejšom načasovaní investícií, je investovať pravidelne. Hlavnou výhodou tejto stratégie je technika priemerovania nákladov, kde je riziko nesprávneho načasovania investície znížené nakupovaním finančných nástrojov v pravidelných intervaloch. Priemerovanie nákladov nám zabezpečí, že v období poklesu trhov za svoje prostriedky nakúpime viac cenných papierov. Aký typ podielových fondov je však na pravidelné investovanie najvhodnejší? Ako zhodnotiť, ktorý podielový fond je najlepší práve na tento typ investovania?

Tento problematike sa budeme venovať v druhej kapitole diplomovej práce, kde si zadefinujeme výnos pravidelnej investície a rôzne merítka výhodnosti pravidelnej

investície.

V záverečnej, no nie menej dôležitej, časti diplomovej práce sa budeme venovať základným cieľom, a to nájsť tie podielové fondy, ktoré vo svojej kategórii poskytovali investorom najkvalitnejšiu správu, to znamená najvyšší výnos pri zohľadnení rizika investície, porovnaní, či sú najkvalitnejšie fondy v rámci jednorázového investovania zároveň najkvalitnejšie aj pre investovanie pravidelné a nakoniec porovnaní podielových fondov v rámci viacerých trhov a viacerých kategórií pre oba spôsoby investovania.

Kapitola 1

Jednorázové investovanie

V posledných 30-tich rokoch nastal na svete veľký rozmach vrámci jednorázového investovania. V súčasnosti je počet fondov rádovo niekoľko desiatok tisíc. Každý z nich je iný. Rôzne fondy majú rôzne investičné stratégie, a preto sa musí líšiť ich výnos a riziko, pri ktorom tento výnos dosahujú. Rozdielov je skutočne veľa a preto nie je možné posudzovať fondy podľa jednej šablóny.

Výnos a riziko sú dva najzákladnejšie ukazovatele výkonnosti portfólia, ako pre skúsených investorov, tak i pre úplných laikov. Snahou každého investora je maximalizovať výnos a eliminovať riziko, čo však nie je jednoduchá cesta. Ak by sa investor zameriaval na dosiahnutie čo najväčšieho výnosu, vsadil by na jednu kartu, napr. na lotériu alebo ruletu. Riziko nenaplnenia investičného zámeru by bolo však obrovské. Naopak, ak by chcel minimalizovať riziko, vsadil by na jeho diverzifikáciu rozložením investície do čo možno najviac konzervatívnych typov aktív, napr. pod vankúš príp. do ponožky. Výnos by bol však na veľmi nízkej úrovni. Investovanie nie je výnimkou a väčšinou pri ňom platí formulka: *“Výnos je odmena za podstúpené riziko”*.

1.1 Výnos

Investori porovnávajú finančné aktíva na základe ich výnosov, teda relatívnych zmien ceny¹ počas sledovaného obdobia:

$$r_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}. \quad (1.1)$$

Je zaužívaný predpoklad, že zmeny v cenách sú z krátkodobého hľadiska lognormálne rozdelené náhodné premenné a výnosy možno aproximovať rozdielom logaritmov cien. Možeme o nich povedať, že majú normálne rozdelenie. Úpravou (1.1) dostávame:

$$\frac{P_t}{P_{t-1}} = 1 + r_t \Leftrightarrow \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) = \ln(1 + r_t) \approx r_t. \quad (1.2)$$

¹V investovaní do finančných aktív, ako sú napr. akcie alebo podielové fondy, sa ako cena považuje NAV (Net Asset Value).

Kumulovaný (absolútny) výnos za čas t , možno vypočítať zo vzťahu:

$$R_t = \frac{P_t - P_0}{P_0} = \frac{P_t}{P_0} - 1, \quad (1.3)$$

alebo

$$R_t = (1 + r_1)(1 + r_2) \cdots (1 + r_t) - 1, \quad (1.4)$$

kde

R_t - kumulovaný výnos za obdobie t

P_t - cena aktíva v čase t

r_1, r_2, \dots, r_t - "čiastkové" výnosy počas jednotlivých období. Každá perióda zodpovedá jednému pozorovaniu (deň, týždeň, mesiac, rok,...).

Investícia býva často rozložená do niekoľkých aktív, t.j. investujeme do portfólia. Nech X_p je celková hodnota investície a X_p^i , $i = 1, 2, \dots, n$, jej časti investované do jednotlivých aktív. Potom definujeme váhy w_i nasledovne:

$$X_p^i = w_i X_p, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Zrejme platí:

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1.$$

Váha w_i vyjadruje, akú časť portfólia predstavuje aktívum i . Ak $w_i > 0$, tak je i -té aktívum v dlhej pozícii, ak $w_i < 0$, tak je i -té aktívum v krátkej pozícii. Nech X_1 je hodnota portfólia na konci periódy. Pre výnos portfólia potom platí:

$$\begin{aligned} r_p &= \frac{X_1}{X_0} - 1 = \frac{\sum_{i=1}^n (1 + r_i) X_0^i}{X_0} - 1 \\ &= \sum_{i=1}^n (1 + r_i) w_i - 1 = 1 + \sum_{i=1}^n w_i r_i - 1 \\ &= \sum_{i=1}^n w_i r_i. \end{aligned} \quad (1.5)$$

Výnos portfólia je teda váženým priemerom výnosov jednotlivých aktív.

Analogicky ako (1.5) možno vypočítať očakávaný výnos portfólia ako vážený priemer očakávaných výnosov jednotlivých aktív.

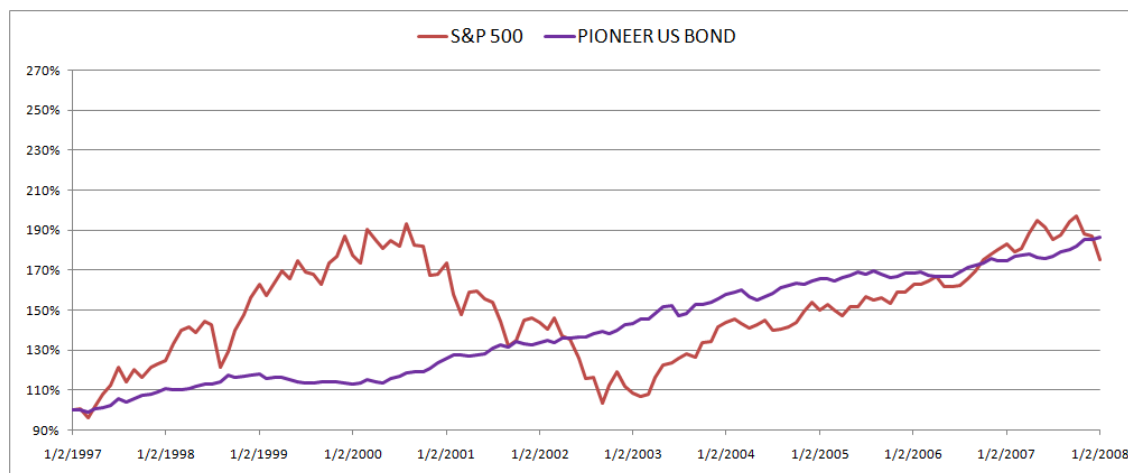
$$\bar{r}_p = \sum_{i=1}^n w_i \bar{r}_i, \quad (1.6)$$

kde

$\bar{r}_p = E[r_p]$ - očakávaný výnos z portfólia

$\bar{r}_i = E[r_i]$ - očakávaný výnos z i -tého aktíva

Keďže vývoj ceny finančného aktíva a očakávaný výnos sú náhodné premenné, ani tí najlepší portfólio manažéri, či burzovní makléri nemôžu s istotou povedať jeho zajtrajšiu cenu. Je to podobné ako predpovedať počasie na základe aktuálneho stavu a historických údajov.



Obr. 1.1: Porovnanie výkonnosti akciového indexu a dlhopisového fondu

Ako môžeme na obrázku (1.1) vidieť, od roku 1997 až po koniec roku 2007 dosiahol americký dlhopisový fond Pioneer US Bond Fund o niečo väčší absolútny výnos ako americký akciový index S&P 500. Priebeh vývoja týchto dvoch fondov na 11-ročnom horizonte je však radikálne odlišný. Všimnime si najmä to, že výnos, ktorý oba fondy dosiahli po 11 rokoch, mal akciový index “vo vrecku” už v roku 2000. Potom však nastala veľká kríza na akciových trhoch, čo spôsobilo jeho prepád o vyše polovicu. Naopak, dlhopisový fond bol za celé obdobie relatívne stabilný. Každý z nich má inú investičnú stratégiu, iný očakávaný výnos a tým aj iné riziko.

1.2 Riziko

Riziko sa tradične považuje za negatívnu stránku investovania. Čínske symboly pre riziko nám dávajú presný popis toho, čo riziko v investovaní znamená. Prvý symbol

危機

je symbolom pre “nebezpečenstvo”, kým druhý z nich je symbolom pre “príležitosť”. Riziko je teda kombináciou príležitosti, ktorá prináša vzrušenie a nebezpečenstva, ktoré prináša strach. Poďme sa bližšie pozrieť na riziko v investovaní. Ak investor zistí, že sledované portfólio zarobilo za päť rokov priemerne 12 percent ročne, mal by sa zaujímať, akú šancu má vytvoriť rovnaký zisk aj v budúcnosti. Keďže je výnos

náhodná premenná, pohybuje sa investor na poli pravdepodobnosti. Historická výkonnosť nie je zárukou rovnakej výkonnosti aj v budúcnosti. Analýzou rizika a volatility môžeme zistiť mantinely, v ktorých sa bude ďalšie zhodnocovanie aktíva s určitou pravdepodobnosťou pohybovať. Aj z tohto dôvodu je riziko popri výnose dôležitým ukazovateľom pre investora.

Najpoužívanejšou mierou popisujúcou riziko je smerodajná odchýlka σ [sigma], ktorá je druhou odmocninou variancie $\sigma^2 = var(r)$, ďalej volatilita. Volatilita nám udáva mieru kolísania výnosu okolo strednej hodnoty na základe porovnania výnosov dosiahnutých v minulosti za určité obdobie. Nech portfólio s výnosom popísaným náhodnou premennou r , dosahuje hodnoty výnosov r_1, r_2, \dots, r_n s rovnakou pravdepodobnosťou, potom priemerný výnos \bar{r} , náhodnej premennej r , definujeme ako:

$$\bar{r}_p = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n r_i. \quad (1.7)$$

Následne definujeme volatilitu σ ako:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (r_i - \bar{r})^2}. \quad (1.8)$$

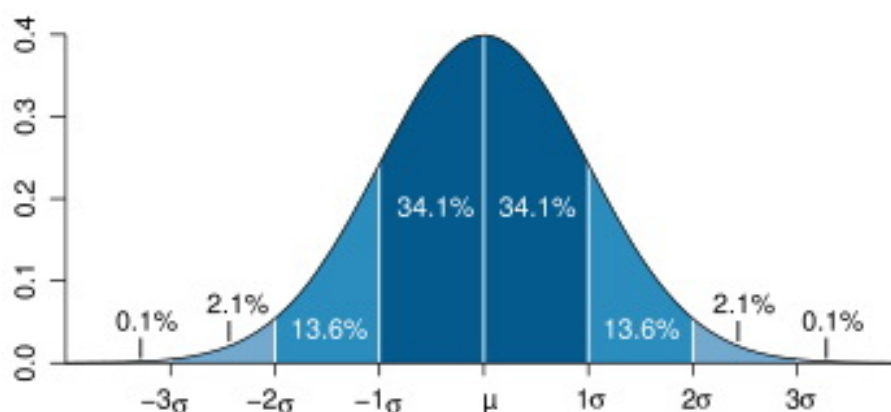
Pre varianciu (rozptyl) výnosu portfólia platí:

$$\begin{aligned} \sigma_p^2 &= E[(r_p - \bar{r}_p)^2] = E\left[\left(\sum_{i=1}^n w_i r_i - \sum_{i=1}^n w_i \bar{r}_i\right)^2\right] \\ &= E\left[\left(\sum_{i=1}^n w_i (r_i - \bar{r}_i)\right)^2\right] = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j cov(r_i, r_j) \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij}, \end{aligned} \quad (1.9)$$

kde

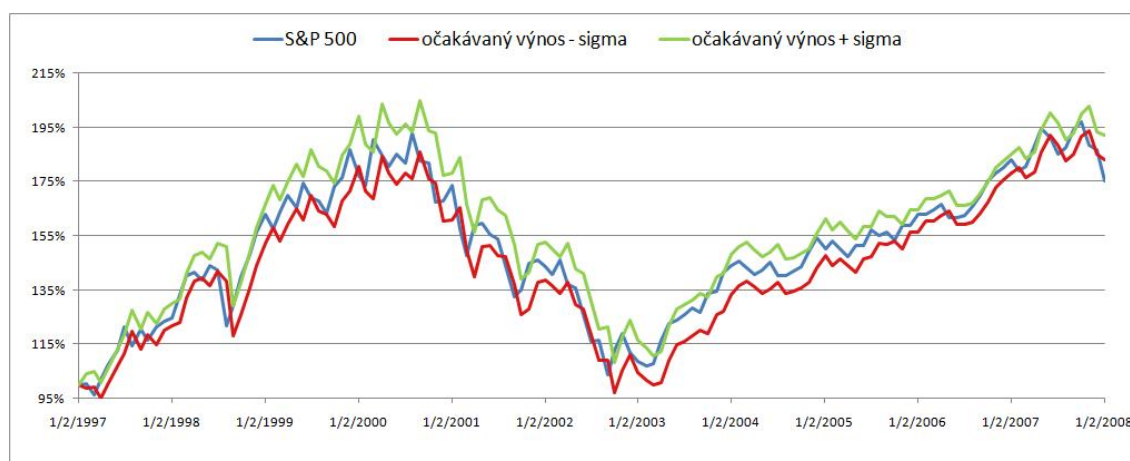
$cov(r_i, r_j) \Leftrightarrow \sigma_{ij}$ - kovariancia medzi výnosmi i-tého a j-tého aktíva. ($\sigma_{ii} = \sigma_i^2$)

O výnosoch akcií a teda aj o portfóliach zložených z nich sa často predpokladá, že majú normálne rozdelenie, popísané strednou hodnotou \bar{r} a smerodajnou odchýlkou σ (volatilita). Takže $r \sim N(\bar{r}, \sigma)$. Ako môžeme na obrázku (1.2) vidieť, s pravdepodobnosťou približne 68,2% sa bude výnos aktíva v čase t_{i+1} pohybovať v intervale $< \bar{r} - 1\sigma, \bar{r} + 1\sigma >$, s pravdepodobnosťou 95,4% v intervale $< \bar{r} - 2\sigma, \bar{r} + 2\sigma >$ a s pravdepodobnosťou takmer 100% v intervale $< \bar{r} - 3\sigma, \bar{r} + 3\sigma >$.



Obr. 1.2: Hustota normálneho rozdelenia

Na obrázku (1.3) je zobrazený vývoj hodnoty indexu S&P 500 a jeho očakávaných “mantinelov”, $\langle \bar{r} - 1\sigma, \bar{r} + 1\sigma \rangle$, medzi ktorými by sa s určitou pravdepodobnosťou mal v ďalšom období nachádzať. Priemerný výnos \bar{r} a rovnako aj volatilita σ sú počítané v každom okamihu použitím mesačných výnosov z dát za posledné tri roky. Ako si môžeme všimnúť, väčšinou sa graf S&P 500 medzi ostatnými dvoma krivkami aj nachádza. Z obrázku sa dá vyčítať aj zmena volatility v určitom období, ktorá je vypočítaná z histórie vývoja a to tak, že pokiaľ sa zelený a červený graf od seba odďaľujú, volatilita rastie a naopak. Čím väčšie výkyvy výkonnosti fondu v uplynulom období, tým väčšia volatilita z toho plynie. Ľahko môžeme nahliadnúť, že volatilita je najväčšia v období 2000-2001 a viditeľne najnižšia je ku koncu roku 2007.



Obr. 1.3: Volatilita indexu S&P 500

1.3 Korelácia a R-Squared

Globalizáciou finančných trhov dochádza k ich synchronizácii a tým aj k zvýšenej naviazanosti pohybov cien aktív, a teda aj ich výnosov. Túto synchronizáciu môžeme

pozorovať najmä v posledných rokoch, keď na vývoj na jednom finančnom trhu okamžite reagujú aj ostatné. Najčerstvejším príkladom je určite vážna hypotekárna kríza v USA, ktorá sa na povrch dostala ku koncu roka 2007 a vrcholila začiatkom roka 2008. Spôsobila neistotu ako na burze v USA, tak i na burzách v Európe a Ázii.

Túto naviazanosť medzi dvoma náhodnými premennými, ktoré popisujú výnosy dvoch aktív, určuje štatistická veličina korelácia ρ [ró]. Pre korelačný koeficient ρ platí $\rho \leq |1|$. Hodnota korelačného koeficientu $\rho = 1$ znamená úplnú priamu závislosť, t.z. rast výnosov jedného aktíva je sprevádzaný rastom výnosov aj druhého z nich. Naopak, hodnota korelačného koeficientu $\rho = -1$ značí úplnú nepriamu závislosť, t.z. rast výnosov jedného aktíva sa odzrkadluje na poklese výnosov druhého aktíva. Ak je hodnota korelačného koeficientu $\rho = 0$, výnosy aktív nie sú na seba naviazané, sú nezávislé. V takomto prípade hovoríme, že nekorelujú. Korelačný koeficient medzi dvoma aktívami, ktoré sú popísané náhodnými premennými r_1 a r_2 reprezentujúcimi ich výnosy, počítame nasledovne:

$$\rho(r_1, r_2) = \frac{\text{cov}(r_1, r_2)}{\sigma_{r_1} \sigma_{r_2}} = \frac{E[(r_1 - \bar{r}_1)(r_2 - \bar{r}_2)]}{\sigma_{r_1} \sigma_{r_2}}. \quad (1.10)$$

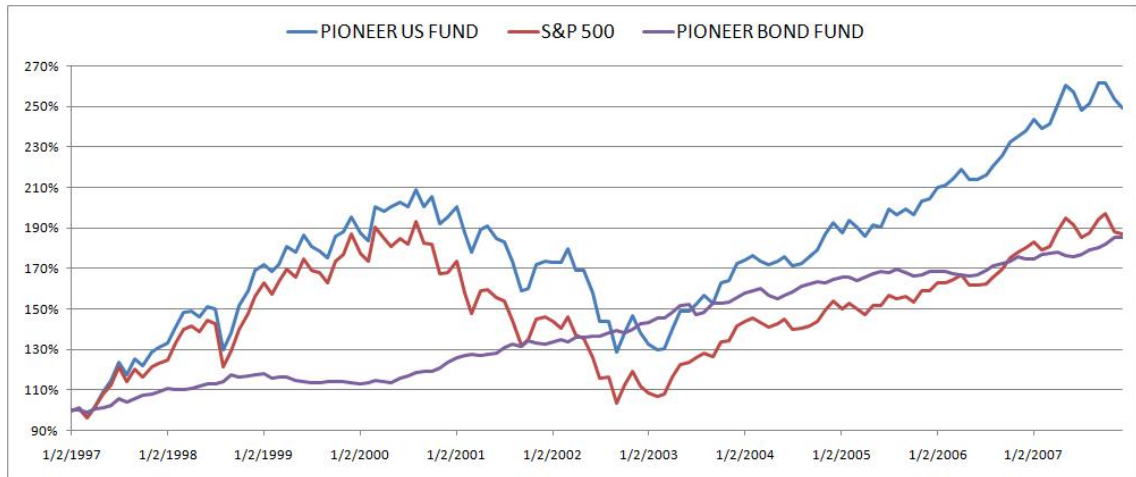
V hodnotení finančných aktív sa však preferuje ukazovateľ R-Squared (R^2), ktorý je druhou mocninou korelačného koeficientu a väčšinou sa udáva v percentách:

$$R^2 = \rho^2. \quad (1.11)$$

R^2 patrí do intervalu $< 0, 1 >$ a odzrkadluje percento pohybov fondu, ktoré nastanú súčasne s pohybom benchmarku. Hodnota 1 znamená, že každý pohyb benchmarku je nasledovaný pohybom fondu. Takže indexové fondy, ktoré investujú iba do akcií svojho benchmarku a snažia sa ho v maximálnej možnej miere napodobniť, majú R^2 veľmi blízke k 1. Obrátene, nízka hodnota R^2 indikuje, že veľmi málo z pohybov benchmarku je nasledovaných pohybmi fondu.

Vysoká hodnota R^2 sa pri hodnotení portfólií vyžaduje na relevantnosť určitých ukazovateľov, ktoré dávajú do vzťahu portfólio s jeho benchmarkom. Ak by sme hodnotili dlhopisový fond, pričom za benchmark by sme zvolili akciový index, koeficienty ktoré porovnávajú portfólio s benchmarkom by pre nás neboli relevantné, keďže sme zvolili zlý benchmark. Na tento fakt nás nezabudne upozorniť práve nízka hodnota R^2 .

Na obrázku (1.4) sú zobrazené dva fondy, spravované spoločnosťou Pioneer Investments a americký akciový index S&P 500. R^2 medzi Pioneer US Fund a S&P 500 je rovné 95%-tám, čo značí veľmi silnú naviazanosť výnosov amerického akciového fondu na výnosy amerického akciového indexu, ktorý je aj deklarovaný ako jeho benchmark. Naopak, R^2 medzi akciovým a dlhopisovým fondom spoločnosti Pioneer Investments je 0,2%, čo poukazuje na zrejmy fakt, že akciové a dlhopisové fondy sú nekorelované. Túto skutočnosť využíva značný počet portfólio manažérov, kde k viac rizikovej akciovej zložke portfólia pridávajú konzervatívnu zložku dlhopisov.



Obr. 1.4: Porovnanie korelácií

1.4 Alfa a beta koeficienty

Alfa (α , aplha) a beta (β) koeficienty získame odhadnutím koeficientov lineárnej regresie metódou najmenších štvorcov pre model, pozostávajúci zo závislosti medzi výnosmi hodnoteného portfólia a výnosmi jeho benchmarku. Pričom alfa je priesečník regresnej priamky s y-ovou osou a beta je jej strmosť.

$$r_p = \alpha + \beta r_M + \varepsilon, \quad (1.12)$$

kde

r_p - vektor výnosov portfólia

r_M - vektor výnosov benchmarku

ε - vektor náhodných chýb pozorovaní, $E[\varepsilon] = 0$, $cov(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$ pre $i \neq j$

Alfa predstavuje priemerný výnos portfólia za určité obdobie, keď sa za ten čas priemerný výnos benchmarku rovná nule. Kladná hodnota koeficientu alfa poukazuje na schopnosť manažéra fondu priniesť investorom pridanú hodnotu vo forme nadvýkonnosti oproti benchmarku, záporná alfa naopak. To znamená, čím väčšia alfa, tým lepšie. Alfa koeficient môžeme vypočítať pomocou (1.12) nasledovne:

$$\alpha = r_p - \beta r_M. \quad (1.13)$$

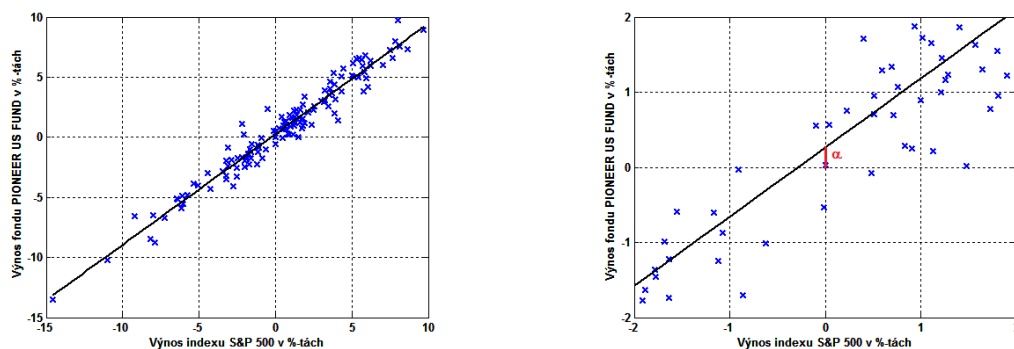
Základný koncept koeficientu beta vznikol z dôvodu, že všetky fondy majú tendenciu pohybovať sa s určitou mierou k pohybu ich benchmarku. Samozrejme niektoré z nich majú tendenciu pohybovať sa pri jeho zmene viac ako ostatné. Z tohto dôvodu je citlivosť fondu na zmenu svojho benchmarku veľmi dôležitý ukazovateľ. Spôsob výpočtu tohto koeficientu je jednoduchý:

$$\beta = \frac{\sigma_{pM}}{\sigma_M^2} = \frac{cov(r_p, r_M)}{\sigma_M^2}, \quad (1.14)$$

kde

σ_M - štandardná odchýlka benchmarku

Beta koeficient vyjadruje mieru naviazanosti výnosu portfólia na výnos benchmarku. Ak má aktívum kladné beta, jeho hodnota má tendenciu rásť s rastom hodnoty benchmarku a naopak. Aktíva s koeficientom oveľa väčším ako 1 sú značne volatilné, inak povedané krásne slnečné dni sú sprevádzané tropickými búrkami. Tie, ktoré majú koeficient blízky 1, sa pohybujú veľmi podobne ako ich benchmark. Koeficient ostro menší ako 1 a zároveň kladný, značí defenzívnu stratégiu aktíva. Záporná hodnota koeficientu beta znamená zápornú koreláciu medzi výnosmi portfólia a benchmarku. Optimistickí investori obľubujúci riziko preferujú aktíva, ktoré majú väčšie beta. Naopak, investori, ktorí sa zaujímajú hlavne o ochranu pred poklesom, vyberajú aktíva s nízkou hodnotou tohto koeficientu. Ak by bol alfa koeficient rovný 0 a beta rovná 1, 2, tak je očakávaný výnos aktíva rovný 12%-tám, pokiaľ je očakávaný výnos benchmarku rovný 10%-tám.



Obr. 1.5: Graf lineárnej regresie a aj jeho zväčšenie

Na obrázku (1.5) je pomocou lineárnej regresie znázornená závislosť mesačných percentuálnych výnosov akciového fondu Pioneer US Fund od jeho benchmarku, indexu S&P 500. Mesačný koeficient alfa je 0,261%, čo značí nadvýkonnosť fondu oproti indexu. Ak by bol očakávaný výnos indexu 0% za určitý mesiac, tak potom očakávaný výnos fondu by bol 0,261%. Beta koeficient medzi danými dvoma aktívami je 0,92, z čoho vyplýva naviazanosť fondu na jeho benchmark. Keďže je $\beta < 1$, tak výkyvy hodnoty fondu sú menšie ako výkyvy hodnoty indexu.

1.5 Jensenova alfa

Jensenova alfa (JA , Jensen's alpha) vyjadruje schopnosť správcu portfólia vysporiadať sa so systematickým rizikom trhu. Systematické riziko je riziko spôsobené trhom, pôsobí na všetky cenné papiere a nedá sa odstrániť efektom znižovania rizika diverzifikovaním.

$$JA = r_p - (r_f + (\beta(r_m - r_f))), \quad (1.15)$$

kde

r_p - výnos portfólia p.a.

r_f - výnos bezrizikového aktíva p.a.

r_m - výnos trhového portfólia reprezentovaného napríklad indexom p.a.

β - beta koeficient medzi portfóliom a indexom

Tento ukazovateľ kvantifikuje úspech portfólia pri zohľadnení jeho výkonnosti i rizikovosti. Dosiadnutá percentuálna výkonnosť fondu je porovnávaná s bezrizikovým výnosom, s výkonnosťou benchmarku a do výpočtu naďalej vstupuje aj ukazovateľ vyjadrujúci citlivosť zmeny hodnoty portfólia na pohyb ceny celého trhu.

Jensenova alfa meria schopnosť portfólio manažéra zvyšovať aktívnu správu výnosy fondu nad výnos daný jednoduchým kopírovaním jeho benchmarku. Kladná hodnota poukazuje, že sa mu darí “prebiť trh”. Naopak, záporná hodnota koeficientu znamená byť “pod trhom”.

1.6 Sharpeov pomer

Sharpeov pomer (SR , Sharpe ratio), alebo “odmena za volatilitu”, je miera prémie za podstúpené riziko daného portfólia. Bolo vytvorené prof. W. Sharpeom, ktorý bol jedným z troch ekonómov ktorí dostali Nobelovu cenu za ekonómiu v roku 1990 za ich príspevok k teórii, ktorá nesie názov “Modern Portfolio Theory”. Počítame ho nasledovne:

$$SR = \frac{E[r_p - r_f]}{\sigma_p}, \quad (1.16)$$

ak je r_f počas pozorovanej periódy konštanta, platí:

$$SR = \frac{\bar{r}_p - r_f}{\sigma_p}, \quad (1.17)$$

kde

\bar{r}_p - priemerný výnos portfólia

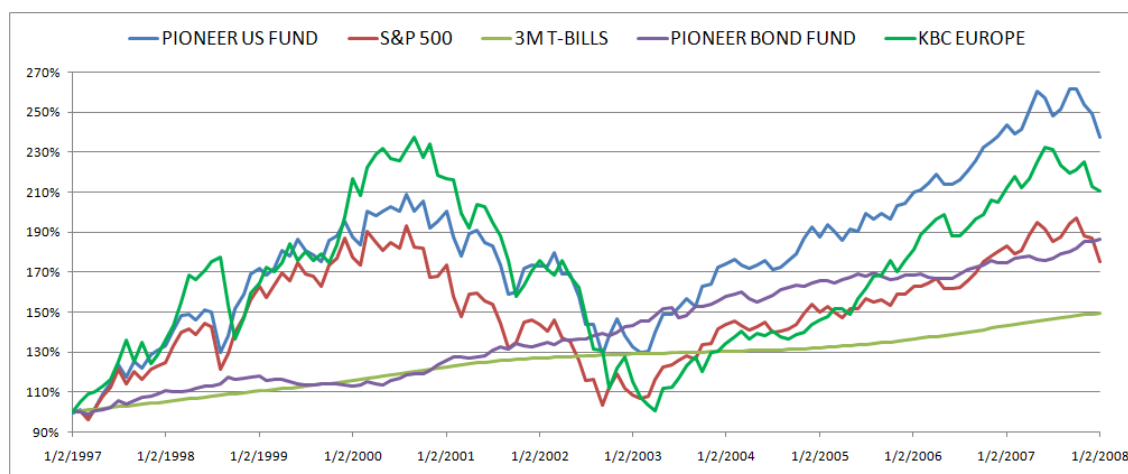
r_f - výnos bezrizikového aktíva

σ_p - volatilita portfólia

Sharpeov pomer sa používa na určenie, ako dobre výnos portfólia kompenzuje investora za podstúpené riziko. Tento ukazovateľ berie v úvahu rizikový profil investície. Sharpeov pomer ma významnú výhodu oproti ukazovateľom ako je alfa. Je univerzálnejšie. Spomeňme si, že volatilita portfólia je meraná v absolútnom vzťahu, nie v pomere s benchmarkom (ako napr. beta). Takže kým R^2 aktíva musí byť dostatočne veľké, aby bola alfa relevantná, Sharpeov pomer je relevantný v každej situácii. Navyše, je ľahšie porovnávať portfólia rôznych typov použitím Sharpeovho pomeru, založenom na štandardnej odchýlke ako použitím alfy, založenej na beta koeficiente. Narozdiel od bety, ktorá sa väčšinou počíta použitím rôznych benchmarkov pre akciové a dlhopisové fondy, štandardná odchýlka je počítaná rovnako pre akékoľvek typy fondov. A teda môžeme Sharpeov pomer používať na porovnávanie výnosu akciových a dlhopisových fondov na jednotku rizika.

Sharpeov pomer je ukazovateľ, ktorý sa porovnáva so Sharpeovým pomerom iného fondu, prípadne benchmarku. Pri porovnávaní dvoch portfólií, každé s očakávaným výnosom \bar{r} , v porovnaní s rovnakým benchmarkom a bezrizikovým aktívom s výnosom r_f , portfólio s menšou volatilitou má väčší Sharpeov pomer, teda výnos na jednotku rizika. Čím väčší je tento ukazovateľ, tým väčší výnos na jednotku celkového rizika investor dostal. Záporná hodnota poukazuje na skutočnosť, že pri nenulovom riziku nám investícia ponúkne menšiu návratnosť ako bezrizikové aktívum. Sharpeov pomer väčší ako 1 je dobrý, väčší ako 2 veľmi dobrý a väčší ako 3 sa považuje za excelentný. Proti Sharpeovmu pomeru sa ozýva aj kritika, pretože nezohľadňuje tzv. asymetrické riziko. Fond, ktorého vývoj ceny sa celé skúmané obdobie pohybuje s nízkou volatilitou a potom jeho hodnota klesne o 50%, bude mať lepší Sharpeov pomer ako bežný akciový fond. Preto je to nevhodný ukazovateľ napr. pre Hedge fondy.

Porovnáme Sharpeov pomer pre štyri rôzne fondy. Ako bezrizikové aktívum zoberieme troj-mesačné americké Treasury bills.



Obr. 1.6: Pozorovanie výkonnosti fondov

Ukazovateľ	3M T-BILLS	PIONEER US BOND	S&P 500	PIONEER US FUND	KBC EUROPE
$r_{p.a.}$ v %	3,71	5,84	5,24	8,18	7,00
$\sigma_{p.a.}$ v %	0,48	3,62	14,92	14,08	16,97
$SR_{p.a.}$ v %	-	0,58	0,17	0,37	0,27

Tabuľka 1.1: Porovnanie výnosu, volatility a Sharpeovho pomeru

Grafy jednotlivých fondov sú zobrazené na obrázku (1.6) a výsledky porovnania sú zapísané v tabuľke (1.1). Ako si môžeme všimnúť, Sharpeov pomer amerického dlhopisového fondu je niekoľko násobne lepší ako Sharpeov pomer amerického akciového indexu. Tento fakt je zrejмый už pri pohľade na graf, dlhopisový fond má v prvom rade väčší výnos ako akciový index a najmä neporovnateľne nižšiu volatilitu. Sharpeov pomer 0,58 znamená, že fond prináša investorovi nadvýnos oproti bezrizikovému aktívu 0,58% ročne na jedno percento ročnej volatility. V praxi to znamená, že pokiaľ chceme nadvýnos 0,58% ročne oproti bezrizikovej možnosti, musíme ísť do rizika 1%-nej volatility. Sharpeov pomer fondu Pioneer US Fund je oproti Sharpeovmu pomeru

indexu S&P 500 viac ako dva-krát lepší. Plynie to z väčšieho ročného výnosu a menšej ročnej volatility. Európsky akciový fond KBC Europe má suverénne najvyššiu volatilitu, ale svoj Sharpeov pomer dokázal oproti S&P 500 “zachrániť” vyšším výnosom.

1.7 Treynorov pomer

Treynorov pomer (TR , Treynor ratio), je podobný ukazovateľ ako Sharpeov pomer. Hlavný rozdiel je v tom, že ako jednotka rizika sa neberie volatilita daného aktíva, ale ukazovateľ beta, ktorý poukazuje na závislosť medzi rizikom fondu a trhovým portfóliom. Z tohto dôvodu je Treynorov pomer použiteľný iba pokiaľ porovnávame sub-portfólia v rámci nejakého diverzifikovaného portfólia, príp. fondy s rovnakým benchmarkom, čo uberá z jeho univerzálnosti. Počítame ho nasledovne:

$$TR = \frac{E[r_p - r_f]}{\beta_p},$$

ak je r_f počas pozorovanej periódy konštanta, platí:

$$TR = \frac{\bar{r}_p - r_f}{\beta_p}, \quad (1.18)$$

kde

- r_p - výnos portfólia
- r_f - výnos bezrizikového aktíva
- β_p - beta portfólia

Treynorov pomer môže byť aj záporný a to z dvoch dôvodov. Buď je výnos portfólia menší ako bezrizikový výnos a zároveň je beta kladná, alebo je výnos portfólia väčší ako výnos bezrizikového aktíva a zároveň je beta záporná. Fakt, že portfólio manažér dosiahol záporný Treynorov pomer, nie je možné bez ďalších informácií interpretovať. Vzhľadom k tomu, že Treynorov pomer je veľmi podobný už spomínanému Sharpeovmu pomeru, nebudeme sa mu v takej miere venovať.

1.8 Tracking Error

Tracking Error bol definovaný pánom Christopher B. Tobom v roku 1999. Tracking Error použitý v kontexte hodnotenia aktivity portfólio manažéra popisuje práve riziko jeho aktívnej správy fondu. Definuje sa ako:

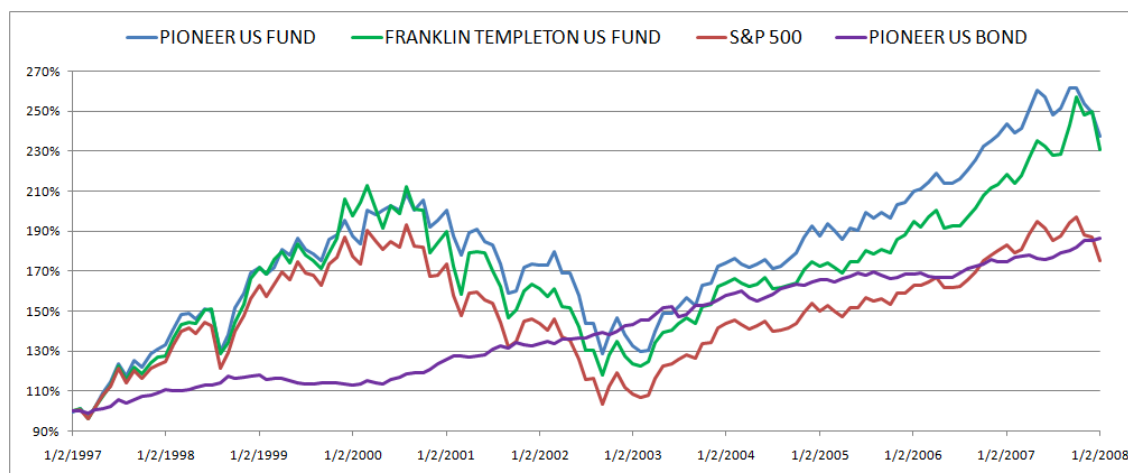
$$TE = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (r_{pi} - r_{Mi})^2}, \quad (1.19)$$

kde

- r_p - výnos portfólia

r_M - výnos indexu
 n - počet pozorovaní

Čím väčšia hodnota Tracking Erroru, tým rozdielnejšie sa portfólio pohybuje vzhľadom k jeho benchmarku, čo vyplýva práve z aktívnej správy portfólio manažéra. Naopak, hodnota blízka nule nám dáva jasnú informáciu, že portfólio manažér sa pri správe portfólia takmer vôbec nenadrie.



Obr. 1.7: Pozorovanie Tracking Erroru

Ukazovateľ	PIONEER US FUND	F. TEMPLETON US FUND	S&P 500	PIONEER US BOND
$r_{p.a.}$ v %	8,18	7,90	5,24	5,84
$TE_{p.a.}$	1.634	1.631	-	0.699

Tabuľka 1.2: Porovnanie Tracking Erroru

Ako si môžeme v tabuľke (1.2) všimnúť, hodnoty Tracking Erroru akciových fondov Pioneer a F. Templeton voči ich benchmarku S&P 500 sú veľmi podobné. Je to spôsobené práve veľmi podobným priebehom vývoja hodnoty týchto portfólií. Hodnota 1,634 poukazuje na aktívnu správu portfólia oproti jeho benchmarku. Za predpokladu normality výnosov táto hodnota znamená, že pokiaľ bude očakávaný výnos benchmarku na úrovni 0%, tak s pravdepodobnosťou vyššou ako 68% bude očakávaný výnos fondu v intervale $< -1,634\%; 1,634\% >$. Čo sa týka hodnoty Tracking Erroru pre dlhopisový fond Pioneer US Bond, je vidieť rozdiel oproti akciovým fondom práve preto, že sú to absolútne odlišné portfólia. Keďže sme porovnávali dlhopisový fond s akciovým indexom, Tracking Error nemá z hľadiska posúdenia, či portfólio manažér aktívne riadil portfólio relevantnú výpovednú hodnotu.

1.9 Information ratio

Stále populárnejším ukazovateľom výkonnosti fondu sa stáva Information ratio. Ukazovateľ popisuje ako si fond vedie v porovnaní s benchmarkom pri zohľadnení

rizika, ktoré sa v tomto prípade meria smerodajnou odchýlkou rozdielu mesačných výnosov fondu a benchmarku. Smerodajná odchýlka v menovateli vo vzorci pre výpočet Information ratio meria niečo iné ako smerodajná odchýlka v menovateli vo vzorci pre výpočet Sharpeovho pomeru.

$$IR = \frac{r_p - r_M}{\sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (r_{pi} - r_{Mi})^2}} = \frac{r_p - r_M}{TE}, \quad (1.20)$$

kde

- r_p - výnos portfólia
- r_M - výnos indexu
- n - počet pozorovaní
- TE - Tracking Error

Ako Information ratio interpretovať? Čím väčšie číslo, tým lepšie pre investora. Alebo tiež, čím väčší kladný rozdiel medzi výkonnosťou fondu a výkonnosťou benchmarku a čím menší rozdiel medzi vývojom fondu a vývojom benchmarku, tým lepšie. Kladný výsledok Information ratio znamená, že fond výkonnosťou na danej perióde prekonáva benchmark a opačne. Malá absolútna hodnota znamená, že portfólio manažér riadi fond skôr pasívne (kopíruje) benchmark a opačne.

1.10 MDD, MDDL a Return-Recovery ratio

Maximum Drawdown (MDD_n) je definovaný ako najväčší percentuálny prepád daného aktíva počas stanovenej periódy n . Maximum Drawdown sa postupne stáva čoraz dôležitejším ukazovateľom pri hodnotení výkonnosti portfólia i medzi investičnými profesionálmi.

Nech r je náhodná premenná s hodnotami r_1, r_2, \dots, r_n popisujúca výnos daného aktíva.

Označme

$$P_t^* = (1 + r_1)(1 + r_2) \cdots (1 + r_t)$$

a

$$M_t = \max_{u \in [1, t]} [(1 + r_1)(1 + r_2) \cdots (1 + r_u)],$$

potom Drowndown DD v čase t definujem nasledovne:

$$DD_t = \frac{M_t - P_t^*}{M_t}. \quad (1.21)$$

Pomocou (1.21) definujeme MDD počas periódy n nasledovne:

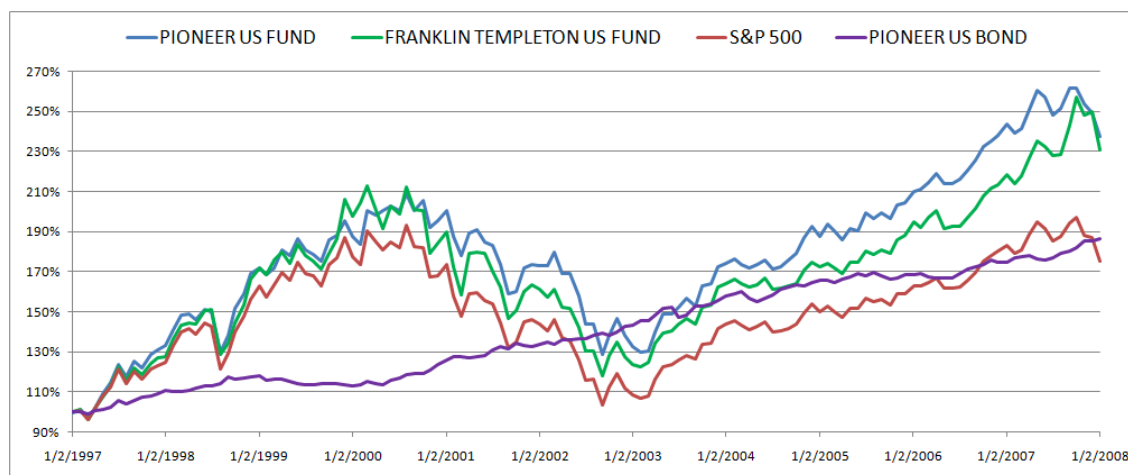
$$MDD_n = \max_{t \in [1, n]} DD_t * 100\%. \quad (1.22)$$

Maximum Drawdown Length ($MDDL_n$) počas periódy n je definovaný ako čas v dňoch, počas ktorého investícia klesla a vrátila sa späť na pôvodnú hodnotu. Tento pokles je totožný s poklesom MDD. Tento ukazovateľ sa meria v reálnych dňoch, nie v obchodovaných. MDD a MDDL sú veľmi významné ukazovatele kvality a typu portfólia. Investor, majúci investičný zámer na určitom investičnom horizonte, by mal pri výbere konkrétnych typov fondov sledovať aj ukazovatele MDD a MDDL. Treba si totiž uvedomiť, že pokiaľ je investičný horizont, počas ktorého chce investor investovať, menší ako MDDL pre konkrétny typ fondu, existuje zvýšené riziko nenaplnenia investičného zámeru práve z dôvodu jeho rizikovosti.

Podme sa pozrieť na pomer MDDL a MDD, t.z. na počet dní potrebných na zotavenie z prepadu, podelených práve tým percentuálnym prepacom. Nazval som ho Return-Recovery ratio (RRR). Dáva nám informáciu o tom, koľko dní fond potrebuje na zotavenie jedného percenta prepadu. Počítame ho nasledovne:

$$RRR = \frac{MDDL}{MDD}. \quad (1.23)$$

Tento ukazovateľ je absolútne porovnateľný, t.z. môžeme medzi sebou porovnávať aj rôzne typy aktív. Zaujímavý je však najmä pri porovnávaní podobných portfólií, kde reálne kvantifikuje schopnosť portfólio manažéra vysporiadať sa s nepriaznivou situáciou na trhu. Keďže väčšina analytikov tvrdí, že sila a schopnosť portfólia, a teda aj portfólio manažéra sa ukáže najmä podľa toho, ako sa portfólio dokáže dostať z prepadu, ukazovateľ Return-Recovery ratio vnímame ako ukazovateľ kvality portfólio manažéra. Tento ukazovateľ je však porovnateľný len v tom prípade, že sa fond z maximálneho prepadu aj zotavil a samozrejme, pokiaľ $MDD \neq 0$. V tomto prípade RRR naozaj kvantifikuje schopnosť zotavenia. V prípade, že k zotaveniu nedôjde, je ťažké presne určiť, čo hodnota RRR naozaj znamená. Napríklad, pokiaľ by koniec pozorovaného obdobia bol presne v "údolí" maximálneho prepadu, ukazovateľ RRR by nám dal informáciu, ako rýchlo fond pri MDD klesal.



Obr. 1.8: Pozorovanie MDD a MDDL

Ako si môžeme z tabuľky (1.3) všimnúť, najväčší prepad zo všetkých akciových portfólií zaznamenal americký akciový index S&P 500, ktorý prepadol na takmer

Ukazovateľ	PIONEER US FUND	F. TEMPLETON US FUND	S&P 500	PIONEER US BOND
<i>MDD</i> v %-tách	41,99	44,60	49,14	6,16
<i>MDDL</i> v dňoch	1999	2097	2618	729
<i>RRR</i> v dňoch	47,6	47,0	53,3	118,3

Tabuľka 1.3: Porovnanie MDD a MDDL

polovicu svojej hodnoty. Veľmi zaujímavý je fakt, že čas potrebný na jeho zotavenie je viac ako o rok a pol dlhší ako čas, ktorý na zotavenie potrebujú ostatné dva akciové fondy. Ďalej si môžeme všimnúť, že americký dlhopisový fond Pioneer US Bond prepadol zanedbateľne oproti akciovým portfóliam. Poďme však k Return-Recovery ratio. Ako z tabuľky vidieť, RRR pre Pioneer US Fund a RRR pre F. Templeton US Fund sú takmer rovnaké. Rozdielné je hlavne RRR pre americký akciový index, ktorý je podľa tohto ukazovateľa takmer o triedu horší. Z tabuľky môžeme vyčítať aj porovnanie rôznych typov stratégií, a to stratégie dlhopisovej a akciovej. Dlhopisový fond Pioneer US Bond má viac ako dvojnásobné Return-Recovery ratio ako akciové fondy, čo v praxi znamená, že na zotavenie jedného percenta prepadu potrebuje viac ako dvojnásobný čas v porovnaní s akciovými fondami.

Kapitola 2

Pravidelné investovanie

S pravidelným investovaním do podielových fondov môže investor dosiahnuť lepšie zhodnotenie svojich aktív, ako pri bezrizikovom odkladaní na “bezvýnosový” bežný účet v banke. S týmto druhom investovania sa stretávame v dnešnej dobe oveľa častejšie, či už v druhom pilieri dôchodkového systému, alebo v investičnom životnom poistení, kde je jeho sporiaca časť založená na pravidelnom nákupe kombinácie peňažných, dlhopisových a akciových fondov.

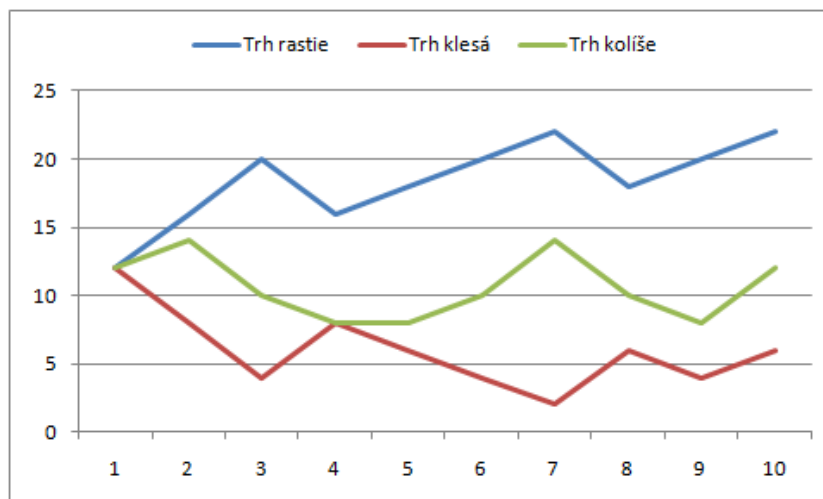
Pravidelné investovanie je technika investovania založená na priemerovaní ceny nakupovaných finančných nástrojov, tzv. Cost-Average-Effekt. Hlavným cieľom pravidelného investovania je zmierniť vplyvy výkyvov cien finančných nástrojov v čase. Na akciovom trhu sa pravidelne tvoria cenové dna a vrcholy a len veľmi ťažko dokážeme odhadnúť, či aktuálna situácia prezentuje trhové dno, príp. vrchol. Je preto múdre kombinovať naše investície aj s pravidelným investovaním. Pri poklesoch trhu môžeme totiž získať akcie lacnejšie a pri nárastoch zaznamenávame zisk.

V súvislosti s určeným investičným horizontom, požadovaným výnosom a akceptovateľným rizikom má pravidelné investovanie za úlohu zmierniť straty resp. optimalizovať zisky z investovania do rôznych finančných nástrojov a zároveň znížiť riziko investície popri danom investičnom horizonte.

2.1 Motivácia k analýze pravidelného investovania

2.1.1 3 modely vývoja trhu

Jeden z mýtov pravidelného investovania je, že pokiaľ trh klesá, nemôžeme na ňom zarobiť. Na vyvrátenie tohto mýtu sa poďme pozrieť na situáciu, znázornenú na obrázku (2.1) a v tabuľke (2.1), kde modelujeme vývoj troch portfólií (trh rastie, klesá a kolíše), do ktorých budeme pravidelne investovať sumu 100 EUR po dobu 9 mesiacov.



Obr. 2.1: Rastúci, klesajúci a kolísajúci vývoj trhu

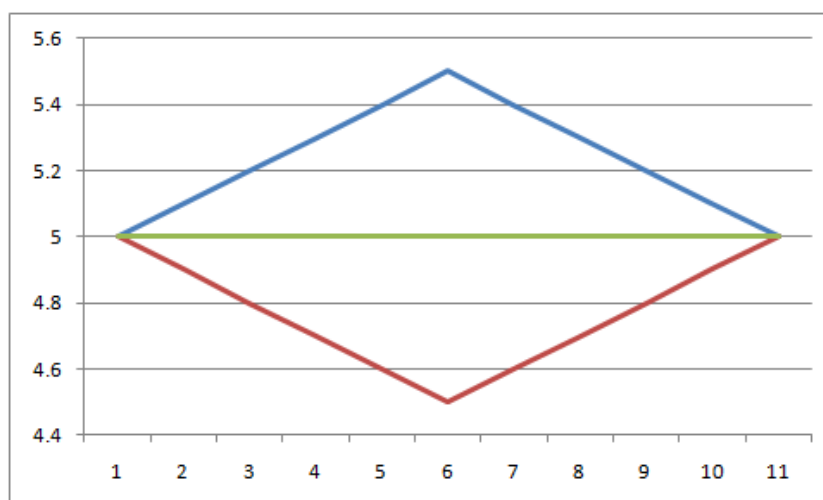
perióda	vklad	Trh rastie			Trh klesá			Trh kolíše		
		P	# akcií	hodnota účtu	P	# akcií	hodnota účtu	P	# akcií	hodnota účtu
1	100	12	8,33	100,00	12	8,33	100,00	12	8,33	100,00
2	100	16	6,25	233,33	8	12,50	166,67	14	7,14	216,67
3	100	20	5,00	391,67	4	25,00	183,33	10	10,00	254,76
4	100	16	6,25	413,33	8	12,50	466,67	8	12,50	303,81
5	100	18	5,56	565,00	6	16,67	450,00	8	12,50	403,81
6	100	20	5,00	727,78	4	25,00	400,00	10	10,00	604,76
7	100	22	4,55	900,56	2	50,00	300,00	14	7,14	946,67
8	100	18	5,56	836,82	6	16,67	1000,00	10	10,00	776,19
9	100	20	5,00	1029,80	4	25,00	766,67	8	12,50	720,95
10	0	22	0,00	1132,78	6	0,00	1150,00	12	0,00	1081,43
ZISK		132,78			150,00			81,43		

Tabuľka 2.1: Trh rastie, klesá a kolíše

Z tabuľky (2.1) môžeme vyčítať, že vo všetkých troch prípadoch, keď trh rástol, klesal a kolísal, sme zarobili a čo je ešte viac prekvapujúce, v prípade kedy trh klesal, je zhodnotenie našich vkladov najvyššie. Je to spôsobené najmä nízkymi cenami podielov počas obdobia investovania, čo nám umožnilo nakúpiť viac podielov za rovnaký vklad, ktoré sa ku koncu investičného horizontu zhodnotili.

2.1.2 Vývoj typu “kosoštvorec”

Podme sa pozrieť na situáciu, kde máme tri portfólia s rovnakým absolútnym výnosom rovným nule.



Obr. 2.2: Vývoj troch portfólií (kosoštvorec)

perióda	vklad	Modré			Zelené			Červené		
		P	# akcií	hodnota účtu	P	# akcií	hodnota účtu	P	# akcií	hodnota účtu
1	100	5	20,00	100,00	5	20,00	100,00	5	20,00	100,00
2	100	5,1	19,61	202,00	5	20,00	200,00	4,9	20,41	198,00
3	100	5,2	19,23	305,96	5	20,00	300,00	4,8	20,83	293,96
4	100	5,3	18,87	411,84	5	20,00	400,00	4,7	21,28	387,84
5	100	5,4	18,52	519,62	5	20,00	500,00	4,6	21,74	479,58
6	100	5,5	18,18	629,24	5	20,00	600,00	4,5	22,22	569,16
7	100	5,4	18,52	717,80	5	20,00	700,00	4,6	21,74	681,81
8	100	5,3	18,87	804,50	5	20,00	800,00	4,7	21,28	796,63
9	100	5,2	19,23	889,33	5	20,00	900,00	4,8	20,83	913,58
10	100	5,1	19,61	972,22	5	20,00	1000,00	4,9	20,41	1032,61
11	0	5	0,00	953,16	5	0,00	1000,00	5	0,00	1053,68
ZISK		-46,84			0,00			53,68		

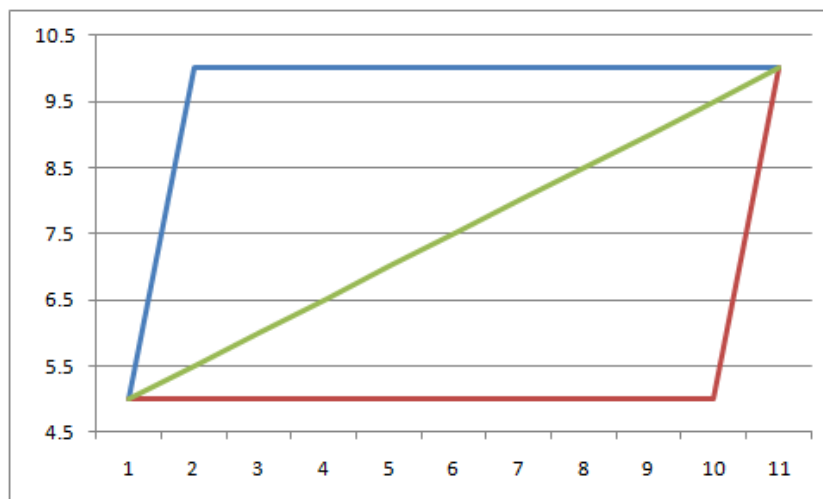
Tabuľka 2.2: Vývoj troch portfólií (kosoštvorec)

Na obrázku (2.2) vidieť vývoj “modrého” portfólia, ktorý je zrkadloví k vývoju “červeného” portfólia a vývoj “zeleného”, neutrálneho portfólia, ktoré má zároveň nulovú volatilitu. “Červené” a “modré” portfólia majú rovnaké základné ukazovatele výhodnosti jednorázovej investície, a to výnos a volatilitu. Vývoj pravidelnej investície, ktorý môžeme vidieť v tabuľke (2.2), je však odlišný. Zisk, určený ako rozdiel hodnoty účtu na konci investičného horizontu a sumy vkladov, je najlepší v spodnom “červenom” portfóliu a najmenší, dokonca záporný, vo vrchnom “modrom” portfóliu.

2.1.3 Vývoj typu “kosodĺžnik”

V tomto prípade sa pozrieme na situáciu, kde máme tri portfólia s rovnakým absolútnym výnosom, ktorý je kladný.

Na obrázku (2.3) vidieť vývoj “modrého”, “červeného” a “zeleného” portfólia, ktoré má zároveň nulovú volatilitu. “Červené” a “modré” portfólia majú rovnaké ukazovatele výhodnosti jednorázovej investície, a to výnos a volatilitu. Vývoj pravidelnej investície, ktorý môžeme vidieť v tabuľke (2.3) je však odlišný. Zisk, určený ako



Obr. 2.3: Vývoj troch portfólií (kosodĺžnik)

perióda	vklad	Modré			Zelené			Červené		
		P	# akcií	hodnota účtu	P	# akcií	hodnota účtu	P	# akcií	hodnota účtu
1	100	5,0	20,00	100,00	5,0	20,00	100,00	5,00	20,0	100,00
2	100	10,0	10,00	300,00	5,5	18,18	210,00	5,00	20,0	200,00
3	100	10,0	10,00	400,00	6,0	16,67	329,09	5,00	20,0	300,00
4	100	10,0	10,00	500,00	6,5	15,38	456,52	5,00	20,0	400,00
5	100	10,0	10,00	600,00	7,0	14,29	591,63	5,00	20,0	500,00
6	100	10,0	10,00	700,00	7,5	13,33	733,89	5,00	20,0	600,00
7	100	10,0	10,00	800,00	8,0	12,50	882,82	5,00	20,0	700,00
8	100	10,0	10,00	900,00	8,5	11,76	1037,99	5,00	20,0	800,00
9	100	10,0	10,00	1000,00	9,0	11,11	1199,05	5,00	20,0	900,00
10	100	10,0	10,00	1100,00	9,5	10,53	1365,67	5,00	20,0	1000,00
11	0	10,0	0,00	1100,00	10,0	0,00	1437,54	10,00	0,0	2000,00
ZISK			100,00			437,54			1000,00	

Tabuľka 2.3: Vývoj troch portfólií (kosodĺžnik)

rozdiel hodnoty účtu na konci investičného horizontu a sumy vkladov, je najlepší v spodnom “červenom” portfóliu a najmenší vo vrchnom “modrom” portfóliu.

2.2 Teoretická príprava

2.2.1 Výnos pravidelnej investície

Nech V je výška pravidelnej investície, n je investičný horizont (počet období investovania), potom hodnotu sporiaceho účtu M v čase n vypočítame nasledovne:

$$M = \sum_{i=0}^{n-1} V \frac{P_n}{P_i} = V P_n \sum_{i=0}^{n-1} \frac{1}{P_i}, \quad (2.1)$$

kde

M - hodnota sporiaceho účtu na konci investičného horizontu,

P_i - cena aktíva v perióde i , do ktorého pravidelne investujeme.

Výnos pravidelnej investície definujeme ako hodnotu \tilde{r} , spĺňajúcu rovnicu

$$\begin{aligned} M &= \sum_{i=1}^n V (1 + \tilde{r})^i, \\ \frac{M}{V} &= \sum_{i=1}^n (1 + \tilde{r})^i. \end{aligned} \quad (2.2)$$

Túto úlohu vieme riešiť numericky, napr. pomocou bisekcie. V rovnici (2.2) môžeme vidieť analógiu s výpočtom výnosu do splatnosti (yield to maturity, YTM).

Ďalej definujeme relatívny výnos \tilde{R} nasledovne:

$$\tilde{R} = \frac{\frac{M}{(1+\tilde{r}_f)^n}}{\sum_{i=1}^n \frac{V}{(1+\tilde{r}_f)^i}} - 1 \quad (2.3)$$

kde

\tilde{r}_f - bezrizikový výnos zodpovedajúci perióde investovania

Hodnota \tilde{R} nám dáva informáciu, koľko krát väčšiu hodnotu máme na sporiacom účte na konci investičného horizontu, oproti súčtu pravidelných vkladov zohľadňujúc čas investícií.

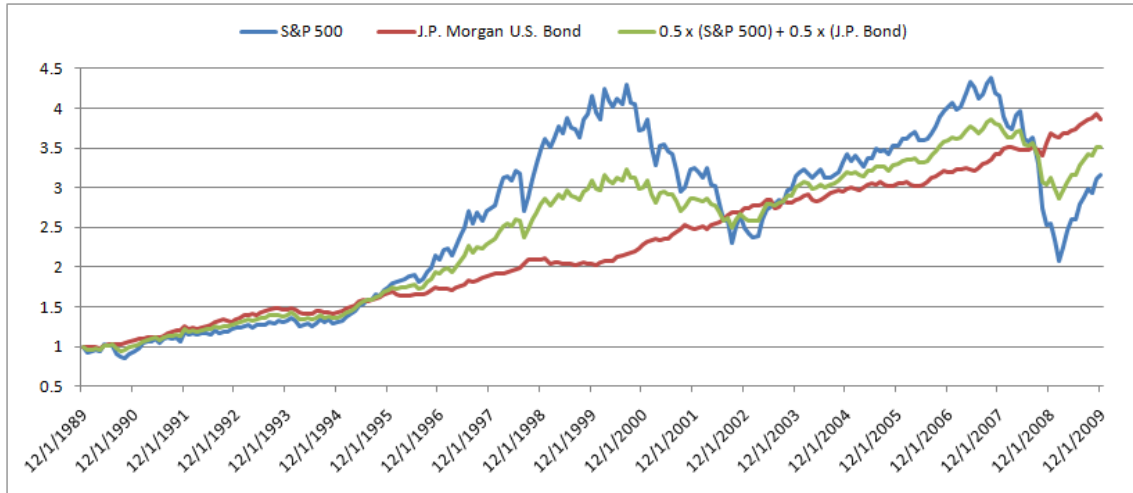
Na obrázku (2.4) môžeme vidieť historický vývoj troch portfólií za posledných 20 rokov, a to amerického akciového indexu S&P 500, amerického dlhopisového fondu J.P. Morgan US Aggregate Bond a lineárnej kombinácie týchto dvoch portfólií s váhami $\frac{1}{2}$. Vývoj akciového indexu je značne ovplyvnený dvoma krízami na nielen finančnom trhu, ktoré radikálne zmenili jeho vývoj, následkom čoho dosiahol menší absolútny výnos a oveľa väčšiu volatilitu na danom investičnom horizonte. Tento fakt sa odzrkadlil aj na vysokom rozpätí výnosov pravidelných investícií \tilde{r} . Pozreli sme sa na štyri prípady, jeden s 20 ročným horizontom a tri s 15, 10 a 7 ročnými horizontami s plávajúcim začiatkom (po mesiaci).

Portfólio	20 rokov		15 rokov					
	\tilde{r}_{pa}	\tilde{R}	najhorší		priemerný		najlepší	
			$\tilde{r}_{p.a.}$	\tilde{R}	$\tilde{r}_{p.a.}$	\tilde{R}	$\tilde{r}_{p.a.}$	\tilde{R}
S&P 500	4,00%	18,32%	-3,53%	-35,70%	5,41%	27,13%	7,76%	55,61%
J.P. Morgan US Fund	6,32%	54,84%	5,43%	27,33%	6,17%	35,60%	6,96%	45,08%
S&P 500 + J.P. Morgan	5,10%	34,17%	1,76%	-5,41%	5,60%	29,12%	7,21%	48,36%

Tabuľka 2.4: 20 a 15 ročný horizont

Portfólio	najhorší		priemerný		najlepší	
	$\tilde{r}_{p.a.}$	\tilde{R}	$\tilde{r}_{p.a.}$	\tilde{R}	$\tilde{r}_{p.a.}$	\tilde{R}
S&P 500	-10,63%	-45,51%	6,28%	22,38%	17,97%	143,13%
J.P. Morgan US Fund	4,73%	12,59%	6,46%	23,57%	7,89%	33,73%
S&P 500 + J.P. Morgan	-1,60%	-18,38%	6,02%	20,64%	13,25%	82,15%

Tabuľka 2.5: 10 ročný horizont



Obr. 2.4: Porovnanie troch portfólií

Portfólio	najhorší		priemerný		najlepší	
	$\tilde{r}_{p.a.}$	\tilde{R}	$\tilde{r}_{p.a.}$	\tilde{R}	$\tilde{r}_{p.a.}$	\tilde{R}
S&P 500	-14,04%	-41,41%	8,76%	25,93%	21,12%	106,58%
J.P. Morgan US Fund	3,88%	5,15%	6,54%	15,90%	8,71%	25,71%
S&P 500 + J.P. Morgan	-2,90%	-16,90%	7,30%	19,25%	15,36%	62,98%

Tabuľka 2.6: 7 ročný horizont

Výsledky, zobrazené v tabuľkách, dopadli podľa očakávaní, a to najväčšia a aj najmenšia výnos v každom zo štyroch prípadov, okrem 20 ročného horizontu, dosiahol akciový index. Je to spôsobené jeho značnou volatilitou. Priemerný výnos dlhopisového fondu bol takmer rovnaký vo všetkých pozorovaných obdobiach, čo je dôsledkom jeho nízkej volatility a imúnosti voči krízam, ktoré počas sledovaného obdobia nastali. Pri 7 ročných pozorovaniach dosiahol akciový index prvýkrát väčší priemerný výnos ako dlhopisový fond, a to z dôvodu, že veľké množstvo z daných pozorovaní nebolo zasiahnuté negatívnymi prepadmi na konci investovania. Ako najvhodnejšia varianta nám prišla práve kombinácia rizikovej (akciovej) a konzervatívnej (dlhopisovej) zložky.

V časti (2.1) sme si mohli voľným okom všimnúť, že v prípadoch, kedy sa graf aktíva pohyboval z bodu A (začiatok investičného horizontu) do bodu B (koniec investičného horizontu) “spodnou” cestou, bol výnos pravidelnej investície vyšší. Nech je cena aktíva v čase zodpovedajúcej perióde $i = 0$ rovná P_0 a cena na konci investičného horizontu v perióde $i = n$ rovná P_n , potom hľadáme maximum určené nasledovne:

$$\max_{P_0, \dots, P_n} M = \max_{P_0, \dots, P_n} V P_n \sum_{i=0}^{n-1} \frac{1}{P_i}. \quad (2.4)$$

Keďže sú P_0 , P_n a V dané, úlohu (2.4) môžeme nahradiť úlohou:

$$\max_{P_1, \dots, P_{n-1}} \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{P_i}, \quad (2.5)$$

ktorej maximum sa dosahuje práve vtedy, keď sú hodnoty P_i, \dots, P_{n-1} čo najmenšie.

2.2.2 Funkcia užitočnosti

Prvé slovo, ktoré nám napadne pri investovaní, je bezpochýb výnos. Každý investor chce dosiahnuť maximálny zisk, a to dokonca za ideálnych podmienok, ktorými sú nulové riziko a limitne nulový čas. Majme finančný nástroj so strednou hodnotou \bar{r} a volatilitou výnosu σ , investori preferujú väčšie hodnoty \bar{r} a menšie hodnoty σ . Ako však vyriešiť situáciu, ak máme dve portfólia p_1, p_2 a platí:

$$\bar{r}_{p_1} > \bar{r}_{p_2} \text{ a } \sigma_{p_1} > \sigma_{p_2},$$

kde máme možnosť vyššieho výnosu spojeného s vyšším rizikom? Na vyriešenie tejto otázky potrebujeme špecifikovať vzťah investora k riziku.

Na rozlíšenie portfólií p_1 a p_2 sa hodí všeobecný princíp z finančnej matematiky: maximalizácia strednej hodnoty funkcie užitočnosti. Hľadáme teda také portfólio, aby bola maximálna hodnota $E(U(r_p))$, kde U je funkcia užitočnosti. Pre rizikovo neutrálneho investora je $U(r) = r$, kde U je funkcia užitočnosti. Úloha

$$\max_p E(U(r_p)) \tag{2.6}$$

sa redukuje na úlohu

$$\max_p E(r_p), \tag{2.7}$$

čo znamená, že investora zaujíma len stredná hodnota výnosu portfólia. Z matematického hľadiska má funkcia užitočnosti dve dôležité vlastnosti:

1. U je rastúca. Ak U má prvú deriváciu, potom $U' > 0$.
2. U je konkávna. Ak U má druhú deriváciu, potom $U'' < 0$.

Často používanými funkciami užitočnosti sú funkcie z izo-elastickej triedy tvaru:

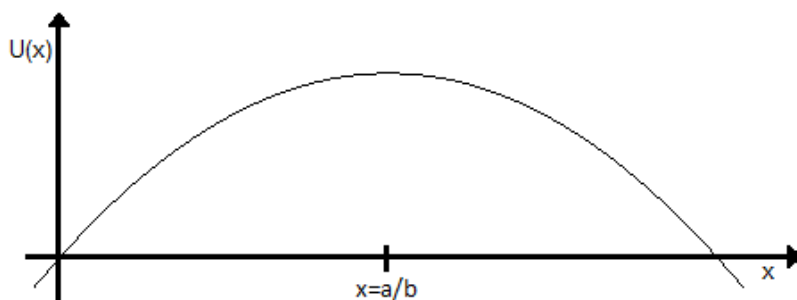
$$\begin{aligned} U_\alpha(X) &= \frac{1}{1-\alpha}(X^{1-\alpha} - 1) \text{ pre } \alpha > 0, \alpha \neq 1, \\ U_1(X) &= \ln(X). \end{aligned} \tag{2.8}$$

Výber konkrétnej hodnoty α závisí od vzťahu investora k riziku. Rizikovo averznejší investori používajú väčšiu hodnotu α . Hodnota $\alpha = 1$, pre ktorú dostávame logaritmickú funkciu užitočnosti, sa často považuje za dobrý kompromis medzi mierou výnosu a rizika.

Úloha (2.6) vedie k nelineárnemu optimalizačnému problému, ktorý je väčšinou ťažko spočítateľný. Preto sa často používajú kvadratické funkcie užitočnosti tvaru:

$$U(x) = ax - \frac{1}{2}bx^2, \tag{2.9}$$

kde $a, b > 0$. Takáto funkcia je rastúca pre $x < \frac{a}{b}$ a konkávna (viď obrázok (2.5)). Aj napriek tomu, že nie je rastúca na celom definičnom obore, možno ju používať



Obr. 2.5: Kvadratická funkcia užitočnosti

pre úlohu (2.6), ak sa hodnoty s ktorými pracujeme nachádzajú dostatočne ďaleko od bodu “obratu” $x = \frac{a}{b}$. Napríklad, ak pracujeme s výnosmi akcií a bod obratu je $x = 1$, potom x je dostatočne ďaleko od zmysluplných výnosov, ktoré su oveľa menšie ako 100%.

Táto časť je citáciou z použitej literatúry [1].

2.2.3 Stochastický kalkulus

Stochastické procesy

Nech je daná množina Ω . Symbolom (Ω, \mathcal{F}, P) , kde \mathcal{F} je σ -algebra merateľných množín na Ω a P je pravdepodobnostná miera na Ω , budeme označovať pravdepodobnostný priestor.

Stochastický proces je súbor náhodných premenných $X = \{X_t; 0 \leq t < \infty\}$ na pravdepodobnostnom priestore (Ω, \mathcal{F}, P) s hodnotami v \mathbf{R}^d . Pre každé t je

$$\omega \rightarrow X_t(\omega); \omega \in \Omega$$

náhodná premenná. Ak fixujeme $\omega \in \Omega$, dostávame funkciu

$$t \rightarrow X_t(\omega); 0 \leq t < \infty,$$

ktorá sa nazýva trajektória X priradená ω .

Pre názornosť je niekedy užitočné predstavovať si premennú t ako čas a každé ω ako jednotlivú “časticu” alebo “experiment”. Takto si možno $X_t(\omega)$ predstaviť ako polohu (výsledok) častice (experimentu) ω v čase t . Niekedy je vhodnejšie písať $X(t, \omega)$ namiesto $X_t(\omega)$. Takto možno stochastický proces považovať za funkciu dvoch premenných:

$$(t, \omega) \rightarrow X(t, \omega)$$

z $[0, \infty) \times \Omega$ do \mathbf{R}^d .

Táto časť je citáciou z použitej literatúry [1].

Brownov pohyb

V roku 1928 škótsky botanik Robert Brown pozoroval nepravidelný pohyb peľových zrníkov vznášajúcich sa v kvapaline. Pohyb bol neskôr vysvetlený pomocou náhodných interakcií s molekulami kvapaliny. Na matematický popis pohybu peľových zrníkov možno využiť stochastický proces $W_t(\omega)$, ktorý možno chápať ako polohu peľového zrnka ω v čase t . Pre jednoduchosť sa obmedzíme na jednorozmerný Brownov pohyb, t.j. $W_t(\omega)$ bude nadobúdať hodnoty len v \mathbf{R} . Celý postup však ľahko možno zovšeobecniť na n -dimenzionálny Brownov pohyb.

Brownov pohyb je stochastický proces s nasledujúcimi vlastnosťami:

- (i) s pravdepodobnosťou 1 sú trajektórie $W_t(\omega)$ spojité a platí $W_0 = 0$
- (ii) náhodná premenná W_t má normálne rozdelenie $N(0, t)$
- (iii) $W_{t+s} - W_s$ má $N(0, t)$ rozdelenie. Ďalej platí, že W_t má nezávislé prírastky, t.j. $W_{t_1}, W_{t_2} - W_{t_1}, \dots, W_{t_k} - W_{t_{k-1}}$ sú nezávislé pre všetky $0 \leq t_1 < \dots < t_k$.

Poznamenajme, že v niektorej literatúre sa pod pojmom Brownov pohyb myslí proces

$$B_t = \mu t + \sigma W_t,$$

kde μ, σ sú konštanty, $\sigma > 0$.

Ak je stochastický proces hladkou funkciou Brownovho pohybu, potom ho možno zapísať nasledovne:

$$dX_t(\omega) = u(t, \omega)dt + v(t, \omega)dW_t(\omega), \quad (2.10)$$

kde $W_t(\omega)$ je Brownov pohyb. Funkcia u sa nazýva často "drift" a funkcia v "volatilita".

Dôležitým príkladom takéhoto procesu je stochastický vývoj ceny akcie. Ak predpokladáme, že výnosy akcie sú v nasledujúcich časových okamihoch nezávislé, majú normálne rozdelenie, pričom disperzia aj stredná hodnota je úmerná časovému intervalu, môžeme napísať

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu dt + \sigma dW_t$$

alebo ekvivalentne

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dW_t, \quad (2.11)$$

kde μ a σ sú konštanty predstavujúce drift (v tomto prípade očakávaný výnos akcie) a volatilitu (neistotu výnosu akcie).

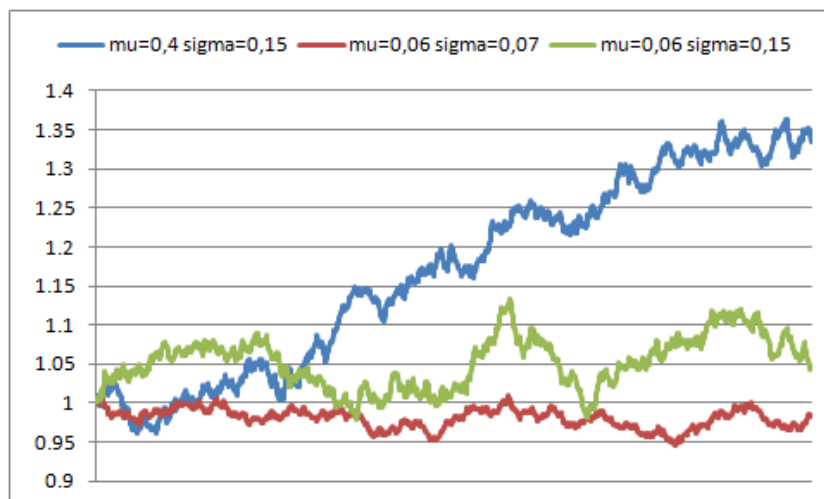
Táto časť je citáciou z použitej literatúry [1].

Geometrický Brownov pohyb

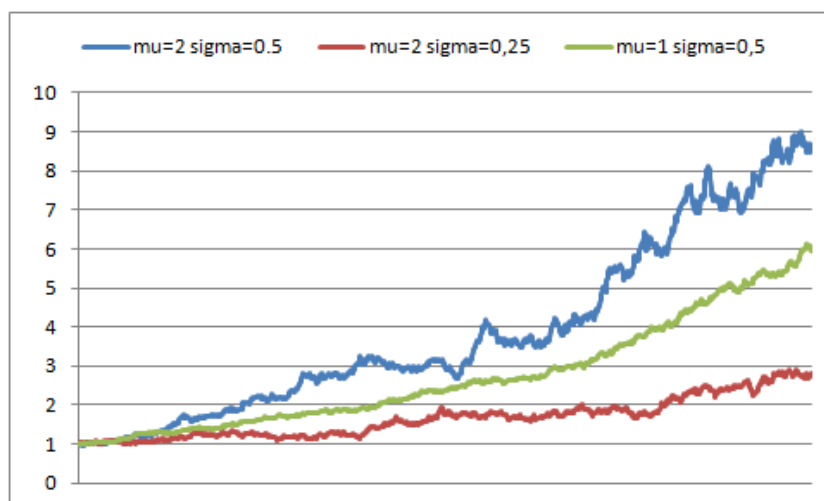
Stochastický proces S_t , spĺňajúci rovnicu (2.12), pre ľubovoľnú počiatočnú hodnotu S_0 , sleduje geometrický Brownov pohyb

$$S_t = S_0 e^{((\mu - \frac{\sigma^2}{2})t + \sigma W_t)}, \quad (2.12)$$

kde S_t je lognormálne rozdelená náhodná premenná so strednou hodnotou $E(S_t) = e^{\mu t} S_0$ a disperziou $D(S_t) = e^{2\mu t} S_0^2 (e^{\sigma^2 t} - 1)$. Náhodná premenná $\ln(\frac{S_t}{S_0})$ je normálne rozdelená so strednou hodnotou $(\mu - \frac{\sigma^2}{2})t$ a disperziou $\sigma^2 t$.



Obr. 2.6: Realizácie Brownovho pohybu s rôznymi parametrami



Obr. 2.7: Realizácie geometrického Brownovho pohybu s rôznymi parametrami

2.3 Modelovanie vývoja S&P 500

V tejto časti budeme metódou Monte Carlo (10000 pozorovaní) a použitím geometrického Brownovho pohybu modelovať vývoj amerického akciového indexu S&P 500 na 7, 10 a 15 rokov, do ktorého budeme pravidelne mesačne investovať. Parametre modelovania, výnos a volatilitu, sme odhadli z historických hodnôt indexu za posledných 60 rokov ($r_{p.a.} = 7,24\%$, $\sigma_{p.a.} = 14,50\%$). Výsledky modelovania sú zobrazené v tabuľke (2.7).

Z výsledkov modelovania si ako zaujímavý výstup môžeme zobrať fakt, že čím dlhší investičný horizont pre pravidelné investovanie, tým je menší rozptyl výnosov tohto investovania. Svedčí o tom časom sa znižujúci rozdiel medzi najhorším a najlepším pozorovaním, ale najmä časom sa zväčšujúci počet pozorovaní, kde je výnos lepší ako požadovaný výnos na úrovni 2,5%, 3% a 4%.

	7 rokov			10 rokov			15 rokov		
	najhorší	priemerný	najlepší	najhorší	priemerný	najlepší	najhorší	priemerný	najlepší
$\tilde{r}_{p.a.}$	-21,75%	7,25%	32,38%	-14,54%	7,37%	24,75%	-10,03%	7,33%	21,02%
$\tilde{r}_{p.a.} \geq 2,5\%$	73,35%			77,99%			82,26%		
$\tilde{r}_{p.a.} \geq 3\%$	70,76%			75,08%			79,08%		
$\tilde{r}_{p.a.} \geq 4\%$	65,23%			68,55%			71,84%		

Tabuľka 2.7: Výsledky modelovania pravidelného investovania

2.4 Modelovanie vývoja rôznych stratégií

Metódou Monte Carlo (5000 pozorovaní) a použitím geometrického Brownovho pohybu budeme modelovať vývoj viacerých aktív s rôznym výnosom a volatilitou na 10 rokov, do ktorých budeme pravidelne mesačne investovať. Výsledky modelovania sú zobrazené v tabuľke (2.8).

Parametre modelov									
stratégia	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$r_{p.a.}$	4%	5%	5%	7%	7%	10%	10%	12%	12%
$\sigma_{p.a.}$	1,5%	3%	6%	10%	14%	12%	20%	16%	24%
Výsledky modelovania pravidelného investovania									
$mean(\tilde{r}_{p.a.})$	4,05%	5,04%	5,08%	7,13%	7,12%	10,18%	10,18%	12,29%	12,10%
$stdev(\tilde{r}_{p.a.})$	0,55%	1,09%	2,13%	3,61%	5,04%	4,34%	7,29%	5,78%	8,58%
$\tilde{r}_{p.a.} \geq 2,5\%$	99,68%	98,94%	87,52%	87,42%	77,52%	94,64%	79,18%	92,78%	80,00%
$\tilde{r}_{p.a.} \geq 3\%$	96,98%	96,60%	81,92%	84,72%	74,58%	93,08%	77,30%	91,66%	78,42%
$\tilde{r}_{p.a.} \geq 4\%$	53,30%	82,04%	66,56%	76,72%	67,98%	89,42%	73,22%	88,50%	74,60%
$\tilde{r}_{p.a.} \geq 6\%$	0%	18,65%	31,50%	57,48%	53,74%	79,60%	62,76%	81,68%	66,28%

Tabuľka 2.8: Výsledky modelovania pravidelného investovania

Na základe výsledkov modelovania môžeme povedať, že pre investora, požadujúceho výnos pravidelnej investície aspoň 2,5% (príp. 3%), je najvhodnejšia stratégia *A*, nasledovaná stratégiami *B* a *F*. Pokiaľ by však investor dokázal zniesť jemne menšiu pravdepodobnosť dosiahnutia investičného zámeru, mohol by vďaka stratégii *F* dosiahnúť viac ako 2 krát vyšší priemerný výnos. Investor, ktorý chce dosiahnúť výnos väčší ako 4% by volil jednu zo stratégií *F* a *H*, medzi ktorými je veľmi malý rozdiel v pravdepodobnosti dosiahnutia požadovaného výnosu, ale zásadný rozdiel v priemernom výnose pravidelnej investície, a teda racionálny investor by volil stratégiu *H*. Pre investora, ktorý má vysoké nároky na dosiahnutý výnos (aspoň 6%), je suverénne najlepšia stratégia *H*.

2.5 Výhodnosť pravidelnej investície (VPI)

Nech V je výška pravidelnej investície, n je investičný horizont (počet periód investovania), potom hodnotu sporiaceho účtu M_i v perióde $i \leq n$ vypočítame nasledovne:

$$M_i = \sum_{j=0}^{i-1} V \frac{P_i}{P_j}, \quad (2.13)$$

kde

P_i, P_j - cena aktíva v perióde i, j .

Ďalej definujeme súčasnú hodnotu sporiaceho účtu \tilde{M}_i nasledovne:

$$\tilde{M}_i = PV(M_i) = \frac{M_i}{(1 + \tilde{r}_f)^i}. \quad (2.14)$$

Pri pravidelnom investovaní si investor určuje investičný horizont, ktorý sa snaží dodržať. Nie vždy mu to však životná situácia dovolí a bude musieť na prostriedky na sporiacom účte siahnuť. Z tohto dôvodu je pre nás relevantná nielen konečná hodnota sporiaceho účtu (M), ale aj “čiastkové” hodnoty počas doby pravidelného investovania (M_i). Na to, aby sme mohli kvantifikovať výhodnosť konkrétneho aktíva určeného na pravidelné investovanie aj počas doby investovania, nielen na konci, využijeme funkcie užitočnosti, ktoré budú zachytávať konkrétne hodnoty M_i .

Výber samotnej funkcie však nie je jednoduchý. Najpoužívanejšiu funkciu užitočnosti, kvadratickú, sme pre náš prípad použiť nemohli, a to z jednoduchého dôvodu. Hodnota M_i je pre nás v bežnom prípade neohraničená, resp. jej horné ohraničenie by bolo tak nepresné, že by sme využívali hodnoty z paraboly, kde je strmota veľmi vysoká, čo by však znamenalo stratu samotnej výhody tejto triedy. Ďalšiou, často používanou triedou funkcií užitočnosti, je izo-elastická trieda, z ktorej sme vybrali tú, kde $\alpha = 1$ (viď. 2.8).

Prvá, zo štyroch nami vytvorených funkcií výhodnosti pravidelnej investície, aritmeticky priemeruje jednotlivé hodnoty $U_1(\tilde{M}_i)$. Jej použitie je vhodné, keď investor predpokladá, že bude prostriedky potrebovať v akomkoľvek okamihu s rovnakou pravdepodobnosťou.

$$VPI_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n U_1(\tilde{M}_i) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(\tilde{M}_i). \quad (2.15)$$

Ďalšie dve funkcie sú určené pre investorov, ktorí očakávajú dodržanie investičného horizontu s vysokou pravdepodobnosťou. Tzn. čím neskoršie hodnoty, tým s väčšou váhou. Druhé so spomenutých váh ešte viac vyzdvihujú hodnoty ku koncu investičného horizontu.

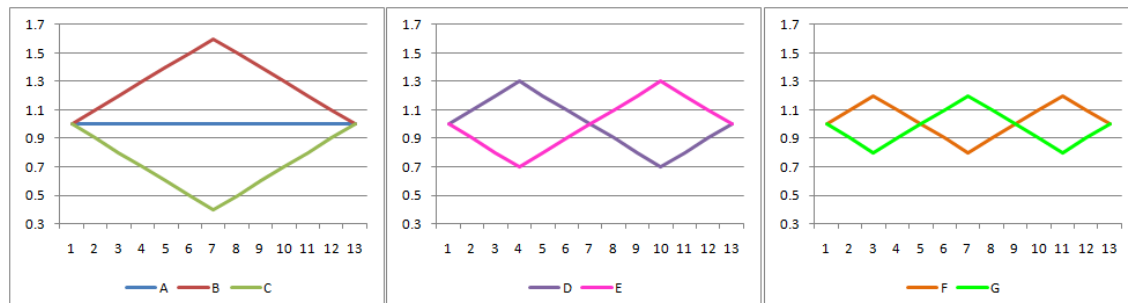
$$VPI_2 = \sum_{i=1}^n \frac{i}{\frac{n(n+1)}{2}} U_1(\tilde{M}_i) = \frac{2}{n(n+1)} \sum_{i=1}^n i \ln(\tilde{M}_i), \quad (2.16)$$

$$VPI_3 = \frac{1}{\sum_{j=1}^n \left(\frac{1}{j}\right)} \sum_{i=1}^n \frac{1}{n-i+1} U_1(\tilde{M}_i) = \frac{1}{\sum_{j=1}^n \left(\frac{1}{j}\right)} \sum_{i=1}^n \frac{1}{n-i+1} \ln(\tilde{M}_i). \quad (2.17)$$

Posledná funkcia využíva funkciu užitočnosti pre rizikovo neutrálne investora $U(\tilde{M}_i) = \tilde{M}_i$ s použitím váh, ktoré zvyrazňujú významnosť hodnôt ku koncu investičného horizontu.

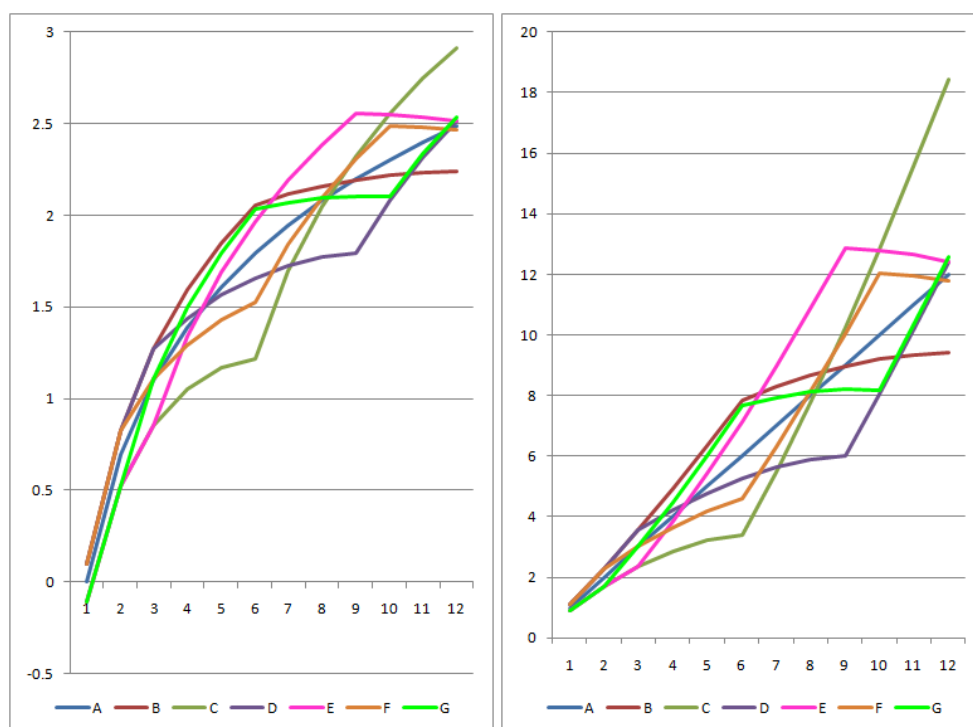
$$VPI_4 = \frac{1}{\sum_{j=1}^n \left(\frac{1}{j}\right)} \sum_{i=1}^n \frac{1}{n-i+1} U(\tilde{M}_i) = \frac{1}{\sum_{j=1}^n \left(\frac{1}{j}\right)} \sum_{i=1}^n \frac{1}{n-i+1} \tilde{M}_i. \quad (2.18)$$

Na obrázku (2.8) môžeme vidieť vývoj siedmich aktív po dobu 13 periód. Do týchto aktív budeme pravidelne investovať konštantnú sumu v každej perióde, okrem poslednej (t.j. 12 investovaní), na základe čoho vypočítame hodnoty sporiacich účtov M . Ďalej vypočítame výnos pravidelnej investície \tilde{r} a jednotlivé výhodnosti pravidelnej investície pre každé pozorované aktívum.



Obr. 2.8: Grafy portfólií

Na základe doteraz nadobudnutých poznatkov vieme povedať, že výnos aktíva C je najlepší a vývoj aktíva B najhorší. Ďalej, z vývoja aktív D a E môžeme prehlásiť, že ich výnos je rovnaký. Môžeme si všimnúť, že čo sa týka aktív F a G , ktorých vývoj je osovo súmerný podľa vývoja aktíva A , výnos aktíva G bude väčší ako výnos aktíva F . O správnosti našich hypotéz sa môžeme presvedčiť v tabuľke (2.9).



Obr. 2.9: Hodnota sporiaceho účtu a logaritmus tejto hodnoty

Na obrázku (2.9) vpravo vidíme hodnoty sporiacich účtov pre jednotlivé aktíva v periódach $i = 1, 2, \dots, 13$ a vľavo logaritmus týchto hodnôt. Na oboch grafoch si

môžeme všimnúť, ako sa jednotlivé aktíva predbiehali vrámci hodnôt na ich sporiacich účtoch. Zoberme si funkciu výhodnosti pravidelnej investície VPI_1 . Keďže využíva logaritmickú funkciu užitočnosti, pozrieme sa na graf vľavo. Z prvého pohľadu nám intuícia hovorí, že najlepšie by na tom mali byť aktíva B , E a G . Musíme si totiž uvedomiť, že táto funkcia berie hodnoty sporiaceho účtu v jednotlivých periódach s rovnakými váhami, a teda hľadáme taký vývoj aktíva, ktorý sa drží počas celého obdobia čo najvyššie. Keď sa pozrieme na graf vpravo a využijeme funkciu VPI_4 , môžeme si všimnúť dominanciu aktíva C , ktoré je ku koncu investičného horizontu suverénne najlepšie, čo sa samozrejme odzrkadlí na hodnote tejto funkcie. Výsledky si môžeme overiť v tabuľke (2.9).

	A	B	C	D	E	F	G
\tilde{r}	0%	-54,57%	89,88%	7,21%	7,21%	-4,13%	10,52%
VPI_1	1,652	1,725	1,571	1,576	1,738	1,650	1,661
VPI_2	8,174	7,935	9,704	7,174	9,787	8,432	8,157
VPI_3	2,084	2,026	2,229	2,001	2,200	2,100	2,084
VPI_4	8,943	8,090	11,718	8,285	10,246	9,194	8,952

Tabuľka 2.9: Výhodnosť pravidelnej investície

Podme sa teraz pozrieť na výsledky. Drvivo najlepší výnos má aktívum C , ktoré je zároveň najvhodnejšie pre investora, ktorý sa snaží dodržať investičný horizont. Svedčí o tom prvenstvo vo VPI_3 , VPI_4 a druhé miesto vo VPI_2 . Toto aktívum je však najhoršie pre investora, ktorý bude prostriedky potrebovať v ľubovoľnom čase počas investičného horizontu s rovnakou pravdepodobnosťou. Za zmienku stojí aktívum D , ktoré je takmer vo všetkých ukazovateľoch (okrem výnosu) najhoršie. Výnosovo najhoršie aktívum B patrí medzi najhoršie aj vrámci VPI_2 , VPI_3 a VPI_4 , avšak medzi najlepšie vrámci VPI_1 , čo je spôsobené prudkým nárastom až do polky investičného horizontu a následným prepadom.

Kapitola 3

Hodnotenie fondov

Otázka za milión znie: *Ktorý z fondov bude ten najlepší?*

Takto položená otázka, týkajúca sa budúcnosti, zostane s najväčšou pravdepodobnosťou nezodpovedaná. Naopak, na zodpovedanie podobnej otázky s tým rozdielom, že sa týka minulosti, nepotrebujeme žiadny moderný prístroj, ale historické dáta a trochu matematického a finančného umu. Tu sa už dostávame na pôdu tzv. scoringov, resp. rankingov fondov. Ranking síce hodnotí minulosť, ktorá nie je pri investovaní určujúca pre budúci vývoj, no je pravdepodobné, že fond, ktorý vo svojej kategórii dosahuje dlhodobu nadpriemerné výsledky, bude takéto výsledky dosahovať aj v budúcnosti. Kritéria hodnotenia, ktoré sú pre naše porovnanie relevantné, sme si zadefinovali v predchádzajúcich kapitolách.

3.1 Porovnanie fondov “starej” Európy

Hlavným cieľom je porovnávať fondy investujúce v “starej Európe”, pričom sme výber úzko špecifikovali na tie z nich, ktoré investujú do spoločností s vysokou trhovou kapitalizáciou, tzv. “Large Caps”. Ako benchmark pre tieto stratégie sme vybrali index MSCI Europe a ako bezrizikové aktívum 1M Euribor (priemerná sadzba za ktorú kóujú mesačné úložky najväčšie komerčné a investičné banky v eurozóne).

Ako dáta použijeme mesačné zmeny NAV (Net Asset Value) jednotlivých fondov, na základe ktorých vypočítame jednotlivé mesačné výkonnosti. To znamená, z $(\text{pocet rokov}) * 12 + 1$ údajov pre každý fond získame $(\text{pocet rokov}) * 12$ mesačných výkonností. Spôsob porovnávania práve mesačných výkonností je zaužívaný medzi portfólio manažermi a analytikmi, venujúcimi sa tejto problematike. Pozrieme sa na tri porovnania, rozdelené podľa času začiatku investovania a najmä podľa investičného horizontu, ktorý je 3, 5 a 7 rokov. Keďže je 3-ročný horizont príliš krátky na relevantnosť pravidelného investovania do akciových fondov, využijeme ho na dôkladnejšie porovnanie fondov z hľadiska jednorázových investícií. Na 5 a 7 ročnom horizonte sa už pozrieme ako na jednorázové investovanie, tak i na investovanie pravidelné. Pravidelne investovať budeme mesačne, t.z. $(\text{pocet rokov}) * 12$ krát, pričom výška vk-

ladu V je pre jednoduchosť rovná jednému euru.

3.1.1 Metodika hodnotenia

Vzhľadom k tomu, že chceme využívať niektoré ukazovatele výhodnosti jednorázovej investície v ročnom merítke a údaje o vývoji fondov máme mesačné, musíme zaviesť typológiu zmeny pre prevod. Ukazovatele, ktoré potrebujú takto špecifikovať sú nasledovné:

$$R_{abs} = \frac{NAV_n}{NAV_0} - 1$$

$$r_{p.a.} = \sqrt[pocet\ rokov]{1 + R_{abs}} - 1$$

$$\sigma_{p.a.} = \sqrt{12} \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (r_i - \bar{r}_i)^2}$$

$$\alpha_{p.a.} = 12(r_p - \beta r_M)$$

$$JA_{p.a.} = 12(\bar{r}_p - (\bar{r}_f + (\beta(\bar{r}_m - \bar{r}_f))))$$

$$SR_{p.a.} = \sqrt{12} \left(\frac{E[r_p - r_f]}{\sigma_p} \right)$$

$$TR_{p.a.} = \sqrt{12} \left(\frac{E[r_p - r_f]}{\beta_p} \right)$$

$$TE_{p.a.} = \sqrt{12} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (r_p - r_M)^2}{n-1}}$$

$$IR_{p.a.} = \sqrt{12} \left(\frac{E[r_p - r_M]}{TE} \right)$$

kde

NAV_0 - NAV fondu v deň začiatku pozorovania

NAV_n - NAV fondu v deň konca pozorovania

n - investičný horizont

r_i - výnos aktíva za jeden mesiac od t_{i-1} po t_i

\bar{r}_i - stredná hodnota mesačných výnosov fondu

\bar{r}_M - stredná hodnota mesačných výnosov benchmarku

\bar{r}_f - stredná hodnota mesačných výnosov bezrizikového aktíva

r_p - vektor mesačných výnosov fondu

r_M - vektor mesačných výnosov benchmarku

Ďalšími ukazovateľmi, ktoré využijeme pri hodnotení sú MDD , $MDDL$ a RRR , ktoré sme si zadefinovali v časti (1.8) a nepotrebujú bližšie špecifikovať.

Na hodnotenie výkonnosti pravidelných investícií sme upravili ukazovatele nasledovne:

$$\begin{aligned}
 M &= \sum_{i=0}^{n-1} 1 \cdot \frac{NAV_n}{NAV_i} \\
 \tilde{r}_{p.a.} \leftarrow M &= \sum_{i=1}^n 1 \cdot \left(1 + \frac{\tilde{r}_{p.a.}}{12}\right)^i \\
 M_i &= \sum_{j=0}^{i-1} 1 \cdot \frac{NAV_i}{NAV_j} \\
 \tilde{M}_i &= PV(M_i) = \frac{M_i}{\left(1 + \frac{\tilde{r}_f}{12}\right)^i} \\
 VPI_1 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(\tilde{M}_i) \\
 VPI_2 &= \frac{2}{n(n+1)} \sum_{i=1}^n i \ln(\tilde{M}_i) \\
 VPI_3 &= \frac{1}{\sum_{j=1}^n \left(\frac{1}{j}\right)} \sum_{i=1}^n \frac{1}{n-i+1} \ln(\tilde{M}_i) \\
 VPI_4 &= \frac{1}{\sum_{j=1}^n \left(\frac{1}{j}\right)} \sum_{i=1}^n \frac{1}{n-i+1} \tilde{M}_i
 \end{aligned}$$

kde

\tilde{r}_f - ročný výnos bezrizikového aktíva určený ako 2,5%

3.1.2 3-ročný horizont

Obdobie, počas ktorého budeme hodnotiť fondy, začína 31.3.2005 a končí 31.3.2008, teda po dobu troch rokov, ktoré su ku koncu zasiahnuté krízou. Výber tohto obdobia je najmä z dôvodu dramatickosti (kvalita fondu sa odzrkadlí pri netradičnej situácii, ako je napr. kríza). Keďže je investičný horizont troch rokov príliš krátky na relevantné porovnanie kvality fondov pri pravidelnom investovaní, budeme sa v tejto časti venovať najmä samotným štatistickým ukazovateľom výkonnosti jednorázovej investície.

Vzhľadom k tomu, že Sharpeov pomer je ukazovateľ, ktorý zahŕňa výnos aj volatilitu portfólia a je najuniverzálnejší aj v rámci porovnávania rôznych typov aktív, použijeme ho aj na celkové hodnotenie kvality fondov. Na základe SR zoradíme fondy od najmenšej hodnoty (najslabšie portfólio) po najväčšiu (najlepšie portfólio). Z hodnôt SR pre všetky fondy a rovnako aj index, vypočítame prvý a tretí kvartil (Q_1 a

Q_3), kde prvý kvartil je také číslo, že sa pod ním nachádza 25% hodnôt a tretí kvartil je také číslo, že sa pod ním nachádza 75% hodnôt. Hodnota $(Q_3 - Q_1)$ sa nazýva medzikvantilové rozpätie.

Na základe týchto hodnôt definujeme teoretické minimum (T-min) nasledovne:

$$T - min = Q_1 - \frac{4}{3}(Q_3 - Q_1) \quad (3.1)$$

a teoretické maximum (T-max):

$$T - max = Q_3 + \frac{4}{3}(Q_3 - Q_1). \quad (3.2)$$

Na základe hodnoty SR pridelieme fondom a indexu nasledovný počet hviezdíčiek:

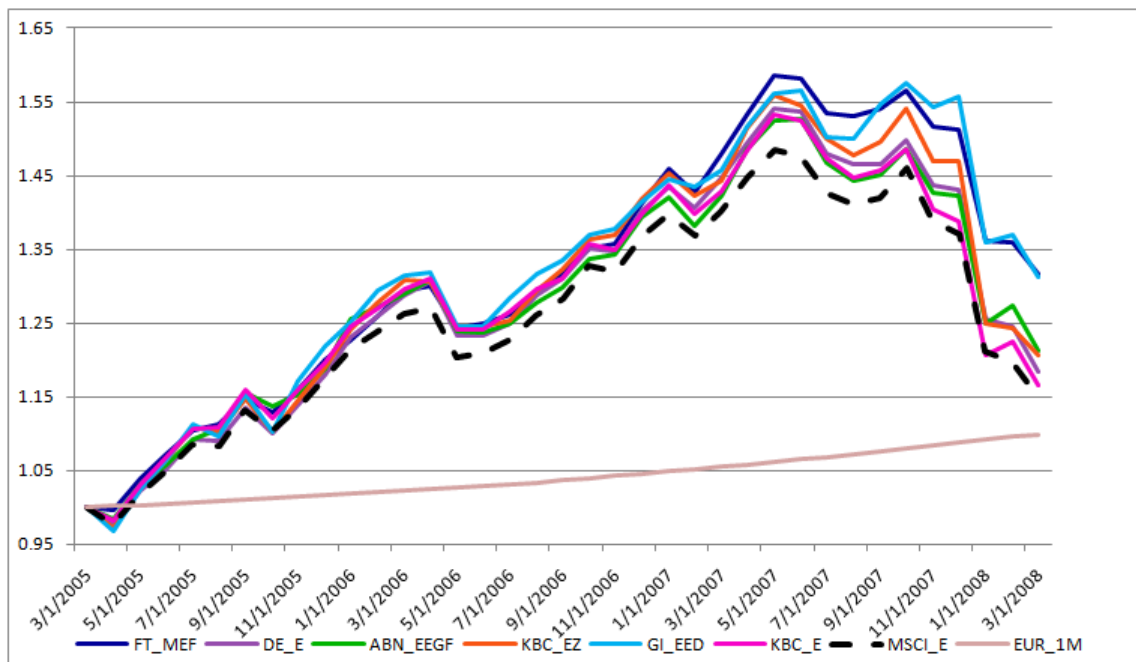
T-max	≤	SR		*****
Q_3	≤	SR	< T-max	****
Q_1	≤	SR	< Q_3	***
T-min	≤	SR	< Q_1	**
		SR	< T-min	*

Koeficient v definícii teoretického minima a maxima pri medzikvantilovom rozpätí je zvolený na základe odporúčania hlavného analytika spoločnosti Across Wealth Management.

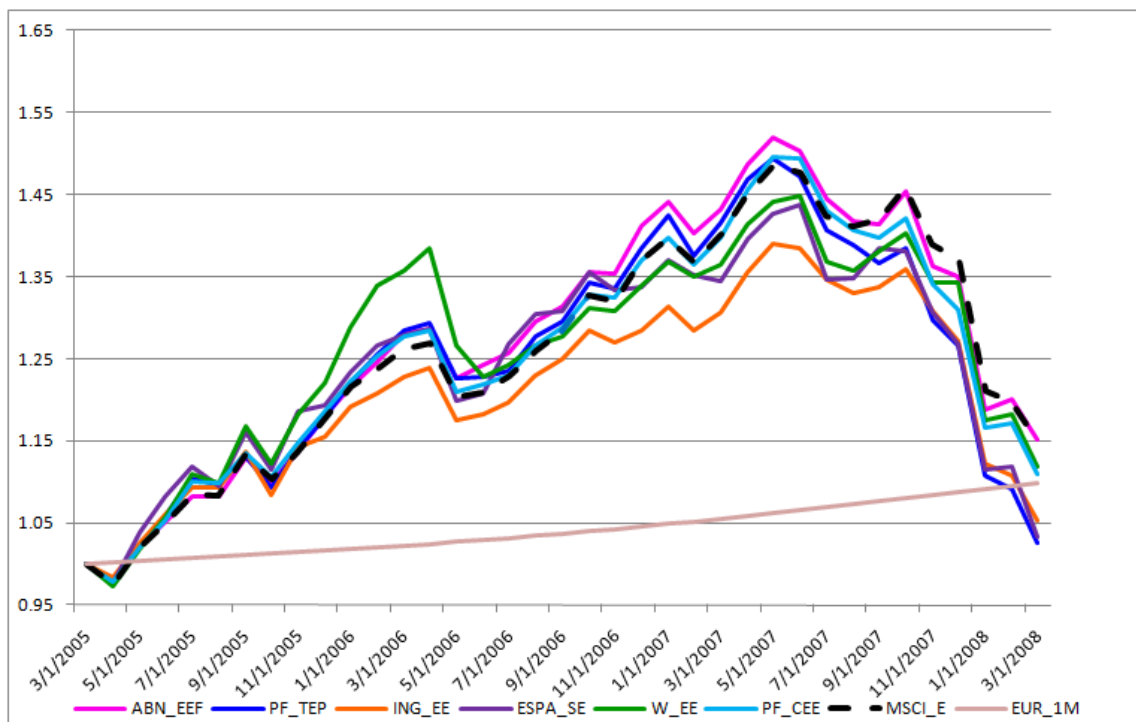
Zoznam hodnotených aktív

KÓD aktíva	Správca a názov aktíva
FT_MEF	Franklin Templeton Investments - Franklin Mutual European Fund
DE_E	Dexia Equities - Europe
ABN_EEGF	ABN AMRO Funds - Europe Equity Growth Fund
KBC_EZ	KBC Equity Fund - Eurozone
GI_EED	Generali Investments SICAV - Euro Equities Dynamic
KBC_E	KBC Equity Fund - Europe
ABN_EEF	ABN AMRO - Europe Equity Fund
PF_TEP	Pioneer Investments - Top European Players
ING_EE	ING Invest - European Equity
ESPA_SE	Erste Sparinvest - ESPA Stock Europe
W_EE	World Investment Opportunities Funds - European Equity
PF_CEE	Pioneer Investments - Core European Equity
MSCI_E	MSCI Europe Index
EUR_1M	1M Euribor

Grafy fondov



Obr. 3.1: TOP-rated fondy, benchmark a bezrizikové aktívum



Obr. 3.2: LOW-rated fondy, benchmark a bezrizikové aktívum

Porovnanie výnosov

Ukazovateľ	FT_MEF	DE_E	ABN_EEGF	KBC_EZ	GI_EED	KBC_E	ABN_EEF
$R_{abs.}$ v %	31,73	18,47	21,20	20,61	31,22	16,49	15,20
$r_{p.a.}$ v %	9,62	5,81	6,62	6,45	9,48	5,22	4,83
Ukazovateľ	PF_TEP	ING_EE	ESPA_SE	W_EEF	PF_CEE	MSCI_E	EUR_1M
$R_{abs.}$ v %	2,60	5,38	3,21	11,79	10,96	14,83	9,93
$r_{p.a.}$ v %	0,86	1,76	1,06	3,78	3,53	4,72	3,20

Ako si môžeme všimnúť, dva najvýkonnejšie fondy FT_MEF a GI_EED vysoko zatienili výkonnosti ostatných fondov a rovnako aj indexu, kde v poradí tretí najlepší fond stráca v kumulatívnej výkonnosti až 10%. Z hľadiska investora je veľmi dôležité všimnúť si, že rozdiel v absolútnom výnose medzi najlepším a najhorším fondom je neuveriteľných takmer 30%. Treba si uvedomiť, že v tomto prípade to nie je iný trh alebo iné zameranie fondu, ale taký markantný rozdiel medzi výkonnosťami spočíva najmä v kvalite správy portfólia. Dôsledok je jednoduchý, fakt, že dvaja investori zainvestovali do rovnakého trhu, rovnakého segmentu, rovnakého zamerania a zároveň v jednotnej mene neznamená, že na konci investičného horizontu musia mať obaja investori dostatočne podobný výnos.

Porovnanie volatility

Ukazovateľ	FT_MEF	DE_E	ABN_EEGF	KBC_EZ	GI_EED	KBC_E	ABN_EEF
$r_{p.a.}$ v %	9,62	5,81	6,62	6,45	9,48	5,22	4,83
$\sigma_{p.a.}$ v %	10,24	12,39	12,11	13,57	12,97	12,81	12,25
Ukazovateľ	PF_TEP	ING_EE	ESPA_SE	W_EEF	PF_CEE	MSCI_E	EUR_1M
$r_{p.a.}$ v %	0,86	1,76	1,06	3,78	3,53	4,72	3,20
$\sigma_{p.a.}$ v %	13,34	11,76	14,43	14,05	12,20	11,76	0,24

Ukazovateľ volatility určil víťazov aj v tejto kategórii. Pripomeňme si, čím menšia volatility, tým menšie riziko, a teda aj väčšia pravdepodobnosť naplnenia rovnakej výkonnosti aj v budúcnosti. Suverénne najnižšiu volatility má fond FT_MEF, ktorý odmeňuje svojich investorov najvyšším výnosom pričom riziko dosiahnutia rovnakého výnosu v nasledujúcom období, je najmenšie. Samozrejme, pokiaľ neberieme v úvahu bezrizikové aktívum. V tomto meradle sa index umiestnil na treťom mieste, čo je určite priaznivý výsledok.

Porovnanie R^2

Ukazovateľ	FT_MEF	DE_E	ABN_EEGF	KBC_EZ	GI_EED	KBC_E	ABN_EEF
R^2	0,954	0,984	0,931	0,955	0,890	0,972	0,969
Ukazovateľ	PF_TEP	ING_EE	ESPA_SE	W_EEF	PF_CEE	MSCI_E	EUR_1M
R^2	0,960	0,931	0,822	0,888	0,962	1,000	0,148

Naviazanosť mesačných zmien NAV fondu na zmeny indexu MSCI Europe má najväčšiu fond W_EEF a najmenšiu ESPA_SE. Pre každý z fondov vidieť vysokú naviazanosť na index, z čoho vyplýva aj relevantnosť ukazovateľov alfa a beta pre každý z nich.

Alfa, Jensenova alfa a beta

Ukazovateľ	FT_MEF	DE_E	ABN_EEGF	KBC_EZ	GI_EED	KBC_E	ABN_EEF
$\alpha_{p.a.}$ v %	5,23	0,88	1,89	1,21	4,41	0,22	0,04
$JA_{p.a.}$ v %	4,75	1,03	1,87	1,61	4,54	0,46	0,12
β	0,851	1,045	0,993	1,128	1,040	1,074	1,025
Ukazovateľ	PF_TEP	ING_EE	ESPA_SE	W_EEF	PF_CEE	MSCI_E	EUR_1M
$\alpha_{p.a.}$ v %	-4,16	-2,68	-3,82	-1,27	-1,19	0,00	0,00
$JA_{p.a.}$ v %	-3,80	-2,79	-3,46	-0,87	-1,14	0,00	0,02
$Beta$	1,112	0,964	1,113	1,126	1,018	1,000	-0,008

Najväčší nadvýnos oproti indexu a zároveň aj nadvýnos oproti bezrizikovému aktívu pri zohľadnení rizika popísaného koeficientom beta, má fond FT_MEF. Na opačnom póle leží fond PF_TEP, kde portfólio manažér neprinesol svojim investorom žiadnu kladnú pridanú hodnotu oproti bezrizikovému aktívu, a dokonca ani oproti indexu. Beta je pre všetky fondy veľmi blízka jednej, čo znamená vysokú podobnosť s indexom.

Sharpeov pomer

Ukazovateľ	FT_MEF	DE_E	ABN_EEGF	KBC_EZ	GI_EED	KBC_E	ABN_EEF
$SR_{p.a.}$ v %	0,643	0,264	0,331	0,298	0,523	0,216	0,190
Ukazovateľ	PF_TEP	ING_EE	ESPA_SE	W_EEF	PF_CEE	MSCI_E	EUR_1M
$SR_{p.a.}$ v %	-0,106	-0,061	-0,074	0,110	0,087	0,183	-

Sharpeov pomer, teda prémia za podstupené riziko, je najväčší pre často spomínaný fond FT_MEF, ktorý je nasledovaný fondom GI_EED. Ktorýkoľvek z ostatných fondov ani zďaleka nedosahujú taký pozitívny výsledok ako práve tieto dva. Fondy so zápornou hodnotou priniesli investorovi oproti bezrizikovému aktívu záporný zisk pri určitej volatilitě, z čoho vyplýva záporná hodnota ukazovateľa.

Treynorov pomer

Ukazovateľ	FT_MEF	DE_E	ABN_EEGF	KBC_EZ	GI_EED	KBC_E	ABN_EEF
$TR_{p.a.}$ v %	2,235	0,905	1,164	1,035	1,881	0,744	0,654
Ukazovateľ	PF_TEP	ING_EE	ESPA_SE	W_EEF	PF_CEE	MSCI_E	EUR_1M
$TR_{p.a.}$ v %	-0,366	-0,215	-0,277	0,398	0,299	0,621	-

Výsledky porovnania Treynorovho pomeru sú veľmi podobné výsledkom Sharpeovmu pomeru s menšími odchýlkami, ktoré plynú zo zamenenia ukazovateľa rizika z volatility na beta koeficient.

Tracking Error

Ukazovateľ	FT_MEF	DE_E	ABN_EEGF	KBC_EZ	GI_EED	KBC_E	ABN_EEF
$TE_{p.a.}$ v %	2,135	1,075	1,380	1,394	2,181	0,796	0,416
Lepšie mes.	24	20	17	22	19	21	18
Horšie mes.	12	16	19	14	17	15	18
Ukazovateľ	PF_TEP	ING_EE	ESPA_SE	W_EEF	PF_CEE	MSCI_E	EUR_1M
$TE_{p.a.}$ v %	1,915	1,718	1,820	0,787	1,062	0,000	-
Lepšie mes.	15	15	17	18	15	-	-
Horšie mes.	21	21	19	18	21	-	-

Fondy s vysokým Tracking Errorom sú tie, ktorých mesačné výkonnosti sa najviac odlišujú od indexu. Na druhej strane, fondy s nízkou hodnotou tohto ukazovateľa ako ABN_EEF a W_EEF prípadne KBC_E, majú mesačné výkonnosti veľmi podobné ako index. V tabuľke si môžeme ďalej všimnúť ukazovatele lepších a horších mesiacov oproti indexu. Lepšie mesiace sú tie, kedy výkonnosť fondu v danom mesiaci predčila výkonnosť indexu, horšie mesiace naopak. Zaujímavosťou je, že spolu štyri fondy mali viac lepších mesiacov ako fond GI_EED, ale všetky okrem FT_MEF dosiahli nižšie výnosy. Zjednodušeným pohľadom z toho vyplýva, že fond sa riadi heslom: “Keď už, tak poriadne.”

Information ratio

Ukazovateľ	FT_MEF	DE_E	ABN_EEGF	KBC_EZ	GI_EED	KBC_E	ABN_EEF
IR _{p.a.} v %	2,076	1,045	1,342	1,355	2,120	0,773	0,404
Ukazovateľ	PF_TEP	ING_EE	ESPA_SE	W_EEF	PF_CEE	MSCI_E	EUR_1M
IR _{p.a.} v %	-1,861	-1,671	-1,769	-0,765	-1,033	0,000	-

Pripomeňme si, že čím väčšia kladná hodnota ukazovateľa, tým lepšie. Fondy GI_EED a FT_MEF suverénne “prevalcovali” ich konkurenciu. K podobnému záveru prichádzame aj pri fondoch PF_TEP, ING_EE a ESPA_SE, ale v negatívnom zmysle.

MDD, MDDL a RRR

Ukazovateľ	FT_MEF	DE_E	ABN_EEGF	KBC_EZ	GI_EED	KBC_E	ABN_EEF
Peak date	13.7.07	9.7.07	16.7.07	16.7.07	17.7.07	16.7.07	1.6.07
MDD v %	20,19	27,33	24,69	26,39	22,88	27,27	28,19
MDDL	259	267	259	259	257	260	323
RRR	12,85	9,77	10,51	9,82	11,23	9,52	11,44
Ukazovateľ	PF_TEP	ING_EE	ESPA_SE	W_EEF	PF_CEE	MSCI_E	EUR_1M
Peak date	1.6.07	13.7.07	17.7.07	18.6.07	15.6.07	1.6.07	-
MDD v %	34,35	29,05	33,52	27,91	29,28	27,25	-
MDDL	303	261	257	259	284	301	-
RRR	8,84	8,98	7,67	9,28	9,71	11,05	-

Z tabuľky je vidieť, že z pohľadu maximálneho prepadu, a teda aj pevných nervov investora sú na tom najhoršie fondy PF_TEP a ESPA_SE, ktoré na krízu na trhu doplatili zo všetkých najviac. Naopak, kríze dokázali najviac odolať, čo sa týka poklesu, fondy FT_MEF a GI_EED. Ukazovateľ MDDL, ktorý popisuje čas potrebný na zotavenie sa z maximálneho prepadu, nie je v našom porovnávaní dostatočne relevantný, lebo určuje len dobu pádu, pričom ani jeden z fondov sa na danom pozorovanom období nedostal z červených čísel. Na tento fakt doplatil aj ukazovateľ Return-Recovery ratio, ktorý neurčuje schopnosť manažéra dostať sa z krízy, ale naopak, rýchlosť poklesu o jedno percento. A teda, čím je ukazovateľ vyšší, tým väčší počet dní mu trvá pokles o jedno percento, čo je pozitívum.

Výsledky

Na základe ukazovateľa SR sme zoradili fondy od najlepšieho po najslabší a následne sme im pridelili hviezdičky podľa skôr zadaného postupu, ktoré sú jednoduchým

ukazovateľom kvality portfólia.

- ***** Franklin Templeton Investment - Franklin Mutual European Fund
- **** Generali Investments SICAV - Euro Equities Dynamic
- **** ABN AMRO Funds - Europe Equity Growth Fund
- **** KBC Equity Fund - Eurozone
- *** Dexia Equities - Europe
- *** KBC Equity Fund - Europe
- *** ABN AMRO - Europe Equity Fund
- *** MSCI Europe Index
- *** World Investment Opportunities Funds - European Equity
- *** Pioneer Funds - Core European Equity
- ** ING Invest - European Equity
- ** Erste Sparinvest - ESPA Stock Europe
- ** Pioneer Funds - Top European Players

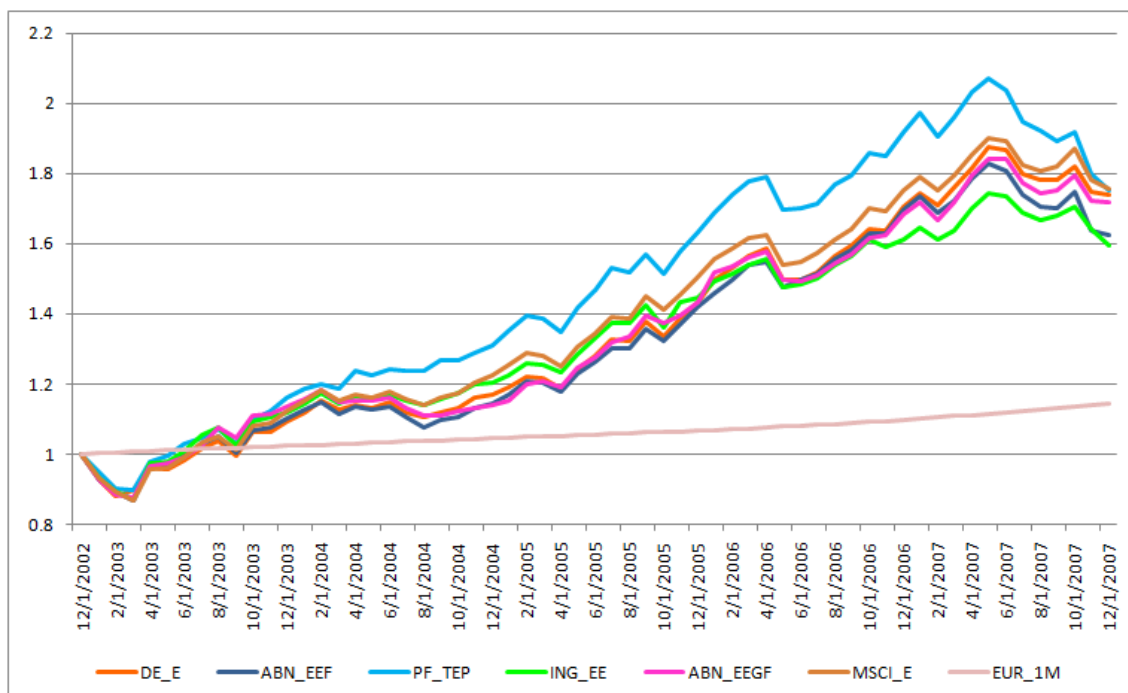
3.1.3 5-ročný horizont

Obdobie, počas ktorého budeme hodnotiť fondy, začína 31.12.2002 a končí 31.12.2007, teda po dobu piatich rokov, ktoré su ku koncu zasiahnuté krízou. Výber tohto obdobia je najmä z dôvodu značného rastového trendu, ktorý začal po skončení krízy na konci roku 2002 a skončil prehlbovaním sa novej krízy koncom roka 2007. V tejto časti sa budeme venovať hodnoteniu výkonnosti jednorázovej aj pravidelnej investície.

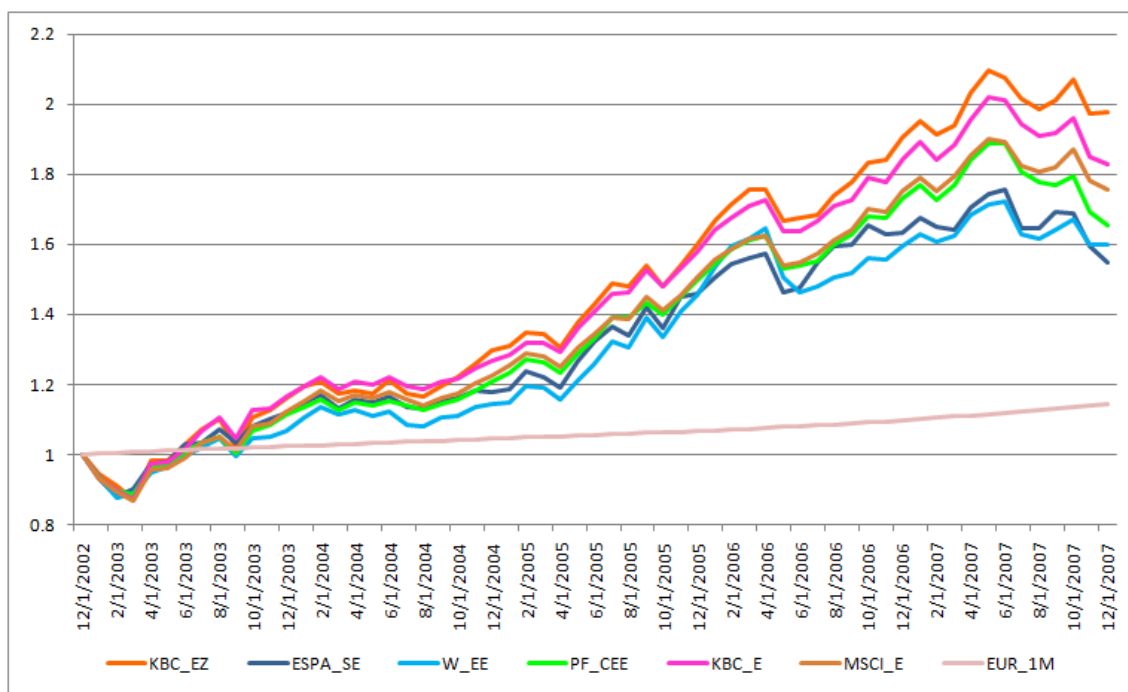
Zoznam hodnotených aktív

<i>KÓD aktíva</i>	<i>Správca a názov aktíva</i>
DE_E	Dexia Equities - Europe
ABN_EEF	ABN AMRO - Europe Equity Fund
PF_TEP	Pioneer Investments - Top European Players
ING_EE	ING Invest - European Equity
ABN_EEGF	ABN AMRO Funds - Europe Equity Growth Fund
KBC_EZ	KBC Equity Fund - Eurozone
ESPA_SE	Erste Sparinvest - ESPA Stock Europe
W_EE	World Investment Opportunities Funds - European Equity
PF_CEE	Pioneer Investments - Core European Equity
KBC_E	KBC Equity Fund - Europe
MSCI_E	MSCI Europe Index
EUR_1M	1M Euribor

Grafy fondov



Obr. 3.3: 1. polovica fondov



Obr. 3.4: 2. polovica fondov

Porovnanie jednorázovej investície

Ukazovateľ	DE_E	ABN_EEF	PF_TEP	ING_EE	ABN_EEGF	KBC_EZ
$R_{abs.}$ v %	74,00	62,27	75,35	59,41	71,77	97,52
$r_{p.a.}$ v %	11,72	10,17	11,89	9,77	11,43	14,58
$\sigma_{p.a.}$ v %	10,02	11,00	10,70	10,73	10,29	12,05
R^2	0,91	0,97	0,89	0,93	0,90	0,93
$\alpha_{p.a.}$ v %	0,86	-1,98	0,44	-1,80	0,35	1,22
$J_{Ap.a.}$ v %	0,62	-1,87	0,34	-1,83	0,17	1,52
β	0,91	1,04	0,96	0,99	0,93	1,11
$SR_{p.a.}$ v %	0,89	0,69	0,86	0,68	0,85	0,97
$TR_{p.a.}$ v %	2,84	2,12	2,75	2,11	2,70	3,04
$TE_{p.a.}$ v %	0,47	1,25	0,08	1,40	0,68	1,61
$IR_{p.a.}$ v %	-0,46	-1,23	0,08	-1,37	-0,67	1,59
# lepších mesiacov	26	26	29	28	23	38
# horších mesiacov	34	34	31	32	37	22
MDD v %	23,72	24,27	19,73	24,02	22,89	23,81
$MDDL$	256	224	160	161	222	161
RRR	9,51	9,22	8,11	6,71	9,70	6,77
Ukazovateľ	ESPA_SE	W_EE	PF_CEE	KBC_E	MSCI_E	EUR_1M
$R_{abs.}$ v %	54,95	59,73	65,50	82,96	75,52	14,31
$r_{p.a.}$ v %	9,15	9,82	10,60	12,84	11,91	2,71
$\sigma_{p.a.}$ v %	11,56	11,25	10,34	11,32	10,46	0,22
R^2	0,73	0,80	0,96	0,97	1	0,03
$\alpha_{p.a.}$ v %	-1,73	-1,37	-0,84	0,13	0	0
$J_{Ap.a.}$ v %	-1,88	-1,47	-0,92	0,31	0	0,04
β	0,94	0,96	0,97	1,07	1	0,00
$SR_{p.a.}$ v %	0,59	0,65	0,77	0,89	0,88	-
$TR_{p.a.}$ v %	2,07	2,21	2,37	2,73	2,64	-
$TE_{p.a.}$ v %	1,56	1,36	1,10	0,97	-	-
$IR_{p.a.}$ v %	-1,53	-1,33	-1,08	0,96	-	-
# lepších mesiacov	27	29	27	35	-	-
# horších mesiacov	33	31	33	25	-	-
MDD v %	26,20	23,81	21,68	23,92	23,29	-
$MDDL$	227	236	221	162	221	-
RRR	8,66	9,90	10,18	6,77	9,51	-

Tabuľka 3.1: Porovnanie jednorázovej investície

Pri skúmaní výsledkov v tabuľke 3.1 si môžeme všimnúť, že najlepší Sharpeov pomer, ktorý najvernejšie zachytáva odmenu za podstupené riziko, má napriek najväčšej volatilitate fond KBC_EZ, ktorý zároveň dosahuje najväčšiu hodnotu absolútneho výnosu. Tento fond je najlepší aj v ďalších ukazovateľoch a o tom, že je to zásluha portfólio manažéra, svedčí aj najvyššia hodnota Tracking Erroru. Keď porovnáme výnos a volatilitu portfólií PF_TEP a MSCI_E, vidíme medzi nimi značnú podobnosť. Koeficient R^2 medzi týmito aktívami je však relatívne malý, z čoho nám vyplýva, že napriek tomu, že sú viaceré ukazovatele takmer rovnaké, nie je vývoj týchto dvoch portfólií vo veľkej miere podobný. Medzi najhoršie fondy patria ESPA_SE, W_EE a ING_EE. Čo sa týka maximálneho prepadu, ten bol najväčší na začiatku investičného horizontu, kedy ešte doznievala kríza. Najrýchlejšie sa z prepadu dokázali dostať fondy KBC_EZ, KBC_E, ING_EE a PF_TEP, ktorý mal zároveň ako jediný Maximum Drawdown menší ako 20%.

Porovnanie pravidelnej investície

Ukazovateľ	DE_E	ABN_EEF	PF_TEP	ING_EE	ABN_EEGF	KBC_EZ
Ukazovatele pre hodnotenie jednorázovej investície						
$r_{p.a.}$ v %	11,72	10,17	11,89	9,77	11,43	14,58
$\sigma_{p.a.}$ v %	10,02	11,00	10,70	10,73	10,29	12,05
$SR_{p.a.}$ v %	0,89	0,69	0,86	0,68	0,85	0,97
Ukazovatele pre hodnotenie pravidelnej investície						
$\tilde{r}_{p.a.}$ v %	11,93	9,70	9,04	8,46	11,36	13,87
VPI_1	3,33	3,32	3,32	3,31	3,32	3,36
VPI_2	53,60	52,69	54,65	51,02	52,74	56,02
VPI_3	4,04	4,02	4,04	3,99	4,03	4,09
VPI_4	64,95	62,80	63,71	60,70	63,87	68,05
Ukazovateľ	ESPA_SE	W_EE	PF_CEE	KBC_E	MSCI_E	EUR_1M
Ukazovatele pre hodnotenie jednorázovej investície						
$r_{p.a.}$ v %	9,15	9,82	10,60	12,84	11,91	2,71
$\sigma_{p.a.}$ v %	11,56	11,25	10,34	11,32	10,46	0,22
$SR_{p.a.}$ v %	0,59	0,65	0,77	0,89	0,88	-
Ukazovatele pre hodnotenie pravidelnej investície						
$\tilde{r}_{p.a.}$ v %	7,42	9,50	9,36	11,40	11,26	3,09
VPI_1	3,31	3,31	3,33	3,35	3,34	3,16
VPI_2	51,21	51,64	53,20	54,56	53,68	41,60
VPI_3	3,98	4,00	4,02	4,05	4,04	3,81
VPI_4	60,21	61,44	63,01	65,29	64,53	50,21

Tabuľka 3.2: Porovnanie pravidelnej investície

Najväčší výnos pravidelnej investície dosiahol fond KBC_EZ, nasledovaný triom DE_E, KBC_E a ABN_EEGF. Na opačnej strane výnosového rebríčka stojí fond ESPA_SE. V rámci všetkých kategórií vyšiel ako neporaziteľný fond KBC_EZ, ktorý obhájil prvenstvo z hodnotenia jednorázových investícií. Na druhom a treťom mieste v rámci hodnotení výhodnosti pravidelnej investície sa umiestnili fondy z rovnakých pozícií z hodnotenia "jednorázoviek" KBC_E a DE_E. V týchto hodnoteniach nepustil fond ESPA_SE z rúk nžiadne posledné miesto a tým sa stal na 5-ročnom horizonte najhoršiou variantou pre investora pre oba spôsoby investovania.

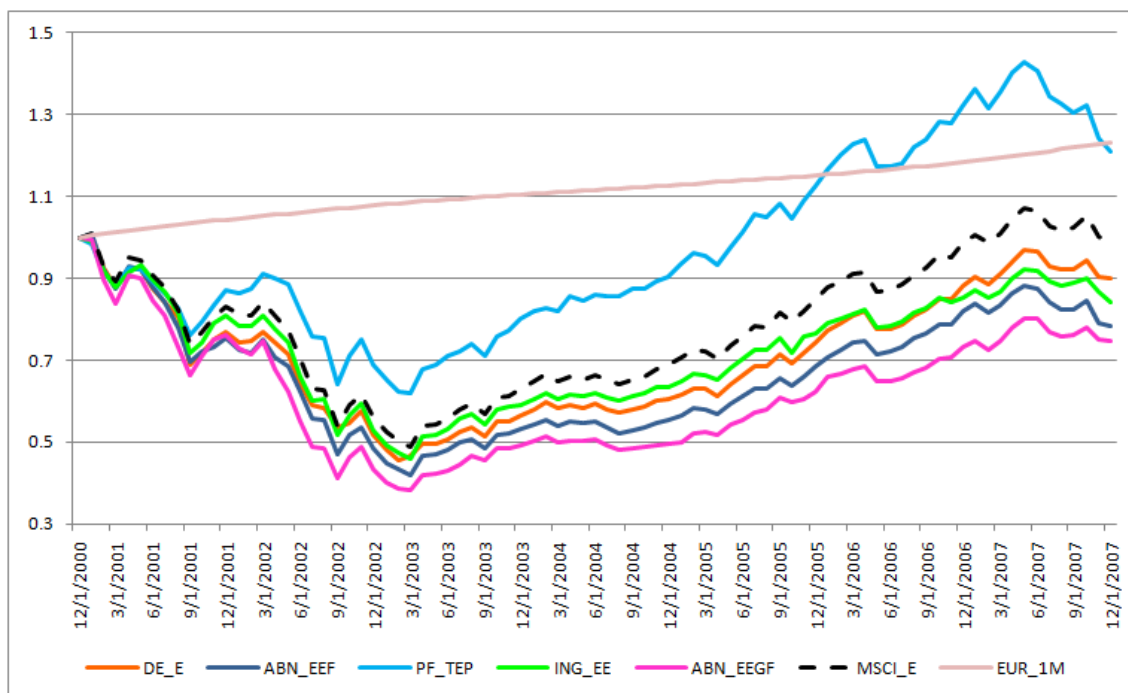
3.1.4 7-ročný horizont

Obdobie, počas ktorého budeme hodnotiť fondy, začína 29.12.2000 a končí 31.12.2007, teda po dobu siedmich rokov, ktoré začínajú pri prehlbovaní sa krízy v roku 2000 a končia novo sa prejavujúcou krízou ku koncu roka 2007. Výber tohto obdobia je najmä z dôvodu priemerne nulového až záporného vývoja jednorázovej investície, no silne kladného vývoja pravidelnej investície. V tejto časti sa budeme venovať hodnoteniu výkonnosti jednorázovej aj pravidelnej investície.

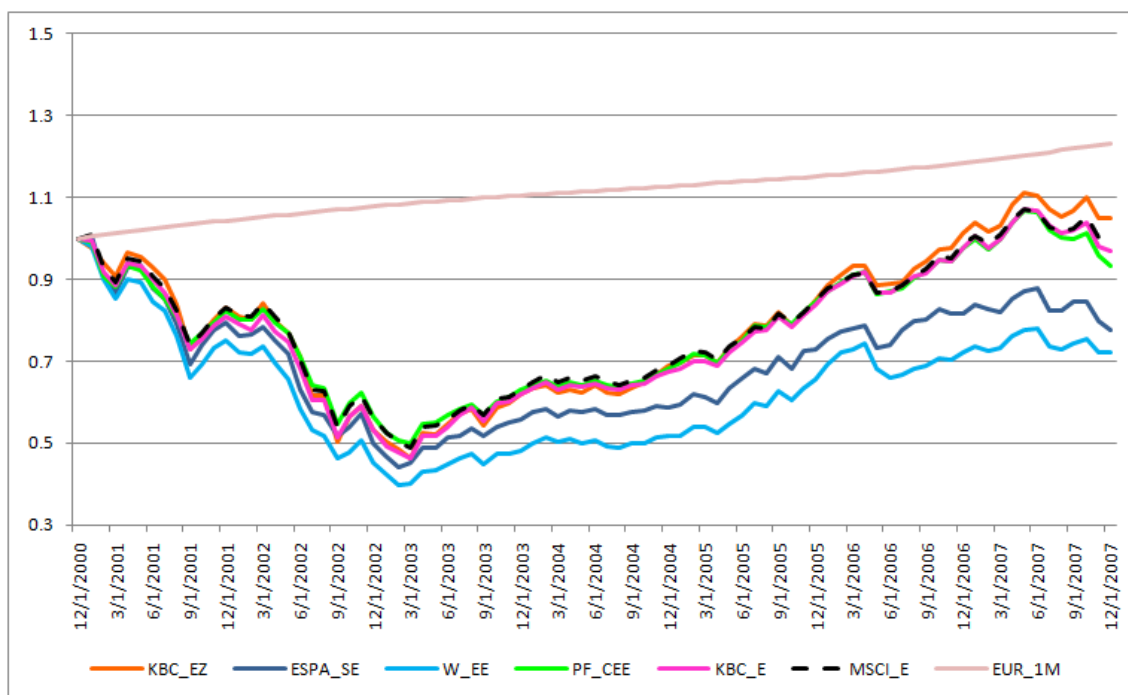
Zoznam hodnotených aktív

<i>KÓD aktíva</i>	<i>Správca a názov aktíva</i>
DE_E	Dexia Equities - Europe
ABN_EEF	ABN AMRO - Europe Equity Fund
PF_TEP	Pioneer Investments - Top European Players
ING_EE	ING Invest - European Equity
ABN_EEGF	ABN AMRO Funds - Europe Equity Growth Fund
KBC_EZ	KBC Equity Fund - Eurozone
ESPA_SE	Erste Sparinvest - ESPA Stock Europe
W_EE	World Investment Opportunities Funds - European Equity
PF_CEE	Pioneer Investments - Core European Equity
KBC_E	KBC Equity Fund - Europe
MSCI_E	MSCI Europe Index
EUR_1M	1M Euribor

Grafy



Obr. 3.5: 1. polovica fondov



Obr. 3.6: 2. polovica fondov

Porovnanie jednorázovej investície

Ukazovateľ	DE_E	ABN_EEF	PF_TEP	ING_EE	ABN_EEGF	KBC_EZ
$R_{abs.}$ v %	-9,98	-21,56	21,03	-15,67	-25,32	4,95
$r_{p.a.}$ v %	-1,49	-3,41	2,76	-2,40	-4,09	0,69
$\sigma_{p.a.}$ v %	14,27	15,71	14,53	15,47	17,35	17,44
R^2	0,88	0,98	0,92	0,95	0,93	0,95
$\alpha_{p.a.}$ v %	-1,33	-3,22	2,89	-2,19	-3,72	1,14
$J_{A.p.a.}$ v %	-1,65	-3,11	2,68	-2,18	-3,38	1,53
β	0,89	1,03	0,93	1,00	1,11	1,13
$SR_{p.a.}$ v %	-0,24	-0,33	0,05	-0,27	-0,32	-0,04
$TR_{p.a.}$ v %	-1,12	-1,45	0,25	-1,21	-1,46	-0,19
$TE_{p.a.}$ v %	1,20	1,80	1,69	1,49	1,91	1,13
$IR_{p.a.}$ v %	-1,19	-1,77	1,67	-1,47	-1,89	1,12
# lepších mesiacov	36	31	50	37	31	51
# horších mesiacov	48	53	34	47	53	33
MDD v %	58,90	61,86	41,78	57,88	65,02	57,48
$MDDL$	2530	2525	1611	2555	2531	2165
RRR	42,96	40,75	38,55	44,15	38,92	37,67
Ukazovateľ	ESPA_SE	W_EE	PF_CEE	KBC_E	MSCI_E	EUR_1M
$R_{abs.}$ v %	-22,49	-27,81	-6,58	-2,92	-1,18	23,30
$r_{p.a.}$ v %	-3,57	-4,55	-0,97	-0,42	-0,17	3,04
$\sigma_{p.a.}$ v %	15,93	15,59	14,33	15,74	15,02	0,26
R^2	0,83	0,87	0,97	0,99	1	0,08
$\alpha_{p.a.}$ v %	-3,28	-4,35	-0,85	-0,18	0	0
$J_{A.p.a.}$ v %	-3,38	-4,44	-1,02	-0,06	0	0
β	0,97	0,97	0,94	1,04	1	0
$SR_{p.a.}$ v %	-0,34	-0,41	-0,20	-0,14	-0,13	-
$TR_{p.a.}$ v %	-1,59	-1,91	-0,90	-0,60	-0,58	-
$TE_{p.a.}$ v %	1,83	2,11	0,96	0,38	-	-
$IR_{p.a.}$ v %	-1,81	-2,08	-0,95	-0,38	-	-
# lepších mesiacov	35	36	38	45	-	-
# horších mesiacov	49	48	46	39	-	-
MDD v %	61,10	63,86	53,73	57,54	55,56	-
$MDDL$	2526	2555	2188	2184	2174	-
RRR	41,33	40,01	40,73	37,95	39,13	-

Tabuľka 3.3: Porovnanie jednorázovej investície

Pri skúmaní výsledkov v tabuľke (3.3) si môžeme všimnúť, že len dva fondy (PF_TEP a KBC_EZ) dosiahli na investičnom horizonte kladný výnos. Sharpeov pomer je záporný pre všetky portfólia, čo je dôsledkom toho, že ani jeden fond nedokázal prekonať výnos bezrizikového aktíva. Tento fakt potvrdzuje aj hodnota Maximum Drawdown Length, ktorá je pre polovicu portfólií takmer celých sedem rokov. Ako jednooký medzi slepými bol fond PF_TEP, ktorý v absolútnom výnose prevažoval svoju konkurenciu v priemere o viac ako 30%. Tento fond zaznamenal najmenší maximálny prepád a aj počet dní, potrebných na zotavenie sa z tohto prepádu, má suverénne najnižší. V tomto porovnaní vidíme, že väčšina portfólio manažérov nielen neprekonal benchmark pre svoje fondy, ale dokonca sa mu nedokázali ani len priblížiť. Medzi najhoršie fondy patria W_EE, ABN_EEF, ABN_EEGF a ESPA_SE.

Porovnanie pravidelnej investície

Ukazovateľ	DE_E	ABN_EEF	PF_TEP	ING_EE	ABN_EEGF	KBC_EZ
Ukazovatele pre hodnotenie jednorázovej investície						
$r_{p.a.}$ v %	-1,49	-3,41	2,76	-2,40	-4,09	0,69
$\sigma_{p.a.}$ v %	14,27	15,71	14,53	15,47	17,35	17,44
$SR_{p.a.}$ v %	-0,24	-0,33	0,05	-0,27	-0,32	-0,04
Ukazovatele pre hodnotenie pravidelnej investície						
$\tilde{r}_{p.a.}$ v %	7,69	5,77	7,62	5,22	6,72	9,48
VPI_1	3,45	3,42	3,56	3,44	3,41	3,49
VPI_2	66,25	64,35	73,80	63,90	63,63	70,03
VPI_3	4,30	4,26	4,37	4,25	4,26	4,36
VPI_4	86,35	82,53	91,65	81,10	83,02	91,73
Ukazovateľ	ESPA_SE	W_EE	PF_CEE	KBC_E	MSCI_E	EUR_1M
Ukazovatele pre hodnotenie jednorázovej investície						
$r_{p.a.}$ v %	-3,57	-4,55	-0,97	-0,42	-0,17	3,04
$\sigma_{p.a.}$ v %	15,93	15,59	14,33	15,74	15,02	0,26
$SR_{p.a.}$ v %	-0,34	-0,41	-0,20	-0,14	-0,13	-
Ukazovatele pre hodnotenie pravidelnej investície						
$\tilde{r}_{p.a.}$ v %	4,25	5,32	6,26	7,76	7,61	2,97
VPI_1	3,43	3,40	3,47	3,48	3,48	3,51
VPI_2	63,37	62,51	67,23	68,76	67,69	59,36
VPI_3	4,24	4,23	4,30	4,33	4,32	4,18
VPI_4	79,71	79,86	85,33	88,37	87,26	72,90

Tabuľka 3.4: Porovnanie pravidelnej investície

Najúspešnejší fond vrámci výnosu pravidelnej investície je KBC_EZ, nasledovaný tromi KBC_E, DE_E a PF_TEP. Na najspodnejšej priečke pri hodnotení výnosu sa umiestnil fond ESPA_SE. Dvojica fondov PF_TEP a KBC_EZ “zobrali” všetky zlaté a strieborné medaile vrámci hodnotení výhodnosti pravidelnej investície a tým su pasované za víťazov v kategórii pravidelného investovania pre 7-ročný horizont. Za najslabšie fondy považujeme ESPA_SE, W_EE a ING_EE.

Vzhľadom k tomu, že fondy KBC_EZ a PF_TEP dosiahli najlepšie výsledky ako pri jednorázovom investovaní, tak i pri investovaní pravidelnom, môžeme o nich povedať, že boli pre investora naozaj najlepšou voľbou. Na opačnej strane stoja ruka v ruke fondy ESPA_SE a W_EE.

3.2 Porovnávanie rôznych trhov

Hlavným cieľom je porovnávať dlhopisové a akciové fondy na troch trhoch (USA, Európa a rozvíjajúce sa trhy), pričom výber sme špecifikovali na tri fondy z každej kategórie (spolu 18 fondov). Ako bezrizikové aktívum sme zvolili 1M Euribor (priemerná sadzba za ktorú kótujú mesačné úložky najväčšie komerčné a investičné banky v eurozóne).

Ako dáta použijeme mesačné zmeny NAV (Net Asset Value) jednotlivých fondov v ich referenčných menách, na základe ktorých vypočítame jednotlivé mesačné výkonnosti. To znamená, z 85 údajov pre každý fond získame 84 mesačných výkonností. Pozrieme sa na dve časové obdobia, odlišné v čase začiatku investovania. V porovnaní sa budeme venovať obom spôsobom investovania. Pravidelne investovať budeme

mesačne, t.z. 84 krát, pričom výška vkladu V je pre jednoduchosť rovná jednému euru.

3.2.1 Metodika hodnotenia

Vzhľadom k tomu, že v tejto časti budeme medzi sebou porovnávať rôzne typy fondov bez ich benchmarkov, niektoré ukazovatele musíme vynechať. Keďže chceme využívať niektoré ukazovatele v ročnom merítku a údaje o vývoji fondov máme mesačné, musíme zaviesť typológiu zmeny pre prevod. Ukazovatele, ktoré potrebujú takto špecifikovať sú nasledovné:

$$\begin{aligned}
 R_{abs} &= \frac{NAV_n}{NAV_0} - 1 \\
 r_{p.a.} &= \sqrt[pocet\ rokov]{1 + R_{abs}} - 1 \\
 \sigma_{p.a.} &= \sqrt{12} \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (r_i - \bar{r}_i)^2} \\
 SR_{p.a.} &= \sqrt{12} \left(\frac{E[r_p - r_f]}{\sigma_p} \right)
 \end{aligned}$$

kde

- NAV_0 - NAV fondu v deň začiatku pozorovania
- NAV_n - NAV fondu v deň konca pozorovania
- n - investičný horizont
- r_i - výnos aktíva za jeden mesiac od t_{i-1} po t_i
- r_p - vektor mesačných výnosov fondu
- r_f - vektor mesačných výnosov bezrizikového aktíva

Na hodnotenie výhodnosti pravidelných investícií sme upravili ukazovatele nasledovne:

$$\begin{aligned}
 M &= \sum_{i=0}^{n-1} 1 \cdot \frac{NAV_n}{NAV_i} \\
 \tilde{r}_{p.a.} \leftarrow M &= \sum_{i=1}^n 1 \cdot \left(1 + \frac{\tilde{r}_{p.a.}}{12}\right)^i \\
 M_i &= \sum_{j=0}^{i-1} 1 \cdot \frac{NAV_i}{NAV_j} \\
 \tilde{M}_i &= PV(M_i) = \frac{M_i}{\left(1 + \frac{\tilde{r}_f}{12}\right)^i}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 VPI_1 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(\tilde{M}_i) \\
 VPI_2 &= \frac{2}{n(n+1)} \sum_{i=1}^n i \ln(\tilde{M}_i) \\
 VPI_3 &= \frac{1}{\sum_{j=1}^n \binom{1}{j}} \sum_{i=1}^n \frac{1}{n-i+1} \ln(\tilde{M}_i) \\
 VPI_4 &= \frac{1}{\sum_{j=1}^n \binom{1}{j}} \sum_{i=1}^n \frac{1}{n-i+1} \tilde{M}_i
 \end{aligned}$$

kde

\tilde{r}_f - ročný výnos bezrizikového aktíva určený ako 2,5%

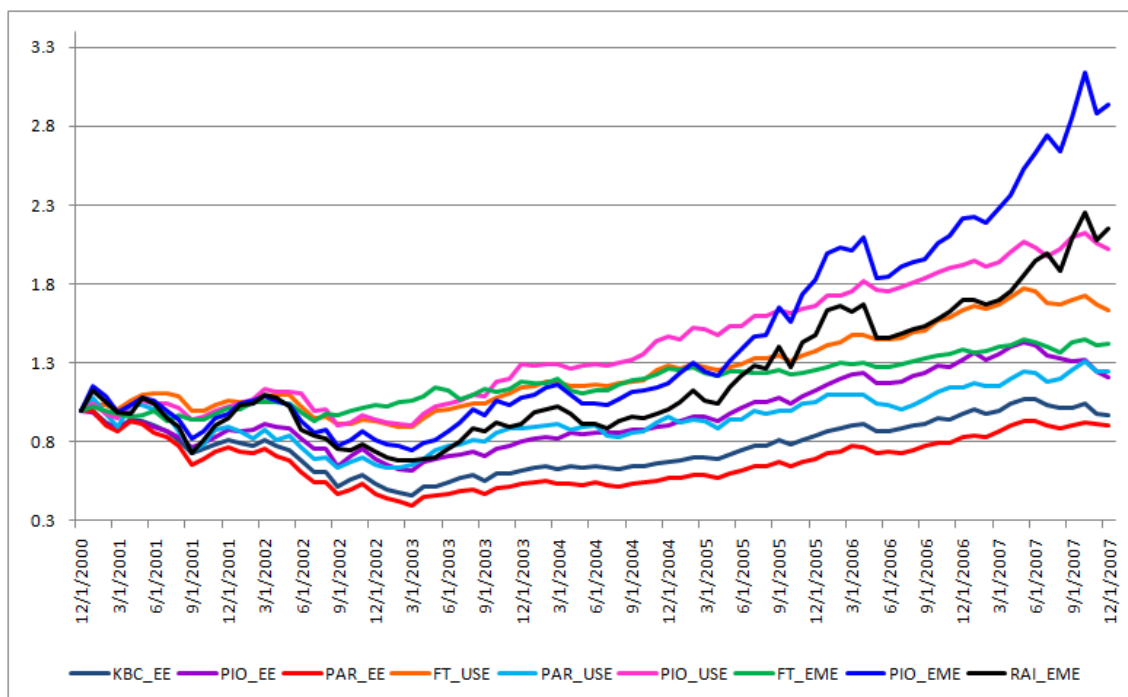
3.2.2 Zoznam hodnotených aktív

<i>KÓD aktíva</i>	<i>Správca a názov aktíva</i>
KBC_EE	KBC Equity Fund - Europe
PIO_EE	Pioneer Investments - Top European Players
PAR_EE	Parvest - Euro Equities
FT_USE	Franklin Templeton Investments - Franklin Mutual European Fund
PAR_USE	Parvest - USA
PIO_USE	Pioneer Investments - US Value Fund
FT_EME	Franklin Templeton Investments - Emerging Markets Fund
PIO_EME	Pioneer Investments - Emerging Markets Equity Fund
RAI_EME	Raiffeisen - Emerging Markets Equity
PAR_EB	Parvest - Euro Bond
PIO_EB	Pioneer Investments - Euro Bond
KBC_EB	KBC Renta - Eurorenta
ING_USB	ING Investments - Dollarrenta
KBC_USB	KBC Renta - Dollarrenta
DEX_USB	Dexia Bonds - USD
CS_EMB	Credit Suisse - Emerging Markets Bond
PAR_EMB	Parvest - Emerging Markets Bond
HSBC_EMB	HSBC GIF - Emerging Markets Bond

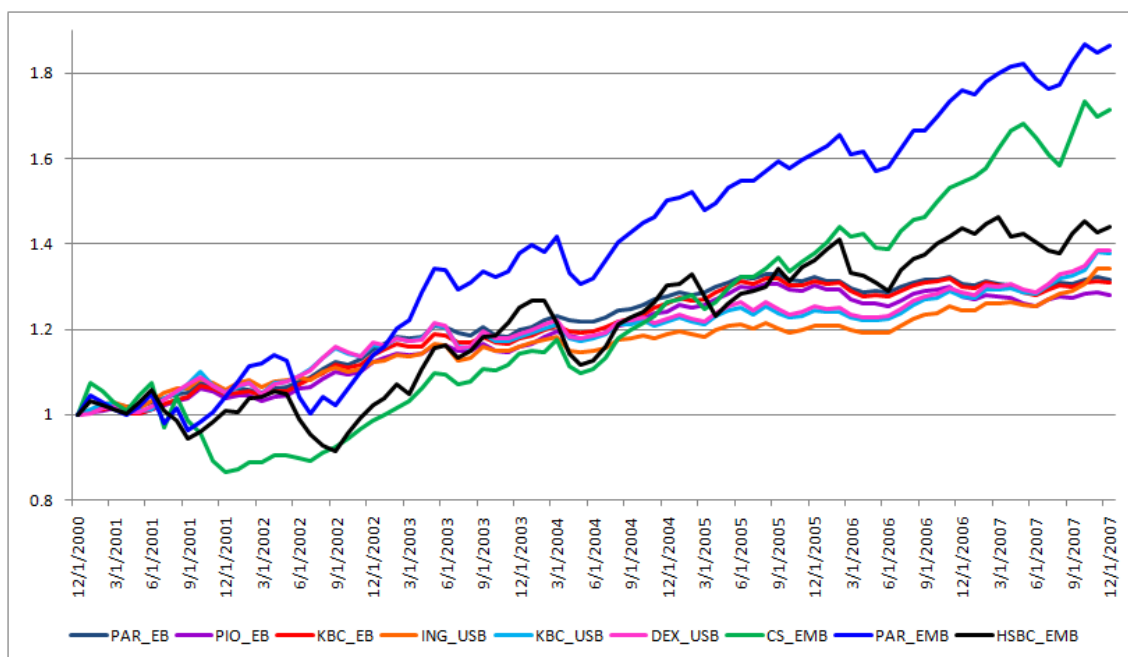
3.2.3 2000-2007

Obdobie, počas ktorého budeme hodnotiť fondy, začína 29.12.2000 a končí 31.12.2007, teda po dobu siedmich rokov, ktoré začínajú pri prehľbovaní sa krízy v roku 2000 a končia novo sa prejavujúcou krízou ku koncu roka 2007.

Grafy



Obr. 3.7: Akciové fondy



Obr. 3.8: Dlhopisové fondy

Výsledky

Ukazovateľ	KBC_EE	PIO_EE	PAR_EE	FT_USE	PAR_USE	PIO_USE	FT_EME	PIO_EME	RAI_EME
Ukazovatele pre hodnotenie jednorázovej investície									
$R_{abs.}$ v %	-2,92	21,03	-9,88	63,79	24,73	102,40	42,50	193,53	115,44
$r_{p.a.}$ v %	-0,42	2,76	-1,47	7,30	3,21	10,60	5,19	16,63	11,59
$\sigma_{p.a.}$ v %	15,74	14,53	17,32	9,31	17,61	11,91	8,55	20,12	21,92
$SR_{p.a.}$ v %	-0,12	0,08	-0,15	0,52	0,11	0,68	0,32	0,74	0,49
Ukazovatele pre hodnotenie pravidelnej investície									
$\tilde{r}_{p.a.}$ v %	7,76	7,52	9,48	8,70	8,72	12,21	5,99	22,84	18,44
VPI_1	3,48	3,56	3,44	3,59	3,53	3,67	3,56	3,71	3,63
VPI_2	68,76	73,80	67,14	72,35	68,34	81,02	65,67	98,88	85,83
VPI_3	4,33	4,37	4,33	4,38	4,34	4,49	4,28	4,75	4,60
VPI_4	88,37	91,65	89,76	91,59	88,16	103,25	81,45	143,42	120,28
Ukazovateľ	PAR_EB	PIO_EB	KBC_EB	ING_USB	KBC_USB	DEX_USB	CS_EMB	PAR_EMB	HSBC_EMB
Ukazovatele pre hodnotenie jednorázovej investície									
$R_{abs.}$ v %	31,58	27,94	30,84	34,07	37,67	38,50	71,44	86,40	44,14
$r_{p.a.}$ v %	4,00	3,58	3,91	4,28	4,67	4,76	8,01	9,30	5,36
$\sigma_{p.a.}$ v %	2,97	3,12	3,09	3,52	4,70	4,73	9,36	8,75	8,93
$SR_{p.a.}$ v %	0,43	0,28	0,39	0,44	0,42	0,44	0,58	0,76	0,33
Ukazovatele pre hodnotenie pravidelnej investície									
$\tilde{r}_{p.a.}$ v %	2,70	2,53	2,81	4,22	4,43	4,50	10,46	9,23	5,64
VPI_1	3,54	3,54	3,54	3,52	3,53	3,53	3,60	3,64	3,57
VPI_2	61,41	61,31	61,60	60,23	60,83	61,06	72,74	72,70	66,03
VPI_3	4,20	4,20	4,20	4,21	4,22	4,22	4,40	4,39	4,28
VPI_4	73,68	73,45	73,98	74,83	75,45	75,68	93,36	90,79	80,76

Tabuľka 3.5: Výsledky

Jednorázové investovanie - akcie vs. dlhopisy

Vrámcí porovnania výnosu medzi týmito dvoma kategóriami si môžeme všimnúť, že ročný výnos akciových fondov sa pohybuje medzi -1,47% a 16,63% v kontraste k intervalu ročného výnosu pre dlhopisové fondy 3,58% až 9,30%. Dalej sa pozrime na volatilitu, ktorá je pre akciové fondy až na tri prípady väčšia ako 14%, pričom volatilita pri dlhopisových fondoch je s výnimkou troch fondov nižšia ako 5%. Tieto výsledky boli očakávané z hľadiska charakteru týchto kategórií, a teda dôležitejší a aj zrozumiteľnejší ukazovateľ pre ich porovnanie je Sharpeov pomer, ktorý je v priemere lepší pre dlhopisové fondy.

Jednorázové investovanie - Akcie - Európa vs. USA vs. rozvíjajúce sa trhy

Keď sa pozrieme na ukazovatele pre jednotlivé skupiny, všimneme si, že Európa, s porovnateľnou volatilitou ako USA, má neporovnateľne nižší výnos, čo sa odzrkadlilo aj na Sharpeovom pomere, ktorý je pre fondy tejto skupiny najnižší. Fondy rozvíjajúcich sa krajín odmeňujú investora za vyššie riziko ako je v USA zároveň vyšším výnosom. Sharpeov pomer je pre ne v priemere lepší a tak vyhrali tento súboj.

Jednorázové investovanie - Dlhopisy - Európa vs. USA vs. rozvíjajúce sa trhy

Poradie v tomto porovnaní je celkom jednoznačné, a to na treťom mieste sú európske fondy, ktoré priniesli investorom najnižší výnos, hoci pri najnižšom riziku a na mieste prvom sú fondy rozvíjajúcich sa krajín, s najväčším Sharpeovým pomerom.

Jednorázové investovanie - Fondy

Tri najslabšie fondy sú európske akciové, z ktorých má iba jeden nezáporný Sharpeov pomer. Medzi najlepšie sa radia portfólia po jednom z dlhopisových fondov rozvíjajúcich sa krajín (PAR_EMB), z akciových fondov rozvíjajúcich sa krajín (FT_EME) a z amerických akciových fondov (PIO_USE).

Pravidelné investovanie - akcie vs. dlhopisy

Suverénne lepšie sú akciové fondy ako v porovnaní výnosu, tak i v porovnaní hodnotení výhodnosti pravidelnej investície, a teda investor, ktorý si vybral akcie, je určite spokojnejší.

Pravidelné investovanie - Akcie - Európa vs. USA vs. rozvíjajúce sa trhy

Ľahko si všimneme, že v priemere najlepšie fondy vo všetkých piatich ukazovateľoch sú investujúce do rozvíjajúcich sa krajín a najhoršie tie európske.

Pravidelné investovanie - Dlhopisy - Európa vs. USA vs. rozvíjajúce sa trhy

Podobný scenár ako pri porovnaní akciových fondov sa udial aj pri porovnaní fondov dlhopisových, ale s tým rozdielom, že pre investora, ktorý by potreboval prostriedky s rovnakou pravdepodobnosťou v ľubovlnom okamihu investičného horizontu, by bola voľba európskych dlhopisových fondov lepšia ako voľba amerických.

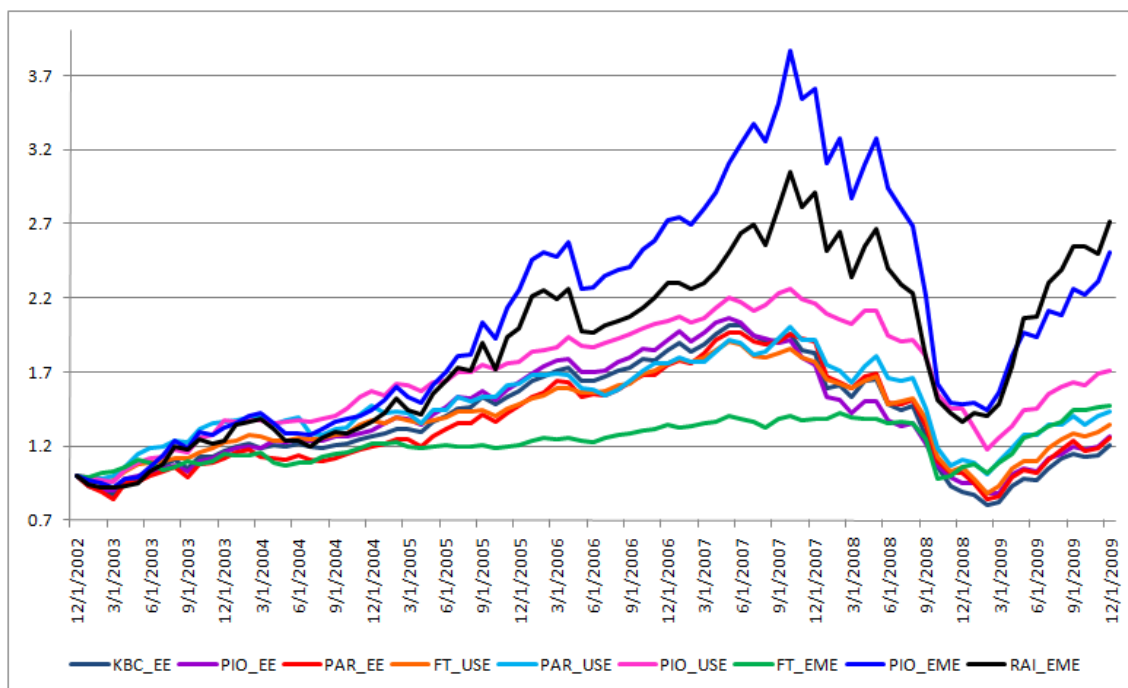
Pravidelné investovanie Fondy

Jednoznačne najlepší fond pre pravidelné investovanie je PIO_EME, ktorého nasledujú fondy RAI_EME a PIO_USE. Za najhoršie považujeme tri európske dlhopisové fondy.

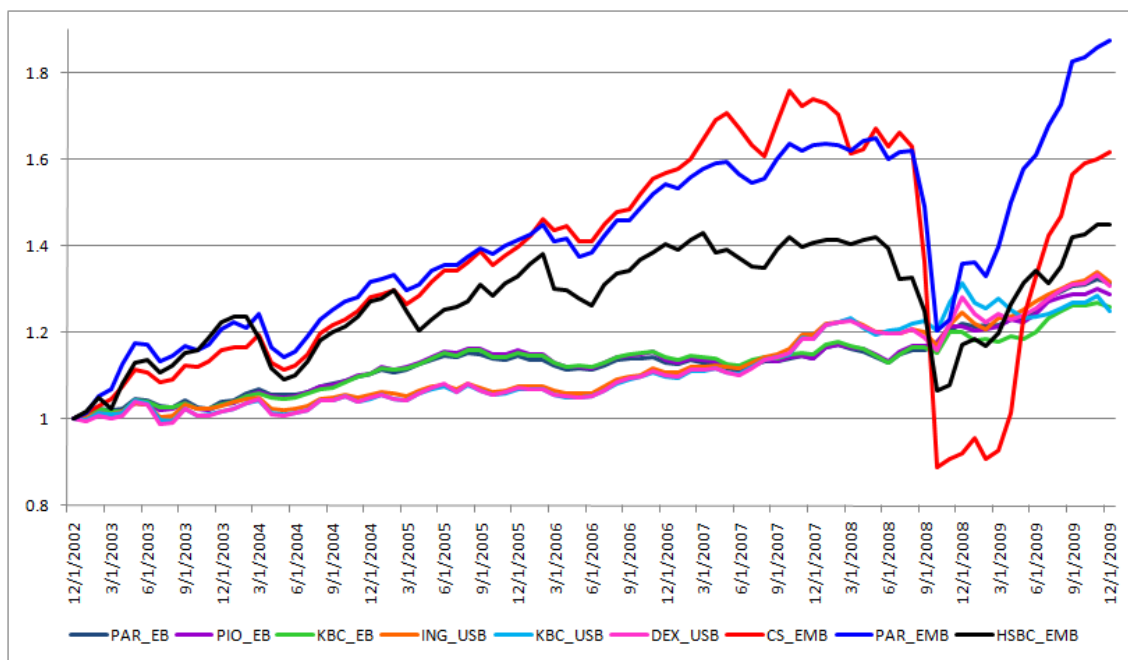
3.2.4 2002-2009

Obdobie, počas ktorého budeme hodnotiť fondy, začína 31.12.2002 a končí 31.12.2009, teda po dobu siedmich rokov, ktoré začínajú v období končiacej sa krízy a začínajúceho sa 4 a pol ročného rastového obdobia, ktoré prechádza do 15-mesačného obdobia prepadu akciových trhov (aj dlhopisových pre rozvíjajúce sa krajiny) a končí rastovým obdobím od roku 2008.

Grafy



Obr. 3.9: Akciové fondy



Obr. 3.10: Dlhopisové fondy

Výsledky

Ukazovateľ	KBC_EE	PIO_EE	PAR_EE	FT_USE	PAR_USE	PIO_USE	FT_EME	PIO_EME	RAI_EME
Ukazovatele pre hodnotenie jednorázovej investície									
$R_{abs.}$ v %	20,50	26,32	25,86	34,26	43,74	70,97	47,42	150,38	171,74
$r_{p.a.}$ v %	2,70	3,39	3,34	4,30	5,32	7,96	5,70	14,01	15,35
$\sigma_{p.a.}$ v %	17,46	15,46	18,19	14,56	16,27	13,62	12,60	23,90	23,74
$SR_{p.a.}$ v %	0,09	0,12	0,12	0,18	0,24	0,43	0,29	0,56	0,61
Ukazovatele pre hodnotenie pravidelnej investície									
$\tilde{r}_{p.a.}$ v %	-2,15	-1,33	-0,39	0,05	0,23	2,42	5,55	9,43	13,40
VPI_1	3,57	3,58	3,59	3,56	3,57	3,64	3,53	3,79	3,75
VPI_2	58,27	58,12	61,07	58,48	58,92	64,61	60,19	81,08	78,79
VPI_3	4,05	4,07	4,11	4,10	4,12	4,20	4,21	4,39	4,45
VPI_4	62,27	63,17	66,11	65,62	66,66	72,45	75,70	89,98	97,79
Ukazovatele pre hodnotenie jednorázovej investície									
Ukazovateľ	PAR_EB	PIO_EB	KBC_EB	ING_USB	KBC_USB	DEX_USB	CS_EMB	PAR_EMB	HSBC_EMB
Ukazovatele pre hodnotenie jednorázovej investície									
$R_{abs.}$ v %	31,57	28,92	25,96	31,68	24,98	30,79	61,87	87,49	45,10
$r_{p.a.}$ v %	4,00	3,70	3,35	4,01	3,24	3,91	7,12	9,39	5,46
$\sigma_{p.a.}$ v %	3,20	3,32	3,58	4,12	5,16	5,39	19,14	11,77	10,84
$SR_{p.a.}$ v %	0,40	0,30	0,19	0,32	0,12	0,24	0,33	0,60	0,30
Ukazovatele pre hodnotenie pravidelnej investície									
$\tilde{r}_{p.a.}$ v %	4,42	3,84	3,28	4,82	3,51	4,79	6,05	8,54	3,99
VPI_1	3,51	3,51	3,51	3,52	3,52	3,52	3,56	3,59	3,53
VPI_2	59,89	59,74	59,17	61,56	61,60	61,77	61,63	65,25	59,45
VPI_3	4,21	4,20	4,19	4,23	4,22	4,23	4,22	4,31	4,19
VPI_4	75,42	74,57	73,32	77,21	75,72	77,34	76,17	83,76	73,37

Tabuľka 3.6: Výsledky

Jednorázové investovanie - akcie vs. dlhopisy

Vránci porovnania výnosu medzi týmito dvoma kategóriami si môžeme všimnúť, že ročný výnos akciových fondov je v priemere mierne vyšší ako u dlhopisových fondov, avšak ich volatilita je oveľa väčšia. Z vývoja akciových trhov počas tohto pozorovaného obdobia vyplýva aj nízka hodnota Sharpeovho pomeru pre akciové fondy, čo má za následok, že ich dlhopisové fondy vrámci tohto ukazovateľa prekonali.

Jednorázové investovanie - Akcie - Európa vs. USA vs. rozvíjajúce sa trhy

Poradie v tomto porovnaní je celkom jednoznačné, a to na treťom mieste sú európske fondy, ktoré priniesli investorom najnižší výnos, dokonca nie pri najnižšom riziku a na mieste prvom sú fondy rozvíjajúcich sa krajín, s najväčším Sharpeovým pomerom.

Jednorázové investovanie - Dlhopisy - Európa vs. USA vs. rozvíjajúce sa trhy

Prvé miesto v tomto porovnaní patrí fondom rozvíjajúcich sa krajín, a tak ostal európskym a americkým fondom len boj o druhé miesto. Pri rovnakom výnose oboch skupín si európske fondy dokázali udržať nižšiu volatilitu, a tak získali lepší výsledok.

Jednorázové investovanie Fondy

Medzi najlepšie fondy patria RAI_EME, PAR_EMB a PIO_EME. Za najhoršie považujeme tri európske akciové fondy.

Pravidelné investovanie - akcie vs. dlhopisy

Všetkých šesť amerických a európskych akciových fondov dosiahlo menší výnos pravidelnej investície ako najhorší spomedzi dlhopisových. V porovnaní VPI_1 však akciové fondy zásadne prekonali dlhopisové. Ostatné ukazovatele výhodnosti pravidelnej investície dopadli v priemere lepšie pre kategóriu dlhopisových fondov, a tak až na pár výnimiek vyhrali toto porovnanie.

Pravidelné investovanie - Akcie - Európa vs. USA vs. rozvíjajúce sa trhy

Ľahko si všimneme, že vo všetkých piatich ukazovateľoch sú v priemere najlepšie fondy rozvíjajúcich sa krajín a najhoršie európske.

Pravidelné investovanie - Dlhopisy - Európa vs. USA vs. rozvíjajúce sa trhy

Na treťom mieste je bezpochýb skupina európskych dlhopisových fondov. Porovnanie výhodnosti pravidelných investícií je pre ostatné dve skupiny približne na remízu, ale keďže výnos pravidelnej investície je radikálne lepší pre fondy rozvíjajúcich sa krajín, získali prvé miesto.

Pravidelné investovanie Fondy

Najlepší fond pre pravidelné investovanie je RAI_EME, nasledovaný fondom PIO_EME, ktorý ho prekonal vo VPI_1 a VPI_2 a fondom PAR_EMB. Za najhoršie považujeme tri európske akciové fondy.

Záver

Základným motívom diplomovej práce bolo poukázať na fakt, že samotný výnos, ako ukazovateľ výkonnosti jednorázovej alebo pravidelnej investície, nám nedáva postačujúci obraz o jej správaní sa počas investičného horizontu.

Ukazovateľom, ktoré nám pomohli zorientovať sa vo veľmi zaujímavej a stále dôležitejšej problematike investovania, sme sa venovali v prvých dvoch kapitolách a tak sme si pripravili “živnú pôdu” pre hodnotenie skutočných podielových fondov, ktoré sú spravované jednými z najväčších a najuznávanejších správcov investícií na svete.

Prvým cieľom diplomovej práce bolo nájsť tie podielové fondy, ktoré poskytnú investorovi najkvalitnejšiu správu, to znamená najvyšší výnos pri zohľadnení rizika. Toto porovnanie sme robili na troj-ročnom horizonte použitím fondov “starej” Európy. Suverénne najlepšie si počínal fond Franklin Mutual European Fund spravovaný spoločnosťou Franklin Templeton Investments, ktorý svojich protihráčov prevažoval takmer v každej disciplíne. Medzi neúspešných sa zaradili fondy ING European Equity, ESPA Stock Europe a najmä Pioneer Core European Equity, čo je veľké prekvapenie vzhľadom k 80-ročnej histórii investičného giganta Pioneer Investments. Je to názorný príklad toho, že ani najlepšie spoločnosti nie sú najlepšie v každom segmente.

Druhým cieľom diplomovej práce bolo porovnať, či sú najkvalitnejšie fondy z hľadiska jednorázovej investície zároveň najkvalitnejšie aj pri hodnotení pravidelnej investície do týchto fondov. V takmer všetkých pozorovaniach, či už v “starej” Európe pri 5 a 7-ročnom horizonte, alebo v rámci rozlyčných trhov, vyšli najlepšie a aj nahoršie fondy pre oba spôsoby investovania podobné.

Posledným cieľom bolo porovnanie jednorázovej i pravidelnej investície do európskych a amerických fondov a do fondov rozvíjajúcich sa trhov v rámci dvoch kategórií, a to akciové a dlhopisové fondy. Z pohľadu jednorázových investícií nám vyšli lepšie dlhopisové fondy a z pohľadu pravidelných investícií fondy akciové. V rámci porovnania trhov nám vyšli v priemere najlepšie fondy z rozvíjajúcich sa krajín a najhoršie európske fondy pre oba spôsoby investovania.

Literatúra

- [1] Melicherčík, I., Olšárová, L., Úradníček, V., 2005. *Kapitoly z finančnej matematiky*. EPOS, Bratislava.
- [2] Piaček, R., 2005. *Riadenie portfólia so zapojením finančných derivátov*, Diplomová práca FMFI UK, Bratislava.
- [3] Hajduková, B., 2004. *Kalibrácia modelu na riadenie portfólia*, Diplomová práca FMFI UK, Bratislava.
- [4] Horáček, Š., 2008. *Hodnotenie výkonnosti portfólia*, Bakalárska práca FMFI UK, Bratislava.