

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

**VPLYV REGULÁCIÍ NA EFEKTÍVNOSŤ
MERANÁ DEA MODELMI**

Bc. Peter Sedliak

BRATISLAVA 2010



UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky
Aplikovaná matematika
Ekonomická a finančná matematika

VPLYV REGULÁCIÍ NA EFEKTÍVNOSŤ MERANÁ DEA MODELMI

DIPLOMOVÁ PRÁCA

Študijný program: Ekonomická a finančná matematika
Študijný odbor: 9.1.9 Aplikovaná matematika
Školiace pracovisko: Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky
Školiteľ: Univ.Prof.Dipl.-Ing. Dr. Mikuláš Luptáčik

Peter Sedliak

BRATISLAVA 2010

Čestné prehlásenie

Čestne prehlasujem, že som prácu vypracoval samostatne a s použitím uvedenej literatúry.

.....
Peter Sedliak

Pod'akovanie

Ďakujem vedúcemu diplomovej práce prof. M. Luptáčikovi za jeho cenné rady a pripomienky pri tvorbe tejto práce. Tak isto ďakujem všetkým, ktorí mi poskytli pomocnú ruku pri riešení technických problémov spjených s písaním tejto práce, či podporovali moje sebavedomie.

Abstrakt

Sedliak, Peter: Vplyv regulácií na efektívnosť, meraná DEA modelmi. /Dilomová práca, 2010/

Univerzita Komenského v Bratislave, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky.

Vedúci práce: Univ.Prof.Dipl.-Ing. Dr. Mikuláš Luptáčik. Bratislava: FMFI UK 2010

Diplomová práca sa zaoberá zmenou a kvantifikáciou zmeny efektívnosti pri zohľadnení regulácie. V práci popisujeme základné pojmy z oblasti DEA(Data Envelopment Analysis) modelov a formuláciu niektorých modelov. Uvádzame reguláciu mierou výnosu(rate of return) a spôsob určenia jej vplyvu na efektívnosť. Podrobnejšie sa venujeme DEA modelom a regulácii z oblasti životného prostredia a jej vplyvu na efektívnosť. Na záver aplikujeme výsledky na údaje francúzskych cementární.

Kľúčové slová:

regulácia, efektívnosť, ekoeфекtívnosť, Data Envelopment Analysis(DEA), miera výnosu(rate of return)

Abstract

Sedliak, Peter: The impact of regulations on efficiency, measured by DEA models /Master thesis, 2010/

Comenius University, Bratislava. Faculty of Mathematics, Physics and Informatics; Mathematics of Economics and Finance; Department of Applied Mathematics and Statistics.

Supervisor: Univ.Prof.Dipl.-Ing. Dr. Mikulas Luptacik. Bratislava: FMFI UK 2010

Master thesis deals with change of efficiency and its quantification while taking account a regulation. In this paper we describe the basic concepts of DEA (Data Envelopment Analysis) models and the formulation of some of them. Here are the regulation of rate of return and how to determine its impact on efficiency. In more detail describe the DEA model, and regulation in environment and its impact on efficiency. Finally, we apply the results on the French cement industry data.

Key words:

regulation, efficiency, eco-efficiency, Data Envelopment Analysis(DEA), rate of return

Obsah

Úvod	9
1 DEA modely	11
1.1 Základné pojmy a teória DEA modelov	11
1.1.1 Formulácia problému	12
1.1.2 Model	14
1.2 CCR model multiplikátorov	14
1.3 CCR obáľkové modely	17
1.4 SBM model	19
1.4.1 Orientovný SBM model	19
1.4.2 SBM model s váhami	20
2 Nástroj regulácie a jeho efektívnosť	21
2.1 Rate of return	21
2.2 Ohraničenie	22
2.3 Efektívnosť	23
3 Regulácie a DEA modely v životnom prostredí	28
3.1 Regulácie vplyvov na životné prostredie	29
3.2 DEA modely zahŕňajúce neželateľné výstupy	30
3.2.1 Model A	30
3.2.2 Model B	31
3.2.3 Model C	33
3.2.4 Model SBM-B	34
3.2.5 Model SBM-C	35
3.2.6 SBM model s váhami	36
4 Regulácia a ekoeфекtívnosť	38
4.1 Štandardy	39
4.2 Model B	40
4.2.1 Príklad regulácie na vstup	42
4.2.2 Príklad regulácie na výstup	44

<i>OBSAH</i>	8
4.3 Model C	45
4.4 SBM-B-I	46
4.4.1 Príklad regulácie na vstup	48
4.4.2 Príklad regulácie na výstup	49
4.5 SBM-C-I	49
4.6 SBM model s váhami	50
4.7 Model efektívnosti zisku	51
4.8 Model s nákladmi na znižovanie neželateľných vstupov	53
5 Vyhodnotenie efektu regulácie na údajoch francúzskych cementární	54
Záver	59

Úvod

Žijeme v spoločnosti, ktorá je zameraná na spotrebu. Spotrebujeme mnohé produkty alebo služby, ktoré sú nám ponúkané na rôznych trhoch. Čím väčšia spotreba, tým väčší úžitok. Podobným heslom sa riadi mnoho ľudí, a preto spotreba jednotlivcov, domácností, ale i štátu rok od roka rastie, až kým nenastane problém (hospodárska kríza). Jednotlivé subjekty v ekonomike idú za väčšou spotrebou a teda ich dopyt po produktoch sa zvyšuje. Na zvyšujúci sa dopyt musí reagovať ponuka. Dopyt po produktoch jednotlivých podnikoch sa viac alebo menej zväčšuje a podniky sa musia rozhodnúť čo urobia so svojou ponukou. V podstate majú niekoľko variant ako vyriešiť daný problém. Tieto môžeme rozdeliť na 2 skupiny.

Buď môžu rozšíriť svoju výrobu tak, aby zvýšili objem svojho konečného výstupu, pričom na každej ďalšej jednotke výstupu zarobia. Docielia to tak, že zvýšia výrobnú kapacitu, teda zvýšia objem vstupov, z ktorých vyprodukujú väčší objem výstupu. Alebo zavedú novú technológiu, ktorá im umožní z rovnakého množstva vstupu vyrobiť väčšie množstvo výstupu. Prípadne zavedením novej technológie eliminujú množstvo odpadu, ktorý je nežiadúcim vedľajším produktom výroby. Toto je dôležité hlavne pre dodržiavanie stanovených množstiev emisií, ktoré má daný podnik právo vyrobiť.

Iným možným riešením je zvýšenie ceny jednotky výstupu. Tým klesne dopyt po danom produkte a zvýšená cena produktu môže zabezpečiť zvýšenie výnosu pre podnik.

Ku ktorej z možností sa podnik prikloní, závisí okrem iného aj od toho, v akom druhu ekonomiky sa nachádza. Ak sa podnik nachádza v ekonomike s dokonalou konkurenciou, zvyšovanie ceny výrobku bude pravdepodobne viesť k presunu dopytu k inému výrobcovi s nižšou cenou, preto je častokrát výhodnejšie postupovať prvou cestou. Avšak v prípade monopolu, ktorý nemá žiadnu alebo len veľmi malú konkurenciu, je výhodnejšie pre samého monopolistu postupovať druhou cestou, teda zvyšovaním ceny výrobku.

Toto sa týka najmä prirodzených monopolov, ktoré vznikajú najmä v takzvaných sieťových odvetviach, ako je napríklad distribúcia plynu, elektrickej energie, vody, pošta a iné. V týchto prípadoch je intuitívne nutné pristúpiť k regulácii tohto podniku.

Iným príkladom situácie kde je potrebná regulácia, je oblasť životného prostredia. Tomuto sa budeme venovať v samostatnej kapitole a bude to hlavná oblasť, v ktorej budeme skúmať vplyv regulácií na podniky. Na začiatok len upozorníme na fakt, že životné prostredie je častokrát oblasť, na ktorú sa nehladá pri snahe podniku dosiah-

nuť zisk. Prvoradým cieľom podniku je zarobiť a ak pri procese výroby dochádza k znečisťovaniu prírody a toto nie je nijako postihované sankciami, nemá podnik dôvod uvažovať nad zmenšením jeho negatívneho vplyvu na životné prostredie. Aby bolo možné udržať prírodu a celkovo život okolo nás na dnešnej úrovni a aby sa prestalo znehodnocovať prírodné bohatstvo, či ničenie životného prostredia okolo nás, je nutné znižovať zataženosť životného prostredia rôznymi externalitami, ktoré vznikajú pri produkcii tovarov v podnikoch. Preto je nutné regulovať túto oblasť. Tejto úlohy sa zhostúje štát, prípadne sa podpisujú medzinárodné zmluvy, ako napríklad Kjótsky protokol.

Zaviesť regulácie na oblasti, v ktorých to je nutné, je dôležité. Ale rovnako dôležité je aj pozrieť sa na to ako zavedenie regulácie ovplyvní podnik samotný. V tejto práci sa pozrieme na to, ako vplýva zavedenie regulácie na efektívnosť podniku v tom zmysle, ako je schopný zmeniť vstupy do výroby na výstupy a ako sa zmenia jeho možnosti po zavedení regulácie. Na vyčíslenie efektívnosti použijeme DEA modely.

Cieľom tejto diplomovej práce je zostaviť DEA model, ktorý sa bude dať použiť na vyčíslenie vplyvu regulácie na efektívnosť. Ukážeme vplyv regulácie pri regulácii mierou výnosu (rate of return) a hlbšie sa budeme venovať reguláciám z oblasti životného prostredia. Na meranie efektívnosti použijeme DEA modely. V prípade životného prostredia sa ťažko meria finančný dopad znečistenia na životné prostredie, preto je DEA dobrým nástrojom na meranie efektívnosti v tejto oblasti.

V prvej kapitole uvádzame základnú teóriu DEA modelov. V druhej kapitole opisujeme reguláciu mierou výnosu a spôsob, ako merať jej vplyv na efektívnosť. V tejto kapitole opisujeme článok FÄRE, LOGAN (1992) a pridávame ilustračný príklad, ako s týmto prístupom možno použiť DEA modely. V tretej kapitole sa prenesieme do oblasti životného prostredia a opíšeme niektoré formy regulácie (prevzaté z LUP-TAČIK 2009). Následne uvedieme ako možno rozšíriť DEA modely tak, aby ich bolo možné použiť pri riešení úloh s neželateľnými výstupmi (KORHONEN, LUPTÁČIK (2004)), čo je potrebné pri skúmaní regulácie v životnom prostredí. Zameriame sa na CCR a SBM modely. V štvrtej kapitole uvádzame ako možno tieto modely použiť na vyčíslenie vplyvu regulácie v oblasti životného prostredia. Postupy ilustrujeme na malých príkladoch tak, aby ich bolo možné aj graficky znázorniť. V poslednej kapitole aplikujeme popísané prístupy na údaje francuzskych cementární.

Kapitola 1

DEA modely

DEA je skratkou z anglického "Data Envelopment Analysis". DEA je prostriedkom ekonomického manažmentu. Je to nástroj na porovnávanie efektívnosti podnikov v rámci danej skupiny. Jedná sa o neparametrický model, kde pri výpočte nepotrebuje poznať vzťahy medzi dátami. Nie je teda potrebné poznať napríklad produkčnú funkciu, s ktorou podnik premieňa vstupy na výstupy. S tým súvisí, že v DEA modeli nie je nutné aby vstupy alebo výstupy boli merané v peňažných jednotkách. Toto je jedna z veľkých výhod DEA modelov. Začiatky DEA siahajú do sedemdesiatych rokov 20. storočia, kedy vyšiel článok FARRELL (1957). Neskôr vyšiel článok CHARNES, COOPER, RHODES (1978), kde predstavujú pojem DMU a ako riešiť úlohu pomocou lineárneho programovania. Okrem týchto článkov sme na spracovanie tejto kapitoly okrem uvedených zdrojov použili aj knihu COOPER, SEIFORD, TONE (2006) a poznámky z prednášok HALICKA (2006).

1.1 Základné pojmy a teória DEA modelov

V základnom DEA modeli porovnáваме n podnikov, ktorých označujeme ako DMU (z angličtiny: Decision Making Units). DMU_j kde $j \in \{1, 2, \dots, n\}$ označuje j -tu DMU. Tieto DMU sú homogénne, zaoberajú sa rovnakou činnosťou, ktorá je charakterizovaná m vstupmi a s výstupmi. Tieto vstupy (respektíve výstupy) musia byť identické(ekvivalentné, rovnaké) pre každú DMU. Avšak niekedy možno toto zovšeobecniť tak, že vstupy(výstupy) majú podobný charakter. Podotknime ešte, že vstupy a výstupy nemusia byť merané v rovnakých jednotkách. Toto je značná výhoda DEA modelov pri meraní efektivity.

Pri práci s DEA modely sa často zamieňajú pojmy efektívnosť a efektivita. My budeme tieto dva pojmy rozlišovať tak, že pod efektivitou budeme rozumieť schopnosť dosiahnuť cieľ a pod pojmom efektívnosť budeme rozumieť ako dobre sa dá tento cieľ dosiahnuť v zmysle využitia dostupných zdrojov a množstva vstupov a výstupov. Na ilustráciu majme dva podniky A a B . Ak obidva dosiahnu daný(rovnaký) cieľ, majú rovnakú efektivitu, avšak ak podnik A bol schopný dosiahnuť tento cieľ s použitím menšieho množstva vstupov pri rovnakom množstve výstupov ako podnik B , potom podnik A má väčšiu efektívnosť(alebo tiež: je efektívny) ako podnik B (nie je

efektívny).

Vlastnosti dát

1. Numerické hodnoty dát pre všetky vstupy a výstupy sú dostupné pre všetky DMU
2. Výber vstupov a výstupov odráža manažérov záujem
3. Jednotky merania jednotlivých vstupov a výstupov môžu byť rozličné

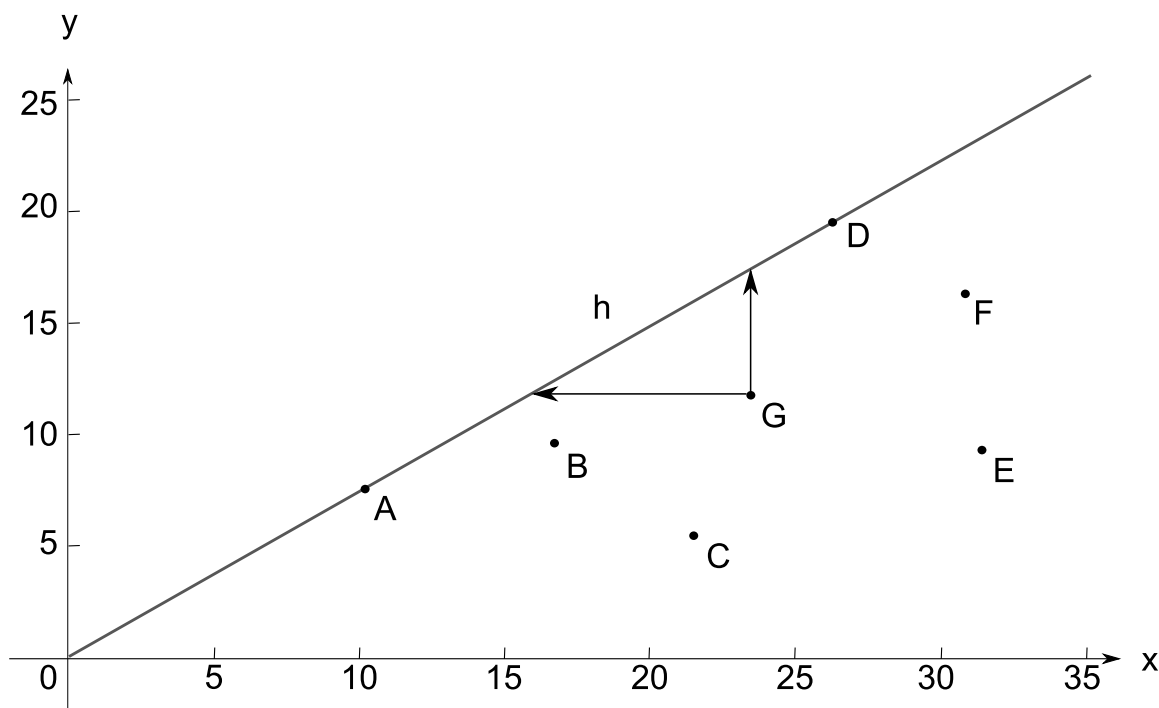
1.1.1 Formulácia problému

Vo všeobecnom prípade nech DMU_j spotrebúva m vstupov $(x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{mj})$ pomocou, ktorých produkuje s výstupov $(y_{1j}, y_{2j}, \dots, y_{sj})$. $T_0 = (\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0)$ budeme nazývať technológiou DMU_0 . Základným predpokladom je tiež, že všetky vstupy aj výstupy sú kladné, $x_{ji} > 0$ a $y_{jr} > 0$, kde $i = (1, 2, \dots, m)$ a $r = (1, 2, \dots, s)$. Dáta pre všetky vstupy a výstupy musia byť dostupné pre každú DMU.

Efektívnosť 0-teho útvaru je definovaná nasledovne

$$E_0 = \frac{\frac{y_0}{x_0}}{\max_j \left\{ \frac{y_j}{x_j} \right\}} \leq 1$$

Pri meraní efektívnosti je prirodzená požiadavka, aby efektívnosť nadobúdala hodnoty z intervalu $[0, 1]$. Toto je splnené pre efektívnosť ako je definovaná vyššie. Hovoríme, že útvar 0 je efektívny ak platí $E_0 = 1$. Ak $E_0 < 1$ potom hodnota E_0 vyjadruje mieru efektívnosti 0-teho útvaru. Takto definovaná efektívnosť zabezpečuje, že aspoň jeden útvar bude efektívny, teda že $\exists j \in \{1, 2, \dots, n\} : E_j = 1$. Takto definovaná efektívnosť sa tiež nazýva technická efektívnosť. Pre zjednodušenie budeme o technickej efektívnosti hovoriť len ako o efektívnosti.



Obr. 1.1: Príklad hranice efektívnosti - jednorozmerný prípad

Teraz vysvetlíme pojem hranice efektívnosti na ilustračnom príklade. Uvažujme DMU ako ich vidíme na grafe 1.1. Na ose x je počet vstupov používaných jednotlivými DMU a na ose y je počet výstupy, ktoré produkujú použitím vstupov. Keď uvažujeme konštanté výnosy z rozsahu hranica efektívnosti je priamka prechádzajúca počiatkom prechádzajúca cez efektívne DMU. Sklon priamky vedúcej z počiatku súradnicovej sústavy cez každý bod znázorňuje počet výstupov na vstupy pre každé DMU. Priamka s najväčším sklonom (pre tento prípad je rovná produktivite) je potom hranicou efektívnosti (priamka h). Všimnime si, že hranica efektívnosti "obaluje" všetky body, odtiaľ pochádza aj názov DEA. Nakoniec si všimnime DMU G, preň je možné zvýšiť počet výstupu s rovnakým počtom vstupov v porovnaní s inými DMU, preto môže zlepšiť svoju technológiu a z toho dôvodu nie je efektívny. Podobne môže znížiť počet vstupov pri nezmenenom počte výstupov a tak zvýšiť svoju produktivitu aj efektívnosť.

Keď prejdeme do viacrozmerného prípadu, kedy máme m vstupov a s výstupov, efektívnosť útvaru počítame ako pomer vážených výstupov k váženým vstupom.

$$E_0 = \frac{(\text{"vážený súčet výstupov"})_0}{(\text{"vážený súčet vstupov"})_0}$$

Zavedú sa teda váhy pre výstupy u_r kde $r = (1, 2, \dots, s)$ a vstupy v_i kde $i = (1, 2, \dots, m)$.

$$E_0(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = \frac{\mathbf{u}^T \mathbf{y}_0}{\mathbf{v}^T \mathbf{x}_0}$$

Aby efektívnosť ostala v intervale $[0, 1]$ zavedú sa dodatočné podmienky.

1. $E_j(\mathbf{u}, \mathbf{v}) \leq 1 \quad \forall j = (1, 2, \dots, n)$

$$2. \quad u_r > 0 \quad \forall r = (1, 2, \dots, s), \quad v_i > 0 \quad \forall i = (1, 2, \dots, m)$$

Prvá podmienka zabezpečuje aby voľba váh pre vstupy a výstupy bola taká, aby efektívnosť zostala v intervale $[0, 1]$. A druhá podmienka hovorí o tom, že každý zo vstupov a výstupov je významný a má zmysel ho zahrnúť do modelu.

1.1.2 Model

Teraz môžeme prejsť k samotnej formulácii modelu. Vo svojom článku CHARNES, COOPER, RHODES uvádzajú nasledovný model merania efektívnosti DMU:

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{u}, \mathbf{v}} \quad E_0 &= \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{r0}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{i0}} \\ &\frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1 \quad \forall j = (1, 2, \dots, n) \\ u_r, v_i &\geq 0 \quad \forall r = (1, 2, \dots, s), i = (1, 2, \dots, m) \end{aligned} \quad (1.1)$$

Tento model sa označuje ako koncepčný model. Je to základný model s konštantnými výnosmi z rozsahu od ktorého sa potom odvídzajú rôzne vstupné a výstupné modely.

Avšak tento model je úlohou zlomkového programovania, ktoré sa vo všeobecnosti ťažko riešia. Oveľa jednoduchšie sa dajú riešiť napríklad úlohy lineárneho programovania. Preto je transformácia úlohy [1.1] na úlohu lineárneho programovania ďalším logickým krokom.

1.2 CCR model multiplikátorov

Prvým DEA modelom, ktorý bol navrhnutý autormi CHARNES, COOPER, RHODES je práve CCR model, ktorého názov je odvodený od mien autorov.

Z úlohy 1.1 dostaneme CCR model po použití nasledovných transformácií premenných (túto transformáciu čerpáme z LUPTÁČIK (2009)).

$$\begin{aligned} \mu_r &= t u_r \quad r = (1, 2, \dots, s) \\ \nu_i &= t v_i \quad i = (1, 2, \dots, m) \\ t &= \frac{1}{\sum_{i=1}^m x_{i0} \nu_i} \end{aligned} \quad (1.2)$$

Nerovnosť v úlohe sa transformuje

$$\frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1 \quad \longrightarrow \quad \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0$$

Pomocou týchto transformácií dostaneme nasledovný CCR model

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{u}, \mathbf{v}} \quad E_0 &= \sum_{r=1}^s \mu_r y_{r0} \\ &\sum_{i=1}^m \nu_i x_{i0} = 1 \\ &\sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m \nu_i x_{ij} \leq 0 \quad \forall j = (1, 2, \dots, n) \\ &\mu_r, \nu_i \geq 0 \quad \forall r = (1, 2, \dots, s), i = (1, 2, \dots, m) \end{aligned} \quad (1.3)$$

Táto úloha je už úlohou lineárneho programovania, ktorá je dosť ľahko riešiteľná pre ľubovoľné zadanie.

Aby sme vyčíslili efektívnosť pre všetky *DMU* musíme úlohu [1.3] zrátať pre každé *DMU* zvlášť, teda spolu n krát. Nech úloha [1.3] má optimálne riešenie (μ^*, ν^*) a optimálna hodnota účelovej funkcie E_0^* pre DMU_0 . Potom pre útvar DMU_0 platí

1. ak $E_0^* = 1$ a $\mu^* > 0, \nu^* > 0$ potom je efektívny
2. ak $E_0^* < 1$ a $\mu^* > 0, \nu^* > 0$ potom E_0^* nazývame jeho mierou efektívnosti
3. ak $\nexists \mu^* > 0, \nu^* > 0$ potom je pseudoefektívny ak $E_0^* = 1$, alebo $E_0^* < 1$ je mierou pseudoefektívnosti

Keď je DMU_0 efektívne znamená to, že leží na hranici efektívnosti. Ak DMU_0 nie je efektívne ($E_0^* < 1$) potom hovoríme, že leží v množine produkčných možností (v angličtine: "production possibility set").

Takto upravený model je vstupne orientovaný DEA model. Vstupne orientovaný je preto, že v transformácii 1.2 sa normalizovali vstupy. Uvažujme teraz iný zápis

koncepčného modelu

$$\begin{aligned}
 \min_{\mathbf{u}, \mathbf{v}} \quad E_0 &= \frac{\sum_{i=1}^m v_i x_{i0}}{\sum_{r=1}^s u_r y_{r0}} \\
 &\frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1 \quad \forall j = (1, 2, \dots, n) \\
 u_r, v_i &\geq 0 \quad \forall r = (1, 2, \dots, s), i = (1, 2, \dots, m)
 \end{aligned} \tag{1.4}$$

V takomto modeli minimalizujeme podiel vstupov k výstupom. Uvažujme teraz analogicky k predchádzajúcemu prípadu takúto transformáciu:

$$\begin{aligned}
 \mu_r &= t u_r \quad r \in \{1, 2, \dots, s\} \\
 \nu_i &= t v_i \quad i \in \{1, 2, \dots, m\} \\
 t &= \frac{1}{\sum_{i=1}^s y_{i0} u_i}
 \end{aligned} \tag{1.5}$$

Úprava nerovnosti bude rovnaká ako v predchádzajúcom prípade. Po zavedení týchto transformácií dostaneme úlohu lineárneho programovania

$$\begin{aligned}
 \min_{\mathbf{u}, \mathbf{v}} \quad H_0 &= \sum_{i=1}^m \nu_i x_{i0} \\
 \sum_{r=1}^s \mu_r y_{r0} &= 1 \\
 \sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m \nu_i x_{ij} &\leq 0 \quad \forall j = (1, 2, \dots, n) \\
 \mu_r, \nu_i &\geq 0 \quad \forall r = (1, 2, \dots, s), i = (1, 2, \dots, m)
 \end{aligned} \tag{1.6}$$

Takúto úlohu lineárneho programovania budeme označovať ako výstupne orientovaný CCR model. Tak ako vo vstupne orientovanom modeli na vyčíslenie efektívnosti pre všetky *DMU* musíme úlohu [1.1] zrátať pre každé *DMU* zvlášť, teda spolu n krát. Nech úpoha [1.1] má optimálne riešenie (μ^*, ν^*) a optimálna hodnota účelovej funkcie H_0^* pre *DMU*₀. Potom pre útvar *DMU*₀ platí

1. ak $\frac{1}{H_0^*} = 1$ a $\mu^* > 0, \nu^* > 0$ potom je efektívny
2. ak $\frac{1}{H_0^*} < 1$ a $\mu^* > 0, \nu^* > 0$ potom $\frac{1}{H_0^*}$ nazývame jeho mierou efektívnosti
3. ak $\nexists \mu^* > 0, \nu^* > 0$ potom je pseudoefektívny ak $\frac{1}{H_0^*} = 1$, alebo $\frac{1}{H_0^*} < 1$ je mierou pseudoefektívnosti

DMU	A	B	C	D	E	F	G
x_1	20	15	19	11	23	26	12
x_2	12	23	24	64	50	12	74
y	15	15	15	15	15	15	15

Tabuľka 1.1: Dáta na ilustráciu

Nakoniec ešte podotknime, že platí

$$E_0^* = \frac{1}{H_0^*}.$$

1.3 CCR obáľkové modely

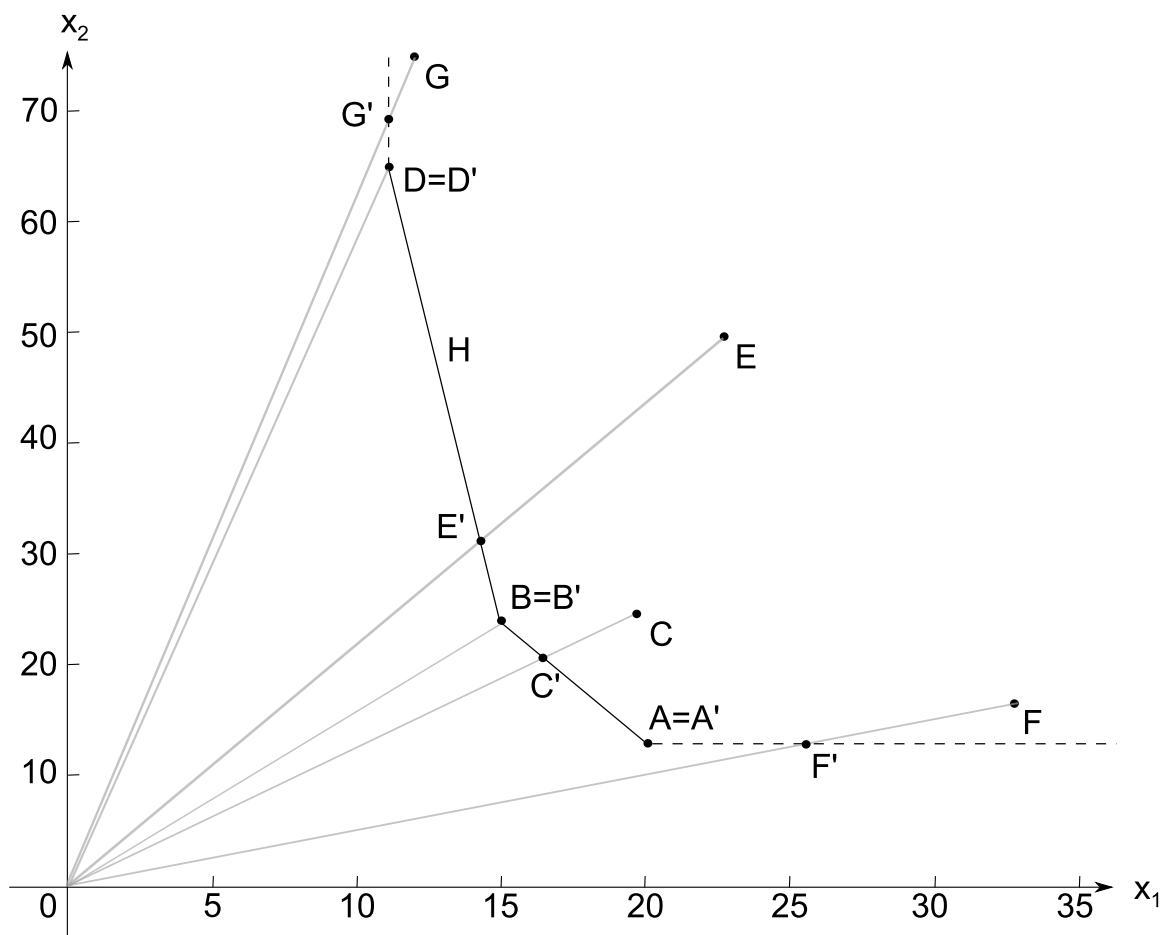
Úlohy lineárneho programovania pre modely multiplikátorov môžeme previesť na duálne úlohy a riešiť DEA model pomocou nich. Takto formulované modely sa nazývajú obáľkové modely. Uvedieme formuláciu vstupne a výstupne orientovaného obáľkového modelu s konštantnými výnosmi z rozsahu. Táto forma CCR modelu sa neskôr použije pri zisťovaní vplyvu regulácie na efektívnosť.

Duálna úloha k úlohe [1.3] vyzerá nasledovne

$$\begin{aligned}
 \min_{\theta, \lambda} \quad & \theta \\
 \sum_{i=1}^n \lambda_i x_{ji} & \leq \theta x_{j0} \quad \forall j = (1, 2, \dots, m) \\
 \sum_{i=1}^n \lambda_i y_{ji} & \geq y_{j0} \quad \forall j = (1, 2, \dots, s) \\
 \lambda_i & \geq 0 \quad \forall i = (1, 2, \dots, n)
 \end{aligned} \tag{1.7}$$

Tento model minimalizuje všetky vstupy v rovnakom pomere θ_0 pre DMU_0 , a toto zníženie označí ako mieru efektívnosti (alebo efektívnosť v prípade $\theta_0 = 1$). Keď vypočítame efektívnosti pre všetky DMU označíme θ_0 efektívnosť DMU_0 , potom budeme hovoriť, že $(\theta_0 \mathbf{x}_0, \mathbf{y})$ je projekciou pre DMU_0 . Určuje na koľko môžeme zredukovať vstupy tak, aby ostali v obáľke vytvorenej všetkými DMU.

Kvôli ďalšiemu ukážeme na ilustráciu hranicu efektívnosti a projekcie DMU pre prípad vstupne orientovaného obáľkového modelu v prípade dvoch vstupov a jedného výstupu. Uvádžeme jednoduchý príklad tak, aby ho bolo možno zakresliť. Dáta sú v tabuľke 1.3. A na obrázku 1.2 sú zakreslené, zvolili sme pre všetky DMU rovnaký výstup aby ich bolo možné takto zakresliť.



Obr. 1.2: Príklad hranice efektívnosti a projekcie DMU

V grafe sú znázornené DMU A-G a ich projekcie A'-G'. Plnou čiarou je zakreslená hranica efektívnosti a rovnobežne s ňou čiarkovane je zakreslená hranica pseudoefektívnosti. Hranica pseudoefektívnosti je hranicou obálky všetkých DMU, ale je možné znížiť niektorý vstup a pritom produkovať rovnaké množstvá výstupov. Avšak ak sa DMU nachádza na tejto hranici, vstupne orientovaný obáľkový model ju vyhodnotí ako efektívnu (nie je možné naraz znížiť oba vstupy, vždy len jeden). Tento model neodhalí teda tento zdroj neefektívnosti.

Nakoniec uvedieme formuláciu výstupne orientovaného obáľkového modelu. Duálna úloha k úlohe [1.6] vyzerá nasledovne

$$\begin{aligned}
 \max_{\psi, \lambda} \quad & \psi \\
 \sum_{i=1}^n \lambda_i x_{ji} & \leq x_{j0} \quad \forall j = (1, 2, \dots, m) \\
 \sum_{i=1}^n \lambda_i y_{ji} & \geq \psi y_{j0} \quad \forall j = (1, 2, \dots, s) \\
 \lambda & \geq 0
 \end{aligned} \tag{1.8}$$

1.4 SBM model

V tejto časti definujeme SBM model (z angličtiny: Slack Based Measure), ktorý je rozšírením aditívneho modelu (tento model neuvádzame a nebudeme sa ním v ďalšom zaoberať, informácie o tomto modeli je možné nájsť napríklad v COOPER, SEIFORD, TONE (2006)). Uvedená teória je spracovaná podľa tej istej knihy. V tomto modeli sa používajú doplnkové premenné, takzvané sklzy, z nich je potom odvodený aj názov modelu.

SBM model na zistenie efektívnosti je formulovaný ako nasledujúca úloha matematického programovania

$$\begin{aligned}
 (SBM) \quad \min_{\lambda, s^x, s^y} \rho &= \frac{1 - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m s_i^x / x_{i0}}{1 + \frac{1}{s} \sum_{r=1}^s s_r^y / y_{r0}} \\
 \mathbf{x}_{j0} &= \sum_{i=1}^n \lambda_i x_{ji} + s_j^x \quad \forall j \in \{1, 2, \dots, m\} \\
 \mathbf{y}_{j0} &= \sum_{i=1}^n \lambda_i y_{ji} - s_j^y \quad \forall j \in \{1, 2, \dots, s\} \\
 \lambda, s^x, s^y &\geq 0
 \end{aligned}$$

Predpokladom modelu je, že všetky vstupy sú nezáporné. Ak nastáva rovnosť $x_{i0} = 0$, vynechávame príslušný člen účelovej funkcie v ktorom sa nachádza. V prípade nekladného výstupu $y_{r0} \leq 0$ sa tento nahradí veľmi malým kladným číslom a výraz s^y / y_{r0} slúži ako penalizácia.

Ľahko vidno, že účelová funkcia je invariantná vzhľadom na jednotky vstupov a výstupov, pretože čitateľ aj menovateľ sú merané v rovnakých jednotkách pre každý člen účelovej funkcie úlohy (SBM). Tiež možno ľahko nahliadnuť, že zvýšenie sklzu s^x alebo s^y vedie k zníženiu účelovej funkcie tejto úlohy.

Naviac platí

$$0 \leq \rho \leq 1.$$

DMU 0 je efektívne ak sú všetky sklzy rovné 0.

1.4.1 Orientovný SBM model

Model (SBM) nie je orientovaný ani na vstupy ani na výstupy. Avšak je možné ho upraviť, tak aby sme dostali orientovaný model. Aby sme dostali vstupne/výstupne orientovaný model, stačí vynechať menovateľ/čitateľ z účelovej funkcie úlohy (SBM). Potom dostaneme nasledovné varianty orientovaných modelov:

Vstupne orientovaný SBM model

$$\begin{aligned}
 (SBM - I) \quad \min_{\lambda, s^x, s^y} \rho_I &= 1 - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m s_i^x / x_{i0} \\
 \mathbf{x}_{j0} &= \sum_{i=1}^n \lambda_i x_{ji} + s_j^x \quad \forall j \in \{1, 2, \dots, m\} \\
 \mathbf{y}_{j0} &\leq \sum_{i=1}^n \lambda_i y_{ji} \quad \forall j \in \{1, 2, \dots, s\} \\
 \lambda, s^x &\geq 0
 \end{aligned}$$

Výstupne orientovaný SBM model

$$\begin{aligned}
 (SBM - O) \quad \min_{\lambda, s^x, s^y} \rho_O &= \frac{1}{1 + \frac{1}{s} \sum_{r=1}^s s_r^y / y_{r0}} \\
 \mathbf{x}_{j0} &\geq \sum_{i=1}^n \lambda_i x_{ji} + s_j^x \quad \forall j \in \{1, 2, \dots, m\} \\
 \mathbf{y}_{j0} &= \sum_{i=1}^n \lambda_i y_{ji} - s_j^y \quad \forall j \in \{1, 2, \dots, s\} \\
 \lambda, s^y &\geq 0
 \end{aligned}$$

1.4.2 SBM model s váhami

Zovšeobecnením (SBM) modelu je model s váhami, v ktorom je možné priradiť každému vstupu respektíve výstupu váhu, ktorá zodpovedá napríklad dôležitosti príslušného vstupu či výstupu. Potom jediná zmena nastane v účelovej funkcii modelu (SBM). Táto bude mať tvar:

$$\rho = \frac{1 - \sum_{i=1}^m w_i^x s_i^x / x_{i0}}{1 + \frac{1}{s} \sum_{r=1}^s w_r^y s_r^y / y_{r0}}$$

pričom platí

$$\sum_{i=1}^m w_i^x = 1 \quad \text{a} \quad \sum_{r=1}^s w_r^y = 1$$

Kapitola 2

Nástroj regulácie a jeho efektívnosť

Pri zavedení regulácie je možné vybrať z viacerých druhov regulácie. Môže byť stanovený cenový strop (z angličtiny: price cap), ktorý nesmie byť prekročený, prípadne obmena tejto myšlienky, že ceny nesmú v čase rásť viac ako je stanovená hranica. Iným typom regulácie je takzvaný benchmarking, kedy sa porovnáva viacero podnikov a určuje sa ich efektívnosť. Alebo v minulosti častokrát používaná forma regulácie mierou výnosu (z angličtiny: rate of return). V oblasti životného prostredia sa stanovujú hranice počtu emisií, ktoré má podnik povolené vyprodukovať, a ako pomocným nástrojom je aj zavedenie obchodovania s emisiami.

My sa obmedzíme na reguláciu mierou výnosu a reguláciám v istom zmysle podobným tejto regulácii prenesených do oblasti životného prostredia. V tejto kapitole uvidíme teoretický základ regulácie mierou výnosu a spôsob, ako určiť vplyv regulácie mierou výnosu na efektívnosť. Reguláciám z oblasti životného prostredia sa budeme venovať neskôr v ďalších kapitolách.

Budeme sa zaoberať vplyvom uvalenej regulácie na efektívnosť podniku. Inými slovami ako ovplyvní uvalenie regulácie na podnik jej schopnosť meniť vstupy na výstupy.

2.1 Rate of return

V tejto práci sa odrážame od článku FÄRE, LOGAN (1992). Sledujúc túto prácu poskytneme základné informácie o meraní efektívnosti pri regulácii mierou výnosu. Autori v článku uvádzajú postup, ktorým možno merať efektívnosť podniku v prípade, že sa pozeráme len na jeden podnik. Pričom táto teória používa parametrický prístup. Na záver však poukazujú, že ak sú dostupné dáta pre viacero podnikov, namiesto ich postupu možno použiť DEA modely, ktoré stačí rozšíriť len o regulačné ohraničenie.

2.2 Ohraničenie

V tejto kapitole budeme pod technológiou rozumieť množinu prípustných vstupov a výstupov, teda takých, že podnik je schopný vyprodukovať z daného množstva vstupov dané množstvo výstupov. Pre túto kapitolu budeme pod technológiou podniku rozumieť vektor vstupov $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_m) \in \mathbb{R}_+^m$ a jeden výstup $y \in \mathbb{R}_+$. Produkčná funkcia $F : \mathbb{R}_+^m \rightarrow \mathbb{R}_+$ je definovaná ako maximálne množstvo výstupu, ktoré možno z neho vyrobiť s použitím daného množstva vstupov. Pre F sa predpokladajú vlastnosti.

1. $F(\mathbf{0}) = 0$
2. ak $\mathbf{x}_i^1 \geq \mathbf{x}_i^2$ pre $\forall i \in \{1, 2, \dots, N\}$ potom $F(\mathbf{x}^1) \geq F(\mathbf{x}^2)$
3. F je zhora polospojité, teda platí $\limsup_{y \rightarrow x} f(y) \leq f(x)$
4. F je kvázikonkávna, teda platí $F(\lambda \mathbf{x}^1 + (1 - \lambda)\mathbf{x}^2) \geq \min\{F(\mathbf{x}^1), F(\mathbf{x}^2)\}$ pre $0 \leq \lambda \leq 1$

Na reprezentáciu technológie zvolili autori vstupnú dištančnú funkciu definovanú nasledovne

$$D_I(y, \mathbf{x}) = \max_{\theta} \left\{ \theta > 0 \mid F\left(\frac{\mathbf{x}}{\theta}\right) \geq y \right\}. \quad (2.1)$$

Z toho priamo vyplýva

$$D_I(y, \mathbf{x}) \geq 1 \iff F(\mathbf{x}) \geq y.$$

Vstupná dištančná funkcia teda meria ako možno znížiť vstupy tak aby bolo stále možné vyrobiť rovnaké množstvo výstupu. Pre viac informácií o dištančných funkciách je možné nahliadnuť do knihy FÄRE, PRIMONT (1997).

Pri regulácii čelí podnik okrem technologických obmedzení (maximálne množstvo vyprodukovaného výstupu je ohraničené produkčnou funkciou) aj ďalšiemu konkrétne regulačnému ohraničeniu. V tomto prípade sa jedná o povolenú mieru výnosu. Na formalizovanie regulačného ohraničenia definujú autori vektor cien pre vstupy $\mathbf{p} = (p_1, p_2, \dots, p_m) \in \mathbb{R}_+^m$ a tiež cenu výstupu $r \in \mathbb{R}_+$. Bez ujmi na všeobecnosti nech m -tý vstup je bázickým vstupom, na ktorý sa meria miera výnosu. Teda regulovanému podniku nie je dovolené zarobiť viac ako je daná miera výnosu vzhľadom na bázický vstup. Potom regulácia mierou výnosu (rate of return) je definovaná ako

$$\alpha \geq \frac{ry - \mathbf{p}^T \mathbf{x}}{p_m x_m}. \quad (2.2)$$

V literatúre o regulácii mierou výnosu sa častokrát uvádza aj trochu iné ohraničenie než použili autori

$$\alpha \geq \frac{ry - \mathbf{p}^T \mathbf{x} + p_m x_m}{x_m}. \quad (2.3)$$

Kde α je povolená miera výnosu daná regulátorom (budeme ju volať aj regulačnou konštantou). Viac informácií o regulácii mierou výnosu je možné nájsť v AVERCH,

JOHNSON (1973), tu uvedieme len jeden základný fakt. Na ilustráciu uvažujme dva vstupy a reguláciu v tvare 2.3. Potom platí

$$ry - p_1x_1 - \alpha x_2 \leq 0. \quad (2.4)$$

Pričom zisk je daný ako

$$\pi = ry - p_1x_1 - p_2x_2. \quad (2.5)$$

Preto pre regulačnú konštantu musí platiť $\alpha \geq p_2$. V opačnom prípade by podnik nemohol dosiahnuť zisk, teda bol by v strate, čo by viedlo k jeho odchodu z trhu.

Keď uvažujeme radiálne zmenšenie vstupov v rovnici 2.2 dostaneme nasledovnú rovnosť

$$D_I(y, \mathbf{x}, \mathbf{p}, r, \alpha) = \max_{\theta} \left\{ \theta > 0 \mid \mathbf{p}^T \frac{\mathbf{x}}{\theta} + \alpha p_m \frac{x_m}{\theta} \geq ry \right\} = \frac{\mathbf{p}^T \mathbf{x} + \alpha p_m x_m}{ry} \quad (2.6)$$

Vzorec 2.6 je dištančnou funkciou regulačného ohraničenia 2.2. Ako uvádzajú FÄRE a LOGAN a ako je vidno aj zo vzorca, výsledkom je náklad na vstupy plus povolená miera výnosu m -tého vstupu na príjmy podniku.

Sledujúc článok FÄRE, LOGAN (1992) definujeme dištančnú funkciu spoločnú pre technológiu a regulačné ohraničenie.

$$\hat{D}_I(y, \mathbf{x}, \mathbf{p}, r, \alpha) = \max_{\theta} \left\{ \theta > 0 \mid F\left(\frac{\mathbf{x}}{\theta}\right) \geq y, \mathbf{p}^T \frac{\mathbf{x}}{\theta} + \alpha p_m \frac{x_m}{\theta} \geq ry \right\}. \quad (2.7)$$

Takto definovaná dištančná funkcia sa dá použiť na opísanie množiny vektorov vstupov, ktoré spĺňajú regulačnú podmienku miery výnosu a možno v nej nájsť prípustné riešenie pri minimalizácii nákladov podniku. Platí totiž $\hat{D}_I(y, \mathbf{x}, \mathbf{p}, r, \alpha) \geq 1 \Leftrightarrow F(\mathbf{x}) \geq y$ a $\mathbf{p}^T \mathbf{x} + \alpha p_N x_N \geq ry$. Vzťah medzi 2.1, 2.6 a 2.7 je daný nasledovne

$$\hat{D}_I(y, \mathbf{x}, \mathbf{p}, r, \alpha) = \min \left\{ D(y, \mathbf{x}), \frac{\mathbf{p}^T \mathbf{x} + \alpha p_N x_N}{ry} \right\}. \quad (2.8)$$

Dôkaz tohto vzťahu neuvádzame.

2.3 Efektívnosť

FÄRE a LOGAN pokračujú odvolávajú sa na článok FARRELL (1957), kde uvádza rozloženie celkovej efektívnosti na alokatívnu a technickú. My sa budeme zaoberať len technickou efektívnosťou, ktorá je definovaná ako

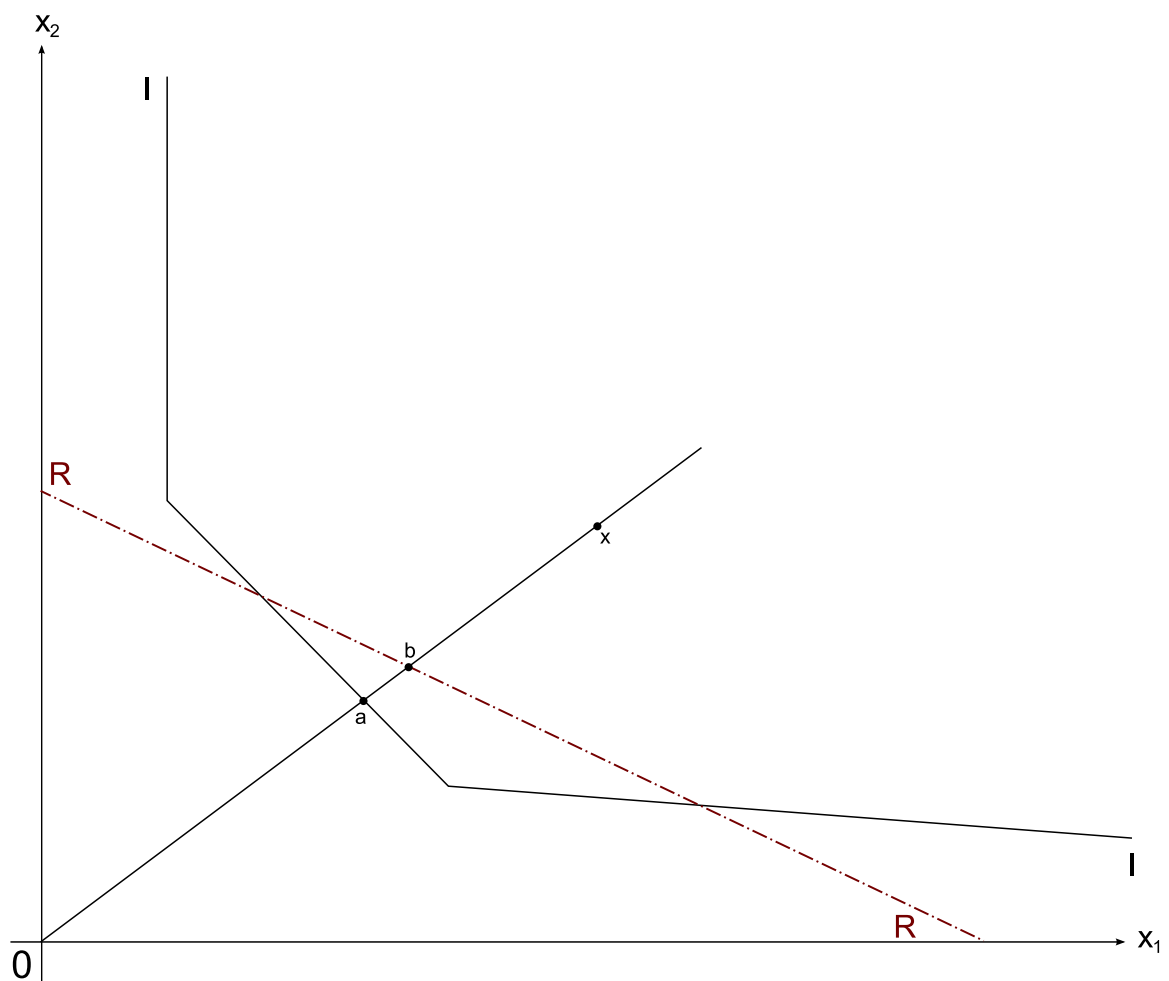
$$TE = \frac{1}{D(y, \mathbf{x})}. \quad (2.9)$$

V prípade pridania regulačnej podmienky je technická efektívnosť definovaná nasledovne

$$RTE = \frac{1}{\hat{D}_I(y, \mathbf{x}, \mathbf{p}, r, \alpha)} \quad (2.10)$$

kde R značí, že sa jedná o prípad kedy je prítomná regulácia. Slovami miera technickej efektívnosti je inverziou dištančnej funkcie. Obe technické efektívnosti nadobúdajú hodnoty z intervalu $(0, 1]$, pričom rovnosť jednotke znamená dosiahnutie plnej efektívnosti (podnik je efektívny). Inak je mierou efektívnosti. Dôležitou poznámkou je, že v prípade s pridanou regulačnou podmienkou technická efektívnosť je závislá od cien, čo neplatí v prípade kedy regulácia nevstupuje do hry.

Na ilustráciu rozloženia efektívnosti v prípade regulovaného podniku uvádzajú FÄRE a LOGAN príklad v prípade kedy $m = 2$ a x_2 je základný vstup. My tento príklad opíšeme v nasledujúcom texte a pridanom obrázku.



Obr. 2.1: príklad efektívnosti pre reguláciu mierou výnosu

Na obrázku 2.2 vidíme izokvantu technológie označenú ako **II**. Regulačné ohraničenie je zobrazené ako priamka **RR**. Pre daný prípustný vektor vstupov \mathbf{x} je potom technická efektívnosť $TE = \frac{0a}{0x}$ a regulovaná technická efektívnosť $RTE = \frac{0b}{0x}$.

Na záver autori porovnávajú efektívnosť pred a po regulácii. Tento dopad regulácie

DMU	A	B	C	D	E	F	G
x_1	45	25	15	25	20	35	40
x_2	20	40	35	25	50	45	35
y	28	28	28	28	28	28	28
p_1	2	2	2	2	2	2	2
p_2	2	2	2	2	2	2	2
r	5	5	5	5	5	5	5

Tabuľka 2.1: Dáta na ilustráciu

DMU	Ef^{NR}	Ef^R	$Ef^{NR} - Ef^R$	Ef^{NR}/Ef^R
1(A)	100.00%	100.00%	0.00%	100.00%
2(B)	76.92%	86.42%	-9.50%	89.01%
3(C)	100.00%	109.38%	-9.37%	91.43%
4(D)	100.00%	116.67%	-16.67%	85.71%
5(E)	75.00%	77.78%	-2.78%	96.43%
6(F)	62.50%	71.43%	-8.93%	87.50%
7(G)	69.44%	78.65%	-9.21%	88.29%

Tabuľka 2.2: Výsledky ilustratívnych dát

merajú tak, že stanovujú pomer efektívnosti pred a po regulácii.

$$\frac{TE}{RTE} = \frac{\hat{D}_I(y, \mathbf{x}, \mathbf{p}, r, \alpha)}{D(y, \mathbf{x})} \quad (2.11)$$

Ako poznamenávajú aj autori, táto efektívnosť sa dá ľahko dostať pomocou predchádzajúcich efektívností. A z definície 2.8 platí $\hat{D}_I(y, \mathbf{x}, \mathbf{p}, r, \alpha) \leq D(y, \mathbf{x})$. Potom platí, že $\frac{TE}{RTE} \leq 1$.

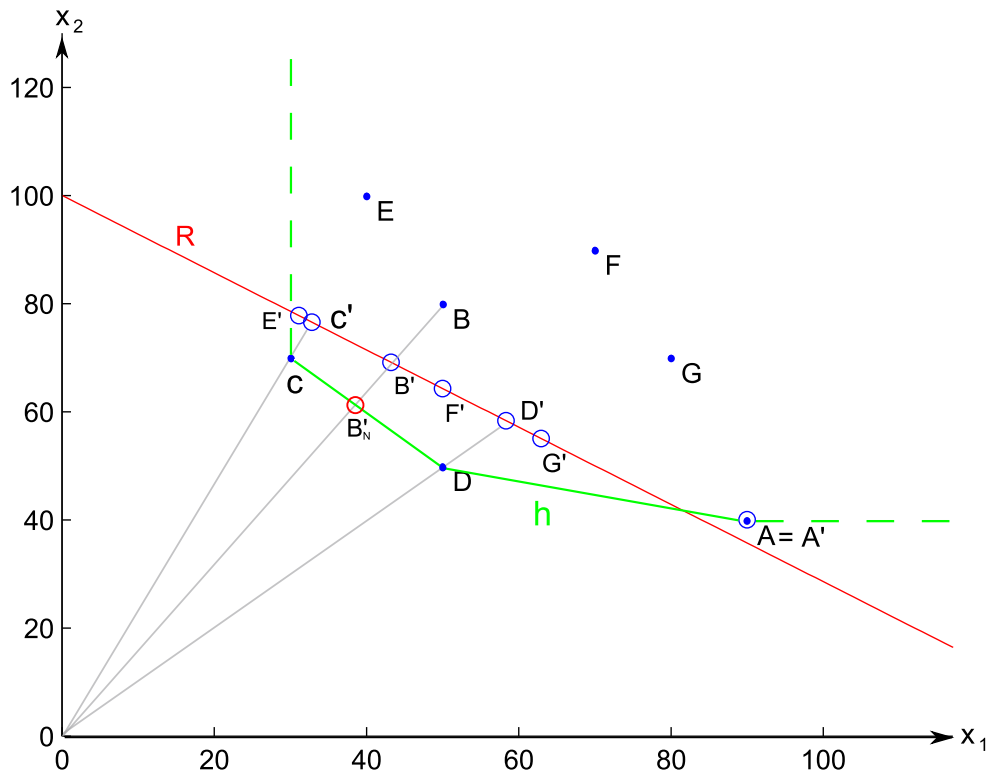
Note that 2.11 rovnica 1 allows a determination of the extent to which departures from efficiency are due to optimal responses by management to its regulatory settings. Teda regulácia spôsobuje neefektívnosť.

Celý tento prístup opisuje postup pre prípad, keď analyzujeme jeden podnik a porovnáваме ju s distribučnou funkciou, pomocou ktorej zostavíme vstupnú dištančnú funkciu. Autori uvádzajú možnosť rozšírenia tohoto postupu keď porovnáваме viacero podnikov medzi sebou. Keby teda navzájom porovnáваме viacero podnikov, o ktorých máme potrebné informácie, podľa FÄRE a LOGAN v takomto prípade stačí použiť klasický DEA model a k nemu pridať len regulačné ohraničenie.

My sme naprogramovali práve tento prístup (zdrojový kód z matlabu je v prílohe), kedy porovnáваме dáta viacerých podnikov a teda vytvárame empirickú hranicu a nepoužívame teoretickú produkčnú funkciu. Keď hovoríme o regulácii, veľa ľudí hneď myslí na reguláciu veľkých monopolov, pretože táto téma je často diskutovaná. Samozrejme regulácie sa často dotýkajú oblastí, v ktorých nie sú prítomné len monopoly. Príkladom môže byť sektor vodohospodárstva. V tomto sektore je bežné, že v menšej geografickej oblasti (okres, kraj, ...) existuje jeden alebo viac dodávateľov, ktorí sú prítomní len vo svojom okrese (kraj). Tým dostaneme viacerých dodávateľov vody napríklad v rámci krajiny. Tu už je možné pozrieť sa na týchto dodávateľov

globálne a porovnať ich medzi sebou. Na podobnom princípe porovnávania efektívnosti takýchto vodohospodárskych spoločností existuje regulácia tohto odvetvia, ale my sa ňou nebudeme bližšie zaoberať. Navyiac v tomto sektore je potrebná regulácia zo strany štátu, aby nedochádzalo k situáciám, kedy obyvateľstvo nemá prístup k základnej potrebe - vode.

Na tomto mieste uvedieme ilustratívny príklad regulácie mierou výnosu s použitím DEA modelu. Pre reguláciu mierou výnosu sme zvolili regulačnú konštantu $\alpha = 2.8$. Údaje pre náš príklad predstavuje tabuľka 2.1. Máme v nej 7 DMU a pre každý 2 vstupy, 1 výstup a vektor cien vstupov a výstupu. Na vypočítanie efektívnosti pre neregulovaný prípad použijeme jednoduchý vstupne orientovaný obáľkový model - 1.8. V druhom stĺpci tabuľky 2.2 (Ef^{NR}) sú tieto výsledky. Na obrázku 2.2 môžeme vidieť ako vyzerá hranica efektívnosti h a regulačné ohraničenie R . Ďalej je na obrázku zobrazený našich 7 DMU. Na výpočet efektívnosti pre prípad zohľadňujúci reguláciu pridáme k modelu 1.8 regulačné ohraničenie vo forme dištančnej funkcie podľa 2.6. Výsledný model potom vyzerá nasledovne



Obr. 2.2: príklad efektívnosti pre reguláciu mierou výnosu

$$\begin{aligned}
& \min_{\theta, \lambda} \theta \\
& \sum_{i=1}^n \lambda_i x_{ji} \leq \theta x_{j0} \quad \forall j = (1, 2, \dots, m) \\
& \sum_{i=1}^n \lambda_i y_i \geq y_0 \\
& ry_0 \leq \theta \left(\sum_{i=1}^{m-1} p_i x_{i0} + \alpha x_{m0} \right) \\
& \lambda_i \geq 0 \quad \forall i = (1, 2, \dots, n)
\end{aligned} \tag{2.12}$$

Výstup je jednorozmerný preto vynechávame index s ich nerovnosťami. Výsledky z takéhoto modelu interpretujeme ako efektívnosť pri zohľadnení regulácie. Výsledky sú v treťom stĺpci tabuľky 2.2. V treťom stĺpci je rozdiel efektívností a v poslednom stĺpci je pomer týchto efektívností a zároveň vplyv regulácie na efektívnosť. Keď sa pozrieme na DMU C a D vidíme, že boli pred zavedením regulácie efektívne. Avšak po zavedení regulácie nespĺňajú túto podmienku. V ich terajšej technológii sú na tom lepšie ako je hranica efektívnosti, preto je ich efektívnosť so zohľadnením regulácie väčšia ako 100%. Ak by tieto DMU dosiahli splnenie regulačnej podmienky zmenou vstupov, museli by zvýšiť množstvo používaných vstupov pri nezmenenom množstve výstupu. A tým by znížili svoju efektívnosť. Teda táto regulácia prináša neefektívnosť.

Kapitola 3

Regulácie a DEA modely v životnom prostredí

V súčasnosti sa veľký záujem kladie na životné prostredie. Mnohí odvodzujú katastrofálne závery súvisiace so životným prostredím a správaním sa ľudí k nemu. Varujú, že ak sa správanie ľudstva nezmení, môže dôjsť ku katastrofe. Či už majú pravdu alebo nie, faktom je, že globálne otepľovanie sa prejavuje na viacerých miestach Zeme. Znečisťovanie ovzdušia, pôdy, či vodstva, pociťuje mnoho ľudí bývajúcich blízko veľkých podnikov. Určitá snaha sa vynakladá na zamedzenie znečisťovania, alebo aspoň spomalenie jeho rastu. Príkladom nám môže byť kjótsky protokol, ktorý sa snaží obmedziť vypúšťanie skleníkových plynov.

Výroba produktov a služieb sa častokrát nezaobíde bez toho, aby sa produkovali aj také produkty, ktoré sú odpadom z procesu výroby. Jedná sa o odpad, splodiny alebo látky, ktoré sa nedajú použiť na ďalšiu výrobu. Takéto produkty budeme nazývať neželateľnými a naopak produkty, ktoré chce podnik vyrobiť a ďalej ich predávať budeme nazývať želateľnými. Keď sa pozeráme na HDP ako faktor ukazujúci napredovanie ekonomiky, potom sa pozeráme na produkciu želateľných výstupov. Neželateľné výstupy sú len akýmsi odpadom alebo vedľajším produktom, s ktorým sa ďalej neobchoduje a teda neprispieva ďalej do HDP. Avšak v dlhodobom horizonte neželateľné výstupy spôsobujú problémy, ktoré sa nebudú dať prehliadať večne (napríklad globálne otepľovanie). V duchu myšlienky z Bruntland Report: *“Súčasná generácia by mala dosahovať svoje potreby a ciele tak, aby neovplyvnili schopnosť budúcich generácií dosahovať svoje ciele”*, by sa súčasná generácia vždy mala snažiť neníčiť životné prostredie a teda obmedzovať neželateľné výstupy. Toto neprináša priamy úžitok producentom a podnikom, a preto nie je z ich strany takmer žiadna motivácia znižovať neželateľné výstupy (okrem snahy zabezpečiť životné prostredie pre svoje deti). Preto je dôležitá rola štátu ako regulátora, ktorý zabezpečí potrebné kroky, ktoré by viedli k zlepšeniu situácie. A teda uvaliť reguláciu na podniky, ktoré produkujú neželateľné výstupy.

V tejto časti rozoberieme vplyv regulácií z oblasti životného prostredia. V nasledujúcom zhrnime niektoré formy regulácie, ktoré sa uplatňujú na reguláciu neželateľných výstupov. V ďalšej časti tejto kapitoly uvedieme potrebu doplniť klasické DEA modely tak, aby zahŕňali aj dopad na životné prostredie. A následne ukážeme

niekoľko spôsobov ako toto docieľiť.

3.1 Regulácie vplyvov na životné prostredie

V článku LUPTÁČIK (2009) sa uvádzajú a analyticky skúmajú 3 formy regulácie v oblasti životného prostredia (environmental regulation). Pre nás bude teraz dôležitá iba forma týchto regulácií, ktorú sa budeme v ďalšom snažiť zapracovať do modelu podobne ako v kapitole regulácie mierou výnosu (rate of return).

Jedným z najčastejších regulačných podmienok je ustanovenie pevného najväčšieho množstva emisií, ktoré môže daný podnik vyprodukovať za jednotku času. Podnik používa m vstupov $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_m)$ na produkciu s želateľných výstupov $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_s)$ a popri tom produkuje k neželateľných výstupov $\mathbf{z} = (z_1, z_2, \dots, z_k)$. Potom regulačné ohraničenie má tvar

$$z_l \leq \alpha_l, \quad \forall l = (1, 2, \dots, k) \quad (3.1)$$

kde α_l je maximálne množstvo emisií, ktoré môže podnik vyprodukovať. Stanovenie kvót je najjednoduchším prípadom regulácie, avšak nie je príliš efektívny z nášho pohľadu. Zavedenie takejto regulácie vyžaduje dobrú znalosť podniku samotného, aby bolo možné zvoliť vhodnú výšku tejto kvóty α_l . Toto častokrát nie je splnené a naviac napríklad malý podnik, ktorý vyrába malé množstvo nejakého výstupu a popri tom produkuje malé množstvo neželateľného výstupu dostane kvóty adekvátne k jeho výrobe. V takomto prípade nemá motiváciu zvyšovať výrobu, pretože by okamžite prekročil stanovenú hranicu.

Inou reguláciou na produkciu neželateľných výstupov je ohraničenie emisií na jednotku niektorého vstupu. Regulačné ohraničenie v tomto prípade má tvar

$$\frac{z_l}{x_{i_l}} \leq \alpha_l, \quad \forall l = (1, 2, \dots, k) \quad (3.2)$$

kde α_l je maximálne množstvo emisií, v tomto prípade na jednotku vstupu x_{i_l} kde $i_l \in \{1, 2, \dots, m\} \forall l = (1, 2, \dots, k)$ je vybraný vstup, vzhľadom na ktorý je určené množstvo emisií z_l , ktoré je podniku povolené vyprodukovať. Poznamenajme, že teoreticky môže byť l rôzne pre rôzne i . Teda rôzne druhy emisií je možné porovnávať s iným vstupom. Pri takejto regulácii môže podnik zvýšiť počet vstupov a výrobu, alebo ju naopak znížiť a pritom stále spĺňať regulačnú podmienku.

Tretia forma regulácie zameraná na ekológiu je podobná tej predchádzajúcej. V tomto prípade ohraničujeme počet emisií na jednotku výstupu. Regulačné ohraničenie má tvar

$$\frac{z_l}{y_{r_l}} \leq \alpha_l, \quad \forall l = (1, 2, \dots, k) \quad (3.3)$$

kde α_l je opäť maximálne množstvo emisií, v tomto prípade na jednotku výstupu y_{r_l} kde $r_l \in \{1, 2, \dots, s\} \forall l = (1, 2, \dots, k)$ je vybraný výstup vzhľadom na ktorý je určené množstvo emisií, ktoré je podniku povolené vyprodukovať. Teda rôzne druhy emisií je možné porovnávať s iným výstupom. Takýto typ regulácie je pre podnik zaujímavý, pretože regulačná hranica závisí len od výstupov a teda môže docieľiť zníženie nákladov minimalizáciou vstupov, ktoré nevstupujú do regulačnej podmienky.

Posledné dve formy regulácie sú veľmi podobné regulácii mierou výnosu (rate of return), rozdiel je len v tom, že výnosy sú nahradené neželateľnými výstupmi. Preto aj ich implementácia by mala byť podobná ako to bolo pre reguláciu mierou výnosu (rate of return) uvedenej v kapitole nástroje regulácie. Prvý spôsob regulácie nie je až tak zaujímavý, pretože nevysvetľuje princíp stanovenia kvót. Postup stanovenia kvót ostáva zahalený tajomstvom a je nejakou čiernou skrinkou v pozadí. Budeme sa teda venovať len posledným dvom regulačným ohraničeniam. Budeme sa snažiť pridať tieto do DEA modelu a zrátať efektívnosť pred a po zavedení regulácie na podnik a následne ich porovnať.

Avšak pôvodne sme používali DEA model, ktorý nezahŕňal neželateľné výstupy, avšak tento nie je vhodné použiť pri takejto forme regulácie, pretože nezohľadňuje tieto výstupy. Preto treba použiť model, ktorý by zahŕňal aj neželateľné výstupy.

3.2 DEA modely zahŕňajúce neželateľné výstupy

Neželateľné výstupy chceme minimalizovať na rozdiel od výstupov, ktoré chceme maximalizovať. Teda s takýmito výstupmi nie je možné pracovať tak ako so želateľnými. Je teda treba upraviť DEA model. Existuje viacero spôsobov ako do DEA modelov zahrnúť neželateľné výstupy. My budeme sledovať článok KORHONEN, LUPTÁČIK (2004). V uvedenom článku autori predstavujú viacero DEA modelov, ktoré zahŕňajú neželateľné výstupy. My z nich uvádzame 3. Tieto modely určujú efektívnosť, ktorá navyše k technickej efektívnosti zohľadňuje efektívnosť neželateľných výstupov. Pre tieto platí, že čím vyššia je ich hodnota, tým je podnik menej efektívny. Efektívnosť dotýkajúcu sa neželateľných výstupov budeme označovať ako ekologickú efektívnosť (ecological efficiency). A efektívnosť, ktorá zahŕňa oba typy teda technickú aj ekologickú budeme nazývať eko-efektívnosť. V tejto časti uvedieme CCR modely ako sú uvedené v článku KORHONEN, LUPTÁČIK (2004). Neskôr pristúpime k modelu SBM, ktoré upravíme tak, aby zahŕňali neželateľné výstupy.

3.2.1 Model A

Prvý model, ktorý tu budeme citovať je veľmi podobný klasickému DEA modelu, ale neželateľné výstupy sú v účelovej funkcii so zápornými váhami. Tým sa docieli, že tieto výstupy budú minimalizované. Tento model autori nazývajú model A a prezen-

tujú ho v nasledujúcej forme

$$\begin{aligned}
 \max_{\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}} \quad E_0 &= \frac{\sum_{r=1}^s v_r y_{r0} - \sum_{l=1}^k w_l z_{l0}}{\sum_{i=1}^m u_i x_{i0}} \\
 \frac{\sum_{r=1}^s v_r y_{rj} - \sum_{l=1}^k w_l z_{lj}}{\sum_{i=1}^m u_i x_{ij}} &\leq 1, \quad \forall j = (1, \dots, n) \\
 \mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w} &> 0
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

Klasickou transformáciou (ako v kapitole 1) na úlohu lineárneho programovania, dostaneme vstupne orientovaný model vo vektorovom zápise, ktorý má tvar:

$$\begin{aligned}
 \max_{\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}} \quad E_0 &= \mathbf{v}^T \mathbf{y}_0 - \mathbf{w}^T \mathbf{z}_0 \\
 \mathbf{u}^T \mathbf{x}_0 &= 1 \\
 \mathbf{v}^T \mathbf{y}_i - \mathbf{w}^T \mathbf{z}_i &\leq \mathbf{u}^T \mathbf{x}_i, \quad \forall i = (1, \dots, n) \\
 \mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w} &\geq 0
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

A k nemu duálna úloha

$$\begin{aligned}
 \min_{\theta, \lambda} \quad &\theta \\
 \sum_{i=1}^n \lambda_i x_{ji} &\leq \theta x_{j0} \quad \forall j = (1, 2, \dots, m) \\
 \sum_{i=1}^n \lambda_i z_{ji} &\leq z_{j0} \quad \forall j = (1, 2, \dots, k) \\
 \sum_{i=1}^n \lambda_i y_{ji} &\geq y_{j0} \quad \forall j = (1, 2, \dots, s) \\
 \lambda_i &\geq 0, \quad \forall i = (1, \dots, n)
 \end{aligned} \tag{3.6}$$

Všimnime si, že duálna úloha má skoro taký istý tvar ako klasický CCR model. V tomto prípade je pridaná podmienka kde neželateľné výstupy pre pozorované DMU je hornou hranicou lineárnej kombinácie ostatných neželateľných výstupov, čo zabezpečuje, že tieto budeme minimalizovať.

3.2.2 Model B

Druhý model, nazvaný model B, pracuje s neželateľnými výstupmi ako so vstupmi. Teda v účelovej funkcii sa do čitateľa k váženým vstupom pridajú aj vážené neže-

lateľné výstupy.

$$\begin{aligned}
 \max_{\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}} \quad E_0 &= \frac{\sum_{r=1}^s v_r y_{r0}}{\sum_{i=1}^m u_i x_{i0} + \sum_{l=1}^k w_l z_{l0}} \\
 &\frac{\sum_{r=1}^s v_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m u_i x_{ij} + \sum_{l=1}^k w_l z_{lj}} \leq 1, \quad \forall j = (1, \dots, n) \\
 &\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w} > 0
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

Takúto úlohu sa opäť transformuje na úlohu lineárneho programovania. Primárnu úlohu opäť uvádzame vo vektorovom zápise. Vstupne a neželateľne výstupno orientovaný model má tvar

$$\begin{aligned}
 \max_{\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}} \quad E_0 &= \mathbf{v}^T \mathbf{y}_0 \\
 \mathbf{u}^T \mathbf{x}_0 + \mathbf{w}^T \mathbf{z}_0 &= 1 \\
 \mathbf{v}^T \mathbf{y}_i &\leq \mathbf{u}^T \mathbf{x}_i + \mathbf{w}^T \mathbf{z}_i, \quad \forall i = (1, \dots, n) \\
 \mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w} &\geq 0
 \end{aligned} \tag{3.8}$$

K nej duálna úloha má tvar

$$\begin{aligned}
 \min_{\theta, \lambda} \quad &\theta \\
 &\sum_{i=1}^n \lambda_i x_{ji} \leq \theta x_{j0} \quad \forall j = (1, 2, \dots, m) \\
 &\sum_{i=1}^n \lambda_i z_{ji} \leq \theta z_{j0} \quad \forall j = (1, 2, \dots, k) \\
 &\sum_{i=1}^n \lambda_i y_{ji} \geq y_{j0} \quad \forall j = (1, 2, \dots, s) \\
 &\lambda_i \geq 0, \quad \forall i = (1, \dots, n)
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

Model B je najjednoduchšie počítateľný model. Na jeho výpočet sa dá použiť klasický CCR model, kde neželateľné výstupy budú vchádzať do modelu ako vstupy. Aj z duálnej úlohy vidno, že tento model znižuje rovnomerne vstupy aj neželateľné výstupy.

3.2.3 Model C

V treťom modeli sa maximalizuje pomer vážených želateľných výstupov mínus vážené vstupy na vážené neželateľné výstupy. Teda formulácia je

$$\begin{aligned}
 \max_{\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}} \quad E_0 &= \frac{\sum_{r=1}^s v_r y_{r0} - \sum_{i=1}^m u_i x_{i0}}{\sum_{l=1}^k w_l z_{l0}} \\
 \frac{\sum_{r=1}^s v_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m u_i x_{ij}}{\sum_{l=1}^k w_l z_{lj}} &\leq 1, \forall j = (1, \dots, n) \\
 \mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w} &> 0
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

Model orientovaný na neželateľné výstupy vo forme lineárneho programovania, vo vektorovom zápise:

$$\begin{aligned}
 \max_{\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}} \quad E_0 &= \mathbf{v}^T \mathbf{y}_0 - \mathbf{u}^T \mathbf{x}_0 \\
 \mathbf{w}^T \mathbf{z}_0 &= 1 \\
 \mathbf{v}^T \mathbf{y}_i - \mathbf{u}^T \mathbf{x}_i &\leq \mathbf{w}^T \mathbf{z}_i, \quad \forall i = (1, \dots, n) \\
 \mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w} &\geq 0
 \end{aligned} \tag{3.11}$$

A duálna úloha má potom tvar

$$\begin{aligned}
 \min_{\theta, \lambda} \quad &\theta \\
 \sum_{i=1}^n \lambda_i x_{ji} &\leq x_{j0} \quad \forall j = (1, 2, \dots, m) \\
 \sum_{i=1}^n \lambda_i z_{ji} &\leq \theta z_{j0} \quad \forall j = (1, 2, \dots, k) \\
 \sum_{i=1}^n \lambda_i y_{ji} &\geq y_{j0} \quad \forall j = (1, 2, \dots, s) \\
 \lambda_i &\geq 0, \quad \forall i = (1, \dots, n)
 \end{aligned} \tag{3.12}$$

Tento model je podobný modelu A, len úloha vstupov a neželateľných výstupov je výmenená. Tento model znižuje len neželateľné výstupy.

Pre všetky opísané modely platí, že jednotka DMU je ekoeftívna ak hodnota účelovej funkcie je rovná jednotke a pre váhy platí $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w} \geq 0$, ale nerovnajú sa nule všetky naraz. V opačnom prípade hodnota účelovej funkcie je mierou efektívnosti pre pozorované DMU.

V článku KORHONEN, LUPTÁČIK (2004) autori uvádzajú, že tieto modely vedú k podobným výsledkom, keďže ekoeftívne DMU sú ekoeftívne pri použití ľubovoľného modelu. Pre viac informácií je možné nahliadnuť do spomínaného článku.

3.2.4 Model SBM-B

Modely, ktoré sme uviedli, sú CCR modelmi. V práci KORHONEN, LUPTÁČIK (2004) sa uvádza, že tieto modely je možné upraviť na rôzne DEA modely. My sa pokúsime naformulovať SBM model, analogicky k spomínaným CCR modelom. Základný SBM model ako je opísaný v kapitole 1, nie je vhodný na prácu s neželateľnými výstupmi. Preto je nutné tento model upraviť tak, aby mohol zahŕňať aj neželateľné výstupy a mohli sme ho použiť neskôr pri meraní efektívnosti regulácie. My uvedieme dva spôsoby zmeny SBM modelu tak, aby zahŕňal aj neželateľné výstupy.

Prvý spôsob modifikácie SBM modelu je v duchu myšlienky modelu B, v ktorom s neželateľnými výstupmi počítame ako so vstupmi. V účelovej funkcii zohľadníme sklzy prislúchajúce k neželateľným výstupom v čitateli spolu so vstupmi a ohraničenie pre neželateľné výstupy má rovnaký tvar ako ohraničenie pre vstupy. Zapísaný je nasledovne

$$(SBM - B) \quad \min_{\lambda, s^x, s^y, s^z} \rho = \frac{1 - \frac{1}{m+k} \sum_{i=1}^m s_i^x / x_{i0} - \frac{1}{m+k} \sum_{l=1}^k s_l^z / z_{l0}}{1 + \frac{1}{s} \sum_{r=1}^s s_r^y / y_{r0}} \quad (3.13)$$

$$\mathbf{x}_{j0} = \sum_{i=1}^n \lambda_i x_{ji} + s_j^x \quad \forall j \in \{1, 2, \dots, m\} \quad (3.14)$$

$$\mathbf{y}_{j0} = \sum_{r=1}^s \lambda_i y_{jr} - s_j^y \quad \forall j \in \{1, 2, \dots, s\} \quad (3.15)$$

$$\mathbf{z}_{j0} = \sum_{l=1}^k \lambda_i z_{jl} + s_j^z \quad \forall j \in \{1, 2, \dots, k\} \quad (3.16)$$

$$\lambda, s^x, s^y, s^z \geq 0 \quad (3.17)$$

Model SBM-B zahŕňa neželateľné výstupy v čitateli účelovej funkcie a počíta s nimi ako s výstupmi. Je ľahko nahliadnuteľné, že zvýšenie s^z vedie k zníženiu účelovej funkcie, ktorú minimalizujeme, preto sa v modeli snažíme premennú s^z maximalizovať. Zároveň v nerovnosti 3.16 sa s^z nachádza s kladným znamienkom, preto zvýšenie tejto premennej vedie k zmenšeniu neželateľného výstupu v projektovanom bode.

Takto zostavený model môžeme orientovať analogickým spôsobom, ako tomu bolo pre SBM model. Pre model SBM-B uvažujeme vstupne orientovaný model (vstupne

a zároveň výstupne neželateľno orientovaný model), ktorý má nasledovný tvar

$$\begin{aligned}
 (SBM - B - I) \min_{\lambda, s^x, s^z} \quad & 1 - \frac{1}{m+k} \sum_{i=1}^m \frac{s_i^x}{x_{i0}} - \frac{1}{m+k} \sum_{l=1}^k \frac{s_l^z}{z_{l0}} \\
 & \sum_{i=1}^n \lambda_i x_{ji} + s_j^x = x_{j0} \quad \forall j \in \{1, 2, \dots, m\} \\
 & \sum_{r=1}^n \lambda_i y_{jr} \geq y_{j0} \quad \forall j \in \{1, 2, \dots, s\} \\
 & \sum_{l=1}^n \lambda_i z_{jl} + s_j^z = z_{j0} \quad \forall j \in \{1, 2, \dots, k\} \\
 & \lambda, s^x, s^z \geq 0
 \end{aligned}$$

Účelová funkcia sa podobá tej z duálnej úlohy modelu B, teda tiež znižuje vstupy a neželateľné výstupy. Takto zostavený model nám vyhovuje, pretože je analógiou modelu B pre CCR obáľkový model. Takže môžeme neskôr prikrôčiť k ich porovnaniu a overenia faktu či dávajú podobné výsledky (so zohľadnením faktu, že SBM model dáva menšiu efektívnosť ako CCR model).

DMU 0 je efektívne, pre model SBM-B, ak všetky sklzy sú rovné 0 tak, ako tomu bolo v klasickom SBM modeli.

3.2.5 Model SBM-C

Druhý spôsob modifikácie SBM modelu je taký, že v čitateli ponecháme sklzy spojené s neželateľnými výstupmi a do menovateľa okrem sklzov želateľných výstupov pridáme sklzy pre vstupy. Takto definovaný model nám pripomína model C preto aj označenie modelu má v názve C.

$$(SBM - C) \quad \min_{\lambda, s^x, s^y, s^z} \rho = \frac{1 - \frac{1}{k} \sum_{l=1}^k s_l^z / z_{k0}}{1 + \frac{1}{s+m} \sum_{r=1}^s s_r^y / y_{r0} + \frac{1}{s+m} \sum_{i=1}^m s_i^x / x_{i0}} \quad (3.18)$$

$$\mathbf{x}_{j0} = \sum_{i=1}^n \lambda_i x_{ji} + s_j^x \quad \forall j \in \{1, 2, \dots, m\} \quad (3.19)$$

$$\mathbf{y}_{j0} = \sum_{r=1}^s \lambda_i y_{jr} - s_j^y \quad \forall j \in \{1, 2, \dots, s\} \quad (3.20)$$

$$\mathbf{z}_{j0} = \sum_{l=1}^k \lambda_i z_{jl} + s_j^z \quad \forall j \in \{1, 2, \dots, k\} \quad (3.21)$$

$$\lambda, s^x, s^y, s^z \geq 0 \quad (3.22)$$

Pre sklz a účelovú funkciu modelu SBM-C platí analogicky to isté ako pre model SBM-B.

Tento model orientujeme na výstupne neželateľno orientovaný model. Označenie modelu budeme uvádzať ako SBM-C-I. V názve je písmené I ako vstup(z anglického Input), a to len kvôli tomu, že v účelovej funkcii ponechávame čitateľ presne ako pri orientácii základného SBM modelu, kde sa nachádzajú vstupy.

$$\begin{aligned}
 (SBM - C - I) \min_{\lambda, s^z} \quad & 1 - \frac{1}{k} \sum_{l=1}^k \frac{s_l^z}{z_{l0}} \\
 & \sum_{i=1}^n \lambda_i x_{ji} \leq x_{j0} \quad \forall j \in \{1, 2, \dots, m\} \\
 & \sum_{r=1}^n \lambda_i y_{jr} \geq y_{j0} \quad \forall j \in \{1, 2, \dots, s\} \\
 & \sum_{l=1}^n \lambda_i z_{jl} + s_j^z = z_{j0} \quad \forall j \in \{1, 2, \dots, k\} \\
 & \lambda, s^z \geq 0
 \end{aligned}$$

Podobne ako pre model C aj tento model minimalizuje neželateľné výstupy, ale navyiac v prípade, keď sú tieto viacrozmerné, vie odhaliť neefektívnosti, ktoré by model C nebral do úvahy.

DMU 0 je efektívne, pre model SBM-C, ak sa všetky sklzy rovnajú 0.

3.2.6 SBM model s váhami

V modeli SBM je možné priradiť váhy jednotlivým vstupom a výstupom tak, aby odzrkadľovali dôležitosť toho ktorého vstupu či výstupu. V prípade ekoregulácie môžeme tiež využiť model s váhami. V prípade, že podnik produkuje dva alebo viac rôznych neželateľných výstupov môžeme v takomto modeli zvoliť akú dôležitosť prikladáme jednotlivým neželateľným výstupom a tým určiť určiť, ktorý z nich bude viac ovplyvňovať efektívnosť.

Rozdiel SBM modelu s váhami a SBM modelu je len v účelovej funkcii a je pridaná rovnosť na váhy. Modifikácia modelu SBM-B-I bude, že sa účelová funkcia zmení na

$$\min_{\lambda, s^x, s^z} \quad 1 - \sum_{i=1}^m \frac{w_i^x s_i^x}{x_{i0}} - \sum_{l=1}^k \frac{w_l^z s_l^z}{z_{l0}} \quad (3.23)$$

a k úlohe sa pridá

$$\sum_{i=1}^m w_i^x = 1 \quad \text{a} \quad \sum_{l=1}^k w_l^z = 1 \quad (3.24)$$

V prípade modelu SBM-B-I sa účelová funkcia zmení na

$$\min_{\lambda, s^x, s^z} \quad 1 - \sum_{l=1}^k \frac{w_l^z s_l^z}{z_{l0}} \quad (3.25)$$

a k úlohe sa pridá

$$\sum_{l=1}^k w_l^z = 1 \quad (3.26)$$

Kapitola 4

Regulácia a ekoeфекtívnosť

Zavedenie regulácie ovplyvňuje správanie podnikov, ktorých sa týka. Pri zavedení regulácie je častokrát nutné stanoviť sankcie pre prípad, že nebudú regulačné podmienky dodržané. Toto ale my nebudeme skúmať, zameriame sa na inú časť zavedenia regulácie. Zavedenie regulácie totiž prináša nové podmienky do systému. Podniky sú obmedzené stanoveným regulačnými pravidlami. V našom prípade sme uviedli niekoľko regulačných ohraničení. V DEA modeloch nemodelujeme správanie sa podnikov a tým ani spôsob, akým zmenia svoju technológiu po zavedení regulácie. Naším cieľom bude skúmať, ako sa zmení efektívnosť podniku po pridaní regulačných podmienok.

V tejto kapitole uvedieme niekoľko spôsobov ako použiť DEA modely na zistenie vplyvu regulácie na efektívnosť. Zameriame sa na oblasť životného prostredia, a preto aj regulácie budú z tejto oblasti. Keďže sa nachádzame v oblasti ekológie, použijeme niektoré myšlienky z DEA modelov orientovaných na ekoeфекtívnosť (opísané v predchádzajúcej kapitole). Budeme používať pojem ekoregulácia, v zmysle regulácie v oblasti životného prostredia (napríklad regulácia množstva vypúšťaných skleníkových plynov podnikom do ovzdušia).

Ako sme uviedli už predtým, budeme sa venovať dvom typom ekoregulácie. A to ekoregulácie emisií na jednotku vstupu, teda

$$\frac{z_l}{x_{il}} \leq \alpha_l, \quad \forall l = (1, 2, \dots, k) \quad (4.1)$$

a ekoregulácia emisií na jednotku výstupu, teda

$$\frac{z_l}{y_{rl}} \leq \alpha_l, \quad \forall l = (1, 2, \dots, k) \quad (4.2)$$

Budeme sa teda snažiť zohľadniť takéto regulačné ohraničenia uvalené na podniky pri vyčíslení ich efektívnosti.

V kapitole 2.1 sa používa na zahrnutie regulácie do modelu dištančná funkcia. Tento postup možno použiť aj v DEA modeloch ako bolo spomínané v článku FÄRE, LOGAN (1992). Pri snahe implementovať tento prístup aj do DEA modelu pri ekoregulácií sme narazili na problémy, ktoré spôsobovali, že DEA model bol v niektorých prípadoch neriešiteľný.

Prvý model, do ktorého sme sa snažili zakomponovať reguláciu, bol vstupne orientovaný model B z kapitoly o ekomodeloch. Takýto model nie je riešiteľný pre tie DMU, ktoré nespĺňajú regulačné ohraničenie. Pretože dištančná funkcia znižuje aj vstupy aj neželateľné výstupy rovnomerne. Takto nie je možné sa dostať do novej množiny prípustných riešení, pretože regulačné ohraničenie v prípade ekoregulácie regulačná hranica má tvar $\mathbf{z} = \alpha \mathbf{x}$ na rozdiel od regulačného ohraničenia v prípade rate of return, ktoré má tvar $r_N x_N = p^T \mathbf{y} - \alpha \mathbf{x}$. Ak ekoregulačná podmienka nie je splnená, potom ani redukcia vo vstupoch a zároveň neželateľných výstupoch nepovedie k splneniu regulačnej podmienky.

4.1 Štandardy

Na zapracovanie regulačnej podmienky do DEA modelu sme preto v modeloch využili iný prístup. Ide o myšlienku definovať štandardy pre množinu DMU jednotiek. Pridanie štandardov do DEA modelu opisuje napríklad GOLANY, ROLL (1994). V tradičných DEA modeloch porovnávame jednotlivé DMU medzi sebou a tak vytvárame hranicu produkčných možností. Avšak častokrát je vhodné porovnávať DMU s tým čo by mohli, mali alebo sú nútení dosiahnuť. Podobne je tomu aj v našom prípade. Ak je na podnik uvalená regulácia, potom by mal zmeniť svoju technológiu tak, aby spĺňal regulačné ohraničenie. Preto vytvoríme pre DMU, ktoré nespĺňajú regulačné ohraničenie nové DMU (fiktívne DMU), ktoré pridáme k pôvodným. Takto vytvoríme novú hranicu efektívnosti, alebo štandard pre porovnávané DMU, ktorý je nutné dosiahnuť aby splnili regulačnú podmienku.

V článku GOLANY, ROLL (1994) autori neuvádzajú spôsob ako vytvoriť štandardy. Preto teraz opíšme dva spôsoby ako stanoviť štandardy, v prípade ekoregulácie. Na stanovenie štandardov pre porovnávané DMU použijeme regulačné ohraničenie. Štandardy vytvoríme tak, aby spĺňali regulačné ohraničenie.

Ak skúmame ekoreguláciu emisií na jednotku vstupu pre dané α nájdeme DMU, ktoré nespĺňajú regulačné ohraničenie 4.1 a pomocou nich vytvoríme nové fiktívne DMU (DMU 0F) nasledovným postupom:

1. Všetky vstupy a želateľné výstupy DMU 0 budú rovnaké aj pre nové DMU 0F.
2. Neželateľné výstupy, ktoré spĺňajú regulačnú podmienku 4.1 pre DMU 0 ponecháme rovnaké aj pre nové DMU 0F.
3. Neželateľné výstupy, ktoré nespĺňajú regulačnú podmienku 4.1 pre DMU 0 budú pre DMU 0F nadobúdať hodnoty $z_{i0F} = \alpha x_{i0}$.

Ak použijeme ekoreguláciu emisií na jednotku výstupu postup je analogický.

Toto je nami navrhovaný spôsob stanovenia štandardov pre oblasť životného prostredia. Prenechávame priestor pre vytvorenie iných postupov a ich prípadnému porovnaníu.

Tento spôsob vytvorenia štandardov nám dáva možnosť porovnať efektívnosť podniku bez regulácie a efektívnosť pri zohľadnení regulácie. Namiesto pridania nového

	1 (A)	2 (B)	3 (C)	4 (D)	5 (E)	6 (F)	7 (G)
X	20	15	19	11	13	31	24
Y	13	13	13	13	13	13	13
Z	13	24	30	55	62	43	50

Tabuľka 4.1:

	1 (D')	2 (E')	3 (G')
X	11	13	24
Y	13	13	13
Z	22	26	48

Tabuľka 4.2: Fiktívne DMU

ohraničenia do DEA modelu budeme počítať DEA model na základných dátach a výsledky interpretujeme ako efektívnosť DMU bez efektu regulácie. Následne vytvoríme fiktívne DMU, ktoré pridáme k pôvodným dátam a na takto vytvorených dátach budeme opäť počítať rovnaký DEA model. Takto spočítané efektívnosti definujeme ako efektívnosť DMU pri zohľadnení regulácie. Tieto výsledky potom porovnáme a ich vyhodnotením dostaneme vplyv regulácie na efektívnosť. Tento proces vyhodnotenia sa bude líšiť od použitého modelu. Jednotlivé postupy uvádzame pri konkrétnych modeloch.

Pridaním štandardov do modelu vzniká nová hranica efektívnosti, ktorá stanovuje, kam by sa mali podniky dostať. Či už oni zmenia svoju technológiu a splnia regulačnú podmienku, alebo nie, my môžeme vyčíslieť, akú majú efektívnosť vzhľadom na tieto ciele, ktoré sú stanovené regulačnou podmienkou. Poznamenajme, že budeme porovnávať len DMU, ktoré boli v pôvodných dátach. Pre fiktívne DMU, ktoré sme vytvorili, nie je nutné počítať DEA model. Slúžia len na stanovenie štandardu, s ktorým sú všetci konfrontovaní.

V ďalšom uvediem DEA modely, s ktorými sme pracovali a pomocou ktorých určíme efektívnosti s a bez zohľadnenia regulácie. S niektorými sme dosahovali dobré výsledky, iné sa ukázali byť nie príliš vhodné na tento účel. Na počítanie týchto modelov sme ich naprogramovali v MATLABE, zdrojové kódy sú v prílohe.

4.2 Model B

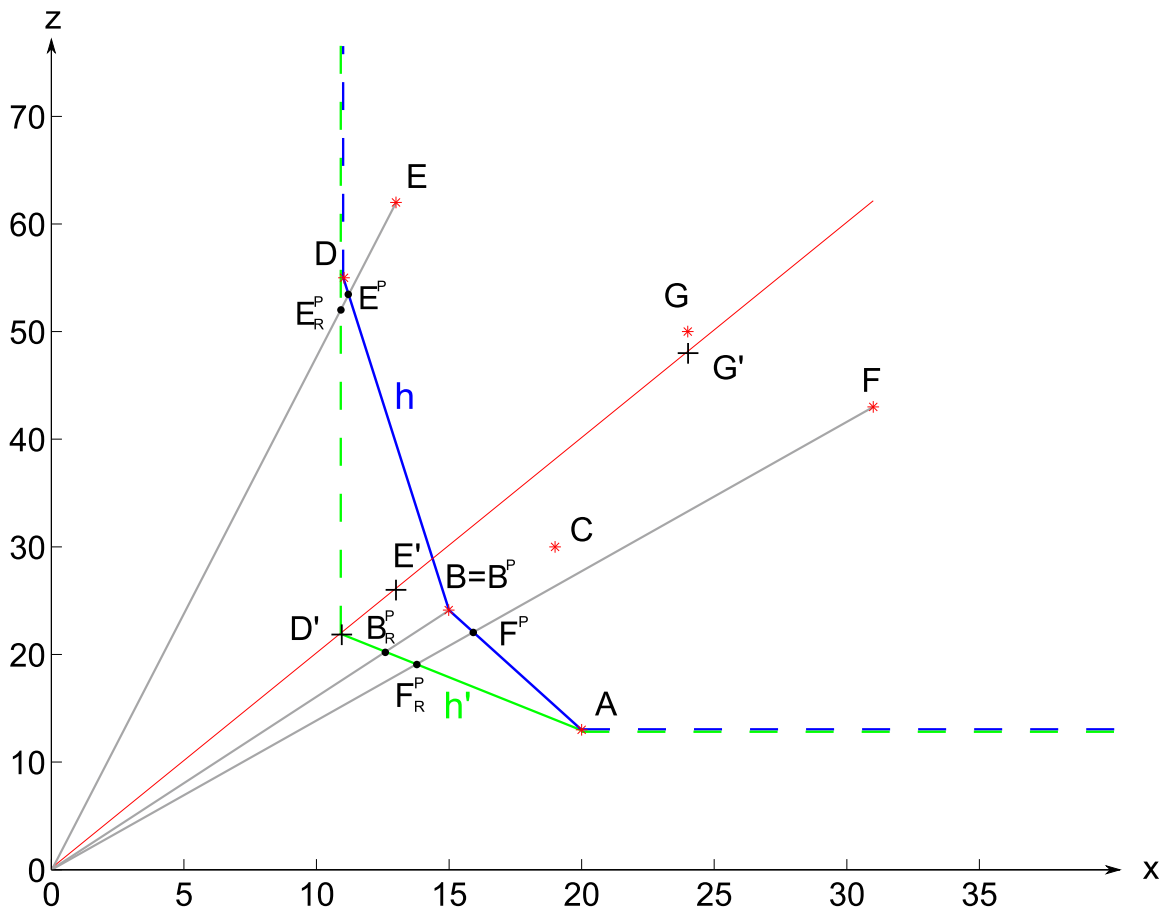
Na určenie vplyvu ekoregulácie na efektívnosť prezentujeme ako prvé CCR modely, ktoré sú jednoduché, ale nezachytávajú všetku neefektívnosť. Neskôr pristúpime k modelom, ktoré dokážu odhaliť viac neefektívnosti.

Prvý model ktorý budeme používať je model B z predchádzajúcej kapitoly. Tento zaraďuje neželateľné výstupy ako vstupy a tým ich minimalizuje. Formulácia modelu B je uvedená v kapitole 3.2. Pri počítaní efektívnosti bez vplyvu regulácie použijeme tento model na dáta, ktoré chceme skúmať. Ďalším krokom je vytvorenie štandardov pre model, s ktorým spočítame efektívnosť pre regulovaný prípad. Fiktívne DMU sa môžu vytvoriť niektorým spôsobom opísaným vyššie a pridajú sa k pôvodným dátam.

DMU	Ef^{NR}	Ef^R	$Ef^{NR} - Ef^R$	Ef^R/Ef^{NR}
1 (A)	1.000	1.000	0.000	1.000
2 (B)	1.000	0.846	0.154	0.846
3 (C)	0.794	0.673	0.120	0.848
4 (D)	1.000	1.000	0.000	1.000
5 (E)	0.862	0.846	0.016	0.982
6 (F)	0.513	0.446	0.067	0.870
7 (G)	0.594	0.458	0.136	0.771

Tabuľka 4.3: model B regulácia na X

Na ilustráciu tohto prístupu použijeme zmýšľané údaje pre 7 DMU prezentované v tabuľke 4.1. V týchto dátach je želaný výstup rovnaký pre všetky DMU. Samozrejme v skutočnosti takéto dáta len ťažko nájdeme avšak model B nie je ohraničený len na takýto prípad, takto zvolené dáta sú len kvôli prehľadnosti a ilustrácii. Na týchto údajoch sme vyrátali pomocou modelu B ich efektívnosti. Ďalej nech regulačná konštanta je stanovená ako $\alpha = 2.0$ a typ ekoregulácie je na jednotku vstupu, teda regulačná podmienka nadobúda tvar: $z_0 \leq 2x_0$ pre DMU 0. Potom DMU 4,5 a 7 (alebo D, E a G) nespĺňajú regulačnú podmienku. Následne sme určili fiktívne DMU D', E' a G', ktorých hodnoty sme počítali spôsobom opísaným na začiatku tejto kapitoly. Konkrétne hodnoty prezentuje tabuľka 4.2. Tieto sme pridali k pôvodným a pomocou modelu B sme zráтали ich efektívnosť.



Obr. 4.1: Model B na ilustračné dáta

Dáta (pôvodné aj fiktívne) a hranicu efektívnosti a pseudoeffectívnosti možno vidieť na obrázku 4.1. Obrázok ukazuje útvary DMU v dimenzii $X \times Z$ (Vstupy \times neželateľné výstupy). Na osi x sú vstupy (X) a na osi y sú neželateľné výstupy (Z). Červenou čiarou je znázornená regulačná podmienka. Všetky DMU, ktoré sú menšie alebo rovné ako táto hranica, spĺňajú regulačnú podmienku. Všimnime si, že diktívne DMU sa nachádzajú na hranici efektívnosti, tak boli skonštruované. Modrou čiarou h je znázornená hranica efektívnosti pre prípad, keď do modelu vstupujú len pôvodné dáta. Zelenou čiarou h' je znázornená hranica efektívnosti pre prípad, kedy sme do modelu zahrnuli aj fiktívne DMU. Nakoniec šedou čiarou je vyznačené ako prebieha projekcia, konkrétne pre niektoré DMU.

Pridaním fiktívnych DMU vznikla nová hranica efektívnosti h' , ktorá zohľadňuje podmienku regulácie. Ale DMU, ktoré nespĺňali regulačnú podmienku sa projektujú na hranicu pseudoeffectívnosti a nie na hranicu efektívnosti. Je to preto, že model CCR nezohľadňuje všetky zdroje neeffectívnosti, len radiálne znižuje vstupy aj neželateľné výstupy. Toto sa dá odstrániť použitím iného modelu, k čomu prikočíme neskôr.

4.2.1 Príklad regulácie na vstup

Výsledky modelu B na uvedených dátach zachytáva tabuľka 4.3. Kde Ef^{NR} označuje stĺpec s efektívnosťami pre model, do ktorého boli zahrnuté len pôvodné DMU. Ef^R označuje stĺpec s efektívnosťami pre model so zohľadnením regulácie, teda ten, do ktorého sme zahrnuli aj fiktívne DMU. Ďalej nasledujú stĺpce s rozdielom v efektívnosti modelu s reguláciou a bez nej, pre jednotlivé DMU. Vyznačené sú tie DMU, ktoré nespĺňajú regulačnú podmienku.

Teraz ukážeme, ako z týchto výsledkov môžeme určiť efekt regulácie (vplyv regulácie na efektívnosť). Pre názornosť tento postup budeme prezentovať pomocou grafu 4.1, konkrétne vezmeme DMU F. Tento postup však možno aplikovať na ľubovoľné DMU.

Všimnime si bod F^P , ktorý znázorňuje projekciu DMU F v prípade modelu bez regulácie a bod F_R^P , ktorý je projekciou DMU F pre regulovaný prípad za použitia modelu B. Effectívnosť v neregulovanom prípade sa dá zapísať ako $Ef_F^{NR} = \frac{0F^P}{0F}$, kde $0F$ respektíve $0F^P$ určuje vzdialenosť bodu F respektíve bodu F^P od bodu 0. Pre prípad zohľadňujúci reguláciu potom platí $Ef_F^R = \frac{0F_R^P}{0F}$. Ako efekt regulácie definujeme pomer

$$Ef_F^{ER} = \frac{0F_R^P}{0F^P}.$$

Potom platí, že effectívnosť v regulovanom prípade sa dá rozložiť na effectívnosť bez regulácie a efekt regulácie. Zapísané vo všeobecnosti pre DMU 0:

$$Ef_0^R = Ef_0^{NR} \cdot Ef_0^{ER}.$$

Effect regulácie potom dostaneme ako podiel

$$Ef_0^{ER} = \frac{Ef_0^R}{Ef_0^{NR}}.$$

DMU	Ef^{NR}	Ef^R	$Ef^{NR} - Ef^R$	Ef^R/Ef^{NR}
1 (A)	1.000	1.000	0.000	1
2 (B)	1.000	0.733	0.267	0.733
3 (C)	0.794	0.579	0.215	0.729
4 (D)	1.000	1.000	0.000	1
5 (E)	0.862	0.846	0.016	0.981
6 (F)	0.513	0.361	0.151	0.705
7 (G)	0.594	0.458	0.136	0.771

Tabuľka 4.4: model B regulácia na Y

Tieto výsledky môžeme vidieť v poslednom stĺpci tabuľky 4.3. Efekt regulácie nám hovorí na koľko percent sa zníži efektívnosť ak sa zavedie regulácia, ktorá stanoví nové štandardy alebo cieľe.

Použitím štandardov pri výpočte efektívnosti pre regulovaný prípad vzniká nová hranica efektívnosti. Táto obaluje hranicu z neregulovaného prípadu, a preto pre efektívnosti v regulovanom prípade platí

$$Ef_j^R \leq Ef_j^{NR} \quad \forall j = (1, 2, \dots, n).$$

Regulácia prináša teda zníženie efektívnosti. Zníženie efektívnosti sa dotkne tých DMU, ktoré nespĺňali regulačnú podmienku, ale aj tých, ktoré regulačnú podmienku spĺňali. Toto je spôsobené tým, že príchodom regulácie vznikajú nové štandardy, ktoré by sa mali splniť. Tým, že niektoré DMU nespĺňa regulačnú podmienku, regulácia mu stanoví novú technológiu, do ktorej by sa mal dostať. Táto technológia môže byť až taká efektívna, že prekoná aj technológie DMU, ktoré spĺňali regulačné ohraničenie. Tým aj pre ne vzniká zníženie efektívnosti.

Pozrime sa teraz na výsledky, ktoré prezentuje tabuľka 4.3(v popise tabuľky je regulácia na X - čo znamená, že počítame s reguláciou na vstup) a ich grafické znázornenie je možno vidieť na obrázku 4.1. DMU A a D zostali podľa tohoto modelu efektívne v prípade zohľadnenia regulácie aj bez nej. Ako vidíme z obrázka DMU D môže znížiť neželateľné výstupy, ale to tento CCR model nevie zohľadniť, preto je tu motivácia k vyskúšaní modelu SBM. DMU B bolo efektívne pred zavedením regulácie, avšak zavedenie regulácie vytvorilo nové štandardy a B v porovnaní s novými štandardami už nie je efektívne. Efekt regulácie pre DMU B je 84.62% a toto je aj jeho efektívnosť po zavedení regulácie. Pre DMU C, G, E a F sa znížila ich miera efektívnosti, keď sa zohľadnila regulácia. Podrobnejšie sa pozrime na prípad DMU B a E. DMU B je efektívne v prípade, keď nezohľadňujeme reguláciu, naopak DMU F nie je efektívne, avšak po zohľadnení vplyvu regulácie nastáva zmena v efektívnosti. Pre DMU B je to podstatne veľká zmena efektívnosti zo 100% na 84.6% čo je aj efekt regulácie. Pre DMU E naopak, je efekt regulácie podstatne menší, jeho miera efektívnosti sa zníži len na 98.2% , čím sa jeho miera efektívnosti dostane na rovnakú úroveň ako pre DMU B.

Vplyv regulácie na efektívnosť je rôzna pre rôzne DMU a aj na efektívne DMU môže mať regulácia väčší vplyv (efektívnosť sa zníži viac) ako na neefektívne DMU.

Model C znižuje len neželateľné výstupy vo svojej účelovej funkcii. Na grafe je možné vidieť, že v tomto prípade projekcie smerujú rovnobežne s osou y , na ktorej je znázornený neželateľný výstup. Teda v tomto prípade, keď neželateľný výstup je jednorozmerný, zachytáva jeho celú neefektívnosť. Preto v tomto ohľade je pre jednorozmerné neželateľné výstupy lepší ako model B. Ale nezachytáva neefektívnosť pre vstupy.

Efekt regulácie budeme opäť počítať rovnako ako v prípade modelu B. Teda platí

$$Ef_0^R = Ef_0^{NR} \cdot Ef_0^{ER}$$

pre DMU 0. Na ilustráciu slúži DMU C, na ktorý môžeme použiť rovnaký postup ako na DMU F, ktorý sme opísali pre model B. Stručne sa pozrime teraz na výsledky tohoto modelu. DMU A ostáva efektívne pred aj pri zohľadnení regulácie tak, ako v prípade modelu B. Hlavný rozdiel oproti modelu B je pri DMU D, ktoré pri zohľadnení regulácie už viac nie je efektívne. Model C dokázal v tomto prípade odhaliť neefektívnosť v neželateľnom výstupe. Podobne pre DMU F sa efektívnosť znížila viac ako v prípade modelu B až na 50.6% a preto DMU B ostáva efektívnejšie ako DMU E. Pre DMU F a G sa nič nezmení ani po pridaní štandardov podľa regulácie, projektujú sa na hranicu pseudoefektívnosti a tento model nezohľadňuje ich neefektívnosť vzhľadom na vstupy.

4.4 SBM-B-I

V ďalšom popíšeme použitie SBM modelov, SBM-B-I a SBM-C-I. V prípade použitia modelu B dochádzalo k tomu, že DMU, ktoré nespĺňali regulačnú podmienku boli projektované na hranicu pseudoefektívnosti. Bolo teda možné znížiť neželateľný výstup tak, aby bola splnená regulačná podmienka a tým odhaliť aj túto neefektívnosť. Kvôli tomu sa ako lepšia varianta zdá byť SBM model, pretože tento model projektuje všetky DMU na hranicu efektívnosti a teda všetky projekcie budú spĺňať regulačné ohraničenie, čo je to, čo sme chceli dosiahnuť.

Na určenie vplyvu regulácie na efektívnosť pomocou modelu SBM-B-I použijeme štandardy vytvorené pomocou regulačného ohraničenia. Na ich vytvorenie použijeme jedno z dvoch uvedených typov regulácie 4.1 alebo 4.2.

V nasledujúcej kapitole uvádzame výpočty na reálnych dátach s použitím tohto modelu. Tu uvedieme len spôsob výpočtu. Pri regulácií typu 4.1 použijeme túto na stanovenie štandardov podľa postupu popísaného na začiatku tejto kapitoly. Následne použijeme model SBM-B-I na pôvodné dáta. Optimálne hodnoty účelovej funkcie označíme ako Ef_i^{NR} a optimálne hodnoty premenných ako λ^{NR} , $s^{x,NR}$, $s^{z,NR}$ (neregulovaný prípad). Potom na dáta s pridanými štandardami opäť použijeme model SBM-B-I. Optimálne hodnoty účelovej funkcie teraz označíme ako Ef_i^R a optimálne hodnoty premenných ako λ^R , $s^{x,R}$, $s^{z,R}$ (regulovaný prípad).

V tomto modeli môžeme jednoducho rozložiť ekoeffektívnosť na ekologickú (efektívnosť v neželateľných výstupoch) a technickú efektívnosť (alokácia vstupov). Zlomok

$\frac{1}{m+k} \sum_{i=1}^m \frac{s_i^x}{x_{i0}}$ vyjadruje zníženie efektívnosti v dôsledku vysokého množstva neže-

DMU	Ef^{NR}	Ef^R	$Ef^{NR} - Ef^R$	$s^{x,NR}$	$s^{z,NR}$	$s^{x,R}$	$s^{z,R}$
1 (A)	1.000	1.000	0.000	0	0	0	0
2 (B)	1.000	0.825	0.175	0	0	4	2
3 (C)	0.753	0.656	0.097	0	14.8	8	8
4 (D)	1.000	0.700	0.300	0	0	0	33
5 (E)	0.819	0.600	0.218	0	22.5	2	40
6 (F)	0.474	0.433	0.041	11	30	20	21
7 (G)	0.547	0.449	0.098	4	37	13	28

Tabuľka 4.6: model SBM-B-I regulácia na X

lateľného výstupu pre DMU 0. Na druhej strane zlomok $\frac{1}{m+k} \sum_{i=1}^k \frac{s_i^z}{z_{i0}}$ vyjadruje zníženie efektívnosti v dôsledku používania veľkého množstva vstupov pri výrobe výstupov.

Pre tento model efekt regulácie (označíme ako Ef_i^{ER}) na efektívnosť definujeme jednoducho ako

$$Ef_0^{ER} = Ef_0^{NR} - Ef_0^R \quad (4.3)$$

Vplyv regulácie v modeli SBM-B-I je rozdiel sklzov pre neregulovaný a regulovaný prípad a teda určuje o koľko sa efektívnosť znížila pri zohľadnení regulácie. Podobne možno vyčíslit aj vplyv regulácie v jednotlivých zložkách - ekoeftívnosti a technickej efektívnosti. Pre technickú efektívnosť pozeráme na rozdiel v sklzoch vstupov

$$Ef_0^{ER_x} = \frac{1}{m+k} \sum_{i=1}^m \frac{s_i^{x,R}}{x_{i0}} - \frac{1}{m+k} \sum_{i=1}^m \frac{s_i^{x,NR}}{x_{i0}}$$

V prípade ekoeftívnosti rátame rozdiel sklzov neželateľných výstupov

$$Ef_0^{ER_z} = \frac{1}{m+k} \sum_{i=1}^k \frac{s_i^{z,R}}{z_{i0}} - \frac{1}{m+k} \sum_{i=1}^k \frac{s_i^{z,NR}}{z_{i0}}$$

Pričom platí

$$Ef_0^{ER_x} + Ef_0^{ER_z} = Ef_0^{ER}$$

DMU	X	Z	EF^{NR_x}	EF^{NR_z}	EF^R_x	EF^R_z	EF^{ER_x}	EF^{ER_z}	$EF^{ER_x} + EF^{ER_z}$
1 (A)	20	13	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
2 (B)	15	24	0.000	0.000	0.133	0.042	0.133	0.042	0.175
3 (C)	19	30	0.000	0.247	0.211	0.133	0.211	-0.113	0.097
4 (D)	11	55	0.000	0.000	0.000	0.300	0.000	0.300	0.300
5 (E)	13	62	0.000	0.181	0.077	0.323	0.077	0.141	0.218
6 (F)	31	43	0.177	0.349	0.323	0.244	0.145	-0.105	0.041
7 (G)	24	50	0.083	0.370	0.271	0.280	0.188	-0.090	0.098

Tabuľka 4.7: model SBM-B-I (rozloženie) regulácia na X

DMU	Ef^{NR}	Ef^R	$Ef^{NR} - Ef^R$	$s^{x,NR}$	$s^{z,NR}$	$s^{x,R}$	$s^{z,R}$
1 (A)	1.000	1.000	0.000	0	0	0	0
2 (B)	1.000	0.692	0.308	0	0	4	8
3 (C)	0.753	0.549	0.204	0	15	8	14
4 (D)	1.000	0.642	0.358	0	0	0	39
5 (E)	0.819	0.549	0.270	0	22	2	46
6 (F)	0.474	0.359	0.115	11	30	20	27
7 (G)	0.547	0.385	0.162	4	37	13	34

Tabuľka 4.8: model SBM-B-I regulácia na Y

4.4.1 Príklad regulácie na vstup

Na dátach 4.1 sme ilustračne použili tento model na zistenie vplyvu regulácie na efektívnosť. Výsledky modelu ukazuje tabuľka 4.6. Prvé 4 stĺpce tabuľky sú rovnaké ako pri výsledkoch modelu B (DMU, efektívnosť pred reguláciou, po regulácii a rozdiel v efektívnostiach). Štvrtý stĺpec tentokrát zároveň určuje, aký vplyv má regulácia na efektívnosť podľa 4.3. V ďalších stĺpcoch sú uvedené jednotlivé sklzy pre vstup a neželateľný výstup najskôr pre neregulovaný prípad a potom pre regulovaný. V tabuľke 4.7 sú dáta z postupných výpočtov efektívností pre technickú efektívnosť a ekologickú efektívnosť podľa definícií vyššie. Keď sa pozrieme na výsledky v tabuľke vidíme, že DMU A ostalo efektívne aj po zohľadnení regulácie ako tomu bolo aj v predchádzajúcich modeloch. Po zohľadnení regulácie sa efektívnosť DMU C, F a G znížila na nižšiu úroveň ako v modeli B. DMU F a G nespĺňali regulačnú podmienku, ale boli ďaleko od hranice efektívnosti v prípade nezohľadnenia regulácie, preto efekt regulácie nebol taký veľký (4.1% a 9.8%) ako v prípade DMU D. Na tento regulácia vplývala až 30% znížením efektívnosti. Vplyv regulácie na DMU E bol tiež vysoký, rovný 21%. A na DMU B 17%. Ako sme si už všimli DMU D už nie je efektívne v prípade zohľadnenia regulácie. Model SBM teda odhalil aj neefektívnosť, ktorú sme použitím modelu B nedostali.

Pozrime sa ešte na sklzy v modeli. Sklzy hovoria o tom, ako treba znížiť vstupy a neželateľné výstupy. Ako príklad uvedieme DMU B, v neregulovanom prípade sú sklzy rovné 0 a tým pádom je efektívne. Ale v prípade zohľadnenia regulácie sú sklzy pre vstup $s^{x,R} = 4$ a pre neželateľný výstup $s^{z,R} = 2$. Ak by teda DMU B znížilo vstup o 4 a neželateľný výstup o 2, dostalo by sa na hranicu efektívnosti. Vplyv regulácie na technickú efektívnosť je 13.3% a na ekologickú efektívnosť 4.2%, čo po sčítaní dáva vplyv regulácie na ekoeфекtívnosť 17.5%. V prípade DMU D je zníženie efektívnosti celé v ekologickej efektívnosti, čo korešponduje s tým, že model B neodhalil žiadnu efektívnosť. V prípade DMU C, F a G, že sklz pre neželateľné výstupy je menší pri zohľadnení regulácie ako keď ju nezohľadníme. A tým je spôsobené, že efekt regulácie v ekologickej efektívnosti je záporný (zvýšenie ekologickej regulácie po zohľadnení regulácie), toto je vidno v tabuľke 4.7, stĺpec EF^{ERz} . Treba si ale všimnúť, že celkový vplyv regulácie je kladný (zníženie ekoeфекtívnosti). Toto sa stalo preto, že model posudzuje s rovnakou váhou vstup, aj neželateľný výstup. Ak sa chceme sústrediť na znižovanie neželateľného výstupu, máme možnosť priradiť mu väčšiu váhu, ak použijeme model s váhami.

4.4.2 Príklad regulácie na výstup

Tak ako v prípade modelu B aj teraz vyskúšame reguláciu na výstup, opäť an našich ilustratívnych dátach. Regulačná konštanta je opäť $\alpha = 1.2$. Ekoefektívnosti sú v tabuľke 4.8 a jednotlivé zložky a ich priebežné výsledky v tabuľke 4.9. Vidíme, že oproti modelu SBM-B-I sa zvýšil vplyv regulácie. Okrem DMU A, ktoré stále ostalo efektívne aj pri zohľadnení regulácie. Ale pre DMU B bol efekt tejto regulácie na výstup 30.8% (oproti tomu 17.5% pre reguláciu na vstup). Podobné výsledky sú aj pre ostatné DMU. Zvýšenie vplyvu ekoregulácie mala na svedomí ekologická regulácia, vidíme, že jej vplyv sa zvýšil pre všetky DMU (samozrejme okrem DMU A) v porovnaní s modelom SBM-B-I. To je spôsobené tým, že hranica efektívnosti pri zohľadnení regulácie sa zmenšil jej sklon od sklonu hranice efektívnosti pre model SBM-B-I (viď obrázky: 4.2 a 4.2, hranica efektívnosti h'). Teda táto regulačná podmienka bola stanovená prísnejšie, a preto je aj efekt regulácie väčší pre tento prípad.

4.5 SBM-C-I

Efekt regulácie pomocou modelu SBM-C-I budeme počítat tak, ako v prípade modelu SBM-B-I. Rovnako ako v predchádzajúcom prípade použijeme model SBM-C-I na pôvodné dáta a následne na dáta s pridanými štandardami. Optimálne hodnoty účelovej funkcie označíme ako Ef_i^{NR} a optimálne hodnoty premenných ako $\lambda^{NR}, s^{y,NR}, s^{z,NR}$ (neregulovaný prípad). Potom na dáta s pridanými štandardami opäť použijeme model SBM-C-I. Optimálne hodnoty účelovej funkcie teraz označíme ako Ef_i^R a optimálne hodnoty premenných ako $\lambda^R, s^{y,R}, s^{z,R}$ (regulovaný prípad).

Opäť prezentujeme výsledky na dátach 4.1. Výsledky pre model C sú v tabuľke 4.10. Keďže náš príklad zahŕňa len jeden neželateľný výstup, výsledky modelu SBM-C-I sú rovnaké ako pre model C. V porovnaní s výsledkami modelu SBM-B-I je vplyv regulácie väčší. Tento model prísnejšie vyhodnotil ekologickú efektívnosť a tým zvýšil efekt regulácie oproti modelu SBM-B-I. V prípade DMU D je vplyv regulácie 60% zníženie efektívnosti, pričom v modeli SBM-B-I to bolo len 30%.

DMU	X	Z	EF^{NR_x}	EF^{NR_z}	EF^{R_x}	EF^{R_z}	EF^{ER_x}	EF^{ER_z}	$EF^{ER_x} + EF^{ER_z}$
1 (A)	20	13	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
2 (B)	15	24	0.000	0.000	0.133	0.175	0.133	0.175	0.308
3 (C)	19	30	0.000	0.247	0.211	0.240	0.211	-0.007	0.204
4 (D)	11	55	0.000	0.000	0.000	0.358	0.000	0.358	0.358
5 (E)	13	62	0.000	0.181	0.077	0.374	0.077	0.193	0.270
6 (F)	31	43	0.177	0.349	0.323	0.319	0.145	-0.030	0.115
7 (G)	24	50	0.083	0.370	0.271	0.344	0.188	-0.026	0.162

Tabuľka 4.9: model SBM-B-I(rozloženie) regulácia na Y

DMU	Ef^{NR}	Ef^R	$Ef^{NR} - E^R$	$s^{z,NR}$	$s^{z,R}$
1 (A)	1.000	1.000	0.000	0	0
2 (B)	1.000	0.750	0.250	0	6
3 (C)	0.507	0.467	0.040	15	16
4 (D)	1.000	0.400	0.600	0	33
5 (E)	0.637	0.323	0.315	23	42
6 (F)	0.302	0.302	0.000	30	30
7 (G)	0.260	0.260	0.000	37	37

Tabuľka 4.10: model SBM-C-I regulácia na X

DMU	Ef^{NR}	Ef^R	$Ef^{NR} - Ef^R$	$s^{x,NR}$	$s^{z,NR}$	$s^{x,R}$	$s^{z,R}$
1 (A)	1.000	1.000	0.000	0	0	0	0
2 (B)	1.000	0.825	0.175	0	0	0	6
3 (C)	0.655	0.627	0.028	0	14.8	0	16
4 (D)	1.000	0.580	0.420	0	0	0	33
5 (E)	0.746	0.502	0.244	0	22.5	2	40
6 (F)	0.405	0.405	0.000	11	30	11	30
7 (G)	0.432	0.432	0.000	4	37	4	37

Tabuľka 4.11: model SBM-B-I s váhami, regulácia na X

4.6 SBM model s váhami

SBM model s váhami sa môže použiť keď chceme porovnať podniky, ktoré produkujú viacero neželateľných výstupov, alebo zmeniť dôležitosť neželateľného výstupu v prípade modelu SBM-B-I. Prvý prípad použitia modelu s váhami ukážeme v nasledujúcej kapitole, kde budú dáta obsahovať dva neželateľné výstupy. Teraz na našich zmýšľaných údajoch ukážeme druhé použitie tohoto modelu. Neželateľným výstupom priradíme váhu $w^z = 0.7$ a vstupom váhu $w^x = 0.3$. Teda neželateľným výstupom chceme prikladať väčšiu dôležitosť pri ich znižovaní ako vstupom. Poznamenajme, že keby sme stanovili $w^z = 1$ dostali by sme výsledky modelu SBM-C-I. Počítali sme s ekoreguláciou na vstupy a $\alpha = 2$.

Výsledky pre takto formulovaný model sú v tabuľke 4.11 a prepočty ekologickej a technickej efektívnosti v tabuľke 4.12. Oproti výsledkom modelu SBM-B-I bez váh sa efektívnosti znížili pre neregulovaný prípad aj pre prípad zohľadnenia regulácie.

DMU	X	Z	EF^{NR_x}	EF^{NR_z}	EF^R_x	EF^R_z	EF^{ER_x}	EF^{ER_z}	$EF^{ER_x} + EF^{ER_z}$
1 (A)	20	13	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
2 (B)	15	24	0.000	0.000	0.000	0.175	0.000	0.175	0.175
3 (C)	19	30	0.000	0.345	0.000	0.373	0.000	0.028	0.028
4 (D)	11	55	0.000	0.000	0.000	0.420	0.000	0.420	0.420
5 (E)	13	62	0.000	0.254	0.046	0.452	0.046	0.198	0.244
6 (F)	31	43	0.106	0.488	0.106	0.488	0.000	0.000	0.000
7 (G)	24	50	0.050	0.518	0.050	0.518	0.000	0.000	0.000

Tabuľka 4.12: model SBM-B-I s váhami(rozloženie), regulácia na X

V prípade modelu so zahrnutím regulácie sa teraz zvýšili sklzi pre neželateľné výstupy oproti sklzom z neregulovaného modelu. Pre vstupy tomu bolo naopak. Aj efekt ekologickej regulácie je teraz pre všetky DMU: zníženie ekologickej efektívnosti pri zohľadnení regulácie. Tým, že sme stanovili väčšiu váhu na neželateľné výstupy model viac minimalizoval tieto ako vstupy. Takto sme sa priblížili k modelu SBM-C-I, ale zároveň sme ponechali možnosť minimalizovať aj vstupy a odhaliť neefektívnosť, ktorá sa v nich môže nachádzať.

4.7 Model efektívnosti zisku

V tejto a ďalšej časti kapitoli 4 uvidíme jeden model a načrtujeme jeden spôsob, akým smerom by sa dalo pokračovať v oblasti určovania vplyvov regulácií na efektívnosť.

V článku FÄRE, LOGAN (1992) autori prezentujú okrem technickej efektívnosti aj alokatívnu efektívnosť a do modelu zahŕňajú aj ceny jednotlivých vstupov a výstupov. Toto slúžilo ako motivácia k tvorbe modelu efektívnosti zisku (v angličtine: profit efficiency), ktorý by sa dal aplikovať aj v oblasti životného prostredia. V prípade ekológie a ekoregulácie sa ako trhovú nástroj používa aj obchodovanie s emisiami (Kjótsky protokol). Preto sme sa snažili zahrnúť tento aspekt do modelu zisťovania efektu regulácie. Základný model efektívnosti zisku sme čerpali z COOPER, SEIFORD, TONE (2006). Autori ho uvádzajú v tomto tvare (my sme zvolili formu konštantných výnosov z rozsahu)

$$\begin{aligned}
 (\textit{profit} - NR) \min_{\lambda, \tilde{x}, \tilde{y}} \quad & \mathbf{p}^T \tilde{\mathbf{y}} - \mathbf{c}^T \tilde{\mathbf{x}} \\
 \tilde{x}_j = \sum_{i=1}^n \lambda_i x_{ji} \leq x_{j0} \quad & \forall j \in \{1, 2, \dots, m\} \\
 \tilde{y}_j = \sum_{i=1}^n \lambda_i y_{ji} \geq y_{j0} \quad & \forall j \in \{1, 2, \dots, s\} \\
 \lambda \geq 0 &
 \end{aligned}$$

kde \mathbf{p} sú ceny, za ktoré podnik predáva svoje výstupy, \mathbf{c} sú ceny, za ktoré podnik nakupuje svoje vstupy. Tento model sme sa snažili upraviť tak, aby zahŕňal aj obchodovanie s emisiami, alebo vo všeobecnosti obchodovanie s neželateľnými výstupmi. Do modelu, prevzatého z publikácie uvedenej vyššie, sme pridali dve časti. Do účelovej funkcie sme pridali náklad/zisk z obchodovania s certifikátmi a pridali sme ohraničenie, ktoré zabezpečuje, že projekcia po započítaní obchodov s certifikátmi bude spĺňať regulačnú podmienku. Model efektívnosti zisku zo zohľadnením neže-

lateľných výstupov a obchodovania s nimi potom prezentujeme v nasledujúcej forme

$$\begin{aligned}
 (\textit{profit} - R) \min_{\lambda, \tilde{\mathbf{x}}, \tilde{\mathbf{y}}} \quad & \mathbf{p}^T \tilde{\mathbf{y}} - \mathbf{c}^T \tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{r}^T \mathbf{s}^z \\
 \tilde{x}_j = \sum_{i=1}^n \lambda_i x_{ji} \leq x_{j0} \quad & \forall j = (1, 2, \dots, m) \\
 \tilde{y}_j = \sum_{i=1}^n \lambda_i y_{ji} \geq y_{j0} \quad & \forall j = (1, 2, \dots, s) \\
 \tilde{z}_j = \sum_{i=1}^n \lambda_i z_{ji} \leq z_{j0} \quad & \forall j = (1, 2, \dots, k) \\
 \sum_{i=1}^n \lambda_i z_{ji} + s_j^z \leq \alpha \sum_{i=1}^n \lambda_i x_{l_j i} \quad & \forall j = (1, 2, \dots, k) \\
 \lambda \geq 0
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

kde \mathbf{r} sú ceny certifikátov s ktorými obchoduje a $x_{l_j i}$ je l_j -ty vstup, na ktorý sa počíta regulácia j -teho neželateľného výstupu. $l_j \in \{1, 2, \dots, m\}$. Tento model zahŕňa ohraničenie 4.4, ktoré je typu 4.1. Ak by sme pracovali s ohraničením typu 4.2 toto ohraničenie by sa zmenilo na

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i z_{ji} + s_j^z \leq \alpha \sum_{i=1}^n \lambda_i y_{l_j i} \quad \forall j \in \{1, 2, \dots, k\} \tag{4.5}$$

Premenná \mathbf{s}^z nie je ohraničená, a preto spĺňa úlohu premennej, ktorá hovorí aké množstvo neželateľného výstupu je možné predať ($\mathbf{s}^z \geq 0$) alebo koľko je ho potrebné kúpiť ($\mathbf{s}^z \leq 0$) tak, aby bolo splnené stanovené regulačné ohraničenie. Predpokladom tohto modelu je aj to, že je možné kúpiť alebo predať ľubovoľné množstvo certifikátov. Efektívnosť DMU potom určíme v prípade regulácie typu 4.1 ako

$$Ef = \frac{\mathbf{p}^T \mathbf{y}_0 - \mathbf{c}^T \mathbf{x}_0 + \mathbf{r}^T (\mathbf{z}_0 - \alpha \mathbf{x}_{l_0})}{\mathbf{p}^T \tilde{\mathbf{y}} - \mathbf{c}^T \tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{r}^T \mathbf{s}^z} \tag{4.6}$$

kde \mathbf{x}_{l_0} sú tie vstupy, na ktoré sa počíta regulácia neželateľného výstupu. Efektívnosť je teda rovná zisku, pri používaní aktuálnej technológie, deleno najväčší dosiahnuteľný zisk.

V prípade regulácie typu 4.2 sa efektívnosť počíta podľa:

$$Ef = \frac{\mathbf{p}^T \mathbf{y}_0 - \mathbf{c}^T \mathbf{x}_0 + \mathbf{r}^T (\mathbf{z}_0 - \alpha \mathbf{y}_{l_0})}{\mathbf{p}^T \tilde{\mathbf{y}} - \mathbf{c}^T \tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{r}^T \mathbf{s}^z}. \tag{4.7}$$

Pri počítaní efektívnosti regulácie modelom efektívnosti zisku budeme znovu používať vytvorené štandardy podľa použitej regulačnej podmienky. V prvom kroku použijeme model profit-NR na pôvodné dáta. Optimálnu hodnotu účelovej funkcie pre tento model bez regulácie si označíme Ef_i^{NR} pre DMU_i . Tento model zodpovedá neregulovanému prípadu, kedy firmy nehľadajú na výšku neželateľných výstupov. Následne vypočítame model profit-R s príslušnou podmienkou na dátach s pridanými štandardami a optimálnu hodnotu účelovej funkcie pre DMU_i označíme Ef_i^R . Pre podnik je

dôležitá zmena zisku, a preto efekt regulácie v tomto prípade navrhujeme definovať ako rozdiel v zisku pre regulovaný a neregulovaný prípad.

$$Ef_i^E R = Ef_i^N R - Ef_i^R \quad (4.8)$$

Tento model sa dá použiť na zistenie vplyvu efektívnosti bez a so zohľadnením regulácie podobne ako predchádzajúce modely, avšak je veľmi citlivý na použité ceny. Z tohto dôvodu nebudeme prezentovať žiadne výsledky na dátach a prenecháme priestor pre budúci výskum, obmenu modelu či praktické skúmanie tohto modelu.

4.8 Model s nákladmi na znižovanie neželateľných vstupov

Na záver prezentujeme myšlienku, ktorú sme nerozvinuli do modelu. Znížiť neželateľné výstupy sa dajú znížiť tak, že podnik zníži množstvo produkovaných výstupov. V praxi sa ale okrem toho vynakladajú náklady na to, aby bolo možné znížiť neželateľné výstupy. Napríklad: nákup alebo vývoj zariadení, ktoré obmedzia množstvo produkovaných emisií, vybudovanie čističiek odpadových vôd, vývoj nových technológií, s ktorými by sa dalo vyrábať rovnaké množstvo výstupov, pri menšej produkcii neželateľných výstupov a iné. Takže do DEA modelu by sa zakomponovala taká možnosť, kedy by sa mohlo znížiť množstvo neželateľného výstupu, len ak sa zvýši niektorý vstup.

Kapitola 5

Vyhodnotenie efektu regulácie na údajoch francúzskych cementární

V tejto časti použijeme niektoré modely uvedené v predchádzajúcej kapitole, na zistenie vplyvu regulácie na efektívnosť. Tieto modely ilustrujeme na údajoch francúzskych cementární. Údaje sú získané zo štúdie európskej komisie: GOLANY, ROLL (1994) strana 130. Dáta sú z roku 1993 čo nie je práve najnovší súhrn údajov, ale na ilustračný príklad je tento súbor dostačujúci. Navyiac ide o väčšie množstvo dát, ktoré sa dá inak ťažko získať.

č.	Francúzske cementárne	TEPLO	EMISIE	ŠKÁRA	CEMENT
1	Saint-Pierre-la-Cour	3027	755	1014	1230
2	Heming	2109	549	706	844
3	Couvrot	2354	541	736	1074
4	Montalieu	2239	518	685	870
5	Airvault	2343	516	687	1074
6	Le Teil	1844	462	617	745
7	La Malle	1999	441	586	662
8	Martres	1965	407	494	599
9	Origny	1843	399	528	623
10	Corneilles	1720	389	431	541
11	Lexos	1466	375	491	583
12	Beucaire	1465	354	490	614
13	Lumbres	2107	349	377	468
14	La Couronne	1283	345	430	523
15	Grave-de-Peille	1460	344	456	580
16	Bussac	1373	331	460	307
17	Havre-Saint-Vigor	1086	290	364	430
18	Port-la-Nouvelle	955	256	320	388
19	Rochefort	979	255	328	375
20	Xeuilley	1088	251	319	405
21	Beffes	1130	249	331	479
22	Altkirch	954	248	319	375
23	Contes	1173	242	294	340
24	Saint-Egreve	940	235	315	400
25	Gargenville	915	221	307	614
26	Dannes	953	210	239	330
27	Val-d'Azergues	901	201	264	334
28	Créchy	728	196	244	310
29	Frangey	800	190	235	272
30	Villiers-au-Bouin	732	177	245	276
31	Ranville	774	170	227	338
32	Pont-a-Vendin	594	101	106	135
33	Chambéry	376	92	126	160
34	Cruas	330	80	110	135
35	La Pérelle	236	52	59	75

Tabuľka 5.1: Údaje pre francúzske cementárne

DMU	SBM-B-I						SBM-C-I				
	Ef^{NR}	Ef^R	Ef^{ER}	EF^{ER_x}	$EF^{ER_{ze}}$	$EF^{ER_{zs}}$	Ef^{NR}	Ef^R	Ef^{ER}	$EF^{ER_{ze}}$	$EF^{ER_{zs}}$
1	0.599	0.432	0.168	0.000	0.074	0.094	0.596	0.342	0.254	0.113	0.142
2	0.582	0.420	0.162	0.000	0.070	0.092	0.576	0.332	0.243	0.105	0.139
3	0.708	0.505	0.203	0.000	0.090	0.113	0.722	0.418	0.304	0.135	0.169
4	0.606	0.432	0.174	0.000	0.076	0.098	0.620	0.358	0.262	0.115	0.147
5	0.738	0.523	0.215	0.000	0.095	0.121	0.765	0.442	0.323	0.142	0.181
6	0.595	0.429	0.167	0.000	0.073	0.093	0.592	0.342	0.250	0.110	0.140
7	0.533	0.377	0.156	0.000	0.068	0.087	0.553	0.319	0.233	0.102	0.131
8	0.530	0.370	0.161	0.000	0.067	0.094	0.568	0.327	0.241	0.100	0.141
9	0.552	0.390	0.162	0.000	0.071	0.091	0.576	0.333	0.243	0.106	0.137
10	0.532	0.372	0.160	0.000	0.063	0.097	0.564	0.324	0.240	0.095	0.145
11	0.582	0.420	0.162	0.000	0.071	0.092	0.577	0.333	0.244	0.106	0.138
12	0.625	0.449	0.176	0.000	0.079	0.097	0.625	0.362	0.263	0.118	0.145
13	0.478	0.321	0.157	0.000	0.061	0.096	0.552	0.316	0.235	0.091	0.144
14	0.587	0.424	0.163	0.000	0.069	0.094	0.577	0.333	0.244	0.103	0.141
15	0.612	0.437	0.175	0.000	0.077	0.098	0.621	0.359	0.262	0.115	0.147
16	0.334	0.240	0.094	0.000	0.042	0.052	0.334	0.193	0.141	0.063	0.077
17	0.571	0.413	0.159	0.000	0.067	0.091	0.562	0.324	0.238	0.101	0.137
18	0.586	0.423	0.163	0.000	0.069	0.094	0.576	0.332	0.244	0.103	0.141
19	0.557	0.402	0.155	0.000	0.067	0.088	0.550	0.318	0.233	0.100	0.132
20	0.590	0.419	0.171	0.000	0.073	0.098	0.608	0.351	0.257	0.110	0.147
21	0.683	0.483	0.199	0.000	0.087	0.112	0.708	0.409	0.299	0.131	0.168
22	0.573	0.413	0.160	0.000	0.069	0.091	0.566	0.327	0.239	0.103	0.136
23	0.505	0.352	0.153	0.000	0.064	0.089	0.542	0.312	0.230	0.096	0.134
24	0.627	0.452	0.175	0.000	0.077	0.098	0.624	0.361	0.263	0.116	0.147
25	1.000	0.719	0.281	0.000	0.126	0.155	1.000	0.568	0.432	0.195	0.237
26	0.591	0.413	0.178	0.000	0.071	0.107	0.628	0.361	0.267	0.107	0.160
27	0.594	0.421	0.173	0.000	0.076	0.098	0.615	0.355	0.260	0.113	0.147
28	0.613	0.443	0.170	0.000	0.072	0.098	0.602	0.347	0.255	0.108	0.147
29	0.534	0.379	0.155	0.000	0.065	0.089	0.547	0.315	0.232	0.098	0.134
30	0.562	0.404	0.158	0.000	0.071	0.087	0.562	0.325	0.237	0.106	0.131
31	0.704	0.498	0.205	0.000	0.090	0.115	0.730	0.422	0.308	0.136	0.173
32	0.486	0.326	0.159	0.000	0.061	0.098	0.559	0.320	0.239	0.091	0.148
33	0.632	0.455	0.177	0.000	0.079	0.098	0.630	0.365	0.266	0.119	0.147
34	0.610	0.439	0.172	0.000	0.077	0.095	0.611	0.353	0.257	0.115	0.142
35	0.543	0.379	0.164	0.000	0.066	0.098	0.577	0.332	0.246	0.098	0.147

Tabuľka 5.2: regulácia na X, $\alpha_e = 0.15$, $\alpha_s = 0.18$

Tieto dáta sú tvorené jedným vstupom (teplo), jedným želateľným výstupom (cement) a dvomi neželateľnými výstupmi (škvára a emisie CO_2) pre 35 cementární. Teplo je merané v jednotkách MMBtu a výstupy v tisícoch ton. Dáta sú uvedené v tabuľke 5.1

Pre dáta francúzskych cementární sme použili modely SBM-B-I, SBM-C-I a ich ekvivalenty s váhami. Na určenie štandardov sme v jednom prípade použili regulačnú podmienku 4.2 a následne aj 4.1. Budeme porovnávať SBM-B-I a SBM-C-I pre tieto regulácie.

Ako prvé sme skúmali vplyv regulácie neželateľného výstupu (emisie a škvára) na vstup (teplo). Výsledky pre modely SBM-B-I aj SBM-C-I sú uvedené v tabuľke 5.2. Zadané parametre modelu sú vždy aj v popise obrázku. α_e je regulačná konštanta pre emisie a α_s je regulačná konštanta pre škváru. Teda každá cementáreň čelí dvom regulačným ohraničeniam. $z_{e0} \leq \alpha_e x_0$ a $z_{s0} \leq \alpha_s x_0$. V tomto prípade bola voľba regulačných parametrov nasledovná: $\alpha_e = 0.15$ a $\alpha_s = 0.18$. To znamená, že regulačnú podmienku pre emisie nespĺňa žiadna cementáreň a v prípade škváry spĺňajú regulačnú podmienku len cementárne 13-Lumbres a 32-Pont-a-Vendin. Tabuľka je rozdelená na dve časti. Vpravo sú výsledky modelu SBM-B-I a naľavo pre model SBM-C-I. Pre oba modely sú uvedené efektívnosti bez a s vplyvom regulácie. Ďalej efekt regulácie Ef^{ER} a následne rozloženie tohto efektu na technický efekt EF^{ER_x} a ekologický efekt $EF^{ER_{zi}}$.

Bez vplyvu regulácie bola efektívna len jedna cementáreň - 25 - Gargenville. Po zohľadnení regulácie, ktorú ani táto nespĺňala, už nie je efektívna žiadna cementáreň,

DMU	SBM-B-I						SBM-C-I				
	Ef^{NR}	Ef^R	Ef^{ER}	EF^{ER_x}	$EF^{ER_{ze}}$	$EF^{ER_{zs}}$	Ef^{NR}	Ef^R	Ef^{ER}	$EF^{ER_{ze}}$	$EF^{ER_{zs}}$
1	0.599	0.526	0.073	0.000	0.033	0.040	0.596	0.487	0.109	0.049	0.061
2	0.582	0.512	0.071	0.000	0.031	0.040	0.576	0.470	0.106	0.046	0.060
3	0.708	0.620	0.088	0.000	0.040	0.049	0.722	0.590	0.132	0.059	0.073
4	0.606	0.530	0.076	0.000	0.034	0.042	0.620	0.506	0.114	0.050	0.064
5	0.738	0.644	0.094	0.000	0.042	0.052	0.765	0.625	0.141	0.062	0.078
6	0.595	0.523	0.072	0.000	0.032	0.040	0.592	0.483	0.109	0.048	0.060
7	0.533	0.465	0.068	0.000	0.030	0.038	0.553	0.451	0.101	0.045	0.056
8	0.530	0.460	0.070	0.000	0.029	0.040	0.568	0.463	0.105	0.044	0.061
9	0.552	0.481	0.071	0.000	0.031	0.039	0.576	0.470	0.106	0.047	0.059
10	0.532	0.463	0.070	0.000	0.028	0.042	0.564	0.460	0.104	0.042	0.063
11	0.582	0.511	0.071	0.000	0.031	0.040	0.577	0.471	0.106	0.047	0.059
12	0.625	0.549	0.076	0.000	0.035	0.042	0.625	0.511	0.115	0.052	0.063
13	0.478	0.410	0.068	0.000	0.027	0.041	0.552	0.449	0.102	0.040	0.062
14	0.587	0.516	0.071	0.000	0.030	0.041	0.577	0.471	0.106	0.045	0.061
15	0.612	0.536	0.076	0.000	0.034	0.042	0.621	0.507	0.114	0.051	0.064
16	0.334	0.293	0.041	0.000	0.019	0.022	0.334	0.273	0.061	0.028	0.033
17	0.571	0.502	0.069	0.000	0.030	0.039	0.562	0.459	0.104	0.044	0.059
18	0.586	0.515	0.071	0.000	0.030	0.040	0.576	0.470	0.106	0.045	0.061
19	0.557	0.490	0.067	0.000	0.029	0.038	0.550	0.449	0.101	0.044	0.057
20	0.590	0.516	0.075	0.000	0.032	0.042	0.608	0.496	0.112	0.048	0.063
21	0.683	0.596	0.087	0.000	0.038	0.048	0.708	0.578	0.130	0.058	0.072
22	0.573	0.503	0.069	0.000	0.030	0.039	0.566	0.462	0.104	0.045	0.059
23	0.505	0.439	0.067	0.000	0.028	0.039	0.542	0.442	0.100	0.042	0.058
24	0.627	0.551	0.076	0.000	0.034	0.042	0.624	0.509	0.115	0.051	0.063
25	1.000	0.878	0.122	0.000	0.056	0.067	1.000	0.817	0.183	0.083	0.100
26	0.591	0.513	0.077	0.000	0.031	0.046	0.628	0.512	0.116	0.047	0.069
27	0.594	0.519	0.075	0.000	0.033	0.042	0.615	0.502	0.113	0.050	0.063
28	0.613	0.539	0.074	0.000	0.032	0.042	0.602	0.491	0.111	0.047	0.064
29	0.534	0.466	0.067	0.000	0.029	0.039	0.547	0.446	0.101	0.043	0.058
30	0.562	0.493	0.069	0.000	0.031	0.038	0.562	0.459	0.103	0.047	0.056
31	0.704	0.614	0.089	0.000	0.040	0.050	0.730	0.596	0.134	0.060	0.074
32	0.486	0.416	0.069	0.000	0.027	0.042	0.559	0.455	0.104	0.040	0.064
33	0.632	0.555	0.077	0.000	0.035	0.042	0.630	0.515	0.116	0.052	0.063
34	0.610	0.536	0.075	0.000	0.034	0.041	0.611	0.499	0.112	0.051	0.061
35	0.543	0.472	0.071	0.000	0.029	0.042	0.577	0.471	0.107	0.043	0.064

Tabuľka 5.3: regulácia na Y, $\alpha_e = 0.3$, $\alpha_s = 0.4$

keďže sme stanovili regulačnú podmienku veľmi prísne, je to logické. Vplyv regulácie na technickú efektívnosť Ef^{ER} bol pre všetky cementárne rovný 0 pre model SBM-B-I. Toto neznamená, že sklzy sú rovné 0, ale že sa ich hodnoty nemenia ak sa zohľadní takáto regulácia v modeli. Vplyv regulácie určený podľa modelu SBM-B-I je menší pre všetky cementárne, ako vplyv regulácie určený modelom SBM-C-I. Tak isto aj vplyv na ekologickú efektívnosť je väčšia pre model SBM-C-I. Najväčší efekt mala regulácia pre cementáreň číslo 25 Gargenville pre oba modely (28.1% pre SBM-B-I a 43.2% pre SBM-C-I). Táto cementáreň bola jediná efektívna bez zohľadnenia regulácie a regulácia mala na ňu najväčší vplyv. Ďalej boli najviac ovplyvnené cementárne 31 (20.5% a 30.8%) a 5 (21.5% a 32.3%). Naopak najmenší vplyv mala regulácia na cementáreň číslo 16 - Bussac. Táto cementáreň mala v modeloch bez zohľadnenia regulácie najmenšiu mieru efektívnosti.

Tieto výsledky nám hovoria, že na viac efektívnu cementáreň má regulácia emisií na jednotku vstupu väčší efekt, ako na cementárne, ktoré majú už na začiatku malú mieru efektívnosti. Zároveň model SBM-C-I stanovuje väčší efekt regulácie (väčšie zníženie efektívnosti) ako model SBM-B-I.

Podobne v tabuľke 5.3 sú k nahliadnutiu výsledky pre druhú formu regulácie. Regulácia na jednotku želiteľného výstupu-na jednotku cementu. Voľba regulačných konštánt bola v tomto prípade taká, aby ani jedno DMU nesplnilo regulačné ohraničenie (aby to korešpondovalo s prvou reguláciou). Konkrétne $\alpha_{emisie} = 0.3$ a $\alpha_{skvara} = 0.4$. Výsledky sú veľmi podobné ako pre reguláciu emisií a škváry na jednotku vs-

DMU	SBM-B-I		SBM-B-I (váhy)		SBM-B-I rozdiel		SBM-C-I		SBM-C-I (váhy)		SBM-C-I rozdiel	
	$EF^{ER_{ze}}$	$EF^{ER_{zs}}$	$EF^{ER_{ze}}$	$EF^{ER_{zs}}$	emisie	škvára	$EF^{ER_{ze}}$	$EF^{ER_{zs}}$	$EF^{ER_{ze}}$	$EF^{ER_{zs}}$	emisie	škvára
1	0.074	0.094	0.111	0.056	0.037	-0.037	0.113	0.142	0.114	0.057	0.001	-0.085
2	0.070	0.092	0.105	0.055	0.035	-0.037	0.105	0.139	0.105	0.055	0.000	-0.083
3	0.090	0.113	0.135	0.068	0.045	-0.045	0.135	0.169	0.135	0.068	0.000	-0.101
4	0.076	0.098	0.115	0.059	0.038	-0.039	0.115	0.147	0.115	0.059	0.000	-0.088
5	0.095	0.121	0.142	0.072	0.047	-0.048	0.142	0.181	0.142	0.072	0.000	-0.109
6	0.073	0.093	0.110	0.056	0.037	-0.037	0.110	0.140	0.110	0.056	0.000	-0.084
7	0.068	0.087	0.102	0.052	0.034	-0.035	0.102	0.131	0.102	0.052	0.000	-0.079
8	0.067	0.094	0.100	0.056	0.033	-0.037	0.100	0.141	0.100	0.056	0.000	-0.084
9	0.071	0.091	0.106	0.055	0.035	-0.036	0.106	0.137	0.106	0.055	0.000	-0.082
10	0.063	0.097	0.095	0.058	0.032	-0.039	0.095	0.145	0.095	0.058	0.000	-0.087
11	0.071	0.092	0.106	0.055	0.035	-0.037	0.106	0.138	0.106	0.055	0.000	-0.083
12	0.079	0.097	0.118	0.058	0.039	-0.039	0.118	0.145	0.118	0.058	0.000	-0.087
13	0.061	0.096	0.091	0.058	0.030	-0.038	0.091	0.144	0.091	0.058	0.000	-0.086
14	0.069	0.094	0.103	0.056	0.034	-0.038	0.103	0.141	0.103	0.056	0.000	-0.085
15	0.077	0.098	0.115	0.059	0.038	-0.039	0.115	0.147	0.115	0.059	0.000	-0.088
16	0.042	0.052	0.063	0.031	0.021	-0.021	0.063	0.077	0.063	0.031	0.000	-0.046
17	0.067	0.091	0.101	0.055	0.034	-0.037	0.101	0.137	0.101	0.055	0.000	-0.082
18	0.069	0.094	0.103	0.056	0.034	-0.037	0.103	0.141	0.103	0.056	0.000	-0.084
19	0.067	0.088	0.100	0.053	0.033	-0.035	0.100	0.132	0.100	0.053	0.000	-0.079
20	0.073	0.098	0.110	0.059	0.037	-0.039	0.110	0.147	0.110	0.059	0.000	-0.088
21	0.087	0.112	0.131	0.067	0.044	-0.045	0.131	0.168	0.131	0.067	0.000	-0.101
22	0.069	0.091	0.103	0.054	0.034	-0.036	0.103	0.136	0.103	0.054	0.000	-0.082
23	0.064	0.089	0.096	0.054	0.032	-0.036	0.096	0.134	0.096	0.054	0.000	-0.080
24	0.077	0.098	0.116	0.059	0.039	-0.039	0.116	0.147	0.116	0.059	0.000	-0.088
25	0.126	0.155	0.189	0.093	0.063	-0.062	0.195	0.237	0.195	0.095	0.000	-0.142
26	0.071	0.107	0.107	0.064	0.036	-0.043	0.107	0.160	0.107	0.064	0.000	-0.096
27	0.076	0.098	0.113	0.059	0.038	-0.039	0.113	0.147	0.113	0.059	0.000	-0.088
28	0.072	0.098	0.108	0.059	0.036	-0.039	0.108	0.147	0.108	0.059	0.000	-0.088
29	0.065	0.089	0.098	0.054	0.033	-0.036	0.098	0.134	0.098	0.054	0.000	-0.080
30	0.071	0.087	0.106	0.052	0.035	-0.035	0.106	0.131	0.106	0.052	0.000	-0.078
31	0.090	0.115	0.136	0.069	0.045	-0.046	0.136	0.173	0.136	0.069	0.000	-0.104
32	0.061	0.098	0.091	0.059	0.030	-0.039	0.091	0.148	0.091	0.059	0.000	-0.089
33	0.079	0.098	0.119	0.059	0.040	-0.039	0.119	0.147	0.119	0.059	0.000	-0.088
34	0.077	0.095	0.115	0.057	0.038	-0.038	0.115	0.142	0.115	0.057	0.000	-0.085
35	0.066	0.098	0.098	0.059	0.033	-0.039	0.098	0.147	0.098	0.059	0.000	-0.088

Tabuľka 5.4: Modely s váhami - regulácia na X, $\alpha_e = 0.15$, $\alpha_s = 0.18$

tupu. Aj tentokrát bol vplyv regulácie najväčší pre cementáreň 25 a najmenší pre cementáreň 16. Celkovo sa však vplyv regulácie znížil oproti použitiu regulácie na vstupy.

Ďalej sme počítali efektívnosť pre model SBM s váhami. Váhy pre SBM-B-I boli zadané pre vstup $w_1^x = 0.3$ a pre neželateľné výstupy $w_1^z = 0.5$ pre emisie a $w_1^y = 0.2$ pre škváru a $w_1^y = 1$ pre produkciu cementu. Pre model SBM-C-I boli zadané rovnako. Regulačné konštanty boli zvolené rovnako s ohľadom na použitú reguláciu. Tieto výsledky prezentuje tabuľka 5.4 pre reguláciu emisií a škváry na jednotku tepla a tabuľka 5.5 v prípade regulácie na jednotku cementu. Popísanou voľbou váh sme chceli dosiahnuť, aby sa kládol väčší dôraz na znižovanie emisií, čo je podľa nás ten, ktorý viac škodí životnému prostrediu. Tabuľka má tentokrát inú formu. Sú v nej už vyššie uvedené vplyvy efektívností na emisie a škváru pre modely SBM-B-I a SBM-C-I bez váh porovnávané s váženými. V stĺpcoch emisie a škvára sú rozdiely, v týchto výstupoch pri použití modelu bez a s váhami. Pre model SBM-B-I neuvádzame vplyv regulácie na technickú efektívnosť (na teplo), pretože táto sa ukázala byť pre každú cementáreň nulová. Zaujímavé sú práve zmeny v efektívnosti pre emisie a škváru. V prípade modelu SBM-B-I vidíme, že model s váhami znížil emisie viac ako model bez váh a naopak tomu bolo v prípade škváry. Takto postavený model nám hovorí o väčšej neefektívnosti v prípade produkcie emisií cementárňami. Naviac si všimnime, že tento presun neefektívnosti do emisií je presne vyvážený zmenou efektívnosti v produkcii škváry. Ak by sme stanovili váhy ešte prísnejšie, mohli by sme dostať ešte väčší efekt na emisie. Ak sa pozrieme na model SBM-C-I zistíme, že v tomto nenastala zmena

DMU	SBM-B-I		SBM-B-I (váhy)		SBM-B-I rozdiel		SBM-C-I		SBM-C-I (váhy)		SBM-C-I rozdiel	
	EF^{ERze}	EF^{ERzs}	EF^{ERze}	EF^{ERzs}	emisie	škvára	EF^{ERze}	EF^{ERzs}	EF^{ERze}	EF^{ERzs}	emisie	škvára
1	0.033	0.040	0.049	0.024	0.016	-0.016	0.049	0.061	0.049	0.024	0.000	-0.036
2	0.031	0.040	0.046	0.024	0.015	-0.016	0.046	0.060	0.046	0.024	0.000	-0.036
3	0.040	0.049	0.059	0.029	0.020	-0.019	0.059	0.073	0.059	0.029	0.000	-0.044
4	0.034	0.042	0.050	0.025	0.017	-0.017	0.050	0.064	0.050	0.025	0.000	-0.038
5	0.042	0.052	0.062	0.031	0.021	-0.021	0.062	0.078	0.062	0.031	0.000	-0.047
6	0.032	0.040	0.048	0.024	0.016	-0.016	0.048	0.060	0.048	0.024	0.000	-0.036
7	0.030	0.038	0.045	0.023	0.015	-0.015	0.045	0.056	0.045	0.023	0.000	-0.034
8	0.029	0.040	0.044	0.024	0.015	-0.016	0.044	0.061	0.044	0.024	0.000	-0.036
9	0.031	0.039	0.047	0.024	0.016	-0.016	0.047	0.059	0.047	0.024	0.000	-0.035
10	0.028	0.042	0.042	0.025	0.014	-0.017	0.042	0.063	0.042	0.025	0.000	-0.038
11	0.031	0.040	0.047	0.024	0.016	-0.016	0.047	0.059	0.047	0.024	0.000	-0.036
12	0.035	0.042	0.052	0.025	0.017	-0.017	0.052	0.063	0.052	0.025	0.000	-0.038
13	0.027	0.041	0.040	0.025	0.013	-0.017	0.040	0.062	0.040	0.025	0.000	-0.037
14	0.030	0.041	0.045	0.024	0.015	-0.016	0.045	0.061	0.045	0.024	0.000	-0.036
15	0.034	0.042	0.051	0.025	0.017	-0.017	0.051	0.064	0.051	0.025	0.000	-0.038
16	0.019	0.022	0.028	0.013	0.009	-0.009	0.028	0.033	0.028	0.013	0.000	-0.020
17	0.030	0.039	0.044	0.024	0.015	-0.016	0.044	0.059	0.044	0.024	0.000	-0.035
18	0.030	0.040	0.045	0.024	0.015	-0.016	0.045	0.061	0.045	0.024	0.000	-0.036
19	0.029	0.038	0.044	0.023	0.015	-0.015	0.044	0.057	0.044	0.023	0.000	-0.034
20	0.032	0.042	0.048	0.025	0.016	-0.017	0.048	0.063	0.048	0.025	0.000	-0.038
21	0.038	0.048	0.058	0.029	0.019	-0.019	0.058	0.072	0.058	0.029	0.000	-0.043
22	0.030	0.039	0.045	0.024	0.015	-0.016	0.045	0.059	0.045	0.024	0.000	-0.035
23	0.028	0.039	0.042	0.023	0.014	-0.015	0.042	0.058	0.042	0.023	0.000	-0.035
24	0.034	0.042	0.051	0.025	0.017	-0.017	0.051	0.063	0.051	0.025	0.000	-0.038
25	0.056	0.067	0.083	0.040	0.028	-0.027	0.083	0.100	0.083	0.040	0.000	-0.060
26	0.031	0.046	0.047	0.028	0.016	-0.018	0.047	0.069	0.047	0.028	0.000	-0.041
27	0.033	0.042	0.050	0.025	0.017	-0.017	0.050	0.063	0.050	0.025	0.000	-0.038
28	0.032	0.042	0.047	0.025	0.016	-0.017	0.047	0.064	0.047	0.025	0.000	-0.038
29	0.029	0.039	0.043	0.023	0.014	-0.015	0.043	0.058	0.043	0.023	0.000	-0.035
30	0.031	0.038	0.047	0.023	0.016	-0.015	0.047	0.056	0.047	0.023	0.000	-0.034
31	0.040	0.050	0.060	0.030	0.020	-0.020	0.060	0.074	0.060	0.030	0.000	-0.045
32	0.027	0.042	0.040	0.025	0.013	-0.017	0.040	0.064	0.040	0.025	0.000	-0.038
33	0.035	0.042	0.052	0.025	0.017	-0.017	0.052	0.063	0.052	0.025	0.000	-0.038
34	0.034	0.041	0.051	0.025	0.017	-0.016	0.051	0.061	0.051	0.025	0.000	-0.037
35	0.029	0.042	0.043	0.025	0.014	-0.017	0.043	0.064	0.043	0.025	0.000	-0.038

Tabuľka 5.5: Modely s váhami - regulácia na Y, $\alpha_e = 0.3$, $\alpha_s = 0.4$

efektívnosti v emisiách, ale znížila sa efektívnosť v prípade škváry. Celkovo sa teda zmenšil vplyv regulácie určený týmto modelom.

Pre prípad regulácie emisií a škváry na jednotku cementu uvádzame rovnakú tabuľku 5.5. Výsledky sú opäť podobné a môžeme si všimnúť, že vplyv regulácie je v tomto prípade opäť nižší ako bol pri regulácii na jednotku tepla.

Môžeme zhrnúť, že model SBM-C-I vyhodnocuje vplyv regulácie na efektívnosť prísnejšie ako model SBM-B-I (minimálne pre prípad francúzskych cementární). Zároveň však dáva výsledky, ktoré sú rovnakého charakteru ako výsledky modelu SBM-B-I. Nakoniec s použitím modelov s váhami vieme stanoviť vplyv regulácie tak, aby odrážal naše záujmy. Priradením väčšej váhy tomu výstupu, ktorému prikladáme väčšiu dôležitosť.

Záver

Cieľom tejto práce bolo nájsť spôsob, ktorým by sa dalo určiť, ako vplýva regulácia na efektívnosť. Venovali sme sa regulácii mierou výnosov a reguláciám z oblasti životného prostredia, konkrétne obmedzeniu neželateľných vstupov na jednotku vstupu a výstupu. Na určenie efektívnosti sme používali DEA modely, ktoré sme naprogramovali v programe MATLAB.

Pre reguláciu mierou výnosu sme postupovali podľa článku FÄRE, LOGAN (1992). Popísali sme tento článok, ktorý bol motiváciou k vypracovaniu tejto práce a predviedli sme tento prístup za použitia DEA modelu (čo bolo navrhované aj v samotnom článku).

Pre regulácie zo životného prostredia sme uviedli viacero DEA modelov, ktoré možno použiť ako prostriedok na stanovenie efektu regulácie. Ako prvé sme používali jednoduché CCR modely upravené tak, aby zahŕňali neželateľné výstupy a neskôr sme prešli k zložitejším SBM modelom, ktoré odhaľujú viac neefektívnosti ako CCR modely a tým sú presnejšie v stanovení efektívnosti. Aj klasický SBM model sme upravili tak, že je možné ho používať aj v úlohách s neželateľnými výstupmi. Použitie týchto modelov a spôsob, ako z ich výsledkov možno určiť vplyv regulácie na efektívnosť, sme podrobne popísali a predviedli na ilustračných príkladoch. Porovnali sme výsledky jednotlivých modelov medzi sebou. SBM modely, narozdiel od CCR modelov, odhaľujú viac neefektívnosti a teda sú presnejšie. Preto sa prikláňame k ich používaniu. Model SBM-B-I je dobrý na určenie vplyvu efektívnosti, pretože sa zameriava na vstupy aj na neželateľné výstupy a máme z neho viac informácií ako z modelu SBM-C-I, ktorý nám hovorí iba o znižovaní neželateľných výstupov a navyiac prísnejšie hodnotí neefektívnosť.

Na zakomponovanie vplyvu regulácie do DEA modelov sme použili stanovovanie štandardov a popísali spôsob, akým je možné tieto štandardy stanoviť. Na záver sme postupy použili na reálne dáta 35 francúzskych cementární a popísali výsledky.

V práci sme viackrát naznačili smer, ktorým by sa dalo pokračovať. Či už iný spôsob stanovovania štandardov, formulácia DEA modelu efektívnosti zisku, alebo myšlienku zaviesť do modelu náklady na znižovanie neželateľných výstupov.

Literatúra

- [1] AVERCH H., JOHNSON L.L., 1973. *Behavior of The Firm Under Regulatory Constraint*, American Economic Review, (1973), vol. 63-2, 90-97
- [2] CHARNES A., COOPER W.W., RHODES E., 1978. *Measuring efficiency of decision making units*, European Journal of Operational Research 2 (1978), 429-444.
- [3] COOPER W.W., SEIFORD L.M., TONE K., 2006. *Introduction to Data Envelopment Analysis and Its Uses*, Springer(2006).
- [4] DUDENHÖFFER F., 1984. *The Regulation of Intesities and Productivities: Concepts in Environmental Policy*, Journal of Institutional and Theoretical Economics (1984).
- [5] FARRELL M.J., 1957. *The Measrement of Productive Efficiency*, J. Roy. Statist. Soc. A (1957),120:253-281.
- [6] FĀRE R. and PRIMONT D. , 1997. *Multi-Output Production and Duality: Theory and Applications*, Kluwer Academic Publishers (1997).
- [7] FĀRE R. and LOGAN J., 1992. *The rate of return regulated version of Farrell efficiency*, International Journal of Production Economics, 27, 161 - 165 (1992).
- [8] GOLANY B., ROLL Y., 1994. *Incorporating Standards Via DEA. In Data Envelopment Analysis: Theory, Methodology and Applications*, Kluwer Academic Publisher (1994), 313-328.
- [9] HALICKÁ M., 2006. *Prednášky k predmetu DEA modely*, Bratislava: FMFI UK (2006).
- [10] HARRISON D. RADOV D.B., 2002. *Evaluation of Alternative Initial Allocation Mechanisms in a European Union: Greenhouse Gas Emissions Allowance Trading Scheme*, National economic research associates, European Commission (2002) s.192.
- [12] KORHONEN P.J. and LUPTÁČIK M., 2004. *Eco-efficiency analysis of power plants: An extension of data envelopment analysis*, European Journal of Operational Research 154 (2004), 437 - 446.
- [12] LUPTÁČIK M., 2009. *Mathematical Optimization and Economic Analysis*, Springer (2009).
- [13] World Commission on Environment and Development, 1987. *Our Common Future*, Oxford: Oxford University Press (1987).

Príloha - Zdrojové kódy

Model RoR

DEA model na výpočet vplyvu regulácie v prípade použitia regulácie mierou výnosu

```
function [Ef, Ef_r]=RoR(X,p,YZ,r,alfa)
% X - vstupy v dimenzii m x n
% YZ - želateľné výstupy v dimenzii s x n
% YN - neželateľné výstupy v dimenzii k x n
% p - ceny vstupov
% r - cena výstupu
% alfa - regulačná konštanta

[m,n]=size(X);
[s,n]=size(Y);
% matice so zahrnutými cenami
XP = p.*X;
YR = r.*Y;
% premenné pre efektívnosti bez a s reguláciou
Ef=zeros(n,1);
Ef_r=zeros(n,1);

for i=1:n
    f = [1; zeros(n,1)];
    x0 = XP(:,i);
    y0 = YR(:,i);
    A = [zeros(s,1) -YR; -x0 XP];
    b = [-y0; zeros(m,1)];
    %teta = 1/lambda
    AR = [zeros(s,1) -YR; -x0 XP; -(ones(1,m-1)*XP(1:m-1,i) + alfa*X(m,i)) zeros(1,n)];
    bR = [-y0; zeros(m,1); -ones(1,s)*YR(:,i)];

    lb = [-inf ; zeros(n,1)];
    [x,fval] = linprog(f,A,b,[],[],lb);
    Ef(i) = fval;

    [x_r,fval_r] = linprog(f,AR,bR,[],[],lb);
    Ef_r(i) = fval_r;
end
```

Vytváranie štandardov

```
function [X_plus,YZ_plus,YN_plus,NESPLNAJUCE,NESPLNAJUCE2]
    =CreFik(X,YZ,YN,alfa,RegulaciaNA,bas)
% CREate Fiktive = vytvorenie štandardov
% X - vstupy v dimenzii m x n
% YZ - želateľné výstupy v dimenzii s x n
% YN - neželateľné výstupy v dimenzii k x n
% alfa - regulačná konštanta
% RegulaciaNA určuje či budeme vyrábať fiktívne DMU s vstupov alebo výstupov
% bas je báza vstupov/výstupov na ktoré je regulačná podmienka
[m,n]=size(X);
```

```

[sZ,n]=size(YZ);
[sN,n]=size(YN);
% DMU
DMU=1:n;
% Fiktívne DMU
iteracna=1;
for j=1:n
    if RegulaciaNA == 1 %regulujeme vzhľadom na vstupy
        % ak nie je splnená regulačná podmienka vyrábame fiktívne DMU
        if sum(YN(:,j) > X(bas,j).*alfa) > 0
            % zпамätáme si,ktoré DMU nespĺňa regulačnú podmienku
            NESPLNAJUICE2(:,iteracna)=DMU(j)*(YN(:,j) > X(bas,j).*alfa);
            X_pom(:,iteracna) = X(:,j);
            YZ_pom(:,iteracna) = YZ(:,j);
            YN_pom(:,iteracna) = min([YN(:,j),alfa.*X(bas,j)]);

            NESPLNAJUICE = NESPLNAJUICE2(1,:)
                +(NESPLNAJUICE2(1,:)==0).*NESPLNAJUICE2(2,:);
            iteracna=iteracna+1;
        end
    else %regulujeme vzhľadom na vystupy
        % ak nie je splnená regulačná podmienka vyrábame fiktívne DMU
        if sum(YN(:,j) > YZ(bas,j).*alfa) > 0
            % zпамätáme si,ktoré DMU nespĺňa regulačnú podmienku
            NESPLNAJUICE2(:,iteracna)=DMU(j)*(YN(:,j) > YZ(bas,j).*alfa);
            X_pom(:,iteracna) = X(:,j);
            YZ_pom(:,iteracna) = YZ(:,j);
            YN_pom(:,iteracna) = min([YN(:,j),alfa.*YZ(bas,j)]);

            NESPLNAJUICE = NESPLNAJUICE2(1,:)
                +(NESPLNAJUICE2(1,:)==0).*NESPLNAJUICE2(2,:);
            iteracna=iteracna+1;
        end
    end
end
end
X_plus = [X X_pom];
YZ_plus = [YZ YZ_pom];
YN_plus = [YN YN_pom];

```

Model B

```

function [Ef_iB,lambda_iB,PROBLEM]=model_B(X,YZ,YN)
% X - vstupy v dimenzii m x n
% YZ - želateľné výstupy v dimenzii s x n
% YN - neželateľné výstupy v dimenzii k x n
[m,n]=size(X);
[sZ,n]=size(YZ);
[sN,n]=size(YN);

for i=1:n
    x0 = X(:,i);
    yZ0 = YZ(:,i);
    yN0 = YN(:,i);
    % ako prvé riešime úlohu pomocou MediumScale algoritmu
    options=optimset('maxiter',1000,'LargeScale','off');

    fR1 = [1;zeros(n,1)];
    AR1 = [zeros(sZ,1) -YZ;
          -yN0 YN;
          -x0 X];
    bR1 = [-yZ0;
          zeros(sN,1);
          zeros(m,1)];
    lbR1 = [-inf;
           zeros(n,1)];

```

```

[x_r1,fval_r1,exitflag] = linprog(fR1,AR1,bR1,[],[],lbR1,[],[],options);
if exitflag < 0
    % ak sa stane, že MedimScale algoritmus nevyriešil úlohu použijeme LargeScale
    % väčšinou funguje jeden z nich
    options=optimset('maxiter',1000,'LargeScale','on');
    [x_r1,fval_r1,exitflag] = linprog(fR1,AR1,bR1,[],[],lbR1,[],[],options);
end
PROBLEM(i,1) = exitflag;
% hodnota účelovej funkcie = efektívnosť
Ef_iB(i,1) = fval_r1;
lambda_iB(i,:) = x_r1(2:n+1)';
end

```

Model C

```

function [Ef_iC,lambda_iC,PROBLEM]=model_C(X,YZ,YN)
% X - vstupy v dimenzii m x n
% YZ - želané výstupy v dimenzii s x n
% YN - neželané výstupy v dimenzii k x n
[m,n]=size(X);
[sZ,n]=size(YZ);
[sN,n]=size(YN);

for i=1:n
    x0 = X(:,i);
    yZ0 = YZ(:,i);
    yN0 = YN(:,i);
    % ako prvé riešime úlohu pomocou MediumScale algoritmu
    options=optimset('maxiter',1000,'LargeScale','off');

    fR1 = [1;zeros(n,1)];
    AR1 = [zeros(sZ,1) -YZ; -yN0 YN; zeros(m,1) X];
    bR1 = [-yZ0; zeros(sN,1); x0];
    lbR1 = [-inf ; zeros(n,1)];
    [x_r1,fval_r1,exitflag] = linprog(fR1,AR1,bR1,[],[],lbR1,[],[],options);
    if exitflag < 0
        % ak sa stane, že MedimScale algoritmus nevyriešil úlohu použijeme LargeScale
        % väčšinou funguje jeden z nich
        options=optimset('maxiter',1000,'LargeScale','on');
        [x_r1,fval_r1,exitflag] = linprog(fR1,AR1,bR1,[],[],lbR1,[],[],options);
    end
    PROBLEM(i,1) = exitflag;
    % hodnota účelovej funkcie = efektívnosť
    Ef_iC(i,1) = fval_r1;
    lambda_iC(i,:) = x_r1(2:n+1)';
end

```

Model SBM-B-I

```

function [Ef_iSBM,lambda_iSBM,PROBLEM]=I_SBM_B(X,wX,YZ,wYZ,YN,wYN)
% váhy wX,wYZ a wYN sú stĺpce príslušnej dimenzie
% pre model SBM-B-I musí platiť: sum(wX,wYN)=1 a sum(wYZ)=1
% X - vstupy v dimenzii m x n
% YZ - želané výstupy v dimenzii s x n
% YN - neželané výstupy v dimenzii k x n
[m,n]=size(X);
[sZ,n]=size(YZ);
[sN,n]=size(YN);

for i=1:n
    x0 = X(:,i);
    yZ0 = YZ(:,i);

```

```

yN0 = YN(:,i);
% ako prvé riešime úlohu pomocou MediumScale algoritmu
options=optimset('maxiter',1000,'LargeScale','off');

f2 = [zeros(n,1);-wX./x0;-wYN./yN0]; %[lambdy;s^x;s^z]
A2 = [-YZ zeros(sZ,m+sN)];
b2 = [-yZ0];
Aeq2 = [ X eye(m,m) zeros(m,sN);
        YN zeros(sN,m) eye(sN,sN)];
beq2 = [x0; yN0];
lb2 = zeros(n+m+sN,1);

[x_r2,fval_r2,exitflag] = linprog(f2,A2,b2,Aeq2,beq2,lb2,[],[],options);
if exitflag < 0
    % ak sa stane, že MedimScale algoritmus nevyriešil úlohu použijeme LargeScale
    % väčšinou funguje jeden z nich
    options=optimset('maxiter',1000,'LargeScale','on');
    [x_r2,fval_r2,exitflag] = linprog(f2,A2,b2,Aeq2,beq2,lb2,[],[],options);
end
PROBLEM(i,1) = exitflag;
% efektívnosť = 1 + hodnota účelovej funkcie
Ef_iSBM(i,1) = 1 + fval_r2;
% matica lámdb a sklzov v dimenzii n x (lambdy, sklzy)
lambda_iSBM(i,:) = x_r2';
end

```

Model SBM-C-I

```

function [Ef_iSBM,lambda_iSBM,PROBLEM]=I_SBM_C(X,wX,YZ,wYZ,YN,wYN)
% váhy wX,wYZ a wYN sú stĺpce príslušnej dimenzie
% pre model SBM-B-I musí platiť: sum(wYN)=1 a sum(wX,wYZ)=1
% X - vstupy v dimenzii m x n
% YZ - želateľné výstupy v dimenzii s x n
% YN - neželateľné výstupy v dimenzii k x n
[m,n]=size(X);
[sZ,n]=size(YZ);
[sN,n]=size(YN);

for i=1:n
    x0 = X(:,i);
    yZ0 = YZ(:,i);
    yN0 = YN(:,i);
    % ako prvé riešime úlohu pomocou MediumScale algoritmu
    options=optimset('maxiter',1000,'LargeScale','off');

    f2 = [zeros(n,1);-wYN./yN0]; %[lambdy;s^x;s^z]
    A2 = [-YZ zeros(sZ,sN);
          X zeros(m,sN)];
    b2 = [-yZ0; x0];
    Aeq2 = [YN eye(sN,sN)];
    beq2 = [yN0];
    lb2 = zeros(n+sN,1);

    [x_r2,fval_r2,exitflag] = linprog(f2,A2,b2,Aeq2,beq2,lb2,[],[],options);
    if exitflag < 0
        % ak sa stane, že MedimScale algoritmus nevyriešil úlohu použijeme LargeScale
        % väčšinou funguje jeden z nich
        options=optimset('maxiter',1000,'LargeScale','on');
        [x_r2,fval_r2,exitflag] = linprog(f2,A2,b2,Aeq2,beq2,lb2,[],[],options);
    end
    PROBLEM(i,1) = exitflag;
    % efektívnosť = 1 + hodnota účelovej funkcie
    Ef_iSBM(i,1) = 1 + fval_r2;
    % matica lámdb a sklzov v dimenzii n x (lambdy, sklzy)
    lambda_iSBM(i,:) = x_r2';
end
end

```