

**UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE**  
**FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY**  
**A INFORMATIKY**

**ŠTRUKTURÁLNE SÚVISLOSTI SLOVENSKEJ**  
**EKONOMIKY**

**2010**

**Bc. ŠUHAJOVÁ DANIELA**

**UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE**  
**FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY**

**ŠTRUKTURÁLNE SÚVISLOSTI SLOVENSKEJ EKONOMIKY**

**Diplomová práca**

Študijný program: Ekonomická a finančná matematika

Študijný odbor: 9.1.9 Aplikovaná matematika

Školiace pracovisko: Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky

Školiteľ: Univ. Prof. Dipl.-Ing. Dr. Mikuláš Luptáčik

**Bratislava, 2010**

**Bc. Šuhajová Daniela**

## **Abstrakt**

Daniela Šuhajová: Štrukturálne súvislosti slovenskej ekonomiky. Diplomová práca – Fakulta matematiky, fyziky a informatiky Univerzity Komenského v Bratislave; Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky. Školiteľ: Univ. Prof. Dipl.-Ing. Dr. Mikuláš Luptáčik. – Bratislava 2010.

Súčasná ekonomika jednotlivých krajín sa vyznačuje intenzívnymi vzťahmi a závislosťami medzi jednotlivými sektormi ekonomiky. Táto diplomová práca sa zaoberá analyzovaním mezdisektorových vzťahov pomocou Leontiefovho modelu pre slovenskú ekonomiku v roku 2006. Aplikácia Leontiefovho modelu si vyžaduje poznanie tokov, zachytených v symetrickej input-output tabuľke. Časť tejto diplomovej práce je venovaná opisu vzniku input-output tabuľky pomocou Almonovho algoritmu. Naprogramovanie tohto algoritmu je hlavným cieľom tejto práce. Výsledky aplikácie algoritmu na tabuľky dodávok a použitia pre slovenskú ekonomiku za rok 2006 sú použité pre dopadovú analýzu, ktorá spočíva vo výpočte a interpretácii multiplikátorov produkcie, zamestnanosti, pridanej hodnoty a dovozu.

### **Kľúčové slová:**

Leontiefov model, symetrická input-output tabuľka, multiplikátor produkcie, multiplikátor zamestnanosti, multiplikátor pridanej hodnoty, multiplikátor dovozu.

## **Abstract**

Daniela Šuhajová: Structural relations of Slovak economy. Diploma thesis – Faculty of mathematics, physics and informatics, Comenius University Bratislava, Department of applied mathematics and statistics, Univ. Prof. Dipl.-Ing. Dr. Mikuláš Luptáčík. – Bratislava 2010.

The current economics of individual countries can be distinguished by intensive relations and interdependencies between economic sectors. This diploma thesis is specialized in analyzing the inter-sector's linkages of Slovak economy for 2006 by using Leontief model. Application of Leontief model requires the knowledge of flows which are involved in symmetric input-output table. The part of this diploma thesis describe creating the input-output tables by using Almon algorithm. The main target of this diploma thesis is to program this algorithm. Results obtained from application of the algorithm on supply and use tables for Slovak economy for 2006 are used for impact analysis which is based on calculation and interpretation of different multipliers (such as production multiplier, employment multiplier, multiplier of value added and import multiplier).

## **Key words:**

Leontief model, symmetric input-output tables, production multiplier, employment multiplier, multiplier of value added, import multiplier.

Touto cestou chcem poďakovať vedúcemu diplomovej práce, Univ. Prof. Dipl.-Ing. Dr. Mikulášovi Luptáčikovi, za cenné rady a pripomienky pri tvorení tejto práce. Zároveň by som chcela poďakovať všetkým, ktorí majú zásluhu na jej úspešnom ukončení.

Čestne vyhlasujem, že túto diplomovú prácu „Štruktúrálna súvislosť slovenskej ekonomiky“ som vypracovala samostatne s použitím uvedenej literatúry a s odbornou pomocou diplomového vedúceho.

V Bratislave 20. apríla 2010 .....

# Obsah

Úvod .....	8
1 Základný štrukturálny Leontiefov input-output model .....	10
1.1 Existencia a vlastnosti Leontiefovej inverznej matice.....	12
1.2 Predpoklady modelu .....	13
2 Multiplikátory input-output modelu .....	15
2.1 Multiplikátor výroby.....	16
2.2 Multiplikátor príjmu .....	17
2.3 Multiplikátor zamestnanosti.....	17
2.4 Multiplikátor pridanej hodnoty .....	18
2.5 Multiplikátor dovozných koeficientov.....	19
3 Input-output tabuľka matice dodávok a použitia.....	20
3.1 Tabuľka dodávok .....	21
3.2 Tabuľka použitia .....	22
3.3 Vzťahy medzi tabuľkami dodávok a použitia, komoditno-odvetvový systém .....	24
3.4 Komoditná verzus odvetvová technológia, komoditná verzus odvetvová tabuľka .. .....	28
3.5 Transformácia tabuľky dodávok a použitia na symetrickú input-output tabuľku.	30
4 Dáta a ich úprava potrebné pre aplikáciu Leontiefovho modelu na ekonomiku Slovenskej republiky. ....	36
4.1 Údajová základňa.....	36
4.2 Almonov algoritmus .....	39
5 Multiplikátory slovenskej ekonomiky .....	43
5.1 Multiplikátory produkcie. ....	44
5.2 Multiplikátor zamestnanosti.....	47
5.3 Multiplikátor pridanej hodnoty .....	50

5.4 Dovočný multiplikátor.....	53
Záver.....	56
Zoznam použitej literatúry.....	57
Prílohy .....	60



## Úvod

Súčasná ekonomika sa vyznačuje intenzívnymi väzbami v rámci daného hospodárstva krajiny (medzi ekonomickými sektormi) a aj väzbami s inými ekonomikami. Medzisektorové väzby si môžeme jednoducho predstaviť na nasledovnom príklade. Povedzme, že chceme produkovať motorové vozidlá. Avšak na ich produkciu potrebujeme oceľ, sklo a gumu. Na produkciu ocele potrebujeme uhlie, železnú rudu a dopravné služby. No na produkciu dopravných služieb potrebujeme motorové vozidlá. Štandardné nástroje štruktúrálnej analýzy sa zameriavajú na skúmanie izolovaných sektorov a na ich vzájomné väzby pozabúdajú. Tento nedostatok základných prístupov odstraňuje input-output analýza, ktorá disponuje nástrojom na kvantifikáciu vzájomných väzieb medzi sektormi v ekonomike.

Input-output model je formalizáciou základného konceptu publikovaného v roku 1758 francúzskym ekonómom Francoisom Quesnayom v jeho „tableau Economique“. V 30. rokoch 20. storočia Wassily Leontief zostavil input-output tabuľky pre USA. Touto tabuľkou vytvoril predpoklady na kvantifikáciu vzájomných väzieb a súvislostí a následného vytvorenia modelu umožňujúceho analýzu týchto väzieb v ekonomickom systéme. V roku 1973 mu bola za tento prínos udelená Nobelova cena za ekonómiu.

Základným „stavebným prvkom“ input-output analýzy je symetrická input-output tabuľka, ktorá zachytáva nielen väzby medzi jednotlivými sektormi ekonomiky, ale aj väzby s konečnou spotrebou a dovozom. Táto tabuľka patrí do Európskeho systému národných a regionálnych účtov a je vykazovaná v 5 ročnej periodicite s oneskorením 3 roky. Zostavovanie symetrickej input-output tabuľky je pomerne jednoduchým algebrickým výpočtom aplikovaným na tabuľky dodávok a použitia, ktoré taktiež patria do Európskeho systému národných a regionálnych účtov a sú vykazované každoročne.

Symetrická input-output tabuľka teda obsahuje množstvo dát, ktoré môžu byť zdrojom pre zaujímavé analýzy odpovedajúce na mnohé otázky typu: „Akú zmenu v produkcii vyvolá zmena konečného dopytu? Ako ovplyvní ostatné sektory zvýšenie vládnej spotreby výrobkov sektora  $i$ ?“ Input-output analýzou Slovenska sa zaoberá niekoľko štúdií, avšak veľkým problémom, ktorým sa tieto štúdie bližšie nezaobierajú, je, že tieto štúdie sú obmedzené existenciou symetrickej input-output tabuľky vykazovanej štatistickými úradmi. Z tohto dôvodu sa hlavným cieľom tejto diplomovej práce stalo

naprogramovanie Almonovho algoritmu, ktorý z matíc dodávok a použitia vypočíta symetrickú input-output tabuľku.

Diplomová práca je rozdelená na dve časti: teoretickú a praktickú. Teoretická časť opisuje základný Leontiefov model, výpočet a interpretáciu niektorých multiplikátorov. Na konci teoretickej časti sú uvedené opisy tabuliek dodávok a použitia a ich odvodenie na symetrickú input-output tabuľku. Táto časť taktiež obsahuje odvodenie Almonov algoritmus a zdôvodnenie výberu práve tohto algoritmu.

Praktická časť obsahuje zhrnutie výsledkov testovania funkčnosti Almonovho algoritmu pre reálne dáta, po ktorom sú prezentované výsledky analýzy multiplikátorov a efektov jednotlivých zložiek konečnej spotreby pre ekonomiku Slovenska v roku 2006.

## 1 Základný štruktúrálny Leontiefov input-output model

Leontiefov input-output model je jednou z metód na systematickú analýzu vzťahov medzi jednotlivými sektormi ekonomického systému. Tento ekonomický systém môže byť taký veľký ako ekonomika štátu alebo taký malý ako región. V mojej diplomovej práci budem za základný ekonomický systém považovať ekonomiku krajiny (štátu). Rozdelíme ekonomické aktivity krajiny na  $n$  produkčných sektorov, ktoré vyrábajú výrobky a poskytujú služby. Na produkciu daného výrobku sú potrebné isté vstupy, ktoré môžu pochádzať z rôznych sektorov ekonomiky. Skúmame dáta predstavujúce dodávky a nákupy medzi jednotlivými sektormi za určité obdobie ocenené v peňažných jednotkách. Tieto dáta predstavujú tzv. „medzisektorové toky“. Označme peňažnú hodnotu toku zo sektora  $i$  do sektora  $j$  ako  $z_{ij}$ . Hodnota dopytu po vstupoch sektora  $j$  je značne ovplyvnená množstvom tovarov a služieb produkovaných daným sektorom v danom čase, pričom toto množstvo ovplyvňuje konečný dopyt. Konečný dopyt je tá časť produkcie, ktorá v danom období nie je použitá na výrobu iných statkov, ale slúži na konečné použitie. Jeho zložky sú domáca spotreba a výdavky, hrubé privátne investície, export a import tovarov a služieb a vládne výdavky a investície. Môžeme povedať, že produkcia  $i$ -teho sektora je určená buď ako vstup potrebný na výrobu iných výrobkov, alebo na konečný dopyt. Preto ak označíme celkový objem výroby  $i$ -tej komodity ako  $x_i$ , konečný dopyt po produktoch  $i$ -teho sektora ako  $y_i$ , potom pre  $i$ -ty sektor platí:

$$x_i = z_{i1} + z_{i2} + \dots + z_{ii} + \dots + z_{in} + y_i \quad (1)$$

Zapísaním rovníc pre všetky sektory dostávame pre danú ekonomiku sústavu rovníc:

$$\begin{aligned} x_1 &= z_{11} + z_{12} + \dots + z_{1i} + \dots + z_{1n} + y_1 \\ x_2 &= z_{21} + z_{22} + \dots + z_{2i} + \dots + z_{2n} + y_2 \\ &\vdots \\ x_i &= z_{i1} + z_{i2} + \dots + z_{ii} + \dots + z_{in} + y_i \\ &\vdots \\ x_n &= z_{n1} + z_{n2} + \dots + z_{ni} + \dots + z_{nn} + y_n \end{aligned} \quad (2)$$

Ak využijeme maticový zápis, dostávame vzťah:

$$\mathbf{x} = \mathbf{Z}\mathbf{i} + \mathbf{y} \quad (3)$$

kde  $\mathbf{x}$  predstavuje vektor celkovej produkcie,  $\mathbf{y}$  je vektor konečného dopytu,  $\mathbf{i}$  je jednotkový vektor a  $\mathbf{Z}$  je matica medzispotreby (ktorej sa budem bližšie venovať v 4. kapitole).

Ako už bolo spomenuté množstvá jednotlivých vstupov (veľkosť dodávok) závisia od veľkosti produkcie (množstva výstupov). To znamená, že ak napr. počas roka vstúpne výroba áut, potom stúpne aj dopyt po pneumatikách a tým stúpnu dodávky pneumatík z odvetvia, ktoré ich vyrába. Tieto absolútne hodnoty jednotlivých dodávok nie sú až tak vhodné pre ďalšie štruktúrne analýzy. Preto definujeme *maticu technických koeficientov* (budeme označovať  $\mathbf{A}$ ) získanú normalizáciou matice medzis potreby podľa stĺpcov. Prvok  $a_{ij}$  matice  $\mathbf{A}$ , reprezentuje množstvo  $i$ -teho vstupu potrebného na produkciu jednej jednotky  $j$ -teho výstupu, pričom pre  $a_{ij}$  platí:

$$a_{ij} = \frac{z_{ij}}{x_j} \quad (4)$$

Ak predpokladáme, že tieto technické koeficienty sú krátkodobo fixované, potom ekonomický systém môže byť reprezentovaný nasledujúcim systémom lineárnych homogénnych rovníc:

$$\begin{aligned} x_1 &= a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1i}x_i + \dots + a_{1n}x_n + y_1 \\ x_2 &= a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2i}x_i + \dots + a_{2n}x_n + y_2 \\ &\vdots \\ x_i &= a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{ii}x_i + \dots + a_{in}x_n + y_i \\ &\vdots \\ x_n &= a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{ni}x_i + \dots + a_{nn}x_n + y_n \end{aligned} \quad (5)$$

Ekvivalentnými úpravami (prenesením technických koeficientov na ľavú stranu a vybratím  $x_i$  pred zátvorku) sústava nadobudne tvar

$$\begin{aligned} (1 - a_{11})x_1 - a_{12}x_2 - \dots - a_{1i}x_i - \dots - a_{1n}x_n &= y_1 \\ -a_{21}x_1 + (1 - a_{22})x_2 - \dots - a_{2i}x_i - \dots - a_{2n}x_n &= y_2 \\ &\vdots \\ -a_{i1}x_1 - a_{i2}x_2 - \dots + (1 - a_{ii})x_i - \dots - a_{in}x_n &= y_i \\ &\vdots \\ -a_{n1}x_1 - a_{n2}x_2 - \dots - a_{ni}x_i - \dots + (1 - a_{nn})x_n &= y_n \end{aligned} \quad (6)$$

Alebo v maticovom zápise:

$$(\mathbf{I} - \mathbf{A})\mathbf{x} = \mathbf{y} \quad (7)$$

kde  $\mathbf{I}$  je  $n \times n$  jednotková matica.

Jedným z problémov, ktoré input-output analýza rieši, je otázka, aký výstup musí byť vyprodukovaný na uspokojenie konečného dopytu, ak je tento dopyt exogénne daný (resp. odhadnutý na dané množstvo). Pre exogénne zadaný konečný dopyt sústava (7) predstavuje sústavu  $n$  rovníc o  $n$  neznámych. Preto za podmienky existencie inverznej matice  $(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$  nazývanej Leontiefova inverzná matica, riešenie nadobúda tvar:

$$\mathbf{x} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{y} \quad (8)$$

Existenciou Leontiefovej inverznej matice sa budem zaoberať v ďalšej podkapitole.

## 1.1 Existencia a vlastnosti Leontiefovej inverznej matice.

Inverzia matice  $(I - A)$  existuje vtedy a len vtedy keď nie je táto matica singulárna. Postačujúca podmienka Leontiefovej inverzie je, že suma stĺpcov matice  $A$  je menšia alebo rovná 1, zatiaľ čo aspoň jedna nerovnosť je ostrá. A. Takayama [1985, str. 392] pre Leontiefovú inverziu odvodil a dokázal platnosť nasledujúceho tvrdenia.

**Veta:** Nech  $A=[a_{ij}]$  je nezáporná  $n \times n$  matica. Nech  $B = [\rho I - A]$  kde  $\rho$  je reálne číslo a  $I$  je jednotková matica. Potom nasledujúce podmienky sú ekvivalentné:

1. Existuje  $x \geq 0$  také, že  $B \cdot x > 0$ .
2. Pre každé  $c \geq 0$ , existuje také  $x \geq 0$ , ktoré splní rovnicu  $B \cdot x = c$
3. Matica  $B$  nie je singulárna a  $B^{-1} \geq 0$
4. Všetky hlavné minory  $B$  sú kladné.
5. Reálne časti všetkých vlastných hodnôt matice  $B$  sú kladné.

Teraz keď vieme, že matica  $(I - A)^{-1}$  existuje, bude nás zaujímať jej ekonomická interpretácia. Jednotlivé elementy Leontiefovej inverzie  $(I - A)^{-1}$  môžeme interpretovať nasledovne [Jones, 1976, str. 328]:

1. Element  $\alpha_{ij}$  Leontiefovej inverzie zobrazuje, koľko produktu *i-teho* sektora musí byť vyprodukované za účelom dodania jednej jednotky konečného dopytu v *j-tom* sektore.
2. Vertikálna suma  $(I - A)^{-1}$  zobrazuje priame a nepriame požiadavky produkovaného výstupu pre zvýšenie konečného dopytu sektora *j* o jednu jednotku.
3. Horizontálna suma reprezentuje potrebu priamych a nepriamych vstupov, keď sa konečný dopyt všetkých ekonomických sektorov zvýši o jednu jednotku.

Element Leontiefovej inverzie predstavuje priame a nepriame požiadavky sektora *i* na jednotku konečného dopytu po výstupe sektora *j*. Potom môžeme tieto priame a nepriame požiadavky vysvetliť, ak maticu vyjadríme pomocou súčtu geometrického radu ako:

$$(I - A)^{-1} = I + A + A^2 + A^3 + \dots \quad (9)$$

To znamená, ak označíme zmenu v konečnom dopyte ako  $\Delta y$ , ktorá vyvoláva zmenu veľkosti produkcie  $\Delta x$ , potom platí:

$$\Delta x = (I + A + A^2 + A^3 + \dots) \Delta y \quad (10)$$

Túto rovnicu môžeme interpretovať ako súčet nasledovných častí:

- $\Delta y$  – Počiatočná zmena produkcie rovnajúca sa zmene v konečnom dopyte (priame požiadavky)

- $A\Delta y$  – Nasledujúca zmena v outpute za účelom poskytnutia vstupov potrebných na produkciu  $\Delta y$  (časť nepriamych požiadaviek)
- $A^2\Delta y$  – Ďalšia zmena outputu potrebná na zadováženie vstupov potrebných na produkciu  $A\Delta y$  (časť nepriamych požiadavok)

a tak ďalej.

## 1.2 Predpoklady modelu

Input-output model môže byť veľmi prospešný pri analýze štruktúrnych vzťahov ekonomiky, no netreba zabúdať na jeho nedostatky.

Základným predpokladom, na ktorom je input-output analýza založená, je linearita vzťahov medzi spotrebou výroby a výrobou. Tento predpoklad však vystihuje skutočnosť iba v prípade, že každý sektor produkuje práve jeden statok. Teoreticky je možné konštruovať zložitejšie modely, ale tie sú z praktického hľadiska nerealizovateľné. Ďalším významným predpokladom je konštantnosť technologických koeficientov. To znamená, že množstvo každého vstupu potrebného na produkciu každého výstupu je konštantné. Na zmeny týchto technologických koeficientov však majú vplyv zmeny technológií alebo zmeny v štruktúre odvetví. Ak nová technológia tvorí len malú časť kapacity daného odvetvia, možno túto zmenu zanedbať, no v opačnom prípade treba dané koeficienty preskúmať. Na technické koeficienty môže taktiež vplývať aj heterogenita jednotlivých odvetví. Model navyše funguje s predpokladom neohraničenosti zdrojov, ktorých ponuka je nekonečná a perfektne elastická. Ďalšou nevýhodou je, že skúmanie štruktúrnych súvislostí je založené na informáciách, ktoré časovo zaostávajú (pre slovenskú ekonomiku sú to 3-4 roky), a preto tento model neodzrkadľuje momentálnu ekonomickú situáciu.

Veľkou výhodou tohto modelu je, že základný model je množina ekonomických vzťahov, ktoré sú ľahko čitateľné a taktiež ľahko pochopiteľné. A napriek ich jednoduchosti poskytujú dostatok informácií nielen o kľúčových sektoroch ekonomiky. Informácie, ktoré model poskytuje, obsahujú aj odhady produkcie, exportov, importov či platov jednotlivých sektorov. Input-output analýza komplexne zachytáva nielen priame, ale aj nepriame efekty. Taktiež je to systematická metóda, kde input-output tabuľky poskytujú vhodný zoznam na zabezpečenie zachytenia všetkých tokov v ekonomike.

Preto ak použijeme najnovšiu, a v dimenzii čo najväčšiu symetrickú input-output tabuľku, input-output analýza sa stáva pomerne jednoduchým algebrickým postupom na zachytenie informácií o vzťahoch medzi sektormi ekonomiky. Práve z tohto dôvodu input-

output analýza je jednou z najpoužívanějších metód na vysvetlenie štruktúrálnej súvislosti ekonomiky.

## 2 Multiplikátory input-output modelu

Jeden z hlavných využití input-output modelu je ohodnotiť efekty zmien ekonomiky spôsobené zmenami v elementoch, ktoré sú pre daný model exogénne. To znamená, model sa snaží zodpovedať otázky typu: „Akú zmenu v produkcii vyvolá zmena konečného dopytu? Ako ovplyvní ostatné sektory zvýšenie vládnej spotreby výrobkov sektora  $i$ ?“ Takejto analýze, v ktorej dochádza k zmene v spotrebe aspoň v jednej jej zložke, hovoríme *dopadová analýza*. Táto analýza vychádza z riešenia rovnice Leontiefovho modelu  $\mathbf{x} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}$ . Presnosť a použiteľnosť danej analýzy závisí od správnosti odhadu konečného dopytu ( $\mathbf{y}$ ) a technických koeficientov (matice  $\mathbf{A}$ ). Týmto sa však v práci zaoberať nebudem, nakoľko pre nás budú tieto údaje dané a budeme predpokladať, že ich odhadnutie bolo správne. Zmena konečného dopytu generuje nielen priame, ale aj nepriame efekty vzniknuté touto zmenou dopytu. Priame efekty hovoria, že ak sa zvýši konečná spotreba v  $i$ -tom sektore o jednu jednotku, musí sektor  $i$  o jednotku viac vyrobiť. Avšak toto zvýšenie výroby v sektore  $i$ , spôsobené zvýšením spotreby  $i$ -teho sektoru, je podmienené zvýšením výroby aj v ostatných  $(n-1)$  sektoroch, ktoré sú dodávateľmi vstupov pre sektor  $i$ . Tieto efekty spôsobujú, že konečný efekt na ekonomiku je väčší ako počítačná zmena konečného dopytu. Preto pre výpočet multiplikátorov, ktoré vyhodnocujú efekty niektorých premenných na hodnotu ekonomickej aktivity, použijeme väzby jednotlivých sektorov zachytené v Leontiefovej inverznej matici. Najznámejšie a najpoužívanejšie sú multiplikátor výroby, multiplikátor príjmov, multiplikátor zamestnanosti, multiplikátor pridanej hodnoty a multiplikátor dovozných koeficientov. Ich bližšia špecifikácia bude uvedená v nasledujúcich podkapitolách.

Ako už bolo spomínané, konečný dopyt je tá časť produkcie, ktorá v danom období nie je použitá na výrobu iných statkov, ale slúži na konečné použitie Jeho zložkami sú domáca spotreba a výdavky (budeme označovať KSD), hrubé investície (označujeme THK ako tvorba hrubého kapitálu), export (EX) a vládne výdavky (KSVS ako konečná spotreba verejnej správy). Preto ďalšou hodnotou ktorá môže byť pre input-output analýzu zaujímavá je hodnota produkcie, ktorú generujú jednotlivé zložky konečnej spotreby. Túto hodnotu získame, ak Leontiefovú inverziu vynásobíme jednotlivými vektormi zložiek konečnej spotreby:



$$\begin{aligned}
 \mathbf{x}_{KSD} &= (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{y}_{KSD} \\
 \mathbf{x}_{KSVS} &= (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{y}_{KSVS} \\
 \mathbf{x}_{THK} &= (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{y}_{THK} \\
 \mathbf{x}_{EX} &= (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{y}_{EX}
 \end{aligned} \tag{11}$$

Pričom platí, že súčet generovaných hodnôt produkcie jednotlivými zložkami konečného dopytu je rovný celkovej produkcii. To znamená

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_{KSD} + \mathbf{x}_{KSVS} + \mathbf{x}_{THK} + \mathbf{x}_{EX} \tag{12}$$

## 2.1 Multiplikátor výroby

Multiplikátor výroby pre sektor  $j$  je definovaný ako konečná hodnota produkcie vo všetkých sektoroch ekonomiky, ktorá je potrebná za účelom produkcie jednej jednotky produktu  $j$  pre konečný dopyt. Tento multiplikátor takto zobrazuje stupeň vzájomnej závislosti daného sektoru s ostatnými sektormi. Multiplikátor výroby zodpovedá stĺpcovej sume matice  $(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$ , čo môžeme formálne zapísať ako:

$$o_j = \sum_{i=1}^n \alpha_{ij} \tag{13}$$

kde  $\alpha_{ij}$  označuje jednotlivé prvky matice  $(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$ .

Jeho využitie môžeme vysvetliť nasledovným príkladom. Predstavme si, že vláda sa rozhoduje, do ktorého sektoru ekonomiky má investovať jednu peňažnú jednotku, pričom túto jednotku chce investovať tak, aby mala čo najväčší vplyv na ekonomiku. Porovnanie výrobných multiplikátorov a nájdenie najväčšieho z nich rieši túto situáciu.

Multiplikátor jednotlivých zložiek konečnej spotreby môžeme vyčíslieť ako podiel novej generovanej hodnoty jednotlivých zložiek konečnej potreby a pôvodnej hodnoty zložiek konečnej spotreby. Teda jednotlivé multiplikátory nadobúdajú tvar:

1. Multiplikátor konečnej spotreby domácností:  $o_{KSD} = \frac{\sum_{j=1}^n x_j^{KSD}}{\sum_{j=1}^n y_j^{KSD}}$
2. Multiplikátor konečnej spotreby verejnej správy:  $o_{KSVS} = \frac{\sum_{j=1}^n x_j^{KSVS}}{\sum_{j=1}^n y_j^{KSVS}}$
3. Multiplikátor investícií:  $o_{THK} = \frac{\sum_{j=1}^n x_j^{THK}}{\sum_{j=1}^n y_j^{THK}}$
4. Multiplikátor exportu:  $o_{EX} = \frac{\sum_{j=1}^n x_j^{EX}}{\sum_{j=1}^n y_j^{EX}}$

O hodnote týchto multiplikátorov jednotlivých zložiek vieme povedať, že musia byť väčšia ako jedna.

## 2.2 Multiplikátor príjmu

Multiplikátor príjmu udáva zmenu príjmov domácností (príjem z práce) pri zmene konečného dopytu. Výpočet týchto multiplikátorov je uskutočnený vynásobením Leontiefovej inverzie diagonálnou maticou  $\widehat{\mathbf{h}}_R$ , kde  $\mathbf{h}_R$  je vektorom koeficientov príjmu.

$$\mathbf{R}^S = \widehat{\mathbf{h}}_R(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \quad (14)$$

Koeficienty príjmu dostaneme, ak mzdy zamestnancov pre jednotlivé sektory predelíme korešpondujúcou produkciou  $\mathbf{x}_j$ . Multiplikátor príjmu pre jednotlivé sektory dostaneme stĺpcovými súčtami matice  $\mathbf{R}^S$ .

$$H_j^S = \sum_{i=1}^n r_{ij}^S \quad (15)$$

## 2.3 Multiplikátor zamestnanosti

Multiplikátor zamestnanosti skúma štruktúru vzťahov medzi konečným dopytom, produkciou a zamestnanosťou. Tento multiplikátor pre vybraný sektor udáva, aká celková zamestnanosť je vytvorená jednou jednotkou produkcie pre konečný dopyt po tovaroch sektora  $j$ . Inak povedané meria vplyv zmeny konečného dopytu po tovaroch sektora na zamestnanosť v ekonomike. Výpočet tohto multiplikátora je podobný ako výpočet multiplikátora príjmu. Namiesto diagonalizovanej matice  $\widehat{\mathbf{h}}_R$  použijeme diagonalizovanú maticu  $\widehat{\mathbf{L}}$ , kde táto matica je získaná z koeficientov pracnosti  $\mathbf{l}_j$ .

$$\mathbf{R}^l = \widehat{\mathbf{L}}(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \quad (16)$$

Koeficienty pracnosti vyjadrujú vzťah medzi výstupom sektora a zamestnanosťou potrebnou pre vyprodukovanie outputu daného sektora. To znamená, ak označíme množstvo zamestnancov sektora  $i$  ako  $e_i$ , potom koeficient pracnosti vypočítame ako podiel množstva zamestnancov sektora  $i$  k produkcii daného sektora  $\mathbf{x}_i$ . Maticu  $\mathbf{R}^l$  potom nazývame maticou kumulatívnych koeficientov pracnosti a vyjadruje priame a nepriame požiadavky zamestnanosti na konečný dopyt.

Multiplikátor zamestnanosti pre jednotlivé sektory vypočítame ako stĺpcový súčet matice  $\mathbf{R}^l$ .

$$E_j^l = \sum_{i=1}^n r_{ij}^l \quad (17)$$

Počet zamestnanosti generovaný konečnou spotrebou dostaneme podľa nasledovného vzťahu:

$$\mathbf{l} = \widehat{L}(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{y} = \mathbf{R}^l\mathbf{y} \quad (18)$$

Zaujímavým ukazovateľom pre ďalšie analýzy môže byť aj počet zamestnancov vytvorený jednotlivými zložkami konečnej spotreby. Tento ukazovateľ vypočítame ak maticu  $\mathbf{R}^l$  vynásobíme jednotlivými zložkami konečnej spotreby.

$$\begin{aligned} \mathbf{l}_{KSD} &= \mathbf{R}^l\mathbf{y}_{KSD} \\ \mathbf{l}_{KSVS} &= \mathbf{R}^l\mathbf{y}_{KSVS} \\ \mathbf{l}_{THK} &= \mathbf{R}^l\mathbf{y}_{THK} \\ \mathbf{l}_{EX} &= \mathbf{R}^l\mathbf{y}_{EX} \end{aligned} \quad (19)$$

Zároveň však musí platiť, že sčítaním počtu zamestnancov generovaných jednotlivými zložkami spotreby dostaneme počet zamestnancov generovaný konečnou spotrebou.

$$\mathbf{l} = \mathbf{l}_{KSD} + \mathbf{l}_{KSVS} + \mathbf{l}_{THK} + \mathbf{l}_{EX} \quad (20)$$

## 2.4 Multiplikátor pridanej hodnoty

Multiplikátor pridanej hodnoty skúma vzťah pridanej hodnoty a konečného dopytu. Tento multiplikátor pre vybraný sektor udáva, akú pridanú hodnotu vytvorilo zvýšenie konečného dopytu  $j$  o jednu jednotku. Výpočet tohto multiplikátora je podobný ako predchádzajúce. V tomto prípade využijeme diagonalizovanú maticu  $\widehat{\mathbf{A}}_W$  s koeficientami pridanej hodnoty na diagonále.

$$\mathbf{R}^W = \widehat{\mathbf{A}}_W(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \quad (21)$$

Túto maticu nazývame matica kumulatívnych koeficientov pridanej hodnoty, a vyjadruje priame a nepriame efekty pridanej hodnoty na zmenu v konečnom dopyte.

Pridaná hodnota je z ekonomického hľadiska tá časť produkcie, ktorú novo vytvorila jednotka svojou činnosťou. Ukazovateľ zahŕňa hodnotu hrubej produkcie (hrubého obratu) zmenšenú o medzispotrebu za predpokladu, že oba ukazovatele sú ocenené v rovnakých cenách [ŠÚ SR, 1999].

Multiplikátor pridanej hodnoty pre jednotlivé sektory vypočítame ako stĺpcový súčet matice  $\mathbf{R}^W$ .

$$W_j = \sum_{i=1}^n r_{ij}^W \quad (22)$$

Pridanú hodnotu generovanú konečnou spotrebou dostaneme podľa nasledovného vzťahu:

$$\mathbf{w} = \widehat{\mathbf{A}}_W(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{Y} = \mathbf{R}^W\mathbf{y} \quad (23)$$

Taktiež môžeme vypočítať pridanú hodnotu vytvorenú jednotlivými zložkami konečnej spotreby, ak maticu  $R^l$  vynásobíme jednotlivými zložkami konečnej spotreby.

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_{KSD} &= \mathbf{R}^W \mathbf{y}_{KSD} \\ \mathbf{w}_{KSVS} &= \mathbf{R}^W \mathbf{y}_{KSVS} \\ \mathbf{w}_{THK} &= \mathbf{R}^W \mathbf{y}_{THK} \\ \mathbf{w}_{EX} &= \mathbf{R}^W \mathbf{y}_{EX} \end{aligned} \quad (24)$$

Sčítaním pridanej hodnoty generovanej jednotlivými zložkami spotreby dostaneme pridanú hodnotu generovanú konečnou spotrebou.

$$\mathbf{w} = \mathbf{w}_{KSD} + \mathbf{w}_{KSVS} + \mathbf{w}_{THK} + \mathbf{w}_{EX} \quad (25)$$

## 2.5 Multiplikátor dovozných koeficientov

Multiplikátor dovozu udáva zmenu dovozu pri zmene konečnej spotreby. Tento multiplikátor pre vybraný sektor udáva, aký dovoz je potrebný pre zvýšenie konečného dopytu  $j$  o jednu jednotku. Pre výpočet teraz použijeme maticu priamych dovozných koeficientov  $A^m$ .

$$\mathbf{R}^m = \mathbf{A}^m (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \quad (26)$$

Priamy a nepriamy dovoz potrebný pre konečnú spotrebu dostaneme nasledovne:

$$\mathbf{m} = \mathbf{A}^m (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{y} \quad (27)$$

Z rovnice potom vyplývajú nasledovné vzťahy pre jednotlivé zložky konečnej spotreby:

$$\begin{aligned} \mathbf{m}_{KSD} &= \mathbf{R}^m \mathbf{y}_{KSD} \\ \mathbf{m}_{KSVS} &= \mathbf{R}^m \mathbf{y}_{KSVS} \\ \mathbf{m}_{THK} &= \mathbf{R}^m \mathbf{y}_{THK} \\ \mathbf{m}_{EX} &= \mathbf{R}^m \mathbf{y}_{EX} \\ \mathbf{m} &= \mathbf{m}_{KSD} + \mathbf{m}_{KSVS} + \mathbf{m}_{THK} + \mathbf{m}_{EX} \end{aligned} \quad (28)$$

### 3 Input-output tabuľka matice dodávok a použitia

V predchádzajúcich kapitolách bolo opísané, ako zostrojiť Leontiefov input-output model, ako vypočítať multiplikátory potrebné pre analýzu. No jedným z našich hlavných predpokladov bolo to, že sme poznali potrebné dáta. Táto kapitola bude zameraná na opis týchto dát a pre niektoré z nich aj na opis ich vzniku. Ako už názov modelu naznačuje, hlavným zdrojom údajov je symetrická input-output tabuľka. Symetrická input-output tabuľka je maticou v dimenzii komodity krát komodity alebo odvetvie krát odvetvie.

Táto tabuľka môže nadobúdať dve verzie:

- a) Verzia A: zahŕňajúca domáce aj zahraničné väzby (import)
- b) Verzia B: zahŕňajúca len domáce väzby, s importom zaobchádza osobitne

Zjednodušenú tabuľku (viď tabuľku č. 1) tvoria 3 časti:

1. **Matica medzis potreby**- zachytáva toky medzi jednotlivými sektormi ekonomiky
  - a. V dimenzii *komodity* × *komodity* vyjadruje spotrebu jednotlivých komodít potrebných na výrobu iných komodít.
  - b. V dimenzii *odvetvia* × *odvetvia* vyjadruje spotrebu z daného odvetvia potrebného na výrobu pre iné odvetvie.
2. **Matica konečnej spotreby**- opisuje časť produkcie, ktorá je, ktorá v danom období nie je použitá na výrobu iných statkov, ale slúži na konečné použitie (domácnosti, verejného sektora, investície a pod.). Dimenziou matice môže byť:
  - a. *komodity* × *časti konečnej spotreby*
  - b. *odvetvia* × *časti konečnej spotreby*
3. **Matica pridanej hodnoty**- zobrazuje komponenty pridanej hodnoty jednotlivých produktov alebo odvetví. Dimenzia matice je:  $1 \times \textit{komodity}$  resp.  $1 \times \textit{odvetvia}$

**Tabuľka 1:** Zjednodušená input-output tabuľka v dimenzii komodity krát komodity

Products	Homogeneous units of production			Final uses			Total use
	Agricultural products	Industrial products	Services	Final consumption	Gross capital formation	Exports	
Agricultural products Industrial products Services	Intermediate consumption by product and by homogeneous units of production			Final uses by product and by category			Total use by product
Value added	Value added by component and by homogeneous units of production						
Imports for similar products	Total imports by product						
Supply	Total supply by homogeneous units of production			Total final uses by category			

**Zdroj:** Eurostat Manuál of Supply, Use and Input-Output Tables [online], 2008. Dostupné z: [http://epp.eurostat.ec.europa.eu/cache/ITY\\_OFFPUB/KS-RA-07-013/EN/KS-RA-07-013-EN.PDF](http://epp.eurostat.ec.europa.eu/cache/ITY_OFFPUB/KS-RA-07-013/EN/KS-RA-07-013-EN.PDF)

Symetrická input-output tabuľka patrí do Európskeho systému národných a regionálnych účtov ESA 95, podľa ktorého každý z európskych členských štátov je povinný vykazovať túto tabuľku v päťročných intervaloch. Tento systém hovorí aj o povinnosti každoročného vykazovania tabuliek dodávok a použitia.

Jednou z často kladených otázok je otázka, ako odsledovať resp. zistiť jednotlivé hodnoty input-output matice. Sledovanie medziodvetvových tokov je v praxi nerealizovateľné, nakoľko odvetvia neprodukujú len jeden druh výrobkov. Z toho dôvodu sa táto matica odvádza z tabuliek dodávok a použitia, ktoré sú z praktického hľadiska ľahšie odhadnuteľné (sledovateľné). Pozrime sa teda, ako dané tabuľky vyzerajú a čo opisujú.

### 3.1 Tabuľka dodávok

Tabuľka dodávok je maticou v dimenzii komodity krát odvetvia (s komoditami v riadkoch a odvetviami v stĺpcoch). Táto tabuľka zobrazuje ponuku tovarov a služieb cez komodity a cez typ zásobovateľa. Zjednodušená tabuľka dodávok (viď. Tabuľku č. 2 ) môže byť rozdelená na dve časti: maticu produkcie a maticu importu. Produkčná matica zobrazuje domáci produkciu odvetví cez komodity a matica (resp. vektor) importu zobrazuje konečný import cez jednotlivé komodity. Posledný riadok tabuľky dodávok obsahuje celkovú produkciu jednotlivých odvetví, celkový import a celkovú ponuku. V poslednom stĺpci sa nachádza celková ponuka komodít obsahujúca domácu aj importovanú zložku.

**Tabuľka 2: Príklad zjednodušenej tabuľky dodávok**

Products	Industries	Industries			Imports	Total
		Agriculture	Industry	Service activities		
Agricultural products	<b>Production Matrix</b> Output by product and by industry				<b>Import Matrix</b> Imports by product	Total supply by product
Industrial products						
Services						
Total	Total output by industry				Total imports	Total supply

**Zdroj:** Eurostat Manual of Supply, Use and Input-Output Tables [online], 2008. Dostupné z: [http://epp.eurostat.ec.europa.eu/cache/ITY\\_OFFPUB/KS-RA-07-013/EN/KS-RA-07-013-EN.PDF](http://epp.eurostat.ec.europa.eu/cache/ITY_OFFPUB/KS-RA-07-013/EN/KS-RA-07-013-EN.PDF)

Jednotlivé odvetvia majú tzv. primárne aktivity (uvádzané na diagonále produkčnej matice) a sekundárne aktivity (uvádzané mimo diagonály produkčnej matice). Nakoľko každé odvetvie môže produkovať nielen produkty charakteristické pre dané odvetvie (primárny výstup), ale aj iné (sekundárny výstup), produkčná matica nie je diagonálnou maticou.

Táto matica však neposkytuje kompletný obraz medziodvetvových aktivít v ekonomike. Vieme, že okrem komoditných vstupov do procesu výroby vstupujú aj časti pridanej hodnoty. Taktiež táto matica nehovorí nič o tom, či je komodita určená pre konečnú spotrebu, alebo pre iné odvetvie. Preto definujeme maticu použitia.

### 3.2 Tabuľka použitia

Táto tabuľka má dve možné verzie:

- c) Tabuľkou použitia pre domáce a dovezené produkty
- d) Tabuľku použitia pre dovezené produkty

Tabuľka použitia pre domáce a dovezené produkty je tabuľkou v dimenzii produkty krát odvetvia s produktmi a zložkami pridanej hodnoty v riadkoch a odvetviami a finálnou spotrebou v stĺpcoch. Zjednodušená tabuľka ( vid' tabuľku č. 3. ) môže byť rozdelená na tri časti:

1. Tabuľka medzispotreby- vyjadruje spotrebu jednotlivých domácich a dovezených komodít danými odvetviami.
2. Tabuľka finálnej spotreby- vyjadruje použitie domácich a dovezených produktov na konečnú spotrebu
3. Tabuľka pridanej hodnoty- zobrazuje komponenty pridanej hodnoty jednotlivých odvetví.

**Tabuľka 3: Príklad zjednodušenej tabuľky použitia pre domáce a dovezené produkty**

Products	Industries			Final uses			Total
	Agriculture	Industry	Service activities	Final consumption	Gross capital formation	Exports	
Agricultural products	Intermediate consumption by product and by industry			Final uses by product and by category			Total use by product
Industrial products							
Services							
Value added	Value added by component and by industry						Value added
Total	Total output by industry			Total final uses by category			

**Zdroj:** Eurostat *Manual of Supply, Use and Input-Output Tables [online]*, 2008. Dostupné z: [http://epp.eurostat.ec.europa.eu/cache/ITY\\_OFFPUB/KS-RA-07-013/EN/KS-RA-07-013-EN.PDF](http://epp.eurostat.ec.europa.eu/cache/ITY_OFFPUB/KS-RA-07-013/EN/KS-RA-07-013-EN.PDF)

Tabuľka použitia pre dovezené produkty je tabuľkou v dimenzii produkty krát odvetvia. Zjednodušená tabuľka (viď tabuľku č. 4.) môže byť rozdelená na:

1. Tabuľka medzispotreby- vyjadruje použitie dovezených tovarov v jednotlivých odvetviach.
2. Tabuľka finálnej spotreby- vyjadruje použitie dovezených produktov na konečnú spotrebu.

**Tabuľka 4: Zjednodušená tabuľka použitia pre dovoz**

INDUSTRIES (NACE)	INDUSTRIES (NACE)						FINAL USES										Total use at basic prices	
	Agriculture	Industry	Construction	Trade, hotel, transport	Finance, real estate, business	Other service activities	Total	Final consumption expenditure by households	Final consumption expenditure by non-profit organisations	Final consumption expenditure by government	Gross fixed capital formation	Changes in valuables	Changes in inventories	Exports intra EU FOB	Exports extra EU FOB	Total		
PRODUCTS (CPA)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	
1 Products of agriculture	Imported products for intermediate consumption at c.i.f. values						Imported intermediates	Imported products for final uses at c.i.f. values									Imported final uses	Imported total uses
2 Products of industry																		
3 Construction work																		
4 Trade, hotel, transport																		
5 Financial, real, business																		
6 Other services																		
7 Total at basic prices	Intermediate consumption by industry							Final uses by category										

**Zdroj:** Eurostat *Manual of Supply, Use and Input-Output Tables [online]*, 2008. Dostupné z: [http://epp.eurostat.ec.europa.eu/cache/ITY\\_OFFPUB/KS-RA-07-013/EN/KS-RA-07-013-EN.PDF](http://epp.eurostat.ec.europa.eu/cache/ITY_OFFPUB/KS-RA-07-013/EN/KS-RA-07-013-EN.PDF)



### 3.3 Vzťahy medzi tabuľkami dodávok a použitia, komoditno-odvetvový systém

Spojme tabuľku dodávok s tabuľkou použitia do nasledujúcej tabuľky zobrazujúcej komoditno-odvetvový systém. Nasledujúce odvodenia budú pracovať s tabuľkou použitia domácich aj dovezených tovarov. Podobné odvodenie platí aj pre tabuľku použitia iba pre dovezené produkty.

		Commodities		Industries		Final Demand	Total output
		A	B	A	B		
Commodities	A	Intermediate consumption by product and by industry $U$				Final uses by product and by category $e$	Total use by product $q$
	B						
Industries	A	Output of industries by product $V$					Total output by industries $x$
	B						
Value added		Value added by component and by industry $w$					
Total inputs		Total inputs by commodities $q'$		Total inputs by industries $x'$			

Zaved'me nasledovné označenie:

- $m$  – počet komodít produkovaných ekonomikou
- $n$ - počet odvetví v ekonomike
- $V = [v_{ij}]$ - transponovaná matica produkcie, kde  $v_{ij}$  hovorí o množstve komodity  $j$  produkovanej v odvetvi  $i$ , dimenzia matice je  $(n \times m)$
- $U = [u_{ij}]$ - matica medzispotreby, kde  $u_{ij}$  je množstvo komodity  $i$  použité v odvetví  $j$ , dimenzia matice je  $(m \times n)$
- $e$ - vektor konečnej spotreby komodít v dimenzii  $(1 \times m)$
- $q$ - vektor produkcie komodít v dimenzii  $(m \times 1)$
- $w$ - vektor pridanej hodnoty odvetví, dimenzia  $(1 \times n)$

- $\mathbf{x}$ - vektor konečnej produkcie odvetví, dimenzia ( $n \times 1$ )

Potom zo spojenej tabuľky vyplývajú nasledovné vzťahy. Pre maticu medzispotreby platí, že jej riadkový súčet vyjadruje, aké množstvo komodity sa spotrebovalo vo výrobe. Ak tomuto množstvu pripočítame konečnú spotrebu, dostaneme celkové množstvo použitých statkov. Stĺpcový súčet opisuje celkové množstvo spotreby komodít vo výrobe daného odvetvia. Ak k nemu pripočítame ostatné náklady (pridanú hodnotu), dostaneme celkový objem odvetvovej produkcie, teda:

$$q_i = u_{i1} + u_{i2} + \dots + u_{in} + e_i \quad (29)$$

$$x_j = u_{1j} + u_{2j} + \dots + u_{nj} + w_j \quad (30)$$

Vo všeobecnom input-output modeli sme definovali technické koeficienty  $a_{ij}$ , ktoré vyjadrovali množstvo  $i$ -teho vstupu potrebného na produkciu jednej jednotky  $j$ -teho výstupu. Definujme podobný koeficient pre komoditno-odvetvový systém, označme  $b_{ij}$  množstvo komodity  $i$  potrebnej na produkciu jednej jednotky výstupu odvetvia  $j$ . Potom  $b_{ij}$  je dané nasledovným vzťahom:

$$b_{ij} = \frac{u_{ij}}{x_j} \quad (31)$$

Pre maticu týchto koeficientov platí:

$$\mathbf{B} = \mathbf{U}(\hat{\mathbf{x}})^{-1} \quad (32)$$

Pre transponovanú maticu produkcie riadkový súčet predstavuje hrubý výstup odvetví a stĺpcový súčet hrubý výstup cez komodity :

$$x_i = v_{i1} + v_{i2} + \dots + v_{in} \quad (33)$$

$$q_i = v_{1i} + v_{2i} + \dots + v_{ni} \quad (34)$$

Preto ak všetky prvky matice  $\mathbf{V}$  normalizujeme cez jej riadkové sumy, dostaneme zlomok konečnej produkcie odvetvia  $i$ , ktorý je spojený s produkciou komodity  $j$ .

$$c_{ij} = \frac{v_{ij}}{x_i} \quad (35)$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{V}'(\hat{\mathbf{x}})^{-1} \quad (36)$$

Matica  $\mathbf{C}$  dáva výstupovú štruktúru produkcie odvetví, t.j. pomer, podľa ktorého sú produkované komodity v každom odvetví. Nazvime túto maticu produkt mix matica.

Ďalšou možnosťou je normalizovať všetky prvky matice  $\mathbf{V}$  cez jej stĺpcové sumy. Týmto spôsobom dostaneme zlomok konečnej produkcie komodity  $j$  v ekonomike produkovaný odvetvím  $i$ .

$$d_{ij} = \frac{v_{ij}}{q_j} \quad (37)$$

$$D = V(\hat{q})^{-1} \quad (38)$$

Matica  $D$  je maticou trhového podielu .

Pre konštrukciu matice priamych požiadaviek budeme musieť začleniť jeden z nasledovných predpokladov:

- a) Predpoklad komoditnej technológie
- b) Predpoklad odvetvovej technológie

Predpoklad komoditnej technológie hovorí, že každá komodita je produkovaná špecifickým spôsobom z rovnakých vstupov bez ohľadu na to, v akom odvetví dochádza k jej výrobe. Pri tomto predpoklade budeme využívať produkt mix maticu.

Predpoklad odvetvovej technológie hovorí, že každý produkt, vyrobený v danom odvetví, je vyrobený z rovnakých vstupov. Pri tomto predpoklade budeme pracovať s maticou trhového podielu.

Prepíšme rovnicu (29) do maticového zápisu:

$$q = U i + e \quad (39)$$

kde  $i$  predstavuje stĺpcový vektor jednotiek. Vyjadrením matice  $U$  z rovnice (32) a následným dosadením do predchádzajúcej rovnice dostávame:

$$q = B \hat{x} i + e = B x + e \quad (40)$$

V nasledujúcom texte sa budeme snažiť odvodiť rovnice pre vznik matice medzispotreby z matíc dodávok a použitia.

Prvý predpoklad technológie, ktorý využijeme, je predpoklad komoditnej technológie. Tento predpoklad však okrem predpokladu, že existuje jeden spôsob na výrobu každej komodity, taktiež predpokladá, že počet komodít produkovaných ekonomikou sa rovná počtu odvetví v ekonomike. Z tohto vedľajšieho predpokladu nám vyplýva, že matice  $U$ ,  $V$ ,  $C$  sú štvorcovými maticami. Nakoľko sme prijali predpoklad komoditnej technológie, môžeme použiť definíciu produkt mix matice, z ktorej vyjadríme diagonalizovaný odvetvový vektor produkcie:

$$\hat{x} = C^{-1} V' \quad (41)$$

Z rovnice (41) pre odvetvový vektor produkcie platí:

$$x = \hat{x} i = C^{-1} V' i = C^{-1} q \quad (42)$$

Dosadením rovnice 42 do rovnice 40 dostávame nasledovný vzťah:

$$q = B C^{-1} q + e = A_c q + e \quad (43)$$

kde  $A_C$  predstavuje maticu priamych požiadaviek v dimenzii komodity krát komodity, pri predpoklade komoditnej technológie. Táto matica je daná nasledovne:

$$\begin{aligned} A_C &= BC^{-1} = [U(\hat{x})^{-1}][V'(\hat{x})^{-1}]^{-1} = U(\hat{x})^{-1}(\hat{x})(V')^{-1} \\ &= U(V')^{-1} \end{aligned} \quad (44)$$

Použitím produkt mix matice môžeme predefinovať komoditnú konečnú spotrebu určenú vektorom  $e$  na odvetvovú konečnú spotrebu podľa nasledujúceho vzťahu:

$$e = Cy \quad (45)$$

Potom rovnicu (43) môžeme upravovať nasledovne:

$$\begin{aligned} (I - BC^{-1})q &= e \xrightarrow{(42)} (I - BC^{-1})Cx = e \\ (C - B)x &= e \\ C^{-1}(C - B)x &= C^{-1}e \\ x = C^{-1}Bx - C^{-1}e &\xrightarrow{(45)} x = C^{-1}Bx - y \end{aligned} \quad (46)$$

kde matica  $C^{-1}B$  predstavuje maticu priamych požiadaviek v dimenzii odvetvie krát odvetvie pri predpoklade komoditnej technológie.

Použime teraz predpoklad odvetvovej technológie. Predpokladáme teda, že každé odvetvie má špecifickú štruktúru vstupov. Nakoľko sme prijali predpoklad odvetvovej technológie, môžeme použiť definíciu matice trhových podielov .

. Z rovnice (38) platí:

$$V = D\hat{q} \quad (47)$$

Dosadením do rovnice (33) dostávame:

$$x = Vi = D\hat{q}i = Dq \quad (48)$$

Využitím vzťahu (40) dostávame maticu priamych požiadaviek v dimenzii komodity krát komodity pri použití odvetvovej technológie.

$$q = Bx + e = BDq + e \quad (49)$$

Použitím definíciu matice trhových podielov taktiež môžeme vyjadriť vzťah medzi komoditnou konečnou spotrebou a odvetvovou konečnou spotrebou.

$$y = De \quad (50)$$

Ekvivalentnými úpravami a použitím rovnice (50) vieme vyjadriť maticu priamych požiadaviek v dimenzii odvetvia krát odvetvia pri predpoklade odvetvovej technológie nasledovne:

$$\begin{aligned} q &= BDq + e \\ Dq &= DBDq + De \\ x &= DBx + y \end{aligned} \quad (51)$$

Z predchádzajúcich odvodení vyplýva, že matica priamych požiadaviek môže byť definovaná štyrmi spôsobmi:

- 1) použitím komoditnej technológie
  - a) v dimenzii komodity krát komodity  $BC^{-1} = U(V')^{-1}$
  - b) v dimenzii odvetvia krát odvetvia  $C^{-1}B$
- 2) použitím odvetvovej technológie
  - a) v dimenzii komodity krát komodity  $BD$
  - b) v dimenzii odvetvia krát odvetvia  $DB$

Preto sa núkajú otázky : Ktorú z týchto matíc použiť? Ktorý technologický predpoklad je ľahšie splniteľný? Dochádza k nejakým problémom pri ich výpočte?

### 3.4 Komoditná verzus odvetvová technológia, komoditná verzus odvetvová tabuľka

Výpočet symetrickej input-output tabuľky z matíc dodávok a použitia by podľa predchádzajúceho textu mal byť len pomerne jednoduchým algebrickým postupom. Netreba však zabudnúť na dôležité rozhodnutia, ako je určenie predpokladu technológie a rozhodnutie pre komoditnú resp. odvetvovú formu tabuľky, ktoré je potrebné vykonať skôr než sa rozhodneme vybrať si jeden z predchádzajúcich postupov. Preto môže byť zaujímavé zamyslieť sa nad výhodami a nevýhodami jednotlivých technológií a foriem tabuliek.

Eurostatom preferovanou formou je tabuľka v dimenzii komodity krát komodity, nakoľko táto tabuľka zobrazuje jednotlivé toky homogénnejšie. Pri použití komoditnej input-output tabuľky jednotlivé stĺpce reprezentujú štruktúru vstupov daného produktu, to znamená že extra dopyt po produkte vedie k proporcionálnemu dopytu po výrobkoch, ktoré sú potrebné pri produkcii požadovaného produktu. Treba však spomenúť, že OECD preferuje tabuľku v odvetvovom tvare. Táto forma je heterogénnejšia, no je blízka štatistickým zdrojom a táto forma môže byť použitá s inými odvetvovými informáciami na výskum a vývoj výdavkov a inovácii.

Skúmaním vlastností komoditno-komoditnej input-output tabuľky sa zaoberá štúdia Kop Jasnena a Ten Raa [1990], v ktorej z vlastností tradičnej input-output tabuľky odvodili nasledovné štyri axiómy:

1. axióma materiálnej rovnováhy:  $A(U, V)V'i = Ui$
2. axióma finančnej rovnováhy:  $i'A(U, V)V' = i'U$

3. axióma cenovej invariance:  $A(\hat{p}U, V\hat{p}) = \hat{p}A(U, V)\hat{p}^{-1} \quad \forall \hat{p} > 0$
4. invariantnosť na zmenu škály:  $A(U\hat{s}, \hat{s}V) = A(U, V) \quad \forall \hat{s} > 0$

kde  $A(U, V)$  označuje zobrazenie matice dodávok a použitia do input-output matice. Následne môžeme skúmať platnosť týchto vlastností pre jednotlivé metódy.

**Veta:** Model komoditnej technológie spĺňa všetky štyri vlastnosti. [Kop Jansena, Ten Raa, 1990, str. 219]

**Dôkaz:**

1. materiálna rovnováha: Použitím komoditnej technológie sa ľavá strana rovnice dá napísať ako:

$$A(U, V)V'i = U(V')^{-1}V'i = Ui,$$

čo je práva strana rovnice.

2. finančná rovnováha: Ľavú stranu rovnice môžeme upraviť nasledovne:

$$i'A(U, V)V' = i'U(V')^{-1} = i'U.$$

čím sme dokázali platnosť axiómy finančnej rovnováhy.

3. cenová invariancia: Znova úpravou ľavej strany dostávame rovnosť výrazu.

$$A(\hat{p}U, V\hat{p}) = (\hat{p}U)[(V\hat{p})']^{-1} = (\hat{p}U)(\hat{p}V')^{-1} = \hat{p}U(V')^{-1}\hat{p}^{-1} = \hat{p}A(U, V)\hat{p}^{-1}$$

4. invariantnosť na zmenu škály:

$$A(U\hat{s}, \hat{s}V) = (U\hat{s})((\hat{s}V)')^{-1} = (U\hat{s})(V'\hat{s})^{-1} = U\hat{s}(\hat{s})^{-1}(V')^{-1} = U(V')^{-1} \quad \blacksquare$$

Model komoditnej technológie spĺňa všetky štyri axiómy, preto môžeme povedať, že je plne konzistentný s tradičným input-output modelom. Jeho odvodenie zo začlenením komoditnej technológie je zmysluplným ekonomickým postupom, ktorý [Konijn, 1994] opisuje nasledovne.

Z predpokladu komoditnej technológie vyplýva existencia fixovanej štruktúry vstupov na komoditu. Z tohto dôvodu štruktúru vstupu komodity  $j$  opisuje nasledovný vektor:

$$A_j = \begin{bmatrix} a_{1j} \\ \vdots \\ a_{nj} \end{bmatrix}$$

Potom tvrdenie, že štruktúra vstupu je fixovaná, znamená, že bez ohľadu na veľkosť produkcie vstupy sú vždy použité v tom istom pomere. Preto ak predpokladáme, že odvetvie  $i$  produkuje komoditu  $j$  v množstve  $v_{ij}$ , potom vstup potrebný na produkciu tohto množstva môžeme nájsť násobením vstupnej štruktúry  $j$  ( $A_j$ ) s množstvom  $v_{ij}$ .

$$U_i^j = A_j v_{ij}$$

Kde  $U_i^j$  predstavuje stĺpec primárnych vstupov použitých odvetvím  $i$  na produkciu množstva  $v_{ij}$  komodity  $j$ . Ak však predpokladáme, že odvetvie  $i$  môže produkovať aj iné komodity, potom produkciu tohto odvetvia opisuje nasledovný riadkový vektor:

$$V_i = [v_{i1}, \dots, v_{in}]$$

Potom korešpondujúci vektor  $U_i$  môžeme vypočítať nasledovne

$$U_i = A(V_i)'$$

Z čoho pre všetky odvetvia platí nasledovná rovnica:

$$U = AV'$$

Konzistencia s tradičným modelom a jednoduché odvedenie sú pre model veľkým pozitívom, avšak pri použití tejto metódy dochádza k vzniku dosť významného problému, ktorým je vznik záporných prvkov pri výpočte input-output matice. Dôvodom vzniku a spôsobmi ich riešenia bude rozoberať nasledujúca podkapitola.

Vráťme sa však k odvetvovej technológii. Kop Jansen a Ten Raa dokázali, že pre túto technológiu platí iba axióma materiálnej rovnováhy, a preto tento model nie je konzistentný s tradičným input-output modelom. Taktiež ukázali, že táto technológia je citlivá na zmenu bázoového roku. Thage [2005] obhajoval aplikáciu odvetvovej technológie, nakoľko je to jediná metóda, ktorá môže byť použitá v prípade, ak matice dodávok a použitia nie sú štvorcovými maticami.

Predchádzajúce úvahy o konzistentnosti modelu s tradičným input-output modelom nás vedú k záveru, že v ďalších častiach diplomovej práce budeme pracovať s komoditnými tabuľkami a modelom komoditnej technológie. Problémom tejto technológie naďalej zostávajú záporné prvky vzniknuté pri použití predpokladu komoditnej technológie. Tento problém, jeho dôvody a riešenia budú preto hlavným obsahom nasledujúcej podkapitoly.

### **3.5 Transformácia tabuľky dodávok a použitia na symetrickú input-output tabuľku.**

Existencia záporných prvkov v input-output matici pri použití komoditnej technológie je veľký problém. Ako už v predchádzajúcich častiach bolo spomínané jednotlivé elementy tejto matice predstavujú toky medzi jednotlivými sektormi. Ekonomická interpretácia týchto záporných prvkov dáva nereálnu situáciu. Pri komoditnom členení tabuľky záporný prvok vyjadruje, že na výrobu nejakej komodity potrebujeme spotrebovať záporne množstvo inej komodity. Existencia týchto záporných

prvkov je spôsobená existenciou negatívnych prvkov v inverzii transponovanej matice produkcie  $V$ .

Eurostat (M.de March, O. Berner, S. de Bour, J. Beutel, M. Braibant, 2008) uvádza štyri hlavné dôvody vzniku týchto negatívnych prvkov:

1. Nedodržanie predpokladu komoditnej technológie- to znamená, že existuje produkt, ktorý je produkován dvoma rozličnými spôsobmi. Typickým príkladom je chemický priemysel, kde dva rôzne procesy môžu viesť k vzniku rovnakého produktu. Negatívne čísla môžu vzniknúť, ak jeden výrobný proces potrebuje vstupy, ktoré v druhom na výrobu nie sú potrebné.
2. Heterogenita v dátach a klasifikácie
3. Vertikálne integrovaný proces výroby- uvažujme produkciu syra na mliekarenskej farme. Mlieko produkované na farme a spotrebované na produkciu syra nie je zaznamenané ako vstup ani ako výstup. Preto to vyzerá, že farma produkuje syr bez použitia mlieka.
4. Chyby v dátach- chyby v databázach tabuliek dodávok a použitia.

Napriek týmto komplikáciám, nová príručka pre výpočet input-output tabuliek a tiež Európsky Systém účtov 1995 odporúčajú využívať predpoklad komoditnej technológie [M. R. Cantuche, A. T. Moreno, M. A. Pardo, 2005, str. 4]. Otázkou však ostáva, ako problém negatívnych prvkov riešiť. Existuje niekoľko „odstraňovacích“ procedúr ako Armstrongova, Rainerova, Steengeova, Stahmer alebo US procedúra.

My však budeme pracovať s tzv. Almonovým algoritmom. Profesor Univerzity v Marylande Clopperom Almon prezentoval iteratívny algoritmus na konštrukciu komoditno-komoditnej input-output matice, ktorý je plne konzistentný s predpokladom komoditnej technológie no, zároveň rieši problém negatívnych elementov. Výpočet symetrickej input-output tabuľky je vykonávaný riadok po riadku, pričom dochádza k odstráneniu negatívnych prvkov hneď, ako sa objavia.

Odvodenie algoritmu vychádza z rovnice (44), avšak pre odvodenie iteratívneho algoritmu budeme potrebovať preškálovať maticu  $V$  tak, že každý jej prvok vydělíme korešpondujúcou stĺpcovou sumou

$$M = V(\hat{q})^{-1} \quad (52)$$

Potom rovnicu (44) môžeme napísať nasledovne:

$$U = A(V') = A\hat{q}(\hat{q})^{-1}V' = ZM' \quad (53)$$

Označme  $u$   $i$ -ty riadok matice  $U$ ,  $z$   $i$ -ty riadok matice  $Z$  potom platí nasledovný vzťah:



$$\mathbf{u} = \mathbf{Mz} \quad (54)$$

Ekvivalentnou úpravou predchádzajúcej rovnice dostávame:

$$0 = -\mathbf{Mz} + \mathbf{u} \quad (55)$$

Pripočítaním  $z$  k oboj stranám rovnice získame nasledovný vzťah:

$$\mathbf{z} = (\mathbf{I} - \mathbf{M})\mathbf{z} + \mathbf{u} \quad (56)$$

Pripomeňme si, že okrem špeciálnych prípadov, je viac ako polovica produkcie komodity v primárnom odvetví. To znamená, že v absolútnej hodnote je stĺpcová suma prvkov matice  $(\mathbf{I} - \mathbf{M})$  menšia ako jedna, čo zaručuje konvergenciu Seidelovho iteratívneho procesu. Preto definujme postupnú aproximáciu rovnice (56) nasledovne:

$$\begin{aligned} \mathbf{z}^0 &= \mathbf{u} \\ \mathbf{z}^{h+1} &= (\mathbf{I} - \mathbf{M})\mathbf{z}^h + \mathbf{u} \end{aligned} \quad (57)$$

Z čoho pre jednotlivé elementy platí:

$$z_{ij}^{h+1} = u_{ij} - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n m_{jk} z_{ik}^h + (1 - m_{jj}) z_{ij}^h \quad (58)$$

Z toho pre jednotlivé prvky matice technických koeficientov platí nasledovná rovnica

$$a_{ij}^{h+1} \sum_{k=1}^n v_{kj} = u_{ij} - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n a_{ik}^h v_{jk} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n a_{ij}^h v_{kj} \quad (59)$$

Almon [2000] interpretuje tieto rovnice pre použitie čokolády ( $i$ ) v produkcii syra ( $j$ ). Potom prvý člen pravej strany rovnice (59) hovorí, aby sme začali s čokoládou kúpenou podnikmi v syrovom odvetví. Druhý člen nás vedie k odstráneniu množstva čokolády potrebnej na výrobu sekundárnych produktov týchto podnikov použitím doteraz vypočítanej technológie na výrobu tohto produktu ( $a_{ij}^h$ ). Nakoniec tretí člen nás núti pridať čokoládu použitú na výrobu syra v iných odvetviach.

Ak zosumujeme cez  $j$  obe strany rovnice (59), získame množstvo vstupu  $i$  potrebné na výrobu všetkých produktov ekonomiky (nie iba komodity  $j$ - syru). Teda:

$$\sum_{j=1}^n \left( a_{ij}^{h+1} \sum_{k=1}^n v_{kj} \right) = \sum_{j=1}^n u_{ij} - \sum_{j=1}^n \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n a_{ik}^h v_{jk} + \sum_{j=1}^n \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n a_{ij}^h v_{kj} \quad (60)$$

Z predchádzajúcej rovnice je zjavné, že druhý a tretí člen pravej strany sú zhodné. Avšak rovnosť medzi týmito členmi nemusí platiť pre každý produkt  $j$ . Skúsme teraz overiť, či sme sa nasledovným algoritmom zbavili záporných prvkov v matici technologických

koeficientov. Nasledovné overenie sleduje materiál [J.M.R. Cantuche, A.T. Moreno, M.A. Pardo, 2005].

Predpokladajme, že  $V$  nie je singulárna a neobsahuje negatívne prvky, potom matica technických koeficientov  $A$  (získaná z rovnice  $U = AV'$ ) bude obsahovať negatívne prvky vtedy a len vtedy, ak platí nasledovná nerovnosť:

$$u_{ij} < \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n a_{ik}^h v_{jk} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n a_{ij}^h v_{kj} \quad (61)$$

Dôkaz nasledovného tvrdenia vyplýva z rovnice (59). Označme daný negatívny technický koeficient  $a_{ij}^{h+1}$ . Keďže sme predpokladali nenegatívnosť matice  $V$ , potom  $\sum_{k=1}^n v_{kj} > 0$ , z čoho vyplýva, že  $a_{ij}^{h+1} \sum_{k=1}^n v_{kj} < 0$ . Nasledným použitím rovnice (59) dostávame nasledovnú nerovnosť, z ktorej je už odvodenie nerovnice (61) zřejmé.

$$a_{ij}^{h+1} \sum_{k=1}^n v_{kj} = u_{ij} - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n a_{ik}^h v_{jk} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n a_{ij}^h v_{kj} < 0$$

Teraz skúsme predpokladať, že matica technických koeficientov  $A$ , nebude obsahovať negatívne prvky, ak pre nesingulárnu nezápornú maticu  $V$  a  $\forall j$  platí:

$$\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n a_{ik}^h v_{jk} < \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n a_{ij}^h v_{kj} \quad (62)$$

Ak predpokladáme platnosť nerovnice (62) a použijeme že  $u_{ij} \geq 0$ , potom  $u_{ij} - \left( \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n a_{ik}^h v_{jk} - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n a_{ij}^h v_{kj} \right) > 0$ , z čoho použitím predchádzajúceho tvrdenia dostávame, že matica technický koeficientov  $A$  je nezáporná.

Avšak  $u_{ij} - \left( \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n a_{ik}^h v_{jk} - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n a_{ij}^h v_{kj} \right) > 0$  negarantuje splnenie nerovnice (62). To znamená, že almonov algoritmus ako bol vyvinutý doteraz, stále môže produkovať negatívne prvky matice technických koeficientov. Preto za účelom odstránenia negatívnych prvkov z matice  $A$  do procedúry výpočtu začleníme tzv. preškálovací faktor a preškálujeme všetky odstraňované komponenty (druhý člen pravej strany rovnice 59) tak, aby zanechali nulovú odchýlku. A potom toto „množstvo ukradnuté z iných odvetví“ postupne pridávame. Škálovací vektor označíme ako  $s_{ij}^h$  a definujeme ho nasledovne:

$$s_{ij}^h = \begin{cases} \frac{u_{ij}}{\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n a_{ij}^h v_{kj}}, & u_{ij} < \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n a_{ij}^h v_{kj} \\ 1, & u_{ij} \geq \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n a_{ij}^h v_{kj} \end{cases} \quad (63)$$

Pri takto definovanom škálovacom vektore môžeme rovnicu (59) nahradiť nasledovnou rovnicou:

$$a_{ij}^{h+1} \sum_{k=1}^n v_{kj} = u_{ij} - s_{ij}^h \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n a_{ik}^h v_{jk} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n s_{ik}^h a_{ij}^h v_{kj} \quad (64)$$

To znamená, že preškálovací vektor aplikujeme iba v prípade, keď  $u_{ij}$  je menšie ako odstraňovaná časť pravej strany rovnice (5). Z tohto dôvodu by sme mali predefinovať škálovací vektor  $s_{ij}^h$  výmenou  $\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n a_{ij}^h v_{kj}$  za  $\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n a_{ij}^h v_{jk}$ .

Ak zosumujeme obe strany rovnice (64) cez  $j$ , potom je zrejmé, že výsledok je rovnaký bez ohľadu na to, ako je definovaný škálovací vektor. Ekonomická interpretácia posledných dvoch členov rovnice je zmyslupnnejšia pre predefinovaný škálovací faktor. Preto dostávame nasledovný vzťah<sup>1</sup>:

$$a_{ij}^{h+1} \sum_{k=1}^n v_{kj} = u_{ij} - \frac{u_{ij}}{\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n a_{ik}^h v_{jk}} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n a_{ik}^h v_{jk} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n \frac{u_{ik} a_{ij}^h v_{kj}}{\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n a_{ik}^h v_{jk}} \quad (65)$$

Odkiaľ dostávame, že:

$$a_{ij}^{h+1} \sum_{k=1}^n v_{kj} = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n u_{ik} \frac{a_{ij}^h v_{kj}}{\sum_{\substack{p=1 \\ p \neq k}}^n a_{ip}^h v_{kp}}$$

čo môžeme interpretovať nasledovne, konečné požiadavky vstupu  $i$  potrebné pre odvetvie  $k$  ( $u_{ik}$ ) je násobené pomerom vstupu  $i$  potrebného na výrobu sekundárnej komodity  $j$  v odvetví  $k$  a konečnej spotreby tohto vstupu pre všetky sekundárne produkty v tom istom odvetví. Tento súčin Almon označuje ako „konečné množstvo ukradnuté z ostatných odvetví“.

Zosumovaním predchádzajúcej rovnice cez  $j$  dostávame:

<sup>1</sup> Všimnime si, že ak škálovací vektor je rovný jednotke, potom rovnica (64) je zhodná z rovnicou (59) a teda sumovaním rovnice (59) dostávame konečnú spotrebu vstupov  $i$  do odvetvia  $j$ .

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}^{h+1} \sum_{k=1}^n v_{kj} = \sum_{j=1}^n \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n u_{ik} \frac{a_{ij}^h v_{kj}}{\sum_{\substack{p=1 \\ p \neq k}}^n a_{ip}^h v_{kp}} = \sum_{j=1}^n u_{ij} \frac{\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n a_{ij}^h v_{kj}}{\sum_{\substack{p=1 \\ p \neq k}}^n a_{ip}^h v_{kp}} = \sum_{j=1}^n u_{ij}$$

To znamená, že riadková suma je počas iteratívneho procesu nezmenená. Konečný výsledok iteratívneho procesu pomocou voľby škálovacieho vektora garantuje nezápornosť technických koeficientov. Tento prístup kritizovali T. Raa, Chakraborty a Smaal ako aritmetickú manipuláciu s argumentmi bez odôvodnenia, ktorá závisí od dekompozície matice  $V$ . Napriek týmto argumentom Almon pokračoval v používaní tejto metódy v posledných tridsiatich rokoch a jeho prístup sa stal jedným zo všeobecne používaných prístupov riešenia vzniku negatívnych prvkov.

## 4 Dáta a ich úprava potrebné pre aplikáciu Leontiefovho modelu na ekonomiku Slovenskej republiky.

Cieľom tejto kapitoly bude aplikovať Leontiefov štrukturálny model na ekonomiku Slovenskej republiky a na jeho základe vysvetliť štrukturálne súvislosti slovenskej ekonomiky, vypočítať jednotlivé multiplikátory spomínané v teoretickej časti práce a vysvetliť ich vplyvy na ekonomiku Slovenska. Nakoľko našou snahou je skúmanie súvislostí momentálnej ekonomickej situácie, budeme využívať údaje s čo najmenším oneskorením.

### 4.1 Údajová základňa

Podľa medzinárodnej metodiky systému národných účtov OSN súčasťou Systému národných účtov je aj systém input-output tabuliek, ktorý zahŕňa:

- Tabuľky dodávok a použitia v komoditno-odvetvovom členení, ktoré sú zverejňované každoročne avšak s oneskorením (3 roky pre slovenskú ekonomiku)
- Symetrická input-output tabuľka v komoditno-komoditnom členení, zverejňovaná s päť ročnou periodicitou a s oneskorením 3 roky.

Pretože našou snahou je skúmanie súvislosti s čo najmenším oneskorením pre účely našej analýzy budeme vychádzať z tabuliek dodávok a použitia pre rok 2006, ktorú vykázal a poskytol Štatistický úrad slovenskej republiky. Tabuľky dodávok a použitia sa konštruujú v mil. € v rozmere 59 odvetví klasifikovaných podľa OKEČ<sup>2</sup> (odvetvovej klasifikácie ekonomických činností), a 59 komodít podľa klasifikácie produkcie KP<sup>3</sup>. Konečné použitie sa člení na štyri zložky, a to: konečná spotreba domácnosti (KSD),

---

<sup>2</sup> Číselník OKEČ obsahuje zoznam pracovných činností, ktoré sú vykonávané tak kolektívom ako aj individuálnymi subjektami. Činnosti sú zoskupené do jednotlivých kategórií a oddielov, ktoré korešpondujú aj s klasifikáciou ekonomických činností EU NACE. Zdroj: <http://www.infostat.sk/ELIS/RES/okec.html>

<sup>3</sup> Štatistická klasifikácia produkcie - KP je národná verzia klasifikácie produkcie podľa činností CPA 2002 (Statistical classification of products by activity in the European Economic Community), ktorú vydal Štatistický úrad Európskej únie EUROSTAT nariadením komisie (ES) č.204/2002 Zdroj: <http://portal.statistics.sk>

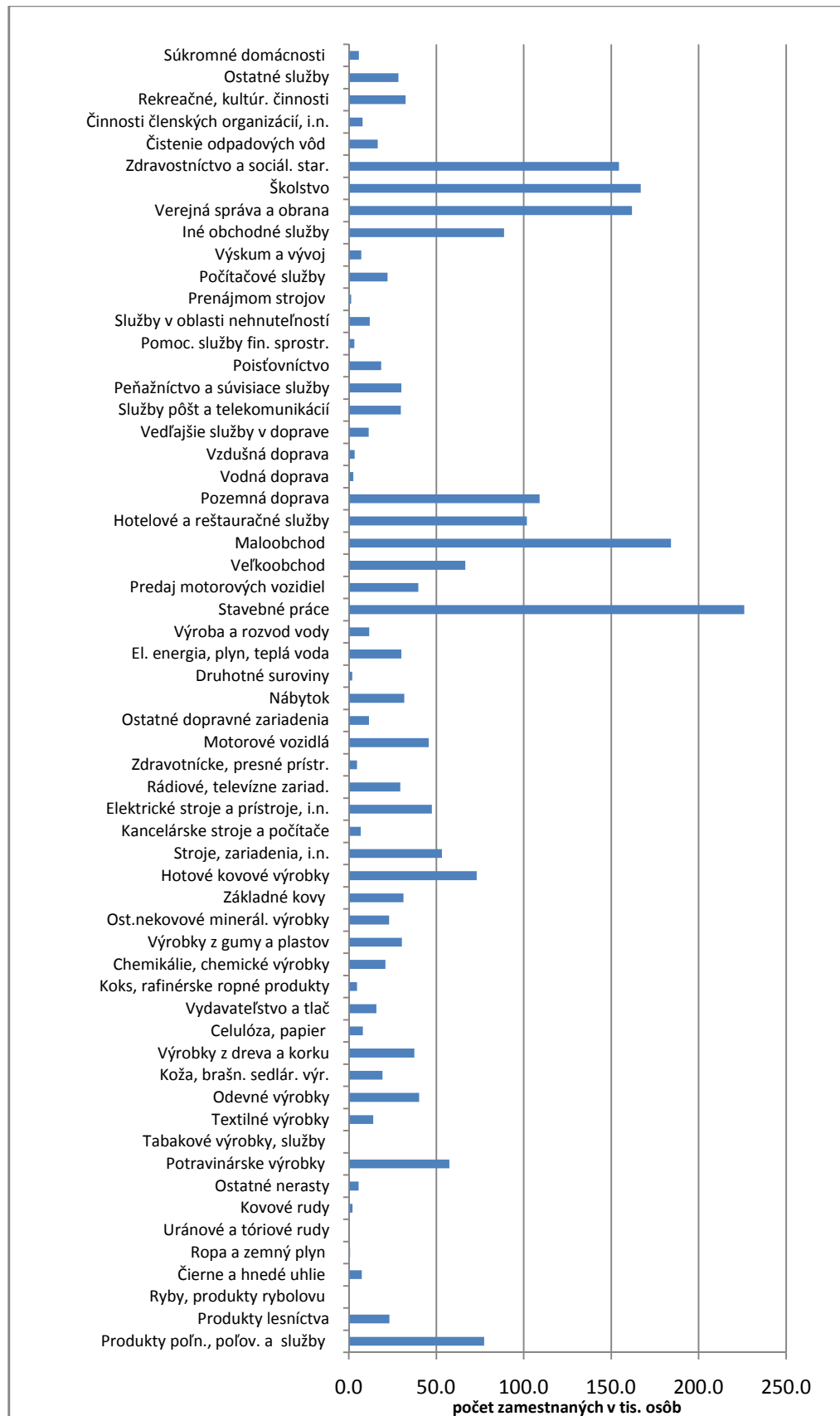
konečná spotreba verejnej správy (KSVS), tvorba hrubého kapitálu<sup>4</sup> (THK), vývoz (EX). Rozloženie zložiek konečnej spotreby pre jednotlivé komodity zobrazuje graf v prílohe č.1. Aby sme získali symetrickú input-output tabuľku v komoditnom členení pre rok 2006, ktorá je potrebná na ďalšie analýzy modelu, použijeme predpoklad komoditnej technológie. Na odstránenie problému negatívnych prvkov pri tejto technológii použijeme naprogramovanú verziu Almonovho algoritmu.

Na kvantifikáciu vzťahov medzi konečnou spotrebou a zamestnanosťou je potrebné poznať koeficient pracnosti, ktorého výpočet vychádza z poznania počtu zamestnancov v jednotlivých odvetviach. Preto pre túto analýzu sú nevyhnutné údaje o zamestnanosti podľa klasifikácie OKEČ. Tieto dáta zobrazuje graf č. 1, z ktorého vyplýva, že najväčší počet osôb v roku 2006 až 9.83% pracovalo v odvetví Stavebné práce. Ďalšími odvetviami s významným počtom zamestnaných pre rok 2006 boli: *Maloobchod* (8.01%), *Školstvo* (7.26%), *Verejná správa a obrana* (7.04%) a *Zdravotníctvo a sociálna starostlivosť* (6.72%). Zdrojom týchto údajov bol Štatistický úrad SR.

---

<sup>4</sup> Tvorba hrubého kapitálu vypočítaná ako súčet tvorby hrubého fixného kapitálu, zmeny stavu zásob a čistého obstarávania cenností.

**Graf 1: Rozdelenie zamestnanosti podľa klasifikácie OKEČ**



## 4.2 Almonov algoritmus

Jedným z cieľov tejto diplomovej práce bolo opísať štrukturálne vzťahy Slovenskej ekonomiky s čo najmenším oneskorením. Vzhľadom na to, že najnovšie tabuľky publikované štatistickým úradom obsahovali „iba“ tabuľky dodávok a použitia, rozhodli sme sa naprogramovať algoritmus, ktorého vstupom sú tabuľky dodávok a použitia a výstupom symetrická input-output tabuľka v dimenzii komodity krát komodity. Týmto algoritmom sme získali nástroj, ktorý môže byť využitý aj počas ďalších rokov. Týmto sa input-output analýza stáva prístupnejšou, nakoľko môže byť zostrojená každoročne. Vráťme sa však k algoritmu. Jeho odvodenie už bolo opísané v kapitole 4.5. Pre zopakovanie môžeme algoritmus opísať v týchto krokoch:

- 1) Výpočet prvej aproximácie input-output tabuľky

$$\mathbf{R}^0 = \mathbf{U}$$

- 2) Pre každý riadok  $i$

- a) Pre každý stĺpec  $j$

- i) Vypočítanie konečného množstva tovaru  $j$  použitého odvetvím  $i$  na sekundárnu produkciu

$$c_{i,j}^{(k)} = \sum_{\substack{h=1 \\ h \neq j}}^n m_{jh} z_{ih}^{(k)}$$

- ii) Vypočítanie preškálovacieho faktora

$$\text{ak } c_{i,j}^{(k)} > u_{ij} \text{ potom } s_{ij}^{(k)} = \frac{u_{ij}}{c_{i,j}^{(k)}}$$

$$\text{inak } s_{ij}^{(k)} = 1.$$

- iii) Výpočet nového odhadu  $z$

$$z_{ij}^{(k)} = u_{ij} - s_{ij}^{(k)} c_{i,j}^{(k)} + \sum_{\substack{h=1 \\ h \neq j}}^n s_{ij}^{(k)} m_{hj} z_{ij}^{(k)}$$

- b) opakovať a) pre všetky  $j$  a pre  $k < K$  (daný maximálny počet iterácií  $K$ ).

Tento algoritmus sme naprogramovali ako novú funkciu (viď program v prílohe č. 2) v programe Matlab verzia 7.6.0. Vstupom do tejto funkcie sú upravená matica použitia  $\mathbf{U}$  a matica  $\mathbf{M}$ , ich úprava potrebná pred aplikáciou funkcie bude opísaná neskôr. Výstupom tejto funkcie je matica  $\mathbf{R}$ , ktorej jednoduchou úpravou vieme vypočítať maticu



medzispotreby  $Z$ . Úprava matice použitia vyplýva z faktu, že diagonálne prvky tejto matice sú v dôsledku vnútro firemných služieb dosť veľké vzhľadom na ostatné prvky. Preto skôr ako maticu použijeme ako vstup do funkcie, odstránime z nej polovicu diagonálnych prvkov (teda každý diagonálny prvok vydělíme  $\frac{1}{2}$ ). Po aplikácii funkcie toto množstvo naspäť pripočítame k upravenej matici použitia, ale aj k matici výstupu  $R$ , čím z tejto matice výstupu dostaneme požadovanú maticu medzispotreby. Ďalšia úprava, ktorá je potrebná pred aplikáciou funkcie, je úprava produkčnej matice (dimenzia *komodity*  $\times$  *odvetvia*). Túto maticu transponujeme čím dostávame maticu v dimenzii *odvetvia*  $\times$  *komodity* a následne ju preškálujeme korešpondujúcou stĺpcovou sumou. Takúto preškálovanú maticu použijeme ako vstup funkcie.

Algoritmus sme otestovali s maticami dodávok a použitia poskytovanými Eurostatom pre Českú republiku (pre roky 2000, 2005 a 2007), Poľsko (pre roky 2000, 2005) a Slovenskú republiku (pre roky 1995, 2000, 2005). Testovanie spočívalo vo výpočte symetrickej input-output tabuľky pomocou nami naprogramovanej funkcie. Následne sme sa snažili porovnať „pôvodnú maticu použitia“ poskytnutú Eurostatom s „novou maticou použitia“, ktorú sme získali zo vzťahu:

$$\text{nová maticia použitia} = \mathbf{ZM}' \quad (66)$$

Aby sme sa bližšie pozreli na rozdiel medzi týmito dvoma maticami, podobne ako v publikácii Almona [2000] vydělíme každý člen korešpondujúcou odvetvovou produkciou. Následne sa pozrieme na stĺpcovú sumu absolútnej hodnoty rozdielu individuálnych koeficientov. Stredná hodnota tejto sumy pre jednotlivé krajiny a roky je zobrazená v tabuľke č. 5

Ďalším ukazovateľom, ktorým sme overovali správne fungovanie algoritmu, bolo porovnanie matíc technických koeficientov. Sledovali sme priemernú hodnotu rozdielu matice technických koeficientov vypočítanej symetrickej input-output tabuľky získanej z algoritmu a matice technických koeficientov vypočítanej z Eurostatom zverejnenej symetrickej input-output tabuľky. Tento rozdiel je taktiež zobrazený v tabuľke č. 5

**Tabuľka 5:** Výsledky testovania algoritmu

Krajina	rok	stredná hod. odchýlky matíc použitia	stredná hodnota rozdielu matíc technických koeficientov
Česká republika	2000	0.0983	$1.47 * 10^{-19}$
Česká republika	2005	0.075	$3.61 * 10^{-20}$
Česká republika	2007	0.076	$2.79 * 10^{-20}$
Poľsko	2000	0.098	$4.04 * 10^{-20}$
Poľsko	2005	0.096	$1.26 * 10^{-18}$
Slovenská republika	1995	0.184	$1.30 * 10^{-19}$
Slovenská republika	2000	0.1308	$7.02 * 10^{-19}$
Slovenská republika	2005	0.143	$6.86510^{-19}$

Z tabuľky je zrejmé, že stredné hodnoty rozdielov matíc technických koeficientov sú zanedbateľne malé. Taktiež môžeme povedať, že zanedbateľne malé sú aj stredné odchýlky matíc použitia pre Česko a Poľsko. Pre slovenskú republiku tieto ukazovatele sú mierne zvýšene. Bližším sledovaním sme však zistili, že vyššie hodnoty sa vyskytujú tam, kde nie je splnená podmienka výroby aspoň 50% produkcie v primárnom odvetví.

Z týchto overovacích porovnaní funkčnosti algoritmu pre staršie tabuľky dodávok a použitia sme došli k záveru, že funkcia dáva očakávané výsledky. Preto môžeme povedať, že algoritmus je funkčný.

Záverečným krokom bola aplikácia algoritmu na výpočet, symetrickej input-output matice pre slovenskú ekonomiku pre rok 2006. Z tabuliek dodávok a použitia (s dovozom aj bez dovozu) sme pomocou naprogramovanej funkcie vypočítali symetrickú maticu medzispotreby, z ktorej sme následne vypočítali maticu technických koeficientov. Pre overenie správnosti matice môžeme porovnať nami vypočítanú maticu technických koeficientov pre rok 2006 s maticou technických koeficientov pre rok 2005. Pričom predpokladáme, že tieto dve matice sa nebudú veľmi odlišovať, nakoľko nepredpokladáme markantnú zmenu technológie výroby resp. zmenu cenového indexu. Tento predpoklad sa nám potvrdil takmer pre všetky komodity. Výnimkou boli kancelárske stroje a počítače (podľa KP 30) a rádiové a televízne zariadenia (32 podľa KP), kde tento rozdiel bol

významný. Jedným z vysvetlení môže byť výrazný pokles tržieb dosiahnutý odvetvím výroby kancelárskych strojov a počítačov (OKEČ 30), ktoré v roku 2006 tvorili len 4,16% tržieb dosiahnutých v roku 2005. Tieto tržby sa presunuli do výroby rádiových a televíznych zariadení (OKEČ 32). Slovenská ratingová agentúra predpokladá, že vplyvom zavádzania nových výrob sa zmenila hlavná činnosť niektorého z nosných podnikov pôvodne s hlavnou činnosťou pod OKEČ-om 30 a presunula sa v prospech OKEČ 32.

Výsledkom aplikovania algoritmu na matice dodávok a použitia z roku 2006 pre slovenskú ekonomiku je matica medzispotreby (verzia A s dovozom, verzia B bez dovozu). Táto matica je hlavným zdrojom informácií pre ďalšie výpočty multiplikátorov a pre štrukturálne analýzy slovenskej ekonomiky.

## 5 Multiplikátory slovenskej ekonomiky

V predchádzajúcej kapitole sme opísali vznik matice medzispotreby v dimenzii *komodity*  $\times$  *komodity* pre rok 2006. Táto matica vyjadruje spotrebu jednotlivých komodít potrebných na produkciu iných komodít a môžeme povedať, že je „základným kameňom“ pre výpočet jednotlivých multiplikátorov a tým je aj základom k ďalším analýzám. Pre naše analýzy budeme využívať maticu verzie B (zahŕňajúcu len domáce väzby). Ako už bolo v teoretickej časti spomínané, keďže množstvá jednotlivých vstupov tejto matice závisia od množstva produkcie, potrebujeme túto maticu normalizovať podľa vzťahu (4), čím dostaneme maticu technických koeficientov.

Ďalším krokom je výpočet Leontiefovej inverzie. Element  $\alpha_{ij}$  tejto inverzie zobrazuje, koľko produktu  $i$  musí byť vyprodukované za účelom produkcie jednej jednotky konečného dopytu po produkte  $j$ . Pozrime sa bližšie na jednotlivé elementy nami vypočítanej Leontiefovej inverzie. Ako prvé budeme sledovať diagonálne prvky. Tieto popisujú vplyv konečného dopytu po danom statku na produkciu tohto statku. Najväčšiu hodnotu 1.5224 mala komodita *Elektrická energia, plyn, teplá voda*. To znamená, že dopyt po elektrickej energii, plyne a teplej vode v hodnote 1 mil. € vyvolá zvýšenie produkcie tejto komodity v hodnote 1.5224 mil. €. Vysoké hodnoty taktiež vykazovalo *Poistovníctvo* (1.3383), *Vedľajšie služby v doprave* (1.3875), a *Stavebné práce* (1.380). Ak prejdeme k pozorovaniu mimo diagonálnych prvkov, všimneme si hodnoty, ktoré sú menšie ako hodnoty na diagonále (všetky sú menšie ako 1, a niektoré sa pohybujú rádovo okolo  $10^{-6}$ ). Tieto hodnoty popisujú vplyv konečného dopytu po statku produkovanom v jednom odvetví na produkciu iného statku. Významný vzťah sa preukázal medzi vplyvmi konečný dopytov po komoditách na produkciu pri produkte *Elektrická energia, plyn a teplá voda*. Ďalšími dvojicami komodít, kde zvýšenie konečného dopytu po jednom statku zvýši produkciu iného statku v pomerne vysokej miere sú:

- Konečný dopyt po komodite *Elektrická energia, plyn a teplá voda* v hodnote 1 mil. € ovplyvňuje produkciu komodity *Kovové rudy* vo výške 992.0 tis. €.
- Konečný dopyt po komodite *Koks, rafinárske, ropné produkty* v hodnote 1 mil. € ovplyvní komoditu *Vzdušná doprava* vo výške 670.2 tis. €.
- Konečný dopyt po komodite *Koks, rafinárske, ropné produkty* v hodnote 1 mil. € ovplyvní komoditu *Vodná doprava* vo výške 263.7 tis. €.

V ďalšej časti práce sa bližšie pozrieme na multiplikátory opísané v kapitole č. 2 avšak nesmieme zabudnúť, že používame maticu v dimenzii *komodity* × *komodity*. Výpočet týchto multiplikátorov bude rovnaký ako v kapitole č. 2 ale ich interpretácia bude cez komodity, nakoľko pracujeme s tabuľkou v dimenzii *komodity* × *komodity*.

### 5.1 Multiplikátory produkcie.

Multiplikátor produkcie definujeme ako produkciu všetkých komodít v ekonomike, ktorá je potrebná na to, aby sme uspokojili jednu jednotku konečného dopytu po komodite *j*. Vypočítame ho ako stĺpcový súčet jednotlivých elementov Leontiefovej inverzie. Treba spomenúť, že multiplikátory produkcie sú tým väčšie, čím väčšie sú vstupné koeficienty jednotlivých komodít potrebných priamo aj nepriamo na jednu jednotku produkcie. Je tiež zrejmé, že tieto multiplikátory sú väčšie ako jedna, nakoľko zvýšenie konečnej spotreby komodity o jednu jednotku vyvolá zvýšenie produkcie aspoň o túto jednotku. Konkrétne hodnoty multiplikátorov pre jednotlivé komodity zobrazuje tabuľka č.6. Najvyššiu hodnotu produkčného multiplikátora 2.5747 mala *Vzdušná doprava*, po ktorej nasledovala komodita *Kovové rudy* s multiplikátorom veľkosti 2.3774. Hlavnými zložkami tohto multiplikátora sú *Elektrická energia, plyn a teplá voda* (41.73%), *Ropa a zemný plyn* (4.16%) a *Koks, rafinérské ropné produkty* (1.38%). Ďalšími komoditami, s veľkým produkčným multiplikátorom sú: *Vodná doprava* (2.2298), *Vedľajšie služby v doprave* (2.16), a *Stavebné práce* (2.0093). Naopak komodity s najmenším efektom na ekonomiku boli: *Kancelárske stroje a počítače* (1.2297) a *Ropa a zemný plyn* (1.3859). Nízku hodnotu týchto multiplikátorov ovplyvnila najmä ich nenáročnosť vzhľadom na spotrebované komodity.

**Tabuľka 6:** Produkčné multiplikátory pre jednotlivé komodity

č.	Názov komodity	produkčný mult. (B verzia)	č.	Názov komodity	produkčný mult.(B verzia)
01	Produkty poľn., poľov. a služby	1.9429	37	Druhotné suroviny	1.8816
02	Produkty lesníctva	1.8670	40	El. energia, plyn, teplá voda	1.8686
05	Ryby, produkty rybolovu	1.6689	41	Výroba a rozvod vody	1.8208
10	Čierne a hnedé uhlie	1.5230	45	Stavebné práce	2.0093
11	Ropa a zemný plyn	1.3859	50	Predaj motorových vozidiel	1.8244
13	Kovové rudy	2.3774	51	Veľkoobchod	1.7888
14	Ostatné nerasty	1.9306	52	Maloobchod	1.6160
15	Potravinárske výrobky	1.8050	55	Hotelové a reštauračné služby	1.7474
16	Tabakové výrobky, služby	1.9355	60	Pozemná doprava	1.8868

17	Textilné výrobky	1.5269	61	Vodná doprava	2.2298
18	Odevné výrobky	1.5060	62	Vzdušná doprava	2.4392
19	Koža, brašn. sedlár. výr.	1.3922	63	Vedľajšie služby v doprave	2.1674
20	Výrobky z dreva a korku	1.8557	64	Služby pôšt a telekomunikácií	1.5813
21	Celulóza, papier	1.7923	65	Peňažníctvo a súvisiace služby	1.4801
22	Vydavateľstvo a tlač	1.7416	66	Poistovníctvo	1.9886
23	Koks, rafinárske ropné produkty	1.5102	67	Pomoc. služby fin. sprostr.	1.8134
24	Chemikálie, chemické výrobky	1.6061	70	Služby v oblasti nehnuteľností	1.4611
25	Výrobky z gumy a plastov	1.6508	71	Prenájom strojov	1.5703
26	Ost.nekovové minerál. výrobky	1.8510	72	Počítačové služby	1.4201
27	Základné kovy	1.5127	73	Výskum a vývoj	1.6775
28	Hotové kovové výrobky	1.6264	74	Iné obchodné služby	1.7606
29	Stroje, zariadenia, i.n.	1.5674	75	Verejná správa a obrana	1.6208
30	Kancelárske stroje a počítače	1.2297	80	Školstvo	1.4049
31	Elektrické stroje a prístroje, i.n.	1.4230	85	Zdravotníctvo a sociál. star.	1.5108
32	Rádiové, televízne zariad.	1.9063	90	Čistenie odpadových vôd	1.8487
33	Zdravotnícke, presné príst.	1.4899	91	Činnosti členských organizácií, i.n.	1.9757
34	Motorové vozidlá	1.6823	92	Rekreačné, kultúr. činnosti	1.6163
35	Ostatné dopravné zariadenia	1.7472	93	Ostatné služby	1.4373
36	Nábytok	1.6129			

Ďalším ukazovateľom, ktorý nás bude zaujímať sú generované hodnoty jednotlivých zložiek konečnej spotreby. Tie dostaneme, ak Leontiefovú inverziu vynásobíme stĺpcovými vektormi konečnej spotreby.

To znamená, že  $i$ -ta zložka vektora generovaného niektorou zložkou konečnej spotreby sa dá vyjadriť ako súčet produkcií komodity  $i$  potrebných na výrobu komodít 1, 2,...  $n$  prenásobených postupne danou zložkou konečného dopytu po komoditách 1,2,... $n$ . Pozrime sa na jednotlivé zložky konečnej spotreby. Začnime s konečnou spotrebou domácností. Najvyššie hodnoty generované konečnou spotrebou domácností si môžeme všimnúť pri *Elektrickej energii, plyne a teplej vode* (5 431) a pri *Potravinárskych výrobkoch* (5 381). Čo nám príde v celku pochopiteľné, nakoľko hlavné výdavky domácnosti sú spojené s potravinami a energiami.

Konečná spotreba verejnej správy generuje najvyššie hodnoty vo *Verejnej správe a obrane* (5 308), *Zdravotníctve a sociálnej starostlivosti* (1 719) a *Školstve* (1 689) a *Elektrickej energii, plyne a teplej vode* (857).

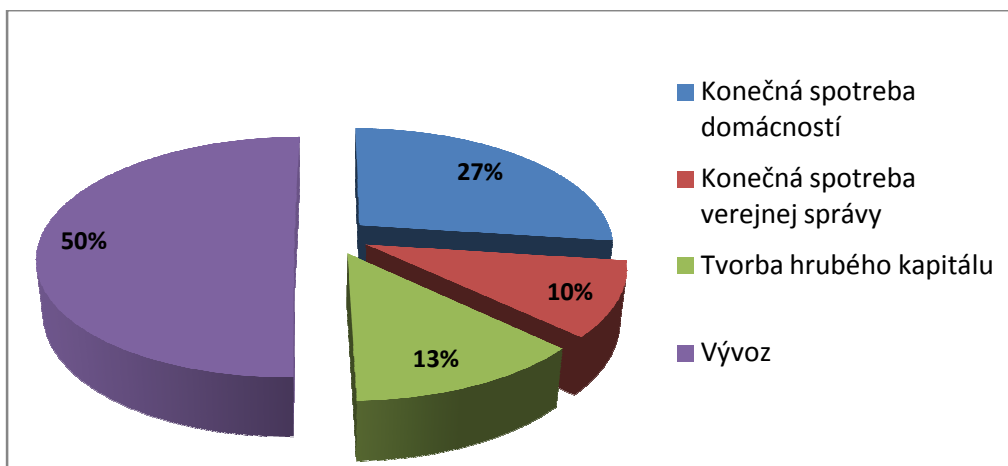
Tvorba hrubého kapitálu najviac ovplyvňuje *Stavebné práce* (10 842), *Motorové vozidlá* (1 333) a *Ostatné nekovové minerál. výrobky* (902).

Poslednou generujúcou zložkou je export. Export generuje najvyššie hodnoty v *Motorových vozidlách* (11 280) *Základných kovoch* (6 796) a *Rádiových a televíznych zariadeniach* (5440).

Ostatné generované hodnoty jednotlivých zložiek konečnej spotreby pre jednotlivé komodity zobrazuje tabuľka v prílohe č.3.

Pozrime sa teraz na to, o koľko sa zvýšila produkcia, ak niektorá zo zložiek konečnej spotreby vzrástla v nezmenenej štruktúre o jednu jednotku. Ako vyplýva z tabuľky č. 7 a grafu č. 2 najvyšší objem produkcie generuje vývoz. V roku 2006 produkcia generovaná vývozom predstavovala 50% celkovej generovanej hodnoty. Vysokú hodnotu produkcie v hodnote 40 944 mil. € generovala konečná spotreba domácností, čo predstavovalo 27% celkovej generovanej produkcie.

**Graf 2:** Produkcia generovaná jednotlivými zložkami konečného dopytu



Napriek tomu, že tvorba hrubého kapitálu generovala „iba“ 13% z celkovej produkcie, jej multiplikátor mal najväčšiu hodnotu. To znamená, že zvýšenie tvorby hrubého kapitálu o jednu jednotku by vygenerovalo vyššiu hodnotu ako zvýšenie vývozu resp. konečnej spotreby domácností o jednu jednotku.

**Tabuľka 7:** Efekty konečného dopytu

Kategória konečného dopytu	Vyvolaná produkcia v mil. €	Multiplikátor (verzia B)
Konečná spotreba domácností	40 944.00	1.7043
Konečná spotreba verejnej správy	15 123.00	1.5764
Tvorba hrubého kapitálu	19 033.00	1.9193
Vývoz	76 104.00	1.6598
<b>Konečné použitie</b>	<b>151 204.00</b>	<b>1.6916</b>

## 5.2 Multiplikátor zamestnanosti

Ďalším ukazovateľom zaujímavým pre naše analýzy je multiplikátor zamestnanosti, ktorý skúma štruktúru vzťahov medzi konečným dopytom, produkciou a zamestnanosťou. Tabuľka č. 8 zobrazuje hodnoty multiplikátorov pre jednotlivé komodity. Tieto multiplikátory uvádzajú, aký počet zamestnancov je potrebný v celom hospodárstve na výrobu jednej jednotky danej komodity, pričom našou jednou jednotou je 1 milión €. Najvyššie hodnoty tohto multiplikátora mali *Kovové rudy* (94.34). Ďalšími komoditami, ktorých produkcia vytvárala vysoké multiplikačné efekty na zamestnanosť boli: *Ostatné služby* (90.63), *Vodná doprava* (90.0), *Hotelové a reštauračné služby* (88.36) a *Školstvo* (87.92).

*Tabuľka 8: Multiplikátor zamestnanosti pre jednotlivé komodity*

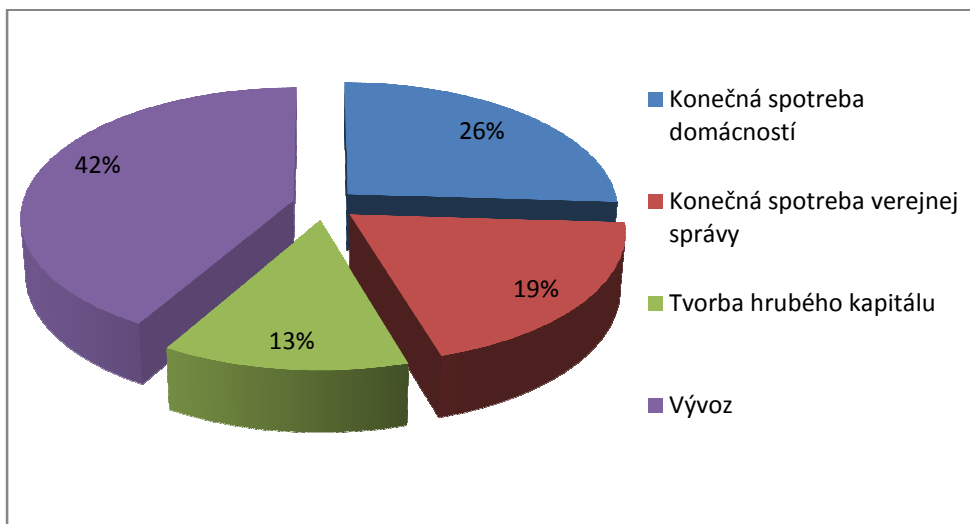
č.	Názov komodity	Mult. Zamest. (verzia B)	č.	Názov komodity	Mult. Zamest. (verzia B)
01	Produkty poľn., poľov. a služby	37.14	37	Druhotné suroviny	22.46
02	Produkty lesníctva	49.85	40	El. energia, plyn, teplá voda	9.79
05	Ryby, produkty rybolovu	65.95	41	Výroba a rozvod vody	37.02
10	Čierne a hnedé uhlie	80.97	45	Stavebné práce	36.61
11	Ropa a zemný plyn	11.17	50	Predaj motorových vozidiel	39.58
13	Kovové rudy	94.34	51	Veľkoobchod	21.46
14	Ostatné nerasty	43.60	52	Maloobchod	43.89
15	Potravinárske výrobky	27.63	55	Hotelové a reštauračné služby	88.36
16	Tabakové výrobky, služby	31.74	60	Pozemná doprava	32.57
17	Textilné výrobky	31.09	61	Vodná doprava	90.00
18	Odevné výrobky	67.01	62	Vzdušná doprava	27.68
19	Koža, brašn. sedlár. výr.	40.77	63	Vedľajšie služby v doprave	21.74
20	Výrobky z dreva a korku	40.39	64	Služby pôšt a telekomunikácií	21.51
21	Celulóza, papier	18.25	65	Peňažníctvo a súvisiace služby	20.87
22	Vydavateľstvo a tlač	26.27	66	Poistovníctvo	39.50
23	Koks, rafinérské ropné produkty	5.92	67	Pomoc. služby fin. sprostr.	22.23
24	Chemikálie, chemické výrobky	15.77	70	Služby v oblasti nehnuteľností	7.77
25	Výrobky z gumy a plastov	21.67	71	Prenájom strojov	12.38
26	Ost.nekovové minerál. výrobky	24.00	72	Počítačové služby	27.51
27	Základné kovy	15.09	73	Výskum a vývoj	36.48
28	Hotové kovové výrobky	29.60	74	Iné obchodné služby	30.04
29	Stroje, zariadenia, i.n.	22.51	75	Verejná správa a obrana	39.94
30	Kancelárske stroje a počítače	84.88	80	Školstvo	87.92
31	Elektrické stroje a prístroje, i.n.	20.65	85	Zdravovníctvo a sociál. star.	70.78
32	Rádiové, televízne zariad.	17.73	90	Čistenie odpadových vôd	62.40
33	Zdravotnícke, presné prístr.	15.93	91	Činnosti členských organizácií, i.n.	38.91



34	Motorové vozidlá	11.90	92	Rekreačné, kultúr. činnosti	33.63
35	Ostatné dopravné zariadenia	37.34	93	Ostatné služby	90.63
36	Nábytok	33.61			

Pozrime sa teraz na to akú zamestnanosť generujú jednotlivé zložky konečnej spotreby. Graf č. 3 zobrazuje percentuálny podiel zamestnanosti generovanej jednotlivými zložkami konečnej spotreby. Z tabuľky č. 9 vidíme, že v roku 2006 bolo v slovenskej ekonomike zamestnaných 2 553 303 osôb. Z toho 1.064 mil. zamestnancov pracovalo priamo alebo nepriamo pre vývoz. Toto číslo predstavuje 42% z celkového počtu zamestnaných. Konečná spotreba domácností generovala 662.7 tis. pracovných miest, čo predstavovalo 26% z celkového počtu zamestnaných. Ďalšie zložky konečného dopytu, konečná spotreba verejnej správy a tvorba hrubého kapitálu generovali 19% a 13%.

**Graf 3:** Zamestnanosť generovaná jednotlivými zložkami konečnej spotreby



Pozrime sa bližšie na zamestnanosť generovanú zložkami konečnej spotreby pre jednotlivé komodity (viď príloha č. 4). Z celkového množstva zamestnaných, ktoré generovala konečná spotreba domácností, generovali *Potravinárske výrobky* 12.31%, *Produkty poľn., poľov. a služby* 9.83% a *Hotelové a reštauračné služby* 6.86%.

Pri množstve zamestnaných generovaných konečnou spotrebou verejnej správy mali najväčší vplyv *Verejná správa a obrana* (29.90% z počtu zamestnaných generovaných konečnou spotrebou verejnej správy), *Školstvo* (27.67%) a *Zdravotníctvo a sociálna star.* (21.76%).

Najväčší vplyv na zamestnanosť generovanú tvorbou hrubého kapitálu sa prejavil v *Stavebných prácach*, ktoré generovali 66.72% zamestnancov z celkového počtu zamestnaných generovaných tvorbou hrubého kapitálu.

Zaujímavé je, že zamestnanosť generovaná exportom sa takmer pri všetkých komoditách pohybovala v rozmedzí 1-5%. Vyššie hodnoty sa prejavili iba pri *Pozemnej doprave* (6.3%), *Strojoch a zariadeniach, i.n.* (6.3%) *Hotových kovových výrobkoch* (6.01%), *Hotelových a reštauračných službách* (6.04%) a *Motorových vozidlách* (5.21%).

Ďalším ukazovateľom, ktorý je zaujímavý, je, aké percento pracujúcich generuje niektorá zo zložiek konečnej spotreby pre jednotlivé komodity vzhľadom na počet pracujúcich priamo aj nepriamo pre výrobu danej komodity. Konečná spotreba domácností pre komoditu *Poistovníctvo* generuje 18 822 pracovných miest, čo je až 95.24% z celkového počtu pracujúcich priamo aj nepriamo pre “výrobu” tejto komodity. Export *Rádiových, televíznych zariadení* generoval 93.21% z celkového počtu pracujúcich pre ich výrobu. Export mal taktiež vysoký podiel na zamestnanosti (nad 80%) pri komoditách *Elektrické stroje a prístroje*, *Stroje a zariadenia, i.n.*, *Základné kovy..* Zaujímavou je aj komodita *Motorové vozidlá* kde 84.62% z celkového počtu pracujúcich pre výrobu je generovaných exportom a len 5.1% generuje spotreba domácností. Konečná spotreba verejnej správy pre komoditu *Verejná správa a obrana* generuje 148 466 pracovných miest, čo predstavuje 94.45% z celkového počtu zamestnancov pracujúcich pre výrobu komodity.

**Tabuľka 9:** Multiplikátor zamestnanosti

Kategória konečného dopytu	Generovaný počet zamestnancov	Multiplikátor (vezria B)
Konečná spotreba domácností	662 746	27.5864
Konečná spotreba verejnej správy	496 533	51.7571
Tvorba hrubého kapitálu	329 774	33.2544
Vývoz	1 064 249	23.2106
Konečné použitie	2 553 303	28.5647

Tabuľka č. 9 uvádza multiplikátor zamestnanosti, ktorý hovorí, aký počet zamestnancov je potrebný v celej ekonomike na dodanie jednej jednotky produkcie (rovnej 1 mil. €) do niektorej zo zložiek konečného dopytu. Multiplikátor konečnej spotreby verejnej správy môžeme interpretovať, že na konečnú spotrebu verejnej správy v hodnote 1 mil. € bolo potrebných 51 zamestnancov. Podobný význam majú aj ostatné multiplikátory.

### 5.3 Multiplikátor pridanej hodnoty

Zamerajme sa teraz na skúmanie vzťahu pridanej hodnoty a konečného dopytu. Tento vzťah opisuje multiplikátor pridanej hodnoty, ktorý hovorí o tom, akú pridanú hodnotu vytvorilo zvýšenie dopytu po komodite  $j$  o jednu jednotku. Multiplikátor pre jednotlivé komodity je zobrazený v tabuľke č. 10. Vysoké multiplikátory pridanej hodnoty pre jednotlivé komodity mali komodity služieb ako: *Ostatné služby* (0.92), *Služby v oblasti nehnuteľností* (0.9), *Školstvo* (0.88) a *Peňažníctvo a súvisiace služby* (0.87). Naopak nízke hodnoty multiplikátora pridanej hodnoty mala *Vzdušná doprava* (0.19), *Kancelárske stroje a počítače* (0.19) ale aj *Motorové vozidlá* (0.26).

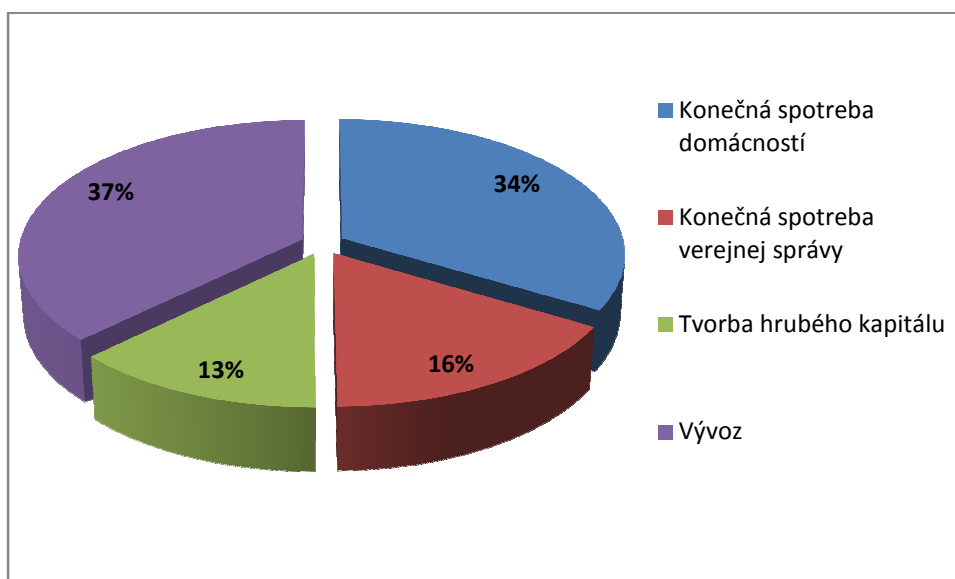
*Tabuľka 10: Multiplikátor pridanej hodnoty pre jednotlivé komodity*

č.	Názov komodity	mult. prid. hod (verzia B)	č.	Názov komodity	mult. prid. hod (verzia B)
01	Produkty poľn., poľov. a služby	0.75	37	Druhotné suroviny	0.80
02	Produkty lesníctva	0.89	40	El. energia, plyn, teplá voda	0.68
05	Ryby, produkty rybolovu	0.67	41	Výroba a rozvod vody	0.85
10	Čierne a hnedé uhlie	0.82	45	Stavebné práce	0.69
11	Ropa a zemný plyn	0.79	50	Predaj motorových vozidiel	0.76
13	Kovové rudy	0.73	51	Veľkoobchod	0.76
14	Ostatné nerasty	0.73	52	Maloobchod	0.84
15	Potravinárske výrobky	0.58	55	Hotelové a reštauračné služby	0.84
16	Tabakové výrobky, služby	0.63	60	Pozemná doprava	0.65
17	Textilné výrobky	0.51	61	Vodná doprava	0.70
18	Odevné výrobky	0.54	62	Vzdušná doprava	0.19
19	Koža, brašn. sedlár. výr.	0.38	63	Vedľajšie služby v doprave	0.61
20	Výrobky z dreva a korku	0.69	64	Služby pôšt a telekomunikácií	0.83
21	Celulóza, papier	0.52	65	Peňažníctvo a súvisiace služby	0.87
22	Vydavateľstvo a tlač	0.70	66	Poistovníctvo	0.64
23	Koks, rafinérské ropné produkty	0.35	67	Pomoc. služby fin. sprostr.	0.79
24	Chemikálie, chemické výrobky	0.42	70	Služby v oblasti nehnuteľností	0.90
25	Výrobky z gumy a plastov	0.43	71	Prenájom strojov	0.79
26	Ost.nekovové minerál. výrobky	0.66	72	Počítačové služby	0.55
27	Základné kovy	0.50	73	Výskum a vývoj	0.74
28	Hotové kovové výrobky	0.59	74	Iné obchodné služby	0.82
29	Stroje, zariadenia, i.n.	0.43	75	Verejná správa a obrana	0.83
30	Kancelárske stroje a počítače	0.19	80	Školstvo	0.89
31	Elektrické stroje a prístroje, i.n.	0.39	85	Zdravovníctvo a sociál. star.	0.75
32	Rádiové, televízne zariad.	0.35	90	Čistenie odpadových vôd	0.83
33	Zdravotnícke, presné prístr.	0.53	91	Činnosti členských organizácií, i.n.	0.80
34	Motorové vozidlá	0.26	92	Rekreačné, kultúr. činnosti	0.86

35	Ostatné dopravné zariadenia	0.48	93	Ostatné služby	0.92
36	Nábytok	0.46			

Ďalšími ukazovateľmi, ktoré budú pre našu analýzu zaujímavé, sú, aké pridané hodnoty generovali jednotlivé zložky konečnej spotreby. Celková pridaná hodnota v slovenskej ekonomike v roku 2006 bola 47 043.8 mil. €. Najväčší podiel na tejto celkovej pridanej hodnote mal vývoz. Vývoz generovala pridanú hodnotu vo výške 17 529.0 mil. €, čo predstavuje 37% z celkovej pridanej hodnoty. Veľkú časť pridanej hodnoty (34% z celkovej) generovala aj konečná spotreba domácností. Percentuálne rozdelenie pridanej hodnoty generovanej jednotlivými zložkami konečného dopytu zobrazuje graf č. 4.

**Graf 4:** Pridaná hodnota generovaná jednotlivými zložkami konečnej spotreby.



Pozrime sa teraz na to, ktoré komodity generovali najvyššie pridané hodnoty jednotlivých zložiek konečnej spotreby (viď príloha č. 5). Ako prvé sa zameriame na konečnú spotrebu domácností. Tá generovala najvyššie pridané hodnoty pri komoditách: *Služby ohľadne nehnuteľností*, kde pridaná hodnota dosahovala veľkosť 2 222 mil. €, čo predstavuje 14.08% pridanej hodnoty generovanej konečnou spotrebou domácností. Vysoké percento na pridanej hodnote generovanej konečnou spotrebou domácností mali tiež: *El. energia, plyn a teplá voda* (9.74%) a *Maloobchod* (9.69%).

Podobné výpočty pre konečnú spotrebu verejnej správy nám ukázali, že najväčší podiel na pridanej hodnote generovanej konečnou spotrebou verejnej správy mali komodity: *Verejná*

*správa a obrana* (40.20%), *Školstvo* (15.58%) a *Zdravotníctvo a sociálna starostlivosť* (13.92%).

Až 3 368 mil. € pridanej hodnoty generovanej tvorbou hrubého kapitálu pridala komodita *Stavebné práce*. Táto hodnota predstavuje až 55.69% z celkovej pridanej hodnoty generovanej tvorbou hrubého kapitálu.

Na záver nám ostala pridaná hodnota generovaná exportom. Hlavnými „hráčmi“ tejto pridanej hodnoty boli *Základné kovy* (7.15%), *Veľkoobchod* (7.06%) *Pozemná doprava* (6.47%).

Teraz sa pozrieme na to, akú časť pridanej hodnoty danej komodity vytvárajú jednotlivé zložky konečnej spotreby. Viac ako 50% pridanej hodnoty generuje export pri 30 komoditách. Najviac na export zameranými komoditami sú: *Rádiové a televízne zariadenia*, *Elektrické stroje a prístroje, i.n.* a *Motorové vozidlá*. Viac ako 50% pridanej hodnoty generuje konečná spotreba domácností pri 17. komoditách. Komoditami zameranými na konečnú spotrebu domácností sú: *Poisťovníctvo*, *Pomoc. služby fin. sprostr.* a *Služby v oblasti nehnuteľností*. Väčšie percento pridanej hodnoty generovanej konečnou spotrebou verejnej správy sa prejavilo pri komoditách: *Verejná správa a obrana*, *Školstvo*, *Zdravotníctvo a sociálna starostlivosť*. Podobne výsledky dáva aj pridaná hodnota generovaná tvorbou hrubého kapitálu, kde sa nad 50% z celkovej komoditou pridanej hodnoty dostala iba komodita *Stavebné práce*.

**Tabuľka 11:** Multiplikátor pridanej hodnoty

Kategória konečného dopytu	Pridaná hodnota v mil. €	Multiplikátor (verzia B)
Konečná spotreba domácností	15 786.00	0.66
Konečná spotreba verejnej správy	7 680.60	0.80
Tvorba hrubého kapitálu	6 048.20	0.61
Vývoz	17 529.00	0.38
Konečné použitie	47 043.80	0.53

Zamerajme sa teraz na multiplikátory uvedené v tabuľke č.11. Tieto multiplikátory udávajú, akú pridanú hodnotu vytvorila jedna jednotka príslušnej zložky konečného dopytu. Konečná spotreba domácností v hodnote 1 mil. € generoval pridanú hodnotu vo výške 660 tis. €. Rovnaký objem konečnej spotreby verejnej správy generoval pridanú hodnotu vo výške 800 tis €. Vývoz v hodnote 1 mil. € generoval pridanú hodnotu vo výške 380 tis. €.

## 5.4 Dovočný multiplikátor.

Posledným vzťahom, ktorým sa budeme zaoberať v tejto práci je vzťah dovozu a konečnej spotreby. Dovočný multiplikátor pre jednotlivé komodity udáva, koľko jednotiek tovarov je priamo aj nepriamo potrebných na výrobu danej komodity. Tieto údaje pre slovenské dáta sú zobrazené v tabuľke č. 12. Vysoký importný multiplikátor mali komodity: *Vzdušná doprava, Kancelárske stroje a počítače, Rádiové a televízne zariadenia* a tiež *Motorové vozidlá*. Naopak najnižšie multiplikátory mali komodity *Ostatné služby, Služby v oblasti nehnuteľností, Školstvo a Peňažníctvo a súvisiace služby*. Tu si môžeme všimnúť vzťah medzi dovozným multiplikátorom a multiplikátorom pridanej hodnoty. Súčet týchto multiplikátorov je rovný jednej a to z toho dôvodu, že výroba komodity vytvára buď pridanú hodnotu v domácej ekonomike alebo v zahraničí.

*Tabuľka 12: Dovočný multiplikátor pre jednotlivé komodity*

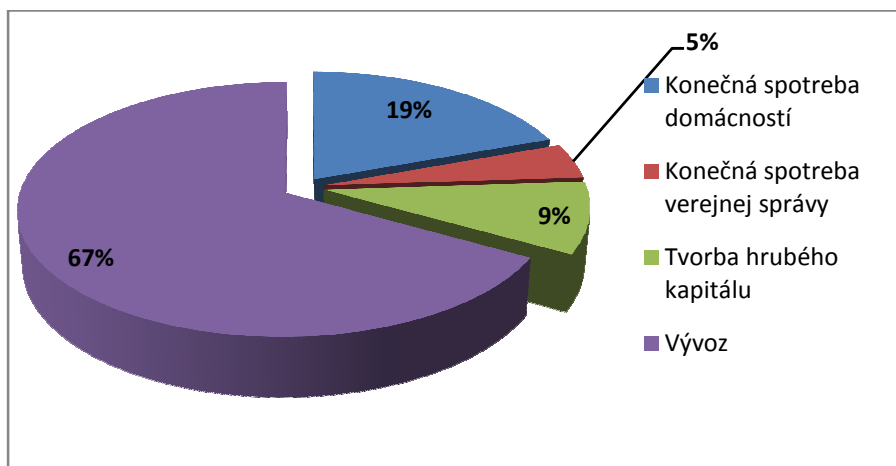
č.	Názov komodity	dovočný mult. (verzia B)	č.	Názov komodity	dovočný mult. (verzia B)
01	Produkty poľn., poľov. a služby	0.25	37	Druhotné suroviny	0.20
02	Produkty lesníctva	0.11	40	El. energia, plyn, teplá voda	0.32
05	Ryby, produkty rybolovu	0.33	41	Výroba a rozvod vody	0.15
10	Čierne a hnedé uhlie	0.18	45	Stavebné práce	0.31
11	Ropa a zemný plyn	0.21	50	Predaj motorových vozidiel	0.24
13	Kovové rudy	0.27	51	Veľkoobchod	0.24
14	Ostatné nerasty	0.27	52	Maloobchod	0.16
15	Potravinárske výrobky	0.42	55	Hotelové a reštauračné služby	0.16
16	Tabakové výrobky, služby	0.37	60	Pozemná doprava	0.35
17	Textilné výrobky	0.49	61	Vodná doprava	0.30
18	Odevné výrobky	0.46	62	Vzdušná doprava	0.81
19	Koža, brašn. sedlár. vyr.	0.62	63	Vedľajšie služby v doprave	0.39
20	Výrobky z dreva a korku	0.31	64	Služby pôšt a telekomunikácií	0.17
21	Celulóza, papier	0.48	65	Peňažníctvo a súvisiace služby	0.13
22	Vydavateľstvo a tlač	0.30	66	Poisťovníctvo	0.37
23	Koks, rafinérské ropné produkty	0.65	67	Pomoc. služby fin. sprostr.	0.21
24	Chemikálie, chemické výrobky	0.58	70	Služby v oblasti nehnuteľností	0.10
25	Výrobky z gumy a plastov	0.57	71	Prenájom strojov	0.21
26	Ost.nekovové minerál. výrobky	0.34	72	Počítačové služby	0.45
27	Základné kovy	0.50	73	Výskum a vývoj	0.26
28	Hotové kovové výrobky	0.41	74	Iné obchodné služby	0.18
29	Stroje, zariadenia, i.n.	0.57	75	Verejná správa a obrana	0.17
30	Kancelárske stroje a počítače	0.81	80	Školstvo	0.11
31	Elektrické stroje a prístroje, i.n.	0.61	85	Zdravovníctvo a sociál. star.	0.25

32	Rádiové, televízne zariad.	0.65	90	Čistenie odpadových vôd	0.17
33	Zdravotnícke, presné príst.	0.47	91	Činnosti členských organizácií, i.n.	0.20
34	Motorové vozidlá	0.74	92	Rekreačné, kultúr. činnosti	0.14
35	Ostatné dopravné zariadenia	0.52	93	Ostatné služby	0.08
36	Nábytok	0.54			

Podobne ako pri predchádzajúcich multiplikátoroch budeme v ďalšom texte rozoberať, aký veľký dovoz generovali jednotlivé zložky konečnej spotreby. Celková hodnota dovozu dosahovala v roku 2006 veľkosť 42 343 mil. €. Zložkou konečnej spotreby, ktorá generovala najväčšiu časť tejto celkovej hodnoty, bol vývoz. Dovoz generovaný vývozom dosiahol roku 2006 hodnotu 28 323 mil. €, čo predstavuje 67% celkového dovozu. Najmenší dovoz (iba 5% celkového) bol generovaný konečnou spotrebou verejnej správy. Graf č. 5 zobrazuje percentuálne rozloženie dovozu generovaného jednotlivými zložkami konečnej spotreby.

Dovoz generovaný jednotlivými zložkami konečnej spotreby zobrazuje tabuľka v prílohe č. 6.

**Graf 5:** Dovoz generovaný jednotlivými zložkami konečnej spotreby



**Tabuľka 13:** Dovozné multiplikátory

Kategória konečného dopytu	Dovoz v mil. €	Multiplikátor
Konečná spotreba domácností	8 238.09	0.34
Konečná spotreba verejnej správy	1 913.20	0.20
Tvorba hrubého kapitálu	3 868.22	0.39
Vývoz	28 323.66	0.62
konečné použitie	56,357.00	0.47

Tabuľka č. 13. obsahuje dovozný multiplikátor, ktorý udáva, aký veľký dovoz generovala jedna jednotka niektorej zo zložiek konečnej spotreby. Najvyšší dovozný multiplikátor mal vývoz. Jeho hodnota dosiahla 0.62, čo môžeme interpretovať nasledovne: Na vývoz produkcie v hodnote 1 mil. € do zahraničia je potrebné doviesť komodity v hodnote 620 tis. €. Teda vývoz slovenskej ekonomiky vykazuje vysokú dovoznú náročnosť. Táto vysoká náročnosť znižuje pozitívny efekt exportu na ekonomiku. Naopak nízku dovoznú náročnosť môžeme vidieť pri konečnej spotrebe verejnej správy.



## Záver

Moderné ekonomiky sa vyznačujú silnými medziodvetvovými vzťahmi. Leontiefov input-output model a jeho štruktúrna analýza sú nástrojmi na kvantifikáciu týchto vzťahov. Základným predpokladom pre aplikáciu modelu a analýzy je existencia symetrickej input-output tabuľky. Nakoľko táto tabuľka je konštruovaná štatistickými úradmi iba s päť ročnou periodicitou, hlavným cieľom tejto diplomovej práce sa stalo naprogramovanie algoritmu jej výpočtu z tabuliek dodávok a použitia zverejňovaných každoročne. Naprogramovaný Almonov algoritmus sme po otestovaní na starších dostupných verziách tabuliek pre Českú, Slovenskú republiku a Poľsko posúdili ako funkčný. Týmto algoritmom sme získali dôležitý nástroj pre ďalšie štruktúrne analýzy, nakoľko nie sme nútení čakať na zverejnenie symetrickej input-output tabuľky štatistickými úradmi. Taktiež môžeme štruktúrnú analýzu vykonávať každoročne.

V diplomovej práci sme po využití naprogramovaného algoritmu skonštruovali symetrickej input-output tabuľku pre ekonomiku Slovenskej republiky v roku 2006. Prostredníctvom multiplikátorov produkcie, zamestnanosti, pridanej hodnoty a dovozu sme sa pokúsili vysvetliť a odhaliť mnohé skutočnosti, ktoré nie sú na prvý pohľad zrejmé. Analyzovali sme aj efekty jednotlivých zložiek konečnej spotreby na produkciu, zamestnanosť, pridanú hodnotu alebo dovoz. Zistili sme, že až 50% celkovej produkcie bolo generovanej vývozom a len 27% konečnou spotrebou domácnosti. Vývoz mal veľký podiel (42%) aj na zamestnanosti na Slovensku roku 2006. Avšak pri analýze dovozu sme pri vývoze dospeli k záveru, že jeho dovozná náročnosť je až 67%. Táto vysoká dovozná náročnosť preto znižuje pozitívny vplyv na ekonomiku.

## Zoznam použitej literatúry

### Publikácie:

- ADAMS A. A., STEWART I.G.: *Input-Output Analysis: An Application*, In: The Economic Journal No. 263, Sept. 1956 str. 442-454
- ALMON C.: *Product-To-Product Tables via Product-Technology with No Negative Flows*. In: Economic System research , No. 1, 2000 str. 27-43.
- DE MARCH M, BERNER O. , DE BOUR S., BEUTEL J., BRAINBANT M.: *Eurostat Manual of Supply Use and Input-Output Tables*. Luxembourg: Office for Official Publications of European Communities, 2008
- HAJNOVIČOVÁ V.: *Meranie vplyvu zahraničného obchodu na ekonomický rast SR*, Bratislava: Prognostický ústav SAV, 2008
- HOLLEY J.L.: *Note on the Inversion of the Leontief Matrix*, In: Econometrica No. 3, Jul. 1951 str. 317-320.
- JONES L.P: *The measurement of hirschmanian linkages*, In: The Quarterly Journal of Economics, No. 2, May 1976 str. 323-333
- KONIJN P.J.A: *The make and use of commodities by industries*, Enschede: Fedobrunck b.v., 1994
- KOP JANSEN P., TEN RAA T.: *The Choice of Model in the Construction of Input-Output Coefficients Matrices*. In: International Economic Review ,No.1, Febr. 1990, str. 213-227.
- LABAJ M., LUPTÁČIK M. RUMPELOVÁ D.: *Štrukturálne súvislosti slovenskej ekonomiky na báze input-output analýzy*. In: Ekonomický časopis, č,5, 2008 str. 477-494.
- LEONTIEF W.: *Input-output economics*, New York: Oxford University Press Inc. 1986
- MATUSZEWSKI T.I., PITTS P.R., SAWYER J.A: *Alternative treatments of imports in Input-Output model*, Journal of the Royal Statistical Society, No. 3, 1963 str. 410-432
- MILLER R. E, BLAIR P.D.: *Input-output analysis*, New Jersey: Prentice-Hall inc., 1985
- RUEDA CANTUCHE J.M., TITOS MORENO A., ASENSIO PARDO A.: *A use-side trade margins matrix for the Andalusian economy*. Sevilla: Fundación Centro de Estudios Andaluces, 2005.

SENETA E.: *Non-negative Matrices and Markov Chains*: New York: Springer Science, 1981, str. 30-40.

TAKAYMA A: *Mathematical economics*, Cambridge: Cambridge University press, 1985

### Internetové zdroje:

AHMAD N: *The OECD Input-Output Database*, 2001, Dostupné na:  
[www.iioa.org/pdf/14th%20conf/AHMADdatabase.doc](http://www.iioa.org/pdf/14th%20conf/AHMADdatabase.doc)

DEDEGKAJEVA: *Compilation of a product by product input-output tables for Estonia*, 2005 Dostupné na:  
<http://www.inforum.umd.edu/papers/ioconferences/2005/DedegkajevaParve.pdf>

FERGUSON D.: *Linear Algebra Applications II: Input-Output Models, Markov Chains*, 2004. Dostupné na: <http://web.uvic.ca/~dferg/econ350/linalgApp2.pdf>

GUERRA J.L.M: *The Multipliers and Key Sectors of Entrepreneurship Spillover: An input-output approach*, 2007, Dostupné na:  
[http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=1281429](http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1281429)

HE D., ZHANG Z., ZHANG W.: *How large will be the effect of china's fiscal stimulus package on output and employment?*, 2009, Dostupné na:  
[http://www.info.gov.hk/hkma/eng/research/working/pdf/HKMAWP09\\_05\\_full.pdf](http://www.info.gov.hk/hkma/eng/research/working/pdf/HKMAWP09_05_full.pdf)

KOLLER W.: *Commodity-by-Commodity Input-Output matrices: Extensions and Experiences from an Application to Austria*, 2006, Dostupné na:  
[http://inforumweb.umd.edu/papers/conferences/2006/Austria\\_Koller.pdf](http://inforumweb.umd.edu/papers/conferences/2006/Austria_Koller.pdf)

LÁBAJ M., RUMPELOVÁ D.: *Aplikácia Leontiefovho modelu na ekonomiku SR*, Dostupné na: <http://www.ekonometria.sk/prispevky/20081201000000-Labaj-Martin.pdf>

MIERNYK W.H- *The Web Book of Regional Science*, 1965 Dostupné na:  
<http://www.rrl.wvu.edu/WebBook/Miernykweb/new/index.htm>

NWT BUREAU OF STATISTICS- *NWT Input-Output Model- An Overview*, 2006, Dostupné na:  
<http://www.stats.gov.nt.ca/Stainfo/Economic/Multiplier/NWT%20IO%20Model-Overview.pdf>

PAN X.: *Interindustrial effects of Labor Productivity: an Empirical Study for China*, Beijing, 1997, Dostupné na:  
<http://inforumweb.umd.edu/papers/ioconferences/1997/xiaoming.pdf>

ROJÍČEK M.: *Klíčová odvětví v české ekonomice z pohledu input-output analýzy*, Dostupné na: <http://panda.hyperlink.cz/cestapdf/pdf07c2/rojicek.pdf>

RUIZ MERCADO A.L.: *Estimate of multipliers for the Puerto Rican economy*, 2006, Dostupné na: <http://ceajournal.metro.inter.edu/fall06/ruizmercado0202.pdf>

SLOVENSKÁ RATINGOVÁ AGENTÚRA: *Elektrotechnický priemysel na Slovensku Ekonomický prehľad 2006*, 2007, Dostupné na: [http://www.mhsr.sk/elektrotechnicky-priemysel-5841/127526s?set\\_subframe=](http://www.mhsr.sk/elektrotechnicky-priemysel-5841/127526s?set_subframe=)

SMITH H.M.: *Uses of Leontief's open input-output models*, Dostupné na: <http://cowles.econ.yale.edu/P/cm/m13/m13-06.pdf>

ŠÚ SR: Metodický list základného ukazovateľa č. 1970, 1999, Dostupné na: [http://enviroportal.sk/pdf/indikatory/0029/2907/23\\_27\\_IL\\_POLNO\\_HPH.pdf](http://enviroportal.sk/pdf/indikatory/0029/2907/23_27_IL_POLNO_HPH.pdf)

TEN RAA T., RUEDA CHANTUCHE J.M.: *Output and employment input-output multipliers on the basis of use and make matrices*, 2005, Dostupné na: <http://www-sre.wu-wien.ac.at/ersa/ersaconfs/ersa05/papers/282.pdf>

THAGE B. : *Symmetric Input-Output Tables: Computation Issues*, 2005, Dostupné na: <http://www.iioa.org/pdf/15th%20Conf/thage.pdf>

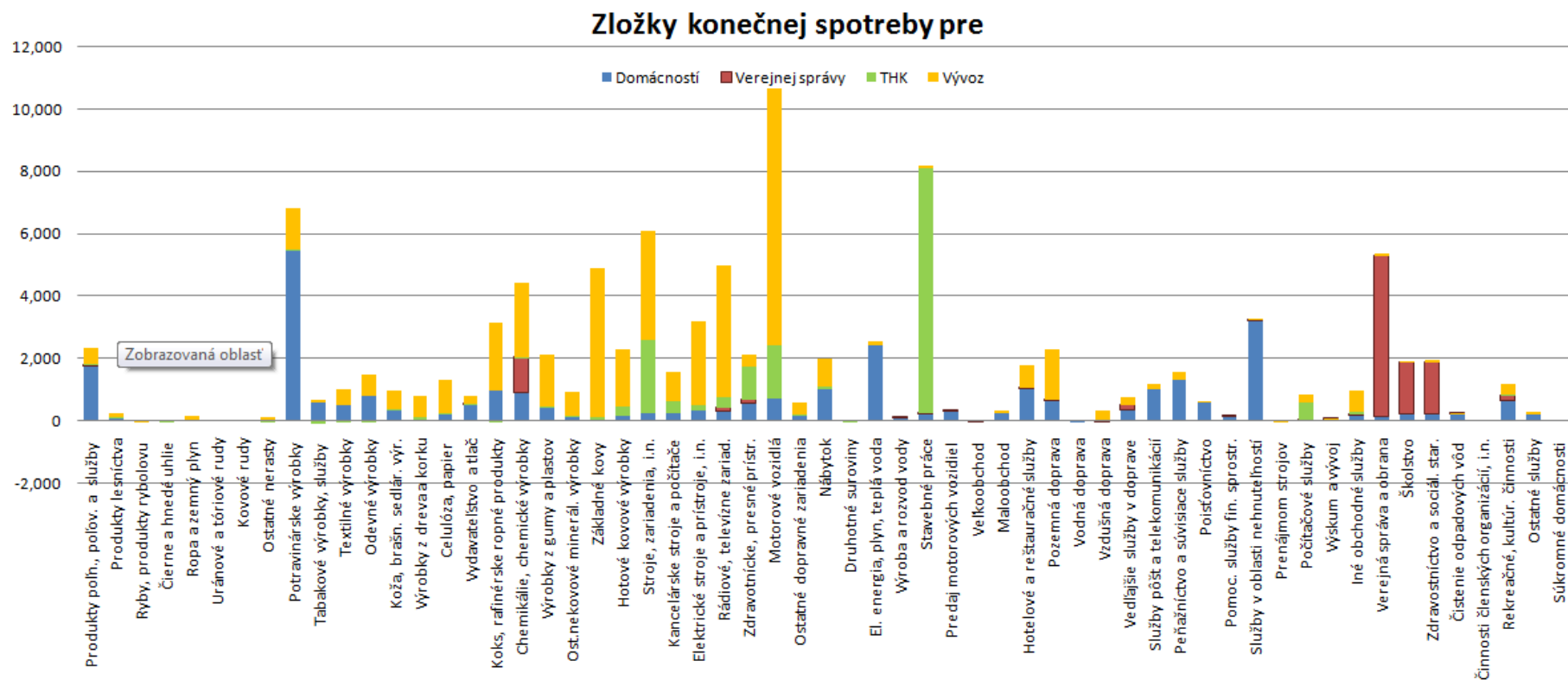
The Craft of economic Modeling , Part III. Multisectoral Models, Dostupne na: <http://inforumweb.umd.edu/papers/publishedwork/books/craft3.pdf>

### **Nepublikované:**

LUPTÁČIK M: *Structures and Interdependencies of Austrians Economy: Input-Output analysis* (nepublikované, seminár na FMFI UK, 2009)

# Prílohy

Príloha č. 1: Rozloženie zložiek konečnej spotreby pre jednotlivé komodity ( jednotka 1 mil. €)



**Príloha č. 2:** *Funkcia výpočtu Almonovho algoritmu v programe Matlab 7.6.0*

```

function R=purification(U,M)
maximalnaIter=400;
[n,m]=size(U);
C=[];
P=[];
R=[];
tok=zeros(1,m);
Discrep=[];
toler=0.001;
dismax=0.9;
for row=1:n
    C=zeros(1,m);
    tok=U(row,:);
    P=tok;
    iter=0;
    while (iter<maximalnaIter && dismax>toler)
        iter=iter+1;
        for j=1:m
            suma=0;
            for i=1:m
                if (i~=j) rob=P(i)*M(j,i);
                    suma=suma+rob;
                    C(i)=C(i)+rob;
            end
        end
        if (suma > tok(j) && (suma) > 0)
            s= 1-tok(j)/suma;
            for i=1:m if i~=j C(i)=C(i)-s*P(i)*M(j,i);
                end
            end
            suma=tok(j);
        end
        C(j)=C(j)-suma;
    end
    imax=0;
    dismax=0;
    for i=1:m
        dis=abs(P(i)-tok(i)-C(i));
        discrep(i)=dis;
        if (dis >= dismax) imax=i;
            dismax=dis;
    end
    end
    if (dismax>0.00001 && iter==maximalnaIter) row
    end
    P=tok+C;
    C=zeros(1,m);
end
R(row,:)=P;
end

```

**Príloha č. 3:** *Produkcia jednotlivých komodít generovaná zložkami konečnej spotreby*  
(v mil. €)

Názov komodity	X <sub>KSD</sub>	X <sub>KSVS</sub>	X <sub>THK</sub>	X <sub>EX</sub>	X
Produkty poľn., poľov. a služby	2845	256	61	999	4161
Produkty lesníctva	229	23	140	629	1021
Ryby, produkty rybolovu	8	0	0	4	12
Čierne a hnedé uhlie	64	15	20	178	276
Ropa a zemný plyn	798	126	172	1206	2302
Kovové rudy	7	2	22	131	163
Ostatné nerasty	52	19	83	266	420
Potravinárske výrobky	5381	343	39	1933	7698
Tabakové výrobky, služby	521	2	0	118	641
Textilné výrobky	200	13	0	742	956
Odevné výrobky	483	12	2	714	1211
Koža, brašn. sedlár. výr.	189	3	22	835	1049
Výrobky z dreva a korku	175	26	300	1128	1629
Celulóza, papier	313	55	104	1407	1880
Vydavateľstvo a tlač	689	99	11	379	1178
Koks, rafinárske ropné produkty	1349	191	268	3562	5371
Chemikálie, chemické výrobky	752	574	224	3267	4817
Výrobky z gumy a plastov	439	48	150	2753	3390
Ost.nekovové minerál. výrobky	344	90	902	1689	3026
Základné kovy	291	79	623	6796	7789
Hotové kovové výrobky	387	89	163	3025	3664
Stroje, zariadenia, i.n.	453	76	127	4527	5183
Kancelárske stroje a počítače	215	49	94	703	1061
Elektrické stroje a prístroje, i.n.	278	26	134	3428	3865
Rádiové, televízne zariad.	153	156	88	5440	5836
Zdravotnícke, presné prístr.	407	153	534	964	2059
Motorové vozidlá	680	38	1333	11280	13331
Ostatné dopravné zariadenia	134	6	17	430	587
Nábytok	706	51	35	1083	1875
Druhotné suroviny	9	3	23	40	76
El. energia, plyn, teplá voda	5431	857	531	3624	10442
Výroba a rozvod vody	236	65	12	89	402
Stavebné práce	931	361	10842	876	13009
Predaj motorových vozidiel	483	56	61	132	732
Veľkoobchod	25	6	18	63	113
Maloobchod	295	8	0	60	364
Hotelové a reštauračné služby	588	140	41	832	1601
Pozemná doprava	1221	144	308	2793	4466
Vodná doprava	9	2	2	62	75
Vzdušná doprava	38	28	6	377	450

Vedľajšie služby v doprave	696	306	72	1121	2195
Služby pôšt a telekomunikácií	1559	237	87	610	2493
Peňažníctvo a súvisiace služby	1545	100	55	490	2190
Poisťovníctvo	910	6	4	35	956
Pomoc. služby fin. sprostr.	322	13	4	28	366
Služby v oblasti nehnuteľností	4118	246	212	787	5364
Prenájom strojov	205	52	125	303	686
Počítačové služby	212	188	650	486	1536
Výskum a vývoj	10	143	3	57	214
Iné obchodné služby	1597	397	381	2613	4988
Verejná správa a obrana	177	5308	8	127	5620
Školstvo	264	1689	7	57	2018
Zdravovníctvo a sociál. star.	227	1720	1	121	2068
Čistenie odpadových vôd	340	157	16	102	614
Činnosti členských organizácií, i.n.	12	6	8	23	49
Rekreačné, kultúr. činnosti	709	235	29	407	1380
Ostatné služby	232	30	4	173	439



**Príloha č. 4:** Zamestnanosť generovaná zložkami konečnej spotreby pre jednotlivé komodity

Názov komodity	I <sub>KSD</sub>	I <sub>KSVS</sub>	I <sub>THK</sub>	I <sub>EX</sub>	I
Produkty poľn., poľov. a služby	65162	5856	1400	22872	95291
Produkty lesníctva	7232	730	4421	19836	32218
Ryby, produkty rybolovu	465	26	0	213	703
Čierne a hnedé uhlie	4732	1081	1470	13208	20491
Ropa a zemný plyn	6145	968	1327	9288	17729
Kovové rudy	638	142	1901	11288	13969
Ostatné nerasty	1573	565	2543	8111	12793
Potravinárske výrobky	81600	5208	598	29313	116719
Tabakové výrobky, služby	8784	27	0	1988	10799
Textilné výrobky	4591	294	0	17004	21889
Odevné výrobky	28349	690	101	41910	71050
Koža, brašn. sedlár. výr.	6126	108	711	27135	34080
Výrobky z dreva a korku	4044	602	6939	26098	37684
Celulóza, papier	1995	352	662	8958	11967
Vydavateľstvo a tlač	10480	1510	161	5768	17918
Koks, rafinárske ropné produkty	1658	235	330	4376	6598
Chemikálie, chemické výrobky	6924	5289	2065	30093	44371
Výrobky z gumy a plastov	5874	637	2014	36832	45358
Ost.nekovové minerál. výrobky	4464	1168	11694	21895	39220
Základné kovy	1933	523	4145	45190	51791
Hotové kovové výrobky	8182	1880	3454	64001	77516
Stroje, zariadenia, i.n.	6698	1120	1886	67011	76715
Kancelárske stroje a počítače	16465	3786	7237	53875	81364
Elektrické stroje a prístroje, i.n.	4223	389	2037	52157	58806
Rádiové, televízne zariad.	1092	1114	626	38847	41677
Zdravotnícke, presné prístr.	3596	1349	4719	8519	18183
Motorové vozidlá	3347	186	6556	55494	65583
Ostatné dopravné zariadenia	3430	157	446	11026	15059
Nábytok	16056	1152	803	24619	42630
Druhotné suroviny	95	33	241	412	781
El. energia, plyn, teplá voda	18590	2934	1816	12404	35744
Výroba a rozvod vody	5872	1621	301	2206	9999
Stavebné práce	19039	7379	221786	17910	266114
Predaj motorových vozidiel	13938	1623	1758	3793	21113
Veľkoobchod	236	59	170	587	1052
Maloobchod	9766	272	4	1993	12036
Hotelové a reštauračné služby	45497	10824	3178	64314	123813
Pozemná doprava	29300	3461	7397	67040	107198
Vodná doprava	651	130	147	4383	5312
Vzdušná doprava	552	408	93	5417	6471

Vedľajšie služby v doprave	4110	1808	428	6621	12967
Služby pôšt a telekomunikácií	20791	3162	1157	8131	33241
Peňažníctvo a súvisiace služby	20786	1340	745	6586	29458
Poisťovníctvo	18822	133	88	721	19763
Pomoc. služby fin. sprostr.	2764	110	32	239	3145
Služby v oblasti nehnuteľností	10877	651	561	2079	14168
Prenájom strojov	860	219	525	1270	2874
Počítačové služby	3994	3548	12261	9175	28979
Výskum a vývoj	254	3600	79	1435	5369
Iné obchodné služby	28112	6990	6707	46008	87817
Verejná správa a obrana	4959	148466	213	3552	157189
Školstvo	21507	137402	553	4673	164135
Zdravovníctvo a sociál. star.	14245	108038	38	7603	129924
Čistenie odpadových vôd	15531	7161	711	4661	28064
Činnosti členských organizácií, i.n.	217	112	147	406	881
Rekreačné, kultúr. činnosti	16508	5476	684	9486	32154
Ostatné služby	19017	2430	367	14215	36028

**Príloha č. 5:** Pridaná hodnota generovaná zložkami konečnej spotreby pre jednotlivé komodity (v mil. €)

Názov komodity	W <sub>KSD</sub>	W <sub>KSVS</sub>	W <sub>THK</sub>	W <sub>Ex</sub>	W
Produkty poľn., poľov. a služby	902	81	19	317	1319.04
Produkty lesníctva	95	10	58	261	424.25
Ryby, produkty rybolovu	3	0	0	1	4.30
Čierne a hnedé uhlie	16	4	5	45	69.14
Ropa a zemný plyn	23	4	5	35	67.20
Kovové rudy	0	0	1	5	5.68
Ostatné nerasty	12	4	19	62	97.59
Potravinárske výrobky	862	55	6	310	1233.23
Tabakové výrobky, služby	2	0	0	0	2.56
Textilné výrobky	37	2	0	138	177.24
Odevné výrobky	102	2	0	151	255.43
Koža, brašn. sedlár. výr.	31	1	4	136	170.46
Výrobky z dreva a korku	51	8	87	328	473.54
Celulóza, papier	52	9	17	232	309.43
Vydavateľstvo a tlač	220	32	3	121	376.38
Koks, rafinárske ropné produkty	129	18	26	340	512.88
Chemikálie, chemické výrobky	114	87	34	494	728.71
Výrobky z gumy a plastov	78	8	27	488	600.86
Ost.nekovové minerál. výrobky	75	20	196	367	657.36
Základné kovy	67	18	145	1254	1484.44
Hotové kovové výrobky	105	24	44	823	996.73
Stroje, zariadenia, i.n.	90	15	25	904	1034.50
Kancelárske stroje a počítače	26	6	11	85	129.06
Elektrické stroje a prístroje, i.n.	59	5	29	700	793.07
Rádiové, televízne zariad.	12	12	7	419	449.25
Zdravotnícke, presné prístr.	45	17	59	107	229.19
Motorové vozidlá	51	3	99	842	995.13
Ostatné dopravné zariadenia	30	1	4	97	132.17
Nábytok	138	10	7	212	367.45
Druhotné suroviny	6	2	15	26	50.19
El. energia, plyn, teplá voda	1538	259	160	905	2861.42
Výroba a rozvod vody	104	29	5	39	176.81
Stavebné práce	321	124	3368	302	4115.54
Predaj motorových vozidiel	476	55	60	130	721.53
Veľkoobchod	578	145	416	1238	2376.47
Maloobchod	1530	50	1	364	1943.88
Hotelové a reštauračné služby	272	65	19	384	738.89
Pozemná doprava	583	69	147	1134	1933.25
Vodná doprava	2	0	0	12	14.83
Vzdušná doprava	3	2	1	33	38.96

Vedľajšie služby v doprave	204	90	21	329	643.74
Služby pôšt a telekomunikácií	848	129	47	332	1356.47
Peňažníctvo a súvisiace služby	1058	68	38	335	1499.02
Poisťovníctvo	271	2	1	10	284.38
Pomoc. služby fin. sprostr.	163	7	2	14	185.63
Služby v oblasti nehnuteľností	2222	164	141	510	3037.21
Prenájom strojov	103	26	63	151	342.73
Počítačové služby	115	102	353	264	835.19
Výskum a vývoj	4	56	1	22	83.47
Iné obchodné služby	813	202	194	1100	2308.39
Verejná správa a obrana	106	3088	5	76	3275.32
Školstvo	195	1197	5	42	1439.61
Zdravovníctvo a sociál. star.	147	1069	0	78	1294.39
Čistenie odpadových vôd	140	65	6	42	253.75
Činnosti členských organizácií, i.n.	29	15	20	55	119.53
Rekreačné, kultúr. činnosti	382	127	16	219	743.36
Ostatné služby	144	18	3	108	273.76

**Príloha č.6.** *Dovoz generovaná zložkami konečnej spotreby pre jednotlivé komodity*  
(v mil. €)

Názov komodity	i <sub>KSD</sub>	i <sub>KSVS</sub>	i <sub>THK</sub>	i <sub>EX</sub>	i
Produkty poľn., poľov. a služby	447	38	8	134	627.28
Produkty lesníctva	8	1	5	17	29.82
Ryby, produkty rybolovu	4	0	0	1	5.30
Čierne a hnedé uhlie	122	21	52	287	481.44
Ropa a zemný plyn	1786	282	282	2146	4495.68
Kovové rudy	25	5	100	347	476.50
Ostatné nerasty	15	5	26	60	106.52
Potravinárske výrobky	1516	89	8	405	2018.33
Tabakové výrobky, služby	117	0	0	20	137.97
Textilné výrobky	472	13	16	484	984.04
Odevné výrobky	299	7	2	252	558.92
Koža, brašn. sedlár. výr.	210	2	14	373	600.06
Výrobky z dreva a korku	55	6	67	241	368.94
Celulóza, papier	242	44	51	569	905.22
Vydavateľstvo a tlač	94	13	2	43	152.26
Koks, rafinérské ropné produkty	331	41	51	613	1036.22
Chemikálie, chemické výrobky	913	815	207	1816	3750.59
Výrobky z gumy a plastov	381	28	206	1254	1869.85
Ost.nekovové minerál. výrobky	126	29	369	428	951.66
Základné kovy	147	29	373	2288	2837.34
Hotové kovové výrobky	216	40	350	1181	1787.37
Stroje, zariadenia, i.n.	326	42	1346	2196	3910.20
Kancelárske stroje a počítače	176	32	231	526	964.70
Elektrické stroje a prístroje, i.n.	252	21	304	1639	2215.47
Rádiové, televízne zariad.	235	80	257	2704	3276.84
Zdravotnícke, presné prístr.	513	147	951	784	2396.07
Motorové vozidlá	514	18	1005	4801	6336.65
Ostatné dopravné zariadenia	78	3	22	138	240.63
Nábytok	387	21	43	353	803.84
Druhotné suroviny	1	0	2	2	4.54
El. energia, plyn, teplá voda	22	3	2	9	36.31
Výroba a rozvod vody	0	0	0	0	0.00
Stavebné práce	12	5	150	9	176.85
Predaj motorových vozidiel	41	5	6	9	60.80
Veľkoobchod	14	3	9	33	60.06
Maloobchod	61	2	0	12	75.21
Hotelové a reštauračné služby	435	52	17	289	793.76
Pozemná doprava	156	19	42	304	521.04
Vodná doprava	11	3	4	74	91.79
Vzdušná doprava	67	33	9	311	420.04

Vedľajšie služby v doprave	46	17	4	47	114.21
Služby pôšt a telekomunikácií	93	14	5	30	143.77
Peňažníctvo a súvisiace služby	162	11	6	47	225.75
Poisťovníctvo	143	1	1	5	150.04
Pomoc. služby fin. sprostr.	48	2	1	4	53.57
Služby v oblasti nehnuteľností	37	2	2	5	45.89
Prenájom strojov	10	2	6	11	29.53
Počítačové služby	35	31	102	74	241.77
Výskum a vývoj	3	31	1	11	46.15
Iné obchodné služby	241	63	81	359	743.74
Verejná správa a obrana	3	75	0	2	79.55
Školstvo	9	55	0	2	66.27
Zdravovníctvo a sociál. star.	1	6	0	0	7.16
Čistenie odpadových vôd	1	0	0	0	1.46
Činnosti členských organizácií, i.n.	0	0	0	0	0.00
Rekreačné, kultúr. činnosti	73	23	3	39	136.77
Ostatné služby	6	1	0	4	11.45