

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY

Evidenčné číslo: 54115ddd-34de-4a9a-a949-9c485774cc07



Ekonometrické modely vývoja ceny ropy
Diplomová práca

Bratislava 2011

Bc. Soňa Othmanová

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY

Ekonometrické modely vývoja ceny ropy
Diplomová práca

Študijný program: Ekonomická a finančná matematika
Študijný odbor: 9.1.1 Aplikovaná matematika
Školiace pracovisko: Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky
Školiteľ: doc. RNDr. Ján Pekár, PhD.

Bratislava 2011

Bc. Soňa Othmanová



Univerzita Komenského v Bratislave
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

Meno a priezvisko študenta: Bc. Soňa Othmanová
Študijný program: ekonomická a finančná matematika (Jednoodborové štúdium, magisterský II. st., denná forma)
Študijný odbor: 9.1.9. aplikovaná matematika
Typ záverečnej práce: diplomová
Jazyk záverečnej práce: slovenský

Názov : Ekonometrické modely vývoja ceny ropy

Cieľ : Cieľom práce je zostaviť ekonometrické modely vývoja ceny ropy. Z identifikovaných modelov vybrať najlepší a použiť ho na predikciu vývoja cien.

Vedúci : doc. RNDr. Ján Pekár, PhD.

Dátum zadania: 29.01.2010

Dátum schválenia: 04.04.2011

.....
prof. RNDr. Daniel Ševčovič, CSc.
garant študijného programu

.....
študent

.....
vedúci práce

Dátum potvrdenia finálnej verzie práce, súhlas s jej odovzdaním (vrátane spôsobu sprístupnenia)

.....
vedúci práce

Čestné prehlásenie

Vyhlasujem, že som diplomovú prácu vypracovala samostatne s použitím uvedenej odbornej literatúry.

Bratislava 20. 4. 2011

.....

Pod'akovanie

Týmto sa chcem poďakovať Doc. RNDr. Jánovi Pekárovi, PhD., svojmu školiteľovi, za všestrannú odbornú pomoc, za ochotu a trpezlivosť pri vedení tejto práce.

Abstrakt

OTHMANOVÁ, Soňa: Ekonometrické modely vývoja ceny ropy [diplomová práca]. Univerzita Komenského v Bratislave. Fakulta matematiky, fyziky a informatiky. Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky. Ekonomická a finančná matematika. Stupeň akademickej kvalifikácie: Magister (Mgr.). Bratislava: FMFI UK, 2011. 71 strán.

V tejto diplomovej práci sa venujeme analýze časového radu ceny ropy typu WTI. Zostrojili sme viacero ekonometrických modelov tak, aby čo najlepšie popísali vývoj ceny ropy počas sledovaného obdobia. Na základe doterajších analýz závislosti tohto radu na exogénnych premenných, sme zvolili množinu najperspektívnejších z nich. Pomocou analýzy signifikantnosti sme do vývoja modelov následne zaradili tie s najlepšou predikčnou schopnosťou. Ďalej sme skúmali prognostickú silu takto zostavených modelov a ten najlepší sme vybrali na predpovedanie vývoja cien ropy do budúcnosti.

Kľúčové slová: cena ropy, analýza časových radov, reálne dáta, ARDL a štrukturálny model, ex post a ex ante prognóza

Abstract

In this thesis, we analyze time series of prices of WTI crude oil. We created multiple econometric models, to describe the behavior of crude oil prices during considered time as best as possible. Based on the previous analyses of dependence of this time series on exogenous variables, we selected the most effective exogenous variables. According to the significance analysis, we created a set of variables with the best predicting power possible. Moreover, we analyzed the forecasting power of presented models and we used the most effective of them to estimate the future price of the crude oil.

Key words: price of crude oil, time series analysis, real data, ARDL and structural model, ex post and ex ante forecast

Obsah

Úvod	1
1 Cenový vývoj	4
1.1 Historický vývoj ceny ropy	4
1.1.1 Ropné šoky	6
1.1.2 Cenový vývoj po roku 1981	7
1.2 Súčasný vývoj ceny ropy	8
1.2.1 Ropa a jej budúcnosť	9
2 Ekonometrická teória	11
2.1 Ekonometrický model	12
2.1.1 Predpoklady lineárneho ekonometrického modelu	13
2.2 Metóda najmenších štvorcov	14
2.2.1 Vlastnosti odhadnutého vektora $\vec{\beta}$	16
2.3 Posudzovanie regresie	16
2.3.1 Parametre zhody modelu	16
2.3.2 Základné testy v lineárnom regresnom modeli	20
3 Cena ropy v ekonometrických modeloch	24
3.1 Modely časových radov	26
3.1.1 Martingálna postupnosť	26
3.1.2 Autoregresný model cien ropy	26

3.1.3	Mean reverting proces	27
3.2	Finančné modely	27
3.3	Štrukturálne modely	29
3.3.1	Ako vplývajú rozhodnutia OPEC-u na vývoj ceny ropy	31
4	Modelovanie	34
4.1	Výber premenných modelu	34
4.1.1	Strana dopytu	35
4.1.2	Strana ponuky	37
4.2	Testovanie premenných	40
4.3	Autoregresný model	43
4.4	ARDL model	45
4.4.1	ARDL(1,2,0,0,0)	46
4.5	Štrukturálny model	49
4.5.1	Štrukturálny model vývoja zmeny ceny ropy	49
5	Prognóza	52
5.1	Typy prognóz	52
5.2	Kritéria hodnotenia ekonometrických predpovedí	54
5.3	In sample prognózy	55
5.3.1	Prognóza pomocou AR modelu	55
5.3.2	Prognóza pomocou ARDL modelu	58
5.3.3	Prognóza pomocou štrukturálneho modelu	61
5.4	Out of sample prognóza	62
5.4.1	Odhad exogénnych premenných	63
5.5	Predpoveď ceny ropy WTI	65
	Záver	67
	Literatúra	69

Úvod

Ropa je najviac obchodovanou komoditou na svete vôbec. V poslednej dobe však možno pozorovať rozsiahle snahy vo vývoji alternatívnych zdrojov energií, ktoré sú vo veľkej miere podporované vyspelými ekonomikami sveta. Avšak, dá sa povedať, že ropu je možné zatiaľ nahradiť len sčasti. Podiel ropy a ropných produktov na celkových zdrojoch energie v súčasnosti predstavuje úroveň približne 40 percent. Aj naďalej tak ropa a ropné produkty predstavujú najväčší zdroj energie sveta.

Preto cena ropy patrí k najsledovanejším indikátorom svetovej ekonomiky. Ekonomická história nám už niekoľkokrát dala trpké lekcie o vplyve ropných šokov na celkový vývoj ekonomického rastu. Hoci ropné šoky nemajú už taký výrazný dopad na ekonomický rast, ropa stále zostáva významnou komoditou svetového obchodu. V súčasnosti sa ropa na celkovom obrate svetového obchodu podieľa ôsmimi percentami. Ide o najvyšší podiel pre jednotlivú komoditu vôbec, aj keď je podstatne nižší ako v sedemdesiatych a osemdesiatych rokoch, a to v dôsledku relatívneho poklesu cien. Veľkosť burzového kontraktu je vyjadrená v tisícoch bareloch, cena je vyjadrená v amerických dolároch za barel tj. 159 litrov.

Kvalita ropy závisí predovšetkým od jej dvoch základných kritérií, a to od hustoty a obsahu síry. Za najviac kvalitnú sa považuje ropa s čo najnižším obsahom síry, ktorá je ľahšia na spracovanie a má zároveň aj nízku

hustotu. Ropa, ktorá splňa tieto dve požiadavky sa označuje „light sweet“ a jej najznámejším druhom je ropa West Texas Intermediate (WTI). Tá sa ťaží v stredo západe USA a je hlavným benchmarkom pre určovanie cien ropy na celom svete. Druhou najznámejšou ropou na svete je ľahká ropa pochádzajúca zo Severného mora - ropa Brent. V porovnaní s WTI je však menej kvalitnejšou z dôvodu vyššieho obsahu síry. Jej cena z tohto dôvodu preto zvykne byť o niečo nižšia. Na trhu, ktorý je momentálne mimoriadne dynamický však občas môže dôjsť aj k anomálii, kedy sa ropa Brent obchoduje v porovnaní s cenou ropy WTI na vyšších úrovniach. Po prepuknutí recesie v roku 2009 prišlo k vzniku takejto situácie niekoľko krát, pričom sa dokonca ropa typu Brent nad ropou WTI dokázala udržať aj niekoľko týždňov (Ižip and Vejmelka 2010).

Tieto typy ropy sú podkladovými aktívami pre futures kontrakty obchodované prostredníctvom búrz NYMEX (New York Mercantile Exchange) a ICE (Intercontinental Exchange) v Londýne.

Okrem týchto dvoch druhov ropy medzi najvýznamnejšie patria ropy referenčného koša OPEC (Organization of the Petroleum Exporting Countries). Do tohto koša patria druhy ako Arab Light (Saudská Arábia), Fateh (SAE), Tia Juana Light (Venezuela) a ďalšie. Sú v priemere ťažšie ako Brent aj WTI a majú väčší obsah síry. Medzi hlavné benchmarky na Blízkom východe patria aj Dubai Crude, Omani Crude.

Práca je rozdelená do piatich kapitol. V prvej si popíšeme historický vývoj ceny ropy. Za udalosti, ktoré najviac ovplyvnili jej cenu, môžeme považovať vojnové konflikty, ktoré vypukli v krajinách produkujúcich ropu a vznik organizácie OPEC. Cieľom tejto organizácie je reguláciou produkcie svojich členských krajín ovplyvňovať cenu ropy na finančných trhoch. V závere kapitoly popíšeme teóriu ropného vrcholu, ktorá sa v dnešných časoch stáva čím viac aktuálnou. V druhej kapitole uvedieme základnú teóriu ekonometrického

modelovania. Spomenieme základné testy potrebné pre potvrdenie predpokladov modelu. V nasledujúcej kapitole prejdeme ku konkrétnym modelom skonštruovaných pre popis vývoja ceny ropy. Uvedieme v nej rôzne prístupy modelovania ceny tejto komodity. Štvrtá kapitola je venovaná výberu jednotlivých regresorov a následnej analýze týchto časových radov. Použitím jednotlivých vysvetľujúcich premenných skonštruujeme tri typy modelov, ktoré čo najlepšie popisujú vývoj ceny ropy. V poslednej kapitole k týmto modelom zostavíme ex post prognózu, v ktorej využijeme údaje z časového obdobia, ktoré je nám známe. Na základe výsledkov tejto prognózy a porovnaním mier presnosti, vyberieme ten model, ktorý má najlepšiu prognostickú silu. Pomocou tohto zvoleného modelu urobíme predikciu ex ante pre obdobie od októbra 2010 do decembra 2011.

Kapitola 1

Cenový vývoj

V posledných rokoch boli minulé, súčasné ako aj budúce úrovne ceny ropy subjektom skúmania viacerých akademikov a expertov v oblasti energetiky. V tejto kapitole stručne popíšeme udalosti, ktoré ovplyvnili vývoj ceny ropy.

V závere uvedieme aj teóriu ropného vrcholu, ktorá je v dnešnej dobe často skloňovaná v súvislosti budúceho vývoja na celom energetickom trhu.

1.1 Historický vývoj ceny ropy

História spotreby a ceny ropy siaha až do polovice 19. storočia. Vtedy bola využívaná v podobe petroleja, ktorý ľudia využívali na svietenie. V čase, keď bol koncom 19. storočia vynájdený elektrický generátor, boli hlavným konzumentom ropy Spojené štáty americké a jej severovýchodný región bol jej hlavným zdrojom. Vzrastajúca spotreba a následné vyčerpanie rezerv v tomto regióne, viedli k zásadnému zvýšeniu ceny, a ropná spoločnosť Standard Oil, v tom čase s monopolným postavením, ich nebola schopná kontrolovať. Začiatkom 20. storočia bola ťažba rozšírená aj na územie Texasu, ktorá zabezpečila nadbytočnú produkciu a tým aj redukciiu ceny. Medzitým

sa spotreba ropy rozšírila aj na území Európy a nové náleziská boli objavené v Iraku a Saudskej Arábii. Spojené štáty aj napriek tomu stále zostali v pozícii hlavného konzumenta a udržiavali si aj dominantné postavenie na svetovom trhu.

Hlavným ekonomickým subjektom na ropnom trhu v tom čase bola spoločnosť Texas Railroad Commission (TRC), ktorá bola založená v roku 1891 a mala za úlohu regulovať železničné poplatky ako aj produkciu petroleja, a automobilových prepravcov. Vďaka dominantnému postaveniu na americkom trhu bola TRC schopná nastavovať ceny ropy použitím efektívnych produkčných kvót, až do vzniku Organizácie krajín vyvážajúcich ropu (OPEC). Ďalším dôležitým hráčom na trhu bolo združenie spoločností nazývaných „Seven sisters” (Sedem sestier). Toto združenie zastrešovalo sedem ropných spoločností, 5 amerických a 2 európske, ktoré vďaka kooperácii boli schopné ovplyvňovať cenu ropy po dobu 50 rokov.

Druhá svetová vojna definitívne predurčila ropu ako hlavný energetický zdroj. Nadbytok ropy vďaka spolupráci USA a Saudskej Arábie ponúkla Američanom privilegovaný prístup k tejto surovine. Počas päťdesiatych rokov boli objavené nové náleziská na Blízkom východe. Týmto vstúpili na trh aj noví producenti, ktorí spravili kontrolu produkcie ťažšou a tým aj kontrolu nad cenou ropy. V roku 1960 krajiny Blízkeho východu založili organizáciu OPEC, ktorá mala za úlohu predchádzať kompetitívnemu správaniu sa členských krajín v snahe zamedziť tak znižovaniu ceny. Medzi členské krajiny patria Alžírsko, Angola, Ekvádor, Indonézia, Irak, Irán, Katar, Kuvajt, Líbya, Nigéria, Saudská Arábia, Spojené arabské emiráty a Venezuela. Tieto štáty kontrolujú dve tretiny známych zásob ropy na Zemi a produkujú približne 40 percent svetovej produkcie ropy. Vytvorili kartel určujúci objem a spotrebu ropy, hlavne pomocou ťažobných kvót. V tomto čase sa cena ropy pohybovala na úrovni od dvoch do troch dolárov za barel. Je potrebné pove-

dať, že vytvorením tejto organizácie sa kontrola nad cenou ropy preniesla z USA na OPEC. Na konci sedemdesiatych rokov sa z USA, kvôli zvyšujúcej sa domácej spotrebe, stala krajina, ktorá bola nútená túto surovinu aj dovážať.

1.1.1 Ropné šoky

Z ekonomického hľadiska je ropný šok prudké zvýšenie cien ropy. Dochádza k nemu, keď dopyt prevýši ponuku. Môže mať rôzne príčiny, hlavnými sú vojnový konflikt alebo uvalenie obchodného embarga. Tieto šoky, a teda vysoké ceny ropy majú spätne veľmi negatívny vplyv na hospodársky rast. (Mazraati and Tayyebi Jazayeri 2004)

- **Prvý ropný šok**

V roku 1973 vypukla Yom Kippurská vojna útokom Sýrie a Egypta na Izrael. USA a niektoré krajiny západného sveta prejavili podporu Izraelu. Reakciou arabských štátov exportujúcich ropu na tento čin bolo uvalenie embarga na krajiny podporujúce Izrael. Toto viedlo v priebehu šiestich mesiacov až k štvornásobnému zvýšeniu cien ropy na úroveň 12 dolárov za barel. Od roku 1974 do 1978 sa ceny ropy pohybovali v cenovom pásme od 12,21 dolárov za barel do 13,55 dolárov za barel.

- **Druhý ropný šok**

Druhou fázou neistoty na svetových trhoch, ktoré ovplyvnili ceny ropy, boli roky 1979 a 1980, kedy vypukla Iránska revolúcia a následne Iracko-Iránska vojna. Iránska revolúcia viedla k poklesu produkcie až o 2,5 milióna barelov za deň. Ceny sa v tomto čase takmer zdvojnásobili. Avšak dopad na ceny bol limitovaný kvôli krátkemu trvaniu poklesu produkcie, ktorá sa krátko po revolúcii dostala opäť na úroveň 4 miliónov barelov denne. V septembri 1980 Irak napadol Irán. Do novembra klesla spoločná produkcia týchto krajín na milión barelov za deň oproti 6,5 miliónom z rovnakého obdobia v predchádzajúcom roku. Toto viedlo

k zvýšeniu ceny zo 14 dolárov za barel v roku 1979 na úroveň až 35 dolárov v roku 1981.

1.1.2 Cenový vývoj po roku 1981

Predchádzajúce obdobie ukázalo neschopnosť organizácie OPEC konať ako kartel. Saudská Arábia varovala pred znížením dopytu v dôsledku vysokých cien. Navyše krajiny nepatriace do združenia, z vidiny väčších ziskov vďaka vyššej cene ropy, zvyšovali svoju produkciu. Tým pomohli dopytu aby sa stetol s ponukou na trhu. Neskôr, medzi rokmi 1982 až 1985, politika OPEC viedla k zavedeniu produkčných kvót v snahe zaistiť tak stabilitu cien. Nanešťastie, táto stratégia bola vo veľa prípadoch marená správaním sa niektorých členov, ktorí produkovali nad svoje stanovené kvóty. V tomto období hrala Saudská Arábia „dvojitú úlohu“, upravovala svoju produkciu v závislosti od dopytu na trhu s cieľom zabrániť znižovaniu cien až do roku 1986.

Ceny klesali až do roku 1990, kedy vypukla vojna v zálive. Napadnutie Kuvajtu Irakom spôsobilo krátkodobé zvýšenie ceny nad úroveň 40 dolárov za barel. Tento cenový nárast bol znormalizovaný až v roku 1993, kedy začal Kuvajt produkovať rovnaké množstvo ropy ako pred inváziou. Začiatkom deväťdesiatych rokov však rástla ekonomika ázijských krajín a tým sa zvyšoval aj dopyt po rope a jej produktoch, denná spotreba bola na úrovni 6,5 miliónov barelov. Zvyšujúca sa miera produkcie členských krajín OPEC, ktorá viedla k uspokojeniu tohto dopytu, bola pôvodcom drastického zníženia cien, ktoré sa objavilo v rokoch 1997 a 1998. V tomto období sa väčšina vyspelých ázijských krajín zmietala v ekonomickej kríze a OPEC tak čelil veľkej nadprodukcii. V rozmedzí rokov 1990 a 1996 klesla ruská produkcia takmer o 5 miliónov barelov za deň. Spolu so znížením produkčných kvót zo strany OPEC postupne takmer o 3 milióny barelov za deň, tak v roku 1999 začali ceny ropy opäť rásť. V roku 2001, oslabená ekonomika USA a zvyšujúca sa

produkcia krajín mimo OPEC znížila tlak na rast cien.

Začiatkom roka 2002 bola tak cena ropy za barel na úrovni 25 dolárov. V období rokov 2002 až 2005, väčšina krajín produkujúcich ropu pokračovala v adaptovaní nízkych produkčných kvót. Táto stratégia spolu s neadkvátnou odpoveďov krajín mimo organizácie OPEC, mala za následok zvyšujúci sa dopyt, a následné zvýšenie cien. Tento trend pokračoval až do druhej polovice roka 2008, kedy priemerná cena WTI z júla 2008 na úrovni 133 dolárov za barel, klesla na decembrovú úroveň vo výške 41 dolárov za barel.

1.2 Súčasný vývoj ceny ropy

Vývoj cien ropy bol v posledných dvoch rokoch dramatický a dynamický zároveň. Dramatický preto, lebo ceny ropy v tomto čase nielenže prekonalí „psychologickú hranicu“ 100 dolárov za barel, ale atakovali aj hranicu 150 dolárov za barel. Následne na to v priebehu troch mesiacov prudko klesli na úroveň jednej tretiny ceny v čase vrcholu. Prepad cien ropy pokračoval až do februára 2009 (Workie 2010).

Tento cenový kolaps bol spôsobený hlavne dvoma faktormi. Nízkym globálnym dopytom, ktorý sa prejavil v treťom štvrtroku 2008. Napriek rastu globálnej spotreby, spotreba ropy klesla o 2,2 milióna barelov denne v porovnaní s rovnakým obdobím predchádzajúceho roka. Celkový globálny dopyt po rope klesol v roku 2008 o 0,3 milióna barelov za deň, čo bol vôbec prvý pokles od osemdesiatych rokov. Dopyt klesol v rozvinutých krajinách a to hlavne v USA a Japonsku. K zastaveniu pádu nepomohol ani pokračujúci dopyt v krajinách ako Čína a India. Druhým faktorom, ktorý spôsobil prepád cien bola vysoká produkcia krajín OPEC, aj napriek zníženiu produkčných kvót takmer o 4 milióny barelov začiatkom decembra, implementácia tohto rozhodnutia bola nízka vzhľadom na nedisciplinovanosť členov kartelu. Vy-

hliadky budúcej ceny ropy smerujú k ďalšiemu nárastu, avšak intezita bude závisieť od viacerých faktorov, najmä od vývoja ekonomiky priemyselne vyspelých krajín ale aj rozhodujúcich rozvíjajúcich sa ekonomík.

1.2.1 Ropa a jej budúcnosť

Je možné, že svet je veľmi blízko dosiahnutia vrcholu maximálnej ťažby. Mnohí experti, opierajúci sa o teóriu ropného vrcholu tomu veria. Ak je táto teória správna, bude to mať nedozerané dôsledky na energetickú bezpečnosť a svetovú ekonomiku.

Teória ropného vrcholu sa zaoberá dlhodobými predpoveďami spotreby a vyčerpania ropy, jej autorom je geológ M. King Hubbert (Hubbert 1982). Vo svojej práci vychádza z neobnoviteľnosti zdrojov ropy a preto tvrdí, že úroveň ťažby ropy musí nevyhnutne dosiahnuť svoj vrchol, a potom začne klesať. Ťažba ropy sleduje tzv. Hubbertovu krivku, tá je podobná Gaussovej krivke. V USA dosiahla ťažba vrchol v roku 1971 a v Severnom mori v roku 1999, tento jav nastal už v mnohých oblastiach. Túto teóriu podporuje aj fakt, že od šesťdesiatych rokov minulého storočia klesá počet nových nálezísk ropy a náklady na ťažbu ropy sa zvyšujú, pretože ropa je ťažiteľná už iba na horšie dostupných miestach.

Súčasná denná spotreba ropy dosahuje hodnotu 85 miliónov barelov. Spotrebúva sa predovšetkým na výrobu elektrickej energie, vykurovanie, prevádzku dopravných zariadení a pod. Podľa Medzinárodnej energetickej agentúry (IEA) sa má spotreba do roku 2030 zvýšiť na úroveň 130 miliónov barelov denne. Za súčasného predpokladu ťažby vystačia tak známe zásoby na približne 43 rokov. Avšak treba spomenúť nie celkom vierohodné oficiálne údaje o stave ropných rezerv. Ropné rezervy sú všeobecne len odhady a jednotlivé krajiny majú celý rad dôvodov pre nadsadzovanie svojich údajov,

napr. kvôli výhodnejším podmienkam pri čerpaní úverov od Svetovej banky alebo za účelom zachovávať svoje výrobné kvóty na vysokých úrovniach.

Možnými dôsledkami vrcholu ťažby, ktorý by spôsobil globálny nedostatok, je razantný nárast ceny tejto komodity. A tento ropný šok by sa určite líšil od predošlých, pretože by bol trvalý. Ak by lacné alternatívy neboli k dispozícii, vyústila by táto situácia k zníženiu životnej úrovne najskôr v chudobnejších krajinách a neskôr v celom svete. Znamenalo by to hospodársku stagnáciu a zvýšenie inflácie. Preto ako sa vyjadril ekonóm Michael Lynch, je dôležité začať investovať do alternatívnych zdrojov energie skôr ako neskôr, vzhľadom k tomu, že ich vývoj zaberie 10 až 20 rokov.

Kapitola 2

Ekonometrická teória

Ekonometria je kvantitatívna ekonomická disciplína využívajúca poznatky ekonomickej teórie, matematiky a štatistiky, pomocou ktorých, opisuje, kvantifikuje a analyzuje ekonomické vzťahy a javy. Primárnym cieľom ekonometrie je dať ekonomickej teórii empirický obsah. Pomocou ekonometrie sa overujú závery ekonomickej teórie a na základe nej sa určujú možné hodnoty ekonomických ukazovateľov do budúcnosti.

Za významné pre ekonometriu môžeme považovať založenie Medzinárodnej ekonometrickej spoločnosti dňa 29. decembra 1930 v štáte Ohio. Táto spoločnosť začala v roku 1933 vydávať časopis *Econometrica*. Za skutočných zakladateľov ekonometrie sa považujú prví nositelia Nobelovej ceny za ekonómiu v roku 1969, Ragnar Frisch a Jan Tinberger. V tejto kapitole sa budeme bližšie venovať základným výsledkom ekonometrickej teórie, ktoré využijeme pri analýze časových radov. Podrobnejšie túto problematiku zachytávajú napr. (Greene 2002), (Hayashi 2000), (Peracchi 2001), (Pesaran and Shin 1999).

2.1 Ekonometrický model

Východiskom pre akúkoľvek ekonometrickú analýzu ekonomického javu alebo procesu je ekonomická teória. Správanie sa ekonomických subjektov však nie je možné formulovať deterministicky, ale je nutné v ich správaní zohľadniť neurčitost'. Z tohto dôvodu je nutné ekonomický model pretransformovať na ekonometrický model, ktorý do príslušných vzťahov zaraďuje náhodné poruchy.

Ekonometrickým modelom budeme nazývať zjednodušenú matematicko štatistickú reprezentáciu reálneho ekonomického javu alebo vzťahu. Ekonometrický model môžeme chápať ako syntézu troch typov modelov:

- Za naivný model považujeme vysvetlenie veľkosti závislej premennej v čase t iba pomocou nej samotnej, ale z iného obdobia
- Model trendu predpokladá, že jedinou príčinou zmeny endogénnej premennej je čas t
- Ekonometrický regresný model, kde endogénna premenná je vysvetľovaná pomocou jednej alebo viacerých iných exogénnych premenných

Konštrukcia ekonometrického modelu a odhad jeho parametrov nie je jednoduchý a jednorázový proces. Neexistuje presný návod ako skonštruovať dobrý model. Konštrukcia kvalitného modelu je proces využívajúci okrem vedeckých metód a systematických postupov aj skúsenosti a intuíciu. Samotný proces konštrukcie a tvorby modelu je tak vedou, ako aj umením.

DEFINÍCIA 2.1. *Lineárny regresný model skúma vzťahy medzi závislou premennou a jednou alebo viacerými nezávislými premennými. Hlavnou formou lineárneho regresného modelu je model:*

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_k) + \varepsilon = \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + \varepsilon, \quad (2.1)$$

kde y je závislá alebo vysvetľovaná premenná a x_1, x_2, \dots, x_k sú nezávislé alebo vysvetľujúce premenné. Výrazom ε označujeme náhodné chyby modelu.

Parametre modelu sú neznáme numerické konštanty β_j , ktoré udávajú zmenu vysvetľovanej premennej pri jednotkovej zmene vysvetľujúcej premennej x_j a nezmenených hodnotách ostatných premenných v modeli (predpoklad **ceteris paribus**).

POZNÁMKA 2.1. Tento model je možné zapísať aj v nasledujúcich tvaroch:

$$y_i = \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ij} + \varepsilon_i, \quad (2.2)$$

kde β_0 je úrovňová konštanta, alebo absolútny člen modelu.

Maticový zápis predchádzajúcej rovnice vyzerať nasledovne:

$$y = X\beta + \varepsilon. \quad (2.3)$$

Symbolom y budeme označovať n rozmerný stĺpcový vektor pozorovaní endogénnej premennej, X je matica rozmeru $n \times (k + 1)$ pozorovaní nezávislých premenných, pričom prvý stĺpec je tvorený jednotkovým vektorom, používaným k odhadu úrovňovej konštanty β_0 . Symbolom β označujeme $k + 1$ rozmerný stĺpcový vektor neznámych parametrov modelu a ε je n rozmerný vektor náhodných chýb.

2.1.1 Predpoklady lineárneho ekonometrického modelu

- **P1:** Náhodné chyby majú nulovú strednú hodnotu.

$$E(\varepsilon) = 0. \quad (2.4)$$

- **P2:** Rozptyl náhodných chýb je konštantný a náhodné chyby nie sú navzájom korelované. Tento predpoklad môžeme sformulovať pomocou variančno-kovariančnej matice:

$$E(\varepsilon\varepsilon^T) = \sigma^2 I_n, \quad (2.5)$$

kde I_n je jednotková matica rádu n .

- **P3:** Exogénne premenné sú deterministické, to znamená že hodnoty X_{ij} matice sú fixné, rozptyly okolo priemeru sú nenulové. Ak sú aj stochastické, nie sú korelované s náhodnými chybami.

$$E(X^T \varepsilon) = 0. \quad (2.6)$$

- **P4:** Exogénne premenné sú lineárne nezávislé, t.j. X má hodnotu rovnú počtu jej stĺpcov. Počet pozorovaní musí byť väčší ako počet vysvetľujúcich premenných.

$$h(X) = k + 1 \leq n. \quad (2.7)$$

- **P5:** Vektor náhodných chýb ε má mnohorozmerné normálne rozdelenie s nulovou strednou hodnotou a variančno-kovariančnou maticou $\sigma^2 I_n$.

$$\varepsilon \sim N(0, \sigma^2 I_n).$$

Potom endogénna premenná Y má mnohorozmerné normálne rozdelenie so strednou hodnotou $X\vec{\beta}$ a variančno-kovariančnou maticou $\sigma^2 I_n$.

$$\vec{Y} \sim N(X\vec{\beta}, \sigma^2 I_n)$$

2.2 Metóda najmenších štvorcov

Metódou najmenších štvorcov (*Ordinary least squares-OLS*) hľadáme odhad $\vec{\tilde{\beta}}$, ktorý je odhadom vektora parametrov $\vec{\beta}$, taký aby bol súčet štvorcov reziduí minimálny.

Vychádzame z modelu:

$$\vec{y} = X\vec{\beta} + \vec{\varepsilon}. \quad (2.8)$$

Odhad $\vec{\hat{\beta}}$ vektora parametrov $\vec{\beta}$ modelu hľadáme tak, aby odhadnutý model:

$$\vec{\hat{y}} = X\vec{\hat{\beta}} \quad (2.9)$$

čo najlepšie aproximoval ekonometrický model, jeho regresnú nadrovinu

$$\vec{y} = X\vec{\beta}. \quad (2.10)$$

Rozdiel medzi skutočnými a vypočítanými hodnotami je vektor reziduí

$$\vec{e} = \vec{y} - \vec{\hat{y}} = \vec{y} - X\vec{\hat{\beta}}. \quad (2.11)$$

Potom:

$$\vec{y} = X\vec{\hat{\beta}} + \vec{e}. \quad (2.12)$$

Naším cieľom je teda minimalizácia takejto kvadratickej formy:

$$\vec{e}^T \vec{e} = (\vec{y} - X\vec{\hat{\beta}})^T (\vec{y} - X\vec{\hat{\beta}}) = \vec{y}^T \vec{y} - \vec{y}^T X\vec{\hat{\beta}} - \vec{\hat{\beta}}^T X^T \vec{y} + \vec{\hat{\beta}}^T X^T X\vec{\hat{\beta}}. \quad (2.13)$$

Po úpravách dostaneme

$$\vec{e}^T \vec{e} = \vec{y}^T \vec{y} - 2\vec{\hat{\beta}}^T X^T \vec{y} + \vec{\hat{\beta}}^T X^T X\vec{\hat{\beta}}. \quad (2.14)$$

Minimum dostaneme, keď prvú parciálnu deriváciu podľa $\vec{\hat{\beta}}$ položíme rovnú nule. Potom dostávame.

$$0 = -2X^T \vec{y} + 2X^T X\vec{\hat{\beta}}. \quad (2.15)$$

Riešením sústavy potom dostávame:

$$\vec{\hat{\beta}} = (X^T X)^{-1} X^T \vec{y}. \quad (2.16)$$

Tento výraz predstavuje maticový zápis odhadu parametrov lineárneho regresného modelu s využitím metódy najmenších štvorcov, ktorý zaručuje dosiahnutie minima výrazu (2.14).

2.2.1 Vlastnosti odhadnutého vektora $\vec{\hat{\beta}}$

- **Vlastnosť 1:** Nevychýlenosť vektora $\vec{\hat{\beta}}$.

$$E(\vec{\hat{\beta}}) = \vec{\beta} \quad (2.17)$$

- **Vlastnosť 2:** Výdatnosť vektora $\vec{\hat{\beta}}$.

To znamená, že vektor $\vec{\hat{\beta}}$ je najlepším lineárnym nevychýleným odhadom vektora parametrov $\vec{\beta}$ s najmenším rozptylom.

$$\text{var}(\vec{\hat{\beta}}) = \sigma^2(X^T X)^{-1} \quad (2.18)$$

Keďže endogénna premenná má normálne rozdelenie a estimátor $\vec{\hat{\beta}}$ je lineárnou funkciou \vec{y} , potom má tiež normálne rozdelenie:

$$\vec{\hat{\beta}} \sim N(\vec{\beta}, \sigma^2(X^T X)^{-1})$$

2.3 Posudzovanie regresie

Metóda najmenších štvorcov nám poskytuje maximálnu možnú zhodu nášho modelu, pri splnení základných predpokladov, s napozorovanými hodnotami. Vypočítané hodnoty vykazujú čo možno najlepšie priblíženie k skutočným hodnotám. Veľmi dôležitým kritériom posudzovania regresie by však mali byť jednotlivé koeficienty, ktoré by mali byť spravidla interpretované aj ekonomicky.

2.3.1 Parametre zhody modelu

Je potrebné stanoviť určité kritéria, ktoré by dokázali ohodnotiť tak kvalitu samotného odhadu endogénnej premennej, ako aj kvalitu celého nami zostaveného ekonometrického modelu.

Najprv si popíšeme jednotlivé vyjadrenia variancií v modeli:

- Celková suma štvorcov - total sum of squares (TSS)

Vyjadruje celkovú variabilitu endogénnej premennej okolo regresnej nadroviny.

$$TSS = \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2 \quad (2.19)$$

- Vysvetlená suma štvorcov - explained sum of squares (ESS)

Vysvetlený súčet štvorcov, je tá časť celkového súčtu štvorcov, ktorá je vysvetlená modelom.

$$ESS = \sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 \quad (2.20)$$

- Suma štvorcov reziduí - residuals sum of squares (RSS)

Táto suma vyjadruje tú časť celkovej sumy štvorcov, ktorá nie je popísaná modelom.

$$RSS = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n e_i^2 \quad (2.21)$$

Za parametre zhody modelu potom môžeme považovať:

- Štandardná chyba regresie - Standard error of regression (SER)

Je vypočítaná metódou maximálnej vierohodnosti. Podobne ako pri iných štatistikách zohľadníme pri výpočte chyby variancie stupeň voľnosti regresie.

$$SER = s_{\hat{\varepsilon}} \quad (2.22)$$

kde

$$s_{\hat{\varepsilon}}^2 = \frac{1}{(n - k - 1)} \sum_{i=1}^n e_i^2 \quad (2.23)$$

- Koeficient determinácie - R squared (R^2)

Je najznámejšou štatistikou miery priliehavosti. Vyjadruje akú časť celkovej variability endogénnej premennej vysvetľuje model, teda aká časť celkovej variability je determinovaná zostaveným ekonometrickým modelom.

$$R^2 = \frac{ESS}{TSS} = 1 - \frac{RSS}{TSS} \quad (2.24)$$

Vlastnosti koeficientu determinácie:

- Prijatím ďalších vysvetľujúcich premenných sa R^2 vždy zvyšuje.
- Jeho veľkosť je ohraničená takouto nerovnosťou $0 \leq R^2 \leq 1$. Ak by ekonometrický model nevysvetľoval žiadnu časť variability vysvetľovanej premennej, potom by sa jeho veľkosť rovnala nule. Druhá krajná hodnota zase indikuje úplne vysvetlenie závislej premennej, tzv. perfect fit.
- Viaceré chybné špecifikované modely sa často môžu vyznačovať mimoriadne vysokým R^2 , spôsobuje to napr. multikolinearita alebo regresia so stochastickým trendom.
- Naopak mikro-ekonometrické analýzy sú často charakterizované veľmi nízkym R^2 .

Ak by sme porovnávali kvalitu modelov pomocou koeficientu determinácie ako kritéria kvality, model s vyšším počtom vysvetľujúcich premenných by bol vždy lepší. Vyplýva to z toho, že závisí len od vysvetleného a nevysvetleného súčtu štvorcov. Lepším kritériom sa teda javí miera, ktorá zohľadňuje namiesto variability vo forme súčtu štvorcov, príslušné rozptyly, teda sumy štvorcov delené stupňami voľnosti.

- Upravený koeficient determinácie - Adjusted R squared (\bar{R}^2)

Prijatie ďalších vysvetľujúcich premenných je negatívne zohľadnené. \bar{R}^2 je teda hľadaným kritériom pre porovnanie niekoľkých ekonometrických modelov s tou istou endogénnou premennou, pričom modely sa navzájom odlišujú počtom exogénnych premenných ako aj počtom pozorovaní.

$$\bar{R}^2 = 1 - \frac{n-1}{n-k-1} \frac{RSS}{TSS} \quad (2.25)$$

Vzájomný vzťah medzi oboma koeficientami vyzerá potom nasledovne:

$$\bar{R}^2 \leq R^2$$

Výber modelu sa často realizuje na základe rôznych informačných kritérií. Tieto minimalizujú reziduálnu sumu štvorcov (RSS), ktorá je diskontovaná vzhľadom na počet regresorov.

- Akaikeho informačné kritérium - (AIC)

$$AIC = \frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{n} e^{\frac{2(k+1)}{n}}, \quad (2.26)$$

kde k je počet vysvetľujúcich premenných, n počet pozorovaní, e základ prirodzených logaritmov a e_i sú reziduá.

- Schwarzovo informačné kritérium - (SIC)

$$SIC = \frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{n} n^{\frac{k}{n}}, \quad (2.27)$$

kde premenné sú rovnaké ako v predchádzajúcej rovnici.

Z porovnania kritérií vyplýva, že väčšiu penalizáciu využíva Schwarzovo kritérium. Všetky uvedené kritéria používame už na špecifikované modely, teda neodpovedajú nám na otázku, či v danom modeli nechýba relevantná premenná.

2.3.2 Základné testy v lineárnom regresnom modeli

- **Testovanie signifikancie parametrov**

Signifikancia jednotlivých premenných môže byť skúmaná studentovým t -testom. Hypotézu formulujeme v nasledujúcom tvare:

$$H_0 : \beta_j = 0$$

$$H_1 : \beta_j \neq 0$$

$$t = \frac{\hat{\beta}_j}{\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_j}} \sim t(n - k - 1) \quad (2.28)$$

Pretože t -štatistika s rastom stupňov voľnosti $(n - k - 1) > 30$ konverguje k normálnemu rozdeleniu, platia rovnaké kritické hodnoty: od 1,96 pre 5-percentnú hladinu významnosti, prípadne 2,58 pre 1-percentnú. Z toho môžeme určiť konfidenčné intervaly β_j :

$$\hat{\beta}_j - 1,96\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_j} \leq \beta_j \leq \hat{\beta}_j + 1,96\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_j}$$

Ak potvrdíme platnosť nulovej hypotézy, môžeme považovať skutočný parameter za nevýznamný, nulový vplyv exogénnej premennej na vysvetlení endogénnej premennej, preto ju z modelu vylúčime.

- **Testovanie signifikancie regresie**

Testovanie významnosti modelu ako celku vychádza z posúdenia združenej hypotézy o všetkých parametroch modelu β_j súčasne. Teda testujeme hypotézu:

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = 0$$

$$H_1 : \exists j : \beta_j \neq 0, \quad j \in 1, 2, \dots, k$$

Testovacou štatistikou je veličina F v tvare:

$$F = \frac{\frac{R^2}{k}}{\frac{1-R^2}{n-k-1}} \sim F(k, n-k-1) \quad (2.29)$$

ktorá má Fisherovo rozdelenie s k a $n-k-1$ stupňami voľnosti. Ak vypočítaná štatistika je väčšia ako kritická hodnota, nulovú hypotézu zamietame.

- **Waldov test viacerých koeficientov**

Často nás zaujíma, či sú viaceré premenné signifikantné súčasne, prípadne či sú koeficienty rovnaké, alebo či súčet koeficientov sa rovná nejakej teoretickej hodnote. V prípade testovania takejto hypotézy sa t -test nehodí, pretože pravdepodobnosť, že test zamietne správnu H_0 je už pri dvoch premenných skoro dvojnásobne vyššia. Preto na otestovanie využijeme Wald štatistiku, ktorá má asymptotické chí-kvadrát rozdelenie s q stupňami voľnosti, kde q je počet reštrikcií v H_0 . Teda testujeme hypotézu:

$$H_0 : R\beta - r = 0$$

$$H_1 : \textit{inak}$$

Testovacou štatistikou je veličina W v tvare:

$$W = (R\hat{\beta} - r)^T (R\widehat{Var}(\hat{\beta})R^T)^{-1} (R\hat{\beta} - r) \sim \chi^2(q) \quad (2.30)$$

kde R je známa matica typu $q \times k$ a r je q -rozmerný vektor.

- **Testovanie normality**

Jedným z predpokladov ekonometrického modelu je, že skutočné disturbance sú z normálneho rozdelenia. Vtedy sú z normálneho rozdelenia

aj reziduá zostaveného modelu. Tento predpoklad sa testuje pomocou Jarque-Bera testu. Ten porovnáva rozdiel medzi výberovou špicatosťou a šikomosťou reziduí a normálneho rozdelenia. Teda testujeme hypotézu:

H_0 : reziduá sú z normálneho rozdelenia

H_1 : inak

Štatistika je vypočítaná nasledovne:

$$JB = \frac{N}{6} \left(S^2 + \frac{(K-3)^2}{4} \right) \sim \chi^2(2) \quad (2.31)$$

kde S je šikmosť a K je špicatosť. JB -štatistika má chí-kvadrát rozdelenie s dvoma stupňami voľnosti. Malé hodnoty pravdepodobnosti vedú k tomu že, nulovú hypotézu zamietame.

- **Testovanie multikolinearity**

Testujeme približnú závislosť stĺpcov matice X , tá je vyjadrená exogénnymi premennými modelu. Znakmi multikolinearity sú vysoké R^2 a tiež vysoká F -štatistika, ale súčasne nízke t -štatistiky. Negatívnym výsledkom multikolinearity sú veľké štandardné chyby. Multikolinearitu môžeme napríklad otestovať pomocou nasledujúcich ukazovateľov:

– *Variančný inflačný faktor*:

Vyjadruje nárast variability regresných koeficientov vplyvom multikolinearity.

$$VIF_i = \frac{1}{1 - R_i^2} \quad (2.32)$$

kde R_i je koeficient determinácie z regresie i -tej premennej pomocou ostatných premenných. Ak je tento koeficient väčší ako 5, v modeli zisťujeme multikolinearitu.

– Výberový korelačný koeficient:

Je to korelačný koeficient medzi jednotlivými stĺpcami matice X .

Ak je $|r_{x_i, x_j}| > 0,8$ v modeli je multikolinearita.

- **Testovanie heteroskedasticity**

V modeli je heteroskedasticita ak variancia disturbancií nie je konštantná. Teda testujeme hypotézu:

$$H_0 : \sigma^2 = \text{const.}$$

H_1 : v modeli je heteroskedasticita

Túto hypotézu budeme testovať Whiteovým testom, ktorého testovacia štatistika je nR^2 , kde n je počet dát a R^2 je koeficient determinácie. Testovacia štatistika má $\chi^2(q)$ rozdelenie s q stupňami voľnosti, kde q je počet parametrov v pomocnej regresii. Ak p-hodnota testovacej štatistiky je menšia ako nami zvolená hladina významnosti, nulovú hypotézu zamietame a teda v modeli sa vyskytuje heteroskedasticita.

Kapitola 3

Cena ropy v ekonometrických modeloch

Hoci závislosť globálnej ekonomiky na surovej rope postupne klesá už posledných tridsať rokov, stále zostáva jej cena kľúčovou pre mnohé makroekonomické prognózy. Viaceré práce sa snažia zachytiť aspoň približný vývoj ceny tejto komodity a tak vysvetliť jej vplyv na ďalšie makroekonomické ukazovatele. Štúdie sa väčšinou vyznačujú takýmito aspektami: frekvenciou použitých dát, vybranými regresormi, ktoré vplývajú na cenu ropy, použitými modelmi, časovou periódou a viacerými inými (Frey, Manera, Markandya and Scarpa 2009).

Väčšina teoretikov prichádza k záveru, že fluktuácia ceny ropy má významný vplyv na ekonomickú aktivitu - rôzny pre krajiny importujúce alebo exportujúce ropu. Teda, nárast ceny ropy by mal byť „dobrou správou pre jej netto exportérov a zlou správou pre netto importérov“ (Baláž and Londarev 2006). Opak platí pri jej poklese. Prenosový mechanizmus, prostredníctvom ktorého jej cena vplýva na ekonomickú aktivitu zahŕňa stranu dopytu i ponuky. Efekty na strane ponuky súvisia s tým, že je jednou zo základných

vstupných surovín a teda vzrast jej ceny vedie k rastu výrobných nákladov, čo môže mať za následok pokles výroby ako takej. Zmeny ceny ropy majú vplyv aj na strane dopytu, a to na spotrebu a investície. Spotreba je ovplyvňovaná nepriamo prostredníctvom pozitívneho vzťahu s disponibilným príjmom. Veľkosť tohto vplyvu je tým väčší, čím je cenový šok väčší a dlhotrvajúci.

Prvé empirické štúdie v tejto oblasti objavili negatívny lineárny vzťah medzi cenou ropy a ekonomickou aktivitou v krajinách importujúcich ropu. Avšak v polovici 80. rokov uvedený lineárny vzťah medzi cenou ropy a ekonomickou aktivitou začal strácať štatistický význam. V skutočnosti bolo zistené, že jej pokles, ktorý vtedy nastal mal nižší pozitívny vplyv na reálnu ekonomickú aktivitu ako predpovedali lineárne modely. Mork (1989), Lee (1995) a Hamilton (1996) takto predstavili nelineárne transformácie ceny ropy s cieľom vysvetliť negatívny vzťah medzi nárastom ceny ropy a poklesom ekonomiky a dokázať tzv. Grangerovu kauzalitu medzi oboma premennými. Hamilton (2003) a Jiménez-Rodríguez (2004) taktiež potvrdili na príklade USA existenciu nelineárneho vzťahu medzi uvedenými premennými.

Význam ropy v svetovej ekonomike vysvetľuje, prečo bolo venované značné úsilie do vyvinutia rôznych typov ekonometrických modelov slúžiacich na predikciu budúceho vývoja cien. V tejto časti popíšeme základné typy modelov, a to jednoduché modely časových radov, ktoré sa nespoliehajú na pridané vysvetľujúce premenné. Finančné modely, ktoré sa koncentrujú na vzťah medzi spotovými a future cenami. A posledným typom sú štrukturálne modely, ktoré sa snažia vysvetliť závislosť ceny ropy pomocou premenných, ktoré popisujú fyzický trh s ropou.

3.1 Modely časových radov

Modely časových radov využívajú na predikciu budúcich cien ropy relevantné charakteristiky historických dát. Na tomto základe bola navrhnutá široká škála modelov, ktorú môžeme rozdeliť do troch skupín: martingálne postupnosti, časové rady a mean-reversion špecifikácie.

3.1.1 Martingálna postupnosť

Martingálna postupnosť pre spotovú cenu ropy S je stochastický proces taký, že očakávaná cena S v čase $t + 1$ závisí od všetkých dostupných informácií I do času t a je rovná aktuálnej spotovej cene S v čase t .

$$E(S_{t+1} | I(t)) = S_t \quad (3.1)$$

Najviac rozšírenou formou martingálneho procesu je proces náhodnej prechádzky - random walk:

$$S_{t+1} = S_t + \varepsilon_t \quad (3.2)$$

Kde ε_t sú nekorelované náhodné poruchy s nulovou strednou hodnotou a konštantnou varianciou. Proces náhodnej prechádzky môže byť rozšírený o tzv. drift, lineárny trend.

$$S_{t+1} = \delta + S_t + \varepsilon_t \quad (3.3)$$

V tomto prípade predpokladáme, že ceny konštantne rastú alebo klesajú od ich predchádzajúceho stavu (Karatzas 1988).

3.1.2 Autoregresný model cien ropy

$$S_t = \phi_1 S_{t-1} + \dots + \phi_p S_{t-p} = \phi_p(L) S_t + \varepsilon_t \quad (3.4)$$

Kde p je rád AR procesu, $\phi_p(L)$ je polynóm s operátorom L spätného posunu rádu p . Tento proces môže byť tak explozívny ako aj stabilný, záleží to od

toho či korene charakteristického polynómu $\phi_p(z) = 0$ ležia vo vnútri alebo mimo jednotkového kruhu (Brockwell and Davis 1987). Tieto modely však nevedia presne zachytiť volatilitu cien ropy.

3.1.3 Mean reverting proces

Ceny ropy môžeme taktiež odhadnúť pomocou mean reverting procesov. Tento predpoklad vychádza z dôkazu o tom, že ceny na finančných trhoch majú tendenciu sa vrátiť na rovnakú úroveň ako pred cenovým šokom. Daným dlhodobým ekviliбриom spotovej ceny S_t^* a spätnou mierou α , môžeme takýto model popísať nasledujúcou rovnicou (Al-Harthi 2007):

$$S_{t+1} - S_t = \alpha(S_t^* - S_t) + \varepsilon_t. \quad (3.5)$$

Všeobecnejšie sú na zachytenie pohybov ekvilibria navrhované Error correction modely (ECM). Tento model vyzerá nasledovne:

$$Y_t = \alpha + \lambda_1(Y_{t-1} - \alpha X_{t-1}) + \varepsilon_t. \quad (3.6)$$

kde $Y_t^* = \hat{\alpha}X_t$ je odhadované ekvilibrium pre Y .

3.2 Finančné modely

Finančné modely sú priamo inšpirované finančnou ekonomickou teóriou a založené na hypotéze efektívnosti trhu - Market efficiency hypothesis (MEH). Táto teória je často pripisovaná Eugenovi F. Famaovi, ktorého práca „The Behavior of stock market prices” (Fama 1965) je považovaná za zlomovú v teórii efektívnosti trhov. Hovorí, že za prítomnosti úplnej informácie, veľkého počtu racionálnych agentov na trhu, aktuálne ceny reflektujú všetky dostupné informácie a očakávania do budúcnosti. Inak povedané, súčasné ceny sú najlepším odhadom zajtrajších cien.

Vo všeobecnosti finančné modely skúmajú vzťah medzi spotovou cenou S_t a budúcou cenou F_t s maturitou T . Analyzujú najmä to, či sú budúce ceny nevychýleným a efektívnym odhadom spotových cien. Referenčný model vyzerá nasledovne:

$$S_{t+1} = \beta_0 + \beta_1 F_t + \varepsilon_{t+1} \quad (3.7)$$

V tejto rovnici je F_t nevychýleným odhadom budúcej ceny S_{t+1} vtedy ak spoločná hypotéza $\beta_0 = 0$ a $\beta_1 = 1$ nie je zamietnutá a zároveň je aj efektívnym odhadom ak neindikujeme žiadnu autokoreláciu medzi rezíduami. V prípade zamietnutia spoločnej hypotézy o parametroch β_0 a β_1 , je toto vo všeobecnosti interpretované ako prítomnosť ceny za riziko (risk premium).

Ďalšia skupina modelov je založená na nasledujúcom nearbitrážnom vzťahu:

$$F_t = S_t e^{(r+\omega-\delta)(T-t)} \quad (3.8)$$

kde r je úroková miera, ω je cena za uskladnenie a δ je výnos.

Arbitrážny vzťah znamená, že budúce ceny musia byť rovné nákladom na kúpu spotových akcií dnes a držaniu ich až do času splatnosti - maturity. Tieto náklady zahŕňajú napríklad uskladňovacie náklady, náklady spojené s požičaním si na nákup týchto akcií alebo úrokovú mieru.

(Gulen 1998) rozšíril tento model začlenením ceny, za ktorú je ropa aktuálne kupovaná alebo predávaná ropnými spoločnosťami, C_t .

$$S_{t+1} = \beta_0 + \beta_1 F_t + \beta_2 C_t + \varepsilon_{t+1} \quad (3.9)$$

Gulen analyzoval mesačné dáta spotových cien ropy WTI a mesačné, trojmesačné a šesťmesačné budúce ceny, vypočítané ako jednoduchý priemer denných dát. Ukázal, že ceny C_t majú predikčnú schopnosť iba v krátkodobom horizonte (Gulen 1998).

(Chernenko and Schwartz 2004) testovali platnosť MEH zameraním sa na vzťah medzi rozdielom spotových a budúcich cien. Ich model vyzeral nasledovne:

$$S_{t+T} - S_t = \beta_0 + \beta_1(F_t - S_t) + \varepsilon_t \quad (3.10)$$

Analyzoval mesačné dáta ceny ropy WTI v období od apríla 1989 do decembra 2003, autor v práci taktiež porovnal model s modelom náhodnej prechádzky a ukázal, že oba modely vykazujú skoro rovnakú presnosť pri predikcii budúcich cien a taktiež potvrdil teóriu efektívnosti trhu (Chernenko and Schwartz 2004).

Ďalšou zaujímavou aplikáciou finančných modelov na cenu ropy bol model skonštruovaný (Abosedra 2005). Porovnával predikčnú schopnosť budúcich cien F s jednoduchou jednorozmernou predpoveďou X . Vychádzal z procesu náhodnej prechádzky pre spotovú cenu ropy S , bez driftu. Použil obchodovanú cenu z predošlého dňa ako dennú cenu ropy na mesiac dopredu. Mesačná predpoveď je rovná jednoduchému priemeru denných odhadov. Použitím tohto prístupu autor potvrdil, že oba modely sú nevychýlené a efektívne (Abosedra 2005). Porovnanie oboch modelov vychádza z týchto rovníc:

$$S_T - F_{T-1} = \alpha_0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i (S_{T-i} - X_{T-i-1}) + \varepsilon_t \quad (3.11)$$

$$S_T - X_{T-1} = \beta_0 + \sum_{i=1}^n \beta_i (S_{T-i} - F_{T-i-1}) + \varepsilon_t \quad (3.12)$$

3.3 Štrukturálne modely

Štrukturálne modely kladú dôležitosť pri popisovaní vývoja cien na ropnom trhu na vysvetľujúce premenné, ktoré tento trh popisujú. Premenné, ktoré sú zvyčajne používané na predikciu cien ropy môžeme rozdeliť na dve základné skupiny: premenné, ktoré popisujú úlohu organizácie OPEC na svetovom

trhu s ropou a premenné, ktoré zachytávajú súčasnú a budúcu dostupnosť ropy.

Odhladnúc od vplyvu organizácie OPEC, viacerí autori kladú dôraz na súčasnú a budúcu fyzickú dostupnosť ropy. Vzhľadom na túto skutočnosť, veľa kľúčových premenných je založených na úrovni zásob. Zásoby sú spojením medzi dopytom a produkciou a následne teda aj dobrým meradlom variácie cien (Ye, Zyren and Shore 2005). Väčšina autorov rozlišuje dva typy zásob: vládne zásoby (government stocks - GS) a priemyselné zásoby (industrial stocks - IS). Z hľadiska ich pôvodu, nie sú vládne zásoby generované reálnym dopytom a ponukou a sú vo všeobecnosti konštatné v krátkodobom horizonte. Toto vysvetľuje rozhodnutie viacerých ekonómov uviesť do ich modelov priemyselné zásoby, ktoré sa v krátkom čase menia a môžu tak zachytiť potrebnú dynamiku cien ropy. Ak uvažujeme priemyselné zásoby, sú zvyčajne vyjadrené ako odchýlka od svojej normálnej úrovne (ISN), ktorá je definovaná ako relatívny stav zásob (RIS).

$$RIS_t = IS_t - ISN_t, \quad (3.13)$$

kde ISN_t predstavuje sezónne očistený a detrendovaný stav priemyselných zásob.

$$ISN_t = \beta_0 + \beta_1 t + \sum_{i=2}^{12} \beta_i D_i, \quad (3.14)$$

kde t je lineárny trend a D_i je množina mesačných dummy premenných použitých na sezónne očistenie. Nakoľko stav vládnych zásob nepodlieha sezónnym vplyvom ich relatívna úroveň môže byť vyjadrená nasledovne:

$$RGS_t = GS_t - GSN_t, \quad (3.15)$$

kde GSN_t je detrendovaný stav vládnych zásob definovaný ako:

$$GSN_t = \beta_0 + \beta_1 t. \quad (3.16)$$

(Zamani 2004) prezentoval krátkodobý predikčný model cien ropy WTI, kde zakomponoval obe skupiny premenných, fyzickú dostupnosť ropy ako aj úlohu OPECu. Jeho model vyzeral nasledovne:

$$S_t = \alpha_1 + \alpha_2 OQ_t + \alpha_3 OV_t + \alpha_4 RIS_t + \alpha_5 RGS_t + \alpha_6 DN_t + \alpha_7 D90_t + \varepsilon_t, \quad (3.17)$$

kde OQ_t je stanovená produkčná kvóta vydaná organizáciou OPEC, OV_t je prekročenie tejto kvóty, DN_t je dopyt krajín nepatriacich do OECD a $D90$ je dummy premenná vyjadrujúca vojnu v Iraku počas tretieho a štvrtého kvartálu roku 1990. Zamani použil štrvťročné dáta z obdobia 1988 až 2004. Ukázal, že zvýšenie pri všetkých vysvetľujúcich premenných vedie k zníženiu ceny ropy, kým dummy premenná a dopyt v krajinách nepatriacich do OECD pôsobili na cenu pozitívne.

3.3.1 Ako vplývajú rozhodnutia OPEC-u na vývoj ceny ropy

Úloha OPECu na svetových trhoch s ropou je skúmaná tlačou ako aj akademickou verejnosťou už niekoľko rokov. Viaceré práce chcú dokázať tvrdenie, že OPEC má schopnosť ovplyvňovať reálnu cenu ropy, aj keď v posledných rokoch preukázateľne vplyv tejto organizácie klesá. Mnohé ekonometrické analýzy však dokazujú, že existuje štatisticky významný vzťah medzi reálnymi cenami ropy a nasledujúcimi premennými: využitie kapacity zo strany OPECu, kvóty OPECu, veľkosť prekročenia týchto kvót a zásoby ropy v krajinách OECD (Organisation for Economic Co-operation and Development). Je tu preukázaná Grangerova kauzalita. Tieto premenné kauzálne ovplyvňujú reálnu cenu ropy naopak ceny ropy neovplyvňujú tieto premenné. Kointegračný vzťah medzi skutočnou cenou ropy, využitím kapacít OPECu, kvótami, a dodržiavaním týchto kvót ukazuje, že OPEC hrá významnú úlohu pri určovaní svetových cien ropy.

Na overenie týchto predpokladov zostavili (Kaufmann, Dees, Karadeloglou and Sánchez 2004) nasledujúci model:

$$\begin{aligned} Price_t = & \alpha + \beta_1 Days_t + \beta_2 Quota_t + \beta_3 Cheat_t + \beta_4 Caputil_t \\ & + \beta_5 Q1_t + \beta_6 Q2_t + \beta_7 Q3_t + \beta_8 War_t + \mu_t, \end{aligned} \quad (3.18)$$

kde

- *Price* je cena importovanej ropy F.O.B. (free on board) do USA, vyjadrená v amerických dolároch za barel.
- *Days* je počet dní odloženej spotreby zásob ropy krajín OECD.
- *Quota* sú ťažobné kvóty stanovené OPECCom, udávané v mil. bareloch za deň.
- *Cheat* je rozdiel medzi produkciou OPECu a ťažobnými kvótami, udávané v mil. bareloch za deň.
- *Caputil* je úroveň využitia kapacít OPECu, vypočítaná ako podiel produkcie a kapacity.
- *Q1*, *Q2*, *Q3* sú sezónne dummy premenné označujúce jednotlivé kvartály.
- *War* je dummy premenná indikujúca vojnu v zálive počas 3. a 4. kvartálu 1990.

Kaufmann pri analýze tohto modelu využil viaceré ekonometrické metódy k odhadu jednotlivých regresorov. Keďže zistil nestacionaritu niektorých premenných a chcel sa vyhnúť falošnej regresii, použil dynamickú metódu najmenších štvorcov (Stock and Watson 2008). Skúmal tak dlhodobý efekt medzi

premennými. Analýza potvrdila predpoklady o znamienkach, ktoré hovoria o tom, že na reálnu cenu ropy negatívne vplyva premenná *Days*. Znamená to, že so zvyšujúcou sa zásobou krajín OECD klesá cena ropy. Podobne zvyšujúca sa úroveň stanovených ťažobných kvót, vyvíja tlak na zníženie cien ropy, taktiež ako aj ich prekročenie. Pozitívne na cenu pôsobí miera využitia kapacít OPECu, čiže cena rastie so zvyšujúcou mierou využitia kapacít. To sa potvrdilo aj pri premennej *War*, ktorá mala na cenu tiež pozitívny vplyv, teda v tomto období cena ropy rástla.

Výsledkom Kaufmannovej práce bol dôkaz o tom, že premenné na pravej strane rovnice kauzálne ovplyvňujú reálnu cenu ropy, toto tvrdenie sa nepotvrdilo jedine pri premennej *Cheat*. Opačné tvrdenie, že by ropa ovplyvňovala vybrané regresory sa nepotvrdilo. Toto vo svojej práci potvrdil aj (Gulen 1998).

Môžeme teda tvrdiť, že OPEC je schopný ovplyvňovať reálne ceny ropy prostredníctvom využitia svojich kapacít, nastavením kvót, aj množstvom svojej produkcie.

Kapitola 4

Modelovanie

V tejto časti zostavíme ekonometrický model založený na mesačných dátach, ktorý bude čo najlepšie popisovať vývoj cien ropy. Ceny ropy sú najčastejšie publikovaným časovým radom v médiach. Avšak neuvádza sa iba jedna cena. Na trhu existuje viacero druhov tejto suroviny v závislosti od jej pôvodu a kvality, teda od obsahu síry a hustoty. Od tohto sa potom odvíjajú aj jednotlivé ceny.

4.1 Výber premenných modelu

V tejto práci si za vysvetľovanú premennú zvolíme *cenu ropy typu WTI* (West Texas Intermediate). Futures kontrakty zodpovedajúce k jej cene sú celosvetovo najviac likviditné futures kontrakty obchodované na burze NYMEX, ktorá je najväčšou komoditnou burzou na svete. Hodnota premennej **WTI** predstavuje priemernú spotovú cenu ropy WTI s colnou doložkou FOB (Free on Board), vyjadrenú v amerických dolároch za barel¹. Medzi vysvetľujúce premenné zaradíme future kontrakt so štvormesačnou maturitou. Túto premennú označíme ako **FUTURE** a bude nám reprezentovať očakávania trhu

¹Zdroj dát bola EIA (U.S. Energy Information Administration).

na vývoj ceny ropy. Udávaná je v amerických dolároch za barel.

Pri modelovaní budeme používať dáta s mesačnou frekvenciou v období od januára 1994 do septembra 2010. Chceme tým popísať hlavne uplynulý vývoj, v ktorom už nie sú také vplyvné ropné šoky. Aj keď v následnej analýze uvidíme, že aj toto obdobie sprevádzali udalosti, ktoré mali značný vplyv na ceny ropy. Celkovo budeme mať za toto obdobie k dispozícii 201 pozorovaní.

Teraz identifikujeme také vysvetľujúce premenné, ktoré majú na vývoj ceny ropy štatistický vplyv. Z metodologického hľadiska je analýza trhu s ropou pomerne jednoduchá. Tento trh môžeme rozdeliť na dve časti, na dopytovú a ponukovú. Kým dopytová časť je popísaná veľkým množstvom účastníkov (ako jednotlivé krajiny, spoločnosti a domácnosti), ktoré môžeme popísať rozsiahlymi modelmi, ponuková strana je značne obmedzená. Na jej stranu patria organizácia OPEC a veľké americké a európske ropné spoločnosti. Vzhľadom na prítomnosť kartelu OPEC a jeho snahu do značnej miery obmedzovať ponuku ropy na trhu, treba jeho správanie určite vziať do úvahy. Taktiež v značnej miere sú ceny ropy ovplyvňované geopolitickou situáciou. Tento faktor do modelu zahrnieme pomocou dummy premenných.

4.1.1 Strana dopytu

Jednou z významných základných premenných, ktorá vysvetľuje situáciu na ropnom trhu je dopyt po tejto komodite, teda jej spotreba. S rastúcou spotrebou rastie aj dopyt, čo spôsobuje posunutie krivky dopytu doprava a to následne zvyšuje cenu ropy. Teda predpokladáme, že pri zvyšujúcej sa spotrebe a neelastickej krivke ponuky, očakávame rast ceny. Do modelu sme si zvolili spotrebu krajín OECD (**OECD**) a USA (**US**) ako najväčšieho konzumenta tejto suroviny. Obe premenné sú udávané v tisícoch barelov za deň².

²Zdroj dát EIA.

Môžeme si všimnúť, že spotreba v týchto krajinách je pomerne stabilná a vidíme len slabý rast. Avšak môžeme pozorovať, že v dynamicky sa rozvíjajúcich krajinách ako je India, Brazília a Čína, je tento rast omnoho silnejší. Preto sme do modelu zahrnuli aj čínsky dopyt po ropu (**CHINA**). Tieto dáta boli štvrtročné a preto sme ich upravili pomocou lineárnej interpolácie. Taktiež musíme podotknúť, že tieto dáta sú odhanuté na základe domácej produkcie a importu tejto komodity do krajiny, keďže žiadne oficiálne dáta o spotrebe nie sú k dispozícii³.

Stav zásob

Po prvých ropných krízach v sedemdesiatych a osemdesiatych rokoch dvadsiateho storočia sa krajiny OECD rozhodli stanoviť minimálne zásoby ropy aby tak predišli nepredvídaným výpadkom dodávok tejto komodity.

Ako vysvetľujúce premenné sme si zvolili stav zásob krajín patriacich do organizácie OECD (**OECDSTOCK**) a USA (**USSTOCKS**). Stav amerických zásob ropy predstavuje približne 25 percent zásob OECD a kvôli tomuto postaveniu sú zvlášť pozorované. Tieto zásoby obsahujú ropu, vrátane strategických rezerv, olejov a rafinérskych výrobkov. Obe premenné sú vyjadrené v tisícoch bareloch a zdrojom je EIA. Predpokladáme, že ak stav zásob narastá, znamená to pokles dopytu po tejto surovine a teda aj pokles ceny. Taktiež do modelu skúsime zahrnúť premennú hovoriacu o komerčných zásobách ropy v USA (**USKOM**). Ide o množstvo zásob po odčítaní strategických rezerv (Strategic Petroleum Reserve), ktoré drží federálna vláda USA pre prípad dlhšieho prerušenia dodávok ropy. Taktiež pri tomto regresore očakávame záporné znamienko. Zostrojíme si aj premennú, ktorú vo svojej práci uviedol (Kaufmann et al. 2004). Nazveme ju **OECD DNI**, je vypočítaná ako podiel zásob krajín OECD a ich dopytu. Túto premennú môžeme interpretovať ako mieru nezávislosti krajín OECD od cenových šokov a OPECu.

³Zdrojom dát bola International Energy Agency (IEA) - Monthly Oil Market Report

4.1.2 Strana ponuky

Do tejto kategórie sme zahrnuli premennú, ktorá udáva celosvetovú produkciu ropy (**CP**). Je meraná v tisícoch bareloch za deň. Predpokladáme, že pri zvyšujúcej sa produkcii, bude cena ropy klesať. Keďže organizácia OPEC je najväčším producentom na svete, sú vyhlásenia o jej produkčných kvótach pre vývoj ceny ropy veľmi dôležité. Tieto kvóty určujú každej členskej krajine OPECu množstvo, ktoré môže vyrobiť za deň. Túto premennú označíme **OPECKVOTY**, udávaná je v tisícoch bareloch za deň súhrnne pre všetky krajiny⁴. Produkčné kvóty sa menia po zasadnutiach rady OPEC ako reakcia na aktuálne ceny a dopyt po tejto komodite. Predpokladáme negatívnu závislosť medzi cenou ropy a produkčnými kvótami, teda pri zvyšovaní produkčných kvót zo strany OPECu bude cena ropy klesať. Týmito obmedzeniami sa snaží organizácia OPEC kontrolovať vývoj cien, avšak ako môžeme pozorovať, jej snahy sú často porušované viacerými členmi kartelu. Preto si zostavíme premennú **PORUSENIE**, ktorú vypočítame ako rozdiel medzi produkciou OPECu a stanovenými kvótami. Táto premenná bude vyjadrená v tisícoch bareloch za deň. Očakávame, že čím vyššia bude miera porušovania produkčných kvót tým viac budú ceny klesať v dôsledku nadprodukcie.

Na stranu ponuky môžeme priradiť aj ďalšiu premennú, ktorá udáva počet aktívnych vrtov v krajinách organizácie OPEC. Označíme si ju ako **VRTY** a očakávame, že vyšší počet aktívnych vrtov spôsobí redukciu ceny ropy.

Ďalšou premennou, ktorú zaradíme do modelu nazveme **USKAPACITA**. Táto premenná bude predstavovať výrobné kapacity na začiatku periódy, ktoré sú v prevádzke alebo sú v oprave, s dostupnosťou do 30 dní. Tieto kapacity sú merané v tisícoch bareloch za deň. Je to množstvo vstupnej suroviny, ktorá môže byť spracovaná rafinériou za časové obdobie 24 hodín pri normálnych výrobných podmienkach. Tieto kapacity sledujeme pre USA.

⁴Zdrojom údajov je OPEC.

Predpokladáme, že vyššie kapacity budú mať negatívny vplyv na cenu ropy.

Pre zachytenie geopolitických faktorov zostavíme dummy premennú, ktorá bude indikovať politické alebo klimatické situácie, ktoré mohli ovplyvniť vývoj ceny ropy. V prípade takej situácie bude mať premenná hodnotu 1 a hodnotu 0 inak. Medzi takéto situácie sme zaradili:

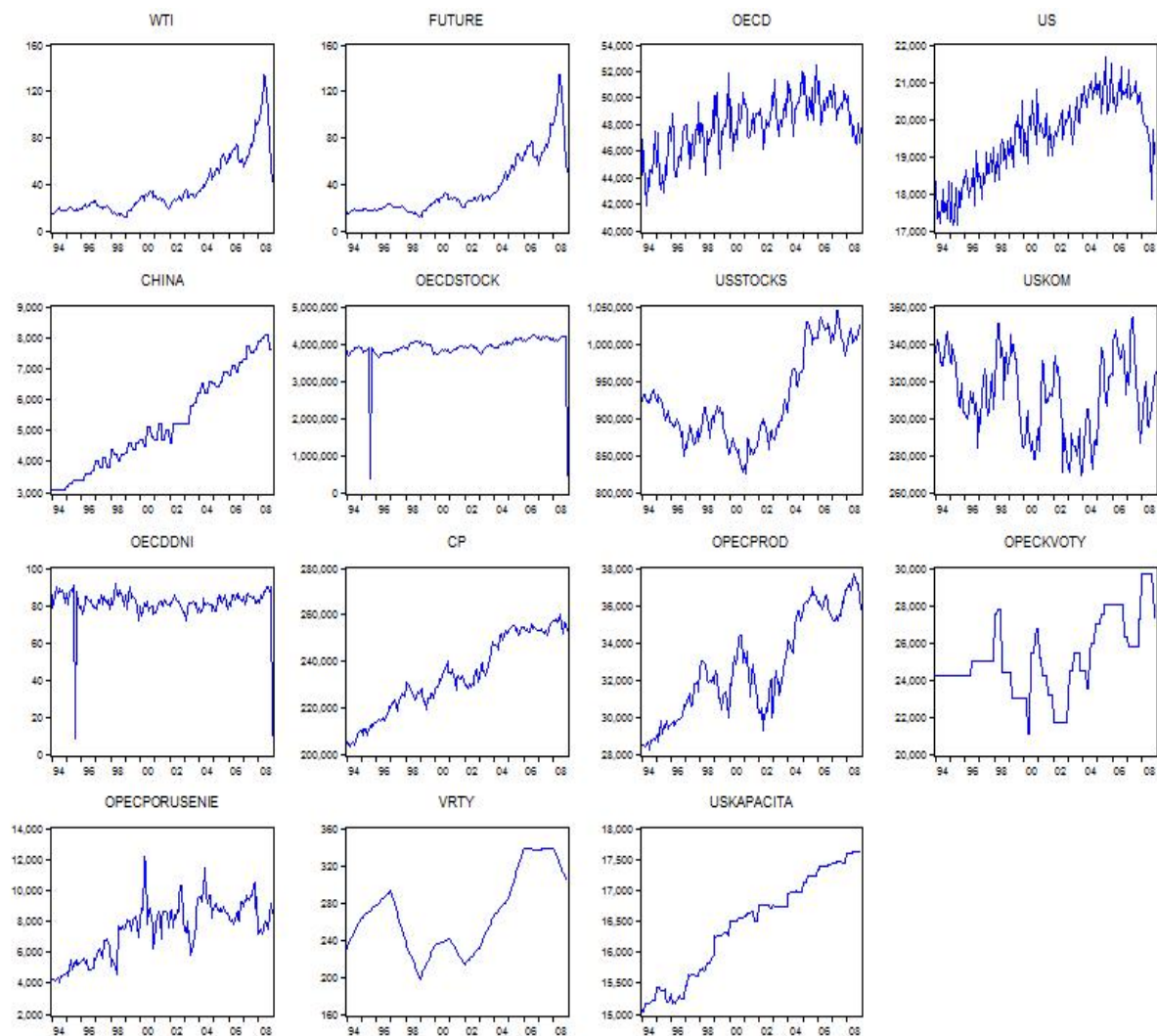
- 11. September 2001 - teroristický útok na Spojené štáty americké
- December 2002, Január a Február 2003 - Generálny štrajk v ropnom priemysle vo Venezuele
- 20. Marec 2003 - Invázia do Iraku
- 14. September 2004 - Hurikán Ivan - škody na ropných zariadeniach v Mexickom zálive
- 29. August 2005 - Hurikán Katrina, ktorý poškodil ropné zariadenia v Mexickom zálive

V tabuľke 4.1 uvádzame súhrn všetkých použitých premenných.

Tabuľka 4.1: *Popis premenných (t-tisíc, b-barellov, d-deň)*

Premenná	Popis	Jednotky	Zdroj dát	Očakávaný vzťah
FUTURE	Future kontrakt s maturitou 4 mesiace	\$/b	NYMEX	↗
OECD	Celková spotreba v krajinách OECD	tbd	EIA	↗
US	Celková spotreba v USA	tbd	EIA	↗
CHINA	Celková spotreba v Číne	tbd	IEA	↗
OECDSTOCK	Celkové zásoby ropy v OECD	tb	EIA	↘
USSTOCKS	Celkové zásoby ropy v USA	tb	EIA	↘
USKOM	Komerčné zásoby v USA	tb	EIA	↘
OECDNI	Podiel zásob a dopytu krajín OECD	d	EIA	↘
CP	Celková svetová produkcia ropy	tbd	EIA	↘
OPECPROD	Celková produkcia krajín OPEC	tbd	EIA	↘
OPECKVOTY	Produkčné kvóty OPECu	tbd	OPEC	↘
PORUSENIE	Rozdiel produkcie a kvót OPECu	tbd	OPEC	↘
VRTY	Počet aktívnych vrtov OPECu	ks	OPEC	↘
USKAPACITA	Dostupné výrobné kapacity v USA	tbd	EIA	↘

V tabuľke 4.2 môžeme vidieť základnú popisnú štatistiku k prisluchajúcim premenným. Grafický vývoj vidieť na obrázku 4.1 nižšie. Všetky časové rady sú sezónne očistené.



Obr. 4.1: Grafický vývoj jednotlivých premenných.

Tabuľka 4.2: *Popisné štatistiky.*

	Priemer	Medián	Maximum	Minimum	Št. Odchýlka
WTI	40.67	29.46	133.88	11.35	26.45
FUTURE	37.23	26.59	134.89	12.23	26.16
OECD	47 727	47 901	52 503	41 913	2 076
US	19 429	19 497	21 666	17 142	1 052
CHINA	5 598	5200	9500	3100	1807
OECDSTOCK	3 941 322	3 943 264	4 338 170	386 751	396 175
USSTOCKS	940 816	914 825	1 089 701	824 144	72 767
USKOM	316 205	315 957	370 915	268 875	23 009.
OECDNI	82.7	82.3	98.3	8.6	8.9
CP	236 202	234 645	260 147	203 200	16 801
OPECPROD	32 973	32 784	37 700	28 252	2 693
OPECKVOTY	25 157	24 845	29 673	21 069	1 940
PORUSENIE	7 816	8 108	12 168	4 019	1 959
VRTY	272	270	339	198	42
USKAPACITA	16 566	16 747	17 688	15 028	851

4.2 Testovanie premenných

Ešte pred samotným modelovaním otestujeme jednotlivé premenné na prítomnosť jednotkového koreňa. Výskyt jednotkového koreňa indikuje, že daný časový rad je nestacionárny. Pri regresii nestacionárnych časových radov často nachádzame zjavné vzťahy medzi premennými, tzv. *spurious regression* (falošná regresia). Za prítomnosti nestacionarity musíme preto časové rady diferencovať. Integráciu časových radov budeme testovať pomocou Augmented Dickey-Fuller testu (ADF test). Nulovou hypotézou tohto testu je, že daný rad obsahuje jednotkový koreň. Nulová hypotéza nestacionarity je zamietnutá, ak t-štatistika je menšia ako použiteľná kritická hodnota. Kritické hodnoty ADF štatistiky sú výrazne väčšie (v absolútnej hodnote) ako

kritické hodnoty pri klasickej regresnej analýze⁵.

Lag štruktúru pri ADF teste sme určili pomocou Akaikeho informačného kritéria.

Tabuľka 4.3: *ADF test.*

Premenné	Konštanta/Trend	Počet lagov(p)	ADF štatistika	
<i>WTI</i>	$\alpha_0 \neq 0, \alpha_1 \neq 0$	2	-4,465	***
<i>FUTURE</i>	$\alpha_0 = 0, \alpha_1 = 0$	13	2,00	
Δ <i>FUTURE</i>	$\alpha_0 = 0, \alpha_1 = 0$	12	-4,41	***
<i>OECD</i>	$\alpha_0 = 0, \alpha_1 = 0$	13	0,42	
Δ <i>OECD</i>	$\alpha_0 = 0, \alpha_1 = 0$	12	-2,657	***
<i>US</i>	$\alpha_0 = 0, \alpha_1 = 0$	2	0,751	
Δ <i>US</i>	$\alpha_0 = 0, \alpha_1 = 0$	1	-19,296	***
<i>CHINA</i>	$\alpha_0 = 0, \alpha_1 = 0$	12	4,539	
Δ <i>CHINA</i>	$\alpha_0 \neq 0, \alpha_1 = 0$	11	-5,216	***
<i>OECDSTOCK</i>	$\alpha_0 \neq 0, \alpha_1 = 0$	5	-3,536	***
<i>USSTOCKS</i>	$\alpha_0 = 0, \alpha_1 = 0$	1	1,496	
Δ <i>USSTOCK</i>	$\alpha_0 = 0, \alpha_1 = 0$	0	-12,554	***
<i>USKOM</i>	$\alpha_0 = 0, \alpha_1 = 0$	12	0,759	
Δ <i>USKOM</i>	$\alpha_0 = 0, \alpha_1 = 0$	11	-4,329	***
<i>OECDDDNI</i>	$\alpha_0 \neq 0, \alpha_1 = 0$	2	-6,319	***
<i>CP</i>	$\alpha_0 = 0, \alpha_1 = 0$	2	2,759	
Δ <i>CP</i>	$\alpha_0 = 0, \alpha_1 = 0$	1	-11,676	***
<i>OPECPROD</i>	$\alpha_0 = 0, \alpha_1 = 0$	13	1,249	
Δ <i>OPECPROD</i>	$\alpha_0 = 0, \alpha_1 = 0$	12	-4,815	***
<i>OPECKVOTY</i>	$\alpha_0 = 0, \alpha_1 = 0$	0	-0,114	
Δ <i>OPECKVOTY</i>	$\alpha_0 = 0, \alpha_1 = 0$	0	-13,298	***
<i>PORUSENIE</i>	$\alpha_0 \neq 0, \alpha_1 \neq 0$	0	-4,436	***
<i>VRTY</i>	$\alpha_0 = 0, \alpha_1 = 0$	2	0,028	
Δ <i>VRTY</i>	$\alpha_0 = 0, \alpha_1 = 0$	1	-2,812	***
<i>USKAPACITA</i>	$\alpha_0 = 0, \alpha_1 = 0$	0	4,629	
Δ <i>USKAPACITA</i>	$\alpha_0 = 0, \alpha_1 = 0$	7	-2,991	***

Test nám ukázal, že väčšina časových radov je nestacionárna a teda sú to integrované procesy prvého rádu I(1). Na grafickom vývoji na obrázku 4.1 je zreteľné, že jednotlivé premenné obsahujú stochastický trend a to spôsobuje nestacionaritu. Túto hypotézu sme zamietli len v prípade premen-
ných **OECDSTOCK**, **OECDDDNI**, **PORUSENIE** a samotnej vysvetľo-
vanej premennej **WTI**, kde sme zamietli nulovú hypotézu ADF testu po

⁵Kritické hodnoty použité pri ADF teste: V modeli bez konštanty: -2,58 (1%), -1,94 (5%), -1,62 (10%). V modeli s konštantou: -3,46 (1%), -2,88 (5%), -2,58 (10%). V modeli s konštantou a trendom: -4,01 (1%), -3,43 (5%), -3,14 (10%).

zahrnutí konštanty a trendu⁶.

Keďže sme si do modelu vybrali relatívne veľa vysvetľujúcich regresorov, predpokladáme, že sa medzi nimi môže vyskytnúť multikolinearita a teda, že výsledky regresie tým budú skreslené. Tento predpoklad si overíme pomocou korelačnej matice. V prípade, že korelačný koeficient je väčší ako 0,8 v modeli sa vyskytuje multikolinearita.

Tabuľka 4.4: *Korelačná matica*

OECD	1	0,84	0,28	0,10	0,03	-0,40	-0,31	0,51	0,47	0,27	0,37	0,16	0,45
US	0,84	1	0,50	0,22	0,23	-0,28	-0,14	0,70	0,64	0,30	0,58	0,28	0,67
CHINA	0,28	0,50	1	0,38	0,84	0,23	0,25	0,94	0,88	0,45	0,77	0,70	0,94
OECDSTOCK	0,10	0,22	0,38	1	0,35	0,23	0,91	0,36	0,35	0,16	0,32	0,24	0,35
USSTOCKS	0,03	0,23	0,84	0,35	1	0,58	0,33	0,72	0,72	0,49	0,50	0,80	0,70
USKOM	-0,40	-0,28	0,23	0,23	0,58	1	0,38	0,07	0,10	0,08	0,06	0,25	0,10
OECDNDI	-0,31	-0,14	0,25	0,91	0,33	0,38	1	0,14	0,14	0,04	0,15	0,15	0,15
CP	0,51	0,70	0,94	0,36	0,72	0,07	0,14	1	0,96	0,54	0,78	0,65	0,95
OPECPROD	0,47	0,64	0,88	0,35	0,72	0,10	0,14	0,96	1	0,69	0,69	0,69	0,88
OPECKVOTY	0,27	0,30	0,45	0,16	0,49	0,08	0,04	0,54	0,69	1	-0,05	0,65	0,38
PORUSENIE	0,37	0,58	0,77	0,32	0,50	0,06	0,15	0,78	0,69	-0,05	1	0,30	0,83
VRTY	0,16	0,28	0,70	0,24	0,80	0,25	0,15	0,65	0,69	0,65	0,30	1	0,55
USKAPACITA	0,45	0,67	0,94	0,35	0,70	0,10	0,15	0,95	0,88	0,38	0,83	0,55	1

Z tabuľky 4.4 je zrejmé, že medzi niektorými premennými je silná korelácia, preto sa budeme pri modelovaní vyhýbať takým špecifikáciám, ktoré by takto korelované dáta obsahovali a zabránime tak výskytu multikolinearity v danom modeli. Silnú závislosť hlavne vidieť pri premennej *CHINA*. V prípade premenných ako spotreba krajín OECD a USA je korelácia jasná, keďže časť dopytu OECD je tvorená USA.

⁶Zamietnutie nulovej hypotézy na kritickej hladine 10% - * ; 5% - ** ; 1% - ***

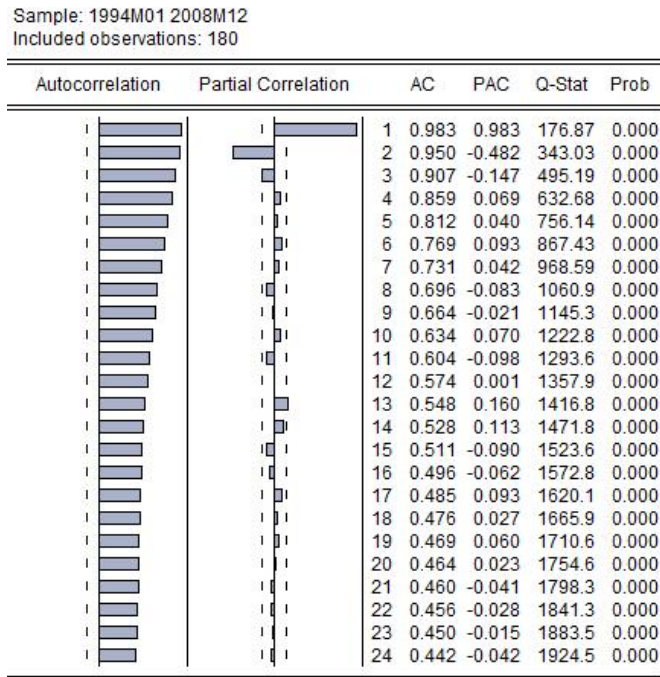
4.3 Autoregresný model

Pri zostavovaní autoregresného modelu budeme vychádzať len z vývoja cien ropy v minulosti. Takto zostavený model môže veľmi dobre zachytávať vývoj cien a teda tiež podať relevantnú informáciu o cenách budúcich. Preto tento model budeme následne porovnávať s ďalšími zostavenými modelmi. Používať budeme dáta od januára 1994 do decembra 2008. *In sample* prognózu budeme robiť pre zvyšné obdobie. Na základe nej potom vyberieme model pre *Out of sample* prognózu.

V predchádzajúcej časti sme ukázali, že časový rad cien ropy je stacionárny a teda ho môžeme použiť na modelovanie. Pri zostavovaní modelu časového radu samotného je veľmi dôležitá analýza autokorelačnej (ACF) a parciálnej autokorelačnej (PACF) funkcie. Na základe tejto analýzy potom vyberáme jednotlivé *AR* a *MA* členy do modelu. Tieto funkcie si vykreslíme pomocou korelogramu na obrázku 4.2.

Nulovou hypotézou Q-štatistiky je, že v rade nie je autokorelácia až do rádu k . Vidíme, že túto hypotézu zamietame na všetkých hladinách významnosti. Z obrázku 4.2 vidieť, že autokovariančná funkcia geometricky klesá k nule a teda ide o autoregresný proces $AR(p)$, kde p je stupeň procesu. Voľba hodnoty p závisí predovšetkým od hodnoty PACF. Vidíme, že prvé tri hodnoty sú signifikantne nenulové a teda sa prikloníme k voľbe $AR(3)$ modelu.

Z výstupu v tabuľke 4.5 vidíme, že nami odhadovaný model popisuje vývoj cien ropy na 98%. Všetky zahrnuté parametre sú signifikantné na päť-percentnej hladine významnosti. Vidno jasný pozitívny vplyv predchádzajúceho obdobia a prekvapivo negatívny vplyv období oneskorených o dva a tri mesiace. To znamená, že pri poklese cien v tomto období, môžeme čakať nárast súčasnej ceny. Podmienka stacionarity *AR* procesu je dodržaná. Prevrátené hodnoty koreňov príslušného polynómu sú mimo jednotkového



Obr. 4.2: Korelogram radu WTI

kruhu. Musíme ešte overiť reziduá, tie by mali byť bielym šumom. Nemali by teda obsahovať žiadnu autokoreláciu. Tento jav môžeme otestovať pomocou Breusch-Godfrey testu (tzv. LM test). Nulovou hypotézou je, že medzi reziduami nie je autokorelácia. Testovacou štatistikou je:

$$BG(p) = nR^2 \sim \chi(p) \quad (4.1)$$

kde n je počet pozorovaní, R^2 je koeficient determinácie pomocnej regresie pre reziduá a p je počet oneskorení reziduí v danej regresii. Výsledok štatistiky vidíme v tabuľke 4.6.

Nulovú hypotézu prijímame a teda takto zostavený model je vyhovujúci. Odhadovaná rovnica vyzerá nasledovne:

$$WTI_t = 36,46 + 1,46WTI_{t-1} - 0,29WTI_{t-2} - 0,19WTI_{t-3} + \varepsilon_t \quad (4.2)$$

Tabuľka 4.5: *Autoregresný model*

Premenná	Koeficient	t-štatistika	p-hodnota
C	36,462	3,848	0,0002
AR(1)	1,456	19,383	0,0000
AR(2)	-0,292	-2,188	0,0300
AR(3)	-0,194	-2,423	0,0164
\bar{R}^2	0,9801	\bar{R}^2	0,9797
AIC	5,4588	BIC	5,5305
Korene AR procesu	0,85 + 0,06i	0,85 - 0,06i	-0,26

Tabuľka 4.6: *Breusch-Godfrey test pre reziduá AR modelu*

Štatistika	Hodnota	p-hodnota
F-štatistika	0,036	0,96
Obs*R-squared	0,075	0,96

4.4 ARDL model

Keďže vieme, že cena ropy je ovplyvňovaná rozhodnutiami, resp. ekonomickými aktivitami, ktorých vplyv sa ukáže až po nejakom čase, rozhodli sme sa zostaviť tzv. ARDL model. Tento model bude rozšírením predchádzajúceho modelu o ďalšie vysvetľujúce premenné a ich časové oneskorenia. Odtiaľ plynie názov *Autoregressive Distributed Lag Model*. Uviedli ho v roku 1999 (Pesaran and Shin 1999). Týmto modelom tak zachytíme dynamický vzťah s jednotlivými premennými. Uvažujme nasledujúci model ARDL(p,q) dvoch premenných:

$$Y_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i L^i Y_t + \sum_{j=0}^q \beta_j L^j X_t + \varepsilon_t, \quad (4.3)$$

kde L je operátor časového oneskorenia⁷, Y_t , X_t sú stacionárne premenné a ε_t je biely šum, teda musí platiť $E(\varepsilon_t) = 0$, $var(\varepsilon_t) = \sigma^2$ a $cov(\varepsilon_t, \varepsilon_s) = 0$.

⁷Napríklad $L^0 X_t = X_t$, $L^1 X_t = X_{t-1}$, atď.

Tento vzťah môžeme prepísať nasledovne:

$$A(L)Y_t = \alpha_0 + B(L)X_t + \varepsilon_t, \quad (4.4)$$

kde $A(L) = 1 - \alpha_1 L - \alpha_2 L^2 - \dots - \alpha_p L^p$

a $B(L) = \beta_0 + \beta_1 L + \beta_2 L^2 + \dots + \beta_q L^q$.

Rozšírením modelu o ďalšie vysvetľujúce premenné, potom dostávame všeobecný model $ARDL(p, q_1, q_2, \dots, q_k)$:

$$A(L)Y_t = \alpha_0 + B_1(L)X_{1t} + B_2(L)X_{2t} + \dots + B_k(L)X_{kt} + \varepsilon_t. \quad (4.5)$$

Koeficienty β môžeme interpretovať ako efekty oneskorení premenných X_i na Y . Veľmi dôležitou otázkou pri týchto modeloch je voľba dĺžky časového oneskorenia jednotlivých premenných X_i , kde $i = 1, \dots, k$. Budeme postupovať nasledovne:

1. Najprv odhadneme autoregresný proces pre vysvetľovanú premennú, ktorý ju čo najlepšie popisuje.
2. Zafixujeme počet oneskorení endogénnej premennej, ktorý nám vyšiel z AR modelu.
3. Zvolíme si vysvetľujúcu premennú a na základe Akaikeho informačného kritéria postupným pridávaním oneskorení určíme požadovanú dĺžku oneskorenia.
4. Krok 3 zopakujeme pri všetkých signifikantných regresoch.

Takýto prístup navrhol vo svojej práci (Hsiao 1981).

4.4.1 ARDL(1,2,0,0,0)

Pri zostavovaní tohto modelu sme zafixovali jedno časové oneskorenie vysvetľovanej premennej WTI. Ďalej sme analyzovali všetky premenné a pomocou

t-štatistiky zisťovali, ktoré sú signifikantné pri modelovaní vývoja ceny ropy. Na základe koeficientu determinácie a Akaikeho informačného kritéria sme dospeli k nasledovnému modelu v tabuľke 4.7:

Tabuľka 4.7: *ARDL(1,2,0,0,0) model*

Premenná	Koeficient	t-štatistika	p-hodnota
C	-1,9066	-2,9641	0,0035
WTI(-1)	0,9954	400,96	0,0000
DUS	$-0,118 * 10^{-3}$	-0,6005	0,5489
DUS(-1)	$-0,289 * 10^{-3}$	-1,2779	0,2030
DUS(-2)	$-0,431 * 10^{-3}$	-2,1302	0,0346
DUSKOM	$-0,015 * 10^{-5}$	-1,6701	0,0967
DFUTURE	1,0396	67,2299	0,0000
OECDNI	0,0246	3,1681	0,0018
DUMMY	0,6661	2,1673	0,0316
R^2	0,9991	\bar{R}^2	0,9990
AIC	2,4521	BIC	2,6136
Durbin Watson štatistika	1,8605		

Aby boli reziduá bielym šumom, musíme otestovať, či neobsahujú autokoreláciu. To urobíme pomocou LM testu, jeho výsledok vidíme v tabuľke 4.8.

Tabuľka 4.8: *LM test reziduí*

Štatistika	Hodnota	p-hodnota
F-štatistika	1,279	0,28
Obs*R-squared	2,688	0,26

Nulovú hypotézu o neexistencii korelácie medzi reziduami prijímame. Tento model teda spĺňa predpoklady. Vidíme, že hodnota koeficientu determinácie je pomerne vysoká a že sa nám podarilo vysvetliť model na 99%. Hodnota Akaikeho informačného kritéria bola z pomedzi ostatných zostavených modelov najnižšia. Porovnaním hodnoty tohto kritéria s hodnotou

zostaveného AR modelu je táto nižšia, a preto by mal byť aj tento model lepší.

Predpoklad o znamienkach sa nám potvrdil pri mesačnom oneskorení ceny ropy. Teda s rastom minulomesačnej ceny rastie aj cena v súčasnosti. Taktiež jasný pozitívny vplyv na vývoj ceny má dummy premenná, ktorá popisuje negatívne geopolitické situácie, ktoré sa udiali v sledovanom období. Parameter pri premennej *FUTURE* korešponduje s ekonomickou teóriou, teda ak sa očakáva, že cena bude v budúcnosti rásť, má to pozitívny vplyv na rast aj súčasnej ceny. Záporný vplyv zmeny stavu komerčných zásob sme očakávali, teda ak zásoby klesajú ceny pôjdu hore. Predpoklad sa nám nepotvrdil pri zmene spotreby ropy v USA, môže to byť spôsobené tým, že v modeli nemáme zahrnutú produkciu a teda nám to dostatočne nepopisuje ponuku ropy na trhu, kde táto mohla dostatočne pokryť dopyt. Potom by zvyšujúca sa spotreba neznamenal bezprostredný nárast ceny ropy. Taktiež môžeme argumentovať tým, že mesačné zmeny spotreby sú v sledovanom období relatívne stabilné ale ceny volatilitné. Pri premennej *OECD* vidíme kladnú závislosť. Keďže je to podiel zásob a dopytu krajín OECD, môžeme sa odvolať na predchádzajúcu argumentáciu, teda pri raste zásob a raste dopytu, ktorý by v tomto prípade znamenal tiež pokles ceny, dostaneme kladné znamienko. Považujeme teda tento model za relevantný pre popis vývoja ceny ropy. Výsledná rovnica vyzerá nasledovne:

$$\begin{aligned}
 WTI_t = & -1,91 + 0,99WTI_{t-1} - 0,12 \cdot 10^{-3}DUS_t - 0,2 \cdot 10^{-3}DUS_{t-1} - 0,43 \cdot 10^{-3}DUS_{t-2} \\
 & - 0,02 \cdot 10^{-5}DUSKOM_t + 1,04DFUTURE_t + 0,02OECDNI_t \\
 & + 0,46DUMMY_t + \varepsilon_t
 \end{aligned}
 \tag{4.6}$$

4.5 Štruktúrálny model

V tejto časti zostavíme model vývoja zmeny ceny ropy *DWTI* v závislosti od nami zvolených regresorov. V modeli nebude vystupovať časové oneskorenie vysvetľovanej premennej. Viaceré regresory vyšli ako nesignifikantné. Ani pri jednej nami skúšanej špecifikácii modelu nevyšla ako signifikantná premenná, ktorá udáva produkciu ropy. Relevantné pre popis vývoja sa neukázali ani premenné, ktoré popisujú stav výrobných kapacít. Nižšie si uvedieme model, ktorý vyhovuje všetkým požiadavkám pre nevychýlenosť odhadu parametrov metódou najmenších štvorcov. Koreláciu medzi reziduami budeme testovať pomocou Durbin Watson testu, ktorého výsledok štatistiky uvádza priamo výstup regresie v programe Eviews. Túto štatistiku môžeme použiť, keďže medzi vysvetľujúce premenné nezahrnieme oneskorenia závislej premennej.

Durbin Watson test má tvar:

$$H_0: E(\epsilon_t, \epsilon_{t-1}) = 0$$

$$H_1: \text{inak}$$

Pritom je použitá nasledujúca štatistika:

$$DW = \frac{\sum_{t=2}^T (\hat{\epsilon}_t - \hat{\epsilon}_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^T \hat{\epsilon}_t^2} \approx 2 - 2\text{cor}(\hat{\epsilon}_t, \hat{\epsilon}_{t-1}). \quad (4.7)$$

Táto štatistika nadobúda hodnoty v intervale 0 až 4. Pri silnej pozitívnej autokorelácii je hodnota DW štatistiky blízka nule. V prípade, že reziduá nie sú korelované platí, $DW = 2$. Hodnoty tejto štatistiky nie sú tabulované, a teda sa zisťuje či hodnoty ležia v intervale (1,5 ; 2,5).

4.5.1 Štruktúrálny model vývoja zmeny ceny ropy

Do tohto modelu sme zahrnuli nasledujúce premenné, ktoré sa ukázali ako signifikantné. Sú to medzimesačný rast ceny future kontraktu so štvormesačnou

maturitou *DFUTURE*, premenná vyjadrujúca nezávislosť krajín OECD od dodávok ropy, vyjadrená ako podiel zásob a dopytu po rope, *OECCDDNI*, zmena stavu zásob krajín USA vrátane vládnych zásob *DUSSTOCKS* a dummy premenná, ktorá zachytáva dopad už spomenutých geopolitických udalostí *DUMMY*. Tento model sme odhadli metódou najmenších štvorcov, ktorej výsledok uvádzame tabuľke 4.9.

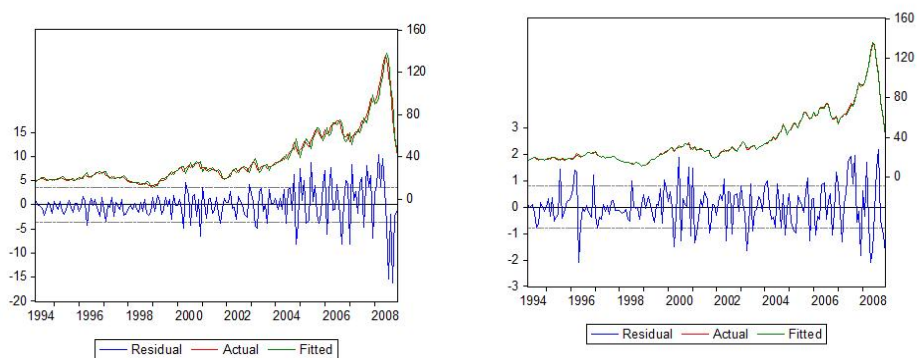
Tabuľka 4.9: Štruktúrálly model zmeny ceny ropy - *DWTI*

Premenná	Koeficient	t-štatistika	p-hodnota
C	-2,2122	-3,6358	0,0004
DFUTURE	1,0372	68,8358	0,0000
OECCDDNI	0,0263	3,5741	0,0005
DUSSTOCKS	$-1,82 * 10^{-5}$	-2,2271	0,0272
DUMMY	0,6493	2,1207	0,0354
R^2	0,9680	\bar{R}^2	0,9673
AIC	2,4225	BIC	2,5115
Durbin Watson štatistika	1,8530		

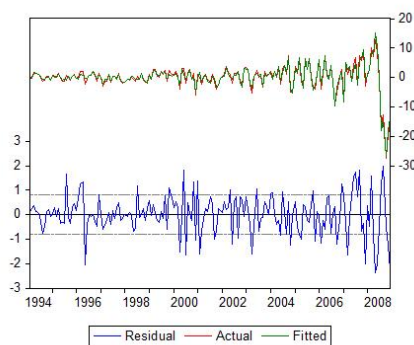
Z výsledku regresie vidíme, že všetky zahrnuté premenné sú signifikantné na hladine významnosti 5%. Pozitívny vplyv na vývoj ceny ropy majú regresory *OECCDDNI* a *DFUTURE*. Pri premennej *OECCDDNI* sme na začiatku očakávali negatívny vplyv, ale ako sme už odôvodnili v predchádzajúcej časti, pri neúplnej informácii o ponuke na trhu táto premenná nemusí mať jednoznačne negatívny vplyv na vývoj ceny ropy. Pri premennej *DUSSTOCKS* sa nám potvrdilo, že pri náraste stavu zásob, cena ropy bude klesať. Dummy premenná má podľa očakávania pozitívny vplyv, keďže indikuje situácie, ktoré buď obmedzili dodávky ropy, alebo mali negatívny vplyv na očakávania budúcej ceny ropy na trhu. Durbin Watsonova štatistika nám potvrdzuje, že medzi reziduami nie je autokorelácia. Koeficient determinácie ukazuje, že zostavený model veľmi dobre popisuje vývoj zmien ceny ropy. Toto nám potvrdzuje aj Akaikeho kritérium, ktorého hodnota pri tomto modeli je najnižšia z pomedzi všetkých zostavených modelov.

Odhadovaná rovnica vyzerá nasledovne 4.8:

$$DWTI_t = -2,21 + 1,04DFUTURE_t + 0,03OECDI_t - 1,82 \cdot 10^{-5} DUSSTOCKS_t + 0,65DUMMY_t + \varepsilon_t \quad (4.8)$$



Obr. 4.3: Grafické znázornenie AR modelu-vľavo, ARDL modelu-vpravo



Obr. 4.4: Grafické znázornenie štruktúrného modelu

Kapitola 5

Prognóza

V tejto časti overíme prognostickú silu zostavených modelov v predchádzajúcej kapitole. Nami špecifikované regresné rovnice zachytávali obdobie od januára 1994 po december 2008. Zostávajúce dáta teraz využijeme na modelovanie predikcie závislej premennej pomocou odhadnutých koeficientov z týchto regresných rovníc. Tento typ prognózy sa nazýva *In sample* prognóza. Kvalitu prognóz si overíme pomocou kvantitatívnych ukazovateľov merania chýb, ktoré si popíšeme neskôr v tejto kapitole. Na základe týchto štatistických mier potom vyberieme najvhodnejší model a zostavíme prognózu na obdobie do konca roka 2011 - *Out of sample* prognóza.

5.1 Typy prognóz

Dáta môžeme vystaviť dvom typom prognóz, a to statickej a dynamickej prognóze. Pri všetkých modeloch využijeme obe možnosti a následne porovnáme ich presnosť. Samozrejme, pri modeloch, ktoré nie sú dynamické, teda neobsahujú časové oneskorenie endogénnej premennej, budú tieto prognózy identické.

Predpokladajme nasledujúci odhadnutý model:

$$\hat{y}_t = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_t + \hat{\beta}_2 y_{t-1}. \quad (5.1)$$

Prognóza pre prvé obdobie vyzerá nasledovne:

$$\hat{y}_{t+1} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_{t+1} + \hat{\beta}_2 y_t. \quad (5.2)$$

Kde y_t je posledné pozorovanie z obdobia, z ktorého bol robený odhad. Následne y_{t+2} môže byť predikovaný dvoma rôznymi spôsobmi:

- Statická prognóza:

$$\hat{y}_{t+2} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_{t+2} + \hat{\beta}_2 y_{t+1}. \quad (5.3)$$

- Dynamická prognóza:

$$\hat{y}_{t+2} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_{t+2} + \hat{\beta}_2 \hat{y}_{t+1}. \quad (5.4)$$

Hlavný rozdiel medzi statickou a dynamickou prognózou je teda ten, že statická je jednokroková (do odhadnutej rovnice sa dosadia aktuálne hodnoty a vypočíta sa prognóza), a dynamická prognóza je multikroková, to znamená, že výpočet sa začína od prvého pozorovania a prepočítava sa pre každé ďalšie pozorovanie (teda rozhodujúci je začiatok obdobia prognózy). Statická a dynamická prognóza by mali byť identické v prvom prognózovanom pozorovaní. V ďalších pozorovaniach sa budú líšiť vtedy, ak obsahujú časovo posunutú závislú premennú. Pri dynamickej prognóze je veľmi dôležitý začiatok obdobia prognózy (Carnot, Koen and Tissot 2005).

5.2 Kritéria hodnotenia ekonometrických predpovedí

K hodnoteniu predpovedí môžeme využiť viaceré kritéria, ako rôzne miery presnosti prognóz, ukazovatele presnosti generovania bodov zvratu pri predikcii, grafické metódy porovnania skutočných a predikovaných hodnôt a pod (Vogelvang 2005). Predpokladáme, že predikované obdobie je $t = T + 1, T + 2, \dots, T + h$. Potom jednotlivé miery presnosti sú:

- **Priemerná štvorcová odchýlka - RMSE**

Tento ukazovateľ je mierou odchýlky postupnosti predikovaných hodnôt endogénnej premennej od skutočnej trajektórie jej hodnôt v priebehu celého horizontu v dĺžke h období.

$$RMSE = \frac{1}{h} \sqrt{\sum_{t=T+1}^h (\hat{y}_t - y_t)^2}, \quad (5.5)$$

kde y_t je skutočná hodnota endogénnej premennej, \hat{y}_t je predpovedaná hodnota endogénnej premennej a h je dĺžka horizontu predpovedi.

- **Priemerná absolútna odchýlka - MAE**

$$MAE = \frac{1}{h} \sum_{t=T+1}^h |\hat{y}_t - y_t|, \quad (5.6)$$

kde y_t je skutočná hodnota endogénnej premennej, \hat{y}_t je predpovedaná hodnota endogénnej premennej a h je dĺžka horizontu predpovedi.

V oboch prípadoch ukazovateľov merania chyby odhadu platí, že čím menšia odchýlka, tým lepší model. Obe tieto štatistiky sú však závislé na merných jednotkách závislej premennej. Teda by mali byť použité na porovnanie predikcií jedného časového radu.

Charakteristikou nezávislou od merných jednotiek a použiteľnou i ako kritérium vhodnosti modelu k predikcii je Theilov koeficient nesúlady postupnosti relatívnych zmien predpovedí a skutočných hodnôt vysvetľovanej premennej:

- **Theilov koeficient nesúlady**

$$U = \frac{\sqrt{\sum_{t=T+1}^h (\hat{y}_t - y_t)^2 / h}}{\sum_{t=T+1}^h \hat{y}_t^2 / h + \sum_{t=T+1}^h y_t^2 / h}. \quad (5.7)$$

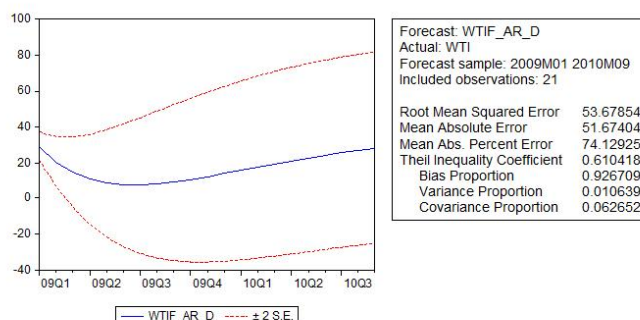
Hodnota koeficientu 0 znamená, že predikcie sú perfektné, takže čím menší je koeficient nesúlady, tým lepšia je predikčná schopnosť modelu.

5.3 In sample prognózy

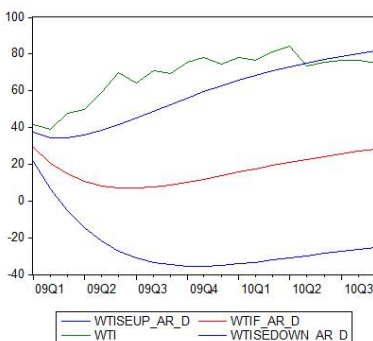
V tejto časti zostavíme k jednotlivým modelom oba typy prognóz, následne ich porovnáme. Predikcie budeme robiť pre obdobie od januára 2009 do septembra 2010. Model, ktorý bude mať najlepšiu prognostickú silu následne využijeme na predikovanie budúcich cien ropy do konca roka 2011.

5.3.1 Prognóza pomocou AR modelu

Z grafického znázornenia reziduí modelu uvedeného v tabuľke 4.3, vidíme, že ku koncu modelovaného obdobia mali najväčšie hodnoty. Je to spôsobené krízou na finančných trhoch, ktorá prepukla v lete roku 2008. Aj napriek tomu, že sme pri modelovaní zvolili obdobie až do konca roka 2008, predpokladáme, že dynamická prognóza nebude dostatočne presná.

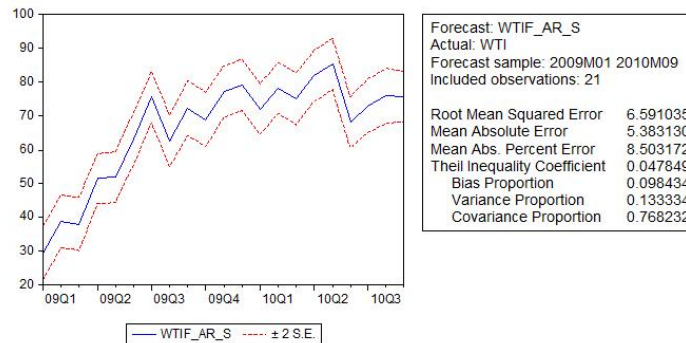


Obr. 5.1: Dynamická prognóza vývoja ceny ropy pomocou AR modelu

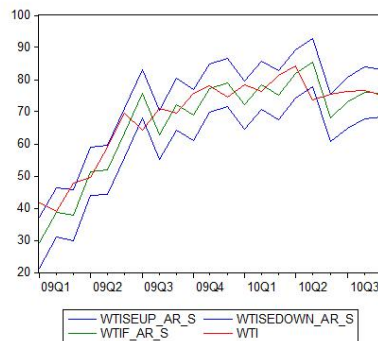


Obr. 5.2: Porovnanie skutočných a predikovaných hodnôt pomocou dynamickej prognózy z AR modelu

Premenná $WTIF_AR_D$ označuje časový rad predikovaných hodnôt z dynamickej prognózy a $WTISEUP_AR_D$, resp. $WTISEDOWN_AR_D$ sú hodnoty 95% intervalu spoľahlivosti pre tento prognózovaný rad. Premenná WTI je skutočná cena ropy WTI.



Obr. 5.3: *Statická prognóza vývoja ceny ropy pomocou AR modelu*



Obr. 5.4: *Porovnanie skutočných a predikovaných hodnôt pomocou statickej prognózy z AR modelu*

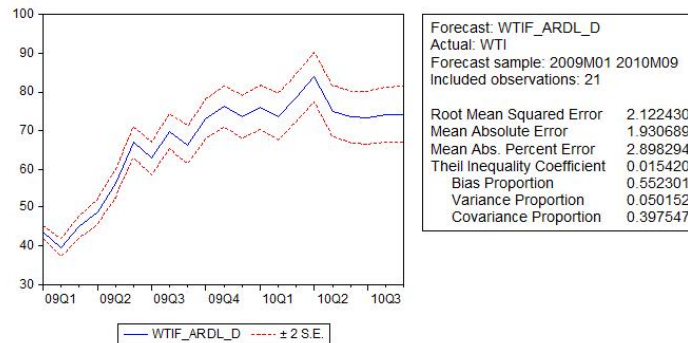
Premenná *WTIF_AR_S* označuje časový rad predikovaných hodnôt zo statickej prognózy a *WTISEUP_AR_S*, resp. *WTISEDOWN_AR_S* sú hodnoty 95% intervalu spoľahlivosti pre tento prognózovaný rad. Premenná *WTI* je skutočná cena ropy WTI.

Z grafu na obrázku 5.2 vidíme, že dynamická prognóza v prípade *AR modelu* nie je vhodná a presnejšia na základe ukazovateľov mier presnosti prognózy je statická prognóza na obrázku 5.3. Je to spôsobené tým, že v prípade dynamickej prognózy je veľmi dôležitý začiatok prognózovaného obdobia. V našom prípade sú v tomto období ceny ropy veľmi volatilitné v dôsledku krízy na finančných trhoch. Pri statickej prognóze vidíme, že skutočná hodnota cien ropy WTI skoro počas celého obdobia leží vo vnútri konfidenčného intervalu tejto prognózy. A teda statickú prognózu považujeme za lepšiu pre budúcu predpoveď cien ropy.

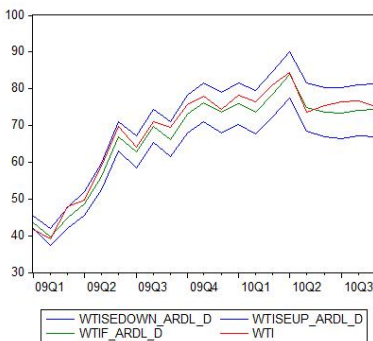
5.3.2 Prognóza pomocou ARDL modelu

Pri tomto modeli predpokladáme, že jeho predikčná sila bude lepšia ako v predchádzajúcom modeli. Usudzujeme tak na základe Akaikeho kritéria, ktorého hodnota je pri tomto modeli nižšia ako pri *AR modeli*. Na obrázkoch 5.5, 5.7 uvádzame výsledky dynamickej a statickej prognózy a jednotlivé grafické porovnania predikovanej a skutočnej hodnoty *cien ropy WTI* sú na obrázkoch 5.6, 5.8.

Aj v tomto prípade je statická prognóza presnejšia ako dynamická. V oboch prípadoch však môžeme konštatovať, že skutočné ceny ropy WTI ležia v 95% intervale spoľahlivosti pre predikované hodnoty cien ropy *WTIF*. Priemerná štvorcová chyba aj Theilov koeficient sú nižšie ako v prognózach na základe *AR modelu*.

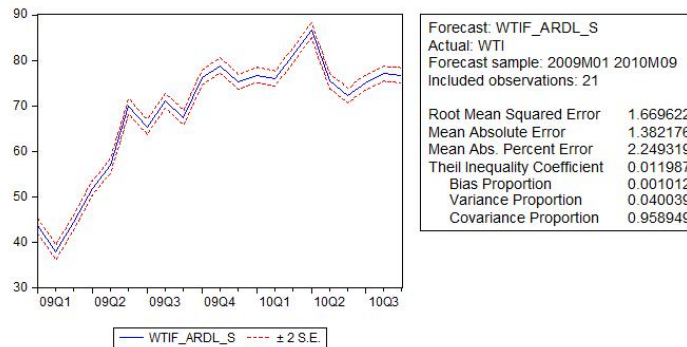


Obr. 5.5: Dynamická prognóza vývoja ceny ropy pomocou ARDL modelu

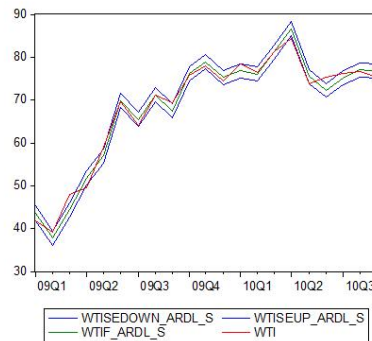


Obr. 5.6: Porovnanie skutočných a predikovaných hodnôt pomocou dynamickej prognózy z ARDL modelu

Premenná $WTIF_ARDL_D$ označuje časový rad predikovaných hodnôt vypočítanej pomocou dynamickej prognózy a $WTISEUP_ARDL_D$, resp. $WTISEDOWN_ARDL_D$ sú hodnoty 95% intervalu spoľahlivosti pre tento prognózovaný rad. Premenná WTI je skutočná cena ropy WTI.



Obr. 5.7: Statická prognóza vývoja ceny ropy pomocou ARDL modelu

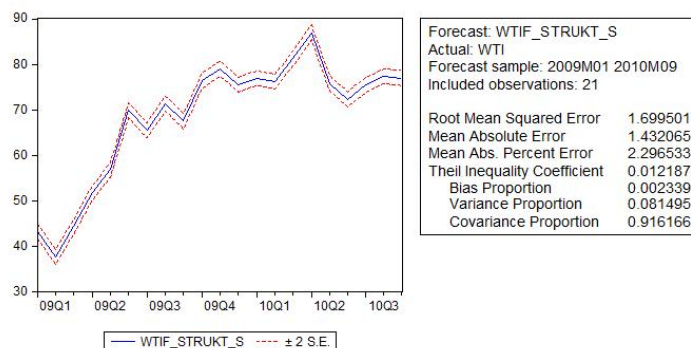


Obr. 5.8: Porovnanie skutočných a predikovaných hodnôt pomocou statickej prognózy z ARDL modelu

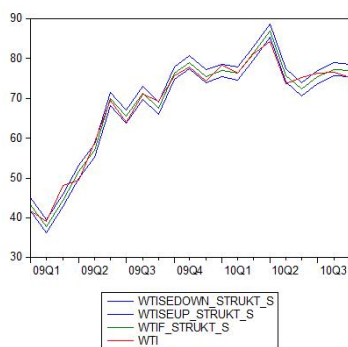
Premenná $WTIF_ARDL_S$ označuje časový rad predikovaných hodnôt vypočítanej pomocou statickej prognózy a $WTISEUP_ARDL_S$, resp. $WTISEDOWN_ARDL_S$ sú hodnoty 95% intervalu spoľahlivosti pre tento prognózovaný rad. Premenná WTI je skutočná cena ropy WTI.

5.3.3 Prognóza pomocou štruktúrného modelu

Pri tomto modeli uvedieme iba statickú prognózu, keďže neobsahuje časové oneskorenie vysvetľovanej premennej.



Obr. 5.9: Statická prognóza vývoja ceny ropy pomocou štruktúrného modelu



Obr. 5.10: Porovnanie skutočných a predikovaných hodnôt pomocou statickej prognózy zo štruktúrného modelu

Premenná *WTIF_STUKT_S* označuje časový rad predikovaných hodnôt vypočítanej pomocou statickej prognózy a *WTISEUP_STRUKT_S*, resp.

$WTISEDOWN_STRUKT_S$ sú hodnoty 95% intervalu spoľahlivosti pre tento prognózovaný rad. Premenná WTI je skutočná cena ropy WTI.

Tento model má veľmi dobrú predikčnú silu. Skutočná hodnota premennej WTI leží vo vnútri intervalu spoľahlivosti.

Pre účely prehľadnejšieho porovnania, uvádzame tabuľku 5.1 s vybranými ukazovateľmi mier presnosti jednotlivých prognóz zo zostavených modelov:

Tabuľka 5.1: Porovnanie prognóz zostavených k jednotlivým modelom

	dynamická prognóza			statická prognóza		
	RMSE	MAE %	Theil	RMSE	MAE %	Theil
AR model	53,679	74,13	0,6104	6,591	8,50	0,0478
ARDL model	2,1224	2,90	0,0154	1,6696	2,25	0,012
Štrukt. model	-	-	-	1,6995	2,30	0,0122

Z tabuľky 5.1 vidíme, že najlepšiu predikčnú schopnosť má ARDL model. Theilov koeficient sa blíži k nule, čo znamená, že predikcia je takmer perfektná. Ale na základe týchto ukazovateľov môžeme povedať, že hodnoty pri štrukturálnom modeli sú porovnateľné s hodnotami pri ARDL modeli. V nasledujúcej časti, teda využijeme radšej štrukturálny model, keďže obsahuje menej regresorov a vyhneme sa tak možnému skresleniu pri ich odhadoch do budúcnosti.

5.4 Out of sample prognóza

Táto prognóza sa zvykne nazývať aj *ex ante* prognóza. Znamená to, že v období predpovede nepoznáme hodnoty predikovanej premennej ani hodnoty vysvetľujúcich premenných z odhadovaného modelu s istotou. Na rozdiel od

in sample prognózy, ktorá sa označuje aj ako *ex post*, je táto predpoveďou v pravom slova zmysle. Aby sme ju mohli zrealizovať a predpovedať vývoj ceny ropy WTI do konca roka 2011, sme nútení regresory odhadnúť alebo stanoviť na základe apriórnych informácií. Predpokladaný vývoj exogénnych premenných, ktoré máme zahrnuté v modeli, sa budeme snažiť odhadnúť na základe ich samotného vývoja. Teda skúsime modelovať ich vývoj pomocou ARMA modelov, alebo využijeme dostupné relevantné prognózy už vytvorené inými štatistickými organizáciami. Pre tieto účely sme využili Short Term Energy Outlook, ktorú uverejnila americká agentúra EIA koncom marca 2011.

5.4.1 Odhad exogénnych premenných

Pred samotnou predpoveďou cien ropy WTI, musíme stanoviť hodnoty exogénnych premenných, ktoré nám popisujú štrukturálny model uvedený v tabuľke 4.8.

- **Premenná *FUTURE***

Vývoj tejto premennej sme odhadli na základe jej minulého vývoja pomocou AR modelu. Ako prvé sme otestovali stacionaritu tohto radu. Po zahrnutí dát až po koniec obdobia, teda po september 2010, nám vyšiel tento rad ako stacionárny. Testovali sme ho pomocou ADF testu. Následne sme si vykreslili korelogram tohto radu a na základe neho zvolili jednotlivé členy *AR* modelu. Výsledný model je uvedený v tabuľke 5.2.

Tento model spĺňa všetky predpoklady. A teda budúce hodnoty premennej *FUTURE* vypočítame pomocou rovnice:

$$FUTURE_t = 58,34 + 1,47FUTURE_{t-1} - 0,48FUTURE_{t-2} + \varepsilon_t \quad (5.8)$$

Tabuľka 5.2: Autoregresný model pre premennú *FUTURE*

Premenná	Koeficient	t-štatistika	p-hodnota
C	58,335	2,484	0,0138
AR(1)	1,470	23,726	0,0000
AR(2)	-0,483	-7,746	0,0000
R^2	0,9826	\bar{R}^2	0,9825
AIC	5,4639	BIC	5,5127
Korene AR procesu	0,97	0,50	

- **Premenná OECDDNI**

Ďalší vývoj tejto exogénnej premennej sme určili pomocou uverejnej progózy, spracovanej agentúrou Energy Information Agency. Táto progóza bola spracovaná v marci 2011. A sú v nej predikcie až do konca roka 2012.

- **Premenná USSTOCKS**

Pre túto premennú sme taktiež využili spomínanú prognózu agentúry EIA. Tá však obsahuje iba predikcie pre komerčné zásoby ropy v USA. Preto sme celkový stav zásob určili ako súčet týchto komerčných zásob a poslednej známej hodnoty vládnych zásob držaných federálnou vládou USA, keďže predpokladáme, že tento stav sa výrazne nemení. Posledná známa hodnota týchto zásob je približne 726,542 miliónov barelov.

- **Premenná DUMMY**

Túto premennú sme doplnili o vplyv finančnej krízy v roku 2008 tým, že v mesiacoch august, september a október sme položili hodnotu rovnú jednotke. Ostanté mesiace sme doplnili hodnotou nula.

5.5 Predpoveď ceny ropy WTI

V tejto časti pomocou štrukturálneho modelu uvedeného v tabuľke 4.8, ktorý sme zostavili v kapitole 4 a ktorého predikčná sila bola najlepšia, zostavíme predpoveď pre endogénnu premennú *WTI* do konca roka 2011. Teda naša prognóza bude obsahovať 15 predikovaných hodnôt.

Model, z ktorého budeme robiť predpoveď uvádzame v tabuľke 5.3. Obdobie pre odhad modelu je teraz od januára 1994 do septembra 2010.

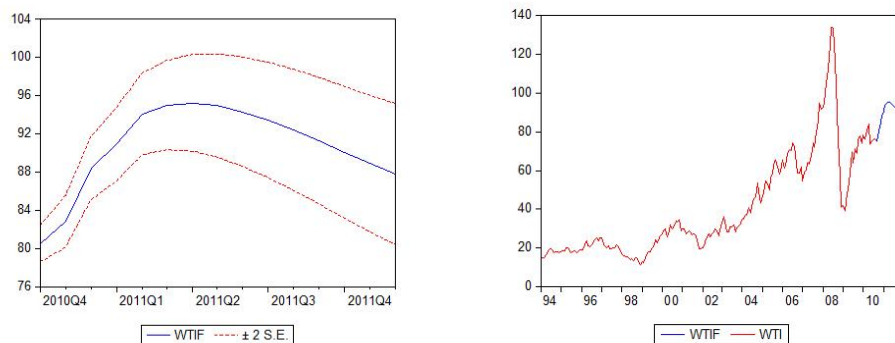
Tabuľka 5.3: Štrukturálny model zostavený pre predpoveď ceny *WTI*

Premenná	Koeficient	t-štatistika	p-hodnota
C	-2,2189	-3,3233	0,0011
DFUTURE	1,0435	64,6333	0,0000
OECDNI	0,0259	3,2893	0,0012
DUSSTOCKS	$-1,26 * 10^{-5}$	-1,8841	0,0610
DUMMY	0,6547	2,8242	0,0696
R^2	0,9575	\bar{R}^2	0,9566
AIC	2,7448	BIC	2,8272
Durbin Watson štatistika	1,9312		

Z tohto modelu teraz urobíme predikciu do konca roka 2011. Na nasledujúcom obrázku 5.11 vidíme vývoj pre toto obdobie.

Tieto hodnoty si vypíšeme a porovnáme s hodnotami, ktoré sú už známe, poslednou je priemerná mesačná spotová cena za mesiac marec a s hodnotami predikcie, ktorá bola uverejnená na stránke *www.forecasts.org* do konca roka 2011.

Vidíme, že nami predpovedané hodnoty *WTIF* sa len veľmi málo líšili od skutočných hodnôt *WTI*. Následný rozdiel na začiatku roka 2011 môžeme pripísať nepokojom, ktoré vypukli v arabských krajinách. Táto situácia spôsobila zníženie dodávok ropy z Lýbie ako aj zvýšenie obáv pred ďalšími nepokojmi a tak aj nárast očakávaní pre budúce ceny tejto komodity.



Obr. 5.11: Prognóza cien ropy WTI do konca roka 2011

Tabuľka 5.4: Porovnanie predikcií

Obdobie	WTIF	WTI	Rozdiel	Rozdiel v %
2010M10	81,18	81,89	0,71	0,8%
2010M11	84,16	84,25	0,09	-0,1%
2010M12	90,38	89,15	-1,23	-1,4%
2011M01	92,91	89,17	-3,74	-4,0%
2011M02	96,04	88,58	-7,46	-7,8%
2011M03	97,02	102,00	4,98	5,1%
2011M04	97,24	102,7	-5,46	-5,6%
2011M05	97,01	105,7	-8,69	-9,0%
2011M06	96,36	109,2	-12,84	-13,3%
2011M07	95,52	110,3	-14,78	-15,5%
2011M08	94,49	107,5	-13,01	-13,8%
2011M09	93,39	103,5	-10,11	-10,8%
2011M10	92,15	95,5	-3,35	-3,6%
2011M11	90,99	94,8	-3,81	-4,2%
2011M12	89,88	93,1	-3,22	-3,6%

Záver

Cieľom tejto diplomovej práce bolo popísať vývoj ceny ropy ako jednej z najviac sledovaných cien na komoditnom trhu. V uplynulej histórii vývoja ceny tejto komodity vidieť viaceré cenové šoky, ktoré mali následne negatívny vplyv na globálny vývoj. Viacero štúdií sa preto snaží čo najlepšie zachytiť tento vývoj a následne svoje modely aplikovať na predikciu cien do budúcnosti.

V našej práci sme zvolili za vysvetľovanú premennú cenu ropy typu WTI. Tento typ ropy je hlavným benchmarkom pri určovaní ostatných typov cien a je najviac obchodovanou komoditou na burze NYMEX. Analýzou ropného trhu sme následne vybrali premenné, ktoré by mali mať signifikantný vplyv pre popis vývoja ceny ropy. Tieto vybrané časové rady sme podrobili základným štatistickým testom. Pri samotnom modelovaní sme najprv využili aparát autoregresného modelovania, ktorý popisuje vývoj endogénnej premennej pomocou časových oneskorení jej samotnej. Najlepším modelom z tohto pohľadu bol *AR(3) model*. Rozšírením tohto modelu je *ARDL model*. Tento model, okrem časových oneskorení závislej premennej, zahŕňa aj exogénne premenné a ich časové oneskorenia. Pri zostavovaní tohto modelu nám ako signifikantné vyšli premenné popisujúce spotrebu v USA, stav komerčných zásob v tejto krajine, cenu future kontraktu so štvormesačnou splatnosťou, premenná popisujúca mieru nezávislosti krajín OECD od dodávok ropy a dummy premenná, ktorá zachytáva negatívne geopolitické udalosti ovplyv-

ňujúce cenu ropy. Posledným zostaveným modelom bol *štrukturálny model*. Tento model ako jediný neobsahoval medzi vysvetľujúcimi premennými časové oneskorenie závislej premennej. Koefficient determinácie regresie u všetkých zostavených modelov bol vyšší ako 95 %. Toto potvrdzuje, že nami zostavené modely veľmi dobre determinujú časový rad ceny ropy WTI. Na základe Akaikeho informačného kritéria sa ako najlepší ukázal štrukturálny model, ktorého hodnota tohto kritéria bola najnižšia. Prekvapujúcim faktom je, že ani pri jednej špecifikácii modelu, nevyšla signifikantná premenná, ktorá by popisovala ponukovú časť trhu s ropou. Môžeme teda povedať, že na cenu pôsobili skôr dopytové tlaky, keďže v sledovanom období už neboli také výrazné ropné šoky, ktoré by radikálne obmedzili dodávky ropy.

Pri zostavovaní modelov sme využili dáta do konca roka 2008. Zvyšné údaje do septembra 2010 sme využili na zostavenie ex post prognózy. Na základe výsledkov tejto prognózy sme vybrali model, ktorý mal najlepšiu predikčnú schopnosť. Na predpoveď budúcej ceny ropy (od októbra 2010 do konca roka 2011) sme použili *štrukturálny model*. Predikovali sme dokopy 15 údajov vyjadrujúcich budúcu cenu ropy. Keďže počas prípravy tejto práce boli dostupné už aj skutočné hodnoty ceny ropy, ktoré sme na začiatku nemali k dispozícii, využili sme ich na porovnanie s našimi predpovedanými hodnotami. Z porovnania vidíme, že naše údaje sa od skutočných líšia počas prvých troch odhadovaných mesiacov o menej ako dve percentá. Následný rozdiel medzi predikovanými hodnotami a skutočným vývojom môžeme pripísať udalostiam, ktoré vypukli v arabských krajinách začiatkom roka 2011. Tento politický nepokoj spôsobil rastúce obavy o budúce dodávky ropy, čo zapríčinilo prudký nárast jej ceny. Na účely ďalšieho porovnania sme využili predikciu uverejnenú koncom marca 2011.

Literatúra

- Abosedra, S.: 2005, Futures versus Univariate Forecast of Crude Oil Prices, *OPEC Review* **29**, 231–241.
- Al-Harthy, M. H.: 2007, Stochastic oil price models: Comparison and impact, *The Engineering Economist* **52**, 269–284.
- Baláž, P. and Londarev, A.: 2006, Ropa a jej postavenie v globalizácii svetového hospodárstva, *Politická ekonomie* (4), 508–528.
- Brockwell, P. and Davis, R.: 1987, *Time Series: Theory and Methods*, Springer-Verlag.
- Carnot, N., Koen, V. and Tissot, B.: 2005, *Economic Forecasting*, Palgrave MacMillan.
- Chernenko, S. and Schwartz, K.: 2004, The Information Content of Forward and Future Prices: Market Expectations and the Price of Risk, *FRB International Finance Discussion Paper* (808), 1–27.
URL: <http://www.federalreserve.gov/Pubs/Ifdp/2004/808/ifdp808.htm>
- Fama, E.: 1965, The Behaviour of Stock Market Prices, *Journal of Business* **38**, 420–429.

- Frey, G., Manera, M., Markandya, A. and Scarpa, E.: 2009, Econometric models for oil price forecasting: A critical survey, *CESInfo Forum* **1**, 29–44.
- Greene, W. H.: 2002, *Econometric Analysis*, 5. edn, Prentice Hall.
- Gulen, S.: 1998, Efficiency in the Crude Oil Futures Markets, *Journal of Energy Finance and Development* **3**, 13–21.
- Hayashi, F.: 2000, *Econometrics*, Princeton University Press.
- Hsiao, C.: 1981, Autoregressive Modelling of Money Income Causality Detection, *Journal of Monetary Economics* (7), 85–106.
- Hubbert, M.: 1982, Techniques of Prediction as Applied to Production of Oil, *US Department of Commerce*, (631).
- Ižip, R. and Vejmelka, P.: 2010, Manuál obchodovania komodít, *CI Komodity* pp. 47–56.
- Karatzas, Ioannis a Shreve, S. E.: 1988, *Brownian Motion and Stochastic Calculus*, Springer-Verlag, New York.
- Kaufmann, R. K., Dees, S., Karadeloglou, P. and Sánchez, M.: 2004, Does OPEC Matter? An Econometric Analysis of Oil Prices, *The Energy Journal*, *IAEE* **25**, 67–90.
- Mazraati, M. and Tayyebi Jazayeri, S.: 2004, Oil price movements and production agreements, *OPEC Review* **3**, 207–226.
- Peracchi, F.: 2001, *Econometrics*, John Wiley and Sons.
- Pesaran, M. and Shin, Y.: 1999, *Econometrics and Economy Theory in the 20th Century*, Cambridge University Press.

- Stock, J. and Watson, M.: 2008, *Introduction to Econometrics*, Prentice Hall.
- Vogelvang, B.: 2005, *Econometrics Theory and Applications with Eviews*, Pearson Education Limited.
- Workie, M. T. a. k.: 2010, *Vývoj a perspektívy svetovej ekonomiky*, Vol. 1, Ekonomický ústav Slovenskej akadémie vied.
- Ye, M., Zyren, J. and Shore, J.: 2005, A Monthly Crude Oil Spot Price Forecasting Model Using Relative Inventories, *International Journal of Forecasting* **21**, 491–501.
- Zamani, M.: 2004, An Econometric Forecasting Model of Short Term Oil Spot Price, *IAAE European Conference* **1**, 1–7.