

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY



**METÓDY PRIESTOROVEJ EKONOMETRIE A
MODELOVANIE EKONOMICKÉHO RASTU KRAJÍN V4**

DIPLOMOVÁ PRÁCA

SOŇA SLOBODNÍKOVÁ, Bc.

BRATISLAVA 2011

METÓDY PRIESTOROVEJ EKONOMETRIE A MODELOVANIE EKONOMICKÉHO RASTU KRAJÍN V4

DIPLOMOVÁ PRÁCA

SOŇA SLOBODNÍKOVÁ

**UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY
KATEDRA APLIKOVANEJ MATEMATIKY A ŠTATISTIKY**

Študijný program: 9.1.9. Aplikovaná matematika

Študijný odbor: Ekonomická a finančná matematika

Evidenčné číslo diplomovej práce: d563e324-c4fb-47ec-ac03-a781e562cd76

Vedúci diplomovej práce

Ing. MAREK RADVANSKÝ

Bratislava 2011



ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

Meno a priezvisko študenta: Bc. Soňa Slobodníková
Študijný program: ekonomická a finančná matematika (Jednoodborové štúdium, magisterský II. st., denná forma)
Študijný odbor: 9.1.9. aplikovaná matematika
Typ záverečnej práce: diplomová
Jazyk záverečnej práce: slovenský

Názov : Metódy priestorovej ekonometrie a modelovanie ekonomického rastu krajín V4

Cieľ : Popis metód priestorovej ekonometrie s dôrazom na modely pre panelové dáta. Aplikácia zvoleného modelu ekonomického rastu, jeho testovanie a vyhodnotenie.

Vedúci : Ing. Marek Radvanský

Dátum zadania: 15.02.2010

Dátum schválenia: 14.04.2011

.....
prof. RNDr. Daniel Ševčovič, CSc.
garant študijného programu

.....
študent

.....
vedúci práce

Dátum potvrdenia finálnej verzie práce, súhlas s jej odovzdaním (vrátane spôsobu sprístupnenia)

.....
vedúci práce

Čestné prehlásenie

Vyhlasujem, že som diplomovú prácu vypracovala samostatne s použitím uvedenej odbornej literatúry.

Bratislava 26. 4. 2011

.....

Podpis

Podakovanie

Ďakujem vedúcemu diplomovej práce, Ing. Marekovi Radvanskému, za ochotu, odborné vedenie, rady a usmernenia, ktoré mi venoval počas tvorby práce. Ďakujem tiež mojej rodine a priateľom za podporu a pochopenie v tomto období.

Abstrakt

SLOBODNÍKOVÁ, Soňa: *Metódy priestorovej ekonometrie a modelovanie ekonomického rastu krajín V4*. [Diplomová práca] - Univerzita Komenského v Bratislave. Fakulta matematiky, fyziky a informatiky. Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky. - Vedúci: Ing. Marek Radvanský - Bratislava: UK, 2011, 55 s.

Cieľom diplomovej práce je modelovať ekonomický rast pomocou metód priestorovej ekonometrie. Zostavíme model vychádzajúci z absolútnej konvergencie, obohatený o volatilitu rastu a urbanizáciu. Aplikujeme ho na regióny (úroveň NUTS 3) Vyšegrádskej štvorky v období 1999-2008. V prípade rozdelenia pozorovaného obdobia na 2 intervaly prehlásime absolútnu konvergenciu za najvhodnejšiu špecifikáciu modelu rastu. V prípade 3 intervalov identifikujeme navyše aj pozitívny vplyv volatility na rast. V oboch prípadoch konštatujeme nevyhnutnosť použitia techník priestorovej ekonometrie.

Kľúčové slová: ekonomický rast, regionálne modelovanie, priestorová ekonometria, panelové dáta

Abstract

SLOBODNÍKOVÁ, Soňa: *Spatial Econometrics Methods and Modelling of the Economic Growth of V4 Countries* [Master diploma theses] - Comenius University, Bratislava. Faculty of Mathematics, Physics and Informatics. Department of Applied Mathematics and Statistics. - Supervisor: Ing. Marek Radvanský - Bratislava: UK, 2011, 55 s.

The aim of the master diploma theses is to model economic growth using the methods of spatial econometrics. We set out a model based on unconditional convergence, extended with the volatility of growth and the urbanisation. We apply the model to regions (NUTS 3 level) of Visegrád Group (or Visegrád Four) during 1999-2008. In case of dividing the time interval to 2 parts, we declare the unconditional convergence as the most appropriate specification of the growth model. Moreover, in case of 3 parts, we identify a positive impact of volatility on growth. In both cases, we state the necessity of usage of techniques of spatial econometrics.

Key words: economic growth, regional modelling, spatial econometrics, panel data

Obsah

1	Priestorová ekonometria	12
1.1	Priestorové efekty	13
1.1.1	Priestorová závislosť	13
1.1.2	Priestorová rôznorodosť	14
1.2	Zahrnutie priestoru do modelu	15
1.2.1	Priestorové váhy a priestorový posun	15
1.2.2	Matica priestorových váh	16
1.3	Priestorové regresné modely	17
1.3.1	Model s priestorovým posunom	17
1.3.2	Model s priestorovými chybami	17
1.3.3	Voľba správneho modelu	19
1.4	Modely pre panelové dáta	21
1.5	Modely priestorovej ekonometrie pre panelové dáta	24
1.5.1	Panelový model s priestorovým posunom	24
1.5.2	Panelový priestorový Durbinov model	26
1.5.3	Panelový model s priestorovými chybami	26
1.5.4	Porovnávanie a hodnotenie modelov	27
2	Ekonomický rast	29
2.1	Absolútna a podmienená konvergencia	29
2.2	Regionálne modelovanie ekonomického rastu	30

3	Voľba modelu, možnosti a obmedzenia	34
3.1	Používané modely	36
3.2	Charakteristiky použitých dát	37
3.3	Prehľad literatúry	39
4	Odhadovanie a testovanie	40
4.1	Regionálny model	41
4.2	Absolútna konvergencia	46
	Zoznam použitej literatúry	53

Úvod

Ekonomický rast bol identifikovaný ako jeden z najpodstatnejších faktorov, ktoré vplývajú na životný štandard jednotlivca a ako kľúč k pochopeniu existencie rozdielov medzi bohatstvom obyvateľov jednotlivých krajín.¹

Európska Únia bola založená za účelom podpory vzájomného rozvoja a postupného zmierňovania hospodárskych nerovnováh medzi štátmi a regiónmi². Zatiaľ čo rozdiely medzi štátmi sa znižujú, polarizácia vrámci krajín zvyšuje disparity na úrovni regiónov.³

Cieľom tejto diplomovej práce je modelovanie regionálneho ekonomického rastu. V práci predstavíme metódy priestorovej ekonometrie a aplikujeme ich na modelovanie ekonomického rastu s použitím regionálnych dát krajín Vyšegrádskej štvorky.

Priestorová ekonometria vznikla s motiváciou zohľadňovať priestorovú závislosť, asymetriu vo vzťahoch, vzájomné ovplyvňovanie sa a interakciu, kritické aspekty dát používaných v regionálnom modelovaní. Tieto charakteristiky môžu spôsobiť zlyhanie štandardných ekonometrických techník, zvädzajú sa preto nové.

¹(Barro, Sala-i-Martin, 2004), str.6

²úryvok zo Zmluvy o Európskej únii

³Regional disparities and Cohesion: What strategies for the future

Za 30 rokov svojej existencie sa priestorová ekonometria dostala z okrajového do hlavného prúdu súčasnej svetovej aplikovanej ekonometrie, slovenskej odbornej verejnosti je však stále málo známa. Táto práca vznikla aj so zámerom prispieť k zaplňaniu uvedenej medzery. Jedinou slovenskou doterajšou publikáciou, v ktorej boli použité metódy priestorovej ekonometrie, je diplomová práca (Kuricová, 2010), ktorá sa zaoberá modelovaním ekonomického rastu v závislosti od produktivity práce.

Prvá kapitola sa venuje použitej metodológii. Uvedieme v nej spôsoby identifikácie (testovania) prítomnosti priestorových efektov v dátovej vzorke. Predstavíme, ako je nutné pozmeniť formálnu špecifikáciu modelov v prípade zahrnutia priestorovosti a akými metódami sa tieto modely odhadujú. Dôraz pri tom budeme klásť na metódy pre panelové dáta, ktoré sú schopné zachytiť väčšiu variabilitu a komplexnosť vzťahov ako prierezové dáta.

V druhej kapitole stručne popíšeme relevantné modely ekonomického rastu - absolútnu konvergenciu, podmienenú konvergenciu a regionálny model.

V tretej kapitole stanovíme finálny tvar vybraných regresných modelov s ohľadom na možnosti a obmedzenia použitých dát. Pri modelovaní budeme používať panelové dáta z regiónov Vyšegrádskej štvorky na úrovni NUTS 3⁴, z rokov 1999-2008. Limitujúcim faktorom je najmä krátkosť obdobia, za ktoré sú dostupné údaje.

Štvrtá kapitola bude pozostávať z výsledkov získaných odhadovaním modelov, testovania vybraných hypotéz (o správnej forme priestorovej závislosti, o možnosti zjednodušiť regionálny model na absolútnu konvergenciu) a vyhodnocovania kvality modelov.

⁴Nomenklatúra územných štatistických jednotiek („Nomenclature des Unités Territoriales Statistiques” – NUTS)

Kapitola 1

Priestorová ekonometria

Priestorová ekonometria pokrýva súbor techník, ktoré sa snažia vysporiadať sa so svojráznosťou zapríčinenou priestorovými efektami vrámci štatistickej analýzy regionálnych modelov. Inými slovami, zaoberá sa najmä alternatívnou špecifikáciou modelov, ich odhadovaním a vyhodnocovaním, ako aj predikciou.¹

Zameranie sa na priestorovú interakciu a zohľadnenie rozmiestnenia v priestore si v poslednej dobe získava pozornosť v oblasti nielen aplikovanej, ale aj teoretickej ekonometrie. Dôvodom je posun v uvažovaní od samostatných subjektov, prijímajúcich rozhodnutia v izolácii, k zahrnutiu vzájomného ovplyvňovania sa prostredníctvom externalít, spoločenských noriem, napodobňovania, susednosti a očakávaní. Tento posun má podstatné dôsledky, narúša totiž platnosť predpokladov Gauss-Markovovej vety, ktorá hovorí o nevychýlenosti odhadu získaného metódou najmenších štvorcov. Používajú sa preto alternatívne metódy získania odhadov, ako metóda maxima vierohodnosti a zovšeobecnená metóda momentov.

Hoci je skutočnosť, že sa regióny, štáty či mestá, fungujúce spolu v jednom hospodárskom priestore navzájom ovplyvňujú viacmenej očividná, tradičné modely tento fakt nezohľadňujú.

¹podľa (Anselin, 1999) a (LeSage, 1998)

1.1 Priestorové efekty

Rozlišujeme dva priestorové efekty, a to priestorovú závislosť (autokoreláciu) a priestorovú rôznorodosť (heterogenitu).

1.1.1 Priestorová závislosť

Priestorovú závislosť môžeme formálne vyjadriť ako:

$$y_i = f(y_j), \quad j = 1, \dots, n, \quad j \neq i \quad (1.1)$$

Alternatívne môžeme uvažovať priestorovú autokoreláciu, teda podobnosť hodnôt súvisiacu s podobnosťou polohy:

$$Cov(y_i, y_j) = E(y_i \cdot y_j) - E(y_i) \cdot E(y_j) \neq 0, \quad j = 1, \dots, N \quad (1.2)$$

Prečo očakávame závislosť hodnôt jednotlivých pozorovaní na hodnotách ostatných? Administratívne hranice, ktorým podliehajú zozbierané údaje, nemusia vždy presne vystihovať skutočný charakter dáta-generujúceho procesu. Typickým príkladom je zamestnanosť - pracovný sila je pomerne mobilná a pracovisko jednotlivcov sa často odlišuje od ich bydliska, pričom nemusia patriť ani do rovnakého regiónu. Navyše, priestorový aspekt je dôležitou súčasťou regionálneho modelovania. Faktory určujúce celkový charakter hospodárstva regiónu, ako formovanie obchodu, vznik pracovných miest, budovanie infraštruktúry, sú významnou mierou ovplyvnené jeho geografickou polohou a vzdialenosťou od ostatných regiónov.

Štandardné modelovanie hľadá funkčnú závislosť medzi vysvetľovanou premennou y a k regresormi x , $y_i = f(x_1^1, x_1^2, \dots, x_1^k)$ pomocou lineárnej regresnej rovnice

$$y_i = X_i \beta + \varepsilon_i, \quad j = 1, \dots, n \quad (1.3)$$

kde i označuje región, $i = 1, \dots, n$, y_i je hodnota vysvetľovanej premennej, X_i je $(1 \times k)$ vektor vysvetľujúcich premených, β príslušný vektor koeficientov

a ε_i náhodná chyba. Vektor koeficientov β sa získa metódou najmenších štvorcov.

Ak chceme do rovnice zahrnúť vzájomné ovplyvňovanie sa, teda závislosť hodnôt vysvetľovanej premennej v jednej lokalite od hodnôt v iných lokalitách, ako je špecifikovaná v rovnici (1.1), musíme na pravú stranu rovnice pridať člen y_j . Porušíme tým jeden z predpokladov Gauss-Markovovej vety, a to, že hodnoty regresorov - vysvetľujúcich premenných musia byť nestochastické. Metóda najmenších štvorcov v takom prípade musí byť nahradená inou technikou odhadovania koeficientov modelu (bližšia špecifikácia neskôr).

1.1.2 Priestorová rôznorodosť

Priestorová rôznorodosť spôsobuje štrukturálnu nestabilitu modelovaného vzťahu. V najvyššobecnnejšom prípade môžeme uvažovať odlišnú funkčnú závislosť pre každú pozorovanú jednotku (región), v prípade štandardného lineárneho regresného vzťahu teda:

$$y_i = X_i\beta_i + \varepsilon_i, i = 1, \dots, n \quad (1.4)$$

Oproti rovnici (1.3) tentoraz uvažujeme vektor β_i odlišný pre každé pozorovanie i . Uvedené množstvo koeficientov je však príliš vysoké na daný počet pozorovaní. Je preto nutné znížiť ich počet, napr. identifikáciou niekoľkých skupín, v ktorých existuje jednotná funkčná závislosť (napr. pri analýze kontinentu hľadať regresné vzťahy pre jednotlivé štáty).

Ďalšou možnosťou je uvažovanie jednotného regresného vzťahu s nekonštantnou varianciou chýb, teda heteroskedasticitou, pričom je žiadúce, aby sa variancia dala popísať relatívne nízkym počtom parametrov. V oboch prípadoch sa s danými záležitosťami dá vysporiadať pomocou štandardných ekonometrických metód, je však výhodnejšie explicitne uvažovať priestorovú

heterogénnosť. Dôvodom je, že geografická poloha pozorovaní je kľúčovou v určení konkrétnej formy nestability (variancie reziduí) a tiež fakt, že heteroskedasticita môže byť ťažšie odlišiteľná od priestorovej autokorelácie, kedy už štandardné metódy nestačia (napr. v prípade prítomnosti zhlukov extrémnych hodnôt reziduí).

1.2 Zahrnutie priestoru do modelu

1.2.1 Priestorové váhy a priestorový posun

Už sme spomenuli, že pri regionálnych analýzach sa skúmajú jednotky fungujúce spolu v istom (hospodárskom) priestore, kde sa navzájom ovplyvňujú. Je teda nutné zaoberať sa špecifikáciou funkčnej závislosti definovanej v rovnici (1.1), čím vznikne možnosť zakomponovať ju do regresnej rovnice (1.3). Ponúka sa zavedenie „priestorovo posunutej“ hodnoty premennej, hľadajúc analógiu s časovými radmi. Avšak, zatiaľ čo pri posune po (jednorozmernej) časovej osi niet nejednoznačnosti, v priestore zavedenie operátora priestorového posunu (spatial lag)² nie je také priamočiare. Definuje sa ako vážený priemer náhodných premenných v „susedných“ lokalitách. Formálne vyjadríme priestorový posun premennej y pre jednotku i takto:

$$[Wy]_i = \sum_{j=1}^n w_{ij} \cdot y_j \quad (1.5)$$

kde W je $n \times n$ matica priestorových váh. Pre každé pozorovanie i (ako riadok matice W) pridáme prvkom w_{ij} nenulové hodnoty práve vtedy, ak budeme príslušnú jednotku j považovať za suseda jednotky i . Kľúčovým je v tomto prípade definovanie susednosti, resp. množiny susedov pre každú lokalitu.

²Vzhľadom na to, že danej problematike ešte nebol venovaný priestor v slovenskej odbornej literatúre a zatiaľ teda nie je vyvinutá ustálená slovenská terminológia, považujeme za vhodné uvádzať aj anglické pomenovania niektorých kľúčových pojmov.

1.2.2 Matica priestorových váh

Je potrebné, aby matica priestorových váh bola nestochastická a voči ostatným premenným v modeli exogénna. Preto sa najčastejšie vytvára na základe geografického rozloženia pozorovaní v priestore, teda na základe ich vzájomnej polohy, resp. vzdialenosti. Na diagonále bude mať táto matica nuly. Spôsobov, ako určiť jej mimodiagonálne prvky, existuje viacero:

- pomocou spoločnej hranice - jednoduchú binárnu maticu získame tak, že v prípade existencie spoločnej hranice pridelíme príslušnému regiónu jednotku, inak nulu. Ďalšou možnosťou je prideliť každému prvku v riadku i hodnotu pomeru hranice regiónov i a j k celkovej dĺžke hraníc regiónu i .
- pomocou vzdialenosti - nenulové váhy získajú tie regióny, ktoré sú od regiónu i vzdialené menej ako zvolená hranica. (Často to býva napr. horný kvartil všetkých vzdialeností.) Veľkosti váh môžu byť jednoducho jednotky alebo prevrátené hodnoty vzájomnej vzdialenosti dvojice regiónov. Pri definícii vzdialenosti regiónov existuje niekoľko volieb - môžeme uvažovať vzdialenosť ich najbližších bodov, ekonomických resp. administratívnych centier, alebo ťažísk.
- k najbližších susedov - jednotky (resp. hodnotu $1/k$) pridelíme k najbližším susedom regiónu i .

Takúto maticu potom môžeme normalizovať. Riadková normalizácia bude mať za následok ekvalizáciu vplyvu ostatných regiónov spolu na každý región, zatiaľčo stĺpcová normalizácia ekvalizuje vplyv každého regiónu na všetky ostatné.

1.3 Priestorové regresné modely

Do štandardných lineárnych regresných modelov sa dá priestorová závislosť zapracovať dvoma odlišnými spôsobmi - ako ďalší regresor vo forme priestorovo posunutej závislej premennej Wy , alebo ako prostriedok na vysporiadanie sa s neštandardne sa správajúcimi reziduami ($E[\varepsilon_i \varepsilon_j] \neq 0$) - teda s heteroskedasticitou.

1.3.1 Model s priestorovým posunom

Formálne sa dá model s priestorovým posunom (spatial lag model), alebo zmiešaný regresný, priestorovo autoregresný model, zapísať nasledovne

$$y = \rho Wy + X\beta + \varepsilon \quad (1.6)$$

kde y je vysvetľovaná (závislá) premenná, W je matica priestorových váh, ρ je priestorovo autoregresný koeficient, X je matica vysvetľujúcich premených (regresorov), β je vektor koeficientov a ε náhodná chyba (pričom uvažujeme, že chyby sú nezávislé a rovnako rozdelené).

Takýto model sa používa, ak je cieľom vyhodnotenie existencie a sily endogénnych priestorových interakcií. Rozhodnutie, spôsob, akým sa uvažovaný priestorový objekt (región) bude správať, závisí od spôsobu správania sa ostatných (najmä susedných) objektov. Uvažujeme aj vplyv lokálnych (exogénnych) charakteristík daného regiónu na vysvetľovanú premennú. Hovoríme o tzv. podstatnej priestorovej závislosti (substantive spatial dependence).

1.3.2 Model s priestorovými chybami

Model s priestorovými chybami (spatial error model) zohľadňuje priestorovosť v rámci špecifikácie reziduí -

$$y = X\beta + \varepsilon, \quad \varepsilon = \lambda W\varepsilon + u \quad (1.7)$$

pričom u už sú reziduá, ktoré sa správajú štandardne a autoregresný koeficient týkajúci sa reziduí sa zvykne označovať ako λ .

Táto forma modelu sa používa v prípade, že nepredpokladáme podstatnú interakciu vrámci pozorovaní (regiónov), snažíme sa však korigovať vplyv priestorovej autokorelácie, ktorá vzniká v dôsledku použitia priestorovo usporiadaných pozorovaní a môže viesť ku heteroskedasticite. V tomto prípade hovoríme o tzv. obťažujúcej priestorovej závislosti (nuisance dependence).

Keďže $\varepsilon = (I - \lambda W)^{-1}u$, a $y = X\beta + (I - \lambda W)^{-1}u$, model (1.7) môžeme ekvivalentne zapísať ako

$$y = \lambda W y + X\beta - \lambda W X\beta + \varepsilon, \quad (1.8)$$

čo je špeciálna forma modelu s priestorovým posunom, ktorý je obohatený o člen WX , ktorý predstavuje priestorovo posunuté exogénne premenné. Tento model musí spĺňať k (k je rozmer vektoru β) ohraničenie na koeficienty - súčin priestorového autoregresného koeficientu a regresných koeficientov pri člene X sa musí rovnať regresným koeficientom pri WX - tzv. hypotézu o spoločnom faktore (common factor hypothesis). Zahrnutie člena WX do rovnice možno interpretovať aj ako uvažovanie exogénnych interakčných efektov. Rozhodnutia a správanie sa regiónu je v tomto prípade ovplyvnené exogénnymi charakteristikami (premenné X) ostatných regiónov.

Takýto model sa zvykne nazývať aj **priestorový Durbinov model** (spatial Durbin model) alebo priestorový model so spoločným faktorom (spatial common factor model).

Ako sme už spomenuli, na odhadovanie modelov sa používa metóda maximálnej vierohodnosti. Konkrétny tvar vierohodnostnej funkcie sa konštruje na základe predpokladu normality reziduí ε z rovnice (1.6) pri SAR modeli, resp. u pri SEM modeli (1.7). Odvodenie odhadov koeficientov modelu je popísané v práci (Kuricová, 2010), str. 24 - 26, odkazujeme preto čitateľa na

túto prácu. V ďalšej časti tejto kapitoly popíšeme odvodenie odhadov pre panelové dáta, ktoré budeme ďalej používať.

Matice $(I - \rho W)$, $(I - \lambda W)$, ktoré sa vyskytujú v (1.6), (1.7) resp. (1.8), musia byť regulárne. V prípade symetrickej matice priestorových váh W to znamená, že $\rho, \lambda \in (1/\omega_{min}, 1/\omega_{max})$, kde ω_{min} , ω_{max} sú najmenšie resp. najväčšie vlastné číslo matice W . To je pre koeficienty získané metódou maximálnej virohodnosti splnené. Na odhadovanie koeficientov sa dá použiť aj zovšeobecnená metóda momentov. Jej výhodou je, že nepotrebuje predpoklad normality reziduí. Nevýhodou predstavuje možnosť, že odhady koeficientov ρ, λ nemusia spĺňať vyššie uvedené ohraničenie. V práci budeme používať metódu maximálnej virohodnosti.

1.3.3 Voľba správneho modelu

Je možné začať so štandardným nepriestorovým modelom (1.3) a následne testovať, či je vhodné rozšíriť ho na niektorý z priestorových modelov. Ide o tzv. „prístup od konkrétneho ku všeobecnému“ (specific-to-general). Existuje niekoľko testovacích štatistík, ktoré sa na tento účel používajú. Uvedme si 2 štatistiky z triedy LM-testov (Lagrange Multiplier), na ktorých konštrukciu stačí urobiť odhad nepriestorového modelu metódou maximálnej virohodnosti.

LM_{err} testuje správnosť použitia nepriestorového modelu oproti alternatívne modelu s priestorovými chybami.

$$LM_{err} = [e'W e / (e'e/N)]^2 / [tr(W^2 + W'W)] \sim \chi^2(1) \quad (1.9)$$

LM_{lag} testuje správnosť použitia nepriestorového modelu oproti alternatívne modelu s priestorovými chybami.

$$LM_{lag} = [e'W y / (e'e/N)]^2 / D \sim \chi^2(1) \quad (1.10)$$

kde $D = [(WX\beta)'(I - X(X'X)^{-1}X')(WX\beta)/\sigma^2] + tr(W^2 + W'W)$.

Podobnosť modelov (1.6) a (1.7), resp (1.8) spôsobuje problémy pri hľadaní

správnej špecifikácie modelu. Testy obsahujúce ako alternatívu model s priestorovým posunom budú mať kvôli uvedenej podobnosti silu aj voči alternatíve modelu s priestorovými chybami a naopak.

Iným prístupom je možnosť na začiatku zostaviť priestorový Durbinov model ako najvšeobecnejšiu možnosť.

$$y = \rho W y + X\beta + WX\theta + \varepsilon, \quad (1.11)$$

Testovaním platnosti reštrikcií na jeho koeficienty pomocou Waldovho testu potom zistíme, či je možné model zjednodušiť (general-to-specific prístup).

- $H_0 : \theta = 0$

V prípade platnosti tejto hypotézy zamietame priestorový Durbinov model v prospech modelu s priestorovým posunom.

- $H_0 : \theta + \rho\beta = 0$

Táto hypotéza testuje priestorový Durbinov model oproti modelu s priestorovými chybami.

Pokiaľ nezamietame ani jednu z uvedených hypotéz, znamená to, že musíme zostať pri priestorovom Durbinovom modeli.

Metódy priestorovej ekonometrie zatiaľ nie sú zakomponované do komerčných modelovacích softvérov (E-Views a pod.). Modely pre prierezné dáta sa dajú odhadnúť pomocou kódov pre Matlab, ktoré poskytuje zadarmo James P. LaSage na stránke <http://www.spatial-econometrics.com/>

Možné je tiež použiť softvér R, ktorý obsahuje balík metód priestorovej ekonometrie. V tejto práci budeme používať softvér Matlab.

1.4 Modely pre panelové dáta

V tejto časti sa budeme venovať špecifikácii, odhadovaniu a testovaniu modelov pre panelové dáta³, ktoré budeme v práci ďalej používať. Uvažujme najprv jednoduchý model pre panelové dáta so špecifickými efektami, bez efektov priestorovej interakcie.

$$y_{it} = x_{it}\beta + v_{it} \quad (1.12)$$

kde i je index označujúci prierezový rozmer (priestorové objekty), $i = 1, \dots, N$,

t je index označujúci časový rozmer (časové obdobia), $t = 1, \dots, T$,

y_{it} je hodnota závislej premennej pre objekt i v čase t ,

x_{it} je $(1, K)$ vektor nezávislých premenných pre objekt i v čase t ,

β je prislúchajúci $(K, 1)$ vektor neznámych parametrov,

pričom chybový člen v_{it} sa uvažuje v tvare

$$v_{it} = \mu_i + \delta_t + \varepsilon_{it} \quad (1.13)$$

kde μ_i je nepozorovateľný priestorový (resp. individuálny) špecifický efekt,

δ_t je nepozorovateľný časový špecifický efekt (tieto efekty sú voliteľné - môžeme uvažovať jeden z nich, obidva, alebo žiaden),

ε_{it} označuje zvyškové reziduum a správa sa ako chybový člen pri štandardných regresných modeloch.

Priestorovo-špecifické efekty sú časovo invariantné a zavádzajú sa za účelom kontroly faktorov, ktoré sú charakterické pre každý objekt a nie sú zahrnuté do regresie. Časovo-špecifické efekty sú priestorovo invariantné a zavádzajú sa za účelom kontroly faktorov, ktoré sú charakteristické pre každé časové obdobie.

Špecifické efekty je možné uvažovať dvojakým spôsobom, a to ako fixné efekty alebo ako náhodné efekty. V prípade, že sa rozhodneme pre **fixné efekty**, pokladáme μ_i , δ_t za fixné parametre, ktoré treba odhadnúť. Do

³Podľa (Baltagi, 2005)

regresie ich zahrnieme tak, že každému priestorovému objektu priradíme dummy premennú. Takýto tvar modelu je vhodný, ak skúmame konkrétnu skupinu N objektov, napr. N štátov (regiónov) istej oblasti, N odvetví daného hospodárstva a pod. Ide teda o vzorku s jasným počtom pozorovaných objektov, pričom každému prisudzujeme isté individuálne faktory nezahrnuté do regresie. Platí, že x_{it} sú nezávislé od ε_{it} pre všetky i a t , $\varepsilon_{it} \sim IID(0, \sigma_\varepsilon^2)$.

Ak je objektom nášho záujmu väčšia skupina (populácia) a skúmame ju pomocou N (reprezentatívnych) jednotiek náhodne z nej zvolených, je vhodné považovať μ_i za **náhodné efekty**. V tomto prípade by sme mali byť potenciálne schopní skúmať nekonečný počet jednotiek. Takáto špecifikácia sa používa v prípade modelovania správania sa domácností, jednotlivcov a pod. V tomto prípade $\mu_i \sim IID(0, \sigma_\mu^2)$, $\varepsilon_{it} \sim IID(0, \sigma_\varepsilon^2)$ a μ_i sú nezávislé od ε_{it} . Navyše, x_{it} sú nezávislé od μ_i a ε_{it} . Časovo-špecifické efekty sa za náhodné nezvyknú považovať.

Kontroverznou zostáva otázka správnosti a vhodnosti použitia náhodných efektov v prípade regionálneho (resp. priestorového) modelovania, keďže ide o typický príklad jednoznačného počtu objektov, ktoré nie sú vyberané náhodne. Správnosť použitia náhodných efektov oproti alternatíve fixných efektov sa testuje Hausmanovým testom.

$$H = (\hat{\beta}_{FE} - \hat{\beta}_{RE})'(var(\hat{\beta}_{RE}) - var(\hat{\beta}_{FE}))^{-1}(\hat{\beta}_{FE} - \hat{\beta}_{RE}) \sim \chi^2(k) \quad (1.14)$$

Pred tým, ako pristúpime k priestorovo-ekonometrickým modelom pre panelové dáta, pokladáme za vhodné ešte doplniť niekoľko poznámok.

Priestorové (individuálne) fixné efekty sa dajú konzistentne odhadnúť len pre dostatočne veľké T (počet pozorovaných období). Tento problém sa rieši elimináciou μ_i z odhadovanej rovnice a to tak, že sa premenné transformujú na odchýlky od priemeru daného objektu (bližšie rozoberieme pri popise techniky odhadov). Časové fixné efekty, δ_t , sa eliminujú transformáciou premenných na odchýlky od priemeru daného obdobia. Potenciálna nekonzistentnosť sa tak neprenáša do odhadu ostatných parametrov. Fixné efekty

sa teda uvažujú ako premenná, ktorá skôr zachytáva, ako vysvetľuje variáciu medzi objektami v priestore (resp. medzi časovými obdobiami) a ich veľkosť sa nezvykne interpretovať. Pre väčší počet uvažovaných objektov resp. časových období vzniká tiež problém pri ich prezentácii.⁴

Pokiaľ máme premennú, ktorá vykazuje nízku variabilitu v čase a individuálne fixné efekty, potom transformáciou táto premenná nadobudne veľmi nízke hodnoty, čo môže spôsobiť problém pri odhadovaní príslušného koeficientu. Premenná, ktorá sa v čase nemení, sa odhadnúť nedá vôbec. Podobné je to pri premennej, ktorá je rovnaká pre všetky pozorované jednotky a pri použití časových efektov.

Podobne ako pri prierezových dátach, aj pri panelových môžeme testovať zahrnutie priestorovosti do modelu pomocou Lagrange Multiplier testov, ktoré sa konštruujú z reziduí a odhadnutých koeficientov nepriestorových modelov.

$$LM_{lag} = \frac{[e'(I_T \otimes W)Y/\sigma^2]^2}{J} \quad LM_{err} = \frac{[e'(I_T \otimes W)e/\sigma^2]^2}{TT_W}$$

symbol \otimes označuje Kroneckerov súčin a matice J , T_W sú definované nasledovne:

$$J = \frac{1}{\sigma^2} [((I_t \otimes W)X\hat{\beta})'(I_{NT} - X(X'X)^{-1}X')(I_T \otimes W)X\hat{\beta} + TT_W\sigma^2]$$

$$T_W = tr(WW + W'W)$$

V tomto prípade tiež platí, že LM_{lag} test má silu aj voči alternatíve priestorových chýb a LM_{err} voči alternatíve priestorového posunu. Preto boli vyvinuté aj verzie týchto testov robustné voči druhej možnosti.

$$robLM_{lag} = \frac{[e'(I_T \otimes W)Y/\sigma^2 - e'(I_T \otimes W)e/\sigma^2]^2}{J - TT_W}$$

$$robLM_{lag} = \frac{[e'(I_T \otimes W)e/\sigma^2 - TT_W/J \otimes e'(I_T \otimes W)Y/\sigma^2]^2}{TT_W[I - TT_W/J]}$$

⁴Z uvedených dôvodov nebudeme fixné efekty uvádzať v tabuľkách obsahujúcich výstupy z regresii.

1.5 Modely priestorovej ekonometrie pre panelové dáta

Táto časť je spracovaná podľa (Elhorst, 2010a, 2010b, 2010c).⁵ Predstavíme si v nej panelový model s priestorovým posunom, priestorový Durbinov model a model s priestorovými chybami.

1.5.1 Panelový model s priestorovým posunom

Uvažujme model s individuálnymi fixnými efektami:

$$y_{it} = \rho \sum_{j=1}^N w_{ij} y_{jt} + x_{it} \beta + \mu_i + \varepsilon_{it} \quad (1.15)$$

Zlogaritmovaná funkcia vierohodnosti modelu je:

$$\text{Log}L = -\frac{NT}{2} \log(2\pi\sigma^2) + T \log |I_N - \rho W| - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (y_{it} - \rho \sum_{j=1}^N w_{ij} y_{jt} - x_{it} \beta - \mu_i)^2 \quad (1.16)$$

Funkciu budeme maximalizovať. Z podmienok prvého rádu dostávame:

$$\mu_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (y_{it} - \rho \sum_{j=1}^N w_{ij} y_{jt} - x_{it} \beta) \quad (1.17)$$

Aj v tomto prípade teda platí štandardný spôsob výpočtu fixných efektov. Dosadením μ_i do rovnice (1.15) získame funkciu log L závislú od parametrov β, ρ, σ^2 :

$$\text{Log}L = -\frac{NT}{2} \log(2\pi\sigma^2) + T \log |I_N - \rho W| - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (y_{it}^* - \rho [\sum_{j=1}^N w_{ij} y_{jt}]^* - x_{it}^* \beta)^2 \quad (1.18)$$

s transformovanými premennými

$$y_{it}^* = y_{it} - \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T y_{it} \quad x_{it}^* = x_{it} - \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T x_{it}. \quad (1.19)$$

⁵Paul Elhorst poskytuje zadarmo kódy pre Matlab pre modely priestorovej ekonometrie s panelovými dátami na stránke <http://www.regroiningen.nl/elhorst/spatialeconometrics.shtml>

Odhady parametrov β, ρ, σ^2 získame takto:

Pozorovania usporiadame ako T po sebe nasledujúcich prierezov s N objektami, čím získame NT-rozmerné vektory Y^* , $(I_T \otimes W)Y^*$ a (NT,K)-rozmernú maticu X^* transformovaných premenných. Ďalej urobme regresiu Y^* a $(I_T \otimes W)Y^*$ na X^* , čím získame koeficienty b_0, b_1 a reziduá e_0^*, e_1^* . Odhad parametra ρ získame maximalizáciou funkcie:

$$\text{Log}L = C - \frac{NT}{2} \log[(e_0^* - \rho e_1^*)'(e_0^* - \rho e_1^*)] + T \log |I_N - \rho W|, \quad (1.20)$$

pričom konštanta C nezávisí od ρ . Výsledok, parameter ρ získame numericky a použijeme ho na určenie ostatných parametrov.

$$\beta = b_0 - \rho b_1 = (x^{*'} X^*)^{-1} X^* [Y^* - \rho (I_T \otimes W) Y^*] \quad (1.21)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{NT} (e_0^* - \rho e_1^*)' (e_0^* - \rho e_1^*) \quad (1.22)$$

Asymptotická variančno-kovariančná matica parametrov (β, σ^2, ρ) má tvar: $\text{Var}(\beta, \sigma^2, \rho) =$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma^2} X^{*'} X^* & \frac{1}{\sigma^2} X^{*'} (I_T \otimes (\tilde{W})) X^* \beta & 0 \\ \cdot & T \cdot \text{tr}((\tilde{W})(\tilde{W}) + (\tilde{W})'(\tilde{W})) + \frac{1}{\sigma^2} (\beta X^*)' (I_T \otimes (\tilde{W})'(\tilde{W})) X^* \beta & \cdot \\ 0 & \frac{T}{\sigma^2} \text{tr}(\tilde{W}) & \frac{NT}{2\sigma^4} \end{bmatrix}$$

pričom $(\tilde{W}) = W(I_N - \rho W)^{-1}$. Matica je symetrická, mohli sme preto vynechať niektoré členy.

V prípade uvažovania časových efektov použijeme namiesto (1.19) transformáciu

$$y_{it}^* = y_{it} - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_{it} \quad x_{it}^* = x_{it} - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_{it}, \quad (1.23)$$

v prípade časových aj individuálnych efektov

$$\begin{aligned} y_{it}^* &= y_{it} - \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T y_{it} - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_{it} + \frac{1}{NT} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T y_{it} \\ x_{it}^* &= x_{it} - \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T x_{it} - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_{it} + \frac{1}{NT} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T x_{it} \end{aligned} \quad (1.24)$$

1.5.2 Panelový priestorový Durbinov model

Model s individuálnymi a časovými fixnými efektami má tvar:

$$y_{it} = \rho \sum_{i=1}^N w_{ij} y_{jt} + x_{it} \beta + \left[\sum_{i=1}^N w_{ij} x_{jt} \right]_{it} \theta + \mu_i + \delta_t + \varepsilon_{it} \quad (1.25)$$

Priestorový Durbinov model sa odhaduje rovnako ako model s priestorovým posun, pričom maticu X uvažujeme v tvare $[X, WX]$ a vektor koeficientov β pri exogénnych premenných v tvare $[\beta, \theta]$.

1.5.3 Panelový model s priestorovými chybami

$$y_{it} = x_{it} \beta + \mu_i + \varepsilon_{it}, \quad \varepsilon_{it} = \lambda \sum_{i=1}^N w_{ij} \varepsilon_{jt} + u_{it} \quad (1.26)$$

Zlogaritmovaná funkcia vierohodnosti modelu má tvar:

$$\begin{aligned} \text{Log} L &= -\frac{NT}{2} \log(2\pi\sigma^2) + T \log |I_N - \lambda W| \\ &- \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (y_{it}^* - \rho \left[\sum_{j=1}^N w_{ij} y_{jt} \right]^* - (x_{it}^* - \lambda \left[\sum_{j=1}^N w_{ij} x_{jt} \right]^*) \beta)^2 \end{aligned} \quad (1.27)$$

Pri danom λ získame odhady parametrov β a σ^2 maximalizáciou vierohodnosti z podmienok prvého rádu.

$$\beta = ([X^* - \lambda(I_T \otimes W)X^*]' [X^* - \lambda(I_T \otimes W)X^*])^{-1} [X^* - \lambda(I_T \otimes W)X^*]' [Y^* - \lambda(I_T \otimes W)Y^*] \quad (1.28)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{NT} e(\lambda)' e(\lambda) \quad (1.29)$$

kde $e(\lambda) = Y^* - \lambda(I_T \otimes W)Y^* - [X^* - \lambda(I_T \otimes W)X^*]\beta$. Po dosadení β a σ^2 nadobúda $\text{Log} L$ ako funkcia parametra λ tvar:

$$\text{Log} L = \frac{-NT}{2} \log[e(\lambda)' e(\lambda)] + T \log |I_N - \lambda W| \quad (1.30)$$

Maximalizáciou tejto funkcie získame odhad parametra λ pri danom β a σ^2 . Môžeme zaviesť iteratívnu procedúru, kde sa budú striedavo odhadovať parametre β, σ^2 a λ . Proces ukončíme, keď nastane konvergencia. Asymptotická variančno-kovariančná matica parametrov $(\beta, \sigma^2, \lambda)$ má tvar:

$Var(\beta, \sigma^2, \lambda) =$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma^2} X^{*'} X^* & 0 & 0 \\ 0 & T \cdot tr((\tilde{W})(\tilde{W}) + (\tilde{W})'(\tilde{W})) & \frac{T}{\sigma^2} tr(\tilde{W}) \\ 0 & \frac{T}{\sigma^2} tr(\tilde{W}) & \frac{NT}{2\sigma^4} \end{bmatrix}$$

pričom $(\tilde{W}) = W(I_N - \lambda W)^{-1}$. Individuálne fixné efekty určíme štandardným spôsobom: $\mu_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (y_{it} - x_{it}\beta)$.

Odvedenia odhadov koeficientov modelov s náhodnými efektami neuvádzame, možno ich nájsť v práci (Elhorst, 2010a).

1.5.4 Porovnávanie a hodnotenie modelov

Na vyhodnocovanie schopnosti modelu vysvetliť dáta sa používajú 2 koeficienty s rôznou interpretáciou, a to koeficient determinácie R^2 a štvorec korelačného koeficientu medzi skutočnými a odhadnutými hodnotami $corr^2$.

$$R^2(e) = \frac{1 - e'e}{(Y - \bar{Y})'(Y - \bar{Y})} \quad (1.31)$$

$$corr^2(Y, \hat{Y}) = \frac{[(Y - \bar{Y})'(\hat{Y} - \bar{Y})]^2}{[(Y - \bar{Y})'(Y - \bar{Y})][(\hat{Y} - \bar{Y})'(\hat{Y} - \bar{Y})]} \quad (1.32)$$

Rozdielnosť týchto dvoch koeficientov spočíva v tom, že korelačný koeficient ignoruje varianciu vysvetlenú pomocou priestorových fixných efektov. Rozdiel medzi R^2 a $corr^2$ teda vyjadruje, aká časť variancie je vysvetlená pomocou fixných efektov, pričom v mnohých prípadoch je pomerne významná.

Koeficienty nepriestorových modelov (β) sa interpretujú ako citlivosť (elasticita) závislej premennej na zmenu vysvetľujúcej premennej. Modely priestorovej ekonometrie však uvažujú aj vzájomné ovplyvňovanie sa objektov. Efekt zmeny vysvetľujúcej premennej (v objekte i) tak môže byť dvojaký - priamy, t.j. vyvolávajúci zmenu závislej premennej v príslušnom

objekte (i), a nepriamy, t.j. vyvolávajúci zmenu závislej premennej v ostatných objektoch.

Priame efekty vysvetľujúcej premennej sa však nerovnajú „iba“ odhadnutému koeficientu β_k prislúchajúcemu k -tej vysvetľujúcej premennej. Dôvodom je spätná väzba, ktorá vzniká ako dôsledok zmeny tejto premennej v lokalite i , ktorá ovplyvnila susedné objekty a tie zas spätne ovplyvnili objekt i . Nepriame efekty sa podobne nerovnajú len koeficientu θ_k . Konkrétny tvar priamych a nepriamych efektov premennej x_{ik} , t.j. k -tej vysvetľujúcej premennej v objekte i na premennú Y získame z náhľadu na tvar parciálnej derivácie $\frac{\partial Y}{\partial x_{ik}}$. Uvažujme najvšeobecnejší, priestorový Durbinov model (1.25), v upravenom tvare $Y = (I - \rho W)^{-1}(X\beta + WX\theta) + C$ kde C je konštanta obsahujúca reziduá a fixné efekty, ktoré nezávisia od vysvetľujúcich premenných, v tomto prípade ich teda nemusíme uvažovať.

$$\left[\begin{array}{cc} \frac{\partial Y}{\partial x_{1k}} & \cdot & \frac{\partial Y}{\partial x_{Nk}} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{cc} \frac{\partial y_1}{\partial x_{1k}} & \cdot & \frac{\partial y_1}{\partial x_{Nk}} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \frac{\partial y_N}{\partial x_{1k}} & \cdot & \frac{\partial y_N}{\partial x_{Nk}} \end{array} \right] = (I - \rho W)^{-1} \left[\begin{array}{cccc} \beta_k & w_{12}\theta_k & \cdot & w_{1N}\theta_k \\ w_{21}\theta_k & \beta_k & \cdot & w_{2N}\theta_k \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ w_{N1}\theta_k & w_{N2}\theta_k & \cdot & \beta_k \end{array} \right]$$

Diagonálne prvky matice parciálnych derivácií predstavujú priame efekty, mimodiagonálne zas nepriame a pre každý objekt $i = 1, \dots, N$ sú rozdielne, čo spôsobuje problém s ich prezentáciou. Preto sa uvádza jedna miera popisujúca priame efekty premennej x_k ako priemer diagonálnych prvkov matice parciálnych derivácií $\frac{\partial Y}{\partial x_{ik}}$ a miera pre nepriame efekty ako priemer riadkových súčtov mimodiagonálnych prvkov tejto matice. Vidíme, že nepriame efekty sú nulové, pokiaľ $\rho = 0$ a $\theta = 0$, teda v prípade modelu s priestorovými chybami. Model s priestorovým posunom a priestorový Durbinov model uvažujú oba typy efektov.

Spôsob určenia signifikantnosti priamych a nepriamych efektov môže čitateľ nájsť v (Elhorst, 2010c), str. 9, alebo (LeSage, Pace, 2009), str. 39.

Kapitola 2

Ekonomický rast

Fenomén ekonomického rastu, ako kľúčový faktor zvyšovania životnej úrovne obyvateľstva, sa postupne stal azda najčastejším objektom ekonometrických štúdií. V tejto kapitole uvedieme niekoľko možností jeho modelovania.

2.1 Absolútna a podmienená konvergencia

Jednoduchý spôsob, akým môže byť ekonomický rast modelovaný, je tzv. β -konvergencia. Chudobné krajiny by mali rásť rýchlejšie ako bohaté. Malo by teda dochádzať ku konvergencii HDP krajín. (Ukazuje sa, že celosvetovo krajiny nekonvergujú a tento jav nastáva najmä medzi štátmi s určitými podobnými kultúrnymi, spoločenskými a historicko-politickými charakteristikami. Ide napr. o štáty EÚ, USA alebo prefektúry Japonska.) Regresná rovnica modelu ekonomického rastu v tomto prípade vyzerá nasledovne.

$$g_y = \beta_0 + \beta_1 \cdot y_0 + \varepsilon \quad (2.1)$$

Rast g_y závisí od jedinnej premennej - počiatočnej hodnoty hdp y_0 , ktorá vyjadruje veľkosť bohatstva danej krajiny. Používa sa aj pojem absolútna alebo nepodmienená konvergencia. Krajiny však môžu konvergovať k vlastným stabilným hodnotám HDP (k potenciálnemu produktu), ktoré nemusia

byť pre všetky rovnaké. Na tomto základe vznikla idea podmienenej konvergenca. Do regresnej rovnice sa pridávajú premenné, ktoré určujú stabilný stav ekonomiky - miera úspor s , miera opotrebenia fyzického kapitálu δ , miera rastu obyvateľstva n . Regresná rovnica má potom tvar:

$$g_y = \beta_0 + \beta_1 y_0 + \beta_2 s + \beta_3 (n + \delta) + \beta_4 A + \varepsilon, \quad (2.2)$$

ktorý vychádza zo základnej rovnice Solow-Swanovho modelu a jej odvodenie sme popísali v bakalárskej práci (Slobodníková, 2009). Okrem vyššie uvedených premenných sa v nej nachádza aj A . Táto premenná pochádza z Cobb-Douglasovej produkčnej funkcie uvažovanej v tvare $Y = AK^\alpha L(1-\alpha)$ a zahŕňa ovplyvňovanie outputu Y , ktoré nie je popísané vstupmi K , L . Je teda dostatočne široko definovaná, aby sa pomocou nej dala rovnica modelu modifikovať a obsahovala premenné, ktoré sa zdajú byť relevantné v súvislosti s ekonomickým rastom.

Autori do svojich štúdií ekonomického rastu zvyknú pridávať napr. otvorenosť ekonomiky, podiel priemyslu na HDP (Mashur, 2005), vzdelanosť obyvateľstva (investície do ľudského kapitálu). Predmetom štúdií tiež býva vplyv istej špecifickej premennej na ekonomický rast, napr. štrukturálnych fondov EÚ (Dall'erba, LeGallo, 2008), miery finančnej integrácie (Osada, Saito, 2010).

2.2 Regionálne modelovanie ekonomického rastu

Rozdiely v životnej úrovni existujú aj v rámci krajín, na úrovni jednotlivých častí (regiónov, krajov a pod.). Je preto žiaduce sledovať determinanty ekonomického rastu na úrovni menšej, ako sú samotné krajiny. V našej práci sa zameriame na regióny NUTS 3 (na Slovensku im zodpovedajú vyššie územné celky, teda kraje). Metódy priestorovej ekonometrie nám umožnia detailnejšie sa pozrieť na interakciu medzi regiónmi. Je vhodné si uvedomiť, že v tomto prípade môžu byť podstatnými determinantmi rastu aj iné premenné,

a to také, ktoré skutočne formujú podobu hospodárstva regiónov a odlišujú ich od ostatných. (Úspory domácností sa pomocou bánk premieňajú na investície, nie sú však viazané na región. Miera opotrebenia fyzického kapitálu sa zvykne považovať za konštantnú ¹.)

Zaoberať sa budeme modelom použitým v článku (Falk, Sinabell, 2009) s názvom *A spatial econometric analysis of regional growth and volatility in Europe*. Tento model budeme ďalej označovať ako regionálny model.

$$\bar{\Delta}Y = f(\log(Y_0), \sigma, agr, ind, \log(dens)) \quad (2.3)$$

kde sa priemerná ročná miera rastu HDP na obyvateľa $\bar{\Delta}Y$ modeluje pomocou funkčnej závislosti od Y_0 - počiatočnej hodnoty HDP², σ - volatility rastu meranej pomocou štandardnej odchýlky rastu,³ *agr* a *ind* - podielu poľnohospodárstva a priemyslu na pridanej hodnote regiónu a *dens* - hustoty obyvateľstva.

Motiváciou je modelovať ekonomický rast ako veličinu určenú počiatočnou hodnotou hdp (idea konceptu β -konvergencie) a tiež stupňom urbanizácie. Regióny s väčším podielom vidieckych sídel (a teda s nižšou hustotou obyvateľstva) disponujú slabšou ponukou ľudského kapitálu, ktorý má tiež menej možností sa rozvíjať vzhľadom na nižší počet vzdelávacích inštitúcií. Univerzity sú primárne alokované vo veľkých mestách, pričom takto zvýhodnený región ďalej čerpá výhody v podobe absorpcie absolventov vlastným trhom práce. ⁴ Inovácie, ako prostriedok budúceho ekonomického rastu, sú determinované, okrem vyššie uvedenej hustoty obyvateľstva, aj orientáciou regiónu na poľnohospodársku resp. priemyselnú výrobu, pričom priemysel

¹(Dall'erna, LeGallo, 2008), str. 227

²Na regionálnej úrovni sa zvykne používať aj pojem hrubý regionálny produkt, zostaneme však pri označení HDP

³Osvojíme si označenie použité v originálnom článku, hoci volatility býva definovaná ako mocnina štandardnej odchýlky.

⁴podľa (Fingleton, 2001) str.206

tradične poskytuje väčší priestor na zvyšovanie produktivity práce.

Poslednou podstatnou premennou, ktorej vplyvom sa budeme v tomto modeli zaoberať, je volatilita rastu HDP, σ . Cieľom tvorcov hospodárskych politik býva „trvalo udržateľný rast“. Volatilita rastu a s ňou spojené výkyvy v hdp a zamestnanosti sú skôr neželané, keďže zamestnanosť je jednou z ekonomických veličín, ktorú obyvateľstvo pociťuje najvýraznejšie. Je preto zaujímavé sledovať vplyv volatility na rast hdp pomocou ekonometrických techník so zámerom zistiť, či je skutočne negatívny, tak ako ho vníma verejnosť, alebo naopak pozitívny.

Článok (Falk, Sinabell, 2009) konštatuje pozitívny vzťah volatility a rastu hdp, pričom skúmanou vzorkou boli NUTS 2 regióny starých štátov EÚ z obdobia 1995-2004. Pri analýze boli použité prierezové dáta. Práca obsahuje aj prehľad výsledkov ďalších štúdií zaoberajúcich sa vzťahom rastu a jeho volatilitou. Záverom je, že tento vzťah nie je jednoznačný, ako na agregovanej, tak ani na regionálnej úrovni. V prípade formulovania odporúčaní pre tvorcov hospodárskych politik je teda potrebné podrobiť cieľovú oblasť samostatnej analýze.

Vráťme sa však ešte ku konceptu absolútnej konvergenencie. V porovnaní s prakticky akýmkoľvek modelom rastu obsahujúcim okrem začiatkovej hodnoty HDP aj ďalšie vysvetľujúce premenné sa môže absolútna konvergencia na prvý pohľad zdať „príliš jednoduchým“ modelom. Pri použití panelových dát však môže regresia obsahovať aj fixné resp. náhodné efekty, ktoré majú nahrádzať nezahrnuté premenné. Zohľadnenie priestorovosti v modeli (akýmkoľvek z možných spôsobov) by v tomto smere malo tiež prispieť k vypovedacej schopnosti regresie.

Zhrnutie

Okrem rozšírenia regionálneho modelu z uvedeného článku z prierezových

na panelové dáta a jeho aplikácie na regióny vybranej oblasti (Vyšegrádskej štvorky) budeme skúmať, či idea „prílišnej jednoduchosti“ absolútnej konvergencie platí, či sa model zahŕňajúci aj urbanizáciu a volatilitu rastu ukáže ako významne lepší oproti absolútnej konvergencii.

Kapitola 3

Voľba modelu, možnosti a obmedzenia

Prirodzeným záujmom autora štúdie je zaoberať sa vývojom v jemu blízkych oblastiach. Slovensko má 8 krajov = NUTS 3 regiónov, čo je príliš nízky počet na ekonometrické modelovanie. Aj v prípade použitia panelových dát je žiaduce, aby aspoň jedna z dimenzií (časová alebo prierezová) bola „dostatočne veľká“. Rozšírime teda oblasť záujmu na regióny krajín Vyšegrádskej štvorky, ktorá spĺňa vyššie spomínané predpoklady o spoločných historicko-politických charakteristikách. Česko, Maďarsko, Poľsko a Slovensko udržiavali aj v časoch pred vstupom do Európskej únie hospodársku spoluprácu na užšej úrovni ako s ďalšími štátmi a aj po vstupe do Únie ich ekonomiky môžeme považovať za vzájomne oveľa viac prepojené ako s ostatnými krajinami. Najbližší susedia z EÚ (Rakúsko a Nemecko) udržali svoj pracovný trh uzavretý pre nových členov EÚ. S ostatnými susednými krajinami nefungujú dohody o voľnom pohybe práce a kapitálu. Vzhľadom na to, že pri priestorovo-ekonometrickej analýze je podstatným prvkom aj fyzická vzdialenosť resp. susednosť pozorovaných jednotiek, nebudeme uvažovanú oblasť Vyšegrádskej štvorky ďalej rozširovať.

Dáta sme čerpali z regionálnej databázy Eurostatu. Slovensko je na

úrovni NUTS 3 zložené z 8 regiónov, Česko 14, Maďarsko 20 a Poľsko 66. Celkovo máme teda k dispozícii 108 pozorovaných územných jednotiek. Rozsah priestorovej dimenzie bude musieť kompenzovať krátkosť tej časovej. Regionálne dáta sa vykazujú s istým oneskorením oproti agregátnym. Posledným rokom, z ktorého sú k dispozícii dáta, je rok 2008. Navyše, poľské údaje do r. 1999 nie sú kompletne, mohli sme teda používať údaje len za 10 rokov, čo znamená 9 rastov. Aj v prípade dostupnosti dát z roku 2009 by ich zahrnutie bolo problematické. Skokové prepady HDP spojené s hospodárskou krízou sa ekonometrickými technikami totiž nedajú dobre modelovať.

Pri modelovaní konvergencie hdp nie je vhodné deliť pozorované obdobie na príliš krátke časové intervaly. Ročné úseky zachytávajú skôr krátkodobé výkyvy ako dlhodobé rastové tendencie. Jedna z prvých štúdií (Islam, 1995) zaoberajúcich sa modelovaním rastu pomocou panelových dát odporúča používať 5-ročné obdobia¹. Navyše, v našom modeli používame premennú, ktorou mienime zachytávať tieto výkyvy a skúmať ich vplyv na samotný rast, a to volatilitu rastu vo forme štandardnej odchýlky rastu, ktorú tiež nemá zmysel určovať z príliš krátkeho obdobia.

Z uvedených dôvodov rozdelíme náš časový interval na úseky dlhšie ako 1 rok. Urobíme tak dvoma spôsobmi:

- na 3 obdobia - rast $GROW$ bude v tomto prípade predstavovať priemer ročných mier rastov troch po sebe idúcich rokov, podobne budeme definovať aj volatilitu rastu SD ako štandardnú odchýlku ročných mier rastov. Takto získame 3 obdobia, 1999-2002, 2002-2005, 2005-2008. Pri ostatných premenných GDP_0 , AGR , IND , $DENS$ použijeme ich hodnoty v začiatočných rokoch daného obdobia, t.j. z rokov 1999, 2002, 2005.
- na 2 obdobia - keďže chceme mať rovnako dlhé obdobia, vynecháme v tomto prípade rok 1999 a získame možnosť počítať priemer rastu zo

¹Táto práca je v súčasnosti už niekoľko tisíckrát citovaná.

štyroch rokov, teda 2000-2004 a 2004-2008.

3.1 Použité modely

Konkrétny tvar funkčnej závislosti z rovnice (2.3) bude závisieť od toho, či použijeme model s priestorovým posunom, priestorový Durbinov model alebo model s priestorovými chybami.

Model s priestorovým posunom (Spatial Lag Model)

$$grow_{it} = \rho \sum_{i=1}^N w_{ij} grow_{jt} + [\log(gdp_0), sd, agr, ind, \log(dens)]_{it} \beta + \mu_i + \delta_t + \varepsilon_{it} \quad (3.1)$$

Priestorový Durbinov model (Spatial Durbin Model)

$$grow_{it} = \rho \sum_{i=1}^N w_{ij} grow_{jt} + [\log(gdp_0), sd, agr, ind, \log(dens)]_{it} \beta \quad (3.2)$$

$$+ \left(\sum_{i=1}^N w_{ij} [\log(gdp_0), sd, agr, ind, \log(dens)]_{jt} \right)_{it} \theta + \mu_i + \delta_t + \varepsilon_{it}$$

Model s priestorovými chybami (Spatial Error Model)

$$grow_{it} = [\log(gdp_0), sd, agr, ind, \log(dens)]_{it} \beta + \mu_i + \delta_t + \varepsilon_{it}$$

$$\varepsilon_{it} = \lambda \sum_{i=1}^N w_{ij} \varepsilon_{jt} + u_{it} \quad (3.3)$$

Kde $i = 1, \dots, N$ označuje región, $t = 1, \dots, T$ príslušné časové obdobie; w_{ij} sú prvky matice priestorových váh; μ_i predstavuje individuálne efekty, δ_t časové efekty; ε_{it} resp. u_{it} sú reziduá.

$GROW$ označuje priemernú ročnú mieru rastu HDP na obyvateľa v parite kúpnej sily (PPP)²,

GDP_0 počiatočnú hodnotu HDP,

SD - volatilita rastu je meraná ako štandardná odchýlka rastu HDP,

²Cenová hladina sa na regionálnej úrovni nesleduje, preto parita kúpnej sily zohľadňuje rozdiely v cenovej hladine medzi krajinami.

AGR predstavuje podiel pridanej hodnoty v poľnohospodárstve (sektory NACE A, B) na celkovej pridanej hodnote vytvorenej v regióne,

IND podiel pridanej hodnoty v priemysle (NACE C, D, E),

DENS je hustota obyvateľstva meraná ako podiel počtu obyvateľov k rozlohe regiónu v km^2 .

Koeficienty β_k $k = 1, \dots, 5$ prislúchajú exogénnym premenným, θ_k priestorovo posunutým exogénnym premenným, ρ predstavuje priestorový autokorelačný koeficient pre závislú premennú a λ pre reziduá.

3.2 Charakteristiky použitých dát

V nasledujúcej tabuľke uvádzame popisné charakteristiky vysvetľujúcich premenných rozdelených na 2 časové obdobia. Nachádza sa v nej aj vysvetľovaná premenná *grow* v oboch špecifikáciách. Tabuľku pre 3 obdobia možno nájsť v prílohe, štatistiky sa výrazne nemenia. Keďže premenné *agr* a *ind* predstavujú podiel na celkovej pridanej hodnote regiónu, *grow* priemer mier rastu *hdp* a *sd* ich štandardnú odchýlku, uvádzame ich vynásobené číslom 100, teda v percentách. Uvádzame aj histogramy a boxploty vysvetľovanej

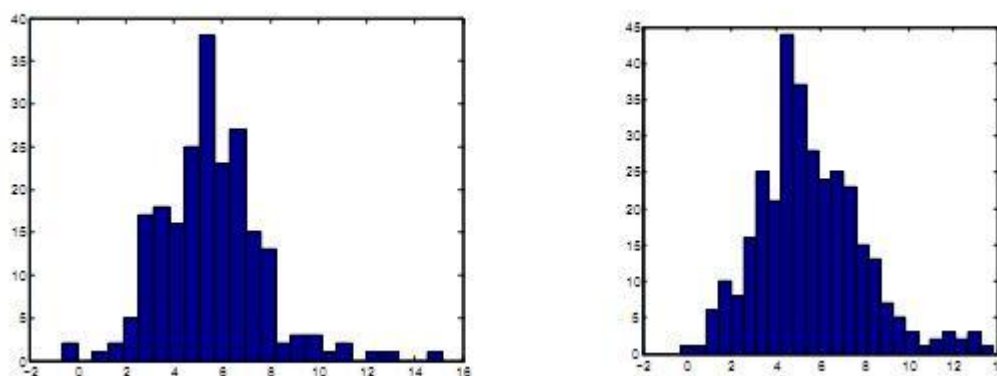
Tabuľka 3.1: Deskriptívne štatistiky použitých premenných, $T = 2$

	GDP	SD	AGR	IND	DENS	GROW2	GROW3
Priemer	10248.610	4.096	6.695	34.078	340.440	5.515	5.553
Medián	9000.000	3.820	5.989	32.756	102.243	5.361	5.229
Maximum	33400.000	12.953	20.376	61.896	3400.700	15.161	13.771
Minimum	5200.000	0.701	0.042	15.887	44.730	-0.609	-0.250
Št.odch.	4423.573	2.216	4.543	8.864	701.168	2.108	2.371
Šikmosť	2.419	1.353	0.596	0.447	3.049	0.688	0.642
Špicatosť	10.816	5.540	2.759	2.709	11.073	5.464	3.826
Jarque-Bera	760.385	123.963	13.328	7.964	921.297	71.707	31.434

zdroj: Eurostat a vlastné výpočty

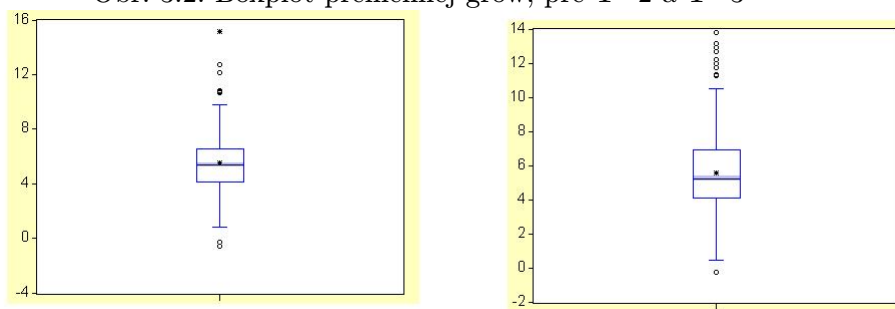
premennej grow pre $T=2$ aj $T=3$. Vidíme (aj podľa Jarque-Bera štatistiky uvedenej v tabuľke), že táto premenná nemá normálne rozdelenie a že naša vzorka obsahuje veľa tzv. outlierov. Štandardným spôsobom, ako riešiť túto situáciu, je jednoducho outlierov vynechať. V našom prípade ich však nemáme málo a okrem toho by ich vynechanie spôsobilo „biele miesta“ v matici priestorových váh a teda odstránenie susedov mnohých regiónov, ktoré by vo vzorke zostali, čo je nežiaduce. Outlierov budeme musieť vo vzorke ponechať.

Obr. 3.1: Histogram premennej grow, pre $T=2$ a $T=3$



zdroj: Eurostat a vlastné výpočty

Obr. 3.2: Boxplot premennej grow, pre $T=2$ a $T=3$



zdroj: Eurostat a vlastné výpočty

3.3 Prehľad literatúry

Predtým, ako pristúpime k modelovaniu, uveďme ešte výsledky štúdií s podobnou tematikou, ktoré používajú metódy priestorovej ekonometrie.

Snaha o modelovanie ekonomického rastu metódami priestorovej ekonometrie so zahrnutím NUTS2 regiónov celej (súčasnej) EÚ27 v práci (Fischer, Stirböck, 2006) viedlo k zamietnutiu štandardnej formy β -konvergenzie v prospech existencie 2 tzv. konvergenčných klubov. Boli teda identifikované 2 skupiny krajín, pre ktoré platili 2 rôzne odhadnuté regresné rovnice. Pri analýze boli použité prierezové dáta z rokov 1995-2000.

V práci (Lopéz-Bazo, Vayá, Artís, 2004) sa analyzuje ekonomický rast vo forme rastu produktivity so zameraním sa na detekciu externalít a interakčných efektov medzi regiónmi. Opäť boli použité regionálne dáta na úrovni NUTS 2, tentoraz z obdobia 1980-1996 a len pre 12 zakladajúcich členských štátov EÚ.

Štúdia (Dall'erba, LeGallo, 2008) analyzuje ekonomický rast v rovnakej oblasti, avšak v období 1989-1999, s dôrazom na sledovanie vplyvu štrukturálnych fondov EÚ. Konštatuje prítomnosť β -konvergenzie, avšak bez významného vplyvu prostriedkov z fondov, ktoré okrem cieľového regiónu neovplyvňujú regióny susedné.

Panelové dáta pre talianske regióny z obdobia 1951-2000 boli analyzované v práci (Arbia, Basille, Piras, 2005). Ekonomický rast bol modelovaný pomocou absolútnej konvergenzie.

Práca, ktorá by sa zaoberala modelovaním ekonomického rastu regiónov V4 pomocou panelových dát, či už samostatne alebo v rámci EÚ, zatiaľ chýba.

Kapitola 4

Odhadovanie a testovanie

V tejto kapitole sa budeme venovať hľadaniu správneho modelu pre naše dáta a jeho následnému vyhodnoteniu a to spôsobom, ktorý navrhol Elhorst¹:

1. Voľba špecifických efektov panelového modelu.

Na začiatku treba stanoviť, či do modelu zahrnieme časové, priestorové efekty, obe možnosti, alebo žiadnu. V tomto kroku pracujeme s klasickým modelom pre panelové dáta bez metód priestorovej ekonometrie.

2. Voľba správneho priestorovo-ekonometrického modelu.

Zostavíme priestorový Durbinov model so zvoleným typom efektov, ako najvšeobecnejšiu možnosť priestorového ekonometrického modelu. Testujeme, či sa dá zjednodušiť na model s priestorovým posunom alebo priestorovými chybami.

3. Voľba fixnosti resp. náhodnosti efektov.

Testujeme, či je možné špecifické efekty považovať za náhodné.

¹v práci (Elhorst, 2010c)

4.1 Regionálny model

aplikáciu uvedeného postupu podrobne popíšeme. Výstupy pre rozdelenie pozorovaného obdobia na 2 časové intervaly uvádzame v nasledujúcich tabuľkách.

Tabuľky pre 3 časové intervaly možno nájsť v prílohe.

Tabuľka 4.1: Panelové nepriestorové modely, T = 2

model	bez FE	priestorové FE	časové FE	priestorové a časové FE
R^2	0.057	0.062	0.076	0.549
R_{fe}^2		0.468	0.091	0.752
c	0.078 (1.614)			
gdp0	-0.006 (-0.996)	-0.004 (-0.365)	-0.012** (-2.07)	-0.351*** (-14.972)
sd	0.189*** (2.855)	0.182** (2.303)	0.197*** (3.044)	0.177*** (3.294)
agr	0.006 (0.118)	0.141 (0.742)	0.004 (0.083)	0.177 (1.362)
ind	0.013 (0.641)	-0.149** (-2.297)	0.020 (1.029)	0.226*** (4.478)
dens	0.003 (1.298)	-0.041 (-0.292)	0.005* (1.907)	0.099 (1.037)
LM lag	44.881***	69.323***	40.807***	50.015***
rob LM lag	3.739*	4.867**	1.534	1.184
LM err	42.583***	79.197***	39.278***	68.685***
rob LM err	1.441	14.741***	0.004	19.854***
Jarque-Bera	39.31***	0.833	50.687***	4.196

zdroj:vlastné výpočty

Vysvetlivky: t-štatistiky sú uvedené v zátvorkách; signifikancia:

*** - p-hodnota < 0.01; ** - p-hodnota < 0.05; * - p-hodnota < 0.1.

Prvý krok je zachytený v tabuľke (4.1). Obsahuje odhadnuté hodnoty ko-

eficientov modelov pre panelové dáta pre rôzne druhy špecifických efektov. R^2, R_{fe}^2 predstavujú koeficient determinácie bez, resp. so zohľadnením fixných efektov. Navyše sa v nej nachádzajú aj výsledky testov pre alternatívu modelu s priestorovým posunom (LM lag), priestorovými chybami (LM err), ako aj ich formy robustné voči druhej možnosti. Uvádzame aj výsledky testov zisťujúcich normalitu reziduí pomocou Jarque-Bera štatistiky.

Vidíme, že pridávaním fixných efektov sa zvyšuje signifikancia jednotlivých parametrov, významne rastie aj koeficient determinácie. Zatiaľčo pri modeli bez fixných efektov bola jedinou signifikantnou premennou štandardná odchýlka SD , pri poslednej špecifikácii s priestorovými aj časovými efektami pribudli aj počiatočná hodnota hdp GDP_0 a pridaná hodnota v priemysle IND . Taktiež rastú (v absolútnej hodnote) odhadnuté hodnoty koeficientov GDP_0 , IND a $DENS$.

Tabuľka (4.2) obsahuje výsledky testov signifikancie fixných efektov, testovacia štatistika sa konštruuje pomocou pomerov vierohodností (Likelihood Ratio). Na základe uvedených výsledkov sa prikláňame k modelu, ktorý obsahuje priestorové aj časové efekty.

Čo sa týka testovania zahrnutia priestorovosti do modelu (tab. 4.1), testy

Tabuľka 4.2: Testovanie signifikantnosti fixných efektov, $T = 2$

hypotéza	LR-štatistika	p-hodnota
žiadne efekty vs. priestorové fixné efekty	123.681	0.1436
žiadne efekty vs. časové fixné efekty	7.939	0.0189**
priestorové fixné efekty vs. priestorové a časové efekty	280.409	0***
časové fixné efekty vs. priestorové a časové efekty	164.667	0***

zdroj:vlastné výpočty

LM lag aj LM err vo všetkých 4 prípadoch potvrdzujú túto hypotézu. Je vhodné zohľadňovať najmä výsledky ich robustných verzíí, keďže tieto

dokázu rozlišovať medzi alternatívou lag a error. Vo štvrtom modeli - s priestorovými i časovými efektami, ktorý sme vyhodnotili ako najlepší, robustné testy poukazujú na špecifikáciu s priestorovými chybami.

Poznámka: Testy normality reziduí ju zamietajú v prvom a treťom prípade. Pri interpretácii príslušných výsledkov je potrebné toto zohľadniť, keďže testovacie štatistiky a ich rozdelenie sú odvodené z predpokladu normality reziduí.

V oboch prípadoch ($T = 2$ aj 3) sme vybrali model so špecifickými priestorovými aj časovými efektami a skonštatovali sme primeranosť použitia techník priestorovej ekonometrie. Pristúpme teraz k vyhodnoteniu a testovaniu priestorového Durbinovho modelu, ktorý v prípade potreby zjednodušíme na príslušný model.

V tabuľke (4.3) uvádzame okrem vyššie spomínaných modelov navyše aj model bez časových špecifických efektov pre $T = 3$. Dôvodom je, že v tomto prípade sme nezamietli normalitu reziduí, p-hodnoty prislúchajúce t-štatistikám sú teda bez problémov platné, zatiaľ čo v prípade zahrnutia aj časových efektov ich treba interpretovať s istou opatrnosťou. Vyhodnoňme si teraz jednotlivé regresie.

Rozdelenie obdobia na 2 časové intervaly dopadlo lepšie v mnohých ohľadoch. V jeho prospech vypovedajú ukazovatele R^2 , $corr^2$. Pri porovnaní modelov pre $T = 3$ s časovými efektami a bez nich môžeme skonštatovať, že po ich vynechaní sa príslušné ukazovatele len veľmi mierne zhoršili.

Ako signifikantné vyšli vo všetkých prípadoch len koeficienty pri „obyčajných“ premenných GDP_0 , SD , a pri premenných GDP_0 a $GROW$ (závislá premenná) v susedných lokalitách. Ich veľkosť je stabilná v oboch prípadoch $T = 2,3$. Koeficienty nesignifikantných premenných mierne kolíšu.

Najdôležitejšou časťou tejto fázy je testovanie možnosti zjednodušenia modelu. Waldov test porovnáva priestorový Durbinov model s alternatívou modelu s priestorovým posunom (wald lag) alebo s alternatívou modelu s pries-

Tabuľka 4.3: Porovnanie zvolených modelov

FE	priestorové a časové	priestorové a časové	priestorové
T	2	3	3
R^2	0.844	0.724	0.701
$corr^2$	0.542	0.432	0.366
W*grow	0.568*** (9.708)	0.496*** (9.23)	0.593*** (12.17)
gdp0	-0.304*** (-9.479)	-0.309*** (-9.863)	-0.239*** (-8.562)
sd	0.169** (2.552)	0.156*** (3.168)	0.168*** (3.279)
agr	-0.149 (-0.789)	0.014 (0.1)	-0.074 (-0.53)
ind	0.062 (0.903)	0.096 (1.492)	-0.018 (-0.306)
dens	0.096 (0.864)	0.041 (0.494)	-0.019 (-0.218)
W*gdp0	0.111*** (2.657)	0.119*** (3.18)	0.242*** (8.195)
W*sd	-0.019 (-0.198)	-0.065 (-0.809)	-0.003 (-0.043)
W*agr	0.254 (1.014)	0.099 (0.562)	0.017 (0.097)
W*ind	0.114 (1.283)	0.118 (1.219)	0.060 (0.71)
W*dens	0.137 (0.989)	-0.079 (-0.723)	-0.248** (-2.381)
JB	3.553	25.466***	3.188
wald lag	12.969**	18.853***	109.792***
wald error	8.793	5.317	44.376***
hausmann	150.467***	158.316***	196.209***

zdroj:vlastné výpočty

torovými chybami (wald error). V prvých dvoch prípadoch vychádza z týchto testov ako najvhodnejší model práve s priestorovými chybami (sem model), čo je konzistentné s výsledkami robustných LM testov z tabuľky (4.1), ktoré nepotvrdili priestorový posun. Výstup z regresie pre tieto modely uvádzame v tabuľke (4.4). V prípade vynechania časových efektov pre $T = 3$ sa priestorový Durbinov model nezamieta.

Tabuľka (4.3) obsahuje tiež informáciu o tom, ako dopadla voľba predstavujúca tretí krok Elhorstovej metodológie. Pomocou Hausmannovho testu sa zisťuje, či je možné špecifické efekty (priestorové i časové) považovať za náhodné. Túto možnosť vo všetkých prípadoch zamietame.

Porovnaním tabuľky (4.3) a (4.4) vidíme, že odhadnuté koeficienty sú

Tabuľka 4.4: Modely s priestorovými chybami

T	3	2
R^2	0.612	0.735
$corr^2$	0.395	0.520
gdp0	-0.319*** (-11.058)	-0.301*** (-10.771)
sd	0.149*** (3.097)	0.149** (2.482)
agr	0.031 (0.232)	-0.115 (-0.654)
ind	0.116* (1.865)	0.057 (0.906)
dens	0.061 (0.802)	0.045 (0.562)
λ	0.558*** (10.711)	0.724*** (14.891)
hausmann	124.181***	134.664***

zdroj:vlastné výpočty

pomerne robustné, ich hodnoty sa síce väčšinou zvýšili, avšak výsledky nie sú významne rozdielne oproti priestorovému Durbinovmu modelu. Signifikant-

nými zostali premenné GDP_0 a SD , ako aj λ - autoregresný koeficient, tento raz pre reziduá.

Záporná hodnota koeficientu pri GDP_0 potvrdzuje ideu β -konvergenzie. Koeficient pri SD znamená pozitívny vplyv štandardnej odchýlky rastu na samotný rast. Koeficienty pri ostatných premenných majú predpokladané znamienka v modeli pre $T = 2$, či už sem alebo sdm (spatial Durbin model). Premenná AGR má negatívny vplyv, IND a $DENS$ pozitívny. V prípade $T = 3$ s oboma typmi špecifických efektov sú všetky tri koeficienty pozitívne, zatiaľčo po vynechaní časových efektov v modeli sdm sú negatívne. To naznačuje určitú vnútornú nestabilitu vzťahu a fakt, že by sme sa mali rozhodnúť pre model s 2 časovými obdobiami.

K rovnakému záveru vedú aj ukazovatele vyhodnocujúce kvalitu modelu. Koeficient determinácie R^2 prirodzene klesol, vzhľadom na nižší počet vysvetľujúcich premenných, podobne koeficient korelácie $corr^2$ medzi skutočnými a odhadnutými hodnotami závislej premennej. Znížil sa však aj rozdiel medzi R^2 a $corr^2$, čo znamená, že menšia časť vysvetlenia je teraz ponechaná na špecifické efekty.

V tabuľke (4.4) uvádzame aj výsledky Hausmannovho testu, ktorý opäť potvrdil, že v našom prípade nie je vhodné považovať špecifické efekty za náhodné.

4.2 Absolútna konvergencia

V tejto časti sa budeme venovať modelovaniu rastu HDP s použitím jedinej vysvetľujúcej premennej - počiatkovej hodnoty HDP. Postupovať budeme rovnako, ako v predchádzajúcom prípade, najlepší model nájdeme pomocou postupu uvedeného na začiatku tejto kapitoly.

Tabuľky prislúchajúce prvému kroku, t.j. voľbe správnych špecifických efektov, uvádzame v prílohe. V prípadoch $T = 2$ aj $T = 3$ sa na základe testovania signifikantnosti fixných efektov ako najvhodnejšie opäť ukazujú

zahrnutie priestorových (-individuálnych) i časových efektov.

Robustný LM error test zamietol hypotézu nepriestorového modelu (inými slovami, potvrdil potrebu zakomponovať priestorové chyby do modelu), robustný lag test ju nezamietol (nepotvrdil potrebu zakomponovať do modelu priestorový posun). Testy teda poukazujú na alternatívu modelu s priestorovými chybami. Tieto výsledky sme očakávali, zhodujú sa so zisteniami pre regionálny model.

Tabuľka (4.5) obsahuje porovnanie zvolených modelov (všetky obsahujú

Tabuľka 4.5: Porovnanie zvolených modelov, absolútna konvergencia

model	sdm	sdm	sem	sem	ols	ols
T	2	3	2	3	2	3
R^2	0.83	0.701	0.713	0.587	0.715	0.587
$corr^2$	0.48	0.358	0.482	0.357		
W*grow	0.614*** (11.03)	0.502*** (9.346)				
gdp0	-0.289*** (-11.471)	-0.284*** (-12.341)	-0.279*** (-12.583)	-0.283*** (-12.743)	-0.306*** (-14.146)	-0.275*** (-13.387)
W*gdp0	0.104*** (2.685)	0.126*** (3.724)				
λ			0.726*** 14.999	0.566*** (10.973)		
efekty gdp0						
priame	-0.306***	-0.286***	-0.279***	-0.283***	-0.306***	-0.275***
nepriame	-0.173	-0.031				
celkové	-0.479***	-0.317***				
JB	10.389***	36.154***			9.534***	16.322***
wald lag	7.212***	13.867***				
wald error	4.775**	0.313				
wald abs.kon.	6.935	8.444	8.293*	13.966***		
hausmann	124.708***	150.989***	114.016***	115.605***		

zdroj:vlastné výpočty

fixné efekty časové i priestorové). Pre $T = 2$ uvádzame priestorový Durbinov

model (sdm), model s priestorovými chybami (sem) a pre porovnanie aj nepriestorový model, označený podľa metódy odhadu ako ols. Waldove testy zisťujúce, či je Durbinov model možné zjednodušiť na model s priestorovým posunom alebo priestorovými chybami, tieto hypotézy zamietajú. Výsledok Waldovho error testu teda nekorešponduje s výsledkom robustného LM lag testu. Elhorst v takom prípade odporúča zostať pri priestorovom Durbinovom modeli.² Tento výsledok je však iný ako pri regionálnom modeli, kde sme na základe Waldových testov aj v prípade $T = 2$ dospeli k modelu s priestorovými chybami. Poznamenajme tiež, že test Jarque-Bera (v tabuľke ako JB) zamietol hypotézu o normalite reziduí. Príslušné p-hodnoty teda nemusia byť platné. Odhadli sme preto aj sem model a uviedli ho v tabuľke.

Tabuľka obsahuje výsledok ešte jedného Waldovho testu, ktorý zisťuje, či sa regionálny model dá zjednodušiť na model absolútnej konvergencie (v tabuľke označený ako Wald abs.kon.). Nulovou hypotézou (pre regionálny sdm model) testu je, že koeficienty pri premenných *SD*, *AGR*, *IND*, *DENS* sú nulové.

$$H_0 : \beta_k = 0, \theta_k = 0 \quad k = 2, 3, 4, 5 \quad \sim \chi^2(8) \quad (4.1)$$

Výsledok testu hovorí o nesignifikancii štatistiky, túto hypotézu nezamietame. Model nepodmienennej (absolútnej) konvergencie teda nie je „príliš jednoduchý“, celkový príspevok premenných *SD*, *AGR*, *IND*, *DENS* sa neukázal ako podstatný. Pri vyhodnocovaní signifikancie samostatných premenných modelu sem bola však ako podstatná identifikovaná premenná *SD*, s kladnou hodnotou odhadnutého koeficientu, ktorá znamená pozitívny vplyv fluktuácií v hdp na jeho rast. Uvažovaním funkčnej závislosti len vo forme absolútnej konvergencie o túto premennú prichádzame.

V tomto prípade je kľúčovým rozhodnutie, či sa prikloníme k sem alebo sdm modelu. Ak sa rozhodneme pre sem model a potom vykonáme na re-

²(Elhorst, 2010b), str. 16

gionálnom sem modeli Waldov test o absolútnej konvergencii s nulovou hypotézou v tvare

$$H_0 : \beta_k = 0 \quad k = 2, 3, 4, 5 \quad \sim \chi^2(4) \quad (4.2)$$

získame iný výsledok, ako v predchádzajúcom prípade. Nulovú hypotézu v tomto prípade môžeme na hladine významnosti 10% zamietnuť. Vrátime sa teda k regionálnemu sem modelu (tabuľka 4.4). Koeficient počiatkovej hodnoty hdp má očakávanú negatívnu hodnotu -0.301 v súlade s myšlienkou absolútnej konverencie. Už spomínanej štandardnej odchýlke rastu prislúcha koeficient s hodnotou 0.149. Koeficienty premenných popisujúcich stupeň urbanizácie regiónu sú nesignifikantné, nadobúdajú však kladné/záporné hodnoty v súlade s ekonomickou interpretáciou ich vplyvu na rast.

Pre prípad $T = 3$ uvádzame modely sdm, sem, ols, opäť všetky s priestorovými i časovými fixnými efektami. Tento raz výsledky Waldových testov vybrali ako najvhodnejší model sem, čo korešponduje s výsledkami LM testov. Výber modelu s priestorovými chybami sa zhoduje s výsledkom regionálneho modelu.

Pre obe špecifikácie, sdm aj sem, uvádzame výsledok Waldovho testu o absolútnej konvergencii. Pre sdm model Waldov test nulovú hypotézu nezamietol, podobne ako v prípade $T = 2$. V prípade sem modelu však hypotézu (4.2) jasne zamietame na hladine významnosti 1%. To znamená, že môžeme uvažovať funkčnú závislosť obsahujúcu premenné regionálneho modelu. Vráťme sa teda k interpretácii jeho koeficientov, ktoré nájdeme v tabuľke (4.4).

Ako vypovedá názov, tento model má v sebe priestorovosť zakomponovanú len vo forme zohľadnenia priestorovej autokorelácie chýb. Zachytávajú koeficient λ , ktorý nemá ekonomickú interpretáciu, jeho kladná hodnota hovorí len o tom, že v priestore sa zhlučujú reziduá s podobnou hodnotou. Model neobsahuje inú priestorovú závislosť, neuvažuje teda nepriame efekty

a koeficienty β_k sa rovnajú priamym efektom exogénnych premenných.

Na úrovni 1% sú signifikantné premenné GDP_0 a SD . Citlivosť rastu $GROW$ na počiatočnú hodnotu hdp GDP_0 -0.319 je v súlade s myšlienkou absolútnej konvergenencie, chudobné regióny teda rastú rýchlejšie ako bohaté. Citlivosť rastu na jeho štandardnú odchýlku SD je 0.149. Fluktuácie v hdp sú podľa tejto hodnoty pre rast pozitívne, čo kontrastuje s ich všeobecným vnímaním širokou verejnosťou, ktorá ich pociťuje najmä ako neželané výkyvy zamestnanosti.

Signifikantnou je ešte premenná IND , hoci len na úrovni 10%. Citlivosť rastu na podiel priemyslu na pridanej hodnote regiónu je 0.116, čo je v súlade s očakávaniami o pozitívnom potenciáli priemyslu produkovať inovácie, prinášať nové technológie, zvyšovať produktivitu práce a tým prispievať k rastu hdp. Premenná $DENS$ - hustota obyvateľstva sa pre rast $GROW$ neukázala ako podstatná, príslušný odhadnutý koeficient má však aspoň očakávanú kladnú hodnotu, ktorá je pomerne nízka, 0.061. Naproti tomu ďalšia nesignifikantná premenná AGR - podiel priemyslu na pridanej hodnote regiónu, nadobúda hodnotu 0.031, čo je v rozpore s jej predpokladaným negatívnym vplyvom na rast hdp.

Zhrnutie

Pre 3 časové intervaly konštatujeme, že najvhodnejší je model s priestorovými chybami, s funkčnou závislosťou podľa regionálneho modelu. Pri 2 časových obdobiach nastal konflikt medzi výsledkami robustných LM testov, ktoré odporučili model s priestorovými chybami a Waldových testov, podľa ktorých je potrebné uvažovať priestorový Durbinov model. Ide vlastne o konflikt 2 prístupov hľadania správneho modelu. Rozhodli sme sa prikloniť k výsledkom LM testov a prístupu „specific-to-general“. Aj v tomto prípade tak za najlepší prehlasujeme model regionálny model s priestorovými chybami.

Záver

Cieľom diplomovej práce bolo nájsť vhodný model popisujúci ekonomický rast regiónov krajín Vyšegrádskej štvorky, a to pomocou metód priestorovej ekonometrie. Cieľ považujeme za splnený.

Použili sme panelové dáta z regiónov na úrovni NUTS 3, z obdobia 1999 - 2008. Toto obdobie sme rozdelili dvoma spôsobmi - na 2 a 3 intervaly. Každú možnosť sme skúmali samostatne.

Zostavili sme regionálny model vysvetľujúci rast pomocou začiatkovej hodnoty HDP, štandardnej odchýlky rastu a premenných vyjadrujúcich stupeň urbanizácie (hustota zaľudnenia, podiel poľnohospodárstva a priemyslu na celkovej pridanej hodnote regiónu).

Do modelu sme zahrnuli individuálne (priestorové) i časové fixné efekty. Testovanie nepriestorového modelu viedlo k nutnosti uvažovanie priestorovej závislosti. Testovaním priestorového Durbinovho modelu, ktorý obsahuje najvšeobecnejšiu formu priestorovej závislosti, sme zisťovali, či je možné ho zjednosúšiť na model s priestorovým posunom resp. s priestorovými chybami.

V prípade 3 časových intervalov sme zistili, že najvhodnejším je model s priestorovými chybami. Tento model neobsahuje interakčné efekty medzi re-

giónmi, oproti klasickým nepriestorovým modelom však uvažuje priestorovú autokoreláciu reziduí, ktorá sa ukázala ako signifikantná.

Rast HDP je v tomto prípade determinovaný navyše aj jeho štandardnou odchýlkou, ktorá zachytáva veľkosť fluktuácií HDP v pozorovanom období. Vplyv tejto premennej bol identifikovaný ako pozitívny, čo je v kontraste s vnímaním fluktuácií ako nežiaduceho javu. Poslednou signifikantnou premennou regionálneho modelu je podiel priemyslu v regióne, opäť s pozitívnym vplyvom. Regionálny model sa v tomto prípade nedá zjednodušiť na model s absolútnou konvergenciou.

V prípade 2 časových intervalov sme narazili na konflikt dvoch prístupov k určeniu správneho modelu. Prístup „od partikulárneho k všeobecnému“ testuje partikulárny ols model a zisťuje, či je do neho potrebné zakomponovať priestorovú závislosť. Prístup „od všeobecného k partikulárnemu“ testuje najvšeobecnejšiu formu priestorového modelu, priestorový Durbinov model a zisťuje, či sa dá zjednodušiť. Hoci by oba postupy mali viesť k rovnakému výsledku, ktorým odhalíme skutočné funkčné závislosti, ukázali sme, že to nemusí platiť vždy.

Použitá dáta sme síce rozdelili dvoma spôsobmi na 3 resp. 2 časové obdobia a tieto skúmali samostatne, mali by pre ne však platiť podobné funkčné závislosti. Rozhodli sme sa teda prijať výsledky získané z LM testov a prístupu „od partikulárneho k všeobecnému“. Podobne ako pre 3 časové obdobia tak nakoniec prehlasujeme za najlepší model s priestorovými chybami obsahujúci premenné regionálneho modelu.

Signifikantnými boli v tomto prípade len počiatočná hodnota HDP, štandardná odchýlka rastu HDP a autokorelácia reziduí.

Zoznam použitej literatúry

1. ANSELIN, Luc. 1999. *Spatial Econometrics* [online] Bruton Centre. School of Social Sciences. University of Texas at Dallas. Richardson. [cit. 2011.04.20] Dostupné na internete:
[http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.141.1868 & rep=rep1 & type=pdf](http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.141.1868&rep=rep1&type=pdf)
2. ARBIA, Giuseppe. BASILLE, Roberto. PIRAS, Giancarlo. 2005. *Using Spatial Panel Data in Modelling Regional Growth and Convergence*. [online] Istituto di studi e analisi economica. Working Paper n. 55. Roma [cit. 2011.04.20] Dostupné na internete:
<http://ideas.repec.org/p/isa/wpaper/55.html>
3. BALTAGI. Badi. H. 2005. *Econometric Analysis of Panel Data*. Third Edition. West Sussex, England: John Wiley & Sons, Ltd. ISBN 0-470-01456-3
4. BARRO, Robert J., SALA-I-MARTIN, Xavier. 2004. *Economic Growth*. The MIT Press. Cambridge, Massachusetts. ISBN 0-262-02553-1
5. DALL'ERBA, Sandy. LE GALLO, Julia. 2008. *Regional convergence and the impact of European structural funds over 1989-1999: A spatial econometric analysis*. Papers in Regional Science. 87:2. Blackwell Publishing. Oxford, UK.
6. ELHORST, Paul. 2010a. *Spatial Panel Data Models* kapitola knihy Fischer MM, Getis A. Handbook of Applied Spatial Analysis [online] [cit.2011.04.20] Dostupné na internete:
[http://www.regroningen.nl/elhorst/doc/Spatial% 20Panel% 20Data% 20Models.pdf](http://www.regroningen.nl/elhorst/doc/Spatial%20Panel%20Data%20Models.pdf)
7. ELHORST, Paul. 2010b. *Applied spatial econometrics: raising the bar*. Spatial Economic Analysis 5:1, 9-28.

8. ELHORST, Paul. 2010c. *Matlab Software for Spatial Panels*. [online] prezentované na konferencii IVth World Conference of the Spatial Econometrics Association, Chicago, June 9-12, 2010 [cit.2011.04.20] Dostupné na internete:
<http://www.regroningen.nl/elhorst/doc/Matlab-paper.pdf>
9. FALK, Martin. SINABELL, Franz. 2009. *A spatial econometric analysis of the regional growth and volatility in Europe*. *Empirica* 36:193-207. Springer-Verlag.
10. FINGLETON, Bernard. 2001. *Theoretical economic geography and spatial econometrics: dynamic perspectives*. *Journal of Economic Geography*: Apr 1, 2001; 1,2. Oxford University Press.
11. FISCHER, Manfred M. STIRBOCK, Claudia. 2006. *Pan-European regional income growth and club-convergence*. *Annals of Regional Science* 40: 693-721. Springer-Verlag.
12. ISLAM, Nazrul. 1995. *Growth Empirics: A Panel Data Approach* *The Quarterly Journal of Economics*. Vol. 110, No. 4, 1127-1170. MIT Press.
13. KURICOVÁ, Katarína. 2010. *Využitie priestorovej ekonometrie na modelovanie hrubého domáceho produktu SR*. Diplomová práca. Bratislava: Univerzita Komenského. 56 s.
14. LESAGE, James. 1998. *Spatial Econometrics* [online] Department of Economics. University of Toledo. [cit.2011.04.20] Dostupné na internete: <http://www.spatial-econometrics.com/html/wbook.pdf>
15. LESAGE, James. PACE, R. Kelley. *Introduction to Spatial Econometrics* Boca Raton. US: CRC Press Taylor & Francis Group. ISBN 1-4200-6426-X

16. LOPEZ-BAZO, Enrique. VAYA, Esther. ARTIS, Manuel. 2004. *Regional externalities and growth: evidence from European regions* Journal of Regional Science. Vol. 44, No. 1, 43-73. Blackwell Publishing.
17. MASHUR, Somesh Kumar. 2005. *Absolute and Conditional Convergence: Its Speed for Selected Countries* [online] [cit.2011.04.20] Dostupné na internete:
<http://ideas.repec.org/p/wpa/wuwpge/0503002.html>
18. OSADA, Misuhiro. SAITO, Masashi. 2010. *Financial Integration and Economic Growth: An Empirical Analysis Using International Panel Data from 1974-2004* [online] prezentované na Thirs annual workshop of the BIS Asian Research Networks. March 26, 2010 [cit.2011.04.20] Dostupné na internete:
www.bis.org/repoofficepubl/arpresearch201003.13.pdf
19. SLOBODNÍKOVÁ, Soňa. 2009. *Podmienená konvergencia HDP*. Bakalárska práca. Bratislava: Univerzita Komenského. 48 s.
20. *Regional disparities and Cohesion: What strategies for the future*. 2007. [online] [cit.2011.04.20] Dostupné na internete:
www.europarl.europa.eu/hearings/20070625/regi/study_en.pdf
21. *Maastrichtská zmluva - Zmluva o Európskej únii* [online] [cit.2011.04.20] Dostupné na internete: <http://www.euroinfo.gov.sk/index/go.php?id=89>

Príloha

Tabuľka 4.6: Deskriptívne štatistiky použitých premenných, $T = 3$

	GROW	GDP	SD	AGR	IND	DENS
Priemer	5.553	10209.570	3.868	6.445	33.465	340.378
Medián	5.229	9100.000	3.358	5.639	32.048	102.149
Maximum	13.771	35600.000	14.021	21.137	59.397	3476.500
Minimum	-0.250	5000.000	0.132	0.036	15.226	44.669
Št.odch.	2.371	4602.718	2.491	4.367	8.546	700.188
Šikmosť	0.642	2.659	1.388	0.623	0.458	3.052
Špicatosť	3.826	12.440	5.567	2.910	2.862	11.098
Jarque-Bera	31.434	1584.865	192.986	21.091	11.605	1388.186

zdroj: Eurostat a vlastné výpočty

Tabuľka 4.7: Panelové nepriestorové modely, T = 3

model	bez FE	priestorové FE	časové FE	priestorové časové FE
R^2	0.053	0.084	0.056	0.402
R_{fe}^2		0.356	0.114	0.616
c	0.030 (0.67)			
gdp0	0.001 (0.296)	-0.006 (-0.572)	-0.007 (-1.29)	-0.324*** (-12.554)
sd	0.189*** (3.555)	0.202*** (3.383)	0.179*** (3.473)	0.151*** (3.248)
agr	-0.009 (-0.197)	-0.129 (-0.929)	-0.002 (-0.04)	0.115 (0.986)
ind	-0.006 (-0.33)	-0.171*** (-3.38)	0.003 (0.185)	0.183*** (3.202)
dens	0.002 (0.698)	-0.216** (-2.136)	0.004* (1.669)	-0.023 (3.202)
LM lag	74.9617***	91.9695***	56.0279***	66.7736***
rob LM lag	7.1582***	4.9059**	2.7445*	1.1035
LM err	68.7942***	87.0901***	53.3706***	82.2338***
rob LM err	0.9907	0.0265	0.0872	16.5638***
JB	17.905***	7.54**	28.655***	7.567**

zdroj:vlastné výpočty

Tabuľka 4.8: Testovanie signifikantnosti fixných efektov, T = 3

hypotéza	LR-štatistika	p-hodnota
žiadne efekty vs. priestorové fixné efekty	125.034	0.1255
žiadne efekty vs. časové fixné efekty	21.5853	0***
priestorové fixné efekty vs. priestorové a časové efekty	270.8128	0***
časové fixné efekty vs. priestorové a časové efekty	167.3642	0***

zdroj:vlastné výpočty

Tabuľka 4.9: Panelové nepriestorové modely, T = 3, absolútna konvergencia

model	bez FE	priestorové FE	časové FE	priestorové a časové FE
R2	0.0095	0.0004	0.0015	0.3568
R_{fe}^2		0.297	0.062	0.587
c	-0.004 (-0.114)			
gdp0	0.007* (1.753)	0.003 (0.371)	0.003 (0.701)	-0.275*** (-13.387)
LM lag	72.3954***	87.7602***	58.2958***	77.1585***
rob LM lag	3.2835*	62.9845***	0.0012	0.3253
LM err	71.7141***	86.5334***	58.3264***	94.3516***
rob LM err	2.6021	61.7577***	0.0319	17.5184***
JB	28.508***	6.159**	42.336***	16.322***

zdroj:vlastné výpočty

Tabuľka 4.10: Testovanie signifikantnosti fixných efektov, T = 3, absolútna konvergencia

hypotéza	LR-štatistika	p-hodnota
žiadne efekty vs. priestorové fixné efekty	111.2044	0.397
žiadne efekty vs. časové fixné efekty	17.8098	0.0005***
priestorové fixné efekty vs. priestorové a časové efekty	265.6592	0***
časové fixné efekty vs. priestorové a časové efekty	172.2647	0***

zdroj:vlastné výpočty

Tabuľka 4.11: Panelové nepriestorové modely, $T = 2$, absolútna konvergencia

model	bez FE	priestorové FE	časové FE	priestorové časové FE
R^2	0.0009	0.0042	0.0001	0.4821
Re_{fe}^2		0.436	0.017	0.715
c	0.038 (1.013)			
gdp0	0.002 (0.446)	-0.010 (-0.951)	-0.0005 (-0.107)	-0.306*** (-14.146)
LM lag	48.0332***	62.3381***	46.8209***	75.259***
rob LM lag	2.8806*	49.9879***	0.0127	2.4434
LM err	46.9183***	65.5215***	46.8305***	91.7453***
rob LM err	1.7657	53.1712***	0.0224	18.9297***
JB	70.491***	7.103**	82.438***	9.534***

zdroj:vlastné výpočty

Tabuľka 4.12: Testovanie signifikantnosti fixných efektov, $T = 2$, absolútna konvergencia

hypotéza	LR-štatistika	p-hodnota
žiadne efekty vs. priestorové fixné efekty	123.380	0.148
žiadne efekty vs. časové fixné efekty	3.502	0.174
priestorové fixné efekty vs. priestorové a časové efekty	267.637	0.000***
časové fixné efekty vs. priestorové a časové efekty	147.759	0.000***

zdroj:vlastné výpočty