

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE

Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

f242e48f-72b4-4226-8d66-f454038eda08

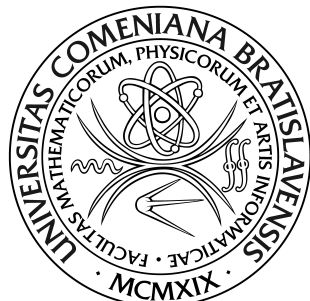
**OPTIMALIZÁCIA ÚROKOVÉHO PRÍJMU
BANKY**

Bc. Richard Varga

2011

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE

Fakulta matematiky, fyziky a informatiky



OPTIMALIZÁCIA ÚROKOVÉHO PRÍJMU BANKY

Diplomová práca

Študijný program: **9.1.9 Aplikovaná matematika**

Študijný odbor: **Ekonomická a finančná matematika**

Školiace pracovisko: **Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky**

Školiteľ: **RNDr. Ing. Ján Pataky, PhD.**

Bc. Richard Varga

Bratislava, 2011



ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

Meno a priezvisko študenta: Bc. Richard Varga
Študijný program: ekonomická a finančná matematika (Jednoodborové štúdium, magisterský II. st., denná forma)
Študijný odbor: 9.1.9. aplikovaná matematika
Typ záverečnej práce: diplomová
Jazyk záverečnej práce: slovenský

Názov : Optimalizácia úrokového príjmu banky

Cieľ : Cieľom diplomovej práce je nájsť takú štruktúru bilancie banky, ktorá bude generovať vyšší výnos pri zhodnej alebo nižšej úrovni ekonomického kapitálu banky.

Vedúci : RNDr. Ing. Ján Pataky, PhD.

Dátum zadania: 12.02.2010

Dátum schválenia: 16.04.2011

.....
prof. RNDr. Daniel Ševčovič, CSc.
garant študijného programu

.....
študent

.....
vedúci práce

Dátum potvrdenia finálnej verzie práce, súhlas s jej odovzdaním (vrátane spôsobu sprístupnenia)

.....
vedúci práce

Čestné prehlásenie

Vyhlasujem, že diplomovú prácu som vypracoval samostatne s použitím uvedenej odbornej literatúry.

Bratislava 26. 4. 2011

.....

Bc. Richard Varga

Pod'akovanie

Ďakujem vedúcemu diplomovej práce RNDr. Ing. Jánovi Patakymu, PhD.
za odbornú pomoc a cenné pripomienky pri vypracovávaní diplomovej práce.

Abstrakt

VARGA, Richard: *Optimalizácia úrokového výnosu banky* [Diplomová práca]
Univerzita Komenského v Bratislave. Fakulta matematiky, fyziky a informatiky;
Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky.

Vedúci diplomovej práce: RNDr. Ing. Ján Pataky, PhD., Bratislava, 2011, 52 strán.

Práca sa zaoberá optimalizáciou úrokového príjmu banky. Dôvodom výberu práve tohto druhu príjmu je jeho štatisticky najvyšší podiel na tvorbe celkového zisku banky. Vybrané položky bilancie sú aproximované vhodnými trhovými indexami. Optimalizácia je dosahovaná v dvoch krokoch. Prvá fáza je realizovaná v troch variáciách. Prvou z nich je Markowitzov model s ohraničeniami na dlhé pozície aktív, v druhej nastáva sprísnenie ohraničení v záujme dosiahnutia čo najreálnejších výstupov a v tretej variácii je Markowitzov „mean-variance” model nahradený „mean-CVaR” konceptom s cieľom dosiahnutia iného uhla pohľadu na optimalizáciu. V druhom kroku je realizovné prepojenie získaných výstupov z prvej časti na rizikovú mieru v zmysle ekonomického kapitálu. Podľa konkrétneho postoja k riziku, v našom prípade nezvyšovaním jeho súčasnej úrovne, sú vybrané konkrétne portfóliá z výstupu optimalizácie, na základe ktorých je realizované odporúčanie na úrovni riadenia bilancie.

Kľúčové slová: úrokový výnos, riadenie bilancie banky, Markowitzov model, ekonomický kapitál.

Abstract

VARGA, Richard: *Interest income optimization of a bank*. [Master thesis] Comenius University in Bratislava, Faculty of Mathematics, Physics and Informatics; Department of Applied Mathematics and Statistics.
Supervisor: RNDr. Ing. Ján Pataky, PhD., Bratislava, 2011, 52 pages.

The thesis deals with interest income optimization of a bank. The reason for choosing this kind of income is its statistically highest proportion of overall profit-making in a bank. The selected balance sheet items are approximated by appropriate market indices. Optimization is being achieved in two steps. The first phase is being carried out in three variations. The first is the Markowitz model with constraints of long position in assets, in the second one occurs tightening in the order to achieve the most realistic output, in the third variation is Markowitz "mean-variance" model replaced by "mean-CVaR" concept with the objective of achieving a different view on optimization. In the second step is linked output obtained from the first part with level of risk in terms of economic capital. According to the particular attitude towards risk, which is in our case non-increasing of the current level, specific output portfolios are chosen. On behalf of these portfolios specific suggestions on level of balance sheet management are made.

Key words: interest income, asset-liability management of a bank, Markowitz model, economic capital.

Obsah

Zoznam obrázkov	3
Zoznam tabuliek	4
Úvod	5
1 Riadenie portfólia	7
1.1 Definovanie pojmov	7
1.2 Markowitzov problém	9
1.3 Markowitzov problém s ohraničeniami na váhy	12
1.4 Value-at-Risk	13
1.5 Conditional Value-at-Risk	15
2 Portfólio banky	17
2.1 Profil modelovanej banky	18
2.2 Metóda indexovej aproximácie	18
3 Ekonomický kapitál	20
3.1 Kapitálová štruktúra banky	20
3.2 Definovanie ekonomického kapitálu	21
3.3 Odvodenie ekonomického kapitálu	23
3.3.1 Bottom-up	23
3.3.2 Top-down	26
4 Regulačný kapitál	28
4.1 Bazilej I	28

4.2	Bazilej II	29
4.3	Bazilej III	30
5	Modelovanie	32
5.1	Základný scenár	33
5.2	Rozšírený scenár	36
5.3	Doplňkový scenár	39
5.4	Interpretácia výsledkov	41
	Záver	44
	Zoznam použitej literatúry	46
A	Zdrojový kód programu (R)	48

Zoznam obrázkov

1.1	Efektívna hranica	11
1.2	Porovnanie VaR a CVaR (Uryasev)	16
3.1	Tranže kapitálových účastníkov	21
3.2	Ekonomický kapitál kreditného rizika	24
3.3	Ekonomický kapitál trhového rizika	25
5.1	Efektívna hranica základného scenára	34
5.2	Profil váh portfólií z výstupu	35
5.3	Závislosť rizika a ekonomického kapitálu	35
5.4	Závislosť výnosu a ekonomického kapitálu	35
5.5	Efektívna hranica rozšíreného scenára	37
5.6	Profil váh dosiahnuteľných portfólií	38
5.7	Závislosť rizika a ekonomického kapitálu	38
5.8	Závislosť výnosu a ekonomického kapitálu	38
5.9	Efektívna hranica doplnkového scenára	40
5.10	Závislosť rizika a ekonomického kapitálu	41
5.11	Závislosť výnosu a ekonomického kapitálu	41
5.12	Portfólio základného scenára	42
5.13	Portfólio rozšíreného scenára	42

Zoznam tabuliek

2.1	Modelované aktíva banky	19
5.1	Výnosy a kovariačná matica modelovaných aktív	33
5.2	Ohraničenia váh	37
5.3	Rizikovosť modelovaných aktív	40
5.4	Štruktúra bilancie daných portfólií	42
5.5	Minimálna úroveň držaného kapitálu daných portfólií podľa Bazilej I	43

Úvod

Medzinárodný konkurenčný boj, snaha byť lepší ako včera, dobré meno, dividendy, odmeny, ... existuje mnoho dôvodov, prečo je banka motivovaná k neustálemu rastu výkonnosti. Kľúčová premenná sledovaná každým zúčastneným je pritom výnos. V tejto diplomovej práci sa preto pokúsime o optimalizáciu najvýznamnejšej zložky príjmu banky - úrokového príjmu. Finančná kríza posledných rokov dokazuje, že každý príjem so sebou nesie istú dávku rizika. Záleží na individuálnej averzii voči riziku rozhodujúcich, do akej miery neistoty je finančný subjekt ochotný zájsť.

Na ceste k dosiahnutiu cieľa práce začíname od teoretických charakteristík kľúčových pojmov a konceptov používaných v oblasti riadenia portfólia a s ním spätého rizika. Ku konkrétnej predstave realizácie týchto konceptov nás priblíži napojenie vstupov na portfólio konkrétnej banky - Deutsche Bank AG, ktorá je predstavená v druhej kapitole.

V ďalšej časti práce je rozpracovaný moderný fundament rizika bankovej inštitúcie s názvom ekonomický kapitál. Motiváciou cez kapitálovú štruktúru banky sa dostávame k presnému definovaniu tohto pojmu z rôzneho uhla pohľadu. Následne sú uvedené najpoužívanejšie prístupy bankových inštitúcií k stanovovaniu ekonomického kapitálu, ako aj naše vylepšenie.

Iný pohľad na zabezpečovanie sa pred finančnými rizikami pomocou regulačných opatrení je predstavený v štvrtej kapitole spolu s charakteristikou najvýznamnejších bankových štandardov vypracovaných Bazilejským výborom pre bankový dohľad.

Praktické prevedenie dosiaľ teoreticky popísaných optimalizačných modelov v troch variantoch možno nájsť v piatej kapitole. Kapitulu ukončuje interpretácia výsledkov.

Zhrnutie výsledkov, dosiahnutie cieľa práce a návrh na praktické využitie tejto diplomovej práce nájde čitateľ v závere.

Kapitola 1

Riadenie portfólia

Ako individuálny investor, tak banka alebo nadnárodná investičná spoločnosť znáša konsekvencie svojich obchodných rozhodnutí, verí pritom v čo najpozitívnejší scenár predstavujúci maximálny možný výnos pri minimálnom riziku. Na zjavne protichodnú „optimalizačnú“ úlohu však žiaden z nich nenachádza jednoduchú ani jednoznačnú odpoveď. Napriek tomu sa potrebujú denne rozhodovať ohľadom riadenia portfólií, prihliadajúc pri tom na svoj rizikový profil, kapitálové možnosti a obmedzenia, želaný výnos, a v neposlednom rade vývoj na finančných trhoch. V nasledovnom texte zadefinujeme vyššieuvedené a ďalšie fundamentálne pojmy a následne nimi objasníme jeden z najznámejších konceptov riadenia portfólia.

1.1 Definovanie pojmov

Portfóliom budeme v tomto texte rozumieť súbor finančných aktív.

Investorov zaujímajú rôzne charakteristiky aktív, na záver však každý upriamuje pozornosť na **výnos**. Jednoperiódový výnos finančného aktíva (r) definujeme nasledovne:

$$r = \frac{X_t - X_{t-1}}{X_{t-1}}, \quad (1.1)$$

kde X_t a X_{t-1} reprezentujú hodnoty finančného aktíva v čase t a $t - 1$.

Pri finančnom modelovaní je niekedy vhodnejšie používať **logaritmické výnosy**

(r^l):

$$r^l = \ln \frac{X_t}{X_{t-1}}. \quad (1.2)$$

Dôvodom ich používania býva aditivita času¹, matematická „obratnosť“ (exponenciály, derivácie, ...) a v neposlednom rade pomerne dobrá aproximácia diskrétnych výnosov pre dostatočne krátke periódy.

Pri investícii do dvoch a viacerých aktív nás zaujíma výnos celého portfólia (r_p), ktorý definujeme ako:

$$r_p = \sum_{i=1}^n w_i r_i, \quad (1.3)$$

kde

n je počet aktív v portfóliu,

w_i označuje váhu i -teho aktíva v portfóliu a

r_i výnos i -teho aktíva.

Pri modelovaní portfólia disponujeme istými charakteristikami jednotlivých aktív, medzi ktoré často patrí odhadovaný budúci výnos, ktorý býva štatisticky vyvodený z historického vývoja týchto aktív. Takúto premennú budeme označovať **očakávaný výnos** (\hat{r}), agregáciu na očakávaný výnos portfólia uskutočníme nasledovne:

$$\hat{r}_p = \sum_{i=1}^n w_i \hat{r}_i. \quad (1.4)$$

Každý výnos² je pri bezarbitrážnom predpoklade neoddeliteľne spätý s nenulovou úrovňou rizika, ktorá tkvie zväčša vo fluktuácii hodnoty aktív v čase. Azda najznámejším štatistickým nástrojom na meranie vychýľovania finančného aktíva od jeho očakávanej hodnoty je **volatilita (štandardná odchýlka, σ_p)** portfólia definovaná pomocou disperzie (σ_p^2) ako:

$$\sigma_p^2 = E[(\hat{r}_p - r_p)^2], \quad (1.5)$$

kde operátor $E[.]$ označuje strednú hodnotu.

¹N-periódový logvýnos je rovný súčtu logvýnosov medzi 1. a N-tou periódou.

²Odhliadnuc od teoretického pojmu tzv. bezrizikových aktív typu amerických štátnych dlhopisov.

Niekoľkými úpravami, prevedenými napríklad v publikácii (Melicherčík, 2005), dostávame užívateľsky prístupnejší tvar vyjadrenia disperzie výnosov portfólia

$$\sigma_p^2 = \sum_{i,j=1}^n w_i w_j \text{cov}(r_i, r_j). \quad (1.6)$$

Zo vzťahu 1.6 je vidieť želaný diverzifikačný efekt portfólia zloženého z aktív, ktoré nie sú 100%-ne korelované.

Pri investovaní do portfólia finančných aktív je dôležité pozeráť sa nielen na absolútny výnos danej investície, ale aj relatívny, teda výnos regulovaný rizikom (risk-adjusted return). Jedným z najznámejších nástrojov na meranie relatívneho výnosu portfólia je **Sharpov pomer (Sharpe ratio, SR)**³, ktorý je definovaný ako:

$$SR = \frac{r_p - r_f}{\sigma_p}, \quad (1.7)$$

kde r_f označuje výnos benchmarkového aktíva, najčastejšie bezrizikového výnosu.

Sharpov pomer nám udáva úžitok z podstúpeného rizika pri investícii do daného portfólia v porovnaní s nákladmi stratenej príležitosti držania iného portfólia, resp. bezrizikového štátneho dlhopisu. Pri posudzovaní hodnoty Sharpovho pomeru, napríklad pri porovnávaní výkonnosti dvoch portfólií, racionálny investor preferuje vyššiu hodnotu.

1.2 Markowitzov problém

Začiatkom šesťdesiatych rokov minulého storočia sa komunita investorov začala intenzívnejšie zaoberať otázkou rizika. Každý o ňom vedel, no nebol vytvorený nástroj na jeho meranie, až kým Harry Max Markowitz⁴ nepredstavil svoj model portfólia⁵, ktorý je postavený na dvoch fundamentoch: očakávanom výnose a miere rizika portfólia reprezentovanej disperziou historických hodnôt finančných aktív.

Ideu fungovania modelu možno vidieť z matematickej formulácie

³Ďalšie ukazovatele výkonnosti finančných aktív možno nájsť aj v publikácii (IMCA, 2003).

⁴Laureát Ceny Švédskej banky v ekonomických vedách na mapiatku Alfréda Nobela (1990).

⁵Uvedený v publikáciách (Markowitz, 1952) a (Markowitz, 1952).

Markowitzovho problému:

$$\frac{1}{2}w^T \Sigma w \rightarrow \min \quad (1.8)$$

pri podmienkach

$$\begin{aligned} \hat{r}^T w &= \hat{r}_p \\ \mathbf{1}^T w &= 1, \end{aligned}$$

kde

Σ je variačno-kovariačná matica historických výnosov finančných aktív v portfóliu,

$\mathbf{1}$ je jednotkový vektor vhodnej dĺžky.

Ide teda o minimalizáciu rizika pri zvolenej úrovni očakávaného výnosu portfólia. Táto úlohu sa dá matematicky riešiť pomocou Lagrangeových multiplikátorov. Riešenie možno nájsť aj v publikácii (Melicherčík, 2005), z ktorej uvádzame iba výsledný vzťah pre vektor váh:

$$w = g + h\hat{r}_p, \quad (1.9)$$

kde

$$g = \frac{1}{D}[B(\Sigma^{-1}\mathbf{1}) - A(\Sigma^{-1}\hat{r})],$$

$$h = \frac{1}{D}[C(\Sigma^{-1}\hat{r}) - A(\Sigma^{-1}\mathbf{1})],$$

$$A = \mathbf{1}^T \Sigma^{-1} \hat{r},$$

$$B = \hat{r}^T \Sigma^{-1} \hat{r} > 0,$$

$$C = \mathbf{1}^T \Sigma^{-1} \mathbf{1} > 0,$$

$$D = BC - A^2.$$

Najdôležitejšími predpokladmi tohto modelu sú:

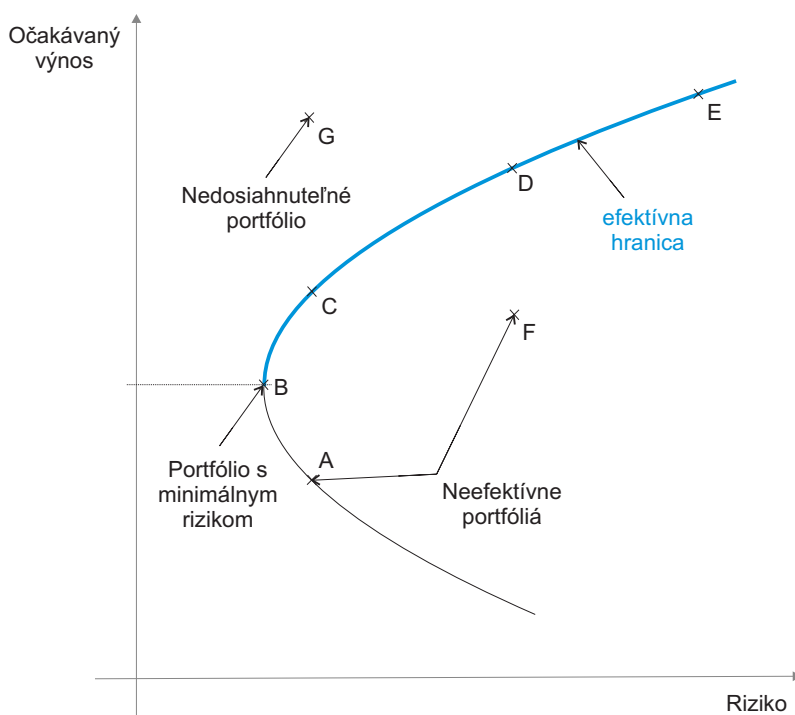
- lineárna nezávislosť výnosov jednotlivých aktív ⁶,
- nutná existencia aspoň dvoch aktív s rôznymi očakávanými výnosmi ⁷,

⁶Vylúčenie aktív so závislými výnosmi nemá vplyv na zmenšenie množiny riešení, pretože daný výnos vieme dosiahnuť kombináciou iných aktív v portfóliu.

⁷Pri rovnosti očakávaných výnosov všetkých aktív v portfóliu by sme nemohli meniť očakávaný výnos portfólia, pretože by sme niekedy nutne porušili prvú z podmienok optimalizačnej úlohy 1.8.

- znalosť očakávaných výnosov, variancie a kovariacie výnosov finančných aktív,
- zanedbanie transakčných nákladov a daní.

Opakovaním optimalizačnej úlohy 1.8 pre rôzne hodnoty očakávaného výnosu portfólia získame výnosovo-rizikový profil portfólia s ohľadom na diverzifikáciu rizika. Výstupom je vektor váh jednotlivých aktív pri príslušnej úrovni výnosu a rizika.



Obr. 1.1: Efektívna hranica

Vo „vnútri“ krivky reprezentujúcej riešenia optimalizačnej úlohy 1.8 na obrázku 1.1 sa nachádza množina dosiahnuteľných portfólií. Racionálny investor si však vyberá práve efektívne portfóliá (modrá časť krivky) a preferuje portfóliá C a D voči portfóliám A a F, pretože pri rovnakom riziku môže dosahovať vyšší výnos. Extrémne rizikovo averzný investor si vyberá portfólio B, riziko obľubujúci investor si vyberá okolo bodu E.

Ako všetky modely, aj tento má svoje nevýhody a nepresnosti. V tomto prípade za nepresnosti môžu hlavne vstupy, ktoré sú odhadované zväčša na základe

historických dát. V modeli sa nevyskytuje podmienka na presnejšiu špecifikáciu váh jednotlivých aktív. Záporná váha implikuje krátku pozíciu v danom aktíve, váha presahujúca 100% vyžaduje požičanie si ďalších kusov daného aktíva. Takéto prípady sú však v praxi niekedy nerealizovateľné, možné riešenie ponúkame v nasledujúcej sekcii.

1.3 Markowitzov problém s ohraničeniami na váhy

Reálny problém absencie ohraničenia váh v Markowitzovej úlohe podnecoval ďalší rozvoj. V tomto texte sa budeme opierať o riešenie tohto nedostatku popísané v publikácii (Esch, 2005).

Autori v prvom kroku pretransformujú zobrazenie volatility voči výnosu (ako na obrázku 1.1) do nového zobrazenia výnosu voči disperzii. Odvodenie sa ďalej zakladá na dotykovej priamke k efektívnej hranici, ktorá má v tomto zobrazení predpis $\sigma^2(\hat{r}) = a + \lambda\hat{r}$, kde λ je parametrom sklonu. Je evidentné, že najmenej rizikové dotykové portfólio dostávame pri hodnote $\lambda = 0$, a naopak najrizikovejšie portfólio je späté s hodnotou $\lambda \rightarrow \infty$. Všetky ostatné portfóliá sa nachádzajú medzi spomenutými dvoma hraničnými prípadmi. Pri snahe minimalizovať riziko sa minimalizuje parameter a vyššieuvedeného predpisu pri daných postupne volených parametroch λ .

Optimalizačnú úlohu 1.8 možno podľa vyššieuvedeného pretransformovať do nasledovného tvaru

$$\sigma^2 - \lambda r^T w \rightarrow \min \tag{1.10}$$

pri podmienkach

$$\begin{aligned} \mathbf{1}^T w &= 1, \\ l &\leq w \leq u, \end{aligned}$$

kde

l , resp. u reprezentuje vektor dolného, resp. horného ohraničenia vektora váh aktív v portfóliu.

Optimalizačnú úlohu 1.10 možno opäť riešiť pomocou metódy Lagrangeových multiplikátorov. Systém rovníc parciálnych derivácií danej Lagrangeovej funkcie možno zapísať ako

$$Cx^* = \lambda \hat{r}^* + b^*, \quad (1.11)$$

kde

C je matica koeficientov neznámych,

x^* je vektor neznámych (váhy a následne Lagrangeov multiplikátor),

\hat{r}^* je vektor očakávaných výnosov doplnený o nulu na poslednom mieste,

b^* je vektor núl doplnený o jednotku na poslednom mieste.

Následným prenasobením maticovej rovnosti 1.11 inverznou maticou k matici C zľava dostávame riešenie problému 1.10.

Ak sa optimum nadobúda mimo zvoleného ohraničenia pre niektoré váhy, použije sa najbližšia prípustná hodnota danej váhy a systém 1.11 zredukovaný o „hraničné“ váhy sa preráta znova. Opakovaním tohto algoritmu pre rôzne hodnoty λ postupne dostávame, na rozdiel od základného Markowitzovho modelu, iba body z efektívnej hranice.

Nota bene: algoritmus možno zrýchliť minimalizáciou inicializačnej hodnoty λ , keď odštartujeme z bodu maximálneho výnosu (maximálne prípustné obsadenie portfólia najvýnosnejším aktívom, s prípadným doplnením o maximálne prípustné množstvá druhého a nasledujúcich najvýnosnejších aktív v poradí) a dorátame si príslušnú hodnotu parametra.

1.4 Value-at-Risk

Každú transakciu, alebo obchodné rozhodnutie, ktorého výstup sa môže líšiť od očakávaného možno považovať za riziko. Pri definovaní základných pojmov sme zmienili volatilitu ako základný nástroj merania rizika. Veľká diverzita rizík vo financiách a bankových inštitúciách obzvlášť viedla k rozvoju poznania, stanovovania, prípadne následného predikovania rizík. Pri pohľade na banku rozoznávame v tomto texte nasledovné hlavné druhy rizika:

- **trhové riziko** citlivé na zmeny trhových cien alebo likvidity;

- **kreditné riziko** zaoberajúce sa kreditnou kvalitou dlžníkov;
- **operačné riziko**
 - **obchodné riziko** z neočakávaných zmien v objeme, marži, nákladoch;
 - **riziko neočakávaných udalostí** spočívajúce v jednorazových udalostiach nesúvisiacich s obchodným rizikom (napr. politické, prírodné,...)

Pravdepodobnosť nastania straty následne spôsobíacej signifikantné problémy pre banku v praxi nie je nulová. Pre potreby riadenia rizík je preto dôležité špecifikovať si kritickú veľkosť eventuálnej straty, spolu s pravdepodobnosťou jej nastania. Takéto uvažovanie priamo vedie k často používanému nástroju merania rizika - **Value-at-Risk** (VaR), ktorý môžeme matematicky popísať nasledovne

$$P(l_V \leq -VaR) \leq \alpha \quad (1.12)$$

kde

$P(\cdot)$ označuje pravdepodobnosť,

l_V je strata z hodnoty aktíva (resp. portfólia) V ,

α reprezentuje pravdepodobnosť nastania danej udalosti, $(1 - \alpha)$ udáva interval spoľahlivosti (hladinu významnosti) daného modelu.

Pomocou tohto modelu vie banka monitorovať a manažovať veľkosť výstupov na chvoste rozdelenia strát tak, aby pravdepodobnosť finančných ťažkostí bola najnižšia možná alebo (častejšie) na želanej úrovni. VaR meria veľkosť potenciálnej straty. Výpočet VaR možno zjednodušene popísať v nasledovných kľúčových krokoch ⁸

- odhadnutie rozdelenia zmien hodnôt (výnosov, resp. strát),
- stanovenie intervalu spoľahlivosti $(1 - \alpha)$
- prenasobenie trhovej hodnoty aktíva (resp. portfólia) V daným α -kvantilom.⁹

⁸Bližšie info k VaR možno nájsť v publikácii (Jorion, 2007)

⁹Tento krok možno jednoducho overiť zo vzťahu 1.12.

Nota bene: VaR je počítaný na ľubovoľne zvolenom intervale spoľahlivosti (typicky 95% alebo 99%), pričom v koncepte ekonomického kapitálu (popísanom v samostatnej kapitole) previažeme túto voľbu s rizikom zlyhania seniorných tranží, resp. kreditným ratingom banky ako takej.

VaR je síce všeobecne uznávaným nástrojom merania rizika, má však svoje nedostatky. Výpočet je závislý od stanovovania kvantilu rozdelenia strát, čo spôsobuje obmedzenia pri diskretných rozdeleniach. V modeli VaR tiež absentuje často podstatná informácia o charaktere zvyšku chvosta rozdelenia strát.

1.5 Conditional Value-at-Risk

V druhej polovici deväťdesiatych rokov prichádza na finančnú scénu vylepšená alternatíva VaR modelu - **Conditional Value-at-Risk (CVaR)**, (resp. Expected shortfall, Expected tail loss) s málo používaným slovenským ekvivalentom - Podmienená hodnota v riziku. Upríamením väčšej pozornosti na celý chvost rozdelenia strát odstraňuje nedostatky VaR modelu. Zmenou oproti VaR modelu je konečné stanovenie úrovne CVaR ako priemeru výšky strát chvosta rozdelenia za príslušným α -kvantilom. Pre názornosť viď. obrázok 1.2 na strane 16. Matematicky možno CVaR definovať nasledovne

$$CVaR(\beta) = \int_{\beta}^1 VaR(\xi) d\xi, \quad (1.13)$$

kde

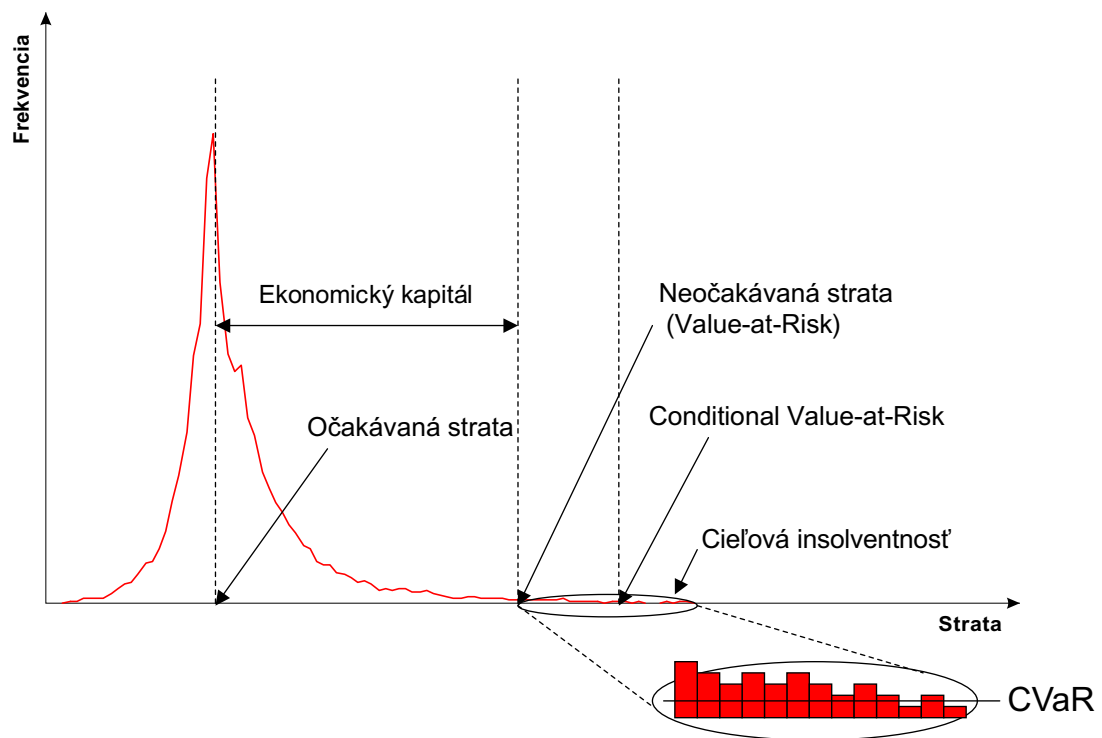
β reprezentuje hladinu významnosti ($\beta = 1 - \alpha$),

ξ predstavuje argument funkcie VaR , ktorý určuje hladinu významnosti.

Uvedený vzťah 1.13 predpokladá spojitosť funkcie $VaR(\xi)$. V prípade potreby nespojitej verzie uvedeného vzorca odporúčame nahradiť integrovanie „sumovaním“ s najhustejším možným delením intervalu $(\beta, 1)$.

Zo spôsobu výpočtu CVaR logicky vyplýva, že strata odhadovaná touto metódou je vždy väčšia alebo rovná strate získanej z VaR modelu, teda tento model je v praxi pokladaný za konzervatívnejší. Matematická podstata modelu CVaR ovplyvňuje vlastnosťou sub-aditivity a monotónnosti. Na rozdiel od VaR sa CVaR

dokáže vysporiadať aj s diskretnými rozdeleniami.



Obr. 1.2: Porovnanie VaR a CVaR (Uryasev)

Kapitola 2

Portfólio banky

Cieľ práce napovedá predmet optimalizácie - portfólio bankovej inštitúcie reprezentované položkami bilancie. Banka, ako každý investor, má svoje portfólio, ktoré vie do istej miery riadiť a ovplyvňovať tak budúci výnos pri rôznej miere rizika. Sofistikovaným riadením prerozdelenia svojich aktív, napríklad pomocou Markowitzovej teórie portfólia, si dokáže určiť efektívny rizikovo-výnosový profil svojho portfólia. Stanovením celkovej rizikovej pozície reprezentovanej ekonomickým kapitálom, ktorého koncept je popísaný v nasledovnej kapitole, a zohľadnením postoja k riziku spolu s víziou budúceho smerovania banky možno určiť také prerozdelenie aktív, ktoré bude prinášať maximálny výnos pri zvolenej úrovni rizika. Poznaním svojich možností a následným primeraným stanovovaním plánov by sa mohlo dariť dosahovanie udržateľného rastu príjmov banky, ktoré do veľkej miery zodpovedá ideálnym predstavám manažmentu, akcionárov a v neposlednom rade klientov.

Podľa štatistík tvoria najväčšiu časť príjmov banky úrokové príjmy. Napríklad v rokoch 1999-2009 tvoril úrokový príjem nemeckých bánk v priemere 75% celkového príjmu (www.stats.oecd.org). Z tohto dôvodu budeme pri modelovaní abstrahovať od menej významných druhov príjmu banky.

2.1 Profil modelovanej banky

Za účelom dosiahnutia čo najvyššej výpovednej hodnoty modelovaného problému vychádzame z dostupných dát konkrétnej bankovej inštitúcie - **Deutsche Bank AG** (www.annualreport.deutsche-bank.com)

- globálna finančná spoločnosť s centrárou vo Frankfurte nad Mohanom;
- pôsobiaca najmä v oblasti investičného a privátneho bankovníctva;
- s trhovou kapitalizáciou ku koncu roka 2009 na úrovni vyše 46 mld. EUR;
- s celkovými aktívami ku koncu roka 2009 vo výške 1,5 bilióna EUR;
- s dlhodobým S&P ratingom na úrovni A+.

2.2 Metóda indexovej aproximácie

Myšlienkou metódy, ktorú sme nazvali indexovou aproximáciou je prepojenie vybraných signifikantných položiek bilancie s časovými radmi vytvorenými z výnosov vhodných trhových indexov. Voľba týchto indexov a vytvorenie časových radov reprezentujúcich trhové segmenty boli zabezpečené vedúcim diplomovej práce na základe bohatých skúseností z oblasti riadenia bilancie banky.

Tabuľka 2.1 na strane 19 zobrazuje vybrané položky súvahy Deutsche Bank AG za rok 2009 spolu s reprezentujúcimi premennými.

Položka „Obchodované aktíva“ zahŕňa viacero druhov finančných nástrojov, preto sme sa rozhodli rozdeliť ju na akciovú a komoditnú zložku napríklad v danom pomere. Bližší popis premenných možno nájsť v praktickej časti práce.

Aktíva:	(Mil. EUR)	Podiel na celk. aktívach	Reprezentujúca premenná
Úrok prinášajúce vklady v iných bankách	47 233		
Vklady v centrálnej banke a REPO obchody	6 820	7%	EMU.Govies
Cenné papiere požičané od iných inštitúcií	43 509		
Obchodované aktíva- akcie (30%)	70 473	5%	Equities
Obchodované aktíva- komodity (70%)	164 437	11%	Commodities
Kladná trhová hodnota z derivátov	596 410	40%	FX
Úvery do segmentu nehnuteľností	55 961	4%	Real.Estate
Ostatné úvery	206 737	14%	EU.Corp
Súčet vybraných aktív	1 191 580	79%	
Celkové aktíva	1 500 664	100%	

Tabuľka 2.1: Modelované aktíva banky

Kapitola 3

Ekonomický kapitál

3.1 Kapitálová štruktúra banky

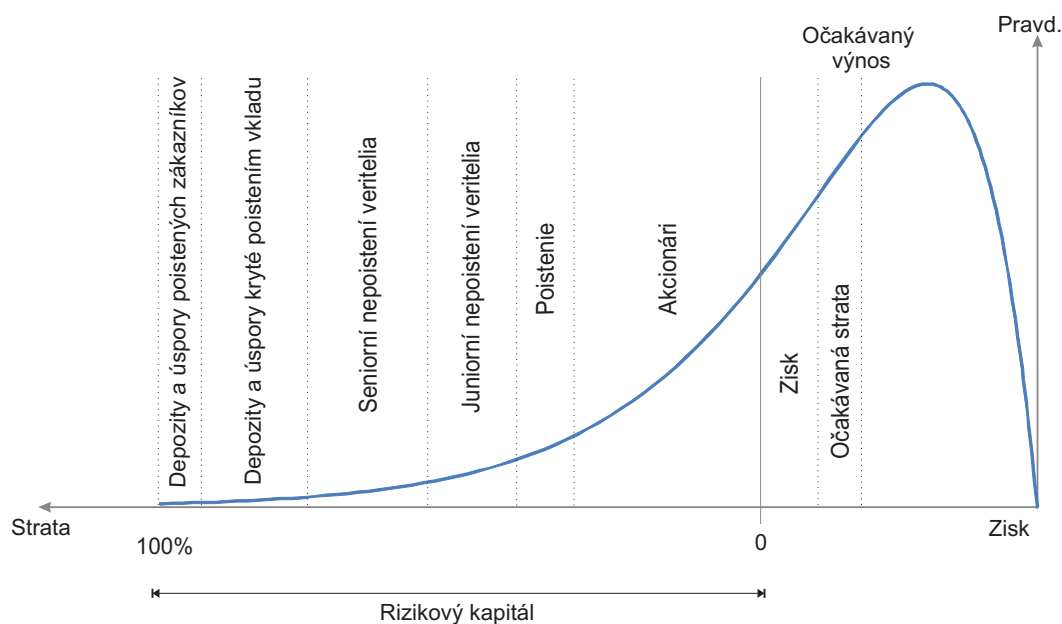
V bankovej praxi je optimálna výška kapitálových rezerv neustálou neznámou, nadobúdajúcou pre každého zúčastneného iné rozmery. Bezpečnosť banky ako právneho subjektu je spoločným cieľom, odlišnosti sa nachádzajú práve vo výške kapitálových požiadaviek. Kým bežní klienti sú senzitívni najmä voči svojim vkladom, držiteľov dlhopisov zaujíma splatenie menovitej hodnoty a výnosov, akcionárov zisk banky. Hlavnou hrozbou každého z nich je neočakávaná strata. Prax ukazuje typické držanie veľkého podielu kreditných aktív so zriedka extrémne negatívnymi následkami. Táto vlastnosť spôsobuje zošikmenie štatistického rozdelenia strát smerom k vyšším stratám. Logicky nám vyplýva, že zvyšovaním kapitálu banka môže posúvať prah krachu do nižších pravdepodobností. V prípade poklesu hodnoty aktív, rôzni kapitáloví účastníci znášajú straty podľa nasledovných priorít (Schroeck, 2002):

1. Banka by mala zriadiť poisťný fond na krytie očakávaných strát, naplnený z očakávaných výnosov.
2. V prípade nedostatku prostriedkov v poisťnom fonde siahnuť na výnosy.
3. Ak nezvýšili žiadne výnosy, akcionári nesú všetky straty.
4. Ak má banka uzatvorené poistenie na pokles hodnoty istých aktív, poisťovňa

nesie časť dodatočných strát.

5. Juniorní veritelia nesú ďalšiu tranžu strát.
6. Seniorní veritelia následne po juniorných.
7. Ak nastane pri úrovniach strát medzi bodom 5 a 6 dramatické sťaženie chodu banky, regulátor (príp. vláda) zakročí a pokúsi sa o záchranu banky. Ak sa straty dotknú deponentov, ich vklady sú kryté vo väčšine bankových systémov do určitej výšky - v USA krytie štátom do US \$ 100 000/klient.
8. Vklady presahujúce túto výšku následne nesú ďalšie straty.

Aj z vyššie uvedených princípov nám vyplýva rôzna motivácia výšky kapitálových požiadaviek jednotlivých kapitálových podielnikov.



Obr. 3.1: Tranže kapitálových účastníkov

3.2 Definovanie ekonomického kapitálu

Keď sa na banku pozerá jej kapitálový účastník, má v záujme uspokojovať svoje vytýčené ciele zväčša smerujúce k dosahovaniu zisku. Výskum však dokazuje, že

väčšina ľudí preferuje veľmi malý pomerne istý výnos pred nepomerne vyšším výnosom spätým s malou šancou dosiahnutia straty. Nenulový potenciál budúcej straty je teda jednou z najväčších hrozieb kapitálových účastníkov. Aj keby však každý z nich riešil individuálne časť strát, ktorú chce znášať, rovnako by mali všetci záujem na tom, aby nebol ohrozený chod banky. Dá sa teda tvrdiť, že kapitáloví účastníci majú spoločne v záujme, aby bola banka zabezpečená minimálne po túto hranicu.

Ekonomický bankrot je spustený v momente, keď trhová hodnota aktív padne pod trhovú hodnotu pasív. Aj keby toto nevyústilo do problémov chodu banky, spôsobilo by to minimálne bankrot na úrovni juniorných pasív. Kreditný štandard banky je typicky stanovený preto ratingom jej seniorného dlhu - benchmark pre väčšinu účastníkov trhu. Navzdory tomu je potrebné zmieniť, že ratingové agentúry hodnotiace bezpečnosť seniorných dlhov berú do úvahy viacero faktorov. Napríklad S&P uvažuje veľkosť aktív, kreditnú kvalitu, geografickú diverzitu financovania a výnosy prioritnejšie ako kapitál. Fitch IBCA zohľadňuje riziko (kreditné, trhové, právne, operačné), financovanie, kapitál, výkonnosť, trhové prostredie a plánovanie, finančné vyhliadky, vlastníctvo, audit a presne neurčené záväzky.

Pod pojmom **ekonomický kapitál** budeme v tomto texte rozumieť odhad celkovej úrovni kapitálu potrebného na garantovanie solventnosti banky pri určitom intervale spoľahlivosti, ktorý je konzistentný s cieľovým kreditným ratingom seniorného dlhu banky. Je to teda istá skratka ku kompletnej ekonomickej analýze determinujúcej rizikový kapitál. Súčasne je to jediná praktická cesta k odhadu potrebného množstva kapitálu, pretože obchádza komplexné vyjednávanie - požadované v rizikovom kapitáli, pričom stále uvažuje rizikovú perspektívu, ktorá je podstatne presnejšia ako odhad regulátora. Výhodou ekonomického kapitálu je používanie pozorovateľného benchmarku na stanovenie kritickej hodnoty- intervalu spoľahlivosti, a teda potrebného kapitálu. Ratingové agentúry pravidelne zverejňujú pravdepodobnosť defaultu (probability of default, PD) svojich ratingov. Napr. A+ rating agentúry S&P seniorného dlhu banky má podľa portálu (www.seekingalpha.com) PD na úrovni 0,084%, teda interval spoľahlivosti je rovný 99,916%.

3.3 Odvodenie ekonomického kapitálu

Pre konkrétny výpočet ekonomického kapitálu literatúra (Schroeck, 2002) uvádza 2 základné prístupy- **Bottom-up** a **Top-down**.

3.3.1 Bottom-up

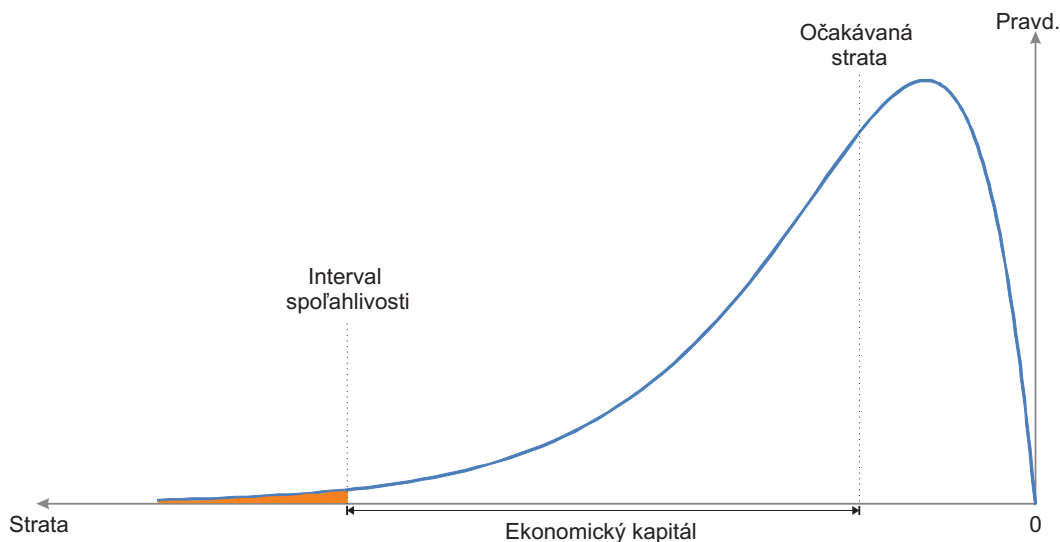
Tento prístup určuje ekonomický kapitál osobitne pre každý typ rizika, pre každú transakciu v určitom časovom horizonte. Transakcie sú následne agregované do jednotlivých rizikových skupín, pričom sa prihliada aj na koreláciu medzi skupinami.

Kreditné riziko

Kreditné riziko plynie z dočasného alebo trvalého neuspokojovania záväzkov voči veriteľovi, prípadne kreditnou migráciou dlžníka. Z prípadného naplnenia týchto hrozieb sa stávajú straty, ktoré sú do istej miery očakávateľné. Preto je vhodné rozlišovať medzi očakávanými a neočakávanými stratami v ponímaní kreditného rizika.

Očakávané straty sú neoddeliteľnou súčasťou požičiavania. Do veľkej miery sa vychádzajú z historických štatistík. Kľúčovým pojmom je už spomínaná **pravdepodobnosť defaultu**, teda pravdepodobnosť nesplatenia pôžičky do maturity. Táto premenná je väčšinou prepojená s ratingom dlžníka a časom sa mení¹. Ďalším fundamentálnym faktorom je **miera straty** vypovedajúca o pomere nenávratnej straty (po speňažení kolaterálu) k nesplatenej časti pri defaulte (krachu). Očakávané straty však neimplikujú riziko, a teda ani držanie kapitálu na krytie kreditného rizika, preto ekonomický kapitál kreditného rizika je funkciou neočakávaných strát. Tie sú postupne počítané položka po položke, následne korelované agregované. Pri znalosti rozdelenia očakávaných a neočakávaných strát kreditného portfólia je možné odhadnúť vzdialenosť medzi očakávaným výstupom a hranicou intervalu spoľahlivosti.

¹Táto vlastnosť je modelovaná tzv. migračnými maticami.



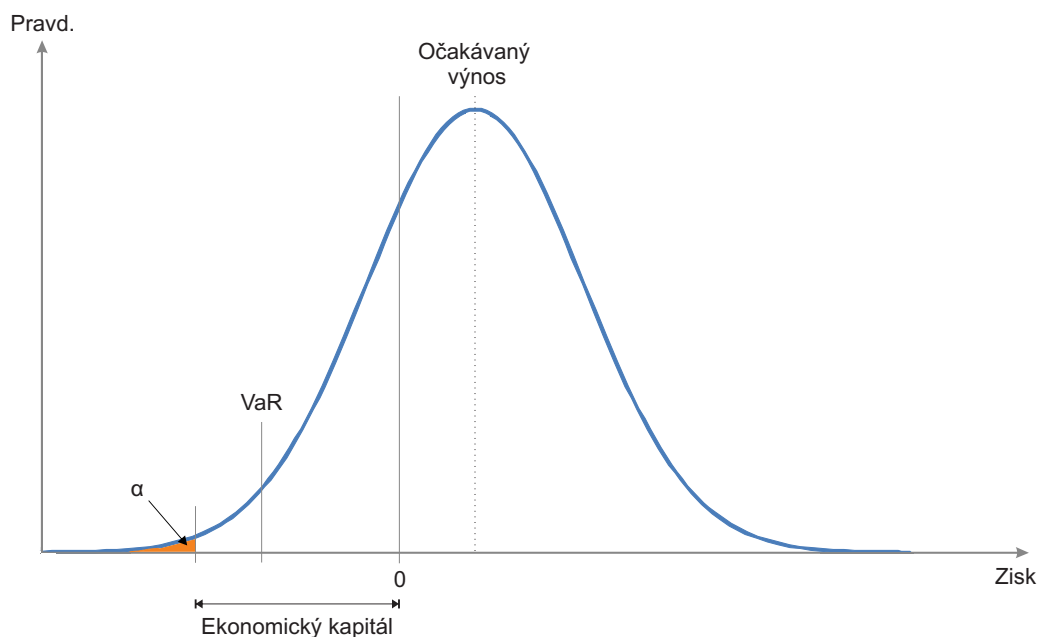
Obr. 3.2: Ekonomický kapitál kreditného rizika

Trhové riziko

Trhové riziko vyplýva z neočakávaných nepriaznivých zmien hodnôt trhových faktorov (úroková miera, výmenný kurz, hodnota cenných papierov, hodnota komodít, zmena volatility). Obľúbeným nástrojom merania trhového rizika je už spomínaný koncept VaR, ktorý možno považovať za štartovací bod pre stanovenie ekonomického kapitálu trhového rizika, ku ktorému možno dospieť v nasledovných troch krokoch:

1. zmena intervalu spoľahlivosti VaR (z 95% prípadne 99%) na zvyčajne vyššie percento;
2. transformácia bežne používaného dennej (prípadne týždenného) VaR na ročnú „odmocninovým” pravidlom ($VaR_{rok} = VaR_{den} \sqrt{250}$)²;
3. ako vidieť na obrázku 3.3 na strane 25, výška očakávaného výnosu môže byť pri trhovom riziku a ročnom časovom horizonte nezanedbateľná, preto by sme ju mali zohľadniť (redukovať) aj v ekonomickom kapitáli.

²Platí zjednodušujúci predpoklad držania pozícií počas celého sledovaného obdobia.



Obr. 3.3: Ekonomický kapitál trhového rizika

Operačné riziko

V niektorej literatúre je operačné riziko označované ako „reziduálne“, teda to, ktoré nepatrí do kreditného a trhového rizika. V tomto texte sme sa rozhodli chápať pod týmto pojmom neočakávané straty spôsobené zlyhaniami ľudí, procesov, systémov, ich kontroly, alebo externými udalosťami. Tieto riziká neustále znášajú všetky spoločnosti, nielen banky. Z dôvodu rôznorodosti vplyvov sme použili rozdelenie operačného rizika na dve podkategórie: obchodné riziko a riziko neočakávaných udalostí.

Už pomerne široká definícia napovedá istej nejednoznačnosti, ktorá sa pre-mieta aj do absencie všeobecne zaužívanej metodológie určovania ekonomického kapitálu pre operačné riziká. Na manažovanie týchto rizík sa používajú tradičné nástroje ako interný audit alebo smernice, tiež doplnkové nástroje vo forme pois-tení. Výnimkou sú bezmála iba popredné subjekty bankových trhov, ktoré sa zaoberajú v prvom rade identifikáciou zdrojov, následne odhadom ich vplyvu a výsledným stanovením najosožnejších reakcií.

- Obchodné riziko možno koncepčne chápať ako neschopnosť dostatočného

krytia nákladov, ktoré nesúvisia s kreditným ani trhovým rizikom, očakávanými ziskami. Rozlišujeme 3 kľúčové faktory determinujúce obchodné riziko

- volatilita ziskov
- fixné náklady
- volatilita variabilných nákladov

Pravdepodobnostné rozdelenie strát obchodného rizika a následný výpočet ekonomického kapitálu pripomína rozdelenie strát trhového rizika so zníženými očakávanými výnosmi o sumu nákladov.

- Riziko neočakávaných udalostí rozdelíme na časť, ktorú je výhodnejšie outsourceovať tretími stranami (napr. poistenie) a zvyšnú časť krytú adekvátnym ekonomickým kapitálom, ktorý nemá potenciál premietnuť sa do zisku, jeho rozdelenie je teda podobné ako v časti o kreditnom riziku. Vo všeobecnosti bude aj odvodenie podobné, až na citeľne nižší počet pozorovaní, ktorý vnáša istú mieru nepresnosti.

Prístup Bottom-up sa javí ako veľmi presný a sofistikovaný nástroj modelovania ekonomického kapitálu, ale v praxi ťažko realizovateľný (vysoká náročnosť-transakcia po transakcii, obrovské kovariačné matice v rámci rizikových skupín, ťažko odhadnuteľná kovariačná matica jednotlivých skupín rizika, často krátke historické dáta), preto bude v praktickej časti tejto práce uprednostnená istá variácia klasického prístupu Top-down, ktorá je bližšie popísaná v nasledovnej sekcii.

3.3.2 Top-down

Už názov napovedá, že pôjde o principiálne opačný koncept v porovnaní s prístupom Bottom-up, teda nebudeme vyvodzovať celkový ekonomický kapitál cestou indukcie z jednotlivých transakcií, ale budeme sa snažiť o čo najpriamejšiu cestu, na čo nám poslúžia isté aproximácie. Literatúra ponúka napríklad možnosť zjednodušenia pomocou **opčného prístupu**, ktorý je založený na modelovaní budúcej hodnoty aktív banky (podkladové aktívum opcie) vzhľadom k záväzkom

(realizačná cena). Ako sme už uviedli v tejto kapitole, default banky nastáva v momente, keď výška aktív poklesne pod úroveň záväzkov (ekonomický kapitál je na nule), čo sa dá použiť v pravdepodobnosti defaultu. Popísaná logika sa však pojme od konca. PD sa nahradí odhadom ratingovej agentúry a v kombinácii s odhadnutým rozdelením aktív vieme určiť vzdialenosť medzi očakávanou hodnotou aktív a PD, teda ekonomický kapitál.

Prístup indexovej aproximácie, ktorý následne použijeme v experimentálnej časti práce je však ešte inovatívnejší, a súčasne pohodlne použiteľný v praxi. V porovnaní s prístupom Bottom-up eliminujeme, často problémové až nemožné, získavanie použiteľných dát, ktoré sčasti pramení v pomerne krátkej životnosti bankových produktov (okolo 3 rokov). Ďalšou výhodou bude signifikantné zníženie výpočtovej náročnosti a nezávislosť dát na type rozdelenia ³, čo hodnotíme ako významný krok k zvýšeniu robustnosti metódy.

Na určenie ekonomického kapitálu, v súlade s princípom stanovovania ekonomického kapitálu pre všetky typy rizika z prístupu Bottom-up, potrebujeme okrem strednej hodnoty prahovú hodnotu ohraničujúcu dané rozdelenie z ľava. Stanovíme ju v záujme udržania úrovne solventnosti banky na aktuálnu hodnotu kreditného ratingu zabezpečeného ratingovou agentúrou S&P. V štatistickom ponímaní je ekonomický kapitál definovaný ako vzdialenosť medzi týmito dvoma bodmi na hustote daného rozdelenia.

³V opčnom prístupe vystupuje predpoklad normálneho rozdelenia dát.

Kapitola 4

Regulatórny kapitál

Špecifickosť postavenia bánk a ich podnikania v ekonomike, ako aj skutočnosť, že zlyhanie banky postihuje nielen jej akcionárov a klientov, ale vyvoláva aj vysoké spoločensko-ekonomické náklady, podmieňuje opatrenia, zamerané na stabilitu komerčných bánk a bankových sústav.

Medzinárodným medzníkom v tejto oblasti je rok 1974, kedy bol založený **Bazilejský výbor pre bankový dohľad (Basel Committee on Banking Supervision, BCBS)** zameraný na riešenie reálnych problémov v menovej oblasti a vo vývoji bankovníctva. Tento cieľ napĺňa vyvíjaním smerníc a odporúčaní v očakávaní ich následného dodržiavania členskými a nečlenskými štátmi.

Významným nástrojom v oblasti regulácie a dohľadu nad bankami je otázka kapitálovej primeranosti, nakoľko vytyčuje minimálne štandardy a metodické alternatívy v oblasti kapitálového krytia finančných rizík a neočakávaných strát.

4.1 Bazilej I

V roku 1988 predstavil BCBS koncept medzinárodných štandardov kapitálovej primeranosti, známy aj ako **Bazilej I (The Basel I Accord, Basel I)**, ktorý pojednáva najmä o kreditnom riziku. Bol prijatý zoskupením G10 a vyše sto ďalšími štátmi. Stanovuje minimálnu úroveň držaného kapitálu vyjadrenú z celkových

rizikovo vážených aktív (risk-weighted assets, RWA)¹ vo výške 8% ².

Kapitál použiteľný na krytie kreditných rizík sa rozdeľuje do nasledovných dvoch kategórií.

- **Kapitál Tier 1** možno považovať za kľúčový ukazovateľ finančnej stability banky z pohľadu regulátora. Je definovaný ako súčet účtovnej hodnoty kmeňových akcií, nerozdeleného zisku a niekedy aj nesplateľných prioritných akcií.
- **Kapitál Tier 2** reprezentuje doplnkový kapitál a je tvorený súčtom dlhodobého podriadeného dlhu, rezerv (napríklad na krytie úverových strát) a hybridných inštrumentov (kapitál s charakterom dlhu).

Hlavným účelom regulátorného kapitálu plynúceho z dohody Bazilej I je krytie neočakávaných strát, a teda ochrana deponentov a finančného trhu.

V roku 1996 BCBS doplnila Bazilej I o trhové riziká. Tento doplnok rozdeľuje aktíva banky do nasledovných dvoch skupín. **Obchodná kniha** reprezentujúca portfólio krátkodobých obchodovaných aktív, ktorých hodnotu stanovuje trh. Z toho plynie trhové riziko, ktoré by malo byť kryté istým kapitálom. Na druhej strane je **banková kniha** so všetkými cennými papiermi, ktoré banka drží až do maturity. Ich hodnota je stanovovaná na základe historických nákladov. Banková kniha je spätá najmä s menovým a komoditným rizikom, ktoré sú kryté prislúchajúcim kapitálom.

4.2 Bazilej II

Od deväťdesiatych rokov bol zaznamenaný prudký vývoj bankovníctva, v dôsledku čoho sa Bazilej I z roku 1988 stával neaktuálnym až krajne nevhodným. V júni

¹RWA reprezentujú súvahové a podsúvahové aktíva banky vážené faktormi reprezentujúcimi ich riziko a potenciál neuplatnenia. Cash a štátne dlhopisy sú uvažované s nulovým potenciálom neuplatnenia, hypotéky a pôžičky kryté nehnuteľnosťami s 50%-ným potenciálom neuplatnenia a ostatné aktíva so 100%-ným potenciálom neuplatnenia.

²Pomer regulátorného kapitálu k sume rizikovo vážený aktív býva označovaný aj ako **Cookov pomer (Cook ratio)**

2004 dokončil BCBS revíziu Bazilejskej dohody, ktorá bola nazvaná ako **Nová dohoda o kapitále (The New Basel Capital Accord)**, alebo **Bazilej II (Basel II)**. Začiatok jej implementácie bol naplánovaný v krajinách EÚ na rok 2007 a pre niekoľko väčších bánk USA na rok 2008. Vylepšenie bolo uskutočnené v dvoch dimenziách:

- rozšírenie o bankový dohľad a trhovú disciplínu,
- nárast rizikovej citlivosti minimálnych kapitálových požiadaviek.

Cieľom je pomôcť zvýšiť dôraz na riadenie rizika a podporiť prebiehajúce zlepšenia v identifikácii bankových rizík. Bazilej II je tvorený tromi piliermi.

Prvý pilier- Minimálne kapitálové požiadavky na krytie kreditného, trhového a operačného rizika. Bankám sa rozšíril výber modelov na meranie rizík v jednotlivých kategóriách, vďaka čomu si môžu zvoliť ten najvhodnejší prístup pre svoj stupeň vývoja operácií banky a infraštruktúry finančného trhu. Úroveň kapitálu v bankovom systéme ostal na nezmenenej úrovni 8% rizikovo vážených aktív³.

Druhý pilier- Bankový dohľad má právomoci preverovať nasledovné:

- primeranosť odhadu kapitálu vo vzťahu k rizikám,
- dodržiavanie minimálnej úrovne regulačného kapitálu,
- konanie pri zistení vážnych chýb a hrozieb.

Tretí pilier- Trhová disciplína pomocou transparentnosti a pravidelného zverejňovania informácií bankami. Účastníci trhu tak získavajú väčší prehľad o rizikovom profile banky a adekvátnosti jej kapitálového krytia.

4.3 Bazilej III

Najnovším pokračovaním série Bazilejských dohôd, zverejneným v decembri 2009, je **Bazilej III (Basel III)**. Tento globálny štandard likvidity a kapitálovej primer-

³Nastalo spresnenie výpočtu rizikového potenciálu aktív prepojením na kreditné ratingy jednotlivých aktív.

anosti bánk vznikol ako reakcia na regulatórne nedostatky v súvislosti s globálnou finančnou krízou. Jeho víziou je posilnenia regulácie, dohľadu a riadenia rizík v bankovníctve. Vytyčuje si preto nasledovné ciele:

- zlepšenie schopnosti absorbovať ekonomické a finančné šoky,
- zlepšenie riadenia rizík a kontroly,
- posilnenie transparentnosti a zverejňovania informácií.

Na dosiahnutie vyššie uvedených cieľov zavádza Bazilej III tieto opatrenia.

- Zvýšenie minimálnych požiadaviek na kapitál Tier 1, a tým aj zvýšenie celkových kapitálových požiadaviek.
- Nové konzervačné kapitálové rezervy, tvorené v časoch konjunktúry, použité v období veľkého finančného a ekonomického napätia.
- Proticyklické kapitálové rezervy tvoriace doplnok ku konzervačným kapitálovým rezervám.
- Likviditné opatrenia na zabezpečenie bezproblémového chodu počas jedného mesiaca stresového scenára, zosúladenia maturít aktív, vytvárania stimulov zo stabilnejších aktív.
- Zavedenie pákového pomeru (leverage ratio)⁴ v zmysle doplnkovej miery rizika na stanovenie spodnej hranice vytvárania pák a záchranu pred chybami plynúcimi z meraní a modelov.

⁴Meria pomer medzi dlhom a majetkom.

Kapitola 5

Modelovanie

V praktickej časti tejto práce budeme pomocou spomínanej indexovej aproximácie modelovať portfólio Deutsche Bank AG a príslušný ekonomický kapitál. Situujeme sa pri tom do pozície manažéra riadenia bilancie, na koniec roka 2009, z ktorého sú dostupné dáta prerozdelenia portfólia banky. Dostupnými metódami, do istej miery popísanými v teoretickej časti práce sa pokúsime naplniť cieľ práce, teda zoptimalizovať výnos banky pri fixovaní úrovne rizika.

Podkladom budú dáta popisujúce výnosy zvolených trhových segmentov za obdobie január 1999 až september 2007. Dôvodom pre práve takúto voľbu časového intervalu je snaha o čo najpresnejšiu (takmer 9 ročnú) charakteristiku „normálneho“ vývoja - v zmysle abstrahovania od krízových rokov.

Nástrojom na riešenie optimalizačných a iných úloh bude štatistický softvér R¹. Zdrojový kód s použitými príkazmi možno nájsť v prílohe A tejto práce.

Použité premenné treba chápať v nasledovnom kontexte

EMU.Govies: výnos indexu európskych štátnych dlhopisov,

EU.Corp: výnos indexu európskych korporátnych dlhopisov,

FX: výnos indexov obchodovania s menami (najmä menový pár EUR-USD),

Equities: výnos akciových indexov,

¹Softvér používa bodku na oddelenie desatinných miest reálnych čísel, preto budú výstupy zobrazované v rovnakej podobe.

Commodities: výnos komoditného indexu,

Real.Estate: výnos realitného indexu.

Pre bližšie predstavenie dát uvádzame výnosy a kovariačnú maticu jednotlivých aktív.

mean	cov	EMU.Govies	EU.Corp	FX	Equities	Commodities	Real.Estate
1.56%	EMU.Govies	0.025207	0.022614	-0.004961	-0.035611	-0.013728	-0.019921
1.64%	EU.Corp	0.022614	0.022756	-0.003460	-0.027171	-0.014162	-0.013332
1.61%	FX	-0.004961	-0.003460	0.114988	0.058530	0.048265	0.056615
1.14%	Equities	-0.035611	-0.027171	0.058530	1.087498	0.380959	0.309594
5.50%	Commodities	-0.013728	-0.014162	0.048265	0.380959	2.214767	0.096395
4.43%	Real.Estate	-0.019921	-0.013332	0.056615	0.309594	0.096395	0.531163

Tabuľka 5.1: Výnosy a kovariačná matica modelovaných aktív

Pri modelovaní budeme používať tri prístupy optimalizácie portfólia

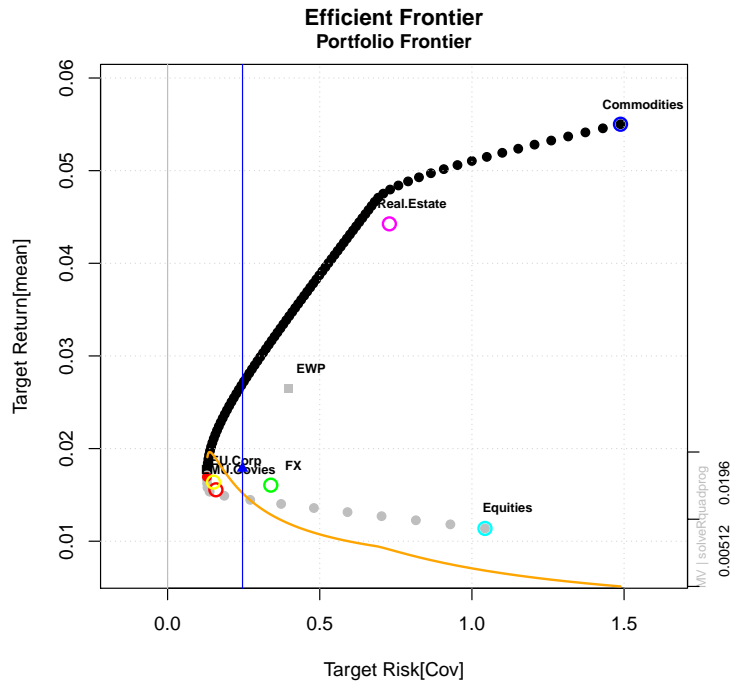
1. Základný Markowitzov model bez krátkych pozícií v aktívach a ekonomický kapitál - základný scenár,
2. Markowitzov model s netriviálnymi ohraničeniami na váhy jednotlivých aktív a ekonomický kapitál - rozšírený scenár,
3. Mean-CVaR optimalizácia a ekonomický kapitál - doplnkový scenár.

5.1 Základný scenár

Na trhové dáta sme použili Markowitzovu „mean-variance“ optimalizáciu s obmedzením na dlhé pozície v aktívach. Počet bodov výstupu sme nastavili na 100.

Obrázok 5.1 na strane 34 zobrazuje riešenie danej optimalizačnej úlohy, teda aj efektívnu hranicu, ktorej body sú zobrazené ako čierne kruhy. Vidieť tiež rizikovo-výnosový profil jednotlivých aktív (označené farebnými kružnicami), naivne diverzifikovaného portfólia² (bod EWP), súčasného portfólia (modrý trojuholník), portfólia s minimálnym rizikom (červený kruh), body neefektívnych riešení (šedé kruhy) a krivku Sharpovho pomeru (oranžovou farbou).

²Portfólio s rovnakými váhami jednotlivých aktív.

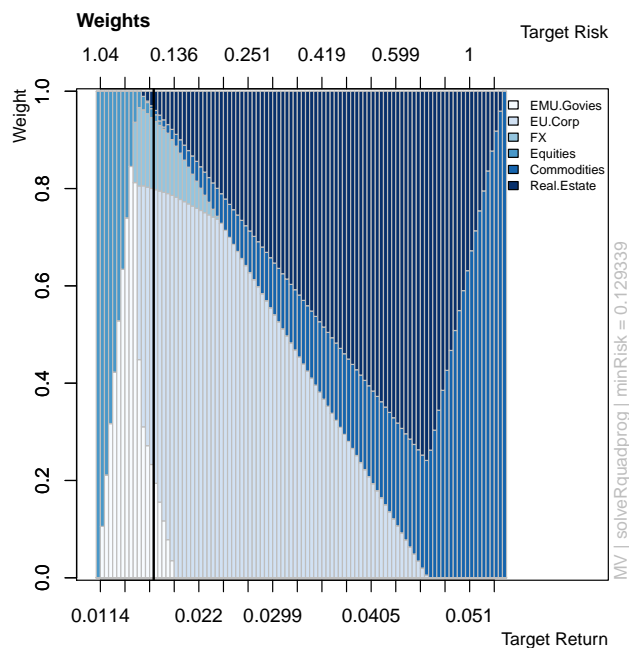


Obr. 5.1: Efektívna hranica základného scenára

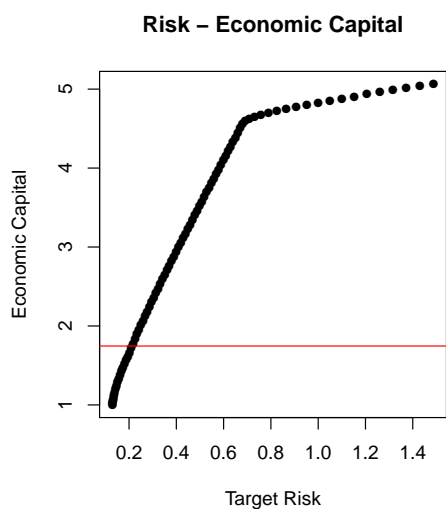
Keďže sa súčasné portfólio nenachádza na efektívnej hranici, vzniká priestor na optimalizáciu. Ľubovoľný bod efektívnej hranice nachádzajúci sa na ľavo od modrej priamky, prechádzajúcej bodom súčasného portfólia, prináša vyšší výnos pri nižšej úrovni rizika reprezentovaného varianciou.

Každý bod výstupu na obrázku 5.1 je reprezentovaný špecifickým vektorom váh jednotlivých aktív. Vývoj prerozdelenia aktív jednotlivých bodov množiny riešení základného scenára vidieť na obrázku 5.2 na strane 35, pričom vertikálna čierna čiara oddeľuje efektívnu hranicu (vpravo) od bodov neefektívnej hranice (vľavo).

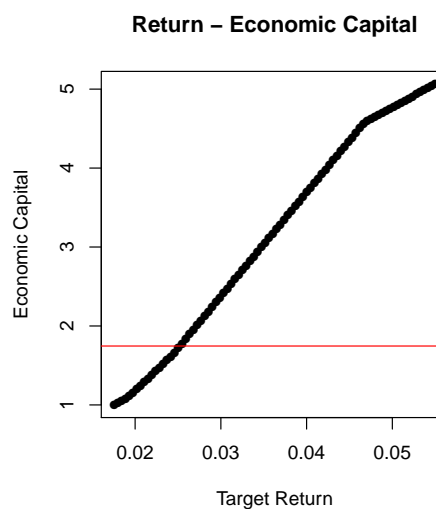
Iný pohľad na riziko vnáša koncept ekonomického kapitálu. Metodicky sa budeme opierať o indexovú aproximáciu spadajúcu do časti Top-down teórie o ekonomickom kapitáli, teda na základe vzdialenosti medzi strednou hodnotou príslušnej premennej a 0,084%-ným kvantilom rozdelenia výnosov určíme výšku ekonomického kapitálu jednotlivých premenných. Následne korektným vynásobením vektora ekonomických kapitálov premenných s vektorom váh daného bodu efek-



Obr. 5.2: Profil váh portfólií z výstupu



Obr. 5.3: Závislosť rizika a ekonomického kapitálu



Obr. 5.4: Závislosť výnosu a ekonomického kapitálu

tívnej hranice dostávame veľkosť ekonomického kapitálu daných portfólií, ktorú zobrazujeme vo vzťahu k riziku, resp. k výnosu na obrázku 5.3, resp. 5.4 na strane

35. Úroveň ekonomického kapitálu implikovaného súčasným portfóliom banky je zobrazená červenou farbou. Na grafoch možno pozorovať pozitívnu závislosť ekonomického kapitálu voči riziku aj výnosu. V oboch grafoch sa prejavil zlomový bod v okolí poslednej pätiny portfólií, ktorých ekonomický kapitál rastie pomalšie ako očakávaný výnos, čo zvyšuje atraktivitu týchto portfólií. Dôvod tohto zlomu možno vidieť na obrázku 5.2- prudký nárast podielu najrizikovejšieho aktíva.

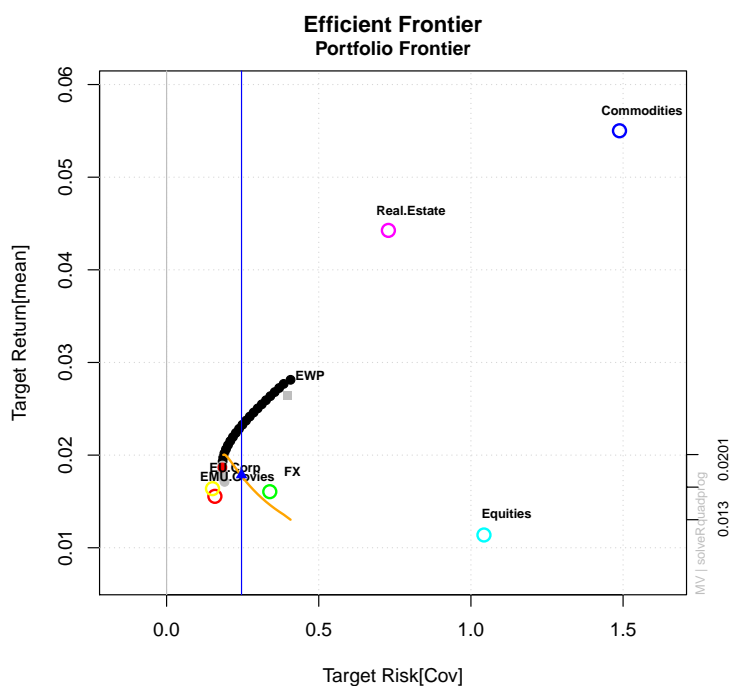
Pri voľbe ekonomického kapitálu za rozhodujúci ukazovateľ rizika nám tento model poskytuje 18 efektívnych portfólií s nižšou úrovňou rizika, z ktorých sa pri 17 dosahuje vyšší výnos ako pri dnešnom zložení portfólia banky. V hraničnom prípade -osemnáste portfólio- možno pri mierne nižšej úrovni ekonomického kapitálu dosahovať o 40% vyšší výnos modelovaného portfólia, čo sa premieta (79%-nou váhou) do takmer 32%-ného zvýšenia výnosu z celkových aktív banky. Tento extrémny nárast so sebou nesie aj pomerne extrémne rozloženie váh, v ktorom sa premenná EU.Corp. pohybuje okolo 80%-70%, pričom viaceré premenné nie sú v portfóliu vôbec zahrnuté. Takéto cieľové rozloženie aktív v portfóliu banky by mohlo spochybňovať aplikovateľnosť základného scenáru, preto sme sa rozhodli vylepšiť tento model v ďalšej sekcii.

5.2 Rozšírený scenár

V tejto časti sa pokúsime o vylepšenie základného scenáru smerom „k realite“ tým, že zavedieme do modelu netriviálne ohraničenia na váhy jednotlivých aktív bankového portfólia. Vychádzať budeme z tabuľky 2.1, pričom žiadnemu aktívu nedovolíme väčšiu ako 80%-nú zmenu oproti súčasnému stavu. Dolné a horné ohraničenia jednotlivých váh nadobudnú ohraničenia ako je uvedené v tabuľke 5.2 na strane 37. Značné obmedzenie optimalizačných možností nám naznačil aj výpočtový modul, ktorý namiesto požadovaných 100 bodov riešení optimalizačnej úlohy Markowitzovho portfólia s uvedenými obmedzeniami na váhy vyrátal pri nezmenenej miere presnosti iba 26 bodov. Konkrétne možno istú reprezentáciu riešení v podobe efektívnej hranice, ako aj ostatných dostupných atribútov, podobne ako v predchádzajúcej sekcii, vidieť na obrázku 5.5 na strane 37.

Reprezentujúca premenná	Aktuálna váha	Min. váha	Max. váha
EMU.Govies	8%	2%	15%
Equities	6%	1%	11%
Comodities	14%	3%	25%
FX	50%	10%	90%
Real.Estate	5%	1%	8%
EU.Corp	17%	3%	31%

Tabuľka 5.2: Ohraničenia váh

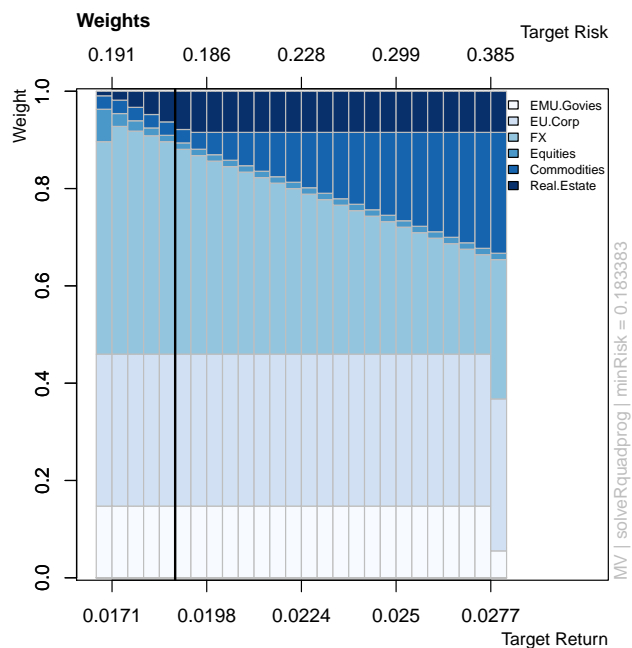


Obr. 5.5: Efektívna hranica rozšíreného scenára

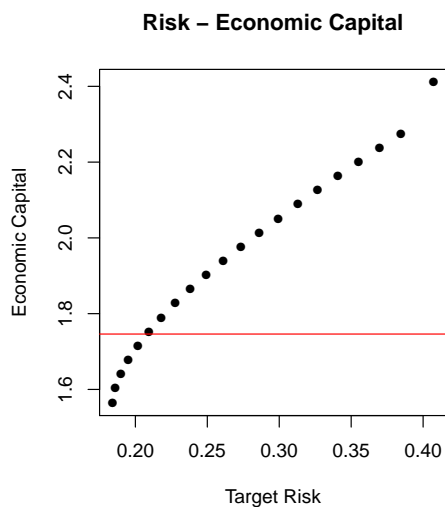
Ani v tomto modeli sa súčasné portfólio (modrý trojuholník) nenachádza na efektívnej hranici. Na obrázku 5.5 môžeme vidieť 9 efektívnych portfólií (na ľavo od modrej vertikálnej priamky) poskytujúcich nižšiu varianciu portfólia a vyšší očakávaný výnos v porovnaní so súčasným portfóliom.

Vývoj váh jednotlivých premenných je zobrazený na obrázku 5.6 na strane 38.

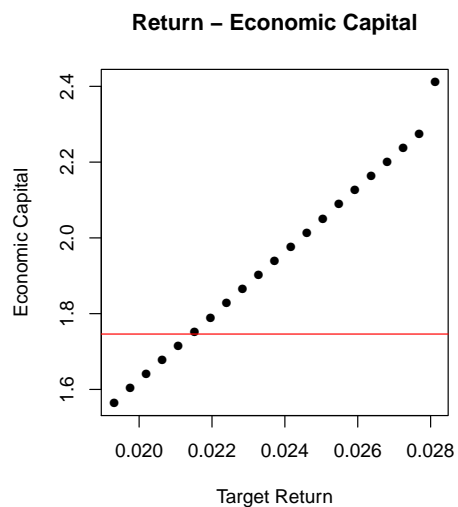
Metodológiou zhodnou s predchádzajúcou časťou tejto kapitoly sme stanovili profil ekonomického kapitálu efektívnej hranice zobrazený na obrázkoch 5.7 a



Obr. 5.6: Profil váh dosiahnuteľných portfólií



Obr. 5.7: Závislosť rizika a ekonomického kapitálu



Obr. 5.8: Závislosť výnosu a ekonomického kapitálu

5.8 na strane 38. Opäť možno pozorovať pozitívnu závislosť medzi ekonomickým kapitálom a riziko, resp. výnosom. Posledné efektívne portfólio dosahujúce najvyšší

výnos spomedzi všetkých riešení rozšíreného scenára má vyšší rizikovo-výnosový profil ako ostatné, pretože v ňom nastala zmena v „trende váh” ako možno vidieť na obrázku 5.6. Pri nezvyšovaní ekonomického kapitálu nám model poskytuje 5 efektívnych portfólií (pod červenou hranicou súčasnej úrovne ekonomického kapitálu) dosahujúcich vyšší očakávaný výnos v porovnaní so súčasným portfóliom. V hraničnom, piatom, efektívnom portfóliu je úroveň ekonomického kapitálu stále pod tou dnešnou, pričom očakávaný výnos tohto portfólia je až o 18% vyšší v porovnaní so súčasným portfóliom, a teda celkový úrokový príjem banky dvíha o viac ako 14%.

5.3 Doplnkový scenár

Výpočtový modul nám ponúkol okrem štandardnej Markowitzovej „mean-variance” optimalizácie aj modernejšiu alternatívu v podobe „mean-CVaR” optimalizácie. Tento v poslednej dobe pomerne populárny nástroj riadenia portfólia zamieňa mieru rizika vo forme variancie za CVaR. Charakteristiku modelu CVaR ako nástroja merania rizika možno nájsť v kapitole Riadenie portfólia. Bližšie informácie k mean-CVaR optimalizácii možno nájsť v dizertačnej práci (Szolgayová, 2010). Pri výpočte CVaR zachováme interval spoľahlivosti zodpovedajúci tomu, ktorý plynie z kreditnému ratingu skúmanej banky.

Výstup z optimalizácie reprezentovaný efektívnou hranicou vo forme ako pri iných scenároch praktickej časti sa zhoduje s výstupom rozšíreného scenára na obrázku 5.5 na strane 37. Vývoj váh kopíruje obrázok 5.6 na strane 38.

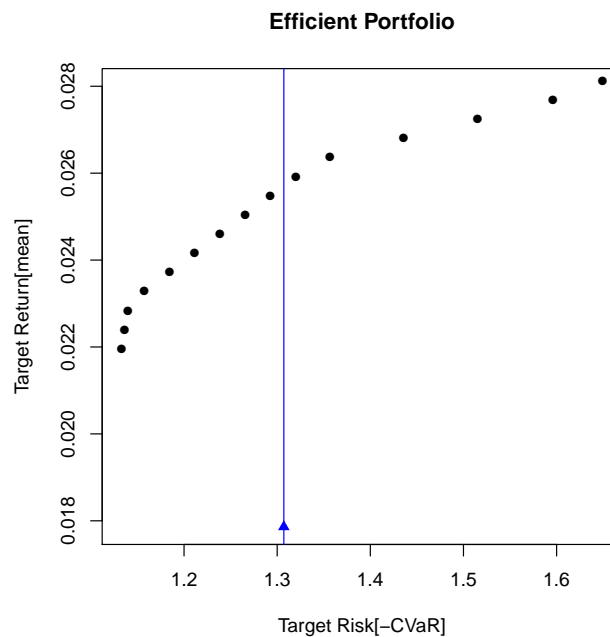
Prirodzene sa vynára otázka, prečo sú tieto výstupy totožné? Odpoveď možno nájsť v tabuľke 5.3 na strane 40, ktorá zobrazuje rizikovosť modelovaných aktív reprezentovanú varianciou a CVaR. Pri zoradení premenných podľa rizikivosti dostávame v oboch variantoch zhodné poradie. Z toho dôvodu optimalizačný modul pri minimalizácii rizika na zvolenej úrovni výnosu volí postupne to isté prerozdelenie váh v oboch scenároch, a tým pádom vzniká aj rovnaká výsledná efektívna hranica.

Výstup tohto modelu reprezentovaný efektívnou hranicou v zobrazení výnosu

	CVaR	variencia
EU.Corp	-0.5758	0.0228
EMU.Govies	-0.7053	0.0252
FX	-2.3594	0.1150
Real.Estate	-4.4988	0.5312
Equities	-4.5071	1.0875
Commodities	-7.0275	2.2148

Tabuľka 5.3: Rizikovosť modelovaných aktív

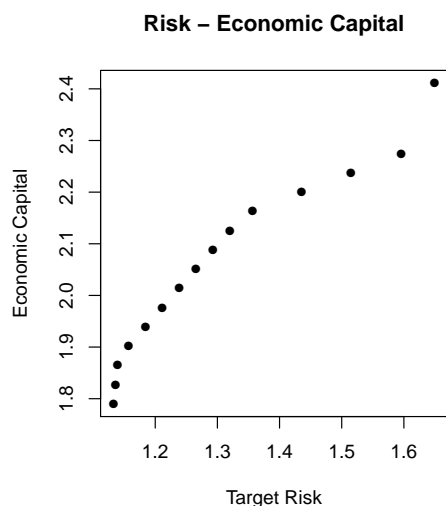
a rizika vo forme $-CVaR$, spolu s aktuálny portfóliom (modrý trojuholník) je zobrazený na obrázku 5.9 na strane 40.



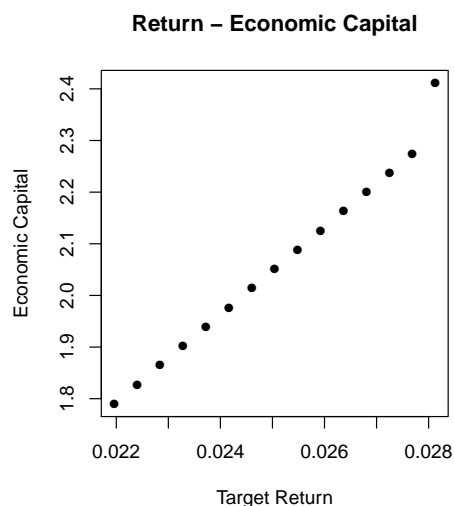
Obr. 5.9: Efektívna hranica doplnkového scenára

Súčasnú portfóliu nie je optimálne ani v tomto zobrazení, kde vidieť 9 efektívnych portfólií s nižšou úrovňou $-CVaR$ a súčasne vyšším očakávaným výnosom.

Pri zobrazení profilu ekonomického kapitálu v obrázkoch 5.10 a 5.11 na strane 41 nadobúdajú všetky body efektívnej hranice úroveň ekonomického kapitálu vyššiu ako je dnešná, takže pri prioritizácii ekonomického kapitálu ako miery rizika nám táto metóda neposkytuje žiadne výnosnejšie portfólio bez zvýšenia úrovne ekonomického kapitálu.



Obr. 5.10: Závislosť rizika a ekonomického kapitálu



Obr. 5.11: Závislosť výnosu a ekonomického kapitálu

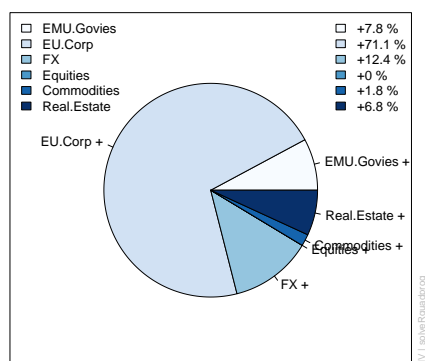
5.4 Interpretácia výsledkov

Poslednou fázou praktickej časti je spätná transformácia premenných na položky bilancie. Vo variante doplnkového scenára sme pre skúmané portfólio banky ne našli výnosnejšie rozdelenie aktív bez zvyšovania súčasnej úrovne ekonomického kapitálu, preto budeme interpretovať iba hraničné efektívne riešenia získané z predchádzajúcich dvoch scenárov.

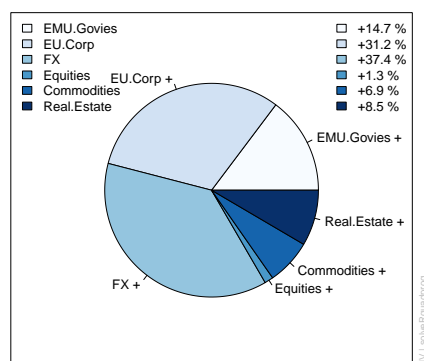
Na obrázkoch 5.12 a 5.13 na strane 42 je znázornené cieľové rozloženie váh jednotlivých premenných prislúchajúce hraničným efektívnym portfóliám získanými zo základného a rozšíreného scenára.

Tabuľka 5.4 na strane 42 zobrazuje priradenie váh aktív vybraných portfólií ako aj súčasného stavu k reálnym položkám bilancie Deutsche Bank AG.

Weights



Weights



Obr. 5.12: Portfólio základného scenára Obr. 5.13: Portfólio rozšíreného scenára

Položky bilancie	Súčasnosť	Základný scenár	Rozšírený scenár
Úrok prinášajúce vklady v iných bankách			
Vklady v centrálnej banke a REPO obchody	7%	0%	15%
Cenné papiere požičané od iných inštitúcií			
Obchodované aktíva- akcie	5%	0%	1%
Obchodované aktíva- komodity	11%	6%	7%
Kladná trhová hodnota z derivátov	40%	0%	37%
Úvery do segmentu nehnuteľností	4%	22%	8%
Ostatné úvery	14%	71%	31%

Tabuľka 5.4: Štruktúra bilancie daných portfólií

Z tabuľky 5.4 možno čítať hlavné odporúčanie tejto práce na úrovni riadenia bilancie banky v zmysle markantného zvýšenia podielu poskytovaných úverov spojeného so znížením podielu obchodovaných aktív. Plnením týchto odporúčaní by mala Deutsche Bank AG dosahovať vyšší úrokový príjem bez nárastu rizika v podobe ekonomického kapitálu.

V tabuľke 5.5 na strane 43 možno vidieť úroveň minimálnych kapitálových požiadaviek vzťahujúcich sa na rizikovo vážené aktíva podľa Bazileju I. Spôsob ich výpočtu zodpovedá popisu v teoretickej časti práce. Pri oboch scenároch možno pozorovať zníženie minimálnej povinnej hodnoty tohto kapitálu, teda ďalší pozitívny efekt uvažovaných cieľových portfólií.

	8% RWA (mil. EUR)
Súčasnosť	85 283
Základný scenár	84 765
Rozšírený scenár	77 248

Tabuľka 5.5: Minimálna úroveň držaného kapitálu daných portfólií podľa Bazilej I

Záver

V tejto diplomovej práci sa venujeme optimalizácii úrokového príjmu banky, ako hlavného determinantu výnosu bankovej inštitúcie. K naplneniu cieľa práce prichádzame prepojením dvoch dimenzií uvažovaného problému: (a) stanovenie efektívnej hranice optimálnych riešení Markowitzovho modelu, (b) priradenie rizikovosti v podobe ekonomického kapitálu jednotlivým optimálnym riešeniam z predchádzajúcej časti a následný výber želanej miery rizika, čím získavame najoptimálnejšiu skladbu modelovaného bankového portfólia.

V praktickej časti sme zrealizovali tri variácie prvej fázy optimalizácie. Základný scenár predstavuje najjednoduchší, výpočtovo stabilný koncept optimalizácie portfólia banky. Kvôli širokým možnostiam výstupu nie je však vždy priamo uplatniteľný v praxi, napriek tomu v ňom býva obsiahnutý hlavný smer optimalizácie.

Rozšírený scenár predstavuje optimalizáciu v priestore, ktorý je bližší realite. Táto modifikácia mala za následok zvýšenie výpočtovej náročnosti a zúženie množiny riešení.

Doplňkový scenár používa v poslednej dobe populárnu „mean-CVaR” optimalizáciu portfólia. S použitými dátami sme však nedosiahli iný výsledok, ako pri rozšírenom scenári z dôvodu zhody variačného a CVaR profilu modelovaných premenných. Hlbšiu analýzu „mean-CVaR” optimalizácie prenechávame na ďalší výskum v tejto oblasti.

Rizikový profil skúmaných bankových portfólií z pohľadu ekonomického kapitálu sme stanovovali pomocou vlastnej variácie Top-down prístupu. Aproximáciou pomocou trhových indexov sme sa vyhli použitiu pomerne nekonzistentných bankových dát, významnou mierou znížili výpočtovú náročnosť stanovovania celkového eko-

nomického kapitálu banky a získali možnosť porovnania rizikového profilu rôznych portfólií. Ide o jednoduchší a dostupnejší koncept ako v práci (Kotmanová, 2009), kde autorka na stanovenie ekonomického kapitálu používa kreditný rating aktív portfólia a kopula funkciu pre stanovenie marginálneho rozdelenia strát portfólia.

Prepojením zmienených dvoch dimenzií optimalizačného problému sa nám bez nárastu hladiny ekonomického kapitálu v základnom, resp. rozšírenom scenári podarilo dosiahnuť zvýšenie celkového úrokového príjmu banky o 32% , resp. 14%. Spätným prepojením premenných na konkrétne položky bilancie získavame strategické odporúčanie optimálnej štruktúry bilancie Deutsche Bank AG.

Praktickým prínosom tejto diplomovej práce je vytvorenie aplikovateľného nástroja efektívneho riadenia bilancie banky.

Zoznam použitej literatúry

- [1] Y. Y. Chong: Investment Risk Management, John Wiley & Sons Ltd, 2004.
- [2] D. M. Chorfás: Economic Capital Allocation with Basel II, Elsevier Inc., 2004.
- [3] L. Esch, R. Kieffer, T. Lopez: Asset and Risk Management: Risk Oriented Finance, John Wiley & Sons Ltd, 2005.
- [4] Investment Management Consultants Association: The Handbook of Risk, John Wiley & Sons Ltd, 2003.
- [5] P. Jorion: Financial Risk Manager Handbook, 4th Edition, John Wiley & Sons Inc., 2007.
- [6] P. Jorion: Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk, 3th Edition, McGraw- Hill Companies, 2007.
- [7] P. Klaassen, I. Eeghen: Economic Capital: How it Works and What Every Manager Should Know, Elsevier Inc., 2009.
- [8] I. Kotmanová: Optimalizácia portfólia- koncept ekonomického kapitálu, diplomová práca FMFI UK, 2009.
- [9] F. K. Reilly, K. C. Brown: Investment Analysis and Portfolio Management, 7th Edition, South-Western College Pub, 2002.
- [10] H. M. Markowitz: Portfolio selection, The Journal of Finance, 1952.
- [11] I. Melicherčík, L. Olšarová, V. Úradníček: Kapitoly z finančnej matematiky, EPOS, 2005.

- [12] G. Schroeck: Risk Management and Value Creation in Financial Institutions, John Wiley & Sons Inc., 2002.
- [13] J. Szolgayová: CVaR Portfolio Models for Electricity Generating Capacities, dizertačná práca FMFI UK, 2010.
- [14] S. Uryasev: Conditional Value-at-Risk (CVaR): Algorithms and Applications, working paper
- [15] Deutsche Bank AG - annual reports: <http://annualreport.deutsche-bank.com/2009/ar/consolidatedfinancialstatements/balancesheet.html>
- [16] Bank for International Settlements: <http://www.bis.org/>
- [17] Seeking alpha: <http://seekingalpha.com/article/139407-triple-a-or-bust>
- [18] OECD StatExtracts: <http://stats.oecd.org/Index.aspx?DataSetCode=BPF1>

Dodatok A

Zdrojový kód programu (R)

```
library(fPortfolio);library(robustbase);library(corpcor);library(fAssets);

#upravene funkcie:
tailoredFrontierPlot
function (object, return = c("mean", "mu"), risk = c("Cov", "Sigma",
  "CVaR", "VaR"), mText = NULL, col = NULL, xlim = NULL, ylim = NULL,
  twoAssets = FALSE)
{
offset = 0.1
  risk <- match.arg(risk)
  if (is.null(xlim)) {
    if (risk == "Cov") {
      xmax = max(sqrt(diag(getCov(object))))
    }
    if (risk == "Sigma") {
      xmax = max(sqrt(diag(getSigma(object))))
    }
    if (risk == "CVaR") {
      alpha = getAlpha(object)
      quantiles = colQuantiles(getSeries(object), prob = alpha)
      n.max = which.max(-quantiles)
      r = getSeries(object)[, n.max]
```

```

        r = r[r < quantiles[n.max]]
        xmax = -mean(r)
    }
    if (risk == "VaR") {
        xmax = max(-colQuantiles(getSeries(object), prob = alpha))
    }
    xlim = c(0, xmax)
    Xlim = c(xlim[1] - diff(xlim) * offset, xlim[2] + diff(xlim) *
        offset)
}
if (is.null(ylim)) {
    ylim = range(getMean(object))
    Ylim = c(ylim[1] - diff(ylim) * offset, ylim[2] + diff(ylim) *
        offset)
}
frontierPlot(object, return = return, risk = risk, auto = FALSE,
    xlim = Xlim, ylim = Ylim, pch = 19)
if (is.null(mText))
    mText = getTitle(object)
mtext(mText, side = 3, line = 0.5, font = 2)
grid()
abline(h = 0, col = "grey")
abline(v = 0, col = "grey")
data = getData(object)
spec = getSpec(object)
constraints = getConstraints(object)
mvPortfolio = minvariancePortfolio(data, spec, constraints)
minvariancePoints(object, return = return, risk = risk, auto = FALSE,
    pch = 19, col = "red")
xy = equalWeightsPoints(object, return = return, risk = risk,
    auto = FALSE, pch = 15, col = "grey")
text(xy[, 1] + diff(xlim)/20, xy[, 2] + diff(ylim)/20, "EWP",
    font = 2, cex = 0.7)

```



```

if (is.null(col))
  col = rainbow(6)
xy = singleAssetPoints(object, return = return, risk = risk,
  auto = FALSE, cex = 1.5, col = col, lwd = 2)
text(xy[, 1] + diff(xlim)/20, xy[, 2] + diff(ylim)/20, rownames(xy),
  font = 2, cex = 0.7)
if (twoAssets) {
  twoAssetsLines(object, return = return, risk = risk,
    auto = FALSE, lty = 3, col = "grey")
}
sharpeRatioLines(object, return = return, risk = risk, auto = FALSE,
  col = "orange", lwd = 2)

  mtext("Sharpe Ratio", side = 4, line = 2, cex = 0.75)

invisible(object)
}

#data
load("C:\\...\\.RData")
Data=as.timeSeries(pf.optimal)
Data<-Data[,c(1,3,5,6,7,8)]

#ekonomicky kapital
str.h<-mean(pf.optimal[,2:9])
str.h<-str.h[c(1,3,5,6,7,8)]
kvantil<-c(quantile(Data[,1],0.00084),quantile(Data[,2],0.00084),quantile
(Data[,3],0.00084),quantile(Data[,4],0.00084),quantile(Data[,5],0.00084),
quantile(Data[,6],0.00084))
EC<-abs(str.h-kvantil)

#aktualne data
wActual<-c(0.0650126,0.1377637,0.3974307,0.0469612,0.1095762,0.0372908)

```

```

return.Actual<-wActual%*%t(t(str.h))
Cov<-getCov(Frontier.A)
risk.Actual<-wActual%*%Cov%*%t(t(wActual))
CVaR.Actual<-cvarRisk(Data, wActual, alpha = 0.00084)
EC.Actual<-t(EC)%*%wActual

#zakladny scenar:
Spec.A<-portfolioSpec(portfolio=list(nFrontierPoints=100))
Frontier.A<-portfolioFrontier(Data,Spec.A)
tailoredFrontierPlot(Frontier.A)
abline(h=0,v=sqrt(risk.Actual),col="blue")
points(sqrt(risk.Actual),return.Actual,pch=17,col="blue")
weightsPlot(Frontier.A)
Frontier.A@portfolio
wA<-read.table("C:\\...\\wA.txt",header=TRUE)
attach(wA)
wA<-data.matrix(wA)
EC.A<-wA%*%EC
rr.A.eff<-frontierPoints(Frontier.A,frontier=c("upper"))
plot(rr.A.eff[,1],EC.A,type="p",main="Risk - Economic Capital",xlab=
"Target Risk",ylab="Economic Capital",pch=16)
plot(rr.A.eff[,2],EC.A,type="p",main="Return - Economic Capital",xlab=
"Target Return",ylab="Economic Capital",pch=16)
abline(a=EC.Actual,b=0,col="red")
weightsPie(Frontier.A,pos=18)

#rozsireny scenar:
Cons<-c("minW[1:nAssets]=c(0.016375233,0.034699642,0.100104064,
0.013142774,0.0275998254,0.009392739)","maxW[1:nAssets]=c(0.147377096,
0.312296782,0.900936572,0.118284966,0.2483984290,0.084534651)")
Frontier.B<-portfolioFrontier(Data,Spec.A,Cons)
tailoredFrontierPlot(Frontier.B)
abline(h=0,v=sqrt(risk.Actual),col="blue")

```

```

points(sqrt(risk.Actual),return.Actual,pch=17,col="blue")
weightsPlot(Frontier.B)
Frontier.B@portfolio
wA<-read.table("C:\\...\\wB.txt",header=TRUE)
attach(wB)
wA<-data.matrix(wB)
EC.B<-wB%*%EC
rr.B.eff<-frontierPoints(Frontier.B,frontier=c("upper"))
plot(rr.B.eff[,1],EC.B,type="p",main="Risk - Economic Capital",
xlab="Target Risk",ylab="Economic Capital",pch=16)
plot(rr.B.eff[,2],EC.B,type="p",main="Return - Economic Capital",
xlab="Target Return",ylab="Economic Capital",pch=16)
abline(a=EC.Actual,b=0,col="red")
weightsPie(Frontier.B,pos=10)

#doplňkový scenar:
Spec.C=portfolioSpec(model=list(type="CVaR",tailRisk=list()),
params=list(alpha=0.00084),portfolio=list(nFrontierPoints=100))
Frontier.C<-portfolioFrontier(Data, Spec.C, Cons)
rr.C.eff<-frontierPoints(Frontier.C,frontier=c("upper"))
plot(rr.C.eff, pch=16,main="Efficient Portfolio",xlab="Target
Risk[-CVaR]",ylab="Target Return[mean]",ylim= c(return.Actual, 0.028))
points(-CVaR.Actual,return.Actual,pch=17,col="blue")
abline(h=0,v=-CVaR.Actual,col="blue")
plot(rr.C.eff[,1],EC.C,type="p",main="Risk - Economic Capital",
xlab="Target Risk",ylab="Economic Capital",pch=16)
plot(rr.C.eff[,2],EC.C,type="p",main="Return - Economic Capital",
xlab="Target Return",ylab="Economic Capital",pch=16)
abline(a=EC.Actual,b=0,col="red")

```